쉽고 빠르게 정리하는

수학 하

9종 교과서 시크릿

정답과 풀이

Ⅰ. 집합과 명제

되짚어 보기

본문 4쪽

01 (1) 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20
(2) 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19
(3) 1, 2, 4, 5, 10, 20
(4) 5, 10, 15, 20

02 (1) 12, 24, 36, 48, 60, …
(2) 1, 2, 3, 6

03 (1) 두 변의 길이가 같은 삼각형
(2) 네 각의 크기가 모두 같은 사각형
(3) 삼각형의 한 내각의 크기가 90° 보다 큰 삼각형
(4) 두 쌍의 대변이 각각 서로 평행한 사각형

04 (1) $x=-2$ (2) $x\le 2$

05 (1) $x=-1$ 또는 $x=4$ (2) $x=-4$ 또는 $x=-2$

06 (1) $-1\le x\le 5$ (2) $x<-5$ 또는 $x>3$

01 집합의 뜻과 표현

교과서 유형 흐름잡기

본문 7~9쪽

유형 1	①, ③	1-1 ③, ④	1-2 ⑤
유형 2	⑤	2-1 ③, ④	2-2 ⑤
유형 3	③	3-1 ⑤	3-2 ⑤
유형 4	④	4-1 ②	4-2 ③
유형 5	②	5-1 3	5-2 10
유형 6	③	6-1 8	6-2 4

유형 1

② 10에 가깝다는 기준이 명확하지 않으므로 집합이 아니다.
④ 키가 크다는 기준이 명확하지 않으므로 집합이 아니다.
⑤ 작다는 기준이 명확하지 않으므로 집합이 아니다.
따라서 집합인 것은 ①, ③이다. 답 ①, ③

1-1

① 아름답다는 기준이 명확하지 않으므로 집합이 아니다.
② 맛있다는 기준이 명확하지 않으므로 집합이 아니다.
⑤ 0에 가깝다는 기준이 명확하지 않으므로 집합이 아니다.
따라서 집합인 것은 ③, ④이다. 답 ③, ④

1-2

ㄱ. 1보다 작은 자연수는 없다. 즉, 대상을 분명히 정할 수 있으므로 집합이다.
ㄴ. 2, 4, 6, 8로 대상을 분명히 정할 수 있으므로 집합이다.
ㄷ. 기준이 명확하여 대상을 분명히 정할 수 있으므로 집합이다.
따라서 ㄱ, ㄴ, ㄷ 모두 집합이다. 답 ⑤

유형 2

$-3\le 2x-1\le 11$에서
$-2\le 2x\le 12$
$\therefore -1\le x\le 6$
$\therefore A=\{-1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
따라서 옳지 않은 것은 ⑤ $7\in A$이다. 답 ⑤

2-1

$x^2-5x-14=0$에서
$(x+2)(x-7)=0$
$\therefore x=-2$ 또는 $x=7$
$\therefore A=\{-2, 7\}$
따라서 옳은 것은 ③ $1\notin A$, ④ $7\in A$이다. 답 ③, ④

2-2

$A=\{1, 3\}$, $B=\{1, 2, 4\}$이므로 $x\in A$, $y\in B$인 x, y에 대하여 xy의 값을 표로 나타내면 다음과 같다.

x \ y	1	2	4
1	1	2	4
3	3	6	12

$\therefore C=\{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$
따라서 옳지 않은 것은 ⑤ $10\in C$이다. 답 ⑤

유형 3

③ $C=\{\varnothing\}$의 원소는 $\varnothing$의 1개이므로 $n(C)=1$이다.
④ $D=\{2, 3, 5, 7\}$이므로 $n(D)=4$이다.
⑤ $E=\{1, 2, 5, 10\}$이므로 $n(E)=4$이고, $n(F)=4$이므로 $n(E)=n(F)$이다.
따라서 옳지 않은 것은 ③이다. 답 ③

3-1

② $n(B)=0$이면 집합 B의 원소가 없으므로 $B=\varnothing$이다.

③ $C=\{\varnothing, 0\}$의 원소는 $\varnothing$, 0의 2개이므로 $n(C)=2$이다.

④ $D=\{1, 3, 5, 7, 9\}$이므로 $n(D)=5$이다.

⑤ $E=\{1, 2, 3\}$, $F=\{3\}$이면 $n(E)=3$, $n(F)=1$이므로 $n(E)\neq n(F)$이다.

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다. 답 ⑤

3-2

① $n(\{0\})=1$

② $n(\varnothing)=0$

③ $n(\{1, 2\})=2$, $n(\{3, 4\})=2$이므로 $n(\{1, 2\})=n(\{3, 4\})$

④ $n(\{2, 3, 4\})-n(\{3, 4\})=3-2=1$

⑤ $n(\{\varnothing\})=1$, $n(\{1\})=1$이므로 $n(\{\varnothing\})=n(\{1\})$

따라서 옳은 것은 ⑤이다. 답 ⑤

유형 4

$A=\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $B=\{1, 3\}$, $C=\{1, 2, 3, 6\}$

$\therefore B\subset C\subset A$ 답 ④

4-1

$x\in A$, $y\in A$인 x, y에 대하여 $x+y$, xy의 값을 각각 표로 나타내면 다음과 같다.

$x+y$	0	1	2
0	0	1	2
1	1	2	3
2	2	3	4

xy	0	1	2
0	0	0	0
1	0	1	2
2	0	2	4

$\therefore A=\{0, 1, 2\}$, $B=\{0, 1, 2, 3, 4\}$, $C=\{0, 1, 2, 4\}$

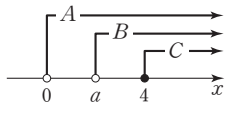
$\therefore A\subset C\subset B$ 답 ②

4-2

$A=\{x|2x+1>1\}=\{x|x>0\}$,

$B=\{x|x>a\}$, $C=\{x|x\geq 4\}$

이때 $C\subset B\subset A$가 성립하도록 세 집합 A, B, C를 수직선 위에 나타내면 다음 그림과 같다.



$\therefore 0\leq a<4$ 답 ③

유형 5

$A=B$이므로 $2a-b=5$, $a+b=4$

두 식을 연립하여 풀면 $a=3$, $b=1$

$\therefore a-b=3-1=2$ 답 ②

5-1

$A=B$이고, $x-2<x+1<x+2$이므로

$x-2=1$, $x+1=4$, $x+2=5$

$\therefore x=3$ 답 3

5-2

$A\subset B$이고 $B\subset A$이므로 $A=B$이다.

집합 B의 원소 중 y, $y+3$의 차가 3이므로

$y=2$, $y+3=5$, $x-1=7$

따라서 $x=8$, $y=2$이므로

$x+y=8+2=10$ 답 10

유형 6

집합 $A=\{1, 3, 5, 7, 9\}$의 부분집합 중에서 1은 반드시 원소로 갖고, 7, 9는 원소로 갖지 않는 부분집합의 개수는

$2^{5-1-2}=2^2=4$ 답 ③

6-1

집합 $A=\{a, b, c, d, e, f, g\}$의 부분집합 중에서 a, c, e는 반드시 원소로 갖고, b는 원소로 갖지 않는 부분집합의 개수는

$2^{7-3-1}=2^3=8$ 답 8

6-2

$A=\{1, 3, 5, 15\}$

집합 X의 개수는 집합 A의 부분집합 중에서 3, 5를 반드시 원소로 갖는 부분집합의 개수와 같으므로

$2^{4-2}=2^2=4$ 답 4

교과서 문제 정복하기

› 본문 10~11쪽

01 ③	02 ③, ④	03 ④	04 ①	05 ⑤
06 ⑤	07 ②	08 ③	09 ④	10 2
11 ①, ③	12 ④	13 12	14 ④	15 ③

01

ㄴ, ㄹ. '날씬한', '잘생긴'은 기준이 명확하지 않으므로 집합이 아니다.

따라서 집합인 것은 ㄱ, ㄷ의 2개이다. 답 ③

02

$A=\{$수리부엉이, 청둥오리, 독수리, 타조$\}$이므로

① 반달가슴곰 $\notin A$

② 타조 $\in A$

⑤ 비단구렁이 $\notin A$

따라서 옳은 것은 ③, ④이다. 답 ③, ④

03

① $\{3, 6, 9, 12, 15, \cdots\}$ ⇨ 무한집합

② $\{1, 0, -1, -2, \cdots\}$ ⇨ 무한집합

③ $\{x|-1<x<1\}$ ⇨ 무한집합

④ $\{10, 11, 12, \cdots, 99\}$ ⇨ 유한집합

⑤ $\{1, 3, 5, 7, 9, \cdots\}$ ⇨ 무한집합

따라서 유한집합인 것은 ④이다. 답 ④

04

② $n(\{a, b, 1, 2\})=4$

③ $n(\{2\})=1$

④ $n(\{0\})+n(\varnothing)=1+0=1$

⑤ $n(\{1, 2, 3\})-n(\{1, 2\})=3-2=1$

따라서 옳은 것은 ①이다. 답 ①

05

$B\subset A$이므로 □ 안에는 18의 양의 약수가 들어갈 수 있다.

18의 양의 약수는

1, 2, 3, 6, 9, 18

이므로 □ 안에 들어갈 수 없는 수는 ⑤이다. 답 ⑤

06

집합 A의 원소는 $\varnothing$, 0, 1, $\{0, 1\}$이다.

④ $1\in A$이므로 $\{1\}\subset A$이다.

⑤ $\varnothing\in A$, $0\in A$이므로 $\{\varnothing, 0\}\subset A$이다.

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다. 답 ⑤

07

$A=\{$s, u, n$\}$, $B=\{$s, u, n, d, a, y$\}$, $C=\{$s, u, n, y$\}$

$\therefore A\subset C\subset B$ 답 ②

08

$A\subset B$가 성립하려면 $2\in B$, $4\in B$이어야 한다.

(i) $a+1=4$, 즉 $a=3$일 때, $A=\{2, 4\}$, $B=\{0, 1, 2, 4\}$
이므로 $A\subset B$가 성립한다.

(ii) $3a-8=4$, 즉 $a=4$일 때, $A=\{2, 4\}$, $B=\{0, 2, 4, 5\}$
이므로 $A\subset B$가 성립한다.

(i), (ii)에서 $a=3$ 또는 $a=4$이므로 모든 자연수 a의 값의 합은

$3+4=7$ 답 ③

09

$A=\{3, 7, 11\}$이므로

① $n(A)=3$

② 원소가 1개인 A의 부분집합은 $\{3\}$, $\{7\}$, $\{11\}$의 3개이다.

③ 원소가 2개인 A의 부분집합은 $\{3, 7\}$, $\{3, 11\}$, $\{7, 11\}$의
3개이다.

④ 원소가 3개인 A의 부분집합은 $\{3, 7, 11\}$의 1개이다.

⑤ $\varnothing$은 모든 집합의 부분집합이므로 A의 부분집합이다.

따라서 옳지 않은 것은 ④이다. 답 ④

10

$A=B$이므로

(i) $a+1=2$, $a^2-2=3$일 때, 두 식을 동시에 만족시키는 a의
값은 없다.

(ii) $a+1=3$, $a^2-2=2$일 때, $a=2$

(i), (ii)에서 $a=2$ 답 2

11

③ $\{-1, 1\}$

④ $\{-1, 0, 1, 2, \cdots\}$

⑤ $\{-1, 0, 1\}$

따라서 집합 $\{-1, 0, 1\}$의 진부분집합인 것은 ①, ③이다.

답 ①, ③

12

① $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ ⇨ $2^5=32$

② $\{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$ ⇨ $2^6=64$

③ $\{2, 3, 5\}$ ⇨ $2^3=8$

④ $\{4, 8, 12, 16\}$ ⇨ $2^4=16$

⑤ $\{1, 2, 3, \cdots, 16\}$ ⇨ 2^{16}

따라서 부분집합의 개수가 16인 것은 ④이다. 답 ④

13

$A=\{1, 2, 3, 4, 5\}$의 부분집합 중에서

1, 3을 반드시 원소로 갖는 집합의 개수는

$2^{5-2}=2^3=8$

$\therefore x=8$

2는 반드시 원소로 갖고 1, 5는 원소로 갖지 않는 집합의 개수는

$2^{5-1-2}=2^2=4$

$\therefore y=4$

$\therefore x+y=8+4=12$ 답 12

14

$x^2-4x+3=0$에서

$(x-1)(x-3)=0$

$\therefore x=1$ 또는 $x=3$

$\therefore A=\{1, 3\}$, $B=\{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$

$A\subset X\subset B$이므로 집합 X는 집합 B의 부분집합 중에서 1, 3을 반드시 원소로 갖는 집합이다.

이때 $X\neq A$, $X\neq B$이므로 집합 X의 개수는

$2^{8-2}-2=2^6-2=64-2=62$ 답 ④

15

집합 A의 부분집합의 개수는 $2^5=32$

집합 A의 부분집합 중에서 홀수만을 원소로 갖는 집합의 개수는 집합 $\{1, 3, 5\}$의 부분집합의 개수와 같으므로

$2^3=8$

따라서 집합 A의 부분집합 중 적어도 한 개의 짝수를 원소로 갖는 집합의 개수는

$32-8=24$ 답 ③

02 집합의 연산

교과서 유형 흐름잡기

본문 13~15쪽

유형 1	②	1-1 ⑤	1-2 15
유형 2	⑤	2-1 ⑤	2-2 ㄱ, ㄹ
유형 3	⑤	3-1 ③	3-2 ②
유형 4	⑤	4-1 ②	4-2 ①
유형 5	④	5-1 8	5-2 42
유형 6	④	6-1 15	6-2 18

유형 1

$U=\{1, 2, 3, \cdots, 12\}$,

$A=\{2, 4, 6, 8, 10, 12\}$, $B=\{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$

① $A\cap B=\{2, 4, 6, 12\}$

② $A\cup B=\{1, 2, 3, 4, 6, 8, 10, 12\}$이므로

$(A\cup B)^C=\{5, 7, 9, 11\}$

③ $B^C=\{5, 7, 8, 9, 10, 11\}$

④ $A-B=\{8, 10\}$

⑤ $B-A=\{1, 3\}$

따라서 옳은 것은 ②이다. 답 ②

1-1

$U=\{1, 2, 3, \cdots, 10\}$,

$A=\{2, 4, 6, 8, 10\}$, $B=\{3, 6, 9\}$

① $A\cap B=\{6\}$

② $A\cup B=\{2, 3, 4, 6, 8, 9, 10\}$이므로

$(A\cup B)^C=\{1, 5, 7\}$

③ $B^C=\{1, 2, 4, 5, 7, 8, 10\}$

④ $A-B=\{2, 4, 8, 10\}$

⑤ $B-A=\{3, 9\}$

따라서 옳은 것은 ⑤이다. 답 ⑤

1-2

$x\in A$, $y\in A$인 x, y에 대하여 $x+y$, xy의 값을 각각 표로 나타내면 다음과 같다.

$x+y$	2	3
2	4	5
3	5	6

xy	2	3
2	4	6
3	6	9

즉, $B=\{4, 5, 6\}$, $C=\{4, 6, 9\}$이므로

$B\cap C=\{4, 6\}$

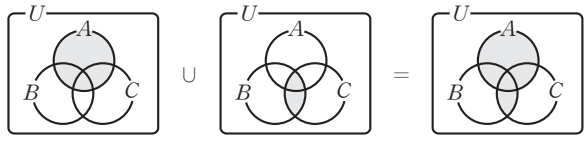
$\therefore A\cup(B\cap C)=\{2, 3\}\cup\{4, 6\}$

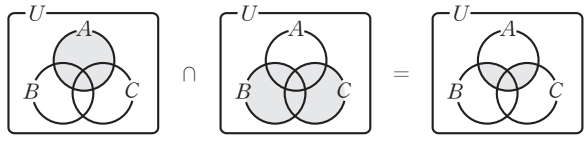
$=\{2, 3, 4, 6\}$

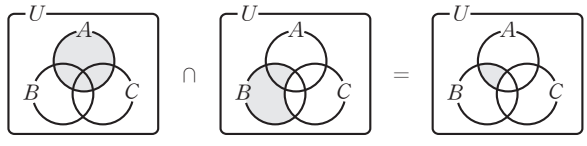
따라서 집합 $A\cup(B\cap C)$의 모든 원소의 합은

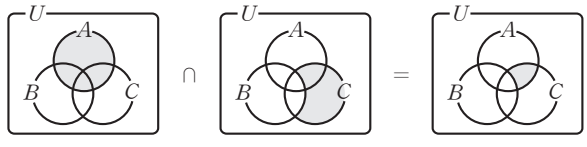
$2+3+4+6=15$ 답 15

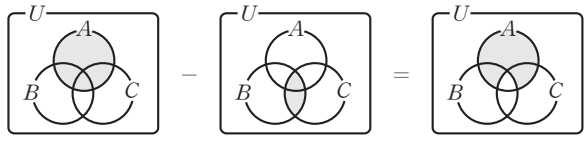
유형 2

①  ∪ =

②  ∩ =

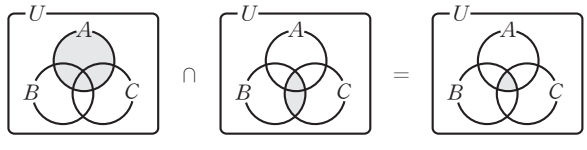
③  ∩ =

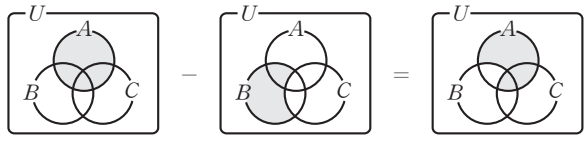
④  ∩ =

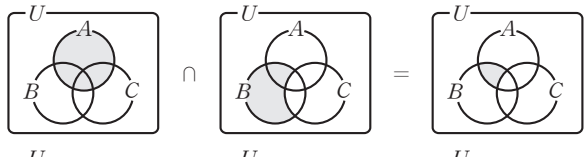
⑤  − =

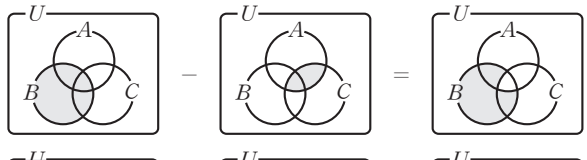
따라서 주어진 벤다이어그램의 색칠한 부분을 나타내는 집합은 ⑤이다. 답 ⑤

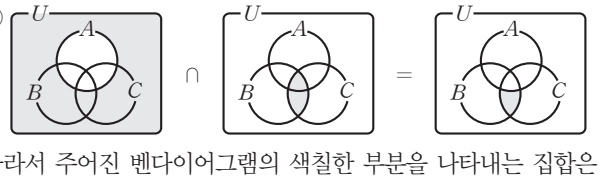
2-1

①  ∩ =

②  − =

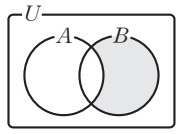
③  ∩ =

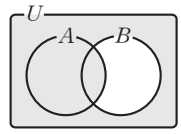
④  − =

⑤  ∩ =

따라서 주어진 벤다이어그램의 색칠한 부분을 나타내는 집합은 ⑤이다. 답 ⑤

2-2

ㄴ. 

ㄷ. 

따라서 주어진 벤다이어그램의 색칠한 부분을 나타내는 집합인 것은 ㄱ, ㄹ이다. 답 ㄱ, ㄹ

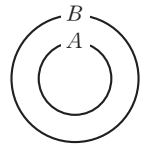
유형 3

① $A\cup B=B$ ② $A\cap B=A$

③ $A-B=\varnothing$ ④ $B^C\subset A^C$

⑤ $B^C\subset A^C$이므로 $B^C-A^C=\varnothing$

따라서 옳은 것은 ⑤이다.



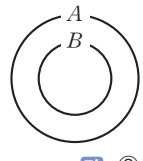
답 ⑤

3-1

③ $A\cup B=A$이므로 $(A\cup B)\not\subset B$

⑤ $A^C\subset B^C$이므로 $A^C\cap B^C=A^C$

따라서 옳지 않은 것은 ③이다.



