유형의 완성 RPM

중학 수학 3-2

정답 및 풀이

정답 및 풀이

01 삼각비

교과서문제 정복하기

> 본문 9, 11쪽

0001 $\sin A=\frac{\overline{BC}}{\overline{AC}}=\frac{12}{13}$ 답 $\frac{12}{13}$

0002 $\cos A=\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}}=\frac{5}{13}$ 답 $\frac{5}{13}$

0003 $\tan A=\frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}=\frac{12}{5}$ 답 $\frac{12}{5}$

0004 $\sin C=\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}}=\frac{5}{13}$ 답 $\frac{5}{13}$

0005 $\cos C=\frac{\overline{BC}}{\overline{AC}}=\frac{12}{13}$ 답 $\frac{12}{13}$

0006 $\tan C=\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}}=\frac{5}{12}$ 답 $\frac{5}{12}$

0007 $\overline{AC}=\sqrt{4^2-3^2}=\sqrt{7}$ 답 $\sqrt{7}$

0008 $\sin B=\frac{\overline{AC}}{\overline{BC}}=\frac{\sqrt{7}}{4}$, $\cos B=\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}}=\frac{3}{4}$,
$\tan B=\frac{\overline{AC}}{\overline{AB}}=\frac{\sqrt{7}}{3}$
답 $\sin B=\frac{\sqrt{7}}{4}$, $\cos B=\frac{3}{4}$, $\tan B=\frac{\sqrt{7}}{3}$

0009 $\sin B=\frac{\overline{AC}}{\overline{AB}}$이므로
$\frac{x}{9}=\frac{2}{3}$ $\therefore x=6$ 답 6

0010 $\cos A=\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}}$이므로
$\frac{x}{12}=\frac{\sqrt{3}}{2}$ $\therefore x=6\sqrt{3}$ 답 $6\sqrt{3}$

0011 $\tan C=\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}}$이므로
$\frac{10}{x}=\frac{\sqrt{5}}{5}$ $\therefore x=10\sqrt{5}$ 답 $10\sqrt{5}$

0012 $\sin 30^\circ+\cos 60^\circ=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=1$ 답 1

0013 $\tan 60^\circ-\sin 60^\circ=\sqrt{3}-\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{\sqrt{3}}{2}$ 답 $\frac{\sqrt{3}}{2}$

0014 $\sin 45^\circ\times\cos 30^\circ=\frac{\sqrt{2}}{2}\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{\sqrt{6}}{4}$ 답 $\frac{\sqrt{6}}{4}$

0015 $\tan 45^\circ\div\cos 45^\circ=1\div\frac{\sqrt{2}}{2}=1\times\frac{2}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}$ 답 $\sqrt{2}$

0016 $\sin 30^\circ=\frac{1}{2}$이므로 $x=30^\circ$ 답 30°

0017 $\cos 45^\circ=\frac{\sqrt{2}}{2}$이므로 $x=45^\circ$ 답 45°

0018 $\tan 60^\circ=\sqrt{3}$이므로 $x=60^\circ$ 답 60°

0019 $\sin 30^\circ=\frac{x}{6}=\frac{1}{2}$이므로 $x=3$
$\cos 30^\circ=\frac{y}{6}=\frac{\sqrt{3}}{2}$이므로 $y=3\sqrt{3}$
답 $x=3$, $y=3\sqrt{3}$

0020 $\cos 45^\circ=\frac{4}{x}=\frac{\sqrt{2}}{2}$이므로 $x=4\sqrt{2}$
$\tan 45^\circ=\frac{y}{4}=1$이므로 $y=4$
답 $x=4\sqrt{2}$, $y=4$

0021 $\sin 60^\circ=\frac{5\sqrt{3}}{x}=\frac{\sqrt{3}}{2}$이므로 $x=10$
$\tan 60^\circ=\frac{5\sqrt{3}}{y}=\sqrt{3}$이므로 $y=5$
답 $x=10$, $y=5$

0022 $\sin x=\frac{\overline{AB}}{\overline{OA}}=\frac{\overline{AB}}{1}=\overline{AB}$ 답 $\overline{AB}$

0023 $\cos x=\frac{\overline{OB}}{\overline{OA}}=\frac{\overline{OB}}{1}=\overline{OB}$ 답 $\overline{OB}$

0024 $\tan x=\frac{\overline{CD}}{\overline{OD}}=\frac{\overline{CD}}{1}=\overline{CD}$ 답 $\overline{CD}$

0025 $\sin y=\frac{\overline{OB}}{\overline{OA}}=\frac{\overline{OB}}{1}=\overline{OB}$ 답 $\overline{OB}$

0026 $\cos y=\frac{\overline{AB}}{\overline{OA}}=\frac{\overline{AB}}{1}=\overline{AB}$ 답 $\overline{AB}$

0027 $\sin 56^\circ=\frac{0.83}{1}=0.83$ 답 0.83

0028 $\cos 56^\circ=\frac{0.56}{1}=0.56$ 답 0.56

0029 $\tan 56^\circ = \frac{1.48}{1} = 1.48$ 답 1.48

0030 $90^\circ - 56^\circ = 34^\circ$이므로

$\sin 34^\circ = \frac{0.56}{1} = 0.56$ 답 0.56

0031 $\cos 34^\circ = \frac{0.83}{1} = 0.83$ 답 0.83

0032 $\sin 0^\circ + \cos 0^\circ = 0 + 1 = 1$ 답 1

0033 $\tan 0^\circ - \cos 90^\circ + \sin 90^\circ = 0 - 0 + 1 = 1$ 답 1

0034 $\cos 0^\circ \times \sin 30^\circ = 1 \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$ 답 $\frac{1}{2}$

0035 $\sin 90^\circ \times \tan 0^\circ + \cos 45^\circ = 1 \times 0 + \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

답 $\frac{\sqrt{2}}{2}$

0036 $0^\circ \le x \le 90^\circ$일 때, x의 크기가 커지면 $\sin x$의 값은 증가하므로

$\sin 20^\circ \boxed{<} \sin 70^\circ$ 답 $<$

0037 $0^\circ \le x \le 90^\circ$일 때, x의 크기가 커지면 $\cos x$의 값은 감소하므로

$\cos 35^\circ \boxed{>} \cos 50^\circ$ 답 $>$

0038 $0^\circ \le x < 90^\circ$일 때, x의 크기가 커지면 $\tan x$의 값은 증가하므로

$\tan 50^\circ \boxed{<} \tan 80^\circ$ 답 $<$

0039 $0^\circ \le x < 45^\circ$일 때, $\sin x < \cos x$이므로

$\sin 25^\circ \boxed{<} \cos 25^\circ$ 답 $<$

0040 $45^\circ < x \le 90^\circ$일 때, $\sin x > \cos x$이므로

$\sin 70^\circ \boxed{>} \cos 70^\circ$ 답 $>$

0041 $\sin 48^\circ = 0.7431$ 답 0.7431

0042 $\cos 51^\circ = 0.6293$ 답 0.6293

0043 $\tan 46^\circ = 1.0355$ 답 1.0355

0044 $\sin 50^\circ = 0.7660$이므로 $x = 50^\circ$ 답 50°

0045 $\cos 47^\circ = 0.6820$이므로 $x = 47^\circ$ 답 47°

0046 $\tan 49^\circ = 1.1504$이므로 $x = 49^\circ$ 답 49°

유형 익히기

본문 12~21쪽

0047 $\overline{BC} = \sqrt{2^2+4^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$

① $\sin B = \frac{\overline{AC}}{\overline{BC}} = \frac{4}{2\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$

② $\cos B = \frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = \frac{2}{2\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$

③ $\sin C = \frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = \frac{2}{2\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$

④ $\cos C = \frac{\overline{AC}}{\overline{BC}} = \frac{4}{2\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$

⑤ $\tan C = \frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

따라서 옳은 것은 ③이다. 답 ③

0048 ⑤ $\tan C = \frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = \frac{c}{a}$

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다. 답 ⑤

0049 $\overline{AC} = \sqrt{10^2-8^2} = \sqrt{36} = 6$이므로

$\sin B = \frac{\overline{AC}}{\overline{AB}} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$, $\cos B = \frac{\overline{BC}}{\overline{AB}} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$

$\therefore \sin B + \cos B = \frac{3}{5} + \frac{4}{5} = \frac{7}{5}$ 답 $\frac{7}{5}$

0050 $\overline{AB} : \overline{AC} = 2 : 3$이므로 $\overline{AB} = 2k$, $\overline{AC} = 3k$ $(k>0)$라 하면

$\overline{BC} = \sqrt{(3k)^2-(2k)^2} = \sqrt{5k^2} = \sqrt{5}k$

$\therefore \tan A = \frac{\overline{BC}}{\overline{AB}} = \frac{\sqrt{5}k}{2k} = \frac{\sqrt{5}}{2}$ 답 ⑤

0051 $\triangle ADC$에서

$\overline{AC} = \sqrt{(\sqrt{34})^2-3^2} = \sqrt{25} = 5$ … 1단계

$\triangle ABC$에서

$\overline{BC} = \sqrt{13^2-5^2} = \sqrt{144} = 12$ … 2단계

$\therefore \sin x = \frac{\overline{BC}}{\overline{AB}} = \frac{12}{13}$ … 3단계

답 $\frac{12}{13}$

단계	채점 요소	비율
1	$\overline{AC}$의 길이 구하기	30 %
2	$\overline{BC}$의 길이 구하기	30 %
3	$\sin x$의 값 구하기	40 %

0052 $\triangle ABC$에서 $\overline{BC} = \sqrt{(\sqrt{21})^2-3^2} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$이므로

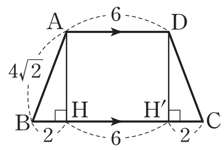
$\overline{BD} = \frac{1}{2}\overline{BC} = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{3} = \sqrt{3}$

△ABD에서

$\overline{AD}=\sqrt{3^2+(\sqrt{3})^2}=\sqrt{12}=2\sqrt{3}$

$\therefore \cos x=\dfrac{\overline{AB}}{\overline{AD}}=\dfrac{3}{2\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　　답 $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

0053　오른쪽 그림과 같이 두 꼭짓점 A, D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 각각 H, H′이라 하면



$\overline{HH'}=\overline{AD}=6$

$\therefore \overline{BH}=\overline{CH'}=\dfrac{1}{2}\times(10-6)=2$

△ABH에서

$\overline{AH}=\sqrt{(4\sqrt{2})^2-2^2}=\sqrt{28}=2\sqrt{7}$

$\therefore \tan B=\dfrac{\overline{AH}}{\overline{BH}}=\dfrac{2\sqrt{7}}{2}=\sqrt{7}$　　답 $\sqrt{7}$

0054　$\sin A=\dfrac{\overline{BC}}{20}=\dfrac{3}{5}$이므로　$\overline{BC}=12$

$\therefore \overline{AC}=\sqrt{20^2-12^2}=\sqrt{256}=16$　　답 16

0055　$\cos C=\dfrac{5}{\overline{AC}}=\dfrac{\sqrt{5}}{3}$이므로　$\overline{AC}=3\sqrt{5}$

따라서 $\overline{AB}=\sqrt{(3\sqrt{5})^2-5^2}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$이므로

$\triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times5\times2\sqrt{5}=5\sqrt{5}$　　답 $5\sqrt{5}$

0056　$\tan B=\dfrac{6}{\overline{AB}}=3$이므로　$\overline{AB}=2$

따라서 $\overline{BC}=\sqrt{6^2+2^2}=\sqrt{40}=2\sqrt{10}$이므로

$\sin C=\dfrac{\overline{AB}}{\overline{BC}}=\dfrac{2}{2\sqrt{10}}=\dfrac{\sqrt{10}}{10}$　　답 $\dfrac{\sqrt{10}}{10}$

0057　△ABH에서　$\sin B=\dfrac{\overline{AH}}{20}=\dfrac{3}{4}$

$\therefore \overline{AH}=15$　… 1단계

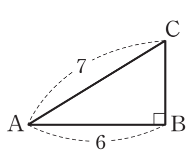
△AHC에서　$\overline{CH}=\sqrt{17^2-15^2}=\sqrt{64}=8$　… 2단계

$\therefore \cos C=\dfrac{\overline{CH}}{\overline{AC}}=\dfrac{8}{17}$　… 3단계

답 $\dfrac{8}{17}$

단계	채점 요소	비율
1	$\overline{AH}$의 길이 구하기	40 %
2	$\overline{CH}$의 길이 구하기	30 %
3	$\cos C$의 값 구하기	30 %

0058　$\angle B=90^\circ$이고 $\cos A=\dfrac{6}{7}$이므로 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}=7$, $\overline{AB}=6$인 직각삼각형 ABC를 생각할 수 있다.

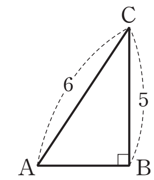


$\overline{BC}=\sqrt{7^2-6^2}=\sqrt{13}$이므로

$\sin A=\dfrac{\overline{BC}}{\overline{AC}}=\dfrac{\sqrt{13}}{7}$, $\tan A=\dfrac{\overline{BC}}{\overline{AB}}=\dfrac{\sqrt{13}}{6}$

$\therefore \sin A\times\tan A=\dfrac{\sqrt{13}}{7}\times\dfrac{\sqrt{13}}{6}=\dfrac{13}{42}$　　답 ①

0059　$\sin A=\dfrac{5}{6}$이므로 오른쪽 그림과 같이 $\angle B=90^\circ$, $\overline{AC}=6$, $\overline{BC}=5$인 직각삼각형 ABC를 생각할 수 있다.

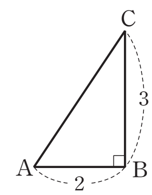


$\overline{AB}=\sqrt{6^2-5^2}=\sqrt{11}$이므로

$\cos A=\dfrac{\overline{AB}}{\overline{AC}}=\dfrac{\sqrt{11}}{6}$　　답 $\dfrac{\sqrt{11}}{6}$

0060　$2\tan A-3=0$에서　$\tan A=\dfrac{3}{2}$

따라서 오른쪽 그림과 같이 $\angle B=90^\circ$, $\overline{AB}=2$, $\overline{BC}=3$인 직각삼각형 ABC를 생각할 수 있다.



$\overline{AC}=\sqrt{2^2+3^2}=\sqrt{13}$이므로

$\sin A=\dfrac{\overline{BC}}{\overline{AC}}=\dfrac{3}{\sqrt{13}}=\dfrac{3\sqrt{13}}{13}$

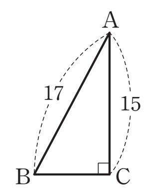
$\cos A=\dfrac{\overline{AB}}{\overline{AC}}=\dfrac{2}{\sqrt{13}}=\dfrac{2\sqrt{13}}{13}$

$\therefore \sin A-\cos A=\dfrac{3\sqrt{13}}{13}-\dfrac{2\sqrt{13}}{13}=\dfrac{\sqrt{13}}{13}$　　답 $\dfrac{\sqrt{13}}{13}$

0061　$\angle C=90^\circ$이고

$\sin(90^\circ-A)=\sin B=\dfrac{15}{17}$

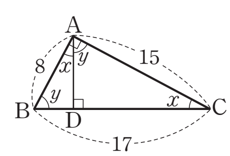
따라서 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB}=17$, $\overline{AC}=15$인 직각삼각형 ABC를 생각할 수 있다.



$\overline{BC}=\sqrt{17^2-15^2}=\sqrt{64}=8$이므로

$\tan A=\dfrac{\overline{BC}}{\overline{AC}}=\dfrac{8}{15}$　　답 $\dfrac{8}{15}$

0062　△ABC∽△DBA (AA 닮음)이므로



$\angle BCA=\angle BAD=x$

△ABC∽△DAC (AA 닮음)이므로

$\angle ABC=\angle DAC=y$

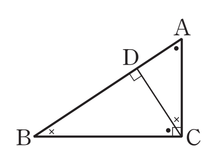
△ABC에서 $\overline{BC}=\sqrt{8^2+15^2}=\sqrt{289}=17$이므로

$\sin x=\sin C=\dfrac{\overline{AB}}{\overline{BC}}=\dfrac{8}{17}$

$\cos y=\cos B=\dfrac{\overline{AB}}{\overline{BC}}=\dfrac{8}{17}$

$\therefore \sin x+\cos y=\dfrac{8}{17}+\dfrac{8}{17}=\dfrac{16}{17}$　　답 $\dfrac{16}{17}$

0063　△ABC∽△CBD (AA 닮음)이므로



$\angle BAC=\angle BCD$

△ABC∽△ACD (AA 닮음)이므로

$\angle ABC=\angle ACD$

① △BCD에서　$\sin A=\dfrac{\overline{BD}}{\overline{BC}}$

② △BCD에서　$\cos A=\dfrac{\overline{CD}}{\overline{BC}}$

③ △BCD에서　$\tan A=\dfrac{\overline{BD}}{\overline{CD}}$

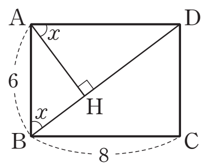
④ △ACD에서　　$\sin B=\dfrac{\overline{AD}}{\overline{AC}}$

⑤ △ACD에서　　$\tan B=\dfrac{\overline{AD}}{\overline{CD}}$

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

답 ④

0064　△ABD∽△HAD (AA 닮음)이므로



$\angle ABD=\angle HAD=x$

△ABD에서 $\overline{BD}=\sqrt{6^2+8^2}=\sqrt{100}=10$이므로

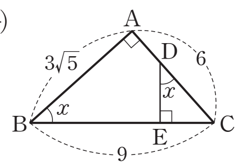
$$\sin x=\frac{\overline{AD}}{\overline{BD}}=\frac{8}{10}=\frac{4}{5}$$

$$\cos x=\frac{\overline{AB}}{\overline{BD}}=\frac{6}{10}=\frac{3}{5}$$

$$\therefore \sin x-\cos x=\frac{4}{5}-\frac{3}{5}=\frac{1}{5}$$

답 $\dfrac{1}{5}$

0065　△ABC∽△EDC (AA 닮음)이므로



$\angle ABC=\angle EDC=x$

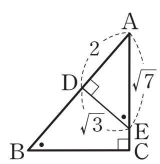
△ABC에서

$\overline{AB}=\sqrt{9^2-6^2}=\sqrt{45}=3\sqrt{5}$이므로

$$\cos x=\cos B=\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}}=\frac{3\sqrt{5}}{9}=\frac{\sqrt{5}}{3}$$

답 ③

0066　△ABC∽△AED (AA 닮음)이므로



$\angle ABC=\angle AED$

△ADE에서 $\overline{DE}=\sqrt{(\sqrt{7})^2-2^2}=\sqrt{3}$이므로　… 1단계

$$\sin B=\frac{\overline{AD}}{\overline{AE}}=\frac{2}{\sqrt{7}}=\frac{2\sqrt{7}}{7}$$

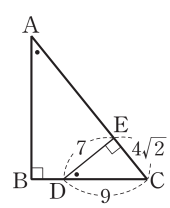
$$\cos B=\frac{\overline{DE}}{\overline{AE}}=\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}}=\frac{\sqrt{21}}{7}\quad\cdots \text{2단계}$$

$$\therefore \sin B\times\cos B=\frac{2\sqrt{7}}{7}\times\frac{\sqrt{21}}{7}=\frac{2\sqrt{3}}{7}\quad\cdots \text{3단계}$$

답 $\dfrac{2\sqrt{3}}{7}$

단계	채점 요소	비율
1	$\overline{DE}$의 길이 구하기	30 %
2	$\sin B$, $\cos B$의 값 구하기	50 %
3	$\sin B\times\cos B$의 값 구하기	20 %

0067　△ABC∽△DEC (AA 닮음)이므로



$\angle BAC=\angle EDC$

△DCE에서 $\overline{CE}=\sqrt{9^2-7^2}=\sqrt{32}=4\sqrt{2}$이므로

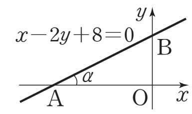
$$\sin A=\frac{\overline{CE}}{\overline{DC}}=\frac{4\sqrt{2}}{9}$$

$$\tan A=\frac{\overline{CE}}{\overline{DE}}=\frac{4\sqrt{2}}{7}$$

$$\therefore \frac{\sin A}{\tan A}=\frac{4\sqrt{2}}{9}\div\frac{4\sqrt{2}}{7}=\frac{4\sqrt{2}}{9}\times\frac{7}{4\sqrt{2}}=\frac{7}{9}$$

답 ④

0068　일차방정식 $x-2y+8=0$의 그래프가 x축, y축과 만나는 점을 각각 A, B라 하자.



$x-2y+8=0$에 $y=0$을 대입하면

$x+8=0$　　$\therefore x=-8$

$\therefore$ A$(-8, 0)$

또 $x=0$을 대입하면

$-2y+8=0$　　$\therefore y=4$

$\therefore$ B$(0, 4)$

△AOB에서 $\overline{OA}=8$, $\overline{OB}=4$이므로

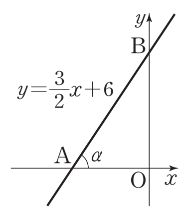
$\overline{AB}=\sqrt{8^2+4^2}=\sqrt{80}=4\sqrt{5}$

따라서 $\sin\alpha=\dfrac{\overline{OB}}{\overline{AB}}=\dfrac{4}{4\sqrt{5}}=\dfrac{\sqrt{5}}{5}$, $\tan\alpha=\dfrac{\overline{OB}}{\overline{OA}}=\dfrac{4}{8}=\dfrac{1}{2}$이므로

$$\sin\alpha\times\tan\alpha=\frac{\sqrt{5}}{5}\times\frac{1}{2}=\frac{\sqrt{5}}{10}$$

답 ①

0069　일차함수 $y=\dfrac{3}{2}x+6$의 그래프가 x축, y축과 만나는 점을 각각 A, B라 하자.



$y=\dfrac{3}{2}x+6$에 $y=0$을 대입하면

$0=\dfrac{3}{2}x+6$　　$\therefore x=-4$

$\therefore$ A$(-4, 0)$

또 $x=0$을 대입하면　　$y=6$

$\therefore$ B$(0, 6)$

△AOB에서 $\overline{OA}=4$, $\overline{OB}=6$이므로

$\overline{AB}=\sqrt{4^2+6^2}=\sqrt{52}=2\sqrt{13}$

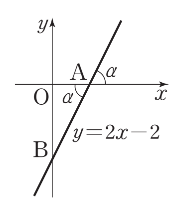
따라서 $\sin\alpha=\dfrac{\overline{OB}}{\overline{AB}}=\dfrac{6}{2\sqrt{13}}=\dfrac{3\sqrt{13}}{13}$,

$\cos\alpha=\dfrac{\overline{OA}}{\overline{AB}}=\dfrac{4}{2\sqrt{13}}=\dfrac{2\sqrt{13}}{13}$이므로

$$\sin\alpha-\cos\alpha=\frac{3\sqrt{13}}{13}-\frac{2\sqrt{13}}{13}=\frac{\sqrt{13}}{13}$$

답 ③

0070　일차함수 $y=2x-2$의 그래프가 x축, y축과 만나는 점을 각각 A, B라 하자.



$y=2x-2$에 $y=0$을 대입하면

$0=2x-2$　　$\therefore x=1$

$\therefore$ A$(1, 0)$

또 $x=0$을 대입하면　　$y=-2$

$\therefore$ B$(0, -2)$

△AOB에서 $\overline{OA}=1$, $\overline{OB}=2$이므로

$\overline{AB}=\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5}$

이때 $\angle OAB=\alpha$ (맞꼭지각)이므로

$$\sin\alpha=\frac{\overline{OB}}{\overline{AB}}=\frac{2}{\sqrt{5}}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$$

$$\cos\alpha=\frac{\overline{OA}}{\overline{AB}}=\frac{1}{\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{5}}{5}$$

$$\therefore \sin^2\alpha-\cos^2\alpha=\left(\frac{2\sqrt{5}}{5}\right)^2-\left(\frac{\sqrt{5}}{5}\right)^2$$
$$=\frac{4}{5}-\frac{1}{5}=\frac{3}{5}$$
답 $\frac{3}{5}$

0071 △EFG에서

$$\overline{EG}=\sqrt{3^2+3^2}=\sqrt{18}=3\sqrt{2}$$

△CEG는 ∠CGE=90°인 직각삼각형이므로

$$\overline{CE}=\sqrt{(3\sqrt{2})^2+3^2}=\sqrt{27}=3\sqrt{3}$$
$$\therefore \cos x=\frac{\overline{EG}}{\overline{CE}}=\frac{3\sqrt{2}}{3\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{6}}{3}$$
답 ④

0072 △FGH에서

$$\overline{FH}=\sqrt{8^2+6^2}=\sqrt{100}=10$$

△DFH는 ∠DHF=90°인 직각삼각형이므로

$$\overline{DF}=\sqrt{10^2+4^2}=\sqrt{116}=2\sqrt{29}$$ … 1단계

따라서 $\sin x=\frac{\overline{DH}}{\overline{DF}}=\frac{4}{2\sqrt{29}}=\frac{2\sqrt{29}}{29}$,

$\cos x=\frac{\overline{FH}}{\overline{DF}}=\frac{10}{2\sqrt{29}}=\frac{5\sqrt{29}}{29}$이므로 … 2단계

$$\sin x\times\cos x=\frac{2\sqrt{29}}{29}\times\frac{5\sqrt{29}}{29}=\frac{10}{29}$$ … 3단계

답 $\frac{10}{29}$

단계	채점 요소	비율
1	$\overline{FH}$, $\overline{DF}$의 길이 구하기	40 %
2	$\sin x$, $\cos x$의 값 구하기	40 %
3	$\sin x\times\cos x$의 값 구하기	20 %

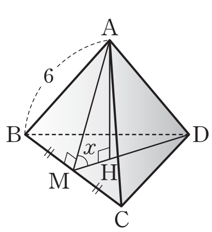
0073 △ABM에서

$$\overline{AM}=\sqrt{6^2-3^2}=\sqrt{27}=3\sqrt{3}$$

마찬가지로

$$\overline{DM}=\overline{AM}=3\sqrt{3}$$

오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 △BCD에 내린 수선의 발을 H라 하면 점 H는 △BCD의 무게중심이므로



$$\overline{MH}=\frac{1}{3}\overline{DM}=\frac{1}{3}\times3\sqrt{3}=\sqrt{3}$$

△AMH에서

$$\overline{AH}=\sqrt{(3\sqrt{3})^2-(\sqrt{3})^2}=\sqrt{24}=2\sqrt{6}$$
$$\therefore \tan x=\frac{\overline{AH}}{\overline{MH}}=\frac{2\sqrt{6}}{\sqrt{3}}=2\sqrt{2}$$
답 ②

참고 정사면체의 꼭짓점에서 밑면에 내린 수선의 발은 밑면인 정삼각형의 무게중심이다.