답 ③

3-2

② $U\cap A^C=A^C$

③ $U^C=\varnothing$이고, $\varnothing\subset A$이므로 $U^C\subset A$

따라서 옳지 않은 것은 ②이다. 답 ②

유형 4

$$\begin{aligned}A-(A-B)&=A-(A\cap B^C)\\&=A\cap(A\cap B^C)^C\\&=A\cap(A^C\cup B)\\&=(A\cap A^C)\cup(A\cap B)\\&=\varnothing\cup(A\cap B)\\&=A\cap B\end{aligned}$$

답 ⑤

4-1

$$\begin{aligned}(A-B)\cup(A-C)&=(A\cap B^C)\cup(A\cap C^C)\\&=A\cap(B^C\cup C^C)\\&=A\cap(B\cap C)^C\\&=A-(B\cap C)\end{aligned}$$

답 ②

4-2

$$\begin{aligned}&\{(A-B)\cup(A\cap B)\}\cap B\\&=\{(A\cap B^C)\cup(A\cap B)\}\cap B\\&=\{A\cap(B^C\cup B)\}\cap B\\&=(A\cap U)\cap B\\&=A\cap B\end{aligned}$$

따라서 $A\cap B=A$이므로 $A\subset B$ 답 ①

유형 5

$n(A\cap B^C)=n(A-B)$
$=n(A)-n(A\cap B)$
$=27-10=17$ 답 ④

5-1

$n(A^C\cap B)=n(B\cap A^C)$
$=n(B-A)$
$=n(B)-n(A\cap B)$
$=32-24=8$ 답 8

5-2

$A^C\cap B^C=(A\cup B)^C$이므로
$n(A^C\cap B^C)=n(U)-n(A\cup B)$에서
$34=60-n(A\cup B)$ $\therefore n(A\cup B)=26$
$n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)$이므로
$n(A)+n(B)=n(A\cup B)+n(A\cap B)$
$=26+16=42$ 답 42

유형 6

A문제를 푼 학생의 집합을 A, B문제를 푼 학생의 집합을 B라 하면
$n(A)=18$, $n(B)=20$, $n(A\cup B)=27$
A문제와 B문제를 모두 푼 학생의 집합은 $A\cap B$이므로
$n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)$에서
$27=18+20-n(A\cap B)$ $\therefore n(A\cap B)=11$
따라서 A문제와 B문제를 모두 푼 학생은 11명이다. 답 ④

6-1

영어를 신청한 학생의 집합을 A, 수학을 신청한 학생의 집합을 B라 하면
$n(A)=23$, $n(B)=25$, $n(A\cup B)=33$
영어와 수학을 모두 신청한 학생의 집합은 $A\cap B$이므로
$n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)$에서
$33=23+25-n(A\cap B)$
$\therefore n(A\cap B)=15$
따라서 영어와 수학을 모두 신청한 학생은 15명이다. 답 15

6-2

100명의 학생 전체의 집합을 U, 축구를 좋아하는 학생의 집합을 A, 야구를 좋아하는 학생의 집합을 B라 하면
$n(U)=100$, $n(A)=47$, $n(B)=65$, $n(A\cap B)=30$
축구와 야구 중 어느 것도 좋아하지 않는 학생의 집합은 $A^C\cap B^C$이다.
이때 $A^C\cap B^C=(A\cup B)^C$이고,
$n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)$
$=47+65-30=82$
이므로
$n(A^C\cap B^C)=n((A\cup B)^C)$
$=n(U)-n(A\cup B)$
$=100-82=18$
따라서 축구와 야구 중 어느 것도 좋아하지 않는 학생은 18명이다.
답 18

교과서 문제 정복하기

› 본문 16~17쪽

01 ②	02 ④	03 ③	04 ②	05 ④
06 4	07 ①	08 ④	09 ②	10 ④
11 ⑤	12 ③	13 24	14 ④	

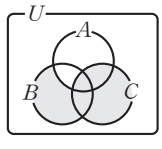
01

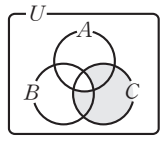
$U=\{1, 2, 3, \cdots, 10\}$,
$A=\{1, 3, 9\}$, $B=\{2, 3, 5, 7\}$이므로
① $A\cap B=\{3\}$
③ $B-A=\{2, 5, 7\}$
④ $A-B=\{1, 9\}$
⑤ $A^C=\{2, 4, 5, 6, 7, 8, 10\}$
따라서 옳은 것은 ②이다. 답 ②

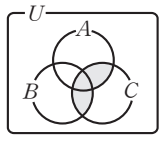
02

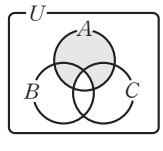
① $\{1, 2, 3, 4, \cdots\}$
② $\{2, 3, 5, 7, \cdots\}$
③ $\{1, 2, 13, 26\}$
④ $\{-8, -2\}$
따라서 집합 $\{2, 4, 6, 8\}$과 서로소인 것은 ④이다. 답 ④

03

① 

② 

④ 

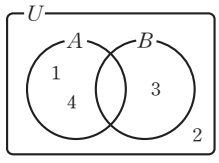
⑤ 

따라서 주어진 벤다이어그램의 색칠한 부분을 나타내는 집합은 ③이다. 답 ③

04

$U=\{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$

주어진 조건을 벤다이어그램으로 나타내면 오른쪽 그림과 같다.



$\therefore A\cap B=\{6, 12\}$

따라서 $A=\{1, 4, 6, 12\}$이므로 집합 A의 모든 원소의 합은

$1+4+6+12=23$ 답 ②

05

$2\in A$이므로

$3a+5=2 \quad \therefore a=-1$

$1\in B$, $2\in B$이므로

(i) $b=1$이면 $B=\{-4, -1, 1\}$

이때 $A\cap B=\{1\}$이므로 조건을 만족시키지 않는다.

(ii) $b=2$이면 $B=\{-4, 1, 2\}$

이때 $A\cap B=\{1, 2\}$이므로 조건을 만족시킨다.

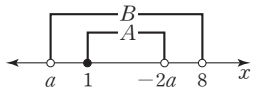
따라서 $a=-1$, $b=2$이므로

$a+b=-1+2=1$ 답 ④

06

$A\cap B=A$이므로 $A\subset B$

$A\subset B$를 만족시키도록 두 집합 A, B를 수직선 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같다.



즉, $a<1$, $-2a\le 8$이어야 하고, $a<-\frac{1}{2}$이므로

$-4\le a<-\frac{1}{2}$

따라서 정수 a는 -4, -3, -2, -1의 4개이다. 답 4

07

$(A\cap B^C)\cup(B-A)=(A-B)\cup(B-A)=\varnothing$이므로

$A-B=\varnothing$이고 $B-A=\varnothing$

따라서 $A\subset B$이고 $B\subset A$이므로

$A=B$ 답 ①

08

$(A\cup B)\cap X=X$에서 $X\subset(A\cup B)$

$(A-B)\cup X=X$에서 $(A-B)\subset X$

$\therefore (A-B)\subset X\subset(A\cup B)$

이때 $A\cup B=\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $A-B=\{1, 2\}$이므로

집합 X는 집합 $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$의 부분집합 중에서 1, 2를 반드시 원소로 갖는 집합이다.

따라서 집합 X의 개수는

$2^{6-2}=2^4=16$ 답 ④

09

(가) 드모르간의 법칙, (나) 결합법칙 답 ②

10

$(A\cup B)-(A^C\cup B^C)^C=(A\cup B)-(A\cap B)$

$=\{2, 3, 4, 6\}-\{3\}$

$=\{2, 4, 6\}$

따라서 구하는 곱은

$2\times 4\times 6=48$ 답 ④

11

⑤ $n(A-B)=n(A)-n(A\cap B)$

$=6-2=4$ 답 ⑤

12

$n(A^C\cap B^C)=n((A\cup B)^C)=n(U)-n(A\cup B)$이므로

$n(A\cup B)=n(U)-n(A^C\cap B^C)=30-6=24$

$n(A-B)=n(A\cup B)-n(B)$이므로

$n(B)=n(A\cup B)-n(A-B)=24-10=14$ 답 ③

13

$n(A\cap B)=n(A)+n(B)-n(A\cup B)$

$=24+20-n(A\cup B)$

$=44-n(A\cup B)$

(i) $n(A\cap B)$가 최대인 경우는 $n(A\cup B)$가 최소일 때이므로 $B\subset A$일 때이다.

즉, $n(A\cup B)=n(A)=24$일 때이므로 $n(A\cap B)$의 최댓값은 $44-24=20$

(ii) $n(A\cap B)$가 최소인 경우는 $n(A\cup B)$가 최대일 때이므로 $A\cup B=U$일 때이다.

즉, $n(A\cup B)=n(U)=40$일 때이므로 $n(A\cap B)$의 최솟값은 $44-40=4$

따라서 구하는 합은

$20+4=24$ 답 24

14

1반 전체 학생의 집합을 U, 안경 쓴 학생의 집합을 A, 머리를 묶은 학생의 집합을 B라 하면

$n(A)=25$, $n(B)=9$, $n(A\cap B)=8$,

$n(A^C\cap B^C)=n((A\cup B)^C)=4$

$n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)$

$=25+9-8=26$

이므로

$n(U)=n(A\cup B)+n((A\cup B)^C)$

$=26+4=30$

따라서 1반 전체 학생 수는 30이다. 답 ④

03 명제

교과서 유형 흐름잡기

본문 19~21쪽

유형 1 ④ 1-1 {4, 8} 1-2 9

유형 2 ④ 2-1 ⑤ 2-2 ㄱ, ㄷ

유형 3 ③ 3-1 -3 3-2 ③

유형 4 ④ 4-1 ① 4-2 ㄱ, ㄴ, ㄷ

유형 5 ② 5-1 (1) 충분 (2) 필요충분

5-2 ③

유형 6 (가) $\sqrt{ab}$ (나) $\sqrt{b}$ (다) $a=b$

6-1 (가) ab (나) $\frac{3}{4}b^2$ (다) $a=b=0$

6-2 풀이 참조

유형 1

두 조건 p, q의 진리집합을 각각 P, Q라 하면

$P=\{2, 4, 6, 8\}$, $Q=\{2, 3, 5, 7\}$

조건 'p 또는 $\sim q$'의 진리집합은 $P\cup Q^C$이고

$Q^C=\{1, 4, 6, 8\}$이므로

$P\cup Q^C=\{1, 2, 4, 6, 8\}$ 답 ④

1-1

두 조건 p, q의 진리집합을 각각 P, Q라 하면

$P=\{1, 2, 3, 6\}$, $Q=\{4, 8\}$

조건 '$\sim p$이고 q'의 진리집합은 $P^C\cap Q$이고

$P^C=\{4, 5, 7, 8, 9\}$이므로

$P^C\cap Q=\{4, 8\}$ 답 {4, 8}

1-2

조건 p에서 $P=\{0, 1, 2, 3, 4\}$

조건 q에서 $x(x-1)=0$ $\therefore x=0$ 또는 $x=1$

즉, $Q=\{0, 1\}$이므로 $Q^C=\{2, 3, 4, 5\}$

$\therefore P\cap Q^C=\{2, 3, 4\}$

따라서 구하는 모든 원소의 합은

$2+3+4=9$ 답 9

유형 2

두 조건 p, q의 진리집합을 각각 P, Q라 하자.

① p : x는 소수이다., q : x는 홀수이다.

라 하면

$P=\{2, 3, 5, 7, \cdots\}$, $Q=\{1, 3, 5, 7, \cdots\}$

$P\not\subset Q$이므로 명제 $p\longrightarrow q$는 거짓이다.

② p : n은 짝수이다., q : n은 4의 배수이다.

라 하면

$P=\{2, 4, 6, 8, \cdots\}$, $Q=\{4, 8, 12, \cdots\}$

$P\not\subset Q$이므로 명제 $p\longrightarrow q$는 거짓이다.

③ p : $x^2=1$, q : $x=1$이라 하면

$P=\{-1, 1\}$, $Q=\{1\}$

$P\not\subset Q$이므로 명제 $p\longrightarrow q$는 거짓이다.

④ p : $x=2$, q : $x^2-x-2=0$이라 하면

$x^2-x-2=0$에서 $(x+1)(x-2)=0$

$\therefore x=-1$ 또는 $x=2$

즉, $P=\{2\}$, $Q=\{-1, 2\}$

$P\subset Q$이므로 명제 $p\longrightarrow q$는 참이다.

⑤ 평행사변형 중에는 직사각형이 아닌 것도 있으므로 주어진 명제는 거짓이다.

따라서 참인 명제는 ④이다. 답 ④

2-1

두 조건 p, q의 진리집합을 각각 P, Q라 하자.

① p : x는 5의 약수이다., q : x는 소수이다.

라 하면

$P=\{1, 5\}$, $Q=\{2, 3, 5, 7, \cdots\}$

$P\not\subset Q$이므로 명제 $p\longrightarrow q$는 거짓이다.

② p : n은 3의 배수이다., q : n은 6의 배수이다.

라 하면

$P=\{3, 6, 9, 12, \cdots\}$, $Q=\{6, 12, 18, \cdots\}$

$P\not\subset Q$이므로 명제 $p\longrightarrow q$는 거짓이다.

③ p : $x^2\geq 4$, q : $x\geq 2$라 하면

$P=\{x|x\leq -2$ 또는 $x\geq 2\}$, $Q=\{x|x\geq 2\}$

$P\not\subset Q$이므로 명제 $p\longrightarrow q$는 거짓이다.

④ p : $x=1$, q : $3x-1=4$라 하면

$3x-1=4$에서 $x=\frac{5}{3}$

즉, $P=\{1\}$, $Q=\left\{\frac{5}{3}\right\}$

$P\not\subset Q$이므로 명제 $p\longrightarrow q$는 거짓이다.

⑤ 정삼각형은 모두 이등변삼각형이므로 주어진 명제는 참이다.

따라서 참인 명제는 ⑤이다. 답 ⑤

2-2

두 조건 p, q의 진리집합을 각각 P, Q라 하자.

ㄱ. $P=\{6, 12, 18, \cdots\}$, $Q=\{8, 16, 24, \cdots\}$

$P\not\subset Q$이므로 명제 $p\longrightarrow q$는 거짓이다.

ㄴ. $P\subset Q$이므로 명제 $p\longrightarrow q$는 참이다.

ㄷ. [반례] $x=0$, $y=2$이면 $x+y=2$이지만 $x<1$이다.

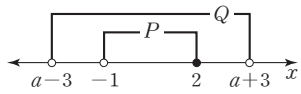
따라서 명제 $p\longrightarrow q$가 거짓인 것은 ㄱ, ㄷ이다. 답 ㄱ, ㄷ

유형 3

조건 q에서 $a-3<x<a+3$

두 조건 p, q의 진리집합을 각각 P, Q라 하면

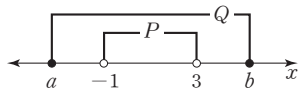
$P=\{x|-1<x\le 2\}$, $Q=\{x|a-3<x<a+3\}$
명제 $p \longrightarrow q$가 참이 되려면 $P\subset Q$이어야 하므로 두 집합 P, Q를 수직선 위에 나타내면 다음 그림과 같다.



이때 $a-3\le -1$, $2<a+3$이어야 하므로
$-1<a\le 2$
따라서 정수 a의 최댓값은 2, 최솟값은 0이므로
$M=2$, $m=0$
$\therefore M+m=2+0=2$ 답 ③

3-1

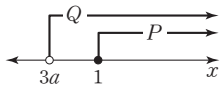
조건 p에서
$-2<2x<6$ $\therefore -1<x<3$
두 조건 p, q의 진리집합을 각각 P, Q라 하면
$P=\{x|-1<x<3\}$, $Q=\{x|a\le x\le b\}$
명제 $p \longrightarrow q$가 참이 되려면 $P\subset Q$이어야 하므로 두 집합 P, Q를 수직선 위에 나타내면 다음 그림과 같다.



$\therefore a\le -1$, $b\ge 3$
따라서 a의 최댓값은 -1, b의 최솟값은 3이므로
$M=-1$, $m=3$
$\therefore Mm=(-1)\times 3=-3$ 답 -3

3-2

$p : x\ge 1$, $q : 3x+a<4x-2a$라 하자.
조건 q에서
$-x<-3a$ $\therefore x>3a$
두 조건 p, q의 진리집합을 각각 P, Q라 하면
$P=\{x|x\ge 1\}$, $Q=\{x|x>3a\}$
명제 $p \longrightarrow q$가 참이 되려면 $P\subset Q$이어야 하므로 두 집합 P, Q를 수직선 위에 나타내면 다음 그림과 같다.



이때 $3a<1$에서 $a<\frac{1}{3}$ 답 ③

유형 4

①, ② 두 명제 $p \longrightarrow q$, $q \longrightarrow \sim r$가 모두 참이므로
$p \longrightarrow \sim r$가 참이고, 그 대우인 $r \longrightarrow \sim p$도 참이다.
③, ⑤ 두 명제 $p \longrightarrow q$, $q \longrightarrow \sim r$가 모두 참이므로 각각의 대우인 $\sim q \longrightarrow \sim p$, $r \longrightarrow \sim q$가 모두 참이다.
따라서 반드시 참이라고 할 수 없는 명제는 ④이다. 답 ④

4-1

③, ④ 두 명제 $p \longrightarrow \sim q$, $\sim r \longrightarrow q$가 모두 참이므로 각각의 대우인 $q \longrightarrow \sim p$, $\sim q \longrightarrow r$가 모두 참이다.
②, ⑤ 두 명제 $p \longrightarrow \sim q$, $\sim q \longrightarrow r$가 모두 참이므로
$p \longrightarrow r$가 참이고, 그 대우인 $\sim r \longrightarrow \sim p$가 참이다.
따라서 반드시 참이라고 할 수 없는 명제는 ①이다. 답 ①

4-2

$P\subset R$, $R\subset Q$이므로 두 명제 $p \longrightarrow r$, $r \longrightarrow q$가 참이다.
ㄱ, ㄴ, ㄷ. 두 명제 $p \longrightarrow r$, $r \longrightarrow q$가 모두 참이므로
$p \longrightarrow q$가 참이고, 그 대우인 $\sim q \longrightarrow \sim p$도 참이다.
따라서 참인 명제는 ㄱ, ㄴ, ㄷ이다. 답 ㄱ, ㄴ, ㄷ

유형 5

$|x|+|y|=0 \iff x=0$, $y=0$
$x=0$, $y=0 \Longrightarrow x=0$ 또는 $y=0$
따라서 $|x|+|y|=0$은 $x=0$ 또는 $y=0$이기 위한 충분 조건이다.
$A\cap B=A \iff A\subset B$
$A=B \Longrightarrow A\subset B$
따라서 $A\cap B=A$는 $A=B$이기 위한 필요 조건이다.
답 ②

5-1

(1) $x^2+y^2=0 \iff x=0$, $y=0$
$xy=0 \iff x=0$ 또는 $y=0$
$x=0$, $y=0 \Longrightarrow x=0$ 또는 $y=0$
따라서 $x^2+y^2=0$은 $xy=0$이기 위한 충분 조건이다.
(2) $A-B=\varnothing \iff A\subset B$
따라서 $A\subset B$는 $A-B=\varnothing$이기 위한 필요충분 조건이다.
답 (1) 충분 (2) 필요충분

5-2

① $q : x^2=4$에서 $x=-2$ 또는 $x=2$
즉, $p \Longrightarrow q$, $q \not\Longrightarrow p$이므로 p는 q이기 위한 충분조건이다.
② $q : |x|<1$에서 $-1<x<1$
즉, $p \Longrightarrow q$, $q \not\Longrightarrow p$이므로 p는 q이기 위한 충분조건이다.
③ $p : x^2>0$에서 $x<0$ 또는 $x>0$
즉, $p \not\Longrightarrow q$, $q \Longrightarrow p$이므로 p는 q이기 위한 필요조건이다.
④ $x=y$의 양변에 z를 더하면 $x+z=y+z$
즉, $p \iff q$이므로 p는 q이기 위한 필요충분조건이다.
⑤ $q : (x-y)(y-z)=0$에서 $x=y$ 또는 $y=z$
즉, $p \Longrightarrow q$, $q \not\Longrightarrow p$이므로 p는 q이기 위한 충분조건이다.
따라서 p가 q이기 위한 필요조건이지만 충분조건은 아닌 것은 ③이다. 답 ③

유형 6

$a>0$, $b>0$이므로

$$\frac{a+b}{2}-\boxed{\sqrt{ab}}=\frac{a-2\sqrt{ab}+b}{2}$$
$$=\frac{(\sqrt{a})^2-2\sqrt{a}\sqrt{b}+(\boxed{\sqrt{b}})^2}{2}$$
$$=\frac{(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2}{2}\geq 0$$

따라서 $\frac{a+b}{2}-\sqrt{ab}\geq 0$이므로 $\frac{a+b}{2}\geq\sqrt{ab}$이다.

(단, 등호는 $\sqrt{a}=\sqrt{b}$, 즉 $\boxed{a=b}$일 때 성립)

답 (가) $\sqrt{ab}$ (나) $\sqrt{b}$ (다) $a=b$

6-1

$$a^2+b^2+\boxed{ab}=a^2+ab+\frac{1}{4}b^2+\frac{3}{4}b^2$$
$$=\left(a+\frac{1}{2}b\right)^2+\boxed{\frac{3}{4}b^2}$$

a, b가 실수이므로 $\left(a+\frac{1}{2}b\right)^2\geq 0$, $\frac{3}{4}b^2\geq 0$

따라서 $\left(a+\frac{1}{2}b\right)^2+\frac{3}{4}b^2\geq 0$이므로

$a^2+b^2+ab\geq 0$

$\therefore a^2+b^2\geq -ab$ (단, 등호는 $\boxed{a=b=0}$일 때 성립)

답 (가) ab (나) $\frac{3}{4}b^2$ (다) $a=b=0$

6-2

$a>0$, $b>0$이므로

$(\sqrt{a}+\sqrt{b})^2-(\sqrt{a+b})^2=a+b+2\sqrt{a}\sqrt{b}-(a+b)$
$=2\sqrt{a}\sqrt{b}>0$

$\therefore (\sqrt{a}+\sqrt{b})^2>(\sqrt{a+b})^2$

이때 $\sqrt{a}+\sqrt{b}>0$, $\sqrt{a+b}>0$이므로

$\sqrt{a}+\sqrt{b}>\sqrt{a+b}$

답 풀이 참조

교과서 문제 정복하기

› 본문 22~23쪽

01 ② 02 ⑤ 03 6 04 ⑤ 05 ⑤
06 ①, ③ 07 ⑤ 08 ① 09 A, C
10 (가) 유리수 (나) $2m^2$ (다) 2 11 ② 12 ④
13 4 14 4

01

ㄱ. 거짓인 명제이다.

ㄴ, ㄷ. 명제가 아니다.

ㄹ. 참인 명제이다.

따라서 명제인 것은 ㄱ, ㄹ이다. 답 ②

02

탑승 조건인 '키 120 cm 이상 또는 8세 이상'의 부정은

'키 120 cm 미만이고 8세 미만'이다. 답 ⑤

03

조건 q에서

$(x-1)(x-5)=0$ $\therefore x=1$ 또는 $x=5$

두 조건 p, q의 진리집합을 각각 P, Q라 하면

$P=\{1, 2, 3, 4, 5\}$, $Q=\{1, 5\}$

이때 조건 'p이고 q'의 진리집합은

$P\cap Q=\{1, 5\}$

따라서 구하는 모든 원소의 합은

$1+5=6$ 답 6

04

① 2와 5의 공배수는 10의 배수이다.

② (짝수)+(짝수)=(짝수)이므로 두 짝수의 합은 짝수이다.

③ 소수 a에 대하여 a^2의 약수는 1, a, a^2의 3개이다.

④ $x=1$이면 $1^2+2-3=0$이므로 $x^2+2x-3=0$이다.

⑤ [반례] $x=-1$, $y=-2$이면 $xy=2>0$이지만

$x+y=-3<0$이다.

따라서 거짓인 명제는 ⑤이다. 답 ⑤

05

명제 $p\longrightarrow q$가 참이므로

① $P\subset Q$

② $P\cap Q=P$

③ $P\cup Q=Q$

④ $P^C\cap Q=Q-P\neq\varnothing$

따라서 항상 옳은 것은 ⑤이다. 답 ⑤

06

$U=\{1, 2, 3, 4\}$

① $2x\leq 10$에서 $x\leq 5$

모든 x에 대하여 $x\leq 5$이므로 참이다.

② $x-1>3$에서 $x>4$

$x>4$를 만족시키는 x의 값은 없으므로 거짓이다.

③ $x^2<25$에서 $-5<x<5$

모든 x에 대하여 $-5<x<5$이므로 참이다.

④ $|x|>x$에서 $x<0$

$x<0$을 만족시키는 x의 값은 없으므로 거짓이다.

⑤ $x=1$이면 $1<x<5$를 만족시키지 않으므로 거짓이다.

따라서 참인 명제는 ①, ③이다. 답 ①, ③

07

① 역 : $\overline{AB}=\overline{AC}$이면 삼각형 ABC가 정삼각형이다.
⇨ 거짓
대우 : $\overline{AB}\neq\overline{AC}$이면 삼각형 ABC가 정삼각형이 아니다.
⇨ 주어진 명제가 참이므로 그 대우도 참이다.

② 역 : 두 직사각형이 합동이면 두 직사각형의 넓이가 같다.
⇨ 참
대우 : 두 직사각형이 합동이 아니면 두 직사각형의 넓이는 같지 않다.
⇨ 주어진 명제가 거짓이므로 그 대우도 거짓이다.

③ 역 : 두 실수 x, y에 대하여 $x>0$이고 $y>0$이면 $xy>0$이다.
⇨ 참
대우 : 두 실수 x, y에 대하여 $x\le0$ 또는 $y\le0$이면 $xy\le0$이다.
⇨ [반례] $x=-2$, $y=-1$이면 $x\le0$ 또는 $y\le0$이지만 $xy=2>0$이다.

④ 역 : 두 삼각형 ABC와 DEF가 서로 닮음이면 두 삼각형 ABC와 DEF가 서로 합동이다.
⇨ 거짓
대우 : 두 삼각형 ABC와 DEF가 서로 닮음이 아니면 두 삼각형 ABC와 DEF는 서로 합동이 아니다.
⇨ 주어진 명제가 참이므로 그 대우도 참이다.

⑤ 역 : 두 집합 A, B에 대하여 $A\cup B=B$이면 $A\subset B$이다.
⇨ 참
대우 : 두 집합 A, B에 대하여 $A\cup B\neq B$이면 $A\not\subset B$이다.
⇨ 주어진 명제가 참이므로 그 대우도 참이다.

따라서 명제 중 그 역과 대우가 모두 참인 것은 ⑤이다.

답 ⑤

08

명제 $p\longrightarrow q$가 참이므로 그 대우 $\sim q\longrightarrow\sim p$도 참이다.
즉, 명제 '$x-1=0$이면 $x^2+ax+2=0$이다.'가 참이다.
따라서 $x=1$을 $x^2+ax+2=0$에 대입하면
$1+a+2=0$
$\therefore a=-3$

답 ①

09

명제 '홀수가 적힌 카드의 뒷면에는 토끼 그림이 있다.'가 참인지 확인해야 하므로 홀수가 적힌 카드 C의 뒷면을 확인할 필요가 있다.
또, 주어진 명제의 대우인 '호랑이 그림이 있는 카드의 뒷면에는 짝수가 적혀 있다.'가 참인지 확인해야 하므로 호랑이 그림이 있는 카드 A의 뒷면을 확인할 필요가 있다.
따라서 반드시 뒷면을 확인할 필요가 있는 카드는 A, C이다.

답 A, C

10

$\sqrt{2}$를 유리수라 하면
$\sqrt{2}=\frac{n}{m}$ (m, n은 서로소인 자연수)
으로 나타낼 수 있다. 양변을 제곱하여 정리하면
$n^2=2m^2$ …… ㉠
이때 n^2은 2의 배수이므로 n도 2의 배수이다.
$n=2k$ (k는 자연수)로 놓고 ㉠에 대입하여 정리하면
$m^2=2k^2$
여기서 m^2이 2의 배수이므로 m도 2의 배수이다.
따라서 m, n이 모두 2의 배수가 되어 m, n이 서로소라는 가정에 모순이므로 $\sqrt{2}$는 무리수이다.

답 (가) 유리수 (나) $2m^2$ (다) 2

11

① $p : xy\neq0\Longleftrightarrow q : x\neq0$이고 $y\neq0$
즉, p는 q이기 위한 필요충분조건이다.

② $p : x^2+y^2=0\Longleftrightarrow x=0$이고 $y=0$
$q : xy=0\Longleftrightarrow x=0$ 또는 $y=0$
즉, $p\Longrightarrow q$, $q\not\Longrightarrow p$이므로 p는 q이기 위한 충분조건이다.

③ $p\not\Longrightarrow q$, $q\Longrightarrow p$이므로 p는 q이기 위한 필요조건이다.

④ $p : x^2=y^2$에서 $x=-y$ 또는 $x=y$
즉, $p\not\Longrightarrow q$, $q\Longrightarrow p$이므로 p는 q이기 위한 필요조건이다.

⑤ $p : xy=|xy|$에서 $xy\ge0$
즉, $p\not\Longrightarrow q$, $q\Longrightarrow p$이므로 p는 q이기 위한 필요조건이다.

따라서 p가 q이기 위한 충분조건이지만 필요조건은 아닌 것은 ②이다.

답 ②

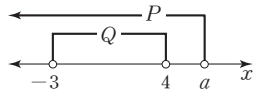
12

r는 p이기 위한 충분조건이므로 $r\Longrightarrow p$
$\sim q$는 p이기 위한 필요조건이므로 $p\Longrightarrow\sim q$
ㄴ. $r\Longrightarrow p$이므로 $\sim p\Longrightarrow\sim r$
ㄹ. $r\Longrightarrow p$, $p\Longrightarrow\sim q$이므로 $r\Longrightarrow\sim q$
따라서 참인 명제는 ㄴ, ㄹ이다.

답 ④

13

조건 p, q의 진리집합을 각각 P, Q라 하면
$P=\{x|x<a\}$, $Q=\{x|-3<x<4\}$
p가 q이기 위한 필요조건이 되려면 $Q\subset P$이어야 하므로 두 집합 P, Q를 수직선 위에 나타내면 다음 그림과 같다.



$\therefore a\ge4$
따라서 a의 최솟값은 4이다.

답 4

14

$a>2$에서 $a-2>0$이므로 산술평균과 기하평균의 관계에 의하여

$$a+\frac{1}{a-2}=a-2+\frac{1}{a-2}+2$$
$$\geq 2\sqrt{(a-2)\times\frac{1}{a-2}}+2=2+2=4$$

$\left(\text{단, 등호는 } a-2=\frac{1}{a-2}, \text{ 즉 } a=3\text{일 때 성립}\right)$

따라서 $a+\frac{1}{a-2}$의 최솟값은 4이다. 답 4

대단원 마무리하기 › 본문 24~25쪽

01 ②	02 ④	03 4	04 ①	05 ②
06 ⑤	07 4	08 ②	09 26	10 ②
11 −1	12 ③	13 ②	14 ①	15 ③

01

② 2에 가깝다는 기준이 명확하지 않으므로 집합이 아니다. 답 ②

02

$x^2-7x+6=0$에서

$(x-1)(x-6)=0$ $\therefore x=1$ 또는 $x=6$

$\therefore A=\{1, 6\}$

$x^4-5x^2+4=0$에서

$(x^2-1)(x^2-4)=0$ $\therefore x=\pm1$ 또는 $x=\pm2$

$\therefore B=\{-2, -1, 1, 2\}$

$x^2<0$을 만족시키는 실수 x는 존재하지 않으므로

$C=\varnothing$

① $6\in A$ ② $3\notin A$ ③ $-2\in B$ ⑤ $0\notin C$

따라서 옳은 것은 ④이다. 답 ④

03

ㄱ. $\varnothing$은 집합 A의 원소이므로 $\varnothing\in A$

ㄴ. 공집합은 모든 집합의 부분집합이므로 $\varnothing\subset A$

ㄷ, ㄹ. $\{\varnothing\}$은 집합 A의 원소이므로 $\{\varnothing\}\in A$, $\{\{\varnothing\}\}\subset A$

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ, ㄹ의 4개이다. 답 4

04

$A-B^C=A\cap(B^C)^C=A\cap B=\{2\}$ 답 ①

05

$A-B=\{6\}$이므로 2, 4, $a+2b$는 집합 B의 원소이다.

이때 $B=\{2, 5, a+b\}$이므로

$a+2b=5$, $a+b=4$

두 식을 연립하여 풀면

$a=3$, $b=1$ $\therefore ab=3$ 답 3

06

⑤ $A-B=A\cap B^C$, $A^C\cap B=B\cap A^C=B-A$

$A-B\neq B-A$이므로 $A-B\neq A^C\cap B$

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다. 답 ⑤

07

$A\cap X=X$이므로 $X\subset A$

$(A\cap B)\cup X=X$이므로 $(A\cap B)\subset X$

$\therefore (A\cap B)\subset X\subset A$

이때 $A\cap B=\{5, 7, 9\}$이므로 집합 X는 집합 $\{1, 3, 5, 7, 9\}$의 부분집합 중에서 5, 7, 9를 반드시 원소로 갖는 부분집합이다.

따라서 집합 X의 개수는

$2^{5-3}=2^2=4$ 답 4

08

$$A\cap\{(A^C\cap B)\cup A\}=A\cap\{(A^C\cup A)\cap(B\cup A)\}$$
$$=A\cap\{U\cap(B\cup A)\}$$
$$=A\cap(B\cup A)$$
$$=A$$

답 ②

09

두 집합 A, B가 서로소이므로 $n(A\cap B)=0$

$\therefore n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)$

$=17+9-0=26$ 답 26

10

학생 전체의 집합을 U, CD 플레이어를 갖고 있는 학생의 집합을 A, MP3 플레이어를 갖고 있는 학생의 집합을 B라 하면

$n(U)=100$, $n(A)=60$, $n(B)=65$

CD 플레이어와 MP3 플레이어를 모두 갖고 있는 학생의 집합은 $A\cap B$

(i) $n(A\cap B)=k$의 값이 최대가 되는 것은 $A\subset B$, 즉 $A\cap B=A$일 때이므로 k의 최댓값은

$n(A)=60$

(ii) $n(A\cap B)=k$의 값이 최소가 되는 것은 $A\cup B=U$일 때이므로 $n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)$에서

$100=60+65-n(A\cap B)$

$\therefore n(A\cap B)=25$

즉, k의 최솟값은 25이다.

(i), (ii)에서 k의 최댓값과 최솟값의 합은

$60+25=85$ 답 ②

11

ㄱ, ㄹ, ㅂ. x의 값에 따라 참이 되기도 하고 거짓이 되기도 하므로 조건이다.

ㄴ. $x^2+2x+1=(x+1)^2\geq 0$은 x의 값에 관계없이 항상 성립하므로 참인 명제이다.

ㄷ. 명제가 아니다.

ㅁ. 거짓인 명제이다.

따라서 명제인 것은 ㄴ, ㅁ이므로 $a=2$, 조건인 것은 ㄱ, ㄹ, ㅂ이므로 $b=3$

$\therefore a-b=2-3=-1$ 답 -1

12

$|a|+|b|=0$에서 $a=0$이고 $b=0$

따라서 조건 '$|a|+|b|=0$'의 부정은 조건 '$a=0$이고 $b=0$'의 부정과 같으므로 '$a\neq 0$ 또는 $b\neq 0$'이다. 답 ③

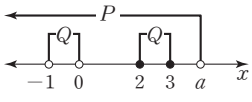
13

두 조건 p, q의 진리집합을 각각 P, Q라 하면

$P=\{x|x<a\}$

$Q=\{x|-1<x<0 \text{ 또는 } 2\leq x\leq 3\}$

명제 $p\longrightarrow q$의 역, 즉 $q\longrightarrow p$가 참이 되려면 $Q\subset P$이어야 하므로 두 집합 P, Q를 수직선 위에 나타내면 다음 그림과 같다.



$\therefore a>3$

따라서 정수 a의 최솟값은 4이다. 답 ②

14

두 집합 A, B가 서로소

$\Longleftrightarrow A\cap B=\varnothing$

$\Longleftrightarrow A\subset B^C$, $B\subset A^C$

$\Longleftrightarrow A-B=A$, $B-A=B$

$\Longleftrightarrow A-B^C=\varnothing$, $B-A^C=\varnothing$

따라서 두 집합 A, B가 서로소이기 위한 필요충분조건이 아닌 것은 ①이다. 답 ①

15

$a>b$이면 $\boxed{a-b}>0$ …… ㉠

$a>0$, $b>0$이므로 $\boxed{a+b}>0$ …… ㉡

㉠, ㉡에 의하여

$a^2-b^2=(a-b)(a+b)>0$

이므로 $a^2>b^2$이다.

따라서 $A=a-b$, $B=a+b$이므로

$A+B=(a-b)+(a+b)=2a$ 답 ③

Ⅱ. 함수

되짚어 보기

› 본문 26쪽

01 (1) $y=5x$ (2) $y=\frac{13}{x}$

02 (1) $2x^2-3x$ (2) x^2-3x (3) $3x-9$ (4) 2

03 (1) 5 (2) 0

04 (1) $\sqrt{5}+\sqrt{3}$ (2) $2\sqrt{2}$

05 (1) $x-3y+8=0$ (2) $y=2x^2+4x+4$

04 함수

교과서 유형 흐름잡기

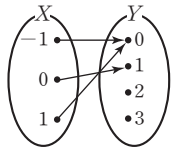
› 본문 29~31쪽

유형 1	③	1-1 ㄱ, ㄷ	1-2 ㄱ, ㄴ
유형 2	②	2-1 1	2-2 17
유형 3	⑤	3-1 3	3-2 ④
유형 4	⑤	4-1 ①	4-2 12
유형 5	①	5-1 −9	5-2 ②
유형 6	④	6-1 1	6-2 ①

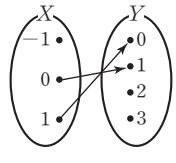
유형 1

〈보기〉의 각 대응을 그림으로 나타내면 다음과 같다.

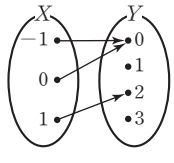
ㄱ.



ㄴ.



ㄷ.

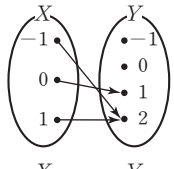


따라서 함수인 것은 ㄱ, ㄷ이다. 답 ③

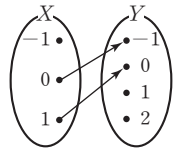
1-1

〈보기〉의 각 대응을 그림으로 나타내면 다음과 같다.

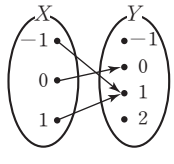
ㄱ.



ㄴ.



ㄷ.



따라서 함수인 것은 ㄱ, ㄷ이다. 답 ㄱ, ㄷ

1-2

ㄱ, ㄴ. 실수 a에 대하여 직선 $x=a$가 그래프와 오직 한 점에서 만나므로 함수의 그래프이다.

ㄷ. 실수 a에 대하여 직선 $x=a$가 그래프와 만나지 않거나 무수히 많은 점에서 만나므로 함수의 그래프가 아니다.