0074 ① $\sin 30^\circ+\cos 30^\circ=\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{1+\sqrt{3}}{2}$

② $\tan 45^\circ-\cos 60^\circ=1-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$

③ $\sin 60^\circ\times\tan 30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}\times\frac{\sqrt{3}}{3}=\frac{1}{2}$

④ $\sin^2 45^\circ+\cos^2 45^\circ=\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2+\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=1$

⑤ $\tan 60^\circ\div\cos 30^\circ-\tan 45^\circ=\sqrt{3}\div\frac{\sqrt{3}}{2}-1$

$$=\sqrt{3}\times\frac{2}{\sqrt{3}}-1$$
$$=2-1=1$$

따라서 옳은 것은 ②, ④이다.
답 ②, ④

0075 $\sqrt{3}\tan 60^\circ+\frac{\sqrt{2}\sin 45^\circ-2\tan 45^\circ}{\sqrt{3}\tan 30^\circ+2\cos 60^\circ}$

$$=\sqrt{3}\times\sqrt{3}+\frac{\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}-2\times1}{\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{3}+2\times\frac{1}{2}}$$
$$=3+\frac{1-2}{1+1}=3-\frac{1}{2}=\frac{5}{2}$$
답 $\frac{5}{2}$

0076 $\sin 30^\circ=\frac{1}{2}$이므로 $2x^2+ax-3=0$에 $x=\frac{1}{2}$을 대입하면

$$2\times\left(\frac{1}{2}\right)^2+a\times\frac{1}{2}-3=0 \qquad \therefore a=5$$
답 5

0077 세 내각의 크기의 비가 3 : 4 : 5이고 삼각형의 세 내각의 크기의 합은 180°이므로

$$A=180^\circ\times\frac{3}{3+4+5}=45^\circ$$
$$\therefore \sin A\times\cos A\times\tan A=\sin 45^\circ\times\cos 45^\circ\times\tan 45^\circ$$
$$=\frac{\sqrt{2}}{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}\times1$$
$$=\frac{1}{2}$$
답 $\frac{1}{2}$

0078 $\cos 60^\circ=\frac{1}{2}$이므로

$$2x+30^\circ=60^\circ \qquad \therefore x=15^\circ$$
$$\therefore \tan 3x=\tan 45^\circ=1$$
답 1

0079 $\sin 45^\circ=\frac{\sqrt{2}}{2}$이므로

$$x-20^\circ=45^\circ \qquad \therefore x=65^\circ$$
답 65°

0080 $\sin 60^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}$이므로

$$\cos(x+5^\circ)=\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$\cos 30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}$이므로

$$x+5^\circ=30^\circ \qquad \therefore x=25^\circ$$
답 25°

0081 $\tan 30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{3}$이므로

$$60^\circ-3x=30^\circ \qquad \therefore x=10^\circ$$ … 1단계

$$\therefore \cos(x+20^\circ)\times\sin 6x=\cos 30^\circ\times\sin 60^\circ$$
$$=\frac{\sqrt{3}}{2}\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{3}{4}$$ … 2단계

답 $\frac{3}{4}$

단계	채점 요소	비율
1	x의 크기 구하기	50 %
2	$\cos(x+20^\circ)\times\sin 6x$의 값 구하기	50 %

0082 △ABD에서 $\sin 45^\circ=\dfrac{\overline{AD}}{6\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

$\therefore \overline{AD}=6$

△ADC에서 $\sin 60^\circ=\dfrac{6}{\overline{AC}}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$\therefore \overline{AC}=4\sqrt{3}$

답 $4\sqrt{3}$

0083 △DBC에서 $\tan 45^\circ=\dfrac{\overline{BC}}{9}=1$

$\therefore \overline{BC}=9$

△ABC에서 $\sin 60^\circ=\dfrac{9}{\overline{AC}}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$\therefore \overline{AC}=6\sqrt{3}$

답 ⑤

0084 △BCD에서 $\cos 45^\circ=\dfrac{8}{\overline{BD}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

$\therefore \overline{BD}=8\sqrt{2}$ … 1단계

△ABD에서 $\sin 30^\circ=\dfrac{\overline{AB}}{8\sqrt{2}}=\dfrac{1}{2}$

$\therefore \overline{AB}=4\sqrt{2}$ … 2단계

답 $4\sqrt{2}$

단계	채점 요소	비율
1	$\overline{BD}$의 길이 구하기	50 %
2	$\overline{AB}$의 길이 구하기	50 %

0085 △ABC에서 $\sin 45^\circ=\dfrac{3}{\overline{BC}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

$\therefore \overline{BC}=3\sqrt{2}$

△DBC에서 $\tan 30^\circ=\dfrac{\overline{CD}}{3\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

$\therefore \overline{CD}=\sqrt{6}$

$\therefore$ △DBC$=\dfrac{1}{2}\times 3\sqrt{2}\times\sqrt{6}=3\sqrt{3}$

답 $3\sqrt{3}$

0086 △ABD에서 $\angle BAD=60^\circ-30^\circ=30^\circ$이므로
△ABD는 $\overline{AD}=\overline{BD}$인 이등변삼각형이다.
△ADC에서 $\overline{AD}=x$이므로

$\cos 60^\circ=\dfrac{2\sqrt{3}}{x}=\dfrac{1}{2}$ $\therefore x=4\sqrt{3}$

$\tan 60^\circ=\dfrac{y}{2\sqrt{3}}=\sqrt{3}$ $\therefore y=6$

$\therefore xy=4\sqrt{3}\times 6=24\sqrt{3}$

답 ④

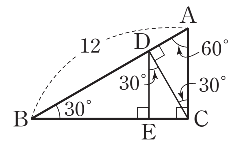
0087 $\overline{OC}=\overline{OA}=10$이고 $\angle COD=180^\circ-120^\circ=60^\circ$이므로 △COD에서

$\sin 60^\circ=\dfrac{\overline{CD}}{10}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$\therefore \overline{CD}=5\sqrt{3}$

답 $5\sqrt{3}$

0088 △ABC에서



$\sin 30^\circ=\dfrac{\overline{AC}}{12}=\dfrac{1}{2}$

$\therefore \overline{AC}=6$

△ADC에서 $\cos 30^\circ=\dfrac{\overline{CD}}{6}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$\therefore \overline{CD}=3\sqrt{3}$

△DEC에서 $\cos 30^\circ=\dfrac{\overline{DE}}{3\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$\therefore \overline{DE}=\dfrac{9}{2}$

답 $\dfrac{9}{2}$

0089 구하는 직선의 방정식을 $y=ax+b$라 하면

$a=\tan 45^\circ=1$

직선 $y=x+b$가 점 $(-1, 1)$을 지나므로

$1=-1+b$ $\therefore b=2$

따라서 구하는 직선의 방정식은

$y=x+2$

답 ②

0090 $a=\tan 60^\circ=\sqrt{3}$

직선 $y=\sqrt{3}x+b$가 점 $(-2, 0)$을 지나므로

$0=\sqrt{3}\times(-2)+b$ $\therefore b=2\sqrt{3}$

$\therefore ab=\sqrt{3}\times 2\sqrt{3}=6$

답 ①

0091 $3y-\sqrt{3}x-9=0$에서 $y=\dfrac{\sqrt{3}}{3}x+3$

따라서 $\tan a=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$이므로

$a=30^\circ$ … 1단계

$\therefore \sin a+\cos 2a=\sin 30^\circ+\cos 60^\circ$

$=\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2}=1$ … 2단계

답 1

단계	채점 요소	비율
1	a의 크기 구하기	70 %
2	$\sin a+\cos 2a$의 값 구하기	30 %

0092 ① $\cos x=\dfrac{\overline{OB}}{\overline{OA}}=\dfrac{\overline{OB}}{1}=\overline{OB}$

② $\tan x=\dfrac{\overline{CD}}{\overline{OD}}=\dfrac{\overline{CD}}{1}=\overline{CD}$

③ $\sin y=\dfrac{\overline{OB}}{\overline{OA}}=\dfrac{\overline{OB}}{1}=\overline{OB}$

④ $\cos y=\dfrac{\overline{AB}}{\overline{OA}}=\dfrac{\overline{AB}}{1}=\overline{AB}$

⑤ $\overline{AB}\,/\!/\,\overline{CD}$이므로 $z=y$ (동위각)

$\therefore \sin z=\sin y=\overline{OB}$

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

답 ⑤

0093 $\cos 35^\circ=\dfrac{0.82}{1}=0.82$, $\tan 35^\circ=\dfrac{0.7}{1}=0.7$

$\therefore \cos 35^\circ+\tan 35^\circ=0.82+0.7=1.52$

답 1.52

0094 $\overline{AB} /\!/ \overline{CD}$이므로 $\angle OAB = y$ (동위각)
따라서 점 A의 좌표는
$(\cos x, \sin x)$, $(\cos x, \cos y)$,
$(\sin y, \sin x)$, $(\sin y, \cos y)$
의 4가지가 될 수 있다. 답 ③

0095 ① $\sin 0° + \tan 0° + \cos 90° = 0+0+0=0$
② $\tan 45° - \sin 90° = 1-1=0$
③ $\sin 90° + \cos 0° = 1+1=2$
④ $\sin 60° = \cos 30° = \frac{\sqrt{3}}{2}$
⑤ $\cos 90° - \sin 90° = 0-1=-1$
따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다. 답 ⑤

0096 $\cos 0° \times \tan 60° - \sin 90° \times \tan 0°$
$= 1 \times \sqrt{3} - 1 \times 0 = \sqrt{3}$ 답 $\sqrt{3}$

0097 ① $(\sin 0° + \cos 0°) \times \tan 45° = (0+1) \times 1 = 1$
② $\frac{\sin 45°}{\cos 45°} \times \sin 90° = \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \div \frac{\sqrt{2}}{2}\right) \times 1 = 1$
③ $\frac{\tan 45°}{\cos 0° + \sin 90°} = \frac{1}{1+1} = \frac{1}{2}$
④ $\frac{\cos 90° + \sin 90°}{\cos 0° + \sin 0°} = \frac{0+1}{1+0} = 1$
⑤ $\frac{\sin 30° + \cos 60°}{\sin 90°} = \frac{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}}{1} = 1$
따라서 계산 결과가 다른 하나는 ③이다. 답 ③

0098 ① $0° \le x \le 90°$일 때, x의 크기가 커지면 $\cos x$의 값은 감소하므로 $\cos 48° > \cos 65°$
② $0° \le x < 90°$일 때, x의 크기가 커지면 $\tan x$의 값은 증가하므로 $\tan 20° < \tan 40°$
③ $0° \le x < 45°$일 때, $\sin x < \cos x$이므로
$\sin 23° < \cos 23°$
④ $45° < x \le 90°$일 때, $\cos x < \sin x$이므로
$\sin 75° > \cos 75°$
⑤ $\tan 45° = 1$에서 $\tan 50° > 1$이고 $0 < \cos 70° < 1$이므로
$\tan 50° > \cos 70°$
따라서 옳은 것은 ⑤이다. 답 ⑤

0099 $45° < A < 90°$이므로
$\cos A < \sin A < 1$
또 $\tan 45° = 1$이므로 $1 < \tan A$
$\therefore \cos A < \sin A < \tan A$ 답 ②

0100 $\sin 15° < \sin 45° = \cos 45° < \sin 80° < 1$
$\cos 0° = 1$
또 $\tan 45° = 1$이고 $\tan 45° < \tan 46°$이므로
$1 < \tan 46°$
$\therefore \sin 15° < \cos 45° < \sin 80° < \cos 0° < \tan 46°$
따라서 삼각비의 값을 작은 것부터 차례대로 나열하면
$\sin 15°$, $\cos 45°$, $\sin 80°$, $\cos 0°$, $\tan 46°$
답 $\sin 15°$, $\cos 45°$, $\sin 80°$, $\cos 0°$, $\tan 46°$

0101 $0° < A < 90°$일 때, $0 < \sin A < 1$이므로
$\sin A + 1 > 0$, $\sin A - 1 < 0$
$\therefore \sqrt{(\sin A+1)^2} + \sqrt{(\sin A-1)^2}$
$= \sin A + 1 - (\sin A - 1)$
$= \sin A + 1 - \sin A + 1$
$= 2$ 답 ④

0102 $45° < x < 90°$일 때, $\sin x < \tan x$이므로
$\sin x - \tan x < 0$, $\tan x - \sin x > 0$
$\therefore \sqrt{(\sin x - \tan x)^2} - \sqrt{(\tan x - \sin x)^2}$
$= -(\sin x - \tan x) - (\tan x - \sin x)$
$= -\sin x + \tan x - \tan x + \sin x$
$= 0$ 답 ③

0103 $0° < x < 45°$일 때, $0 < \sin x < \cos x$이므로
$\sin x - \cos x < 0$, $\sin x + \cos x > 0$ … 1단계
$\therefore \sqrt{(\sin x - \cos x)^2} + \sqrt{(\sin x + \cos x)^2}$
$= -(\sin x - \cos x) + (\sin x + \cos x)$
$= -\sin x + \cos x + \sin x + \cos x$
$= 2\cos x$ … 2단계
즉 $2\cos x = \sqrt{3}$이므로 $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$
$\therefore x = 30°$ … 3단계
$\therefore \tan x = \tan 30° = \frac{\sqrt{3}}{3}$ … 4단계
답 $\frac{\sqrt{3}}{3}$

단계	채점 요소	비율
1	$\sin x - \cos x$, $\sin x + \cos x$의 부호 구하기	20 %
2	좌변을 간단히 하기	40 %
3	x의 크기 구하기	20 %
4	$\tan x$의 값 구하기	20 %

0104 $\sin 53° = 0.7986$이므로 $x = 53°$
$\cos 51° = 0.6293$이므로 $y = 51°$
$\therefore x + y = 53° + 51° = 104°$ 답 $104°$

0105 $\sin 18° + \cos 20° - \tan 19°$
$= 0.3090 + 0.9397 - 0.3443 = 0.9044$ 답 0.9044

0106 ④ $\tan 75° - \cos 76° = 3.7321 - 0.2419 = 3.4902$
⑤ $\sin 75° + \cos 78° = 0.9659 + 0.2079 = 1.1738$
따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다. 답 ⑤

0107 $\sin 64^\circ=\dfrac{x}{100}=0.8988$이므로 $x=89.88$

$\cos 64^\circ=\dfrac{y}{100}=0.4384$이므로 $y=43.84$

$\therefore x-y=89.88-43.84=46.04$

답 46.04

0108 $\cos A=\dfrac{7.547}{10}=0.7547$이므로

$\angle A=41^\circ$

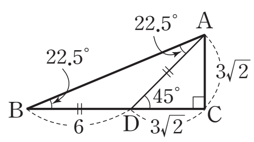
답 41°

0109 $\angle A=90^\circ-55^\circ=35^\circ$

$\tan 35^\circ=\dfrac{\overline{BC}}{10}=0.7002$이므로 $\overline{BC}=7.002$

답 7.002

0110 △ABD에서



$\overline{AD}=\overline{BD}=6$이므로

$\angle DAB=\angle B=22.5^\circ$

$\therefore \angle ADC=22.5^\circ+22.5^\circ=45^\circ$

△ADC에서

$\sin 45^\circ=\dfrac{\overline{AC}}{6}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ $\therefore \overline{AC}=3\sqrt{2}$

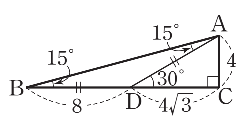
$\cos 45^\circ=\dfrac{\overline{CD}}{6}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ $\therefore \overline{CD}=3\sqrt{2}$

따라서 △ABC에서

$\tan 22.5^\circ=\dfrac{\overline{AC}}{\overline{BC}}=\dfrac{3\sqrt{2}}{6+3\sqrt{2}}=\sqrt{2}-1$

답 ②

0111 △ADC에서



$\sin 30^\circ=\dfrac{4}{\overline{AD}}=\dfrac{1}{2}$

$\therefore \overline{AD}=8$

$\tan 30^\circ=\dfrac{4}{\overline{CD}}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$ $\therefore \overline{CD}=4\sqrt{3}$

△ABD에서 $\angle BAD=30^\circ-15^\circ=15^\circ$이므로

$\angle B=\angle BAD$

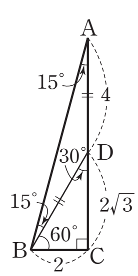
$\therefore \overline{BD}=\overline{AD}=8$

따라서 △ABC에서

$\tan 15^\circ=\dfrac{\overline{AC}}{\overline{BC}}=\dfrac{4}{8+4\sqrt{3}}=2-\sqrt{3}$

답 ②

0112 $\overline{AD}=\overline{BD}$이고



$\angle BDC=180^\circ-(90^\circ+60^\circ)=30^\circ$이므로

$\angle ABD=\dfrac{1}{2}\times 30^\circ=15^\circ$

$\therefore \angle ABC=15^\circ+60^\circ=75^\circ$

△DBC에서 $\cos 60^\circ=\dfrac{2}{\overline{BD}}=\dfrac{1}{2}$

$\therefore \overline{BD}=\overline{AD}=4$

$\tan 60^\circ=\dfrac{\overline{CD}}{2}=\sqrt{3}$ $\therefore \overline{CD}=2\sqrt{3}$

따라서 △ABC에서

$\tan 75^\circ=\dfrac{\overline{AC}}{\overline{BC}}=\dfrac{4+2\sqrt{3}}{2}=2+\sqrt{3}$

답 $2+\sqrt{3}$

시험에 꼭 나오는 문제

본문 22~25쪽

0113 전략 먼저 피타고라스 정리를 이용하여 $\overline{BC}$의 길이를 구한다.

$\overline{BC}=\sqrt{8^2+15^2}=\sqrt{289}=17$이므로

$\sin B=\dfrac{\overline{AC}}{\overline{BC}}=\dfrac{15}{17}$, $\cos B=\dfrac{\overline{AB}}{\overline{BC}}=\dfrac{8}{17}$

$\therefore \sin B-\cos B=\dfrac{15}{17}-\dfrac{8}{17}=\dfrac{7}{17}$

답 $\dfrac{7}{17}$

0114 전략 △ABC와 △ADC에서 각각 $\tan x$, $\tan y$의 값을 구한다.

△ABC에서 $\overline{BC}=\sqrt{15^2-12^2}=\sqrt{81}=9$이므로

$\tan x=\dfrac{\overline{AC}}{\overline{BC}}=\dfrac{12}{9}=\dfrac{4}{3}$

△ADC에서 $\overline{DC}=\sqrt{13^2-12^2}=\sqrt{25}=5$이므로

$\tan y=\dfrac{\overline{AC}}{\overline{DC}}=\dfrac{12}{5}$

$\therefore \tan x\times\tan y=\dfrac{4}{3}\times\dfrac{12}{5}=\dfrac{16}{5}$

답 ⑤

0115 전략 $\sin A=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$임을 이용하여 $\overline{AB}$의 길이를 구한 후 피타고라스 정리를 이용하여 $\overline{AC}$의 길이를 구한다.

$\sin A=\dfrac{4}{\overline{AB}}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$이므로 $\overline{AB}=4\sqrt{3}$

$\therefore \overline{AC}=\sqrt{(4\sqrt{3})^2-4^2}=\sqrt{32}=4\sqrt{2}$

① $\cos A=\dfrac{\overline{AC}}{\overline{AB}}=\dfrac{4\sqrt{2}}{4\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{6}}{3}$

② $\tan A=\dfrac{\overline{BC}}{\overline{AC}}=\dfrac{4}{4\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

③ $\sin B=\dfrac{\overline{AC}}{\overline{AB}}=\dfrac{4\sqrt{2}}{4\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{6}}{3}$

④ $\cos B=\dfrac{\overline{BC}}{\overline{AB}}=\dfrac{4}{4\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

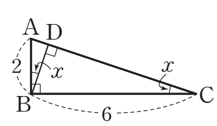
⑤ $\tan B=\dfrac{\overline{AC}}{\overline{BC}}=\dfrac{4\sqrt{2}}{4}=\sqrt{2}$

따라서 옳지 않은 것은 ③이다.

답 ③

0116 전략 △ABC∽△ADB임을 이용하여 크기가 같은 각을 찾는다.

△ABC∽△ADB (AA 닮음)이므로



$\angle ACB=\angle ABD=x$

△ABC에서

$\overline{AC}=\sqrt{2^2+6^2}=\sqrt{40}=2\sqrt{10}$이므로

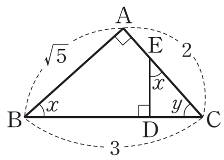
$\sin x=\sin C=\dfrac{\overline{AB}}{\overline{AC}}=\dfrac{2}{2\sqrt{10}}=\dfrac{\sqrt{10}}{10}$

답 ②

0117 전략 $\triangle ABC \backsim \triangle DEC$임을 이용하여 크기가 같은 각을 찾는다.

$\triangle ABC \backsim \triangle DEC$ (AA 닮음)이므로

$\angle ABC = \angle DEC = x$



$\triangle ABC$에서 $\overline{AB}=\sqrt{3^2-2^2}=\sqrt{5}$이므로

$$\cos x = \cos B = \frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

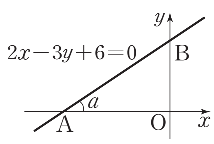
$$\tan y = \frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

$$\therefore \cos x \times \tan y = \frac{\sqrt{5}}{3} \times \frac{\sqrt{5}}{2} = \frac{5}{6}$$

답 ⑤

0118 전략 먼저 그래프가 x축, y축과 만나는 점의 좌표를 구한다.

일차방정식 $2x-3y+6=0$의 그래프가 x축, y축과 만나는 점을 각각 A, B라 하자.



$2x-3y+6=0$에 $y=0$을 대입하면

$2x+6=0 \qquad \therefore x=-3$

$\therefore A(-3,\ 0)$

또 $x=0$을 대입하면

$-3y+6=0 \qquad \therefore y=2$

$\therefore B(0,\ 2)$

$\triangle AOB$에서 $\overline{OA}=3$, $\overline{OB}=2$이므로

$\overline{AB}=\sqrt{3^2+2^2}=\sqrt{13}$

따라서 $\sin a = \dfrac{\overline{OB}}{\overline{AB}} = \dfrac{2}{\sqrt{13}} = \dfrac{2\sqrt{13}}{13}$,

$\cos a = \dfrac{\overline{OA}}{\overline{AB}} = \dfrac{3}{\sqrt{13}} = \dfrac{3\sqrt{13}}{13}$이므로

$$\sin a + \cos a = \frac{2\sqrt{13}}{13} + \frac{3\sqrt{13}}{13} = \frac{5\sqrt{13}}{13}$$

답 $\dfrac{5\sqrt{13}}{13}$

0119 전략 30°, 45°, 60°의 삼각비의 값을 이용한다.

$(1-\sin 45^\circ - \cos 60^\circ)(1+\cos 45^\circ - \sin 30^\circ)$

$= \left(1-\dfrac{\sqrt{2}}{2}-\dfrac{1}{2}\right)\left(1+\dfrac{\sqrt{2}}{2}-\dfrac{1}{2}\right)$

$= \left(\dfrac{1}{2}-\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)\left(\dfrac{1}{2}+\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)$

$= \dfrac{1}{4}-\dfrac{1}{2} = -\dfrac{1}{4}$

답 ③

0120 전략 삼각형의 내심의 성질을 이용하여 $\angle A$의 크기를 구한다.

점 I가 $\triangle ABC$의 내심이므로

$105^\circ = 90^\circ + \dfrac{1}{2}\angle A \qquad \therefore \angle A = 30^\circ$

$\therefore \sin A + \cos A \times \tan A = \sin 30^\circ + \cos 30^\circ \times \tan 30^\circ$

$= \dfrac{1}{2} + \dfrac{\sqrt{3}}{2} \times \dfrac{\sqrt{3}}{3}$

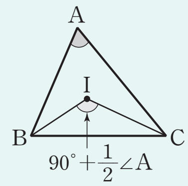
$= \dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{2} = 1$

답 ①

RPM 비법 노트

점 I가 $\triangle ABC$의 내심일 때,

$\angle BIC = 90^\circ + \dfrac{1}{2}\angle A$



0121 전략 $\sin x = \cos x$를 만족시키는 x의 크기를 구한다.

$\sin 45^\circ = \cos 45^\circ = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$이므로 $\qquad x = 45^\circ$

$\therefore \tan(x+15^\circ) = \tan 60^\circ = \sqrt{3}$

답 $\sqrt{3}$

0122 전략 $\triangle ABC$와 $\triangle ADC$에서 30°, 45°, 60°의 삼각비의 값을 이용하여 변의 길이를 구한다.

$\triangle ABC$에서 $\qquad \sin 30^\circ = \dfrac{\overline{AC}}{6} = \dfrac{1}{2}$

$\therefore \overline{AC}=3$

$\angle BAC = 60^\circ$이므로

$\angle DAC = \dfrac{1}{2} \times 60^\circ = 30^\circ$

$\triangle ADC$에서

$\tan 30^\circ = \dfrac{y}{3} = \dfrac{\sqrt{3}}{3} \qquad \therefore y = \sqrt{3}$

$\sin 30^\circ = \dfrac{\sqrt{3}}{\overline{AD}} = \dfrac{1}{2} \qquad \therefore \overline{AD} = 2\sqrt{3}$

$\angle B = \angle BAD = 30^\circ$이므로 $\triangle ABD$는 $\overline{AD}=\overline{BD}$인 이등변삼각형이다.

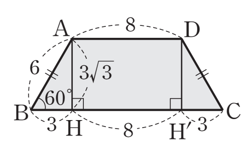
$\therefore x = 2\sqrt{3}$

$\therefore x - y = 2\sqrt{3} - \sqrt{3} = \sqrt{3}$

답 ③

0123 전략 두 꼭짓점 A, D에서 $\overline{BC}$에 각각 수선을 긋는다.

오른쪽 그림과 같이 두 꼭짓점 A, D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 각각 H, H′이라 하자.



$\triangle ABH$에서

$\sin 60^\circ = \dfrac{\overline{AH}}{6} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$\therefore \overline{AH} = 3\sqrt{3}$

$\cos 60^\circ = \dfrac{\overline{BH}}{6} = \dfrac{1}{2} \qquad \therefore \overline{BH} = 3$

이때 $\overline{CH'} = \overline{BH} = 3$이므로

$\overline{AD} = \overline{HH'} = 14 - 3 - 3 = 8$

$\therefore \square ABCD = \dfrac{1}{2} \times (8+14) \times 3\sqrt{3}$

$= 33\sqrt{3}$

답 ④

0124 전략 직선이 x축의 양의 방향과 이루는 예각의 크기를 a라 할 때, (직선의 기울기)$=\tan a$임을 이용한다.

$\sin 30^\circ = \dfrac{1}{2}$이므로 $\qquad a = 30^\circ$

이때 직선의 기울기는

$\tan 30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{3}$

따라서 기울기가 $\frac{\sqrt{3}}{3}$이고 y절편이 3인 직선의 방정식은

$y=\frac{\sqrt{3}}{3}x+3$ 답 $y=\frac{\sqrt{3}}{3}x+3$

0125 전략 분모가 되는 변의 길이가 1인 직각삼각형을 찾는다.

② $\cos x=0.75$

따라서 옳지 않은 것은 ②이다. 답 ②

0126 전략 0°, 90°의 삼각비의 값을 이용한다.

ㄱ. $2\tan 45^\circ\times\sin 45^\circ=2\times1\times\frac{\sqrt{2}}{2}=\sqrt{2}$

ㄴ. $\tan 0^\circ\times\cos 0^\circ=0\times1=0$

ㄷ. $\sin 30^\circ+\cos 60^\circ\times\tan 45^\circ=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\times1=1$

ㄹ. $\sin 90^\circ\times\cos 0^\circ+\sin 0^\circ\times\cos 90^\circ=1\times1+0\times0=1$

ㅁ. $\sin 90^\circ\div\sin 30^\circ-\cos 0^\circ\times\tan 45^\circ=1\div\frac{1}{2}-1\times1=1$

이상에서 옳은 것은 ㄴ, ㄷ, ㄹ이다. 답 ⑤

0127 전략 각의 크기에 따라 sin, cos, tan의 값의 범위를 생각해 본다.

$\sin 25^\circ<\cos 25^\circ$이고 $\cos 25^\circ<\cos 10^\circ<1$이므로

$\sin 25^\circ<\cos 25^\circ<\cos 10^\circ<1$

또 $\tan 45^\circ=1$이고 $\tan 45^\circ<\tan 75^\circ$이므로

$\sin 25^\circ<\cos 25^\circ<\cos 10^\circ<\tan 45^\circ<\tan 75^\circ$

따라서 삼각비의 값이 가장 작은 것은 ①이다. 답 ①

0128 전략 $0^\circ<A<45^\circ$일 때, $\tan A$와 1의 대소를 비교한다.

$0^\circ<A<45^\circ$일 때, $0<\tan A<1$이므로

$\tan A-1<0$, $\tan A+1>0$

$\therefore \sqrt{(\tan A-1)^2}-\sqrt{(\tan A+1)^2}$

$=-(\tan A-1)-(\tan A+1)$

$=-\tan A+1-\tan A-1$

$=-2\tan A$ 답 ②

0129 전략 삼각비의 표를 이용하여 조건을 만족시키는 x, y의 크기를 구한다.

$\sin 20^\circ=0.3420$이므로 $x=20^\circ$

$\tan 12^\circ=0.2126$이므로 $y=12^\circ$

$\therefore \cos(x-y)=\cos(20^\circ-12^\circ)=\cos 8^\circ=0.9903$

답 0.9903

0130 전략 $\sin A=\frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}$임을 이용하여 $\angle A$의 크기를 구한다.

$\sin A=\frac{8.192}{10}=0.8192$이므로

$\angle A=55^\circ$

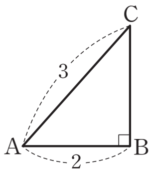
$\cos 55^\circ=\frac{\overline{AC}}{10}=0.5736$이므로

$\overline{AC}=5.736$ 답 5.736

0131 전략 $\cos A=\frac{2}{3}$를 만족시키는 직각삼각형을 그려 본다.

$3\cos A-2=0$에서 $\cos A=\frac{2}{3}$ … 1단계

따라서 오른쪽 그림과 같이 $\angle B=90^\circ$, $\overline{AB}=2$, $\overline{AC}=3$인 직각삼각형 ABC를 생각할 수 있다.



$\overline{BC}=\sqrt{3^2-2^2}=\sqrt{5}$이므로 … 2단계

$\sin A=\frac{\overline{BC}}{\overline{AC}}=\frac{\sqrt{5}}{3}$

$\tan A=\frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}=\frac{\sqrt{5}}{2}$ … 3단계

$\therefore 30\sin A\times\tan A=30\times\frac{\sqrt{5}}{3}\times\frac{\sqrt{5}}{2}=25$ … 4단계

답 25

단계	채점 요소	비율
1	$\cos A$의 값 구하기	20 %
2	$\overline{BC}$의 길이 구하기	20 %
3	$\sin A$, $\tan A$의 값 구하기	40 %
4	$30\sin A\times\tan A$의 값 구하기	20 %

0132 전략 분모가 되는 변의 길이가 1인 직각삼각형을 이용하여 $\overline{BC}$, $\overline{AB}$, $\overline{DE}$의 길이를 구한다.

$\triangle ABC$에서

$\sin 45^\circ=\frac{\overline{BC}}{1}=\frac{\sqrt{2}}{2}$ $\therefore \overline{BC}=\frac{\sqrt{2}}{2}$ … 1단계

$\cos 45^\circ=\frac{\overline{AB}}{1}=\frac{\sqrt{2}}{2}$ $\therefore \overline{AB}=\frac{\sqrt{2}}{2}$ … 2단계

$\triangle ADE$에서

$\tan 45^\circ=\frac{\overline{DE}}{1}=1$ $\therefore \overline{DE}=1$ … 3단계

$\therefore \square BDEC=\triangle ADE-\triangle ABC$

$=\frac{1}{2}\times1\times1-\frac{1}{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}$

$=\frac{1}{4}$ … 4단계

답 $\frac{1}{4}$

단계	채점 요소	비율
1	$\overline{BC}$의 길이 구하기	20 %
2	$\overline{AB}$의 길이 구하기	20 %
3	$\overline{DE}$의 길이 구하기	20 %
4	$\square BDEC$의 넓이 구하기	40 %

0133 전략 먼저 주어진 이차방정식을 푼다.

$x^2-2x+1=0$에서 $\quad (x-1)^2=0$

$\therefore\ x=1$ … 1단계

즉 $\tan A=1$이므로

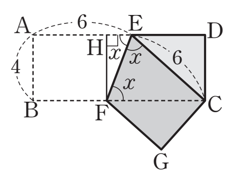
$A=45^\circ$ … 2단계

$\therefore\ \dfrac{\sin 2A+1}{\cos 2A-1}=\dfrac{\sin 90^\circ+1}{\cos 90^\circ-1}=\dfrac{1+1}{0-1}=-2$ … 3단계

답 -2

단계	채점 요소	비율
1	$x^2-2x+1=0$의 해 구하기	20 %
2	A의 크기 구하기	40 %
3	$\dfrac{\sin 2A+1}{\cos 2A-1}$의 값 구하기	40 %

0134 전략 점 F에서 $\overline{AD}$에 수선을 긋는다.



오른쪽 그림과 같이 점 F에서 $\overline{AD}$에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\angle CEF=\angle AEF$ (접은 각),

$\angle AEF=\angle CFE$ (엇각)

이므로 $\quad \angle CEF=\angle CFE$

즉 $\triangle CEF$는 이등변삼각형이다.

$\overline{FC}=\overline{EC}=\overline{AE}=6$, $\overline{CG}=\overline{AB}=4$이므로 $\triangle CFG$에서

$\overline{FG}=\sqrt{6^2-4^2}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$

$\overline{AH}=\overline{BF}=\overline{FG}=2\sqrt{5}$이므로

$\overline{EH}=\overline{AE}-\overline{AH}=6-2\sqrt{5}$

따라서 $\triangle HFE$에서

$\tan x=\dfrac{\overline{FH}}{\overline{EH}}=\dfrac{4}{6-2\sqrt{5}}=\dfrac{3+\sqrt{5}}{2}$

답 ③

0135 전략 먼저 $\triangle CFG$와 $\triangle AEF$에서 30°, 45°, 60°의 삼각비의 값을 이용하여 변의 길이를 구한다.

$\triangle CFG$에서

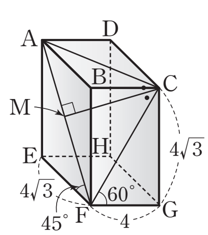
$\cos 60^\circ=\dfrac{4}{\overline{CF}}=\dfrac{1}{2}\qquad \therefore\ \overline{CF}=8$

$\tan 60^\circ=\dfrac{\overline{CG}}{4}=\sqrt{3}\qquad \therefore\ \overline{CG}=4\sqrt{3}$

$\triangle AEF$에서

$\tan 45^\circ=\dfrac{4\sqrt{3}}{\overline{EF}}=1\qquad \therefore\ \overline{EF}=4\sqrt{3}$

$\sin 45^\circ=\dfrac{4\sqrt{3}}{\overline{AF}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}\qquad \therefore\ \overline{AF}=4\sqrt{6}$



오른쪽 그림과 같이 $\angle ACF$의 이등분선이 $\overline{AF}$와 만나는 점을 M이라 하면 $\triangle CAF$는 $\overline{CA}=\overline{CF}$인 이등변삼각형이므로 $\overline{CM}\perp\overline{AF}$이고

$\overline{MF}=\dfrac{1}{2}\overline{AF}=\dfrac{1}{2}\times 4\sqrt{6}=2\sqrt{6}$

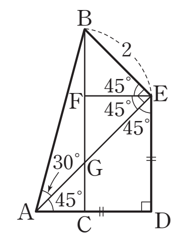
$\triangle CMF$에서

$\overline{CM}=\sqrt{8^2-(2\sqrt{6})^2}=\sqrt{40}=2\sqrt{10}$

$\therefore\ \cos\dfrac{x}{2}=\cos(\angle MCF)=\dfrac{\overline{CM}}{\overline{CF}}=\dfrac{2\sqrt{10}}{8}=\dfrac{\sqrt{10}}{4}$

답 $\dfrac{\sqrt{10}}{4}$

0136 전략 크기가 75°인 각이 있는 직각삼각형을 찾는다.



$\triangle ABE$에서

$\tan 30^\circ=\dfrac{2}{\overline{AE}}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

$\therefore\ \overline{AE}=2\sqrt{3}$

$\sin 30^\circ=\dfrac{2}{\overline{AB}}=\dfrac{1}{2}$

$\therefore\ \overline{AB}=4$

$\triangle ADE$에서 $\angle EAD=\dfrac{1}{2}\times(180^\circ-90^\circ)=45^\circ$이므로

$\cos 45^\circ=\dfrac{\overline{AD}}{2\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}\qquad \therefore\ \overline{AD}=\sqrt{6}$

$\therefore\ \overline{CF}=\overline{DE}=\overline{AD}=\sqrt{6}$

$\triangle BFE$에서 $\angle BEF=45^\circ$이므로

$\sin 45^\circ=\dfrac{\overline{BF}}{2}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}\qquad \therefore\ \overline{BF}=\sqrt{2}$

$\therefore\ \overline{BC}=\overline{BF}+\overline{CF}=\sqrt{2}+\sqrt{6}$

따라서 $\triangle BAC$에서 $\angle BAC=75^\circ$이므로

$\sin 75^\circ=\dfrac{\overline{BC}}{\overline{AB}}=\dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}$

답 $\dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}$

I. 삼각비

02 삼각비의 활용

교과서문제 정복하기

본문 27, 29쪽

0137 답 6, $4\sqrt{3}$, 6, $2\sqrt{3}$

0138 답 4, $2\sqrt{2}$, 4, $2\sqrt{2}$

0139 답 9, $6\sqrt{3}$, 9, $3\sqrt{3}$

0140 $x=10\sin 50^\circ=10\times 0.77=7.7$
$y=10\cos 50^\circ=10\times 0.64=6.4$ 답 $x=7.7$, $y=6.4$

0141 $\angle C=90^\circ-55^\circ=35^\circ$이므로
$x=5\sin 35^\circ=5\times 0.57=2.85$
$y=5\cos 35^\circ=5\times 0.82=4.1$ 답 $x=2.85$, $y=4.1$

0142 $x=10\tan 65^\circ=10\times 2.14=21.4$ 답 21.4

0143 $\angle A=90^\circ-20^\circ=70^\circ$이므로
$x=6\tan 70^\circ=6\times 2.75=16.5$ 답 16.5

0144 답 $4\sqrt{3}$, $2\sqrt{3}$, $2\sqrt{3}$, $2\sqrt{7}$

0145 답 $2\sqrt{2}$, $2\sqrt{2}$, $4\sqrt{2}$

0146 $\triangle ABH$에서 $\angle BAH=90^\circ-60^\circ=30^\circ$이므로
$\overline{BH}=h\tan 30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{3}h$ 답 $\frac{\sqrt{3}}{3}h$

0147 $\triangle AHC$에서 $\angle CAH=90^\circ-45^\circ=45^\circ$이므로
$\overline{CH}=h\tan 45^\circ=h$ 답 h

0148 $\overline{BC}=\overline{BH}+\overline{CH}$이므로
$8=\frac{\sqrt{3}}{3}h+h$, $\frac{\sqrt{3}+3}{3}h=8$
$\therefore h=\frac{24}{\sqrt{3}+3}=4(3-\sqrt{3})$ 답 $4(3-\sqrt{3})$

0149 $\triangle ABH$에서 $\angle BAH=90^\circ-30^\circ=60^\circ$이므로
$\overline{BH}=h\tan 60^\circ=\sqrt{3}h$ 답 $\sqrt{3}h$

0150 $\triangle ACH$에서 $\angle CAH=90^\circ-60^\circ=30^\circ$이므로
$\overline{CH}=h\tan 30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{3}h$ 답 $\frac{\sqrt{3}}{3}h$

0151 $\overline{BC}=\overline{BH}-\overline{CH}$이므로
$4=\sqrt{3}h-\frac{\sqrt{3}}{3}h$, $\frac{2\sqrt{3}}{3}h=4$
$\therefore h=2\sqrt{3}$ 답 $2\sqrt{3}$

0152 $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times 4\times 6\times \sin 60^\circ$
$=\frac{1}{2}\times 4\times 6\times \frac{\sqrt{3}}{2}$
$=6\sqrt{3}$ 답 $6\sqrt{3}$

0153 $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times 8\times 3\sqrt{2}\times \sin 45^\circ$
$=\frac{1}{2}\times 8\times 3\sqrt{2}\times \frac{\sqrt{2}}{2}$
$=12$ 답 12

0154 $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times 6\sqrt{3}\times 6\times \sin(180^\circ-150^\circ)$
$=\frac{1}{2}\times 6\sqrt{3}\times 6\times \sin 30^\circ$
$=\frac{1}{2}\times 6\sqrt{3}\times 6\times \frac{1}{2}$
$=9\sqrt{3}$ 답 $9\sqrt{3}$

0155 $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times 7\times 12\times \sin(180^\circ-120^\circ)$
$=\frac{1}{2}\times 7\times 12\times \sin 60^\circ$
$=\frac{1}{2}\times 7\times 12\times \frac{\sqrt{3}}{2}$
$=21\sqrt{3}$ 답 $21\sqrt{3}$

0156 $\square ABCD=10\times 6\times \sin 30^\circ$
$=10\times 6\times \frac{1}{2}=30$ 답 30

0157 $\square ABCD=4\times 3\sqrt{3}\times \sin 60^\circ$
$=4\times 3\sqrt{3}\times \frac{\sqrt{3}}{2}=18$ 답 18

0158 $\square ABCD=5\times 4\times \sin(180^\circ-120^\circ)$
$=5\times 4\times \sin 60^\circ$
$=5\times 4\times \frac{\sqrt{3}}{2}=10\sqrt{3}$ 답 $10\sqrt{3}$

0159 $\square ABCD=6\times 3\times \sin(180^\circ-135^\circ)$
$=6\times 3\times \sin 45^\circ$
$=6\times 3\times \frac{\sqrt{2}}{2}=9\sqrt{2}$ 답 $9\sqrt{2}$

0160 $\square ABCD=\frac{1}{2}\times 16\times 14\times \sin 45^\circ$
$=\frac{1}{2}\times 16\times 14\times \frac{\sqrt{2}}{2}$
$=56\sqrt{2}$ 답 $56\sqrt{2}$

0161 $\square ABCD=\frac{1}{2}\times8\times10\times\sin 60^\circ$

$=\frac{1}{2}\times8\times10\times\frac{\sqrt{3}}{2}$

$=20\sqrt{3}$ 답 $20\sqrt{3}$

0162 $\square ABCD=\frac{1}{2}\times8\times8\times\sin(180^\circ-150^\circ)$

$=\frac{1}{2}\times8\times8\times\sin 30^\circ$

$=\frac{1}{2}\times8\times8\times\frac{1}{2}$

$=16$ 답 16

0163 $\square ABCD=\frac{1}{2}\times12\times10\times\sin(180^\circ-120^\circ)$

$=\frac{1}{2}\times12\times10\times\sin 60^\circ$

$=\frac{1}{2}\times12\times10\times\frac{\sqrt{3}}{2}$

$=30\sqrt{3}$ 답 $30\sqrt{3}$

유형 익히기

> 본문 30~37쪽

0164 $\angle A=90^\circ-34^\circ=56^\circ$

$\cos 34^\circ=\frac{7}{\overline{AB}}$이므로 $\overline{AB}=\frac{7}{\cos 34^\circ}$

$\sin 56^\circ=\frac{7}{\overline{AB}}$이므로 $\overline{AB}=\frac{7}{\sin 56^\circ}$

따라서 $\overline{AB}$의 길이를 나타내는 것은 ④, ⑤이다.

답 ④, ⑤

0165 $x=10\cos 43^\circ=10\times0.73=7.3$

$y=10\sin 43^\circ=10\times0.68=6.8$

$\therefore x+y=7.3+6.8=14.1$ 답 14.1

0166 $\angle A=90^\circ-72^\circ=18^\circ$

① $\sin 72^\circ=\frac{9}{\overline{AC}}$이므로 $\overline{AC}=\frac{9}{\sin 72^\circ}$

② $\cos 18^\circ=\frac{9}{\overline{AC}}$이므로 $\overline{AC}=\frac{9}{\cos 18^\circ}$

④ $\tan 18^\circ=\frac{\overline{BC}}{9}$이므로 $\overline{BC}=9\tan 18^\circ$

⑤ $\tan 72^\circ=\frac{9}{\overline{BC}}$이므로 $\overline{BC}=\frac{9}{\tan 72^\circ}$

따라서 옳지 않은 것은 ③이다. 답 ③

0167 $\overline{EG}=\sqrt{3^2+3^2}=\sqrt{18}=3\sqrt{2}$ (cm)

$\triangle CEG$는 $\angle CGE=90^\circ$인 직각삼각형이므로

$\overline{CG}=3\sqrt{2}\tan 60^\circ=3\sqrt{2}\times\sqrt{3}=3\sqrt{6}$ (cm)

따라서 직육면체의 부피는

$3\times3\times3\sqrt{6}=27\sqrt{6}$ (cm^3) 답 $27\sqrt{6}$ cm^3

0168 $\overline{AB}=8\sqrt{2}\cos 45^\circ=8\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=8$ (cm)

$\overline{AC}=8\sqrt{2}\sin 45^\circ=8\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=8$ (cm)

따라서 삼각기둥의 부피는

$\left(\frac{1}{2}\times8\times8\right)\times6=192$ (cm^3) 답 192 cm^3

0169 $\overline{GH}=6\cos 30^\circ=6\times\frac{\sqrt{3}}{2}=3\sqrt{3}$ (cm)

$\overline{DH}=6\sin 30^\circ=6\times\frac{1}{2}=3$ (cm)

따라서 직육면체의 겉넓이는

$2(5\times3\sqrt{3}+5\times3+3\sqrt{3}\times3)=6(8\sqrt{3}+5)$ (cm^2)

답 ⑤

0170 $\overline{AH}=6\sin 60^\circ=6\times\frac{\sqrt{3}}{2}=3\sqrt{3}$ (cm) ··· 1단계

$\overline{BH}=6\cos 60^\circ=6\times\frac{1}{2}=3$ (cm) ··· 2단계

따라서 원뿔의 부피는

$\frac{1}{3}\times\pi\times3^2\times3\sqrt{3}=9\sqrt{3}\pi$ (cm^3) ··· 3단계

답 $9\sqrt{3}\pi$ cm^3

단계	채점 요소	비율
1	$\overline{AH}$의 길이 구하기	30 %
2	$\overline{BH}$의 길이 구하기	30 %
3	원뿔의 부피 구하기	40 %

0171 $\overline{BC}=10$ (m)이므로

$\overline{AC}=10\tan 60^\circ=10\times\sqrt{3}=10\sqrt{3}$ (m)

$\therefore \overline{AH}=\overline{AC}+\overline{CH}=10\sqrt{3}+1.5$ (m) 답 ②

0172 $\overline{BC}=200\sin 15^\circ=200\times0.26=52$ (m)

따라서 C 지점은 A 지점보다 52 m 더 높다. 답 52 m

0173 $\overline{AB}=\frac{18}{\cos 30^\circ}=18\div\frac{\sqrt{3}}{2}=12\sqrt{3}$ (m)

$\overline{AC}=18\tan 30^\circ=18\times\frac{\sqrt{3}}{3}=6\sqrt{3}$ (m)

따라서 부러지기 전 나무의 높이는

$\overline{AB}+\overline{AC}=12\sqrt{3}+6\sqrt{3}=18\sqrt{3}$ (m) 답 $18\sqrt{3}$ m

0174 $\overline{BH}=80\cos 30^\circ=80\times\frac{\sqrt{3}}{2}=40\sqrt{3}$ (m)

$\therefore \overline{CH}=40\sqrt{3}\tan 45^\circ=40\sqrt{3}\times1=40\sqrt{3}$ (m) 답 ④

0175 $\overline{DB}=15\tan 60^\circ=15\times\sqrt{3}=15\sqrt{3}$ (m) ··· 1단계

$\overline{CB}=15\tan 45^\circ=15\times1=15$ (m) ··· 2단계

$\therefore \overline{CD}=\overline{DB}-\overline{CB}=15\sqrt{3}-15$ (m) ··· 3단계

답 $(15\sqrt{3}-15)$ m

단계	채점 요소	비율
1	$\overline{DB}$의 길이 구하기	40 %
2	$\overline{CB}$의 길이 구하기	40 %
3	$\overline{CD}$의 길이 구하기	20 %

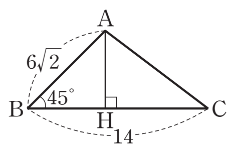
0176 $\overline{HO}=\overline{QR}=30$ (m)이므로

$\overline{PH}=30\tan 30^\circ=30\times\frac{\sqrt{3}}{3}=10\sqrt{3}$ (m)

$\overline{HQ}=30\tan 45^\circ=30\times 1=30$ (m)

$\therefore \overline{PQ}=\overline{PH}+\overline{HQ}=10\sqrt{3}+30$ (m) 답 ③

0177 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



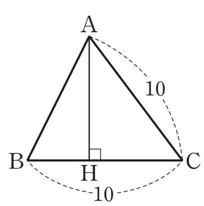
$\overline{AH}=6\sqrt{2}\sin 45^\circ=6\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=6$

$\overline{BH}=6\sqrt{2}\cos 45^\circ=6\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=6$

$\overline{CH}=\overline{BC}-\overline{BH}=14-6=8$이므로 $\triangle AHC$에서

$\overline{AC}=\sqrt{6^2+8^2}=\sqrt{100}=10$ 답 10

0178 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{CH}=10\cos C=10\times\frac{3}{5}=6$

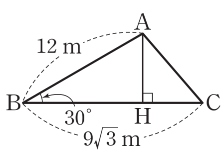
$\therefore \overline{AH}=\sqrt{10^2-6^2}=\sqrt{64}=8$

$\overline{BH}=\overline{BC}-\overline{CH}=10-6=4$이므로

$\triangle ABH$에서

$\overline{AB}=\sqrt{4^2+8^2}=\sqrt{80}=4\sqrt{5}$ 답 $4\sqrt{5}$

0179 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{AH}=12\sin 30^\circ$

$=12\times\frac{1}{2}=6$ (m)

$\overline{BH}=12\cos 30^\circ$

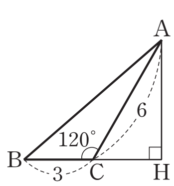
$=12\times\frac{\sqrt{3}}{2}=6\sqrt{3}$ (m)

$\overline{CH}=\overline{BC}-\overline{BH}=9\sqrt{3}-6\sqrt{3}=3\sqrt{3}$ (m)이므로 $\triangle AHC$에서

$\overline{AC}=\sqrt{6^2+(3\sqrt{3})^2}=\sqrt{63}=3\sqrt{7}$ (m)

따라서 두 지점 A, C 사이의 거리는 $3\sqrt{7}$ m이다. 답 $3\sqrt{7}$ m

0180 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$의 연장선에 내린 수선의 발을 H라 하면 $\angle ACH=180^\circ-120^\circ=60^\circ$이므로