따라서 함수의 그래프인 것은 ㄱ, ㄴ이다. 답 ㄱ, ㄴ

유형 2

$f(-1)=g(-1)$에서 $-6=-a+b$ …… ㉠

$f(2)=g(2)$에서 $0=2a+b$ …… ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=2$, $b=-4$

$\therefore a+b=-2$ 답 ②

2-1

$f(-1)=g(-1)$에서 $-a+b=0$ …… ㉠

$f(1)=g(1)$에서 $a+b=2$ …… ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=1$, $b=1$

$\therefore ab=1$ 답 1

2-2

집합 $X=\{x|x^2-5x+4=0\}$에서

$x^2-5x+4=0$, $(x-1)(x-4)=0$

$\therefore x=1$ 또는 $x=4$

즉, 정의역은 $X=\{1, 4\}$이므로

$f(1)=g(1)$에서 $1+a=6+b$ …… ㉠

$f(4)=g(4)$에서 $16+4a=24+b$ …… ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=1$, $b=-4$

$\therefore a^2+b^2=17$ 답 17

유형 3

$a>0$이므로 함수 f가 일대일대응이면

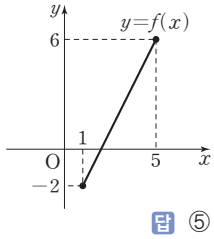
$f(1)=-2$, $f(5)=6$

즉, $a+b=-2$, $5a+b=6$이므로

두 식을 연립하여 풀면

$a=2$, $b=-4$

$\therefore a-b=6$ 답 ⑤



3-1

$a<0$이므로 함수 f가 일대일대응이면

$f(-3)=7$, $f(4)=0$

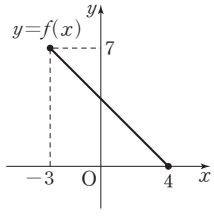
즉, $-3a+b=7$, $4a+b=0$이므로

두 식을 연립하여 풀면

$a=-1$, $b=4$

따라서 $f(x)=-x+4$이므로

$f(1)=-1+4=3$ 답 3



3-2

$f(x)=x^2-2x+a$

$=(x-1)^2+a-1$

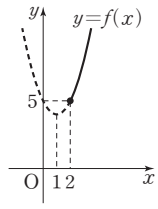
이므로 $x\geq 2$일 때 x의 값이 증가하면

$f(x)$의 값도 증가한다.

따라서 함수 f가 일대일대응이 되려면

$f(2)=5$이어야 하므로

$4-4+a=5$ $\therefore a=5$ 답 ④



유형 4

$(g\circ f)(x)=g(f(x))$

$=-(ax+b)+1$

$=-ax-b+1$

이때 $(g\circ f)(x)=2x+3$이므로

$-a=2$, $-b+1=3$

$\therefore a=-2$, $b=-2$

$\therefore ab=4$ 답 ⑤

4-1

$(g\circ f)(x)=g(f(x))$

$=2(ax+b)+3$

$=2ax+2b+3$

이때 $(g\circ f)(x)=-4x+5$이므로

$2a=-4$, $2b+3=5$

$\therefore a=-2$, $b=1$

$\therefore a-b=-3$ 답 ①

4-2

$(f\circ f)(x)=f(f(x))$

$=a(ax+b)+b$

$=a^2x+ab+b$

이때 $(f\circ f)(x)=x+4$이므로

$a^2x+ab+b=x+4$에서

$a^2=1$, $ab+b=4$

$a>0$이므로 $a=1$, $b=2$

따라서 $f(x)=x+2$이므로

$f(10)=10+2=12$ 답 12

유형 5

$f^{-1}(3)=-1$에서 $f(-1)=3$

즉, $f(-1)=3$, $f(1)=2$이므로

$-a+b=3$, $a+b=2$

두 식을 연립하여 풀면 $a=-\frac{1}{2}$, $b=\frac{5}{2}$

따라서 $f(x)=-\frac{1}{2}x+\frac{5}{2}$이므로

$f(3)=1$ 답 ①

5-1

$f^{-1}(-1)=1$에서 $f(1)=-1$

즉, $f(1)=-1$, $f(2)=-6$이므로

$a+b=-1$, $2a+b=-6$

두 식을 연립하여 풀면 $a=-5$, $b=4$

$\therefore a-b=-9$ 답 -9

5-2

$g(11)=a$라 하면 $f^{-1}=g$이므로

$f^{-1}(11)=a$, 즉 $f(a)=11$

$a^2+2=11$, $a^2=9$

$a\geq 0$이므로 $a=3$ $\therefore g(11)=3$

$g^{-1}(1)=(f^{-1})^{-1}(1)=f(1)=3$

$\therefore g(11)+g^{-1}(1)=6$ 답 ②

유형 6

$$(f\circ(g\circ f)^{-1}\circ f)(-2)=(f\circ f^{-1}\circ g^{-1}\circ f)(-2)$$
$$=(g^{-1}\circ f)(-2)$$
$$=g^{-1}(f(-2))$$
$$=g^{-1}(-1)$$

$g^{-1}(-1)=k$라 하면 $g(k)=-1$

즉, $3k-4=-1$이므로 $k=1$

$\therefore (f\circ(g\circ f)^{-1}\circ f)(-2)=g^{-1}(-1)=1$ 답 ④

6-1

$$(g\circ(f\circ g)^{-1}\circ g)(3)=(g\circ g^{-1}\circ f^{-1}\circ g)(3)$$
$$=(f^{-1}\circ g)(3)$$
$$=f^{-1}(g(3))$$
$$=f^{-1}(7)$$

$f^{-1}(7)=k$라 하면

$f(k)=7$

즉, $3k+4=7$이므로 $k=1$

$\therefore (g\circ(f\circ g)^{-1}\circ g)(3)=f^{-1}(7)=1$ 답 1

6-2

$$(g\circ f^{-1})^{-1}(a)=(f\circ g^{-1})(a)$$
$$=f(g^{-1}(a))$$

$g^{-1}(a)=k$라 하면

$f(g^{-1}(a))=f(k)=2$

즉, $-k-1=2$이므로 $k=-3$

따라서 $g^{-1}(a)=-3$이므로

$g(-3)=a$

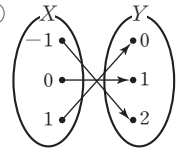
$\therefore a=-5$ 답 ①

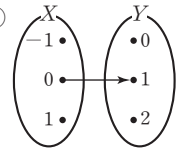
교과서 문제 정복하기

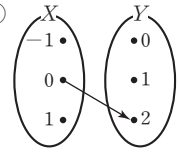
본문 32~33쪽

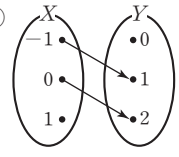
01 ① 02 -4 03 3 04 ② 05 ④
06 ② 07 9 08 $\sqrt{3}$ 09 ①
10 10 % 할인 11 ④ 12 $y=\frac{9}{5}x+32$
13 ⑤ 14 -1

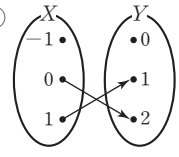
01

① 

② 

③ 

④ 

⑤ 

따라서 함수인 것은 ①이다. 답 ①

02

$\sqrt{5}-4=\sqrt{5}-\sqrt{16}<0$이므로

$f(\sqrt{5}-4)=3(\sqrt{5}-4)=3\sqrt{5}-12$

$7-3\sqrt{5}=\sqrt{49}-\sqrt{45}>0$이므로

$f(7-3\sqrt{5})=7-3\sqrt{5}+1=8-3\sqrt{5}$

$\therefore f(\sqrt{5}-4)+f(7-3\sqrt{5})=3\sqrt{5}-12+(8-3\sqrt{5})$
$=-4$ 답 -4

03

$x=1, 2, 3, \cdots$일 때

$f(1)=1, f(2)=2, f(3)=0, f(4)=1, f(5)=2, f(6)=0, \cdots$

이므로 $f(x)$의 값은 1, 2, 0의 세 수가 반복된다.

따라서 함수 $f(x)$의 치역은 $\{0, 1, 2\}$이므로 모든 원소의 합은

$0+1+2=3$ 답 3

04

$f(-1)=g(-1)$, $f(0)=g(0)$, $f(1)=g(1)$에서

$-1+a=-a+b$, $a=b$, $1+a=a+b$

세 식을 연립하여 풀면 $a=1$, $b=1$

$\therefore a^2+b^2=2$ 답 ②

05

① $f(x)=-x^2$이라 하면 $f(-1)=f(1)=-1$이므로 일대일 대응이 아니다.

② $f(x)=-|x|$라 하면 $f(-1)=f(1)=-1$이므로 일대일 대응이 아니다.

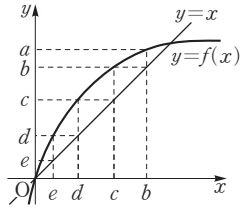
③ 모든 x의 값에 대한 함숫값이 3이므로 일대일대응이 아니다.
④ 치역이 모든 실수이므로 치역과 공역이 같다.
또 $f(x)=-2x-1$이라 하면 임의의 실수 x_1, x_2에 대하여 $x_1 \neq x_2$일 때 $f(x_1) \neq f(x_2)$이므로 일대일대응이다.
⑤ $f(x)=2x^2+1$이라 하면 $f(-1)=f(1)=3$이므로 일대일대응이 아니다.
따라서 일대일대응인 것은 ④이다. 답 ④

06
일대일대응의 그래프는 ㄷ, ㄹ의 2개이므로
$a=2$
상수함수의 그래프는 ㄴ의 1개이므로
$b=1$
$\therefore ab=2$ 답 ②

07
f가 항등함수이므로 $f(4)=4$
g가 상수함수이므로 $g(4)=g(1)=5$
$\therefore f(4)+g(4)=9$ 답 9

08
$(g \circ f)(\pi)=g(f(\pi))=g(\sqrt{2})=\sqrt{3}$ 답 $\sqrt{3}$

09
오른쪽 그림에서
$(f \circ f)(c)=f(f(c))$
$=f(b)$
$=a$



답 ①

10
$(g \circ f)(x)=g(f(x))=0.9(x-5000)=0.9x-4500$
$(f \circ g)(x)=f(g(x))=0.9x-5000$
이때 $(g \circ f)(10000)=4500$, $(f \circ g)(10000)=4000$이므로 함수 g를 먼저 적용한 금액이 더 적다.
따라서 10 % 할인을 먼저 적용하는 것이 유리하다.
답 10 % 할인

11
$f(2)=5$이므로 $2a-1=5$ $\therefore a=3$
$\therefore f(x)=3x-1$
$f^{-1}(2)=k$라 하면 $f(k)=2$이므로
$3k-1=2$ $\therefore k=1$
$\therefore f^{-1}(2)=1$ 답 ④

12
$y=\frac{5}{9}(x-32)$에서 x를 y에 대한 식으로 나타내면
$\frac{9}{5}y=x-32$ $\therefore x=\frac{9}{5}y+32$
x와 y를 서로 바꾸면
$y=\frac{9}{5}x+32$ 답 $y=\frac{9}{5}x+32$

13
$f(x)=ax+b$ $(a \neq 0)$는 일대일대응이므로 역함수가 존재한다.
또 $y=f(x)$의 그래프와 $y=g(x)$의 그래프가 직선 $y=x$에 대하여 대칭이므로
$g=f^{-1}$
$f(2)=4$이므로 $2a+b=4$ …… ㉠
$g(3)=1$, 즉 $f(1)=3$이므로 $a+b=3$ …… ㉡
㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=1$, $b=2$
따라서 $f(x)=x+2$이므로
$f(3)=3+2=5$ 답 ⑤

14
$(g \circ (f \circ g)^{-1})(-4)=(g \circ g^{-1} \circ f^{-1})(-4)$
$=f^{-1}(-4)$
$f^{-1}(-4)=k$라 하면 $f(k)=-4$이므로
$3k-1=-4$ $\therefore k=-1$
$\therefore (g \circ (f \circ g)^{-1})(-4)=f^{-1}(-4)=-1$ 답 -1

05 유리함수

교과서 유형 흐름잡기

› 본문 35~37쪽

유형 1 ⑤	1-1 14	1-2 −4
유형 2 ⑤	2-1 0	2-2 6
유형 3 ②	3-1 ③	3-2 ㄱ, ㄴ, ㄹ
유형 4 ①	4-1 4	4-2 8
유형 5 ①	5-1 ①	5-2 ④
유형 6 ②	6-1 ⑤	6-2 ②

유형 1

주어진 식의 좌변의 분모를 통분하여 정리하면

$$\frac{a}{x-1}+\frac{b}{x+2}=\frac{a(x+2)+b(x-1)}{(x-1)(x+2)}$$
$$=\frac{(a+b)x+2a-b}{(x-1)(x+2)}$$

즉, $\frac{(a+b)x+2a-b}{(x-1)(x+2)}=\frac{x+8}{(x-1)(x+2)}$이 x에 대한 항등식이므로

$a+b=1$, $2a-b=8$

두 식을 연립하여 풀면 $a=3$, $b=-2$

$\therefore a-b=5$ 답 ⑤

1-1

주어진 식의 좌변의 분모를 통분하여 정리하면

$$\frac{a}{x+3}-\frac{b}{x-3}=\frac{a(x-3)-b(x+3)}{(x+3)(x-3)}$$
$$=\frac{(a-b)x-3(a+b)}{x^2-9}$$

즉, $\frac{(a-b)x-3(a+b)}{x^2-9}=\frac{x-27}{x^2-9}$이 x에 대한 항등식이므로

$a-b=1$, $-3(a+b)=-27$

에서 $a-b=1$, $a+b=9$

두 식을 연립하여 풀면 $a=5$, $b=4$

$\therefore 2a+b=14$ 답 14

1-2

주어진 식의 우변의 분모를 통분하여 정리하면

$$\frac{a}{x-1}+\frac{-2x+b}{x^2+x+1}=\frac{a(x^2+x+1)+(x-1)(-2x+b)}{(x-1)(x^2+x+1)}$$
$$=\frac{(a-2)x^2+(a+b+2)x+a-b}{x^3-1}$$

즉, $\frac{2x+4}{x^3-1}=\frac{(a-2)x^2+(a+b+2)x+a-b}{x^3-1}$가 x에 대한 항등식이므로

$a-2=0$, $a+b+2=2$, $a-b=4$

세 식을 연립하여 풀면 $a=2$, $b=-2$

$\therefore ab=-4$ 답 −4

유형 2

$$\frac{1}{x(x+1)}+\frac{1}{(x+1)(x+2)}+\frac{1}{(x+2)(x+3)}$$
$$=\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{x+1}\right)+\left(\frac{1}{x+1}-\frac{1}{x+2}\right)+\left(\frac{1}{x+2}-\frac{1}{x+3}\right)$$
$$=\frac{1}{x}-\frac{1}{x+3}=\frac{3}{x(x+3)}$$ 답 ⑤

2-1

$$\frac{1}{x(x+1)}+\frac{2}{(x+1)(x+3)}-\frac{3}{x(x+3)}$$
$$=\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{x+1}\right)+2\times\frac{1}{2}\left(\frac{1}{x+1}-\frac{1}{x+3}\right)$$
$$-3\times\frac{1}{3}\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{x+3}\right)$$
$$=\frac{1}{x}-\frac{1}{x+1}+\frac{1}{x+1}-\frac{1}{x+3}-\frac{1}{x}+\frac{1}{x+3}$$
$$=0$$ 답 0

2-2

주어진 식의 좌변을 간단히 하면

$$\frac{2}{x(x+2)}+\frac{2}{(x+2)(x+4)}+\frac{2}{(x+4)(x+6)}$$
$$=2\times\frac{1}{2}\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{x+2}\right)+2\times\frac{1}{2}\left(\frac{1}{x+2}-\frac{1}{x+4}\right)$$
$$+2\times\frac{1}{2}\left(\frac{1}{x+4}-\frac{1}{x+6}\right)$$
$$=\frac{1}{x}-\frac{1}{x+2}+\frac{1}{x+2}-\frac{1}{x+4}+\frac{1}{x+4}-\frac{1}{x+6}$$
$$=\frac{1}{x}-\frac{1}{x+6}=\frac{6}{x(x+6)}$$

즉, $\frac{6}{x(x+6)}=\frac{k}{x(x+6)}$가 x에 대한 항등식이므로

$k=6$ 답 6

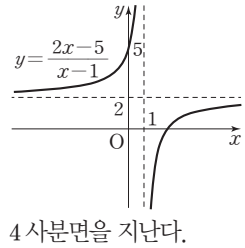
유형 3

$$y=\frac{2x-5}{x-1}=\frac{2(x-1)-3}{x-1}=-\frac{3}{x-1}+2$$

① $x-1\neq0$에서 $x\neq1$

즉, 주어진 함수의 정의역은 $\{x|x\neq1$인 실수$\}$이다.

②, ③ $y=\frac{2x-5}{x-1}$의 그래프는 $y=-\frac{3}{x}$의 그래프를 x축의 방향으로 1만큼, y축의 방향으로 2만큼 평행이동한 것이므로 오른쪽 그림과 같다. 이때 그래프는 제1, 2, 4사분면을 지난다.



④ 그래프의 점근선의 방정식은 $x=1$, $y=2$이다.

⑤ $y=\frac{2x-5}{x-1}$에 $x=0$을 대입하면 $y=5$이므로 그래프와 y축의 교점의 좌표는 $(0, 5)$이다.

따라서 옳지 않은 것은 ②이다. 답 ②

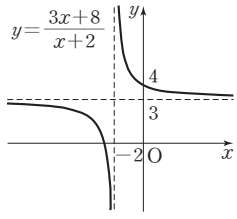
3-1

$y=\dfrac{3x+8}{x+2}=\dfrac{3(x+2)+2}{x+2}=\dfrac{2}{x+2}+3$

① $x+2\neq 0$에서 $x\neq -2$

즉, 주어진 함수의 정의역은 $\{x|x\neq -2$인 실수$\}$이다.

②, ③ $y=\dfrac{3x+8}{x+2}$의 그래프는 $y=\dfrac{2}{x}$의 그래프를 x축의 방향으로 -2만큼, y축의 방향으로 3만큼 평행이동한 것이므로 오른쪽 그림과 같다. 이때 그래프는 제 1, 2, 3 사분면을 지난다.



④ 그래프의 점근선의 방정식은 $x=-2$, $y=3$이다.

⑤ $y=\dfrac{3x+8}{x+2}$에 $x=0$을 대입하면 $y=4$이므로 그래프와 y축의 교점의 좌표는 $(0, 4)$이다.

따라서 옳지 않은 것은 ③이다. 답 ③

3-2

ㄱ. $y=-\dfrac{1}{x+1}+3$에서 치역은 $\{y|y\neq 3$인 실수$\}$이다. (참)

ㄴ. $y=\dfrac{-2x-5}{x+2}=\dfrac{-2(x+2)-1}{x+2}=-\dfrac{1}{x+2}-2$

이므로 $y=-\dfrac{1}{x+1}+3$의 그래프를 x축의 방향으로 -1만큼, y축의 방향으로 -5만큼 평행이동하면 $y=\dfrac{-2x-5}{x+2}$의 그래프와 일치한다. (참)

ㄷ. 그래프의 점근선의 방정식이 $x=-1$, $y=3$이므로 점 $(-1, 3)$에 대하여 대칭이다. (거짓)

ㄹ. $y=-\dfrac{1}{x+1}+3$에 $x=0$을 대입하면 $y=2$이므로 그래프와 y축의 교점의 y좌표는 2이다. (참)

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄹ이다. 답 ㄱ, ㄴ, ㄹ

유형 4

주어진 그래프에서 점근선의 방정식이 $x=1$, $y=-2$이므로

$a=-1$, $b=-2$

$y=\dfrac{k}{x-1}-2$의 그래프가 점 $(0, -1)$을 지나므로

$-1=\dfrac{k}{0-1}-2$

$-1=-k-2$ $\therefore k=-1$

$\therefore a+b+k=-4$ 답 ①

4-1

주어진 그래프에서 점근선의 방정식이 $x=1$, $y=4$이므로

$a=-1$, $b=4$

$y=\dfrac{k}{x-1}+4$의 그래프가 점 $(0, 3)$을 지나므로

$3=\dfrac{k}{0-1}+4$

$3=-k+4$ $\therefore k=1$

$\therefore a+b+k=4$ 답 4

4-2

점근선의 방정식이 $x=2$, $y=1$이므로 함수의 식을

$y=\dfrac{k}{x-2}+1\ (k\neq 0)$ …… ㉠

로 놓을 수 있다.

㉠의 그래프가 점 $(1, 3)$을 지나므로

$3=\dfrac{k}{1-2}+1$

$3=-k+1$ $\therefore k=-2$

$k=-2$를 ㉠에 대입하면

$y=\dfrac{-2}{x-2}+1=\dfrac{-2+(x-2)}{x-2}=\dfrac{x-4}{x-2}$

따라서 $a=1$, $b=-4$, $c=-2$이므로

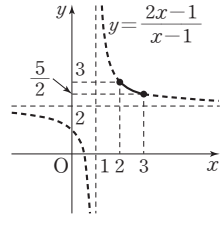
$abc=8$ 답 8

유형 5

$f(x)=\dfrac{2x-1}{x-1}=\dfrac{2(x-1)+1}{x-1}=\dfrac{1}{x-1}+2$

이므로 $y=f(x)$의 그래프는 $y=\dfrac{1}{x}$의 그래프를 x축의 방향으로 1만큼, y축의 방향으로 2만큼 평행이동한 것이다.