$\overline{AH}=6\sin 60^\circ$

$=6\times\frac{\sqrt{3}}{2}=3\sqrt{3}$ … 1단계

$\overline{CH}=6\cos 60^\circ=6\times\frac{1}{2}=3$ … 2단계

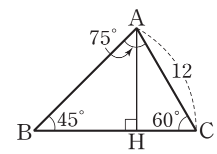
$\overline{BH}=\overline{BC}+\overline{CH}=3+3=6$이므로 $\triangle ABH$에서

$\overline{AB}=\sqrt{6^2+(3\sqrt{3})^2}=\sqrt{63}=3\sqrt{7}$ … 3단계

답 $3\sqrt{7}$

단계	채점 요소	비율
1	$\overline{AH}$의 길이 구하기	30 %
2	$\overline{CH}$의 길이 구하기	30 %
3	$\overline{AB}$의 길이 구하기	40 %

0181 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 $\triangle AHC$에서



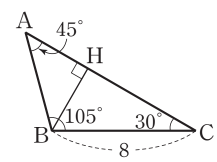
$\overline{AH}=12\sin 60^\circ$

$=12\times\frac{\sqrt{3}}{2}=6\sqrt{3}$

$\angle B=180^\circ-(75^\circ+60^\circ)=45^\circ$이므로 $\triangle ABH$에서

$\overline{AB}=\frac{6\sqrt{3}}{\sin 45^\circ}=6\sqrt{3}\div\frac{\sqrt{2}}{2}=6\sqrt{6}$ 답 $6\sqrt{6}$

0182 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 B에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 $\triangle BCH$에서

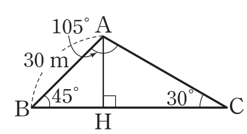


$\overline{BH}=8\sin 30^\circ=8\times\frac{1}{2}=4$

$\angle A=180^\circ-(105^\circ+30^\circ)=45^\circ$이므로 $\triangle ABH$에서

$\overline{AB}=\frac{4}{\sin 45^\circ}=4\div\frac{\sqrt{2}}{2}=4\sqrt{2}$ 답 $4\sqrt{2}$

0183 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 $\triangle ABH$에서



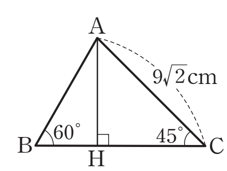
$\overline{AH}=30\sin 45^\circ=30\times\frac{\sqrt{2}}{2}=15\sqrt{2}$ (m)

$\angle C=180^\circ-(105^\circ+45^\circ)=30^\circ$이므로 $\triangle AHC$에서

$\overline{AC}=\frac{15\sqrt{2}}{\sin 30^\circ}=15\sqrt{2}\div\frac{1}{2}=30\sqrt{2}$ (m)

따라서 두 지점 A, C 사이의 거리는 $30\sqrt{2}$ m이다. 답 ④

0184 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 $\triangle AHC$에서



$\overline{CH}=9\sqrt{2}\cos 45^\circ$

$=9\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=9$ (cm)

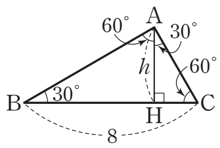
$\overline{AH}=9\sqrt{2}\sin 45^\circ=9\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=9$ (cm)

$\triangle ABH$에서

$\overline{BH}=\frac{9}{\tan 60^\circ}=\frac{9}{\sqrt{3}}=3\sqrt{3}$ (cm)

$\therefore \overline{BC}=\overline{BH}+\overline{CH}=3\sqrt{3}+9$ (cm) 답 $(3\sqrt{3}+9)$ cm

0185 $\overline{AH}=h$라 하면



$\angle BAH=60^\circ$, $\angle CAH=30^\circ$이므로

$\overline{BH}=h\tan 60^\circ=\sqrt{3}h$

$\overline{CH}=h\tan 30^\circ=\dfrac{\sqrt{3}}{3}h$

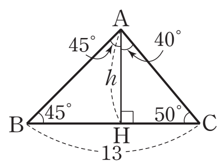
$\overline{BC}=\overline{BH}+\overline{CH}$이므로

$8=\sqrt{3}h+\dfrac{\sqrt{3}}{3}h,\quad \dfrac{4\sqrt{3}}{3}h=8$

$\therefore h=2\sqrt{3}$

답 $2\sqrt{3}$

0186 $\overline{AH}=h$라 하면



$\angle BAH=45^\circ$, $\angle CAH=40^\circ$이므로

$\overline{BH}=h\tan 45^\circ=h$

$\overline{CH}=h\tan 40^\circ$

$\overline{BC}=\overline{BH}+\overline{CH}$이므로

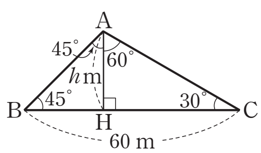
$13=h+h\tan 40^\circ$

$(1+\tan 40^\circ)h=13$

$\therefore h=\dfrac{13}{1+\tan 40^\circ}$

답 ④

0187 $\overline{AH}=h$ m라 하면



$\angle BAH=45^\circ$, $\angle CAH=60^\circ$
이므로

$\overline{BH}=h\tan 45^\circ=h\ (\text{m})$

$\overline{CH}=h\tan 60^\circ=\sqrt{3}h\ (\text{m})$

$\overline{BC}=\overline{BH}+\overline{CH}$이므로

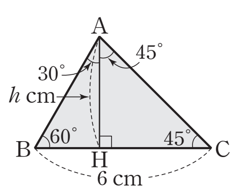
$60=h+\sqrt{3}h,\quad (1+\sqrt{3})h=60$

$\therefore h=\dfrac{60}{1+\sqrt{3}}=30(\sqrt{3}-1)$

$\therefore \overline{AH}=30(\sqrt{3}-1)\ (\text{m})$

답 $30(\sqrt{3}-1)$ m

0188 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하자.



$\overline{AH}=h$ cm라 하면

$\angle BAH=30^\circ$, $\angle CAH=45^\circ$이므로

$\overline{BH}=h\tan 30^\circ=\dfrac{\sqrt{3}}{3}h\ (\text{cm})$

$\overline{CH}=h\tan 45^\circ=h\ (\text{cm})$

$\overline{BC}=\overline{BH}+\overline{CH}$이므로

$6=\dfrac{\sqrt{3}}{3}h+h,\quad \dfrac{\sqrt{3}+3}{3}h=6$

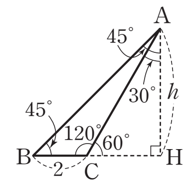
$\therefore h=\dfrac{18}{\sqrt{3}+3}=3(3-\sqrt{3})$

$\therefore \triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times 6\times 3(3-\sqrt{3})$

$=9(3-\sqrt{3})\ (\text{cm}^2)$

답 $9(3-\sqrt{3})$ cm^2

0189 $\overline{AH}=h$라 하면 $\angle BAH=45^\circ$,



$\angle CAH=30^\circ$이므로

$\overline{BH}=h\tan 45^\circ=h$

$\overline{CH}=h\tan 30^\circ=\dfrac{\sqrt{3}}{3}h$

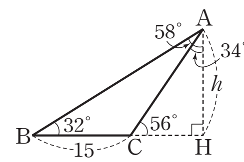
$\overline{BC}=\overline{BH}-\overline{CH}$이므로

$2=h-\dfrac{\sqrt{3}}{3}h,\quad \dfrac{3-\sqrt{3}}{3}h=2$

$\therefore h=\dfrac{6}{3-\sqrt{3}}=3+\sqrt{3}$

답 $3+\sqrt{3}$

0190 $\overline{AH}=h$라 하면



$\angle BAH=58^\circ$, $\angle CAH=34^\circ$이므로

$\overline{BH}=h\tan 58^\circ$

$\overline{CH}=h\tan 34^\circ$

$\overline{BC}=\overline{BH}-\overline{CH}$이므로

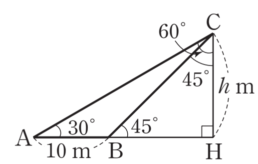
$15=h\tan 58^\circ-h\tan 34^\circ$

$(\tan 58^\circ-\tan 34^\circ)h=15$

$\therefore h=\dfrac{15}{\tan 58^\circ-\tan 34^\circ}$

답 ①

0191 $\overline{CH}=h$ m라 하면



$\angle ACH=60^\circ$, $\angle BCH=45^\circ$이므로

$\overline{AH}=h\tan 60^\circ=\sqrt{3}h\ (\text{m})$

$\overline{BH}=h\tan 45^\circ=h\ (\text{m})$

$\overline{AB}=\overline{AH}-\overline{BH}$이므로

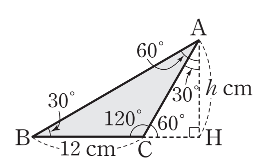
$10=\sqrt{3}h-h,\quad (\sqrt{3}-1)h=10$

$\therefore h=\dfrac{10}{\sqrt{3}-1}=5(\sqrt{3}+1)$

$\therefore \overline{CH}=5(\sqrt{3}+1)\ (\text{m})$

답 $5(\sqrt{3}+1)$ m

0192 $\overline{AH}=h$ cm라 하면



$\angle BAH=60^\circ$, $\angle CAH=30^\circ$이므로

$\overline{BH}=h\tan 60^\circ=\sqrt{3}h\ (\text{cm})$

$\overline{CH}=h\tan 30^\circ=\dfrac{\sqrt{3}}{3}h\ (\text{cm})$

$\overline{BC}=\overline{BH}-\overline{CH}$이므로

$12=\sqrt{3}h-\dfrac{\sqrt{3}}{3}h,\quad \dfrac{2\sqrt{3}}{3}h=12$

$\therefore h=6\sqrt{3}$ ··· 1단계

$\therefore \triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times 12\times 6\sqrt{3}=36\sqrt{3}\ (\text{cm}^2)$ ··· 2단계

답 $36\sqrt{3}$ cm^2

단계	채점 요소	비율
1	$\overline{AH}$의 길이 구하기	70 %
2	$\triangle ABC$의 넓이 구하기	30 %

0193 $\angle B = \angle C = 75^\circ$이므로

$\angle A = 180^\circ - 2\times 75^\circ = 30^\circ$

$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2}\times 8\times 8\times \sin 30^\circ$

$= \frac{1}{2}\times 8\times 8\times \frac{1}{2} = 16\ (\text{cm}^2)$ 답 ③

0194 $\frac{1}{2}\times 4\sqrt{3}\times \overline{AC}\times \sin 60^\circ = 27$이므로

$\frac{1}{2}\times 4\sqrt{3}\times \overline{AC}\times \frac{\sqrt{3}}{2} = 27$

$3\overline{AC} = 27 \qquad \therefore \overline{AC} = 9$ 답 9

0195 $\frac{1}{2}\times 6\times 10\times \sin B = 15\sqrt{2}$이므로

$\sin B = \frac{\sqrt{2}}{2} \qquad \therefore \angle B = 45^\circ$ 답 45°

0196 $\tan B = \sqrt{3}$이므로 $\qquad \angle B = 60^\circ$ … 1단계

$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2}\times 9\times 12\times \sin 60^\circ$

$= \frac{1}{2}\times 9\times 12\times \frac{\sqrt{3}}{2} = 27\sqrt{3}$ … 2단계

답 $27\sqrt{3}$

단계	채점 요소	비율
1	$\angle B$의 크기 구하기	30 %
2	$\triangle ABC$의 넓이 구하기	70 %

0197 $\triangle ABC = \frac{1}{2}\times 8\times 12\times \sin 45^\circ$

$= \frac{1}{2}\times 8\times 12\times \frac{\sqrt{2}}{2} = 24\sqrt{2}$

$\therefore \triangle ABG = \frac{1}{3}\triangle ABC = \frac{1}{3}\times 24\sqrt{2} = 8\sqrt{2}$ 답 ②

RPM 비법 노트

삼각형의 무게중심과 넓이

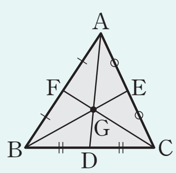
점 G가 $\triangle ABC$의 무게중심일 때

(1) $\triangle GAF = \triangle GFB = \triangle GBD$

$= \triangle GDC = \triangle GCE$

$= \triangle GEA = \frac{1}{6}\triangle ABC$

(2) $\triangle GAB = \triangle GBC = \triangle GCA = \frac{1}{3}\triangle ABC$



0198 $\overline{AD} = x$라 하면 $\triangle ABC = \triangle ABD + \triangle ADC$이므로

$\frac{1}{2}\times 20\times 16\times \sin 60^\circ$

$= \frac{1}{2}\times 20\times x\times \sin 30^\circ + \frac{1}{2}\times x\times 16\times \sin 30^\circ$

$\frac{1}{2}\times 20\times 16\times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{2}\times 20\times x\times \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\times x\times 16\times \frac{1}{2}$

$80\sqrt{3} = 5x + 4x, \qquad 9x = 80\sqrt{3}$

$\therefore x = \frac{80\sqrt{3}}{9}$ 답 ④

0199 $\angle A = 180^\circ - (32^\circ + 28^\circ) = 120^\circ$이므로

$\triangle ABC = \frac{1}{2}\times 8\times 10\times \sin(180^\circ - 120^\circ)$

$= \frac{1}{2}\times 8\times 10\times \frac{\sqrt{3}}{2}$

$= 20\sqrt{3}\ (\text{cm}^2)$ 답 $20\sqrt{3}\ \text{cm}^2$

0200 $\frac{1}{2}\times 8\times \overline{AC}\times \sin(180^\circ - 150^\circ) = 18$이므로

$\frac{1}{2}\times 8\times \overline{AC}\times \frac{1}{2} = 18$

$2\overline{AC} = 18$

$\therefore \overline{AC} = 9$ 답 9

0201 $\frac{1}{2}\times 6\times 4\times \sin(180^\circ - B) = 6\sqrt{2}$이므로

$\sin(180^\circ - B) = \frac{\sqrt{2}}{2}$

따라서 $180^\circ - \angle B = 45^\circ$이므로

$\angle B = 135^\circ$ 답 135°

0202 $\overline{BC} = \overline{BD} = 8$이므로

$\overline{AB} = 8\sin 30^\circ = 8\times \frac{1}{2} = 4$

$\angle ABC = 180^\circ - (90^\circ + 30^\circ) = 60^\circ$이므로

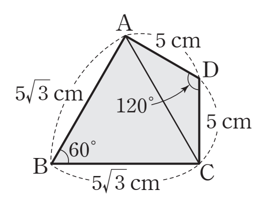
$\angle ABD = 60^\circ + 90^\circ = 150^\circ$

$\therefore \triangle ABD = \frac{1}{2}\times 4\times 8\times \sin(180^\circ - 150^\circ)$

$= \frac{1}{2}\times 4\times 8\times \frac{1}{2}$

$= 8$ 답 8

0203 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$를 그으면



$\square ABCD$

$= \triangle ABC + \triangle ACD$

$= \frac{1}{2}\times 5\sqrt{3}\times 5\sqrt{3}\times \sin 60^\circ$

$+ \frac{1}{2}\times 5\times 5\times \sin(180^\circ - 120^\circ)$

$= \frac{1}{2}\times 5\sqrt{3}\times 5\sqrt{3}\times \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}\times 5\times 5\times \frac{\sqrt{3}}{2}$

$= \frac{75\sqrt{3}}{4} + \frac{25\sqrt{3}}{4}$

$= 25\sqrt{3}\ (\text{cm}^2)$ 답 ⑤

0204 $\triangle ABC$에서

$\overline{AC} = \frac{2\sqrt{3}}{\cos 60^\circ} = 2\sqrt{3} \div \frac{1}{2} = 4\sqrt{3}$ … 1단계

$\therefore \square ABCD$

$=\triangle ABC+\triangle ACD$

$=\frac{1}{2}\times 2\sqrt{3}\times 4\sqrt{3}\times \sin 60^\circ+\frac{1}{2}\times 4\sqrt{3}\times 4\sqrt{2}\times \sin 45^\circ$

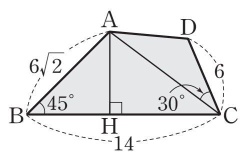
$=\frac{1}{2}\times 2\sqrt{3}\times 4\sqrt{3}\times \frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}\times 4\sqrt{3}\times 4\sqrt{2}\times \frac{\sqrt{2}}{2}$

$=6\sqrt{3}+8\sqrt{3}=14\sqrt{3}$ ⋯ 2단계

답 $14\sqrt{3}$

단계	채점 요소	비율
1	$\overline{AC}$의 길이 구하기	30 %
2	$\square ABCD$의 넓이 구하기	70 %

0205 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{BH}=6\sqrt{2}\cos 45^\circ$

$=6\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=6$

$\therefore \overline{AH}=\overline{BH}=6$

$\overline{CH}=\overline{BC}-\overline{BH}=14-6=8$이므로 $\triangle AHC$에서

$\overline{AC}=\sqrt{6^2+8^2}=\sqrt{100}=10$

$\therefore \square ABCD$

$=\triangle ABC+\triangle ACD$

$=\frac{1}{2}\times 6\sqrt{2}\times 14\times \sin 45^\circ+\frac{1}{2}\times 10\times 6\times \sin 30^\circ$

$=\frac{1}{2}\times 6\sqrt{2}\times 14\times \frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{1}{2}\times 10\times 6\times \frac{1}{2}$

$=42+15=57$

답 57

0206 마름모 ABCD의 한 변의 길이를 x cm라 하면

$x\times x\times \sin(180^\circ-135^\circ)=18\sqrt{2}$

$x\times x\times \frac{\sqrt{2}}{2}=18\sqrt{2}$, $\frac{\sqrt{2}}{2}x^2=18\sqrt{2}$

$x^2=36$ $\therefore x=6$ ($\because x>0$)

따라서 마름모 ABCD의 한 변의 길이는 6 cm이다.

답 ③

0207 $18\times \overline{BC}\times \sin 30^\circ=108$이므로

$18\times \overline{BC}\times \frac{1}{2}=108$

$9\overline{BC}=108$ $\therefore \overline{BC}=12$

답 12

0208 $\square ABCD=5\times 8\times \sin(180^\circ-120^\circ)$

$=5\times 8\times \frac{\sqrt{3}}{2}$

$=20\sqrt{3}\,(\text{cm}^2)$

$\therefore \triangle ABO=\frac{1}{4}\square ABCD=\frac{1}{4}\times 20\sqrt{3}=5\sqrt{3}\,(\text{cm}^2)$

답 $5\sqrt{3}$ cm^2

0209 $\angle BAD+\angle B=180^\circ$이므로

$\angle B=180^\circ\times\frac{1}{3+1}=45^\circ$ ⋯ 1단계

$\square ABCD=10\times 12\times \sin 45^\circ$

$=10\times 12\times \frac{\sqrt{2}}{2}=60\sqrt{2}$ ⋯ 2단계

$\therefore \triangle AMC=\frac{1}{2}\triangle ABC$

$=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\square ABCD$

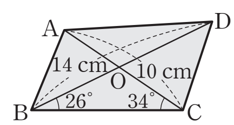
$=\frac{1}{4}\square ABCD$

$=\frac{1}{4}\times 60\sqrt{2}=15\sqrt{2}$ ⋯ 3단계

답 $15\sqrt{2}$

단계	채점 요소	비율
1	$\angle B$의 크기 구하기	30 %
2	$\square ABCD$의 넓이 구하기	40 %
3	$\triangle AMC$의 넓이 구하기	30 %

0210 두 대각선의 교점을 O라 하면 $\triangle OBC$에서



$\angle BOC=180^\circ-(26^\circ+34^\circ)=120^\circ$

$\therefore \square ABCD=\frac{1}{2}\times 14\times 10\times \sin(180^\circ-120^\circ)$

$=\frac{1}{2}\times 14\times 10\times\frac{\sqrt{3}}{2}=35\sqrt{3}\,(\text{cm}^2)$

답 $35\sqrt{3}$ cm^2

0211 $\frac{1}{2}\times 6\times \overline{BD}\times \sin 45^\circ=12\sqrt{2}$이므로

$\frac{1}{2}\times 6\times \overline{BD}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=12\sqrt{2}$

$\frac{3\sqrt{2}}{2}\overline{BD}=12\sqrt{2}$ $\therefore \overline{BD}=8$

답 8

0212 등변사다리꼴의 두 대각선의 길이는 같으므로

$\overline{BD}=\overline{AC}=8$

$\therefore \square ABCD=\frac{1}{2}\times 8\times 8\times \sin(180^\circ-150^\circ)$

$=\frac{1}{2}\times 8\times 8\times\frac{1}{2}=16$

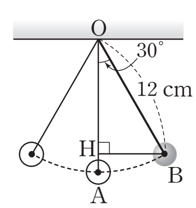
답 16

0213 $\frac{1}{2}\times 16\times 12\times \sin x=48\sqrt{3}$이므로

$\sin x=\frac{\sqrt{3}}{2}$ $\therefore x=60^\circ$

답 60°

0214 오른쪽 그림과 같이 점 B에서 $\overline{OA}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{OH}=12\cos 30^\circ$

$=12\times\frac{\sqrt{3}}{2}=6\sqrt{3}\,(\text{cm})$

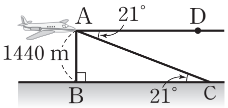
$\therefore \overline{AH}=\overline{OA}-\overline{OH}$

$=12-6\sqrt{3}=6(2-\sqrt{3})\,(\text{cm})$

$\therefore x=6(2-\sqrt{3})$

답 ②

0215 $\angle ACB = \angle DAC = 21^\circ$ (엇각)이므로



$$\overline{AC} = \frac{1440}{\sin 21^\circ} = \frac{1440}{0.36}$$

$= 4000\ (\text{m})$ … 1단계

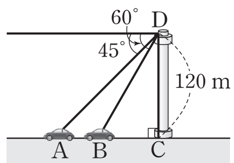
따라서 비행기가 착륙하는 데 걸리는 시간은

$\dfrac{4000}{200} = 20$ (초) … 2단계

답 20초

단계	채점 요소	비율
1	$\overline{AC}$의 길이 구하기	60 %
2	비행기가 착륙하는 데 걸리는 시간 구하기	40 %

0216 $\angle ADC = 45^\circ$이므로 $\triangle ACD$에서



$\overline{AC} = 120 \tan 45^\circ$

$= 120 \times 1 = 120\ (\text{m})$

$\angle BDC = 30^\circ$이므로 $\triangle BCD$에서

$\overline{BC} = 120 \tan 30^\circ$

$= 120 \times \dfrac{\sqrt{3}}{3} = 40\sqrt{3}\ (\text{m})$

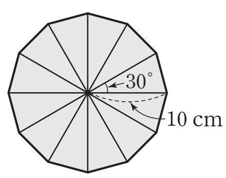
이때 자동차가 10초 동안 이동한 거리는 $\overline{AB}$이므로

$\overline{AB} = \overline{AC} - \overline{BC} = 120 - 40\sqrt{3} = 40(3-\sqrt{3})\ (\text{m})$

따라서 자동차의 속력은 초속 $\dfrac{40(3-\sqrt{3})}{10} = 4(3-\sqrt{3})\ (\text{m})$이다.

답 초속 $4(3-\sqrt{3})$ m

0217 오른쪽 그림과 같이 정십이각형은 꼭지각의 크기가



$\dfrac{360^\circ}{12} = 30^\circ$

이고 합동인 12개의 이등변삼각형으로 나누어진다.

따라서 정십이각형의 넓이는

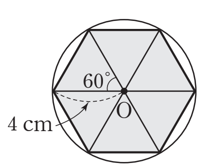
$12 \times \left(\dfrac{1}{2} \times 10 \times 10 \times \sin 30^\circ\right)$

$= 12 \times \left(\dfrac{1}{2} \times 10 \times 10 \times \dfrac{1}{2}\right)$

$= 300\ (\text{cm}^2)$

답 ③

0218 오른쪽 그림과 같이 정육각형은 합동인 6개의 정삼각형으로 나누어진다.



따라서 정육각형의 넓이는

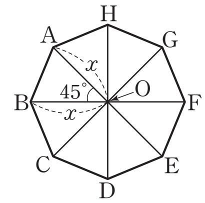
$6 \times \left(\dfrac{1}{2} \times 4 \times 4 \times \sin 60^\circ\right)$

$= 6 \times \left(\dfrac{1}{2} \times 4 \times 4 \times \dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$

$= 24\sqrt{3}\ (\text{cm}^2)$

답 ④

0219 오른쪽 그림과 같이 정팔각형은 꼭지각의 크기가



$\dfrac{360^\circ}{8} = 45^\circ$

이고 합동인 8개의 이등변삼각형으로 나누어진다.

$\overline{AE}$와 $\overline{BF}$의 교점을 O라 하고 $\triangle ABO$에서 $\overline{AO} = \overline{BO} = x$라 하면

(정팔각형의 넓이)

$= 8 \times \left(\dfrac{1}{2} \times x \times x \times \sin 45^\circ\right)$

$= 8 \times \left(\dfrac{1}{2} \times x \times x \times \dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)$

$= 2\sqrt{2}x^2$

따라서 $2\sqrt{2}x^2 = 50\sqrt{2}$이므로

$x^2 = 25 \qquad \therefore x = 5\ (\because x > 0)$

$\therefore \overline{AE} = 2\overline{AO} = 2 \times 5 = 10$

답 10

시험에 꼭 나오는 문제

본문 38~41쪽

0220 전략 $\overline{AC}$, $\overline{BC}$의 길이를 삼각비를 이용하여 나타내어 본다.

$x = 10 \sin 37^\circ = 10 \times 0.6 = 6$

$y = 10 \cos 37^\circ = 10 \times 0.8 = 8$

$\therefore y - x = 8 - 6 = 2$

답 ②

0221 전략 (뿔의 부피)$= \dfrac{1}{3} \times$(밑넓이)$\times$(높이)임을 이용한다.

$\overline{AC} = \sqrt{6^2+6^2} = \sqrt{72} = 6\sqrt{2}\ (\text{cm})$이므로

$\overline{AH} = \dfrac{1}{2}\overline{AC} = \dfrac{1}{2} \times 6\sqrt{2} = 3\sqrt{2}\ (\text{cm})$

$\triangle OAH$에서

$\overline{OH} = 3\sqrt{2} \tan 60^\circ = 3\sqrt{2} \times \sqrt{3} = 3\sqrt{6}\ (\text{cm})$

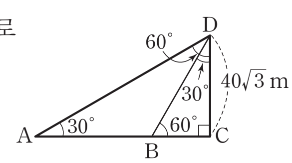
따라서 사각뿔의 부피는

$\dfrac{1}{3} \times 6^2 \times 3\sqrt{6} = 36\sqrt{6}\ (\text{cm}^3)$

답 ⑤

0222 전략 $\triangle ACD$와 $\triangle BCD$에서 각각 삼각비를 이용하여 $\overline{AC}$, $\overline{BC}$의 길이를 구한다.

$\angle ADC = 60^\circ$, $\angle BDC = 30^\circ$이므로



$\overline{AC} = 40\sqrt{3} \tan 60^\circ$

$= 40\sqrt{3} \times \sqrt{3} = 120\ (\text{m})$

$\overline{BC} = 40\sqrt{3} \tan 30^\circ$

$= 40\sqrt{3} \times \dfrac{\sqrt{3}}{3} = 40\ (\text{m})$

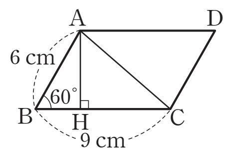
$\therefore \overline{AB} = \overline{AC} - \overline{BC} = 120 - 40 = 80\ (\text{m})$

따라서 두 지점 A, B 사이의 거리는 80 m이다.

답 ④

0223 전략 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 수선을 긋는다.

오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 △ABH에서



$$\overline{AH}=6\sin 60^\circ=6\times\frac{\sqrt{3}}{2}=3\sqrt{3}\ (\text{cm})$$

$$\overline{BH}=6\cos 60^\circ=6\times\frac{1}{2}=3\ (\text{cm})$$

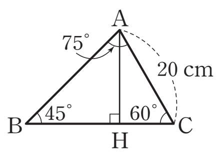
$\overline{CH}=\overline{BC}-\overline{BH}=9-3=6\ (\text{cm})$이므로 △AHC에서

$$\overline{AC}=\sqrt{(3\sqrt{3})^2+6^2}=\sqrt{63}=3\sqrt{7}\ (\text{cm})$$

답 ③

0224 전략 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 수선을 긋는다.

오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\angle C=180^\circ-(75^\circ+45^\circ)=60^\circ$이므로

△AHC에서

$$\overline{AH}=20\sin 60^\circ=20\times\frac{\sqrt{3}}{2}=10\sqrt{3}\ (\text{cm})$$

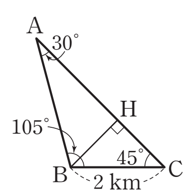
따라서 △ABH에서

$$\overline{AB}=\frac{10\sqrt{3}}{\sin 45^\circ}=10\sqrt{3}\div\frac{\sqrt{2}}{2}=10\sqrt{6}\ (\text{cm})$$

답 ②

0225 전략 꼭짓점 B에서 $\overline{AC}$에 수선을 긋는다.

오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 B에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 △BCH에서



$$\overline{BH}=2\sin 45^\circ=2\times\frac{\sqrt{2}}{2}=\sqrt{2}\ (\text{km})$$

$$\overline{CH}=2\cos 45^\circ=2\times\frac{\sqrt{2}}{2}=\sqrt{2}\ (\text{km})$$

$\angle A=180^\circ-(105^\circ+45^\circ)=30^\circ$이므로 △ABH에서

$$\overline{AH}=\frac{\sqrt{2}}{\tan 30^\circ}=\sqrt{2}\div\frac{\sqrt{3}}{3}=\sqrt{6}\ (\text{km})$$

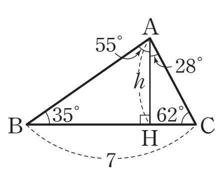
$\therefore\ \overline{AC}=\overline{AH}+\overline{CH}=\sqrt{6}+\sqrt{2}\ (\text{km})$

따라서 두 지점 A, C 사이의 거리는 $(\sqrt{6}+\sqrt{2})$ km이다.

답 $(\sqrt{6}+\sqrt{2})$ km

0226 전략 $\overline{BH}$, $\overline{CH}$의 길이를 $\overline{AH}$의 길이에 대한 식으로 나타낸 후 $\overline{BC}=\overline{BH}+\overline{CH}$임을 이용한다.

$\overline{AH}=h$라 하면 $\angle BAH=55^\circ$, $\angle CAH=28^\circ$이므로



$\overline{BH}=h\tan 55^\circ$, $\overline{CH}=h\tan 28^\circ$

$\overline{BC}=\overline{BH}+\overline{CH}$이므로

$7=h\tan 55^\circ+h\tan 28^\circ$

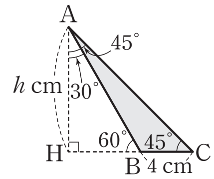
$(\tan 55^\circ+\tan 28^\circ)h=7$

$$\therefore\ h=\frac{7}{\tan 55^\circ+\tan 28^\circ}$$

답 ④

0227 전략 $\overline{BH}$, $\overline{CH}$의 길이를 $\overline{AH}$의 길이에 대한 식으로 나타낸 후 $\overline{BC}=\overline{CH}-\overline{BH}$임을 이용한다.

$\overline{AH}=h$ cm라 하면 $\angle BAH=30^\circ$, $\angle CAH=45^\circ$이므로



$$\overline{BH}=h\tan 30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{3}h\ (\text{cm})$$

$$\overline{CH}=h\tan 45^\circ=h\ (\text{cm})$$

$\overline{BC}=\overline{CH}-\overline{BH}$이므로

$$4=h-\frac{\sqrt{3}}{3}h,\quad \frac{3-\sqrt{3}}{3}h=4$$

$$\therefore\ h=\frac{12}{3-\sqrt{3}}=2(3+\sqrt{3})$$

$$\therefore\ \triangle ABC=\frac{1}{2}\times4\times2(3+\sqrt{3})=4(3+\sqrt{3})\ (\text{cm}^2)$$

답 $4(3+\sqrt{3})$ cm^2

0228 전략 두 변의 길이와 그 끼인각의 크기를 알 때, 삼각형의 넓이 구하는 공식을 이용한다.

$\frac{1}{2}\times5\sqrt{3}\times12\times\sin C=15\sqrt{3}$이므로

$$\sin C=\frac{1}{2}\qquad\therefore\ \angle C=30^\circ$$

답 30°

0229 전략 $\overline{AE}\,/\!/\,\overline{DC}$임을 이용하여 □ABED와 넓이가 같은 삼각형을 찾는다.

$\overline{AE}\,/\!/\,\overline{DC}$이므로

△AED=△AEC

$\therefore$ □ABED=△ABE+△AED

=△ABE+△AEC

=△ABC

$=\frac{1}{2}\times8\times14\times\sin 45^\circ$

$=\frac{1}{2}\times8\times14\times\frac{\sqrt{2}}{2}$

$=28\sqrt{2}\ (\text{cm}^2)$

답 ④

0230 전략 점 O가 △ABC의 외심임을 이용하여 ∠BOC의 크기를 구한다.

점 O가 △ABC의 외심이므로

$\angle BOC=2\angle BAC=2\times75^\circ=150^\circ$

$$\therefore\ \triangle OBC=\frac{1}{2}\times3\sqrt{2}\times3\sqrt{2}\times\sin(180^\circ-150^\circ)$$

$$=\frac{1}{2}\times3\sqrt{2}\times3\sqrt{2}\times\frac{1}{2}$$

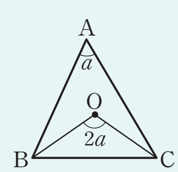
$$=\frac{9}{2}\ (\text{cm}^2)$$

답 ②

RPM 비법 노트

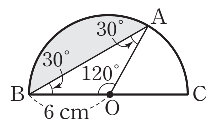
점 O가 △ABC의 외심이면

$\angle BOC=2\angle A$



0231 전략 $\overline{AO}$를 긋고 $\angle AOB$의 크기를 구한다.

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AO}$를 그으면



$\triangle ABO$에서 $\overline{AO}=\overline{BO}$이므로

$\angle AOB=180^\circ-2\times30^\circ=120^\circ$

이때 부채꼴 AOB의 넓이는

$\pi\times6^2\times\dfrac{120}{360}=12\pi\ (cm^2)$

$\triangle ABO$의 넓이는

$\dfrac{1}{2}\times6\times6\times\sin(180^\circ-120^\circ)$

$=\dfrac{1}{2}\times6\times6\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=9\sqrt{3}\ (cm^2)$

따라서 색칠한 부분의 넓이는

(부채꼴 AOB의 넓이)$-$($\triangle ABO$의 넓이)

$=12\pi-9\sqrt{3}\ (cm^2)$

답 $(12\pi-9\sqrt{3})\ cm^2$

0232 전략 $\triangle ABC=\triangle ABD+\triangle ADC$임을 이용하여 식을 세운다.

$\triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times12\times6\times\sin(180^\circ-120^\circ)$

$=\dfrac{1}{2}\times12\times6\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=18\sqrt{3}\ (cm^2)$

이때 $\overline{AD}=x$ cm라 하면 $\triangle ABC=\triangle ABD+\triangle ADC$이므로

$18\sqrt{3}=\dfrac{1}{2}\times12\times x\times\sin60^\circ+\dfrac{1}{2}\times6\times x\times\sin60^\circ$

$18\sqrt{3}=\dfrac{1}{2}\times12\times x\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}+\dfrac{1}{2}\times6\times x\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$18\sqrt{3}=3\sqrt{3}x+\dfrac{3\sqrt{3}}{2}x$

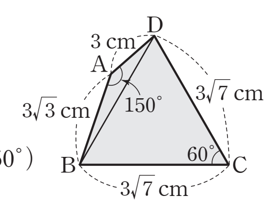
$\dfrac{9\sqrt{3}}{2}x=18\sqrt{3}$

$\therefore x=4$

답 4 cm

0233 전략 $\overline{BD}$를 그어 $\square ABCD$를 2개의 삼각형으로 나눈다.

오른쪽 그림과 같이 $\overline{BD}$를 그으면



$\square ABCD$

$=\triangle ABD+\triangle BCD$

$=\dfrac{1}{2}\times3\times3\sqrt{3}\times\sin(180^\circ-150^\circ)$

$+\dfrac{1}{2}\times3\sqrt{7}\times3\sqrt{7}\times\sin60^\circ$

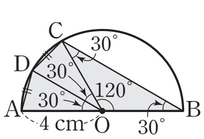
$=\dfrac{1}{2}\times3\times3\sqrt{3}\times\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2}\times3\sqrt{7}\times3\sqrt{7}\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$=\dfrac{9\sqrt{3}}{4}+\dfrac{63\sqrt{3}}{4}=18\sqrt{3}\ (cm^2)$

답 ⑤

0234 전략 보조선을 그어 $\square ABCD$를 3개의 삼각형으로 나눈다.

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OC}$, $\overline{OD}$를 긋자.



$\triangle OBC$에서 $\overline{OB}=\overline{OC}$이므로

$\angle BOC=180^\circ-2\times30^\circ=120^\circ$

두 부채꼴 AOD, DOC에서 $\overline{AD}=\overline{CD}$이므로

$\angle AOD=\angle DOC$

$=\dfrac{1}{2}\angle AOC=\dfrac{1}{2}\times(180^\circ-120^\circ)=30^\circ$

$\therefore\ \square ABCD$

$=\triangle AOD+\triangle DOC+\triangle COB$

$=\dfrac{1}{2}\times4\times4\times\sin30^\circ+\dfrac{1}{2}\times4\times4\times\sin30^\circ$

$+\dfrac{1}{2}\times4\times4\times\sin(180^\circ-120^\circ)$

$=\dfrac{1}{2}\times4\times4\times\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2}\times4\times4\times\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2}\times4\times4\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$=4+4+4\sqrt{3}$

$=8+4\sqrt{3}\ (cm^2)$

답 ④

0235 전략 먼저 평행사변형 ABCD의 넓이를 구한다.

$\square ABCD=6\times3\sqrt{2}\times\sin45^\circ$

$=6\times3\sqrt{2}\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=18\ (cm^2)$

$\therefore\ \triangle ABE=\dfrac{1}{2}\square ABCD=\dfrac{1}{2}\times18=9\ (cm^2)$

답 9 cm^2

0236 전략 등변사다리꼴의 두 대각선의 길이는 같음을 이용한다.

$\overline{AC}=\overline{BD}=x$ (cm)라 하면

$\dfrac{1}{2}\times x\times x\times\sin(180^\circ-120^\circ)=9\sqrt{3}$

$\dfrac{1}{2}\times x\times x\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=9\sqrt{3}$

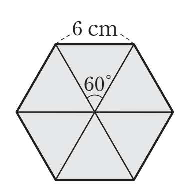
$\dfrac{\sqrt{3}}{4}x^2=9\sqrt{3},\qquad x^2=36$

$\therefore x=6\ (\because x>0)$

답 ③

0237 전략 정육각형은 6개의 합동인 정삼각형으로 나누어진다.

오른쪽 그림과 같이 정육각형은 합동인 6개의 정삼각형으로 나누어진다.



따라서 정육각형의 넓이는

$6\times\left(\dfrac{1}{2}\times6\times6\times\sin60^\circ\right)$

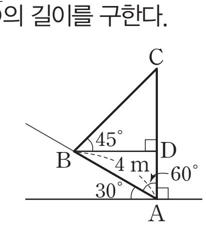
$=6\times\left(\dfrac{1}{2}\times6\times6\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$

$=54\sqrt{3}\ (cm^2)$

답 ③

0238 전략 먼저 $\triangle ADB$에서 $\overline{AD}$, $\overline{BD}$의 길이를 구한다.

$\triangle ADB$에서 $\angle BAD=60^\circ$이므로



$\overline{AD}=4\cos60^\circ=4\times\dfrac{1}{2}=2\ (m)$

$\overline{BD}=4\sin60^\circ=4\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=2\sqrt{3}\ (m)$

⋯ 1단계

△BDC에서

$\overline{\mathrm{CD}}=2\sqrt{3}\tan 45^\circ=2\sqrt{3}\times1=2\sqrt{3}\,(\mathrm{m})$ … 2단계

$\therefore\ \overline{\mathrm{AC}}=\overline{\mathrm{AD}}+\overline{\mathrm{CD}}=2+2\sqrt{3}\,(\mathrm{m})$ … 3단계

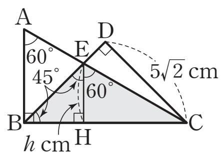
답 $(2+2\sqrt{3})$ m

단계	채점 요소	비율
1	$\overline{\mathrm{AD}}$, $\overline{\mathrm{BD}}$의 길이 구하기	50 %
2	$\overline{\mathrm{CD}}$의 길이 구하기	30 %
3	$\overline{\mathrm{AC}}$의 길이 구하기	20 %

0239 전략 $\overline{\mathrm{BC}}$의 길이를 구한 후 △EBC의 높이를 구한다.

△DBC에서

$\overline{\mathrm{BC}}=\dfrac{5\sqrt{2}}{\sin 45^\circ}=5\sqrt{2}\div\dfrac{\sqrt{2}}{2}=10\,(\mathrm{cm})$ … 1단계



오른쪽 그림과 같이 점 E에서 $\overline{\mathrm{BC}}$에 내린 수선의 발을 H라 하고 $\overline{\mathrm{EH}}=h$ cm라 하면

$\angle\mathrm{BEH}=90^\circ-45^\circ=45^\circ$

$\angle\mathrm{CEH}=\angle\mathrm{CAB}=60^\circ$ (동위각)

△EBH에서 $\overline{\mathrm{BH}}=h\tan 45^\circ=h\,(\mathrm{cm})$

△EHC에서 $\overline{\mathrm{CH}}=h\tan 60^\circ=\sqrt{3}h\,(\mathrm{cm})$

$\overline{\mathrm{BC}}=\overline{\mathrm{BH}}+\overline{\mathrm{CH}}$이므로

$10=h+\sqrt{3}h,\quad (1+\sqrt{3})h=10$

$\therefore\ h=\dfrac{10}{1+\sqrt{3}}=5(\sqrt{3}-1)$ … 2단계

$\therefore\ \triangle\mathrm{EBC}=\dfrac{1}{2}\times10\times5(\sqrt{3}-1)$

$=25(\sqrt{3}-1)\,(\mathrm{cm}^2)$ … 3단계

답 $25(\sqrt{3}-1)\ \mathrm{cm}^2$

단계	채점 요소	비율
1	$\overline{\mathrm{BC}}$의 길이 구하기	30 %
2	△EBC의 높이 구하기	50 %
3	△EBC의 넓이 구하기	20 %

0240 전략 평행사변형의 이웃하는 두 내각의 크기의 합은 180°이다.

$\angle\mathrm{BAD}+\angle\mathrm{ABC}=180^\circ$이므로

$\angle\mathrm{ABC}=180^\circ\times\dfrac{1}{5+1}=30^\circ$ … 1단계

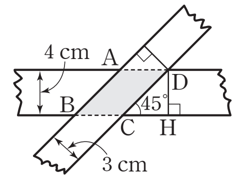
$\square\mathrm{ABCD}=4\times6\times\sin 30^\circ=4\times6\times\dfrac{1}{2}=12$ … 2단계

$\therefore\ \triangle\mathrm{OBC}=\dfrac{1}{4}\square\mathrm{ABCD}=\dfrac{1}{4}\times12=3$ … 3단계

답 3

단계	채점 요소	비율
1	∠ABC의 크기 구하기	30 %
2	□ABCD의 넓이 구하기	40 %
3	△OBC의 넓이 구하기	30 %

0241 전략 두 쌍의 대변이 각각 평행한 사각형은 평행사변형임을 이용한다.



오른쪽 그림에서 $\overline{\mathrm{AD}}/\!/\overline{\mathrm{BC}}$, $\overline{\mathrm{AB}}/\!/\overline{\mathrm{DC}}$이므로 겹쳐진 부분, 즉 □ABCD는 평행사변형이다.

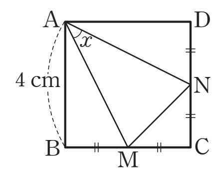
점 D에서 $\overline{\mathrm{BC}}$의 연장선에 내린 수선의 발을 H라 하면 $\overline{\mathrm{DH}}=4\,(\mathrm{cm})$이므로

$\overline{\mathrm{CD}}=\dfrac{4}{\sin 45^\circ}=4\div\dfrac{\sqrt{2}}{2}=4\sqrt{2}\,(\mathrm{cm})$

$\therefore\ \square\mathrm{ABCD}=4\sqrt{2}\times3=12\sqrt{2}\,(\mathrm{cm}^2)$

답 $12\sqrt{2}\ \mathrm{cm}^2$

0242 전략 $\overline{\mathrm{MN}}$을 그어 □ABCD를 4개의 삼각형으로 나눈다.



오른쪽 그림과 같이 $\overline{\mathrm{MN}}$을 그으면

$\triangle\mathrm{AMN}$

$=\square\mathrm{ABCD}-(\triangle\mathrm{ABM}+\triangle\mathrm{MCN}+\triangle\mathrm{AND})$

$=4\times4-\left(\dfrac{1}{2}\times2\times4+\dfrac{1}{2}\times2\times2+\dfrac{1}{2}\times4\times2\right)$

$=16-10=6\,(\mathrm{cm}^2)$ …… ㉠

한편 $\overline{\mathrm{AM}}=\overline{\mathrm{AN}}=\sqrt{4^2+2^2}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}\,(\mathrm{cm})$이므로

$\triangle\mathrm{AMN}=\dfrac{1}{2}\times2\sqrt{5}\times2\sqrt{5}\times\sin x$

$=10\sin x\,(\mathrm{cm}^2)$ …… ㉡

㉠, ㉡에서

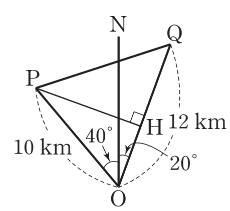
$10\sin x=6\qquad\therefore\ \sin x=\dfrac{3}{5}$

답 $\dfrac{3}{5}$

0243 전략 (거리)=(속력)×(시간)임을 이용하여 $\overline{\mathrm{OP}}$, $\overline{\mathrm{OQ}}$의 길이를 구한다.

배가 2시간 동안 이동하였으므로

$\overline{\mathrm{OP}}=5\times2=10\,(\mathrm{km})$, $\overline{\mathrm{OQ}}=6\times2=12\,(\mathrm{km})$



오른쪽 그림과 같이 점 P에서 $\overline{\mathrm{OQ}}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 △POH에서

$\overline{\mathrm{OH}}=10\cos 60^\circ$

$=10\times\dfrac{1}{2}=5\,(\mathrm{km})$

$\overline{\mathrm{PH}}=10\sin 60^\circ$

$=10\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=5\sqrt{3}\,(\mathrm{km})$

$\overline{\mathrm{HQ}}=\overline{\mathrm{OQ}}-\overline{\mathrm{OH}}=12-5=7\,(\mathrm{km})$이므로 △PHQ에서

$\overline{\mathrm{PQ}}=\sqrt{(5\sqrt{3})^2+7^2}=\sqrt{124}=2\sqrt{31}\,(\mathrm{km})$

따라서 두 배 사이의 거리는 $2\sqrt{31}$ km이다.

답 $2\sqrt{31}$ km

03 원과 직선

교과서문제 정복하기

본문 45, 47쪽

0244 답 (가) $\overline{OB}$ (나) $\overline{OM}$ (다) RHS (라) $\overline{BM}$

0245 $\overline{BM}=\overline{AM}=7\ (cm)$ $\therefore x=7$ 답 7

0246 $\overline{AB}=2\overline{AM}=2\times5=10\ (cm)$ $\therefore x=10$ 답 10

0247 $\triangle OAM$에서
$\overline{AM}=\sqrt{6^2-3^2}=\sqrt{27}=3\sqrt{3}\ (cm)$
$\overline{OM}\perp\overline{AB}$이므로
$\overline{AB}=2\overline{AM}=2\times3\sqrt{3}=6\sqrt{3}\ (cm)$
$\therefore x=6\sqrt{3}$ 답 $6\sqrt{3}$

0248 $\overline{OM}\perp\overline{AB}$이므로
$\overline{BM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times10=5\ (cm)$
$\triangle OMB$에서
$\overline{OM}=\sqrt{6^2-5^2}=\sqrt{11}\ (cm)$
$\therefore x=\sqrt{11}$ 답 $\sqrt{11}$

0249 $\overline{OM}=\overline{ON}$이므로
$\overline{AB}=\overline{CD}=9\ (cm)$ $\therefore x=9$ 답 9

0250 $\overline{AB}=\overline{CD}$이므로
$\overline{OM}=\overline{ON}=3\ (cm)$ $\therefore x=3$ 답 3

0251 $\overline{OM}=\overline{ON}$이므로
$\overline{CD}=\overline{AB}=6\ (cm)$
$\overline{ON}\perp\overline{CD}$이므로
$\overline{DN}=\frac{1}{2}\overline{CD}=\frac{1}{2}\times6=3\ (cm)$ $\therefore x=3$ 답 3

0252 $\overline{ON}\perp\overline{CD}$이므로
$\overline{CD}=2\overline{DN}=2\times7=14\ (cm)$
$\overline{AB}=\overline{CD}$이므로
$\overline{OM}=\overline{ON}=5\ (cm)$ $\therefore x=5$ 답 5

0253 $\overline{OM}=\overline{ON}$이므로
$\overline{AB}=\overline{CD}=10\ (cm)$
$\overline{OM}\perp\overline{AB}$이므로
$\overline{AM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times10=5\ (cm)$
$\triangle OAM$에서
$\overline{OM}=\sqrt{7^2-5^2}=\sqrt{24}=2\sqrt{6}\ (cm)$
$\therefore x=2\sqrt{6}$ 답 $2\sqrt{6}$

0254 $\overline{ON}\perp\overline{CD}$이므로
$\overline{CN}=\frac{1}{2}\overline{CD}=\frac{1}{2}\times16=8\ (cm)$
$\triangle OCN$에서
$\overline{ON}=\sqrt{10^2-8^2}=\sqrt{36}=6\ (cm)$
$\overline{AB}=\overline{CD}$이므로 $\overline{OM}=\overline{ON}=6\ (cm)$
$\therefore x=6$ 답 6

0255 $\angle PAO=\angle PBO=90^\circ$이므로 □APBO에서
$\angle x=360^\circ-(90^\circ+45^\circ+90^\circ)=135^\circ$ 답 135°

0256 $\angle PAO=\angle PBO=90^\circ$이므로 □APBO에서
$\angle x=360^\circ-(90^\circ+130^\circ+90^\circ)=50^\circ$ 답 50°

0257 $\overline{PA}=\overline{PB}=10\ (cm)$ $\therefore x=10$ 답 10

0258 $\angle PAO=90^\circ$이므로 $\triangle PAO$에서
$\overline{PA}=\sqrt{9^2-3^2}=\sqrt{72}=6\sqrt{2}\ (cm)$
$\overline{PB}=\overline{PA}=6\sqrt{2}\ (cm)$이므로 $x=6\sqrt{2}$ 답 $6\sqrt{2}$

0259 답 (가) $5-x$ (나) $6-x$ (다) 2

0260 $\overline{AF}=\overline{AD}=3$이므로
$\overline{BE}=\overline{BD}=9-3=6$, $\overline{CE}=\overline{CF}=10-3=7$
$\overline{BC}=\overline{BE}+\overline{CE}$이므로
$x=6+7=13$ 답 13

0261 $\overline{BE}=\overline{BD}=x$이므로
$\overline{AF}=\overline{AD}=7-x$, $\overline{CF}=\overline{CE}=9-x$
$\overline{AC}=\overline{AF}+\overline{CF}$이므로
$8=(7-x)+(9-x)$, $2x=8$
$\therefore x=4$ 답 4