따라서 $2\le x\le 3$에서 $y=f(x)$의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



이때 최댓값은 $f(2)=\dfrac{2\times 2-1}{2-1}=3$,

최솟값은 $f(3)=\dfrac{2\times 3-1}{3-1}=\dfrac{5}{2}$

이므로 $M=3$, $m=\dfrac{5}{2}$

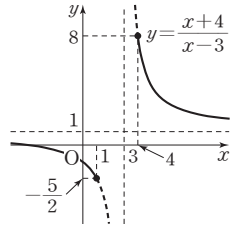
$\therefore M+m=\dfrac{11}{2}$ 답 ①

5-1

$f(x)=\dfrac{x+4}{x-3}=\dfrac{x-3+7}{x-3}=\dfrac{7}{x-3}+1$

이므로 $y=f(x)$의 그래프는 $y=\dfrac{7}{x}$의 그래프를 x축의 방향으로 3만큼, y축의 방향으로 1만큼 평행이동한 것이다.

따라서 $x\le 1$ 또는 $x\ge 4$에서 $y=f(x)$의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



이때 최댓값은 $f(4)=\dfrac{4+4}{4-3}=8$,

최솟값은 $f(1)=\dfrac{1+4}{1-3}=-\dfrac{5}{2}$

이므로 $M=8$, $m=-\frac{5}{2}$

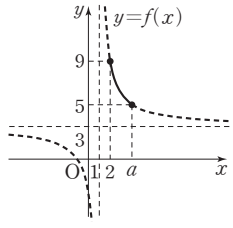
$\therefore M+m=\frac{11}{2}$ 답 ①

5-2

$f(x)=\frac{3x+3}{x-1}=\frac{3(x-1)+6}{x-1}=\frac{6}{x-1}+3$

이므로 $y=f(x)$의 그래프는 $y=\frac{6}{x}$의 그래프를 x축의 방향으로 1만큼, y축의 방향으로 3만큼 평행이동한 것이다.

따라서 $2\le x\le a$에서 $y=f(x)$의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



이때 최댓값은 $f(2)=\frac{6}{2-1}+3=9$

이므로 $M=9$

최솟값은 $f(a)=5$이므로

$\frac{6}{a-1}+3=5$, $\frac{6}{a-1}=2$

$a-1=3$ $\therefore a=4$

$\therefore a+M=13$ 답 ④

유형 6

$f^{-1}(x)=\frac{2x+1}{x-3}$에서 $y=\frac{2x+1}{x-3}$로 놓으면

$y(x-3)=2x+1$

$xy-3y=2x+1$

$(y-2)x=3y+1$

$\therefore x=\frac{3y+1}{y-2}$

x와 y를 서로 바꾸면

$y=\frac{3x+1}{x-2}$

따라서 $f(x)=\frac{3x+1}{x-2}$이므로

$a=3$, $b=1$, $c=-2$

$\therefore a+b+c=2$ 답 ②

6-1

$f^{-1}(x)=\frac{-6x+5}{3x-6}$에서 $y=\frac{-6x+5}{3x-6}$로 놓으면

$y(3x-6)=-6x+5$

$3xy-6y=-6x+5$

$(3y+6)x=6y+5$

$\therefore x=\frac{6y+5}{3y+6}$

x와 y를 서로 바꾸면

$y=\frac{6x+5}{3x+6}$

따라서 $f(x)=\frac{6x+5}{3x+6}$이므로

$a=6$, $b=5$, $c=6$

$\therefore a+b+c=17$ 답 ⑤

6-2

$f(x)=\frac{x+2}{3x+a}$에서 $y=\frac{x+2}{3x+a}$로 놓으면

$y(3x+a)=x+2$

$3xy+ay=x+2$

$(3y-1)x=-ay+2$

$\therefore x=\frac{-ay+2}{3y-1}$

x와 y를 서로 바꾸면

$y=\frac{-ax+2}{3x-1}$

$\therefore f^{-1}(x)=\frac{-ax+2}{3x-1}$

이때 $f=f^{-1}$이므로 $a=-1$ 답 ②

교과서 문제 정복하기

본문 38~39쪽

01 ②	02 5	03 ③	04 ①	05 −1
06 ③	07 ⑤	08 ④	09 ㄴ, ㄷ	10 −1
11 12	12 ②	13 ②	14 $\frac{9}{2}$	

01

$\frac{2x-6}{x^2+3x+2}\times\frac{x+1}{x^2-9}\div\frac{x-2}{x^2+5x+6}$

$=\frac{2x-6}{x^2+3x+2}\times\frac{x+1}{x^2-9}\times\frac{x^2+5x+6}{x-2}$

$=\frac{2(x-3)}{(x+1)(x+2)}\times\frac{x+1}{(x+3)(x-3)}\times\frac{(x+2)(x+3)}{x-2}$

$=\frac{2}{x-2}$ 답 ②

02

주어진 식의 우변의 분모를 통분하여 정리하면

$\frac{1}{x+1}+\frac{b}{x-3}=\frac{(x-3)+b(x+1)}{(x+1)(x-3)}$

$=\frac{(1+b)x-3+b}{x^2-2x-3}$

즉, $\frac{2x-a}{x^2-2x-3}=\frac{(1+b)x-3+b}{x^2-2x-3}$가 x에 대한 항등식이므로

$1+b=2$, $-3+b=-a$

두 식을 연립하여 풀면 $a=2$, $b=1$

$\therefore 2a+b=5$ 답 5

03

$f(x)=\frac{1}{x(x+1)}=\frac{1}{x}-\frac{1}{x+1}$이므로

$f(1)+f(2)+f(3)+\cdots+f(10)$

$=\left(1-\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)+\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\right)+\cdots+\left(\frac{1}{10}-\frac{1}{11}\right)$

$=1-\frac{1}{11}=\frac{10}{11}$ 답 ③

04

$y=\frac{2}{2x-5}+1=\frac{2}{2\left(x-\frac{5}{2}\right)}+1=\frac{1}{x-\frac{5}{2}}+1$

이므로 $y=\frac{1}{x-\frac{5}{2}}+1$의 그래프는 $y=\frac{1}{x}$의 그래프를 x축의 방향으로 $\frac{5}{2}$만큼, y축의 방향으로 1만큼 평행이동한 것이다.

따라서 $a=\frac{5}{2}$, $b=1$, $k=1$이므로

$a+b+k=\frac{9}{2}$ 답 ①

05

$y=\frac{2x-3}{x+1}=\frac{2(x+1)-5}{x+1}=-\frac{5}{x+1}+2$

$y=\frac{-x-4}{x-1}=\frac{-(x-1)-5}{x-1}=-\frac{5}{x-1}-1$

따라서 $y=\frac{2x-3}{x+1}$의 그래프를 x축의 방향으로 2만큼, y축의 방향으로 -3만큼 평행이동하면 $y=\frac{-x-4}{x-1}$의 그래프와 일치하므로

$a=2$, $b=-3$

$\therefore a+b=-1$ 답 -1

06

$y=\frac{-x+1}{x+3}=\frac{-(x+3)+4}{x+3}=\frac{4}{x+3}-1$

이므로 점근선의 방정식은 $x=-3$, $y=-1$이다.

따라서 $a=-3$, $b=-1$이므로

$ab=3$ 답 ③

07

주어진 함수의 그래프의 점근선의 방정식은

$x=1$, $y=3$

이때 주어진 함수의 그래프가 직선 $y=x+k$에 대하여 대칭이므로 직선 $y=x+k$는 점근선의 교점 $(1, 3)$을 지난다.

따라서 $3=1+k$에서 $k=2$ 답 ⑤

08

$\frac{1}{R}=\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}$에 $R=f(x)$, $R_1=x$, $R_2=2$를 대입하면

$\frac{1}{f(x)}=\frac{1}{x}+\frac{1}{2}=\frac{2+x}{2x}$

$\therefore f(x)=\frac{2x}{x+2}$ (단, $x>0$)

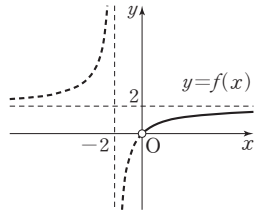
즉,

$f(x)=\frac{2x}{x+2}=\frac{2(x+2)-4}{x+2}$

$=-\frac{4}{x+2}+2$

이므로 $y=f(x)$의 그래프는 $y=-\frac{4}{x}$의 그래프를 x축의 방향으로 -2만큼, y축의 방향으로 2만큼 평행이동한 것이다.

따라서 $x>0$에서 함수 $y=f(x)$의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



답 ④

09

ㄱ. 치역은 $\{y|y\neq1$인 실수$\}$이다. (거짓)

ㄴ. 점근선의 방정식은 $x=-5$, $y=1$이므로 점근선의 교점의 좌표는 $(-5, 1)$이다. (참)

ㄷ. 그래프는 $y=-\frac{2}{x}$의 그래프를 x축의 방향으로 -5만큼, y축의 방향으로 1만큼 평행이동한 것이다. (참)

따라서 옳은 것은 ㄴ, ㄷ이다. 답 ㄴ, ㄷ

10

점근선의 방정식이 $x=2$, $y=1$이므로 함수의 식을

$y=\frac{k}{x-2}+1$ $(k\neq0)$ …… ㉠

로 놓을 수 있다.

㉠의 그래프가 점 $(0, 0)$을 지나므로

$0=\frac{k}{0-2}+1$

$-\frac{k}{2}=-1$ $\therefore k=2$

$k=2$를 ㉠에 대입하면

$y=\frac{2}{x-2}+1=\frac{2+(x-2)}{x-2}$

$=\frac{x}{x-2}$

따라서 $a=1$, $b=0$, $c=-2$이므로

$a+b+c=-1$ 답 -1

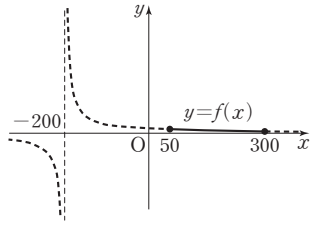
11

농도가 10 %인 소금물 200 g에 들어 있는 소금의 양은

$200\times\frac{10}{100}=20\ (\mathrm{g})$

$\therefore f(x)=\frac{20}{x+200}\times100=\frac{2000}{x+200}$ (단, $x\geq0$)

따라서 $50\leq x\leq300$에서 $y=f(x)$의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



이때 최댓값은

$f(50)=\frac{2000}{50+200}=8$

최솟값은

$f(300)=\frac{2000}{300+200}=4$

이므로 $M=8$, $m=4$

$\therefore M+m=12$ 답 12

참고 (소금물의 농도)$=\frac{(\text{소금의 양})}{(\text{소금물의 양})}\times100\ (\%)$

12

$f(x)=\frac{x-1}{x}$에 대하여

$f(3)=\frac{2}{3}$

$f^2(3)=(f\circ f)(3)=f(f(3))=f\left(\frac{2}{3}\right)=\frac{-\frac{1}{3}}{\frac{2}{3}}=-\frac{1}{2}$

$f^3(3)=(f\circ f^2)(3)=f(f^2(3))=f\left(-\frac{1}{2}\right)=\frac{-\frac{3}{2}}{-\frac{1}{2}}=3$

$f^4(3)=(f\circ f^3)(3)=f(f^3(3))=f(3)=\frac{2}{3}$

$\vdots$

$\therefore f(3)=f^4(3)=f^7(3)=\cdots=\frac{2}{3}$

$f^2(3)=f^5(3)=f^8(3)=\cdots=-\frac{1}{2}$

$f^3(3)=f^6(3)=f^9(3)=\cdots=3$

이때 $16=3\times5+1$이므로

$f^{16}(3)=f(3)=\frac{2}{3}$ 답 ②

13

$f(x)=\frac{kx}{x+3}$에서 $y=\frac{kx}{x+3}$로 놓으면

$y(x+3)=kx$

$xy+3y=kx$

$(y-k)x=-3y$

$\therefore x=\frac{-3y}{y-k}$

x와 y를 서로 바꾸면

$y=\frac{-3x}{x-k}$

$\therefore f^{-1}(x)=\frac{-3x}{x-k}$

이때 $f=f^{-1}$이므로 $k=-3$ 답 ②

14

$f(x)=\frac{-2x-1}{x+3}$에서 $y=\frac{-2x-1}{x+3}$로 놓으면

$y(x+3)=-2x-1$

$xy+3y=-2x-1$

$(y+2)x=-3y-1$

$\therefore x=\frac{-3y-1}{y+2}$

x와 y를 서로 바꾸면

$y=\frac{-3x-1}{x+2}$

즉, $g(x)=\frac{-3x-1}{x+2}$이므로

$(g\circ g)(1)=g(g(1))=g\left(-\frac{4}{3}\right)$

$=\frac{4-1}{-\frac{4}{3}+2}=\frac{9}{2}$ 답 $\frac{9}{2}$

06 무리함수

교과서 유형 흐름잡기

본문 41~43쪽

유형 1	⑤	1-1 $\sqrt{x-1}-\sqrt{x}$	1-2 $\frac{2a}{b}$
유형 2	②	2-1 $\frac{1}{3}$	2-2 ③
유형 3	②	3-1 ③	3-2 0
유형 4	③	4-1 7	4-2 6
유형 5	②	5-1 ③	5-2 6
유형 6	③	6-1 ④	6-2 1

유형 1

$$\frac{1}{\sqrt{x}+\sqrt{x-1}}+\frac{1}{\sqrt{x}-\sqrt{x-1}}$$
$$=\frac{(\sqrt{x}-\sqrt{x-1})+(\sqrt{x}+\sqrt{x-1})}{(\sqrt{x}+\sqrt{x-1})(\sqrt{x}-\sqrt{x-1})}$$
$$=\frac{2\sqrt{x}}{x-(x-1)}$$
$$=2\sqrt{x}$$

답 ⑤

1-1

$$\frac{1}{\sqrt{x+1}+\sqrt{x}}-\frac{2}{\sqrt{x+1}+\sqrt{x-1}}$$
$$=\frac{\sqrt{x+1}-\sqrt{x}}{(\sqrt{x+1}+\sqrt{x})(\sqrt{x+1}-\sqrt{x})}$$
$$-\frac{2(\sqrt{x+1}-\sqrt{x-1})}{(\sqrt{x+1}+\sqrt{x-1})(\sqrt{x+1}-\sqrt{x-1})}$$
$$=\frac{\sqrt{x+1}-\sqrt{x}}{(x+1)-x}-\frac{2(\sqrt{x+1}-\sqrt{x-1})}{(x+1)-(x-1)}$$
$$=(\sqrt{x+1}-\sqrt{x})-(\sqrt{x+1}-\sqrt{x-1})$$
$$=\sqrt{x-1}-\sqrt{x}$$

답 $\sqrt{x-1}-\sqrt{x}$

1-2

$$\frac{\sqrt{a+b}-\sqrt{a-b}}{\sqrt{a+b}+\sqrt{a-b}}+\frac{\sqrt{a+b}+\sqrt{a-b}}{\sqrt{a+b}-\sqrt{a-b}}$$
$$=\frac{(\sqrt{a+b}-\sqrt{a-b})^2+(\sqrt{a+b}+\sqrt{a-b})^2}{(\sqrt{a+b}+\sqrt{a-b})(\sqrt{a+b}-\sqrt{a-b})}$$
$$=\frac{2\{(a+b)+(a-b)\}}{(a+b)-(a-b)}$$
$$=\frac{4a}{2b}=\frac{2a}{b}$$

답 $\frac{2a}{b}$

유형 2

$$\frac{1}{\sqrt{x}+1}-\frac{1}{\sqrt{x}-1}=\frac{\sqrt{x}-1-(\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)}=\frac{-2}{x-1}$$

$x=1+\sqrt{2}$를 대입하면

$$\frac{-2}{x-1}=\frac{-2}{1+\sqrt{2}-1}=-\frac{2}{\sqrt{2}}=-\sqrt{2}$$

$\therefore a=-1$

답 ②

2-1

$$\frac{\sqrt{2+x}-\sqrt{2-x}}{\sqrt{2+x}+\sqrt{2-x}}$$
$$=\frac{(\sqrt{2+x}-\sqrt{2-x})^2}{(\sqrt{2+x}+\sqrt{2-x})(\sqrt{2+x}-\sqrt{2-x})}$$
$$=\frac{2+x-2\sqrt{(2+x)(2-x)}+2-x}{(2+x)-(2-x)}$$
$$=\frac{4-2\sqrt{4-x^2}}{2x}=\frac{2-\sqrt{4-x^2}}{x}$$

$x=\sqrt{3}$을 대입하면

$$\frac{2-\sqrt{4-x^2}}{x}=\frac{2-\sqrt{4-3}}{\sqrt{3}}=\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$$

$\therefore a=\frac{1}{3}$

답 $\frac{1}{3}$

2-2

$$x=\frac{1}{\sqrt{2}-1}=\frac{\sqrt{2}+1}{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)}=\sqrt{2}+1$$
$$y=\frac{1}{\sqrt{2}+1}=\frac{\sqrt{2}-1}{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)}=\sqrt{2}-1$$

이므로 $x+y=2\sqrt{2}$, $xy=1$

$$\therefore \frac{\sqrt{y}}{\sqrt{x}}+\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}}=\frac{(\sqrt{y})^2+(\sqrt{x})^2}{\sqrt{x}\sqrt{y}}=\frac{x+y}{\sqrt{xy}}$$
$$=\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{1}}=2\sqrt{2}$$

답 ③

유형 3

$3x-6\geq 0$에서

$3x\geq 6$ $\therefore x\geq 2$

즉, 주어진 함수의 정의역이 $\{x|x\geq 2\}$이므로

$a=2$

또 $y=\sqrt{3x-6}+3$에서 $\sqrt{3x-6}\geq 0$이므로

치역은 $\{y|y\geq 3\}$ $\therefore b=3$

$\therefore a+b=5$

답 ②

3-1

$-2x+2\geq 0$에서

$-2x\geq -2$ $\therefore x\leq 1$

즉, 주어진 함수의 정의역이 $\{x|x\leq 1\}$이므로

$a=1$

또 $y=\sqrt{-2x+2}+1$에서 $\sqrt{-2x+2}\geq 0$이므로

치역은 $\{y|y\geq 1\}$ $\therefore b=1$

$\therefore ab=1$

답 ③

3-2

$y=\sqrt{2x+a}-1$의 그래프가 점 $(1, 1)$을 지나므로

$1=\sqrt{2+a}-1$에서 $\sqrt{2+a}=2$

$2+a=4$ $\therefore a=2$

$y=\sqrt{2x+2}-1$에서 $2x+2\geq 0$이므로

$x\geq -1$

즉, 주어진 함수의 정의역이 $\{x|x\geq -1\}$이므로
$b=-1$
또 $y=\sqrt{2x+2}-1$에서 $\sqrt{2x+2}\geq 0$이므로
치역은 $\{y|y\geq -1\}$ $\therefore c=-1$
$\therefore a+b+c=0$ 답 0

유형 4

주어진 함수의 그래프는 $y=\sqrt{ax}$ $(a<0)$의 그래프를 x축의 방향으로 2만큼, y축의 방향으로 1만큼 평행이동한 것이므로
$y=\sqrt{a(x-2)}+1$ $(a<0)$ …… ㉠
이때 그래프가 점 $(0, 3)$을 지나므로
$3=\sqrt{-2a}+1$, $\sqrt{-2a}=2$
$-2a=4$ $\therefore a=-2$
$a=-2$를 ㉠에 대입하면
$y=\sqrt{-2(x-2)}+1=\sqrt{-2x+4}+1$
따라서 $a=-2$, $b=4$, $c=1$이므로
$a+b+c=3$ 답 ③

4-1

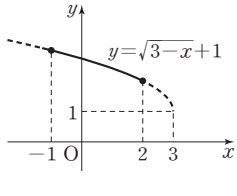
주어진 함수의 그래프는 $y=\sqrt{ax}$ $(a>0)$의 그래프를 x축의 방향으로 -1만큼, y축의 방향으로 -1만큼 평행이동한 것이므로
$y=\sqrt{a(x+1)}-1$ $(a>0)$ …… ㉠
이때 그래프가 점 $(0, 1)$을 지나므로
$1=\sqrt{a}-1$, $\sqrt{a}=2$ $\therefore a=4$
$a=4$를 ㉠에 대입하면
$y=\sqrt{4(x+1)}-1=\sqrt{4x+4}-1$
따라서 $a=4$, $b=4$, $c=-1$이므로
$a+b+c=7$ 답 7