0262 $\triangle ABC$에서 $\overline{AB}=\sqrt{12^2+5^2}=\sqrt{169}=13$ 답 13

0263 $\overline{CF}=\overline{CE}=r$이므로
$\overline{AD}=\overline{AF}=5-r$, $\overline{BD}=\overline{BE}=12-r$
답 $\overline{AD}=5-r$, $\overline{BD}=12-r$

0264 $\overline{AB}=\overline{AD}+\overline{BD}$이므로
$13=(5-r)+(12-r)$, $2r=4$
$\therefore r=2$ 답 2

0265 $x+8=6+9 \qquad \therefore x=7$ 답 7

0266 $8+11=(2+x)+12 \qquad \therefore x=5$ 답 5

유형 익히기

> 본문 48~57쪽

0267 $\overline{OM}\perp\overline{AB}$이므로

$\overline{AM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times12=6\,(cm)$

$\triangle OAM$에서

$\overline{OA}=\sqrt{6^2+3^2}=\sqrt{45}=3\sqrt{5}\,(cm)$ 답 ③

0268 $\triangle OMB$에서

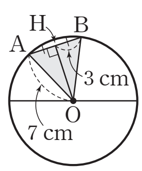
$\overline{BM}=\sqrt{5^2-4^2}=\sqrt{9}=3\,(cm)$

$\overline{OM}\perp\overline{AB}$이므로

$\overline{AB}=2\overline{BM}=2\times3=6\,(cm)$

답 6 cm

0269 오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{AH}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times6=3\,(cm)$

$\overline{OA}=\frac{1}{2}\times14=7\,(cm)$이므로 $\triangle AOH$에서

$\overline{OH}=\sqrt{7^2-3^2}=\sqrt{40}=2\sqrt{10}\,(cm)$

$\therefore \triangle AOB=\frac{1}{2}\times6\times2\sqrt{10}=6\sqrt{10}\,(cm^2)$ 답 ⑤

0270 원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$\overline{OB}=r\,(cm)$, $\overline{OM}=\overline{OC}-\overline{CM}=r-5\,(cm)$

$\overline{OC}\perp\overline{AB}$이므로

$\overline{BM}=\overline{AM}=7\,(cm)$

$\triangle MOB$에서 $\quad r^2=7^2+(r-5)^2$

$10r=74 \qquad \therefore r=\frac{37}{5}$

$\therefore \overline{OB}=\frac{37}{5}\,(cm)$ 답 ①

0271 $\triangle OMB$에서

$\overline{BM}=\sqrt{9^2-3^2}=\sqrt{72}=6\sqrt{2}\,(cm)$

$\overline{OC}\perp\overline{AB}$이므로

$\overline{AM}=\overline{BM}=6\sqrt{2}\,(cm)$

또 $\overline{OC}=\overline{OB}=9\,(cm)$이므로

$\overline{MC}=\overline{OC}-\overline{OM}=9-3=6\,(cm)$

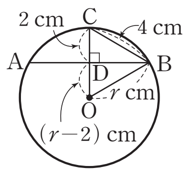
따라서 $\triangle ACM$에서

$\overline{AC}=\sqrt{(6\sqrt{2})^2+6^2}=\sqrt{108}=6\sqrt{3}\,(cm)$ 답 $6\sqrt{3}$ cm

0272 $\triangle CDB$에서

$\overline{BD}=\sqrt{4^2-2^2}=\sqrt{12}=2\sqrt{3}\,(cm)$ … 1단계

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OB}$를 긋고 원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면



$\overline{OB}=r\,(cm)$,

$\overline{OD}=\overline{OC}-\overline{CD}=r-2\,(cm)$

$\triangle OBD$에서 $\quad r^2=(r-2)^2+(2\sqrt{3})^2$

$4r=16 \qquad \therefore r=4$ … 2단계

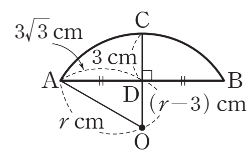
따라서 원 O의 둘레의 길이는

$2\pi\times4=8\pi\,(cm)$ … 3단계

답 8π cm

단계	채점 요소	비율
1	$\overline{BD}$의 길이 구하기	30 %
2	원 O의 반지름의 길이 구하기	60 %
3	원 O의 둘레의 길이 구하기	10 %

0273 $\overline{CD}$의 연장선은 이 원의 중심을 지나므로 오른쪽 그림과 같이 원의 중심을 O, 반지름의 길이를 r cm라 하면

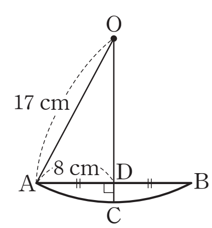


$\overline{OA}=r\,(cm)$, $\overline{OD}=\overline{OC}-\overline{CD}=r-3\,(cm)$

$\triangle AOD$에서 $\quad r^2=(r-3)^2+(3\sqrt{3})^2$

$6r=36 \qquad \therefore r=6$ 답 ③

0274 오른쪽 그림과 같이 원의 중심을 O라 하면 $\overline{CD}$의 연장선은 점 O를 지난다.



$\overline{OA}=17\,(cm)$,

$\overline{AD}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times16=8\,(cm)$이므로

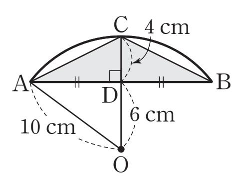
$\triangle OAD$에서

$\overline{OD}=\sqrt{17^2-8^2}=\sqrt{225}=15\,(cm)$

이때 $\overline{OC}=\overline{OA}=17\,(cm)$이므로

$\overline{CD}=\overline{OC}-\overline{OD}=17-15=2\,(cm)$ 답 ②

0275 $\overline{CD}$의 연장선은 이 원의 중심을 지나므로 오른쪽 그림과 같이 원의 중심을 O라 하면



$\overline{OA}=10\,(cm)$

$\overline{OD}=\overline{OC}-\overline{CD}=10-4=6\,(cm)$

$\triangle AOD$에서

$\overline{AD}=\sqrt{10^2-6^2}=\sqrt{64}=8\,(cm)$ … 1단계

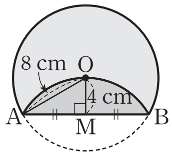
$\therefore \overline{AB}=2\overline{AD}=2\times8=16\,(cm)$ … 2단계

$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times16\times4=32\,(cm^2)$ … 3단계

답 $32\ cm^2$

단계	채점 요소	비율
1	$\overline{AD}$의 길이 구하기	60 %
2	$\overline{AB}$의 길이 구하기	20 %
3	$\triangle ABC$의 넓이 구하기	20 %

0276 오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 M이라 하면



$\overline{OA}=8\,(\text{cm})$

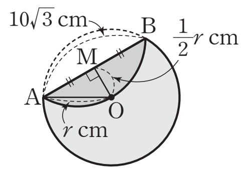
$\overline{OM}=\frac{1}{2}\overline{OA}=\frac{1}{2}\times 8=4\,(\text{cm})$

△OAM에서 $\overline{AM}=\sqrt{8^2-4^2}=\sqrt{48}=4\sqrt{3}\,(\text{cm})$

$\therefore\ \overline{AB}=2\overline{AM}=2\times 4\sqrt{3}=8\sqrt{3}\,(\text{cm})$

답 ⑤

0277 오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 M이라 하면



$\overline{AM}=\frac{1}{2}\overline{AB}$

$=\frac{1}{2}\times 10\sqrt{3}=5\sqrt{3}\,(\text{cm})$

원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$\overline{OA}=r\,(\text{cm}),\ \overline{OM}=\frac{1}{2}\overline{OA}=\frac{1}{2}r\,(\text{cm})$

△AOM에서 $r^2=\left(\frac{1}{2}r\right)^2+(5\sqrt{3})^2$

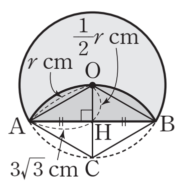
$\frac{3}{4}r^2=75,\quad r^2=100$

$\therefore\ r=10\ (\because\ r>0)$

따라서 원 O의 반지름의 길이는 10 cm이다.

답 10 cm

0278 오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{AH}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times 6\sqrt{3}=3\sqrt{3}\,(\text{cm})$

원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$\overline{OA}=r\,(\text{cm}),\ \overline{OH}=\frac{1}{2}\overline{OA}=\frac{1}{2}r\,(\text{cm})$

△OAH에서 $r^2=\left(\frac{1}{2}r\right)^2+(3\sqrt{3})^2$

$\frac{3}{4}r^2=27,\quad r^2=36$

$\therefore\ r=6\ (\because\ r>0)$

$\overline{OA}=\overline{OC}=\overline{AC}$이므로 △OAC는 정삼각형이다.

마찬가지로 △OCB도 정삼각형이므로

$\angle AOB=2\times 60^\circ=120^\circ$

$\therefore\ \widehat{AB}=2\pi\times 6\times\frac{120}{360}=4\pi\,(\text{cm})$

답 ②

0279 △OCN에서

$\overline{CN}=\sqrt{(5\sqrt{2})^2-5^2}=\sqrt{25}=5\,(\text{cm})$

$\overline{ON}\perp\overline{CD}$이므로

$\overline{CD}=2\overline{CN}=2\times 5=10\,(\text{cm})$

이때 $\overline{OM}=\overline{ON}$이므로

$\overline{AB}=\overline{CD}=10\,(\text{cm})$

답 10 cm

0280 $\overline{AB}\perp\overline{OM}$이므로

$\overline{AM}=\overline{BM}=9\,(\text{cm})$

△OAM에서

$\overline{OM}=\sqrt{12^2-9^2}=\sqrt{63}=3\sqrt{7}\,(\text{cm})$

이때 $\overline{AB}=2\overline{BM}=2\times 9=18\,(\text{cm})$에서 $\overline{AB}=\overline{CD}$이므로

$\overline{ON}=\overline{OM}=3\sqrt{7}\,(\text{cm})$

답 ⑤

0281 $\overline{OM}=\overline{ON}$이므로

$\overline{AB}=\overline{CD}=6\,(\text{cm})$

$\overline{OM}\perp\overline{AB}$이므로

$\overline{BM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times 6=3\,(\text{cm})$

△MBO에서

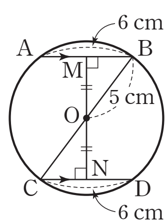
$\overline{OB}=\frac{3}{\cos 30^\circ}=3\div\frac{\sqrt{3}}{2}=2\sqrt{3}\,(\text{cm})$

따라서 원 O의 넓이는

$\pi\times(2\sqrt{3})^2=12\pi\,(\text{cm}^2)$

답 $12\pi\ \text{cm}^2$

0282 오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O에서 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$에 내린 수선의 발을 각각 M, N이라 하면 $\overline{AB}=\overline{CD}=6\,(\text{cm})$이므로



$\overline{OM}=\overline{ON}$

$\overline{BM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times 6=3\,(\text{cm})$

△OBM에서

$\overline{OM}=\sqrt{5^2-3^2}=\sqrt{16}=4\,(\text{cm})$

따라서 $\overline{AB}$와 $\overline{CD}$ 사이의 거리는

$\overline{MN}=2\overline{OM}=2\times 4=8\,(\text{cm})$

답 8 cm

0283 $\overline{OM}=\overline{ON}$이므로 $\overline{AB}=\overline{AC}$

따라서 △ABC는 이등변삼각형이므로

$\angle ABC=\frac{1}{2}\times(180^\circ-48^\circ)=66^\circ$

답 66°

0284 □AMON에서

$\angle MAN=360^\circ-(90^\circ+120^\circ+90^\circ)=60^\circ$ … 1단계

이때 $\overline{OM}=\overline{ON}$에서 $\overline{AB}=\overline{AC}$이므로 △ABC는 이등변삼각형이다.

$\therefore\ \angle ABC=\angle ACB=\frac{1}{2}\times(180^\circ-60^\circ)=60^\circ$

따라서 △ABC는 정삼각형이므로 … 2단계

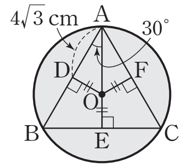
$\overline{BC}=\overline{AB}=2\overline{AM}=2\times 6=12\,(\text{cm})$ … 3단계

답 12 cm

단계	채점 요소	비율
1	∠MAN의 크기 구하기	30 %
2	△ABC가 정삼각형임을 알기	40 %
3	$\overline{BC}$의 길이 구하기	30 %

0285 $\overline{OD}=\overline{OE}=\overline{OF}$이므로

$\overline{AB}=\overline{BC}=\overline{CA}$



즉 △ABC는 정삼각형이므로

$\angle BAC=60^\circ$

$\overline{OD}\perp\overline{AB}$이므로

$$\overline{AD}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times8\sqrt{3}=4\sqrt{3}\text{ (cm)}$$

한편 위의 그림과 같이 $\overline{OA}$를 그으면

△ADO≡△AFO (RHS 합동)

$$\therefore \angle DAO=\frac{1}{2}\angle BAC=\frac{1}{2}\times60^\circ=30^\circ$$

△ADO에서 $\overline{OA}=\dfrac{4\sqrt{3}}{\cos 30^\circ}=4\sqrt{3}\div\dfrac{\sqrt{3}}{2}=8\text{ (cm)}$

따라서 원 O의 넓이는 $\pi\times8^2=64\pi\text{ (cm}^2)$ 답 ④

다른 풀이 △ABC는 정삼각형이므로

$$\overline{BE}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\times8\sqrt{3}=4\sqrt{3}\text{ (cm)}$$

△ABE에서 $\overline{AE}=\sqrt{(8\sqrt{3})^2-(4\sqrt{3})^2}=\sqrt{144}=12\text{ (cm)}$

점 O는 정삼각형 ABC의 무게중심이므로

$$\overline{OA}=\frac{2}{3}\overline{AE}=\frac{2}{3}\times12=8\text{ (cm)}$$

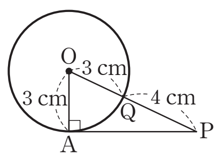
따라서 원 O의 넓이는 $\pi\times8^2=64\pi\text{ (cm}^2)$

0286 $\overline{OQ}=\overline{OA}=3\text{ (cm)}$이므로

$\overline{OP}=3+4=7\text{ (cm)}$

$\angle OAP=90^\circ$이므로 △OAP에서

$\overline{AP}=\sqrt{7^2-3^2}=\sqrt{40}=2\sqrt{10}\text{ (cm)}$

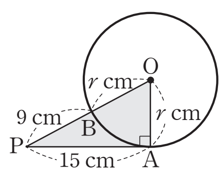


답 ②

0287 원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$\overline{OB}=\overline{OA}=r\text{ (cm)}$,

$\overline{OP}=r+9\text{ (cm)}$



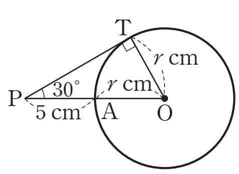
$\angle OAP=90^\circ$이므로 △OPA에서

$(r+9)^2=r^2+15^2$

$18r=144$ $\therefore r=8$

$$\therefore \triangle OPA=\frac{1}{2}\times15\times8=60\text{ (cm}^2)$$ 답 60 cm²

0288 원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면 $\angle PTO=90^\circ$이므로 △TPO에서



$\sin 30^\circ=\dfrac{\overline{OT}}{\overline{PO}}$, $\dfrac{1}{2}=\dfrac{r}{r+5}$

$2r=r+5$ $\therefore r=5$ … 1단계

따라서 $\overline{OP}=10\text{ (cm)}$, $\overline{OT}=5\text{ (cm)}$이므로 △TPO에서

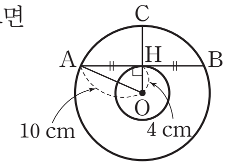
$\overline{PT}=\sqrt{10^2-5^2}=\sqrt{75}=5\sqrt{3}\text{ (cm)}$ … 2단계

답 $5\sqrt{3}$ cm

단계	채점 요소	비율
1	원 O의 반지름의 길이 구하기	50 %
2	$\overline{PT}$의 길이 구하기	50 %

0289 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$를 그으면

$\overline{OA}=\overline{OC}=10\text{ (cm)}$



$\overline{AB}\perp\overline{OH}$이므로 △AOH에서

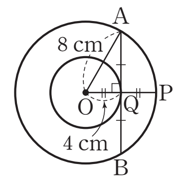
$\overline{AH}=\sqrt{10^2-4^2}=\sqrt{84}=2\sqrt{21}\text{ (cm)}$

$\therefore \overline{AB}=2\overline{AH}=2\times2\sqrt{21}$

$=4\sqrt{21}\text{ (cm)}$ 답 ⑤

0290 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$를 그으면

$\overline{OA}=\overline{OP}=8\text{ (cm)}$



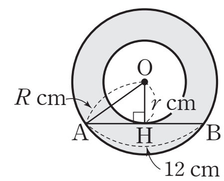
$$\overline{OQ}=\frac{1}{2}\overline{OP}=\frac{1}{2}\times8=4\text{ (cm)}$$

$\overline{OQ}\perp\overline{AB}$이므로 △AOQ에서

$\overline{AQ}=\sqrt{8^2-4^2}=\sqrt{48}=4\sqrt{3}\text{ (cm)}$

$\therefore \overline{AB}=2\overline{AQ}=2\times4\sqrt{3}=8\sqrt{3}\text{ (cm)}$ 답 $8\sqrt{3}$ cm

0291 오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$$\overline{AH}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times12=6\text{ (cm)}$$

큰 원의 반지름의 길이를 R cm, 작은 원의 반지름의 길이를 r cm라 하면 △OAH에서

$R^2-r^2=6^2$ $\therefore R^2-r^2=36$

$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)$=\pi R^2-\pi r^2$

$=\pi(R^2-r^2)$

$=36\pi\text{ (cm}^2)$ 답 ②

0292 $\angle PAC=90^\circ$이므로

$\angle PAB=90^\circ-23^\circ=67^\circ$

$\overline{PA}=\overline{PB}$에서 △APB는 이등변삼각형이므로

$\angle x=180^\circ-2\times67^\circ=46^\circ$ 답 ③

0293 $\angle OAP=90^\circ$이고 $\overline{OP}=4+2=6\text{ (cm)}$이므로 △AOP에서

$\overline{AP}=\sqrt{6^2-4^2}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}\text{ (cm)}$

이때 $\overline{BP}=\overline{AP}=2\sqrt{5}\text{ (cm)}$이므로

$x=2\sqrt{5}$ 답 $2\sqrt{5}$

0294 $\overline{PA}=\overline{PB}$, $\overline{PB}=\overline{PC}$이므로

$\overline{PA}=\overline{PC}$

즉 $9-2x=x+3$이므로

$3x=6$ $\therefore x=2$ 답 2

0295 $\angle PAO=\angle PBO=90^\circ$이므로

$\angle AOB=360^\circ-(90^\circ+45^\circ+90^\circ)=135^\circ$ … 1단계

이때 색칠한 부채꼴의 중심각의 크기는

$360^\circ-135^\circ=225^\circ$

따라서 색칠한 부분의 넓이는

$\pi\times8^2\times\frac{225}{360}=40\pi\ (\mathrm{cm}^2)$ … 2단계

답 $40\pi\ \mathrm{cm}^2$

단계	채점 요소	비율
1	∠AOB의 크기 구하기	40 %
2	색칠한 부분의 넓이 구하기	60 %

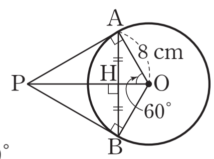
0296 $\overline{PA}=\overline{PB}$에서 △APB는 이등변삼각형이므로

$\angle PAB=\angle PBA=\frac{1}{2}\times(180^\circ-60^\circ)=60^\circ$

따라서 △APB는 정삼각형이므로

$\overline{AB}=\overline{PA}=10\ (\mathrm{cm})$ 답 10 cm

0297 오른쪽 그림과 같이 $\overline{PO}$를 긋고 $\overline{AB}$와 $\overline{PO}$의 교점을 H라 하면



△AOP≡△BOP (RHS 합동)이므로

$\angle AOH=\frac{1}{2}\angle AOB=\frac{1}{2}\times120^\circ=60^\circ$

△AHO에서

$\overline{AH}=8\sin60^\circ=8\times\frac{\sqrt{3}}{2}=4\sqrt{3}\ (\mathrm{cm})$

$\therefore \overline{AB}=2\overline{AH}=2\times4\sqrt{3}=8\sqrt{3}\ (\mathrm{cm})$ 답 ④

0298 $\overline{PT}=\overline{RT}$, $\overline{QT}=\overline{RT}$이므로

$\overline{PT}=\overline{RT}=\overline{QT}$

즉 △PTR, △RTQ는 모두 이등변삼각형이다.

$\angle PRT=\angle RPT=43^\circ$이므로 $\angle TRQ=\angle TQR=\angle x$라 하면

△RPQ에서

$2\times43^\circ+2\angle x=180^\circ$

$2\angle x=94^\circ \qquad \therefore \angle x=47^\circ$

$\therefore \angle TQR=47^\circ$ 답 47°

0299 $\overline{BD}=\overline{BF}$, $\overline{CE}=\overline{CF}$이므로

$\overline{AD}+\overline{AE}=\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA}$

$=8+5+7=20\ (\mathrm{cm})$

이때 $\overline{AD}=\overline{AE}$이므로

$\overline{AD}=\frac{1}{2}\times20=10\ (\mathrm{cm})$ 답 ②

0300 $\overline{BF}=\overline{BD}=9-6=3\ (\mathrm{cm})$이므로

$\overline{CE}=\overline{CF}=5-3=2\ (\mathrm{cm})$ 답 2 cm

0301 $\overline{BF}=\overline{BD}=12-8=4\ (\mathrm{cm})$

$\overline{AE}=\overline{AD}=12\ (\mathrm{cm})$이므로

$\overline{CF}=\overline{CE}=12-9=3\ (\mathrm{cm})$

$\therefore \overline{BC}=\overline{BF}+\overline{CF}=4+3=7\ (\mathrm{cm})$ 답 7 cm

다른 풀이 $\overline{AD}+\overline{AE}=\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA}$이므로

$12+12=8+\overline{BC}+9 \qquad \therefore \overline{BC}=7\ (\mathrm{cm})$

0302 ①, ② 원 밖의 한 점에서 그 원에 그은 두 접선의 길이는 같으므로

$\overline{PA}=\overline{PB}$, $\overline{EB}=\overline{EC}$

③ △OAD≡△OCD (RHS 합동)이므로

$\angle ODA=\angle ODC$

④ $\overline{OC}\perp\overline{DE}$이므로

$\triangle ODC=\frac{1}{2}\times\overline{CD}\times\overline{OC}$

$\triangle OEC=\frac{1}{2}\times\overline{CE}\times\overline{OC}$

즉 $\overline{CD}=\overline{CE}$인 경우에만 △ODC=△OEC이고

$\overline{CD}\neq\overline{CE}$이면 △ODC≠△OEC이다.

⑤ $\overline{PA}=\overline{PB}$, $\overline{EB}=\overline{EC}$, $\overline{DA}=\overline{DC}$이므로

(△PED의 둘레의 길이)$=\overline{PE}+\overline{ED}+\overline{DP}$

$=\overline{PB}+\overline{PA}$

$=2\overline{PA}$

따라서 옳지 않은 것은 ④이다. 답 ④

0303 $\angle AEO=90^\circ$이므로 △AOE에서

$\overline{AE}=\sqrt{8^2-4^2}=\sqrt{48}=4\sqrt{3}\ (\mathrm{cm})$ … 1단계

이때 $\overline{BD}=\overline{BF}$, $\overline{CE}=\overline{CF}$이므로

(△ABC의 둘레의 길이)$=\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA}$

$=\overline{AD}+\overline{AE}$

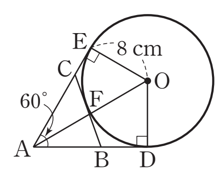
$=2\overline{AE}$

$=2\times4\sqrt{3}=8\sqrt{3}\ (\mathrm{cm})$ … 2단계

답 $8\sqrt{3}$ cm

단계	채점 요소	비율
1	$\overline{AE}$의 길이 구하기	30 %
2	△ABC의 둘레의 길이 구하기	70 %

0304 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AO}$를 그으면 △AOE≡△AOD (RHS 합동)이므로



$\angle EAO=\frac{1}{2}\angle EAD$

$=\frac{1}{2}\times60^\circ=30^\circ$

△AOE에서

$\overline{AE}=\frac{8}{\tan30^\circ}=8\div\frac{\sqrt{3}}{3}=8\sqrt{3}\ (\mathrm{cm})$

이때 $\overline{BD}=\overline{BF}$, $\overline{CE}=\overline{CF}$이므로

(△ABC의 둘레의 길이)$=\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA}$

$=\overline{AD}+\overline{AE}$

$=2\overline{AE}$

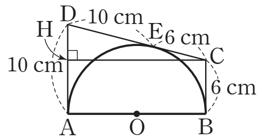
$=2\times8\sqrt{3}=16\sqrt{3}\ (\mathrm{cm})$

답 $16\sqrt{3}$ cm

0305 $\overline{DE}=\overline{DA}=10\,(cm)$, $\overline{CE}=\overline{CB}=6\,(cm)$이므로

$\overline{CD}=\overline{CE}+\overline{DE}=6+10=16\,(cm)$

오른쪽 그림과 같이 점 C에서 $\overline{AD}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{AH}=\overline{BC}=6\,(cm)$

$\therefore \overline{DH}=10-6=4\,(cm)$

△DHC에서

$\overline{CH}=\sqrt{16^2-4^2}=\sqrt{240}=4\sqrt{15}\,(cm)$

$\therefore \overline{AB}=\overline{CH}=4\sqrt{15}\,(cm)$

답 $4\sqrt{15}$ cm

0306 $\angle ADC=\angle BCD=90°$이므로 □ABCD는 사다리꼴이다.

$\overline{AD}=\overline{AP}$, $\overline{BC}=\overline{BP}$이므로

$\overline{AD}+\overline{BC}=\overline{AP}+\overline{BP}=\overline{AB}=6\,(cm)$

$\overline{CD}=2\overline{OC}=2\times2\sqrt{2}=4\sqrt{2}\,(cm)$이므로

$$\square ABCD=\frac{1}{2}\times(\overline{AD}+\overline{BC})\times\overline{CD}$$

$$=\frac{1}{2}\times6\times4\sqrt{2}$$

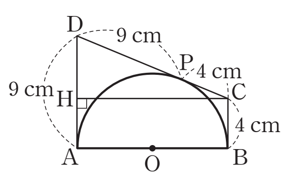
$$=12\sqrt{2}\,(cm^2)$$

답 $12\sqrt{2}\,cm^2$

0307 $\overline{DP}=\overline{DA}=9\,(cm)$, $\overline{CP}=\overline{CB}=4\,(cm)$이므로

$\overline{CD}=\overline{CP}+\overline{DP}=4+9=13\,(cm)$

오른쪽 그림과 같이 점 C에서 $\overline{AD}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{AH}=\overline{BC}=4\,(cm)$

$\therefore \overline{DH}=9-4=5\,(cm)$

△DHC에서

$\overline{CH}=\sqrt{13^2-5^2}=\sqrt{144}=12\,(cm)$

$\therefore \overline{AB}=\overline{CH}=12\,(cm)$

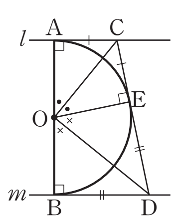
$\therefore$ (□ABCD의 둘레의 길이)$=\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CD}+\overline{DA}$

$=12+4+13+9$

$=38\,(cm)$

답 ①

0308 ① 직선 m과 $\overline{CD}$는 반원 O의 접선이므로



$\angle OBD=\angle OED=90°$

② 원 밖의 한 점에서 그 원에 그은 두 접선의 길이는 같으므로 $\overline{CA}=\overline{CE}$

③ △OBD와 △OED에서

$\angle OBD=\angle OED=90°$, $\overline{OB}=\overline{OE}$, $\overline{OD}$는 공통이므로 △OBD≡△OED (RHS 합동)

④ △OAC≡△OEC (RHS 합동)이므로 $\angle AOC=\angle EOC$

△OBD≡△OED (RHS 합동)이므로 $\angle BOD=\angle EOD$

$\therefore \angle COD=\angle COE+\angle DOE$

$$=\frac{1}{2}\angle AOE+\frac{1}{2}\angle BOE$$

$$=\frac{1}{2}(\angle AOE+\angle BOE)$$

$$=\frac{1}{2}\times180°=90°$$

⑤ $\overline{AC}+\overline{BD}=\overline{CE}+\overline{DE}=\overline{CD}$

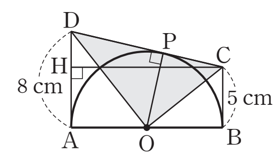
따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

답 ⑤

0309 $\overline{DP}=\overline{DA}=8\,(cm)$, $\overline{CP}=\overline{CB}=5\,(cm)$이므로

$\overline{CD}=\overline{CP}+\overline{DP}=5+8=13\,(cm)$ … 1단계

오른쪽 그림과 같이 점 C에서 $\overline{AD}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{AH}=\overline{BC}=5\,(cm)$

$\therefore \overline{DH}=8-5=3\,(cm)$

△DHC에서

$\overline{CH}=\sqrt{13^2-3^2}=\sqrt{160}=4\sqrt{10}\,(cm)$

즉 $\overline{AB}=\overline{CH}=4\sqrt{10}\,(cm)$이므로 반원 O의 반지름의 길이는 $2\sqrt{10}$ cm이다. … 2단계

따라서 $\overline{OP}$를 그으면 $\overline{OP}\perp\overline{CD}$이고 $\overline{OP}=2\sqrt{10}\,(cm)$이므로

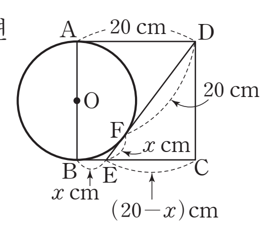
$$\triangle DOC=\frac{1}{2}\times\overline{CD}\times\overline{OP}$$

$$=\frac{1}{2}\times13\times2\sqrt{10}=13\sqrt{10}\,(cm^2)$$ … 3단계

답 $13\sqrt{10}\,cm^2$

단계	채점 요소	비율
1	$\overline{CD}$의 길이 구하기	30 %
2	반원 O의 반지름의 길이 구하기	40 %
3	△DOC의 넓이 구하기	30 %

0310 $\overline{EF}=\overline{EB}=x\,(cm)$라 하면



$\overline{CE}=20-x\,(cm)$

$\overline{DF}=\overline{DA}=20\,(cm)$이므로

$\overline{DE}=20+x\,(cm)$

△DEC에서

$(20+x)^2=(20-x)^2+20^2$

$80x=400$ $\quad\therefore x=5$

답 5 cm

0311 $\overline{CE}=\overline{CF}=x\,(cm)$라 하면

$\overline{AD}=\overline{AF}=13-x\,(cm)$

$\overline{BD}=\overline{BE}=15-x\,(cm)$

$\overline{AB}=\overline{AD}+\overline{BD}$이므로

$14=(13-x)+(15-x)$

$2x=14$ $\quad\therefore x=7$

답 7 cm

0312 $\overline{AD}=\overline{AF}=6$ (cm)이므로

$\overline{BE}=\overline{BD}=9-6=3$ (cm)

$\overline{CE}=\overline{CF}=10-6=4$ (cm)

$\therefore \overline{BC}=\overline{BE}+\overline{CE}=3+4=7$ (cm)

답 7 cm

0313 $\overline{BD}=\overline{BE}=5$ (cm), $\overline{CE}=\overline{CF}=9$ (cm)

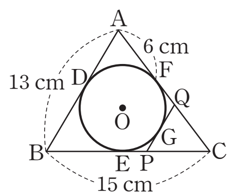
$\overline{AD}=\overline{AF}=x$ (cm)라 하면 $\triangle ABC$의 둘레의 길이가 32 cm이므로

$2(x+5+9)=32$

$2x=4 \qquad \therefore x=2$

답 2 cm

0314 오른쪽 그림과 같이 원 O와 $\overline{PQ}$의 접점을 G라 하자.



$\overline{AD}=\overline{AF}=6$ (cm)이므로

$\overline{BE}=\overline{BD}=13-6=7$ (cm)

$\overline{CE}=15-7=8$ (cm)

이때 $\overline{PG}=\overline{PE}$, $\overline{QG}=\overline{QF}$이므로

$(\triangle QPC$의 둘레의 길이$)=\overline{QP}+\overline{PC}+\overline{CQ}$

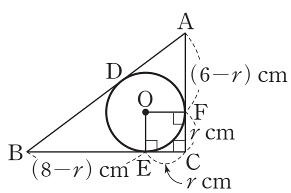
$=\overline{CE}+\overline{CF}=2\overline{CE}$

$=2\times 8=16$ (cm)

답 16 cm

0315 $\overline{AB}=\sqrt{8^2+6^2}=\sqrt{100}=10$ (cm)

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OE}$, $\overline{OF}$를 그으면 □OECF는 정사각형이므로 원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면



$\overline{CE}=\overline{CF}=r$ (cm)

$\overline{AD}=\overline{AF}=6-r$ (cm), $\overline{BD}=\overline{BE}=8-r$ (cm)이므로

$\overline{AB}=\overline{AD}+\overline{BD}$에서 $\qquad 10=(6-r)+(8-r)$

$2r=4 \qquad \therefore r=2$

따라서 원 O의 반지름의 길이는 2 cm이다.

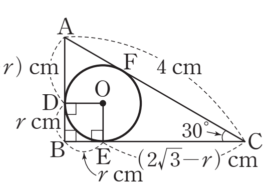
답 2 cm

0316 $\triangle ABC$에서

$\overline{AB}=4\sin 30^\circ=4\times\dfrac{1}{2}=2$ (cm)

$\overline{BC}=4\cos 30^\circ=4\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=2\sqrt{3}$ (cm)

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OD}$, $\overline{OE}$를 그으면 □DBEO는 정사각형이므로 원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면



$\overline{BD}=\overline{BE}=r$ (cm)

$\overline{AF}=\overline{AD}=2-r$ (cm), $\overline{CF}=\overline{CE}=2\sqrt{3}-r$ (cm)이므로

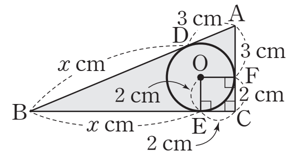
$\overline{AC}=\overline{AF}+\overline{CF}$에서 $\qquad 4=(2-r)+(2\sqrt{3}-r)$

$2r=2\sqrt{3}-2 \qquad \therefore r=\sqrt{3}-1$

따라서 원 O의 반지름의 길이는 $(\sqrt{3}-1)$ cm이다.

답 $(\sqrt{3}-1)$ cm

0317 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OF}$를 그으면 □OECF는 정사각형이므로



$\overline{CE}=\overline{CF}=2$ (cm) ⋯ 1단계

$\overline{BD}=\overline{BE}=x$ (cm)라 하면

$\overline{AD}=\overline{AF}=5-2=3$ (cm)이므로

$\overline{AB}=x+3$ (cm), $\overline{BC}=x+2$ (cm)

$\triangle ABC$에서 $\qquad (x+3)^2=(x+2)^2+5^2$

$2x=20 \qquad \therefore x=10$

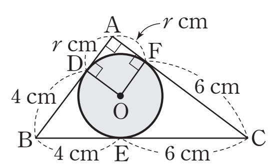
$\therefore \overline{BC}=10+2=12$ (cm) ⋯ 2단계

$\therefore \triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times 12\times 5=30$ (cm²) ⋯ 3단계

답 30 cm²

단계	채점 요소	비율
1	$\overline{CE}$, $\overline{CF}$의 길이 구하기	30 %
2	$\overline{BC}$의 길이 구하기	50 %
3	$\triangle ABC$의 넓이 구하기	20 %

0318 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OD}$, $\overline{OF}$를 그으면 □ADOF는 정사각형이므로 원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면



$\overline{AD}=\overline{AF}=r$ (cm)

$\overline{BD}=\overline{BE}=4$ (cm), $\overline{CF}=\overline{CE}=6$ (cm)이므로

$\overline{AB}=r+4$ (cm), $\overline{AC}=r+6$ (cm)

$\triangle ABC$에서

$(r+4)^2+(r+6)^2=(4+6)^2$

$r^2+10r-24=0, \qquad (r+12)(r-2)=0$

$\therefore r=2$ ($\because r>0$)

따라서 원 O의 반지름의 길이는 2 cm이므로 원 O의 넓이는

$\pi\times 2^2=4\pi$ (cm²)

답 4π cm²

0319 $\overline{AB}+\overline{CD}=\overline{AD}+\overline{BC}$이므로

$2x+8=10+(x+5) \qquad \therefore x=7$

따라서 $\overline{BC}=12$ (cm)이므로

(□ABCD의 둘레의 길이)$=\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CD}+\overline{DA}$

$=2(\overline{AD}+\overline{BC})$

$=2(10+12)=44$ (cm)

답 ④

0320 $\overline{CG}=x$ cm라 하면

$\overline{AH}=\overline{AE}=4$ (cm), $\overline{CF}=\overline{CG}=x$ (cm)

$\overline{AB}+\overline{CD}=\overline{AD}+\overline{BC}$이고 □ABCD의 둘레의 길이가 40 cm이므로

$\overline{AD}+\overline{BC}=40\times\dfrac{1}{2}=20$ (cm)

즉 $(4+3)+(5+x)=20$이므로 $\qquad x=8$

답 8 cm

0321 △BCD에서

$\overline{CD}=\sqrt{15^2-12^2}=\sqrt{81}=9$ (cm)

$\overline{AB}+\overline{CD}=\overline{AD}+\overline{BC}$이므로

$\overline{AB}+9=8+12$

$\therefore \overline{AB}=11$ (cm)

답 ②

0322 $\overline{AB}+\overline{CD}=\overline{AD}+\overline{BC}$이므로

$\overline{AB}+\overline{CD}=8+12=20$ (cm) … 1단계

등변사다리꼴 ABCD에서 $\overline{AB}=\overline{CD}$이므로

$\overline{AB}=\frac{1}{2}\times 20=10$ (cm) … 2단계

답 10 cm

단계	채점 요소	비율
1	$\overline{AB}+\overline{CD}$의 길이 구하기	50 %
2	$\overline{AB}$의 길이 구하기	50 %

0323 $\overline{AB}+\overline{CD}=\overline{AD}+\overline{BC}$이고 □ABCD의 둘레의 길이가 28 cm이므로

$\overline{AB}+\overline{CD}=\frac{1}{2}\times 28=14$ (cm)

$\therefore \overline{DS}+\overline{CQ}=\overline{DR}+\overline{CR}=\overline{CD}$

$=14-8=6$ (cm)

답 ③

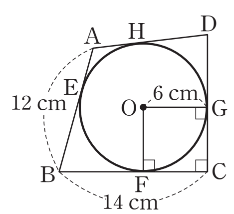
0324 $\overline{AB}+\overline{CD}=\overline{AD}+\overline{BC}$이므로

$\overline{AB}+\overline{CD}=12+20=32$ (cm)

$\therefore \overline{AB}=32\times\frac{3}{3+5}=12$ (cm)

답 12 cm

0325 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OF}$를 그으면 □OFCG는 정사각형이므로



$\overline{CF}=\overline{OG}=6$ (cm)

$\overline{BE}=\overline{BF}=14-6=8$ (cm)이므로

$\overline{AH}=\overline{AE}=12-8=4$ (cm)

답 4 cm

0326 $\overline{AB}=2\overline{OE}=2\times 4=8$ (cm) … 1단계

$\overline{AB}+\overline{CD}=\overline{AD}+\overline{BC}$이므로

$\overline{AD}+\overline{BC}=8+10=18$ (cm) … 2단계

$\therefore$ □ABCD$=\frac{1}{2}\times(\overline{AD}+\overline{BC})\times\overline{AB}$

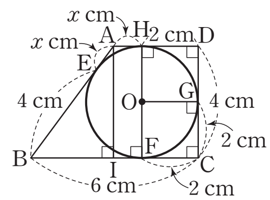
$=\frac{1}{2}\times 18\times 8$

$=72$ (cm^2) … 3단계

답 72 cm^2

단계	채점 요소	비율
1	$\overline{AB}$의 길이 구하기	20 %
2	$\overline{AD}+\overline{BC}$의 길이 구하기	50 %
3	□ABCD의 넓이 구하기	30 %

0327 오른쪽 그림에서



$\overline{CF}=\overline{CG}=\frac{1}{2}\overline{CD}$

$=\frac{1}{2}\times 4=2$ (cm)

이므로 $\overline{DH}=\overline{DG}=2$ (cm)

$\therefore \overline{BE}=\overline{BF}=6-2=4$ (cm)

$\overline{AE}=\overline{AH}=x$ (cm)라 하고 점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 I라 하면 $\overline{IF}=\overline{AH}=x$ (cm)이므로

$\overline{BI}=4-x$ (cm)

△ABI에서 $(x+4)^2=(4-x)^2+4^2$

$16x=16 \quad \therefore x=1$

$\therefore \overline{AB}=1+4=5$ (cm)

답 5 cm

0328 △DEC에서

$\overline{CE}=\sqrt{5^2-4^2}=\sqrt{9}=3$ (cm)

$\overline{AD}=\overline{BC}=x$ (cm)라 하면

$\overline{BE}=x-3$ (cm)

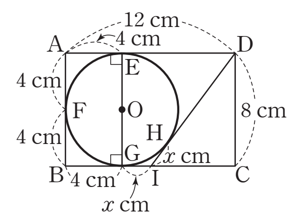
$\overline{AB}+\overline{DE}=\overline{AD}+\overline{BE}$이므로

$4+5=x+(x-3)$

$2x=12 \quad \therefore x=6$

답 6 cm

0329 오른쪽 그림과 같이 $\overline{EG}$를 그으면



$\overline{AE}=\overline{AF}=\overline{BF}=\overline{BG}$

$=\frac{1}{2}\times 8=4$ (cm)

이므로

$\overline{DH}=\overline{DE}=12-4=8$ (cm)

$\overline{GI}=\overline{HI}=x$ (cm)라 하면

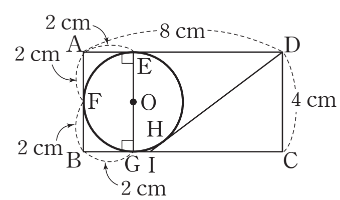
$\overline{DI}=x+8$ (cm), $\overline{CI}=8-x$ (cm)

△DIC에서 $(x+8)^2=(8-x)^2+8^2$

$32x=64 \quad \therefore x=2$

답 2 cm

0330 오른쪽 그림과 같이 $\overline{EG}$를 그으면



$\overline{AE}=\overline{AF}=\overline{BF}=\overline{BG}$

$=\frac{1}{2}\times 4=2$ (cm)

이므로

$\overline{DE}=\overline{GC}=8-2=6$ (cm)

$\overline{DH}=\overline{DE}$, $\overline{HI}=\overline{GI}$이므로

(△DIC의 둘레의 길이)

$=\overline{DI}+\overline{IC}+\overline{CD}$

$=(\overline{DH}+\overline{HI})+\overline{IC}+\overline{CD}$

$=\overline{DE}+(\overline{GI}+\overline{IC})+\overline{CD}$

$=\overline{DE}+\overline{GC}+\overline{CD}$

$=6+6+4$

$=16$ (cm)

답 ③

시험에 꼭 나오는 문제

본문 58~61쪽

0331 전략 원의 중심에서 현에 내린 수선은 그 현을 이등분함을 이용한다.

$\overline{OC}=\overline{OA}=10\ (\mathrm{cm})$이므로

$\overline{OH}=\frac{1}{2}\overline{OC}=\frac{1}{2}\times 10=5\ (\mathrm{cm})$

$\triangle AOH$에서 $\overline{AH}=\sqrt{10^2-5^2}=\sqrt{75}=5\sqrt{3}\ (\mathrm{cm})$

$\overline{AB}\perp\overline{OC}$이므로

$\overline{AB}=2\overline{AH}=2\times 5\sqrt{3}=10\sqrt{3}\ (\mathrm{cm})$ 답 ⑤

0332 전략 먼저 피타고라스 정리를 이용하여 $\overline{BM}$의 길이를 구한다.

$\triangle CBM$에서 $\overline{BM}=\sqrt{10^2-6^2}=\sqrt{64}=8\ (\mathrm{cm})$

$\overline{AB}\perp\overline{OC}$이므로 $\overline{AM}=\overline{BM}=8\ (\mathrm{cm})$

$\overline{OA}=\overline{OC}=x\ (\mathrm{cm})$라 하면

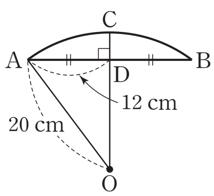
$\overline{OM}=\overline{OC}-\overline{CM}=x-6\ (\mathrm{cm})$

따라서 $\triangle OAM$에서 $x^2=8^2+(x-6)^2$

$12x=100 \quad \therefore x=\frac{25}{3}$ 답 ⑤

0333 전략 원에서 현의 수직이등분선은 그 원의 중심을 지남을 이용한다.

오른쪽 그림과 같이 원의 중심을 O라 하면 $\overline{CD}$의 연장선은 점 O를 지난다.



$\overline{AD}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times 24=12\ (\mathrm{cm})$이므로

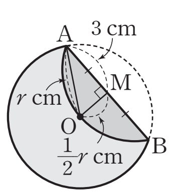
$\triangle AOD$에서

$\overline{OD}=\sqrt{20^2-12^2}=\sqrt{256}=16\ (\mathrm{cm})$

$\therefore \overline{CD}=\overline{OC}-\overline{OD}=20-16=4\ (\mathrm{cm})$ 답 4 cm

0334 전략 원의 중심 O에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 M이라 하면 $\overline{OM}$의 길이는 원의 반지름의 길이의 $\frac{1}{2}$임을 이용한다.

오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 M이라 하면



$\overline{AM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times 6=3\ (\mathrm{cm})$

원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$\overline{OA}=r\ (\mathrm{cm}),\ \overline{OM}=\frac{1}{2}\overline{OA}=\frac{1}{2}r\ (\mathrm{cm})$

$\triangle AOM$에서

$r^2=\left(\frac{1}{2}r\right)^2+3^2, \quad r^2=12$

$\therefore r=2\sqrt{3}\ (\because r>0)$

따라서 원 O의 반지름의 길이는 $2\sqrt{3}$ cm이다. 답 ③

0335 전략 길이가 같은 두 현은 원의 중심으로부터 같은 거리에 있음을 이용한다.

$\overline{AB}=\overline{CD}$이므로 $\overline{OE}=\overline{OF}=2\ (\mathrm{cm})$

$\triangle AEO$에서 $\overline{AE}=\sqrt{3^2-2^2}=\sqrt{5}\ (\mathrm{cm})$이므로

$\overline{AB}=2\overline{AE}=2\sqrt{5}\ (\mathrm{cm})$

$\therefore \triangle ABO=\frac{1}{2}\times 2\sqrt{5}\times 2=2\sqrt{5}\ (\mathrm{cm}^2)$ 답 $2\sqrt{5}\ \mathrm{cm}^2$

0336 전략 $\triangle ABC$가 어떤 삼각형인지 생각해 본다.

$\overline{OM}=\overline{ON}$이므로 $\overline{AB}=\overline{AC}$

즉 $\triangle ABC$는 이등변삼각형이므로

$\angle ACB=\angle ABC=64°$

$\therefore \angle BAC=180°-2\times 64°=52°$

따라서 $\square AMON$에서

$\angle MON=360°-(90°+52°+90°)=128°$ 답 ④

0337 전략 원의 접선은 그 접점을 지나는 반지름에 수직임을 이용한다.

$\overline{PT}$가 원 O의 접선이므로

$\angle PTO=90°$

$\triangle POT$에서

$\overline{PT}=6\tan 60°=6\times\sqrt{3}=6\sqrt{3}\ (\mathrm{cm})$

$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)

$=\triangle POT-$(부채꼴 OTQ의 넓이)

$=\frac{1}{2}\times 6\sqrt{3}\times 6-\pi\times 6^2\times\frac{60}{360}$

$=18\sqrt{3}-6\pi\ (\mathrm{cm}^2)$ 답 ②

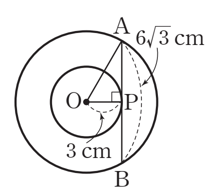
0338 전략 원의 중심에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발은 작은 원과 $\overline{AB}$의 접점임을 이용한다.

$\overline{AB}$가 작은 원의 접선이면서 큰 원의 현이므로

$\overline{OP}\perp\overline{AB}$

$\therefore \overline{AP}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times 6\sqrt{3}=3\sqrt{3}\ (\mathrm{cm})$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$를 그으면



$\triangle AOP$에서

$\overline{OA}=\sqrt{3^2+(3\sqrt{3})^2}=\sqrt{36}=6\ (\mathrm{cm})$

따라서 큰 원의 반지름의 길이는 6 cm이다. 답 ③

0339 전략 원 밖의 한 점에서 그 원에 그은 두 접선의 길이는 같음을 이용한다.

$\angle PBC=90°$이므로

$\angle PBA=90°-19°=71°$

$\triangle PBA$는 $\overline{PA}=\overline{PB}$인 이등변삼각형이므로

$\angle APB=180°-2\times 71°=38°$ 답 38°

0340 전략 $\angle APO=\angle BPO$임을 이용한다.

①, ② $\triangle PAO\equiv\triangle PBO$ (RHS 합동)이므로

$$\angle APO=\angle BPO=\frac{1}{2}\angle APB=\frac{1}{2}\times 60^\circ=30^\circ$$

$\angle PAO=\angle PBO=90^\circ$이므로 $\triangle APO$에서

$$\overline{PO}=\frac{2}{\sin 30^\circ}=2\div\frac{1}{2}=4\ (\text{cm})$$

$$\overline{PA}=\frac{2}{\tan 30^\circ}=2\div\frac{\sqrt{3}}{3}=2\sqrt{3}\ (\text{cm})$$

$$\therefore\ \overline{PB}=\overline{PA}=2\sqrt{3}\ (\text{cm})$$

③ $\overline{PA}=\overline{PB}$이고 $\angle APB=60^\circ$이므로

$$\angle PAB=\angle PBA=\frac{1}{2}\times(180^\circ-60^\circ)=60^\circ$$

즉 $\triangle APB$는 정삼각형이므로

$$\overline{AB}=\overline{PB}=2\sqrt{3}\ (\text{cm})$$

④ $\square APBO=2\triangle APO=2\times\left(\frac{1}{2}\times 2\sqrt{3}\times 2\right)=4\sqrt{3}\ (\text{cm}^2)$

⑤ $\angle OAB=\angle PAO-\angle PAB=90^\circ-60^\circ=30^\circ$

따라서 옳지 않은 것은 ③이다. 답 ③

0341 전략 원 밖의 한 점에서 그 원에 그은 두 접선의 길이는 같음을 이용한다.

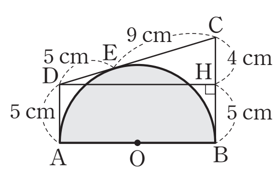
$\overline{BD}=\overline{BF}$, $\overline{CE}=\overline{CF}$이므로

$$(\triangle ABC\text{의 둘레의 길이})=\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA}=\overline{AD}+\overline{AE}=2\overline{AD}$$

즉 $4+3+5=2\overline{AD}$이므로 $\overline{AD}=6\ (\text{cm})$

$\therefore\ \overline{BF}=\overline{BD}=6-4=2\ (\text{cm})$ 답 2 cm

0342 전략 점 D에서 $\overline{BC}$에 수선을 긋는다.