4-2

주어진 함수의 그래프는 $y=a\sqrt{x}$ $(a<0)$의 그래프를 x축의 방향으로 2만큼, y축의 방향으로 1만큼 평행이동한 것이므로
$y=a\sqrt{x-2}+1$ $(a<0)$ …… ㉠
이때 그래프가 점 $(3, -2)$를 지나므로
$-2=a+1$ $\therefore a=-3$
$a=-3$을 ㉠에 대입하면
$y=-3\sqrt{x-2}+1$
따라서 $a=-3$, $b=-2$, $c=1$이므로
$abc=6$ 답 6

유형 5

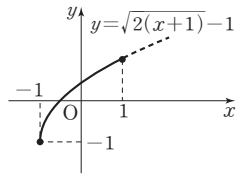
$y=\sqrt{3-x}+1=\sqrt{-(x-3)}+1$
이므로 $-1\leq x\leq 2$에서
$y=\sqrt{3-x}+1$의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.
따라서 $x=-1$일 때 최댓값은
$M=\sqrt{3-(-1)}+1=3$



$x=2$일 때 최솟값은
$m=\sqrt{3-2}+1=2$
$\therefore M+m=5$ 답 ②

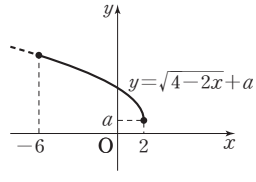
5-1

$-1\leq x\leq 1$에서 $y=\sqrt{2(x+1)}-1$의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.
따라서 $x=1$일 때 최댓값은
$M=\sqrt{2\times 2}-1=1$
$x=-1$일 때 최솟값은
$m=\sqrt{2\times 0}-1=-1$
$\therefore M+m=0$ 답 ③



5-2

$y=\sqrt{4-2x}+a=\sqrt{-2(x-2)}+a$
이므로 $-6\leq x\leq 2$에서
$y=\sqrt{4-2x}+a$의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.
따라서 $x=2$일 때 최솟값 1이므로
$\sqrt{4-2\times 2}+a=1$
$\therefore a=1$
$x=-6$일 때 최댓값은
$M=\sqrt{4-2\times(-6)}+1=5$
$\therefore a+M=6$ 답 6



유형 6

$y=\sqrt{x+3}-2$의 치역이 $\{y|y\geq -2\}$이므로 역함수의 정의역은 $\{x|x\geq -2\}$이다.
$\therefore c=-2$
$y=\sqrt{x+3}-2$에서 $y+2=\sqrt{x+3}$
양변을 제곱하면 $(y+2)^2=x+3$
$\therefore x=(y+2)^2-3$
x와 y를 서로 바꾸면
$y=(x+2)^2-3$
$=x^2+4x+1$ $(x\geq -2)$
따라서 $a=4$, $b=1$이므로
$a+b+c=3$ 답 ③

6-1

$y=\sqrt{3x-1}+1$의 치역이 $\{y|y\geq 1\}$이므로 역함수의 정의역은 $\{x|x\geq 1\}$이다.
$\therefore c=1$
$y=\sqrt{3x-1}+1$에서 $y-1=\sqrt{3x-1}$
양변을 제곱하면
$(y-1)^2=3x-1$

$3x=(y-1)^2+1$ $\therefore x=\frac{1}{3}(y-1)^2+\frac{1}{3}$

x와 y를 서로 바꾸면

$y=\frac{1}{3}(x-1)^2+\frac{1}{3}$

$=\frac{1}{3}x^2-\frac{2}{3}x+\frac{2}{3}$ $(x\geq 1)$

따라서 $a=-\frac{2}{3}$, $b=\frac{2}{3}$이므로

$a+b+c=1$ 답 ④

6-2

$y=x^2-6x+11=(x-3)^2+2$ $(x\geq 3)$에서

$y-2=(x-3)^2$

이때 $x\geq 3$이므로 $\sqrt{y-2}=x-3$

$\therefore x=\sqrt{y-2}+3$

x와 y를 서로 바꾸면

$y=\sqrt{x-2}+3$

따라서 $a=-2$, $b=3$이므로

$a+b=1$ 답 1

교과서 문제 정복하기 › 본문 44~45쪽

01 ②	02 ③	03 9	04 ㄱ, ㄴ	05 ④
06 $\frac{11}{2}$	07 ③	08 ⑤	09 3	10 ④
11 $-2\sqrt{2}$	12 ⑤	13 ②	14 ③	15 ①

01

$2-x\geq 0$에서 $x\leq 2$

$x+3>0$에서 $x>-3$

$\therefore -3<x\leq 2$ 답 ②

02

$\frac{2}{\sqrt{x}+\sqrt{x+2}}=\frac{2(\sqrt{x}-\sqrt{x+2})}{(\sqrt{x}+\sqrt{x+2})(\sqrt{x}-\sqrt{x+2})}$

$=\frac{2(\sqrt{x}-\sqrt{x+2})}{x-(x+2)}$

$=-\sqrt{x}+\sqrt{x+2}$

$\frac{2}{\sqrt{x+2}+\sqrt{x+4}}=\frac{2(\sqrt{x+2}-\sqrt{x+4})}{(\sqrt{x+2}+\sqrt{x+4})(\sqrt{x+2}-\sqrt{x+4})}$

$=\frac{2(\sqrt{x+2}-\sqrt{x+4})}{(x+2)-(x+4)}$

$=-\sqrt{x+2}+\sqrt{x+4}$

$\therefore \frac{2}{\sqrt{x}+\sqrt{x+2}}+\frac{2}{\sqrt{x+2}+\sqrt{x+4}}$

$=(-\sqrt{x}+\sqrt{x+2})+(-\sqrt{x+2}+\sqrt{x+4})$

$=-\sqrt{x}+\sqrt{x+4}$ 답 ③

03

$f(n)=\frac{1}{\sqrt{n}+\sqrt{n+1}}$

$=\frac{\sqrt{n}-\sqrt{n+1}}{(\sqrt{n}+\sqrt{n+1})(\sqrt{n}-\sqrt{n+1})}$

$=\frac{\sqrt{n}-\sqrt{n+1}}{n-(n+1)}$

$=\sqrt{n+1}-\sqrt{n}$

$\therefore f(1)+f(2)+f(3)+\cdots+f(99)$

$=(\sqrt{2}-1)+(\sqrt{3}-\sqrt{2})+(\sqrt{4}-\sqrt{3})$

$+\cdots+(\sqrt{100}-\sqrt{99})$

$=-1+\sqrt{100}=-1+10=9$ 답 9

04

$a<0$, $b<0$이므로

ㄱ. $ab>0$ (참)

ㄴ. $a+b<0$ (참)

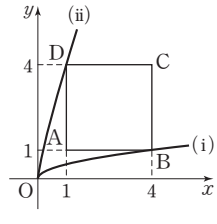
ㄷ. $a-b$의 부호는 알 수 없다. (거짓)

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ이다. 답 ㄱ, ㄴ

05

$y=\sqrt{ax}$의 그래프가 제1사분면 위의 정사각형 ABCD와 만나므로 $a>0$이다.

$y=\sqrt{ax}$ $(a>0)$의 그래프에서 a의 값이 클수록 그래프는 x축에서 멀어지므로 그래프가 점 B를 지날 때 a는 최소이고, 그래프가 점 D를 지날 때 a는 최대이다.



(i) $y=\sqrt{ax}$의 그래프가 점 B(4, 1)을 지날 때,

$1=\sqrt{4a}$, $4a=1$

$\therefore a=\frac{1}{4}$

(ii) $y=\sqrt{ax}$의 그래프가 점 D(1, 4)를 지날 때,

$4=\sqrt{a}$ $\therefore a=16$

(i), (ii)에서 $\frac{1}{4}\leq a\leq 16$

따라서 정수 a는 1, 2, 3, …, 16의 16개이다. 답 ④

06

$1-2x\geq 0$에서

$-2x\geq -1$ $\therefore x\leq\frac{1}{2}$

즉, 주어진 함수의 정의역이 $\left\{x\middle|x\leq\frac{1}{2}\right\}$이므로

$a=\frac{1}{2}$

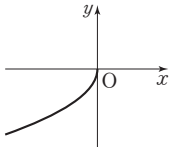
또 $y=-\sqrt{1-2x}+5$에서 $-\sqrt{1-2x}\leq 0$이므로

치역은 $\{y|y\leq 5\}$ $\therefore b=5$

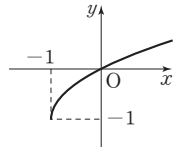
$\therefore a+b=\frac{11}{2}$ 답 $\frac{11}{2}$

07

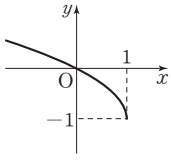
① $y=-\sqrt{-x}$



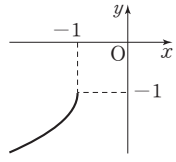
② $y=\sqrt{x+1}-1$



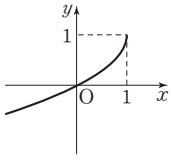
③ $y=\sqrt{1-x}-1$
$=\sqrt{-(x-1)}-1$



④ $y=-\sqrt{-x-1}-1$
$=-\sqrt{-(x+1)}-1$



⑤ $y=-\sqrt{1-x}+1$
$=-\sqrt{-(x-1)}+1$



답 ③

08

⑤ $y=\sqrt{-2x+3}-1=\sqrt{-2\left(x-\frac{3}{2}\right)}-1$

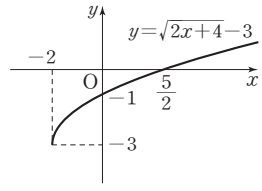
이므로 $y=\sqrt{-2x}$의 그래프를 x축의 방향으로 $\frac{3}{2}$만큼, y축의 방향으로 -1만큼 평행이동한 것이다. 답 ⑤

09

$y=\sqrt{ax}$의 그래프를 x축의 방향으로 m만큼, y축의 방향으로 n만큼 평행이동하면
$y=\sqrt{a(x-m)}+n$
이 그래프와 $y=\sqrt{1-x}+3$, 즉 $y=\sqrt{-(x-1)}+3$의 그래프가 일치하므로
$a=-1$, $m=1$, $n=3$
$\therefore a+m+n=3$ 답 3

10

① $2x+4\geq0$에서 $x\geq-2$이므로 정의역은 $\{x|x\geq-2\}$이다.
② $\sqrt{2x+4}\geq0$이므로 치역은 $\{y|y\geq-3\}$이다.
③ $y=\sqrt{2x+4}-3$에 $x=6$을 대입하면
$y=\sqrt{2\times6+4}-3=1$이므로 $y=\sqrt{2x+4}-3$의 그래프는 점 $(6, 1)$을 지난다.
④ $y=\sqrt{2x+4}-3=\sqrt{2(x+2)}-3$이므로 $y=\sqrt{2x}$의 그래프를 x축의 방향으로 -2만큼, y축의 방향으로 -3만큼 평행이동한 것이다.
⑤ $y=\sqrt{2x+4}-3$의 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 제2사분면을 지나지 않는다.



따라서 옳은 것은 ④이다.

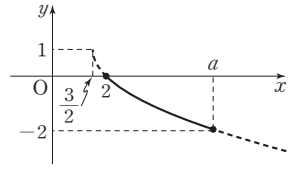
답 ④

11

주어진 함수의 그래프는 $y=a\sqrt{x}$ $(a>0)$의 그래프를 x축의 방향으로 -2만큼, y축의 방향으로 -1만큼 평행이동한 것이므로
$y=a\sqrt{x+2}-1$ $(a>0)$ …… ㉠
이때 그래프가 점 $(0, 1)$을 지나므로
$1=a\sqrt{2}-1$, $a\sqrt{2}=2$
$\therefore a=\sqrt{2}$
$a=\sqrt{2}$를 ㉠에 대입하면
$y=\sqrt{2}\sqrt{x+2}-1$
따라서 $a=\sqrt{2}$, $b=2$, $c=-1$이므로
$abc=-2\sqrt{2}$ 답 $-2\sqrt{2}$

12

$y=-\sqrt{2x-3}+1=-\sqrt{2\left(x-\frac{3}{2}\right)}+1$
이므로 $2\leq x\leq a$에서
$y=-\sqrt{2x-3}+1$의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



$x=2$일 때 최댓값은
$M=-\sqrt{2\times2-3}+1=0$
따라서 $x=a$일 때 최솟값이 -2이므로
$-\sqrt{2a-3}+1=-2$, $-\sqrt{2a-3}=-3$
$\sqrt{2a-3}=3$, $2a-3=9$
$\therefore a=6$
$\therefore a+M=6$ 답 ⑤

13

$f(x)=\sqrt{ax+b}$의 그래프가 점 $(1, 2)$를 지나므로 $f(1)=2$에서
$\sqrt{a+b}=2$
양변을 제곱하면
$a+b=4$ …… ㉠
$y=f(x)$의 역함수 $y=f^{-1}(x)$의 그래프가 점 $(1, 2)$를 지나므로 $f^{-1}(1)=2$에서 $f(2)=1$, 즉
$\sqrt{2a+b}=1$
양변을 제곱하면
$2a+b=1$ …… ㉡
㉠, ㉡을 연립하여 풀면
$a=-3$, $b=7$
$\therefore ab=-21$ 답 ②

14

$y=20\sqrt{273+x}$의 치역이 $\{y|y\geq 0\}$이므로 역함수의 정의역은 $\{x|x\geq 0\}$이다.

$y=20\sqrt{273+x}$에서 $\frac{1}{20}y=\sqrt{273+x}$

양변을 제곱하면 $\frac{1}{400}y^2=273+x$

$\therefore x=\frac{1}{400}y^2-273$

x와 y를 서로 바꾸면

$y=\frac{1}{400}x^2-273\ (x\geq 0)$ 답 ③

15

$f(3)=\sqrt{3-2}=1$, $g(3)=\frac{1}{3-2}+2=3$

$\therefore (f\circ(f\circ g^{-1})^{-1}\circ f)(3)=(f\circ g\circ f^{-1}\circ f)(3)$

$=(f\circ g)(3)$

$=f(g(3))$

$=f(3)=1$ 답 ①

대단원 마무리하기 › 본문 46~47쪽

01 −1	02 ⑤	03 ④	04 ④	05 ①
06 ①	07 ①	08 ④	09 ①	10 ②
11 2	12 ①	13 ③	14 ④	15 ③
16 ②				

01

$f(-2)=-4+4=0$, $f(1)=-1+4=3$이므로 함수 $f(x)$의 치역은 $\{0, 3\}$이다.

이때 함수 $g(x)$의 치역도 $\{0, 3\}$이고 $a>0$이므로

$g(-2)=0$, $g(1)=3$

즉, $-2a+b=0$, $a+b=3$

두 식을 연립하여 풀면 $a=1$, $b=2$

$\therefore a-b=-1$ 답 −1

02

⑤ $f(0)=0$, $g(0)=1$이므로 $f(0)\neq g(0)$

$\therefore f\neq g$

따라서 $f=g$가 아닌 것은 ⑤이다. 답 ⑤

03

$f\left(\frac{x+1}{3}\right)=x+2$에서 $\frac{x+1}{3}=t$로 놓으면

$x=3t-1$이므로

$f(t)=(3t-1)+2=3t+1$

$\therefore f(2)=3\times 2+1=7$ 답 ④

다른풀이

$\frac{x+1}{3}=2$라 하면 $x=5$이므로

$f(2)=5+2=7$

04

$f(x)=ax+|x-2|$에서

(i) $x\geq 2$일 때, $f(x)=(a+1)x-2$

(ii) $x<2$일 때, $f(x)=(a-1)x+2$

이때 함수 $f(x)$가 일대일대응이 되려면 함수 $f(x)$는 증가하는 함수 또는 감소하는 함수이어야 한다.

즉, (i), (ii)의 두 직선의 기울기의 부호가 같아야 한다.

따라서 $(a+1)(a-1)>0$이어야 하므로

$a<-1$ 또는 $a>1$ 답 ④

05

$y=f(x)$의 그래프와 $y=f^{-1}(x)$의 그래프의 교점은 $y=f(x)$의 그래프와 직선 $y=x$의 교점과 일치한다.

$x^2-4x+6=x$에서 $x^2-5x+6=0$

$(x-2)(x-3)=0$

$\therefore x=2$ 또는 $x=3$

따라서 두 교점의 좌표는 (2, 2), (3, 3)이므로 두 교점 사이의 거리는

$\sqrt{(3-2)^2+(3-2)^2}=\sqrt{2}$ 답 ①

참고 함수 $y=f(x)$의 그래프와 그 역함수 $y=f^{-1}(x)$의 그래프는 직선 $y=x$에 대하여 대칭이다. 즉, 두 함수 $y=f(x)$, $y=f^{-1}(x)$의 그래프의 교점은 직선 $y=x$ 위에 있다.

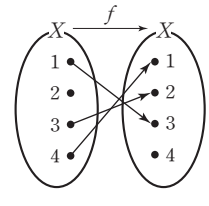
06

$f^{-1}(1)=4$이므로 $f(4)=1$

$f(1)=3$, $f(3)=2$, $f(4)=1$이고, 함수 f가 일대일대응이므로

$f(2)=4$

$\therefore (f\circ f)(2)=f(f(2))=f(4)=1$



답 ①

07

$\frac{2x-3}{x^2+3x+2}\times\frac{x^2-1}{2x^2-3x}\div\frac{x-1}{x^2+2x}$

$=\frac{2x-3}{(x+1)(x+2)}\times\frac{(x+1)(x-1)}{x(2x-3)}\times\frac{x(x+2)}{x-1}$

$=1$ 답 ①

08

$y=\frac{k}{x}$의 그래프를 x축의 방향으로 1만큼, y축의 방향으로 -2만큼 평행이동하면

$y=\frac{k}{x-1}-2$

이 그래프가 점 $(3, 4)$를 지나므로

$4=\frac{k}{3-1}-2$, $\frac{k}{2}=6$

$\therefore k=12$ 답 ④

09

$y=\frac{ax-1}{x+b}=\frac{a(x+b)-ab-1}{x+b}=\frac{-ab-1}{x+b}+a$

이므로 점근선의 방정식은 $x=-b$, $y=a$

따라서 $a=-3$, $b=-1$이므로

$a+b=-4$ 답 ①

10

$f(x)=\frac{x+b}{x+a}=\frac{(x+a)+b-a}{x+a}=\frac{b-a}{x+a}+1$

이므로 점근선의 방정식은 $x=-a$, $y=1$

$a>0$에서 $-a<0$이므로 직선 $x=-a$는 제2, 3사분면을 지난다.

또 $b<a$에서 $b-a<0$이므로 $y=f(x)$의 그래프는 제2, 4사분면을 지나는 $y=\frac{b-a}{x}$의 그래프를 x축의 방향으로 $-a$만큼, y축의 방향으로 1만큼 평행이동한 그래프이다.

따라서 함수 $f(x)$의 그래프의 개형은 ②이다. 답 ②

11

$f(1)=\frac{1+1}{1}=2$이므로

$(g^{-1}\circ f)(1)=g^{-1}(f(1))=g^{-1}(2)$

$g^{-1}(2)=k$라 하면 $g(k)=2$

$g(k)=\frac{k}{k-1}=2$에서 $k=2k-2$ $\therefore k=2$

$\therefore (g^{-1}\circ f)(1)=g^{-1}(2)=2$ 답 2

12

$6-3x\geq 0$, $3-x\neq 0$, $x+2\geq 0$이어야 하므로

$x\leq 2$, $x\neq 3$, $x\geq -2$

$\therefore -2\leq x\leq 2$

따라서 $M=2$, $m=-2$이므로

$Mm=-4$ 답 ①

13

$\frac{\sqrt{x+2}-\sqrt{x-2}}{\sqrt{x+2}+\sqrt{x-2}}+\frac{\sqrt{x+2}+\sqrt{x-2}}{\sqrt{x+2}-\sqrt{x-2}}$

$=\frac{(\sqrt{x+2}-\sqrt{x-2})^2+(\sqrt{x+2}+\sqrt{x-2})^2}{(\sqrt{x+2}+\sqrt{x-2})(\sqrt{x+2}-\sqrt{x-2})}$

$=\frac{(x+2)+(x-2)+(x+2)+(x-2)}{(x+2)-(x-2)}$

$=\frac{4x}{4}=x=\sqrt{5}$ 답 ③

14

직선 $y=k$와 함수 $y=\sqrt{x}$의 그래프의 교점의 x좌표는

$\sqrt{x}=k$에서 $x=k^2$

직선 $y=k$와 함수 $y=\sqrt{3x}$의 그래프의 교점의 x좌표는

$\sqrt{3x}=k$에서 $x=\frac{k^2}{3}$

$\overline{PQ}=6$이므로

$k^2-\frac{k^2}{3}=6$, $2k^2=18$, $k^2=9$

$\therefore k=3$ $(\because k>0)$ 답 ④

15

$y=\sqrt{x+1}$의 치역이 $\{y|y\geq 0\}$이므로 그 역함수의 정의역은 $\{x|x\geq 0\}$이다.

$f(x)=\sqrt{x+1}$에서 $y=\sqrt{x+1}$로 놓고, 양변을 제곱하면

$y^2=x+1$

$\therefore x=y^2-1$

x와 y를 서로 바꾸면

$y=x^2-1$

$\therefore f^{-1}(x)=x^2-1$ $(x\geq 0)$

$\therefore \frac{f^{-1}(x)}{(x+1)^2}=\frac{x^2-1}{(x+1)^2}=\frac{(x+1)(x-1)}{(x+1)^2}$

$=\frac{x-1}{x+1}$ 답 ③

16

$f^{-1}\circ f^{-1}=(f\circ f)^{-1}$이므로

$(f^{-1}\circ f^{-1})(a)=(f\circ f)^{-1}(a)=16$에서

$(f\circ f)(16)=a$

$\therefore a=(f\circ f)(16)=f(f(16))$

$=f(1-\sqrt{16})=f(-3)$

$=\sqrt{1-(-3)}=2$ 답 ②

Ⅲ. 경우의 수

되짚어 보기

본문 48쪽

01 3
02 (1) 4 (2) 5
03 12
04 12
05 9

07 순열

교과서 유형 흐름잡기

본문 51~53쪽

유형 **1** ③	**1**-1 6	**1**-2 3
유형 **2** ①	**2**-1 ③	**2**-2 6
유형 **3** ②	**3**-1 38	**3**-2 24
유형 **4** ②	**4**-1 5	**4**-2 ③
유형 **5** ⑤	**5**-1 720	**5**-2 ①
유형 **6** ①	**6**-1 ⑤	**6**-2 24

유형 1

두 주사위에서 나오는 눈의 수를 순서쌍으로 나타내면
(i) 눈의 수의 합이 4인 경우
(1, 3), (2, 2), (3, 1)의 3가지
(ii) 눈의 수의 합이 5인 경우
(1, 4), (2, 3), (3, 2), (4, 1)의 4가지
(i), (ii)의 두 사건은 동시에 일어날 수 없으므로 구하는 경우의 수는
3+4=7 답 ③

1-1

두 주사위에서 나오는 눈의 수를 순서쌍으로 나타내면
(i) 눈의 수의 합이 6인 경우
(1, 5), (2, 4), (3, 3), (4, 2), (5, 1)의 5가지
(ii) 눈의 수의 합이 12인 경우
(6, 6)의 1가지
(i), (ii)의 두 사건은 동시에 일어날 수 없으므로 구하는 경우의 수는
5+1=6 답 6

1-2

꺼낸 구슬에 적힌 두 수를 순서쌍으로 나타내면
(i) 두 수의 합이 19인 경우
(9, 10), (10, 9)의 2가지
(ii) 두 수의 합이 20인 경우
(10, 10)의 1가지
(i), (ii)의 두 사건은 동시에 일어날 수 없으므로 구하는 경우의 수는
2+1=3 답 3

유형 2

72를 소인수분해하면 $72=2^3\times3^2$
2^3의 양의 약수는 1, 2, 2^2, 2^3의 4개
3^2의 양의 약수는 1, 3, 3^2의 3개
이 중에서 각각 하나씩 택하여 곱한 수는 모두 72의 양의 약수가 된다.
즉, 72의 양의 약수의 개수는
$a=4\times3=12$
120을 소인수분해하면 $120=2^3\times3\times5$
2^3의 양의 약수는 1, 2, 2^2, 2^3의 4개
3의 양의 약수는 1, 3의 2개
5의 양의 약수는 1, 5의 2개
즉, 120의 양의 약수의 개수는
$b=4\times2\times2=16$
$\therefore a+b=12+16=28$ 답 ①
참고 자연수 N이
$N=p^lq^mr^n$ (p, q, r는 서로 다른 소수, l, m, n은 자연수)
꼴로 소인수분해될 때, N의 양의 약수의 개수는
$(l+1)(m+1)(n+1)$

2-1

96을 소인수분해하면 $96=2^5\times3$
즉, 96의 양의 약수의 개수는
$a=(5+1)(1+1)=6\times2=12$
180을 소인수분해하면 $180=2^2\times3^2\times5$
즉, 180의 양의 약수의 개수는
$b=(2+1)(2+1)(1+1)=3\times3\times2=18$
$\therefore b-a=18-12=6$ 답 ③

2-2

$(x+y)(a+b+c)$를 전개하면 x, y에 곱해지는 항이 각각 a, b, c의 3개이므로 항의 개수는
$2\times3=6$ 답 6

유형 3

(i) A ⟶ B ⟶ D로 가는 경우의 수는
$2\times1=2$
(ii) A ⟶ C ⟶ D로 가는 경우의 수는
$3\times2=6$
(i), (ii)의 두 사건은 동시에 일어날 수 없으므로 구하는 경우의 수는
2+6=8 답 ②

3-1

(i) A ⟶ B ⟶ D로 가는 경우의 수는

$2\times3=6$

(ii) A ⟶ C ⟶ D로 가는 경우의 수는

$3\times2=6$

(iii) A ⟶ B ⟶ C ⟶ D로 가는 경우의 수는

$2\times2\times2=8$

(iv) A ⟶ C ⟶ B ⟶ D로 가는 경우의 수는

$3\times2\times3=18$

(i)~(iv)의 네 사건은 동시에 일어날 수 없으므로 구하는 경우의 수는

$6+6+8+18=38$ 답 38

3-2

(i) A ⟶ B ⟶ D ⟶ C ⟶ A로 가는 경우의 수는

$3\times2\times2\times1=12$

(ii) A ⟶ C ⟶ D ⟶ B ⟶ A로 가는 경우의 수는

$1\times2\times2\times3=12$

(i), (ii)의 두 사건은 동시에 일어날 수 없으므로 구하는 경우의 수는

$12+12=24$ 답 24

유형 4

${}_{n+2}P_4=56\times{}_nP_2$에서

$(n+2)(n+1)n(n-1)=56n(n-1)$

$n\geq2$이므로 양변을 $n(n-1)$로 나누면

$(n+2)(n+1)=56$

$n^2+3n-54=0$, $(n-6)(n+9)=0$

$\therefore n=6$ ($\because n\geq2$) 답 ②

참고 ${}_{n+2}P_4$, ${}_nP_2$에서 $n+2\geq4$, $n\geq2$이므로 $n\geq2$이다.

4-1

${}_{n+3}P_3=10\times{}_{n+1}P_2$에서

$(n+3)(n+2)(n+1)=10(n+1)n$

$n\geq1$이므로 양변을 $n+1$로 나누면

$(n+3)(n+2)=10n$

$n^2-5n+6=0$, $(n-2)(n-3)=0$

$\therefore n=2$ 또는 $n=3$

따라서 모든 자연수 n의 값의 합은

$2+3=5$ 답 5

4-2

${}_nP_3+3\times{}_nP_2=5\times{}_{n+1}P_2$에서

$n(n-1)(n-2)+3n(n-1)=5(n+1)n$

$n\geq3$이므로 양변을 n으로 나누면

$(n-1)(n-2)+3(n-1)=5(n+1)$

$n^2-5n-6=0$, $(n+1)(n-6)=0$

$\therefore n=6$ ($\because n\geq3$) 답 ③

유형 5

어른 2명을 묶어 한 사람으로 생각하면 4명을 일렬로 세우는 경우의 수는

$4!=4\times3\times2\times1=24$

그 각각에 대하여 어른 2명이 자리를 바꾸는 경우의 수는

$2!=2\times1=2$

$\therefore a=24\times2=48$

한편, 아이 3명을 일렬로 세우는 경우의 수는

$3!=3\times2\times1=6$

∨ ● ∨ ● ∨ ● ∨

위의 그림과 같이 아이 3명(●)의 사이사이와 양 끝의 4개의 자리에 어른 2명을 세우는 경우의 수는

${}_4P_2=4\times3=12$

$\therefore b=6\times12=72$

$\therefore b-a=72-48=24$ 답 ⑤

5-1

모음 e, o를 묶어 한 문자로 생각하면 5개를 일렬로 나열하는 경우의 수는

$5!=5\times4\times3\times2\times1=120$

그 각각에 대하여 모음 2개의 자리를 바꾸는 경우의 수는

$2!=2\times1=2$

$\therefore a=120\times2=240$

한편, 자음 p, r, s, n의 4개를 일렬로 나열하는 경우의 수는

$4!=4\times3\times2\times1=24$

∨ ● ∨ ● ∨ ● ∨ ● ∨

위의 그림과 같이 자음 4개(●)의 사이사이와 양 끝의 5개의 자리에 모음 2개를 나열하는 경우의 수는

${}_5P_2=5\times4=20$

$\therefore b=24\times20=480$

$\therefore a+b=240+480=720$ 답 720

5-2

영어책 4권을 묶어 한 권으로 생각하면 $(n+1)$권을 일렬로 꽂는 경우의 수는

$(n+1)!$

그 각각에 대하여 영어책 4권의 자리를 바꾸는 경우의 수는

$4!=4\times3\times2\times1=24$

따라서 $(n+1)!\times24=576$이므로

$(n+1)!=24=4\times3\times2\times1$

$n+1=4$ $\therefore n=3$ 답 ①

유형 6

세 자리의 자연수 중 짝수는

□□2 또는 □□4

꼴이다. 각각의 경우에 대하여 백의 자리와 십의 자리에는 일의 자리에 오는 숫자를 제외한 4개의 숫자 중에서 2개를 택하여 나열하면 된다.

따라서 구하는 짝수의 개수는

${}_4P_2+{}_4P_2=2\times{}_4P_2=2\times(4\times3)=24$ 답 ①

6-1

네 자리의 자연수 중 홀수는

□□□1 또는 □□□3 또는 □□□5

꼴이다. 각각의 경우에 대하여 천의 자리, 백의 자리, 십의 자리에는 일의 자리에 오는 숫자를 제외한 4개의 숫자 중에서 3개를 택하여 나열하면 된다.

따라서 구하는 홀수의 개수는

${}_4P_3+{}_4P_3+{}_4P_3=3\times{}_4P_3$

$=3\times(4\times3\times2)=72$ 답 ⑤

6-2

4의 배수가 되려면 끝의 두 자리의 수가 4의 배수이어야 한다.

이때 네 자리의 자연수 중 4의 배수는

□□36 또는 □□56 또는 □□64 또는 □□76

꼴이다. 각각의 경우에 대하여 천의 자리와 백의 자리에는 십의 자리와 일의 자리에 오는 숫자를 제외한 3개의 숫자 중에서 2개를 택하여 나열하면 된다.

따라서 구하는 4의 배수의 개수는

${}_3P_2+{}_3P_2+{}_3P_2+{}_3P_2=4\times{}_3P_2$

$=4\times(3\times2)=24$ 답 24

교과서 문제 정복하기 › 본문 54~55쪽

01 ①	02 ①	03 ①	04 ⑤	05 ③
06 ③	07 15	08 7	09 ⑤	10 ⑤
11 ②	12 ④	13 1440	14 52	15 ④

01

5의 배수가 적힌 카드가 나오는 경우는

5, 10, 15의 3가지

6의 배수가 적힌 카드가 나오는 경우는

6, 12, 18의 3가지

따라서 구하는 경우의 수는

$3+3=6$ 답 ①

02

100 이하의 자연수 중에서

5의 배수는 5, 10, 15, …, 100의 20개

7의 배수는 7, 14, 21, …, 98의 14개

5와 7의 공배수, 즉 35의 배수는 35, 70의 2개

따라서 손뼉을 쳐야 하는 자연수의 개수는

$20+14-2=32$ 답 ①

참고 사건 A와 사건 B가 일어나는 경우의 수가 각각 m, n이고, 두 사건 A, B가 동시에 일어나는 경우의 수가 l이면

(사건 A 또는 사건 B가 일어나는 경우의 수는) $=m+n-l$

03

십의 자리에 올 수 있는 숫자는 2, 4, 6, 8의 4개

그 각각에 대하여 일의 자리에 올 수 있는 숫자는

1, 3, 5, 7, 9의 5개

따라서 구하는 개수는

$4\times5=20$ 답 ①

04

240과 320의 양의 공약수의 개수는 240과 320의 최대공약수의 양의 약수의 개수와 같다.

이때 $240=2^4\times3\times5$, $320=2^6\times5$이므로 240과 320의 최대공약수는

$2^4\times5$

따라서 240과 320의 양의 공약수의 개수는 $2^4\times5$의 양의 약수의 개수와 같으므로

$(4+1)(1+1)=10$ 답 ⑤

05

100원짜리 동전으로 지불할 수 있는 경우는

0개, 1개, 2개, 3개의 4가지

10원짜리 동전으로 지불할 수 있는 경우는

0개, 1개, 2개, 3개, 4개의 5가지

이때 0원을 지불하는 경우는 제외해야 하므로 구하는 경우의 수는

$4\times5-1=19$ 답 ③

06

A 영역에 칠할 수 있는 색은

4가지

B 영역은 A 영역에 인접하므로 B 영역에 칠할 수 있는 색은 A 영역에 칠한 색을 제외한

3가지

C 영역은 A 영역과 B 영역에 인접하므로 C 영역에 칠할 수 있는 색은 A 영역과 B 영역에 칠한 색을 제외한

2가지

D 영역은 A 영역, B 영역, C 영역에 인접하므로 D 영역에 칠할 수 있는 색은 A 영역, B 영역, C 영역에 칠한 색을 제외한 1가지

따라서 구하는 경우의 수는

$4\times3\times2\times1=24$ 답 ③

07

(i) 입구 ⟶ 침엽수 정원 ⟶ 허브 정원 ⟶ 야생화 정원으로 가는 경우의 수는

$1\times3\times1=3$

(ii) 입구 ⟶ 허브 정원 ⟶ 침엽수 정원 ⟶ 야생화 정원으로 가는 경우의 수는

$2\times3\times2=12$

(i), (ii)에서 구하는 경우의 수는

$3+12=15$ 답 15

08

${}_nP_3=6n(n-2)$에서

$n(n-1)(n-2)=6n(n-2)$

$n\geq3$이므로 양변을 $n(n-2)$로 나누면

$n-1=6 \quad \therefore n=7$ 답 7

09

7곳의 관광지 중에서 4곳을 택한 후 순서를 정하여 관광하는 경우의 수는 7개에서 4개를 택하는 순열의 수와 같으므로

${}_7P_4=7\times6\times5\times4=840$ 답 ⑤

10

남자 5명 중에서 대표와 부대표를 선출하는 경우의 수는 5개에서 2개를 택하는 순열의 수와 같으므로

${}_5P_2=5\times4=20$

그 각각에 대하여 여자 4명 중에서 대표와 부대표를 선출하는 경우의 수는 4개에서 2개를 택하는 순열의 수와 같으므로

${}_4P_2=4\times3=12$

따라서 구하는 경우의 수는

$20\times12=240$ 답 ⑤

11

승빈이를 맨 앞에, 은이를 맨 뒤에 고정하고 나머지 4명을 일렬로 세우면 되므로 구하는 경우의 수는

$4!=4\times3\times2\times1=24$ 답 ②

12

남학생 5명을 묶어 한 사람으로 생각하면 3명을 일렬로 세우는 경우의 수는

$3!=3\times2\times1=6$

그 각각에 대하여 남학생 5명이 자리를 바꾸는 경우의 수는

$5!=5\times4\times3\times2\times1=120$

따라서 구하는 경우의 수는

$6\times120=720$ 답 ④

13

A반 학생 2명을 한 사람으로, B반 학생 3명을 한 사람으로 생각하여 C반 학생 3명과 일렬로 세우는 경우의 수는 5명을 일렬로 세우는 경우의 수와 같으므로

$5!=5\times4\times3\times2\times1=120$

A반 학생 2명이 자리를 바꾸는 경우의 수는

$2!=2\times1=2$

B반 학생 3명이 자리를 바꾸는 경우의 수는

$3!=3\times2\times1=6$

따라서 구하는 경우의 수는

$120\times2\times6=1440$ 답 1440

14

세 자리의 자연수 중 짝수는

□□0 또는 □□2 또는 □□4 꼴

이다.

(i) □□0 꼴인 경우

백의 자리와 십의 자리에는 0을 제외한 5개의 숫자 중에서 2개를 택하여 나열하면 된다.

$\therefore {}_5P_2=5\times4=20$

(ii) □□2 또는 □□4 꼴인 경우

백의 자리에는 0과 일의 자리에 오는 숫자를 제외한 4개의 숫자 중 1개가 올 수 있고, 십의 자리에는 백의 자리와 일의 자리에 오는 숫자를 제외한 4개의 숫자 중 1개가 올 수 있다.

$\therefore 2\times(4\times4)=32$

(i), (ii)에서 구하는 짝수의 개수는

$20+32=52$ 답 52

15

A□□□ 꼴의 문자열의 개수는 B, C, D를 일렬로 배열하는 경우의 수와 같으므로

$3!=3\times2\times1=6$

BA□□ 꼴의 문자열의 개수는 C, D를 일렬로 배열하는 경우의 수와 같으므로

$2!=2\times1=2$

BC□□ 꼴의 문자열의 개수는 A, D를 일렬로 배열하는 경우의 수와 같으므로

$2!=2\times1=2$

따라서 BDAC는 $6+2+2+1=11$(번째)에 오는 문자열이다. 답 ④

08 조합

교과서 유형 흐름잡기

본문 57~59쪽

유형 1	②	1-1 ②	1-2 11
유형 2	②	2-1 700	2-2 ④
유형 3	①	3-1 ④	3-2 21
유형 4	⑤	4-1 ①	4-2 455
유형 5	⑤	5-1 3600	5-2 ③
유형 6	④	6-1 26	6-2 ③

유형 1

${}_{n+2}C_n={}_{n+2}C_2$이므로 ${}_{n+2}C_n=15$에서 ${}_{n+2}C_2=15$

$\frac{(n+2)(n+1)}{2\times1}=15$

$(n+2)(n+1)=30=6\times5$

$\therefore n=4\ (\because n>0)$ 답 ②

1-1

${}_{n+3}C_n={}_{n+3}C_3$이므로 ${}_{n+3}C_n=56$에서 ${}_{n+3}C_3=56$

$\frac{(n+3)(n+2)(n+1)}{3\times2\times1}=56$

$(n+3)(n+2)(n+1)=336=8\times7\times6$

$\therefore n=5\ (\because n>0)$ 답 ②

1-2

$2\times{}_nC_3=3\times{}_nP_2$에서

$2\times\frac{n(n-1)(n-2)}{3\times2\times1}=3\times n(n-1)$

$n(n-1)(n-2)=9n(n-1)$

$n-2=9\ (\because n\geq3)$

$\therefore n=11$ 답 11

유형 2

케이크 4종류 중에서 2종류를 주문하는 경우의 수는

${}_4C_2=\frac{4\times3}{2\times1}=6$

음료 5종류 중에서 3종류를 주문하는 경우의 수는

${}_5C_3={}_5C_2=\frac{5\times4}{2\times1}=10$

따라서 구하는 경우의 수는

$6\times10=60$ 답 ②

2-1

이어달리기에 신청한 학생 7명 중에서 4명을 뽑는 경우의 수는

${}_7C_4={}_7C_3=\frac{7\times6\times5}{3\times2\times1}=35$

줄넘기에 신청한 학생 6명 중에서 3명을 뽑는 경우의 수는

${}_6C_3=\frac{6\times5\times4}{3\times2\times1}=20$

따라서 구하는 경우의 수는

$35\times20=700$ 답 700

2-2

소프라노 3명 중에서 2명을 뽑는 경우의 수는

${}_3C_2={}_3C_1=3$

알토 6명 중에서 4명을 뽑는 경우의 수는

${}_6C_4={}_6C_2=\frac{6\times5}{2\times1}=15$

테너 4명 중에서 3명을 뽑는 경우의 수는

${}_4C_3={}_4C_1=4$

따라서 구하는 경우의 수는

$3\times15\times4=180$ 답 ④

유형 3

구하는 경우의 수는 두 선수 A, B를 제외한 10명의 선수 중에서 3명의 선수를 뽑는 경우의 수와 같으므로

${}_{10}C_3=\frac{10\times9\times8}{3\times2\times1}=120$ 답 ①

3-1

파란색 구슬을 이미 꺼냈다고 생각하면 구하는 경우의 수는 파란색 구슬을 제외한 10개의 구슬 중에서 5개의 구슬을 꺼내는 경우의 수와 같으므로

${}_{10}C_5=\frac{10\times9\times8\times7\times6}{5\times4\times3\times2\times1}=252$ 답 ④

3-2

구하는 경우의 수는 빨간색, 녹색, 검은색 색연필을 제외한 7자루의 색연필 중에서 5자루의 색연필을 선택하는 경우의 수와 같으므로

${}_7C_5={}_7C_2=\frac{7\times6}{2\times1}=21$ 답 21

유형 4

어른 5명과 아이 4명 중에서 4명을 뽑는 경우의 수는

${}_9C_4=\frac{9\times8\times7\times6}{4\times3\times2\times1}=126$

아이만 4명을 뽑는 경우의 수는

${}_4C_4=1$

따라서 구하는 경우의 수는

$126-1=125$ 답 ⑤

4-1

가위 6개와 풀 5개 중에서 3개를 택하는 경우의 수는

${}_{11}C_3=\frac{11\times10\times9}{3\times2\times1}=165$

풀만 3개를 택하는 경우의 수는

${}_5C_3={}_5C_2=\frac{5\times4}{2\times1}=10$

따라서 구하는 경우의 수는

$165-10=155$ 답 ①

4-2

남학생 7명과 여학생 5명 중에서 4명의 학생을 뽑는 경우의 수는

${}_{12}C_4=\frac{12\times11\times10\times9}{4\times3\times2\times1}=495$

남학생만 4명을 뽑는 경우의 수는

${}_7C_4={}_7C_3=\frac{7\times6\times5}{3\times2\times1}=35$

여학생만 4명을 뽑는 경우의 수는

${}_5C_4={}_5C_1=5$

따라서 구하는 경우의 수는

$495-(35+5)=455$ 답 455

유형 5

남학생 6명 중에서 3명을 뽑는 경우의 수는

${}_6C_3=\frac{6\times5\times4}{3\times2\times1}=20$

여학생 4명 중에서 1명을 뽑는 경우의 수는

${}_4C_1=4$

뽑은 4명을 일렬로 세우는 경우의 수는

$4!=4\times3\times2\times1=24$

따라서 구하는 경우의 수는

$20\times4\times24=1920$ 답 ⑤

5-1

A반 학생 3명 중에서 2명을 뽑는 경우의 수는

${}_3C_2={}_3C_1=3$

B반 학생 5명 중에서 3명을 뽑는 경우의 수는

${}_5C_3={}_5C_2=\frac{5\times4}{2\times1}=10$

뽑은 5명을 일렬로 세우는 경우의 수는

$5!=5\times4\times3\times2\times1=120$

따라서 구하는 경우의 수는

$3\times10\times120=3600$ 답 3600

5-2

4가 적힌 카드를 제외한 8장의 카드 중에서 2장의 카드를 뽑는 경우의 수는

${}_8C_2=\frac{8\times7}{2\times1}=28$

3장의 카드를 일렬로 나열하는 경우의 수는

$3!=3\times2\times1=6$

따라서 구하는 자연수의 개수는

$28\times6=168$ 답 ③

유형 6

7개의 점 중에서 2개를 택하는 경우의 수는

${}_7C_2=\frac{7\times6}{2\times1}=21$

직선 l 위에 있는 4개의 점 중에서 2개를 택하는 경우의 수는

${}_4C_2=\frac{4\times3}{2\times1}=6$

직선 m 위에 있는 3개의 점 중에서 2개를 택하는 경우의 수는

${}_3C_2={}_3C_1=3$

이때 일직선 위에 있는 점들로 만들 수 있는 직선은 1개이므로 구하는 직선의 개수는

$21-(6+3)+1+1=14$ 답 ④

6-1

10개의 점 중에서 2개를 택하는 경우의 수는

${}_{10}C_2=\frac{10\times9}{2\times1}=45$

직선 l 위에 있는 4개의 점 중에서 2개를 택하는 경우의 수는

${}_4C_2=\frac{4\times3}{2\times1}=6$

직선 m 위에 있는 6개의 점 중에서 2개를 택하는 경우의 수는

${}_6C_2=\frac{6\times5}{2\times1}=15$

이때 일직선 위에 있는 점들로 만들 수 있는 직선은 1개이므로 구하는 직선의 개수는

$45-(6+15)+1+1=26$ 답 26

6-2

8개의 꼭짓점 중에서 2개를 택하는 경우의 수는

${}_8C_2=\frac{8\times7}{2\times1}=28$

이때 8개의 변은 대각선의 개수에서 제외해야 하므로 구하는 대각선의 개수는

$28-8=20$ 답 ③

교과서 문제 정복하기

› 본문 60~61쪽

01 ③	02 5	03 ⑤	04 30	05 ④
06 210	07 ④	08 ③	09 ①	10 ③
11 ④	12 144	13 ②	14 90	15 ③

01

${}_{10}C_r={}_{10}C_{10-r}$이므로 ${}_{10}C_r={}_{10}C_{r-4}$에서

${}_{10}C_{10-r}={}_{10}C_{r-4}$

$10-r=r-4,\ 2r=14$

$\therefore r=7$ 답 ③

02

${}_{n+1}C_{n-1}={}_{n+1}C_2$이므로

${}_{n+2}C_3=2\times{}_nC_2+{}_{n+1}C_{n-1}$에서

${}_{n+2}C_3=2\times{}_nC_2+{}_{n+1}C_2$

$\frac{(n+2)(n+1)n}{3!}=2\times\frac{n(n-1)}{2!}+\frac{(n+1)n}{2!}$

양변에 $\frac{3!}{n}$을 곱하면

$(n+2)(n+1)=6(n-1)+3(n+1)$

$n^2+3n+2=6n-6+3n+3$

$n^2-6n+5=0,\ (n-1)(n-5)=0$

$\therefore n=1$ 또는 $n=5$

이때 $n\geq2$이므로 $n=5$ 답 5

03

(i) n명 중에서 임원 r명을 뽑는 경우의 수는 $\boxed{{}_nC_r}$이고, 뽑힌 임원 r명 중에서 회장 1명을 뽑는 경우의 수는 $\boxed{r}$이므로 구하는 경우의 수는 $r\times{}_nC_r$이다.

(ii) n명 중에서 회장 1명을 뽑는 경우의 수는 n이고, 나머지 $(n-1)$명 중에서 임원 $(\boxed{r-1})$명을 뽑는 경우의 수는 $\boxed{{}_{n-1}C_{r-1}}$이므로 구하는 경우의 수는 $n\times{}_{n-1}C_{r-1}$이다.

따라서 $r\times{}_nC_r=n\times{}_{n-1}C_{r-1}$이다. 답 ⑤

04

프로듀서 5명 중에서 3명을 뽑는 경우의 수는

${}_5C_3={}_5C_2=\frac{5\times4}{2\times1}=10$

가수 6명 중에서 3명을 뽑는 경우의 수는

${}_6C_3=\frac{6\times5\times4}{3\times2\times1}=20$

따라서 구하는 경우의 수는

$10+20=30$ 답 30

05

집합 A의 원소 10개 중에서 3개를 뽑는 조합의 수와 같으므로

${}_{10}C_3=\frac{10\times9\times8}{3\times2\times1}=120$ 답 ④

06

십자수를 하는 2일을 택하는 경우의 수는

${}_7C_2=\frac{7\times6}{2\times1}=21$

십자수를 하는 2일을 제외하고 나머지 5일 중에서 북아트를 하는 4일을 택하는 경우의 수는

${}_5C_4={}_5C_1=5$

나머지 하루에 수영, 테니스 중에서 한 가지를 택하는 경우의 수는

${}_2C_1=2$

따라서 구하는 경우의 수는

$21\times5\times2=210$ 답 210

07

구하는 경우의 수는 특정한 2명을 제외한 13명의 학생 중에서 3명을 선발하는 경우의 수와 같으므로

${}_{13}C_3=\frac{13\times12\times11}{3\times2\times1}=286$ 답 ④

08

빨간색 볼펜을 이미 택했다고 생각하면 구하는 경우의 수는 빨간색 볼펜을 제외한 $(n-1)$자루의 볼펜 중에서 3자루의 볼펜을 택하는 경우의 수와 같으므로

${}_{n-1}C_3=\frac{(n-1)(n-2)(n-3)}{3\times2\times1}=35$

$(n-1)(n-2)(n-3)=210=7\times6\times5$

$\therefore n=8$ 답 ③

09

핸드볼 선수 7명과 배구 선수 6명 중에서 5명을 뽑는 경우의 수는

${}_{13}C_5=\frac{13\times12\times11\times10\times9}{5\times4\times3\times2\times1}=1287$

핸드볼 선수만 5명을 뽑는 경우의 수는

${}_7C_5={}_7C_2=\frac{7\times6}{2\times1}=21$

배구 선수만 5명을 뽑는 경우의 수는

${}_6C_5={}_6C_1=6$

따라서 구하는 경우의 수는

$1287-(21+6)=1260$ 답 ①

10

두 수의 곱이 짝수이려면 적어도 1개는 짝수가 적힌 공을 꺼내야 한다.

8개의 공 중에서 2개의 공을 꺼내는 경우의 수는

${}_8C_2=\frac{8\times7}{2\times1}=28$

홀수가 적힌 공만 2개를 꺼내는 경우의 수는

${}_4C_2=\frac{4\times3}{2\times1}=6$

따라서 구하는 경우의 수는

$28-6=22$ 답 ③

다른풀이 두 수의 곱이 짝수인 경우는

(짝수)×(짝수) 또는 (짝수)×(홀수)

꼴이다.

(i) 두 공에 적힌 수가 모두 짝수인 경우

짝수가 적힌 4개의 공 중에서 2개의 공을 꺼내면 되므로

${}_4C_2=\frac{4\times3}{2\times1}=6$

(ii) 한 공에 적힌 수는 짝수, 다른 한 공에 적힌 수는 홀수인 경우
짝수가 적힌 4개의 공 중에서 1개, 홀수가 적힌 4개의 공 중에서 1개를 꺼내면 되므로
${}_4C_1 \times {}_4C_1 = 4 \times 4 = 16$
(i), (ii)에서 구하는 경우의 수는
$6 + 16 = 22$

11
여자 2명이 같은 모둠에 속하려면 이 모둠에는 남자가 2명이 있어야 하므로 남자 6명을 2명과 4명으로 나누면 된다.
따라서 구하는 경우의 수는
${}_6C_2 \times {}_4C_4 = \frac{6 \times 5}{2 \times 1} \times 1 = 15 \times 1 = 15$ 답 ④

12
군인 4명 중에서 3명을 뽑는 경우의 수는
${}_4C_3 = {}_4C_1 = 4$
경찰 3명 중에서 2명을 뽑는 경우의 수는
${}_3C_2 = {}_3C_1 = 3$
경찰 2명을 양 끝에 세우는 경우의 수는
$2! = 2 \times 1 = 2$
그 각각에 대하여 군인 3명을 일렬로 세우는 경우의 수는
$3! = 3 \times 2 \times 1 = 6$
따라서 구하는 경우의 수는
$4 \times 3 \times 2 \times 6 = 144$ 답 144

13
함수 f가 주어진 조건을 만족시키려면 집합 Y의 원소 5개 중에서 4개를 택하여 작은 수부터 차례대로 정의역의 원소 1, 2, 3, 4에 대응시키면 된다.
따라서 함수 f의 개수는 5개의 원소 중에서 4개를 뽑는 조합의 수와 같으므로
${}_5C_4 = {}_5C_1 = 5$ 답 ②

14
가로로 놓인 4개의 평행선 중에서 2개, 세로로 놓인 6개 평행선 중에서 2개를 택하면 하나의 평행사변형이 결정되므로 구하는 평행사변형의 개수는
${}_4C_2 \times {}_6C_2 = \frac{4 \times 3}{2 \times 1} \times \frac{6 \times 5}{2 \times 1} = 90$ 답 90

15
가로선 4개 중에서 2개, 세로선 5개 중에서 2개를 택하면 하나의 직사각형이 결정되므로 직사각형의 총 개수는
${}_4C_2 \times {}_5C_2 = \frac{4 \times 3}{2 \times 1} \times \frac{5 \times 4}{2 \times 1} = 60$
이때 가장 작은 정사각형 1개, 4개, 9개로 이루어진 정사각형의 개수는 각각 12, 6, 2이므로 정사각형의 총 개수는
$12 + 6 + 2 = 20$
따라서 구하는 경우의 수는
$60 - 20 = 40$ 답 ③

대단원 마무리하기
본문 62~63쪽

01 ④	02 ④	03 ③	04 ③	05 12
06 7	07 ②	08 576	09 ③	10 ⑤
11 ⑤	12 ③	13 ③	14 2880	15 56

01
두 주사위의 눈의 수를 순서쌍으로 나타내면
(i) 눈의 수의 합이 3인 경우
(1, 2), (2, 1)의 2가지
(ii) 눈의 수의 합이 6인 경우
(1, 5), (2, 4), (3, 3), (4, 2), (5, 1)의 5가지
(iii) 눈의 수의 합이 9인 경우
(3, 6), (4, 5), (5, 4), (6, 3)의 4가지
(iv) 눈의 수의 합이 12인 경우
(6, 6)의 1가지
(i)~(iv)에서 구하는 경우의 수는
$2 + 5 + 4 + 1 = 12$ 답 ④

02
(i) 나머지가 1인 경우
1, 8, 15, 22, 29, 36의 6개
(ii) 나머지가 3인 경우
3, 10, 17, 24, 31, 38의 6개
(iii) 나머지가 5인 경우
5, 12, 19, 26, 33, 40의 6개
(i)~(iii)에서 구하는 자연수의 개수는
$6 + 6 + 6 = 18$ 답 ④

03
(i) $y = 1$이면 $2x + z = 7$
이를 만족시키는 순서쌍 (x, z)는
(1, 5), (2, 3), (3, 1)의 3개
(ii) $y = 2$이면 $2x + z = 4$
이를 만족시키는 순서쌍 (x, z)는
(1, 2)의 1개

(iii) $y=3$이면 $2x+z=1$

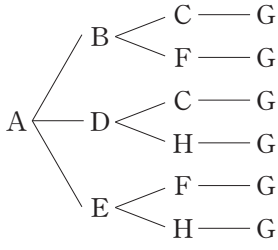
이를 만족시키는 순서쌍 (x, z)는 없다.

(i)~(iii)에서 구하는 순서쌍의 개수는

$3+1=4$ 답 ③

04

꼭짓점 A에서 꼭짓점 G로 가는 최단 경로를 수형도로 나타내면 다음과 같다.



따라서 구하는 최단 경로의 수는

$3\times2=6$ 답 ③

05

$(a+b)(p+q+r)(x+y)$를 전개하면 a, b에 곱해지는 항이 각각 p, q, r의 3개이고, 그 각각에 대하여 x, y의 2개의 항이 곱해지므로 항의 개수는

$2\times3\times2=12$ 답 12

06

$$n\times{}_{n-1}\mathrm{P}_{r-1}=n\times\frac{(\boxed{n-1})!}{\{(n-1)-(r-1)\}!}$$
$$=\frac{(\boxed{n})!}{(n-r)!}$$
$$={}_{n}\mathrm{P}_{r}$$

따라서 $f(n)=n-1$, $g(n)=n$이므로

$f(3)+g(5)=2+5=7$ 답 7

07

a, c를 묶어 한 문자로 생각하면 4개를 일렬로 나열하는 경우의 수는

$4!=4\times3\times2\times1=24$

그 각각에 대해 a, c가 자리를 바꾸는 경우의 수는

$2!=2\times1=2$

따라서 구하는 경우의 수는

$24\times2=48$ 답 ②

08

6명의 학생을 일렬로 세우는 경우의 수는

$6!=6\times5\times4\times3\times2\times1=720$

양쪽 끝에 여학생 3명 중 2명을 택하여 세우는 경우의 수는

${}_{3}\mathrm{P}_{2}=3\times2=6$

그 각각에 대하여 가운데에 나머지 4명을 일렬로 세우는 경우의 수는

$4!=4\times3\times2\times1=24$

즉, 양쪽 끝에 모두 여학생이 오도록 세우는 경우의 수는

$6\times24=144$

따라서 구하는 경우의 수는

$720-144=576$ 답 576

09

남학생 7명을 일렬로 세우는 경우의 수는 $7!$

㉠ ∨ ㉡ ∨ ㉢ ∨ ㉣ ∨ ㉤ ∨ ㉥ ∨ ㉦

그 각각에 대하여 위의 그림과 같이 남학생 7명 사이사이의 6개의 자리에 여학생 3명을 세우는 경우의 수는

${}_{6}\mathrm{P}_{3}=6\times5\times4=120$

따라서 구하는 경우의 수는

$120\times7!$ 답 ③

10

(i) 2□□□□ 꼴인 경우

천의 자리의 숫자는 1, 3, 4 중 하나를 택하고 나머지 숫자 3개를 일렬로 나열하면 되므로 구하는 자연수의 개수는

$3\times3!=3\times6=18$

(ii) 3□□□□ 또는 4□□□□ 꼴인 경우

나머지 숫자 4개를 일렬로 나열하면 되므로 구하는 자연수의 개수는

$4!+4!=2\times4!=2\times24=48$

(i), (ii)에서 구하는 자연수의 개수는

$18+48=66$ 답 ⑤

11

${}_{n-1}\mathrm{C}_{2}+{}_{n}\mathrm{C}_{2}={}_{n+2}\mathrm{C}_{2}$에서

$$\frac{(n-1)(n-2)}{2\times1}+\frac{n(n-1)}{2\times1}=\frac{(n+2)(n+1)}{2\times1}$$

$n^2-3n+2+n^2-n=n^2+3n+2$

$n^2-7n=0$, $n(n-7)=0$

$\therefore n=7$ ($\because n\geq3$) 답 ⑤

12

구하는 경우는 카드 20장 중에서 동시에 2장을 뽑았을 때, 카드에 적힌 수 중 작은 수를 x, 큰 수를 y라 하는 경우와 같다.

따라서 구하는 경우의 수는 카드 20장 중에서 2장을 뽑는 조합의 수와 같으므로

$${}_{20}\mathrm{C}_{2}=\frac{20\times19}{2\times1}=190$$ 답 ③

13

혜미와 진수는 함께 선출되고 유리는 선출되지 않아야 하므로 혜미와 진수를 먼저 택하고 유리를 제외한 나머지 5명 중에서 2명을 택하는 조합의 수와 같다.

따라서 구하는 경우의 수는

$${}_5C_2=\frac{5\times4}{2\times1}=10$$

답 ③

14

모음 4개, 자음 4개의 문자에서 모음 3개, 자음 2개를 택하는 경우의 수는

$${}_4C_3\times{}_4C_2={}_4C_1\times{}_4C_2=4\times\frac{4\times3}{2\times1}=24$$

5개의 문자를 일렬로 나열하는 경우의 수는

$5!=5\times4\times3\times2\times1=120$

따라서 구하는 문자열의 개수는

$24\times120=2880$

답 2880

15

원 위의 어떤 세 점도 일직선 위에 있지 않으므로 8개의 점 중에서 3개를 택하면 하나의 삼각형이 결정된다.

따라서 구하는 삼각형의 개수는

$${}_8C_3=\frac{8\times7\times6}{3\times2\times1}=56$$

답 56

memo

memo