오른쪽 그림과 같이 반원 O와 $\overline{CD}$의 접점을 E라 하면

$\overline{CE}=\overline{CB}=9\ (\text{cm})$,

$\overline{DE}=\overline{DA}=5\ (\text{cm})$

$\therefore\ \overline{CD}=\overline{CE}+\overline{DE}$

$=9+5=14\ (\text{cm})$

점 D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 $\triangle CDH$에서

$$\overline{DH}=\sqrt{14^2-4^2}=\sqrt{180}=6\sqrt{5}\ (\text{cm})$$

이때 $\overline{AB}=\overline{DH}=6\sqrt{5}\ (\text{cm})$이므로

$$\overline{AO}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times 6\sqrt{5}=3\sqrt{5}\ (\text{cm})$$

따라서 반원 O의 넓이는

$$\frac{1}{2}\pi\times(3\sqrt{5})^2=\frac{45}{2}\pi\ (\text{cm}^2)$$ 답 ④

0343 전략 $\overline{AE}=\overline{AF}$, $\overline{BD}=\overline{BF}$, $\overline{CD}=\overline{CE}$임을 이용한다.

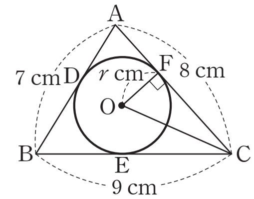
$\overline{BD}=\overline{BF}=9\ (\text{cm})$, $\overline{CD}=\overline{CE}=5\ (\text{cm})$

$\overline{AE}=\overline{AF}=x\ (\text{cm})$라 하면 $\triangle ABC$의 둘레의 길이가 34 cm이므로

$2(x+9+5)=34$

$2x=6\qquad\therefore\ x=3$ 답 ④

0344 전략 내접원의 반지름을 이용하여 $\triangle ABC$의 넓이를 구하는 방법을 생각해 본다.



오른쪽 그림과 같이 $\overline{OF}$를 긋고 원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$\frac{1}{2}r\times(7+9+8)=12\sqrt{5}$

$12r=12\sqrt{5}\qquad\therefore\ r=\sqrt{5}$

$\overline{CF}=\overline{CE}=a\ (\text{cm})$라 하면

$\overline{AD}=\overline{AF}=8-a\ (\text{cm})$

$\overline{BD}=\overline{BE}=9-a\ (\text{cm})$

$\overline{AB}=\overline{AD}+\overline{BD}$이므로 $7=(8-a)+(9-a)$

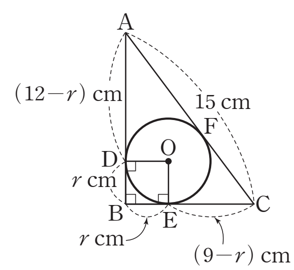
$2a=10\qquad\therefore\ a=5\qquad\therefore\ \overline{CF}=5\ (\text{cm})$

따라서 $\triangle OCF$에서

$\overline{OC}=\sqrt{5^2+(\sqrt{5})^2}=\sqrt{30}\ (\text{cm})$ 답 ②

0345 전략 원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하고 $\overline{AF}$, $\overline{CF}$의 길이를 r를 사용하여 나타낸다.

$\overline{AB}=\sqrt{15^2-9^2}=\sqrt{144}=12\ (\text{cm})$



오른쪽 그림과 같이 $\overline{OD}$, $\overline{OE}$를 그으면 $\square DBEO$는 정사각형이므로 원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$\overline{BD}=\overline{BE}=r\ (\text{cm})$,

$\overline{AF}=\overline{AD}=12-r\ (\text{cm})$,

$\overline{CF}=\overline{CE}=9-r\ (\text{cm})$

$\overline{AC}=\overline{AF}+\overline{CF}$이므로 $15=(12-r)+(9-r)$

$2r=6\qquad\therefore\ r=3$

따라서 원 O의 반지름의 길이는 3 cm이다. 답 3 cm

다른 풀이 $\overline{AB}=\sqrt{15^2-9^2}=12\ (\text{cm})$이므로

$$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times 9\times 12=54\ (\text{cm}^2)$$

원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$$\frac{1}{2}r\times(12+9+15)=54\qquad\therefore\ r=3$$

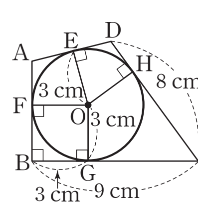
따라서 원 O의 반지름의 길이는 3 cm이다.

0346 전략 원에 외접하는 사각형의 두 쌍의 대변의 길이의 합은 같다.

$\overline{AD}+\overline{BC}=\overline{AB}+\overline{CD}=16+12=28\ (\text{cm})$

$$\therefore\ \overline{BC}=28\times\frac{5}{2+5}=20\ (\text{cm})$$ 답 ③

0347 전략 $\angle B=90^\circ$임을 이용하여 접선의 길이를 구한다.



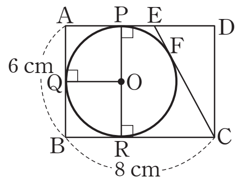
오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O에서 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$에 내린 수선의 발을 각각 F, G, H라 하면 $\square FBGO$는 한 변의 길이가 3 cm인 정사각형이므로

$\overline{CH}=\overline{CG}=9-3=6\ (\text{cm})$

$\therefore\ \overline{DE}=\overline{DH}=8-6=2\ (\text{cm})$ 답 2 cm

0348 전략 원 O의 지름의 길이가 6 cm임을 이용한다.

오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O에서 $\overline{AE}$, $\overline{AB}$, $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 각각 P, Q, R라 하면



$$\overline{BR}=\overline{BQ}=\frac{1}{2}\overline{AB}$$
$$=\frac{1}{2}\times6=3\text{ (cm)}$$
$$\overline{CR}=8-3=5\text{ (cm)}$$

$\overline{CF}=\overline{CR}$, $\overline{EF}=\overline{EP}$이므로

$$(\triangle DEC\text{의 둘레의 길이})=\overline{DE}+\overline{EC}+\overline{CD}$$
$$=\overline{DP}+\overline{CR}+\overline{CD}$$
$$=5+5+6$$
$$=16\text{ (cm)}$$

답 ③

0349 전략 △ABC가 어떤 삼각형인지 생각해 본다.

$\overline{OD}=\overline{OE}=\overline{OF}$이므로

$$\overline{AB}=\overline{BC}=\overline{CA}$$

즉 △ABC는 정삼각형이다. … 1단계

이때 $\overline{AB}=2\overline{AD}=2\times3=6\text{ (cm)}$이므로 … 2단계

$$\triangle ABC=\frac{\sqrt{3}}{4}\times6^2=9\sqrt{3}\text{ (cm}^2\text{)}$$ … 3단계

답 $9\sqrt{3}\text{ cm}^2$

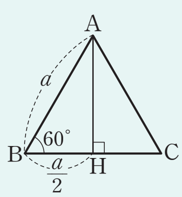
단계	채점 요소	비율
1	△ABC가 정삼각형임을 알기	50 %
2	$\overline{AB}$의 길이 구하기	20 %
3	△ABC의 넓이 구하기	30 %

RPM 비법 노트

△ABC가 한 변의 길이가 a인 정삼각형일 때

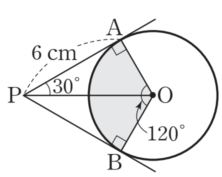
① $\overline{AH}=\sqrt{a^2-\left(\frac{a}{2}\right)^2}=\frac{\sqrt{3}}{2}a$

② $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times a\times\frac{\sqrt{3}}{2}a=\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$



0350 전략 $\overline{OP}$를 긋고 원 O의 반지름의 길이를 구한다.

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OP}$를 그으면



$$\triangle PAO\equiv\triangle PBO\text{ (RHS 합동)}$$
$$\therefore \angle APO=\frac{1}{2}\angle APB$$
$$=\frac{1}{2}\times60^\circ=30^\circ$$

$\angle PAO=\angle PBO=90^\circ$이므로 △APO에서

$$\overline{OA}=6\tan30^\circ=6\times\frac{\sqrt{3}}{3}$$
$$=2\sqrt{3}\text{ (cm)}$$ … 1단계

□APBO에서

$$\angle AOB=360^\circ-(90^\circ+60^\circ+90^\circ)=120^\circ$$ … 2단계

$$\therefore (\text{색칠한 부분의 넓이})=\pi\times(2\sqrt{3})^2\times\frac{120}{360}$$
$$=4\pi\text{ (cm}^2\text{)}$$ … 3단계

답 $4\pi\text{ cm}^2$

단계	채점 요소	비율
1	$\overline{OA}$의 길이 구하기	40 %
2	∠AOB의 크기 구하기	30 %
3	색칠한 부분의 넓이 구하기	30 %

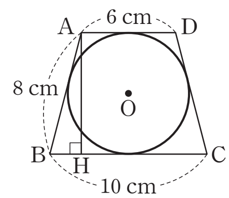
0351 전략 등변사다리꼴의 평행하지 않은 한 쌍의 대변의 길이는 같음을 이용한다.

$\overline{AB}+\overline{CD}=\overline{AD}+\overline{BC}=6+10=16\text{ (cm)}$ … 1단계

그런데 $\overline{AB}=\overline{CD}$이므로

$$\overline{AB}=\frac{1}{2}\times16=8\text{ (cm)}$$

오른쪽 그림과 같이 점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$$\overline{BH}=\frac{1}{2}\times(10-6)=2\text{ (cm)}$$ … 2단계

△ABH에서

$$\overline{AH}=\sqrt{8^2-2^2}=\sqrt{60}=2\sqrt{15}\text{ (cm)}$$ … 3단계

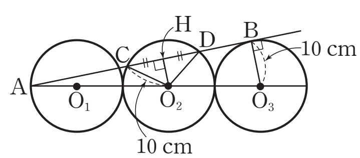
따라서 원 O의 반지름의 길이가 $\sqrt{15}$ cm이므로 원 O의 둘레의 길이는

$$2\pi\times\sqrt{15}=2\sqrt{15}\pi\text{ (cm)}$$ … 4단계

답 $2\sqrt{15}\pi$ cm

단계	채점 요소	비율
1	$\overline{AB}+\overline{CD}$의 길이 구하기	40 %
2	$\overline{AB}$, $\overline{BH}$의 길이 구하기	20 %
3	$\overline{AH}$의 길이 구하기	20 %
4	원 O의 둘레의 길이 구하기	20 %

0352 전략 보조선을 긋고 닮음인 두 삼각형을 찾는다.



위의 그림과 같이 원 O_2의 중심에서 $\overline{CD}$에 내린 수선의 발을 H라 하자.

$\triangle AO_2H$와 $\triangle AO_3B$에서

$$\angle A\text{는 공통, }\angle AHO_2=\angle ABO_3=90^\circ$$

이므로 $\triangle AO_2H\backsim\triangle AO_3B$ (AA 닮음)

따라서 $\overline{O_2H}:\overline{O_3B}=\overline{AO_2}:\overline{AO_3}$이므로

$$\overline{O_2H}:10=30:50\qquad\therefore \overline{O_2H}=6\text{ (cm)}$$

$\triangle CO_2H$에서

$$\overline{CH}=\sqrt{10^2-6^2}=\sqrt{64}=8\text{ (cm)}$$
$$\therefore \overline{CD}=2\overline{CH}=2\times8=16\text{ (cm)}$$

답 16 cm

0353 전략 삼각형의 내각의 이등분선의 성질을 이용한다.

$\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{BD}:\overline{CD}=15:9=5:3$이므로

$\overline{AB}=5a\,(\text{cm})$, $\overline{AC}=3a\,(\text{cm})$라 하면 $\triangle ABC$에서

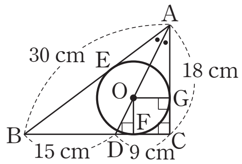
$(5a)^2=(15+9)^2+(3a)^2$

$16a^2=576$, $a^2=36$

$\therefore a=6\ (\because a>0)$

$\therefore \overline{AB}=30\,(\text{cm})$, $\overline{AC}=18\,(\text{cm})$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OF}$, $\overline{OG}$를 그으면 □OFCG는 정사각형이므로 내접원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면



$\overline{CF}=\overline{CG}=r\,(\text{cm})$,

$\overline{AE}=\overline{AG}=18-r\,(\text{cm})$,

$\overline{BE}=\overline{BF}=24-r\,(\text{cm})$

$\overline{AB}=\overline{AE}+\overline{BE}$이므로 $30=(18-r)+(24-r)$

$2r=12$ $\therefore r=6$

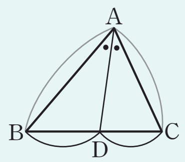
따라서 내접원 O의 반지름의 길이는 6 cm이다. 답 6 cm

RPM 비법 노트

삼각형의 내각의 이등분선의 성질

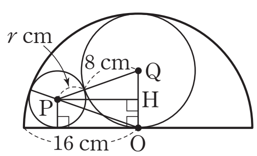
$\triangle ABC$에서 $\angle A$의 이등분선이 $\overline{BC}$와 만나는 점을 D라 하면

$\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{BD}:\overline{CD}$



0354 전략 보조선을 긋고 높이가 같은 두 직각삼각형을 찾아 피타고라스 정리를 이용한다.

오른쪽 그림과 같이 점 P에서 $\overline{QO}$에 내린 수선의 발을 H라 하고 원 P의 반지름의 길이를 r cm라 하면 원 Q의 반지름의 길이는 8 cm이므로



$\overline{PQ}=8+r\,(\text{cm})$

$\overline{OH}=r\,(\text{cm})$

$\overline{QH}=8-r\,(\text{cm})$

$\overline{OP}=16-r\,(\text{cm})$

두 직각삼각형 PQH, POH에서 $\overline{PQ}^2-\overline{QH}^2=\overline{OP}^2-\overline{OH}^2$이므로

$(8+r)^2-(8-r)^2=(16-r)^2-r^2$

$64r=256$ $\therefore r=4$

$\therefore \overline{PQ}=8+4=12\,(\text{cm})$ 답 12 cm

04 원주각

교과서문제 정복하기

본문 63쪽

0355 $\angle x=\frac{1}{2}\angle AOB=\frac{1}{2}\times110^\circ=55^\circ$ 답 55°

0356 $\angle x=2\angle APB=2\times20^\circ=40^\circ$ 답 40°

0357 $\angle x=\frac{1}{2}\angle AOB=\frac{1}{2}\times60^\circ=30^\circ$ 답 30°

0358 $\angle x=2\angle APB=2\times135^\circ=270^\circ$ 답 270°

0359 $\angle x=\angle APB=60^\circ$ 답 60°

0360 $\angle x=\angle PBQ=25^\circ$ 답 25°

0361 $\angle APB=90^\circ$이므로 $\triangle PAB$에서

$\angle x=180^\circ-(90^\circ+35^\circ)=55^\circ$ 답 55°

0362 $\angle ABQ=90^\circ$, $\angle AQB=\angle APB=70^\circ$이므로

$\triangle QAB$에서 $\angle x=180^\circ-(90^\circ+70^\circ)=20^\circ$ 답 20°

0363 $\widehat{AB}=\widehat{CD}$이므로 $\angle CQD=\angle APB=20^\circ$

$\therefore x=20$ 답 20

0364 $\widehat{AB}=\widehat{CD}$이므로 $\angle ACB=\angle DBC=40^\circ$

$\therefore x=40$ 답 40

0365 $\angle APB=\angle CQD$이므로 $\widehat{CD}=\widehat{AB}=4\,(\text{cm})$

$\therefore x=4$ 답 4

0366 $\angle BAD=90^\circ$이므로 $\triangle ABD$에서

$\angle ADB=180^\circ-(90^\circ+60^\circ)=30^\circ$

$\angle ADB=\angle DBC$이므로 $\widehat{AB}=\widehat{CD}=7\,(\text{cm})$

$\therefore x=7$ 답 7

0367 $\widehat{AB}=\widehat{BC}$이므로 $\angle APB=\angle BPC=40^\circ$

따라서 $\angle AOB=2\angle APB=2\times40^\circ=80^\circ$이므로

$x=80$ 답 80

0368 $\angle BPC=\frac{1}{2}\angle BOC=\frac{1}{2}\times72^\circ=36^\circ$

$\angle APB=\angle BPC$이므로 $\widehat{AB}=\widehat{BC}=16\,(\text{cm})$

$\therefore x=16$ 답 16

0369 $\angle APB : \angle CQD = \overset{\frown}{AB} : \overset{\frown}{CD}$이므로

$50 : 20 = x : 4 \qquad \therefore x = 10$ 답 10

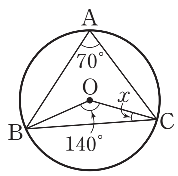
0370 $\angle APB : \angle BPC = \overset{\frown}{AB} : \overset{\frown}{BC}$이므로

$x : 25 = 9 : 3 \qquad \therefore x = 75$ 답 75

유형 익히기

본문 64~70쪽

0371 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OB}$를 그으면



$\angle BOC = 2\angle BAC$

$= 2 \times 70° = 140°$

$\triangle OBC$는 $\overline{OB} = \overline{OC}$인 이등변삼각형이므로

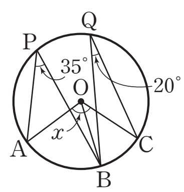
$\angle x = \frac{1}{2} \times (180° - 140°) = 20°$ 답 ⑤

0372 $\triangle OAB$는 $\overline{OA} = \overline{OB}$인 이등변삼각형이므로

$\angle AOB = 180° - 2 \times 42° = 96°$

$\therefore \angle x = \frac{1}{2}\angle AOB = \frac{1}{2} \times 96° = 48°$ 답 48°

0373 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OB}$를 그으면



$\angle AOB = 2\angle APB = 2 \times 35° = 70°$

$\angle BOC = 2\angle BQC = 2 \times 20° = 40°$

$\therefore \angle x = \angle AOB + \angle BOC$

$= 70° + 40° = 110°$

답 ③

0374 $\angle BOC = 2\angle BAC = 2 \times 36° = 72°$이므로

$\overset{\frown}{BC} = 2\pi \times 10 \times \frac{72}{360} = 4\pi\ (\text{cm})$ 답 ②

RPM 비법 노트

반지름의 길이가 r, 중심각의 크기가 $x°$인 부채꼴의 호의 길이는

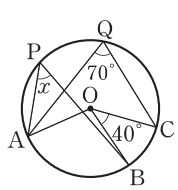
$2\pi r \times \frac{x}{360}$

0375 $\angle BAD = \frac{1}{2}\angle BOD = \frac{1}{2} \times 140° = 70°$

$\triangle APD$에서 $\quad 38° + \angle x = 70°$

$\therefore \angle x = 32°$ 답 32°

0376 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$를 그으면



$\angle AOC = 2\angle AQC = 2 \times 70° = 140°$이므로

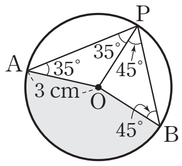
$\angle AOB = \angle AOC - \angle BOC$

$= 140° - 40° = 100°$

$\therefore \angle x = \frac{1}{2}\angle AOB = \frac{1}{2} \times 100° = 50°$

답 ④

0377 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OP}$를 그으면



$\triangle OAP$는 $\overline{OA} = \overline{OP}$인 이등변삼각형이므로 $\quad \angle APO = \angle PAO = 35°$

$\triangle OPB$는 $\overline{OB} = \overline{OP}$인 이등변삼각형이므로 $\quad \angle BPO = \angle PBO = 45°$

$\therefore \angle APB = \angle APO + \angle BPO$

$= 35° + 45° = 80°$ ⋯ 1단계

따라서 $\angle AOB = 2\angle APB = 2 \times 80° = 160°$이므로 ⋯ 2단계

(색칠한 부분의 넓이)$= \pi \times 3^2 \times \frac{160}{360}$

$= 4\pi\ (\text{cm}^2)$ ⋯ 3단계

답 $4\pi\ \text{cm}^2$

단계	채점 요소	비율
1	$\angle APB$의 크기 구하기	40 %
2	$\angle AOB$의 크기 구하기	40 %
3	색칠한 부분의 넓이 구하기	20 %

0378 $\overset{\frown}{BAD}$에 대한 중심각의 크기는

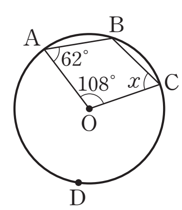
$2\angle BCD = 2 \times 105° = 210°$

$\therefore \angle y = 360° - 210° = 150°$

이때 $\angle x = \frac{1}{2}\angle y = \frac{1}{2} \times 150° = 75°$이므로

$\angle x + \angle y = 75° + 150° = 225°$ 답 ③

0379 오른쪽 그림과 같이 점 D를 잡으면



$\angle ABC$는 $\overset{\frown}{ADC}$에 대한 원주각이므로

$\angle ABC = \frac{1}{2} \times (360° - \angle AOC)$

$= \frac{1}{2} \times (360° - 108°)$

$= \frac{1}{2} \times 252° = 126°$ ⋯ 1단계

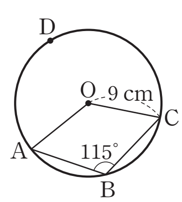
따라서 □AOCB에서

$\angle x = 360° - (62° + 108° + 126°) = 64°$ ⋯ 2단계

답 64°

단계	채점 요소	비율
1	$\angle ABC$의 크기 구하기	60 %
2	$\angle x$의 크기 구하기	40 %

0380 오른쪽 그림과 같이 점 D를 잡으면 $\overset{\frown}{ADC}$에 대한 중심각의 크기는



$2\angle ABC = 2 \times 115° = 230°$

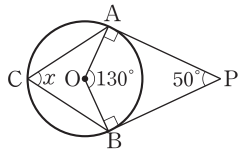
이므로

$\angle AOC = 360° - 230° = 130°$

$\therefore \overset{\frown}{AB} + \overset{\frown}{BC} = 2\pi \times 9 \times \frac{130}{360}$

$= \frac{13}{2}\pi\ (\text{cm})$ 답 ②

0381 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$, $\overline{OB}$를 그으면



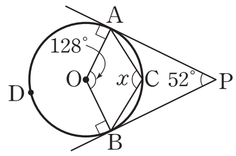
$\angle OAP=\angle OBP=90^\circ$이므로

□AOBP에서

$\angle AOB=180^\circ-50^\circ=130^\circ$

$\therefore\ \angle x=\frac{1}{2}\angle AOB=\frac{1}{2}\times130^\circ=65^\circ$ 답 65°

0382 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$, $\overline{OB}$를 긋고 점 D를 잡으면



$\angle OAP=\angle OBP=90^\circ$이므로

□AOBP에서

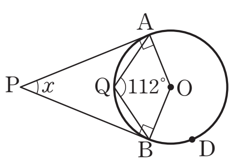
$\angle AOB=180^\circ-52^\circ=128^\circ$

이때 $\angle ACB$는 $\overset{\frown}{ADB}$에 대한 원주각이므로

$\angle x=\frac{1}{2}\times(360^\circ-\angle AOB)$

$=\frac{1}{2}\times(360^\circ-128^\circ)=116^\circ$ 답 116°

0383 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$, $\overline{OB}$를 긋고 점 D를 잡으면 $\angle AQB$는 $\overset{\frown}{ADB}$에 대한 원주각이므로 $\overset{\frown}{ADB}$에 대한 중심각의 크기는



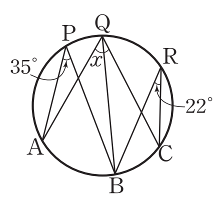
$2\angle AQB=2\times112^\circ=224^\circ$

$\therefore\ \angle AOB=360^\circ-224^\circ=136^\circ$

$\angle PAO=\angle PBO=90^\circ$이므로 □APBO에서

$\angle x=180^\circ-136^\circ=44^\circ$ 답 ②

0384 오른쪽 그림과 같이 $\overline{QB}$를 그으면



$\angle AQB=\angle APB=35^\circ$

$\angle BQC=\angle BRC=22^\circ$

$\therefore\ \angle x=\angle AQB+\angle BQC$

$=35^\circ+22^\circ=57^\circ$ 답 ②

0385 $\angle x=\angle APB=35^\circ$

$\angle y=2\angle APB=2\times35^\circ=70^\circ$

$\therefore\ \angle x+\angle y=35^\circ+70^\circ=105^\circ$ 답 105°

0386 △PAB에서 $\angle APB=180^\circ-(87^\circ+40^\circ)=53^\circ$

$\therefore\ \angle x=\angle APB=53^\circ$ 답 ④

0387 $\angle x=\angle DAC=20^\circ$이고 △PBC에서

$20^\circ+\angle y=64^\circ$ $\therefore\ \angle y=44^\circ$

$\therefore\ \angle y-\angle x=44^\circ-20^\circ=24^\circ$ 답 ①

0388 $\angle DBC=\angle DAC=50^\circ$

$\angle BAC=\angle BDC=35^\circ$

따라서 △ABC에서

$\angle x=180^\circ-(35^\circ+50^\circ+70^\circ)=25^\circ$ 답 ⑤

0389 $\angle ACB=\angle ADB=20^\circ$ ··· 1단계

△DPB에서 $\angle DBC=20^\circ+25^\circ=45^\circ$ ··· 2단계

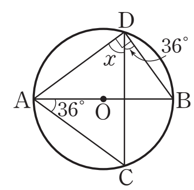
따라서 △QBC에서

$\angle x=45^\circ+20^\circ=65^\circ$ ··· 3단계

답 65°

단계	채점 요소	비율
1	$\angle ACB$의 크기 구하기	40 %
2	$\angle DBC$의 크기 구하기	30 %
3	$\angle x$의 크기 구하기	30 %

0390 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BD}$를 그으면 $\overline{AB}$가 원 O의 지름이므로



$\angle ADB=90^\circ$

$\angle CDB=\angle CAB=36^\circ$이므로

$\angle x=\angle ADB-\angle CDB$

$=90^\circ-36^\circ=54^\circ$ 답 54°

0391 $\overline{AC}$가 원 O의 지름이므로

$\angle ADC=90^\circ$

$\angle ADB=\angle AEB=48^\circ$이므로

$\angle x=\angle ADC-\angle ADB$

$=90^\circ-48^\circ=42^\circ$ 답 ②

0392 $\overline{AB}$가 원 O의 지름이므로

$\angle ADB=90^\circ$

$\angle CDB=\frac{1}{2}\angle COB=\frac{1}{2}\times112^\circ=56^\circ$

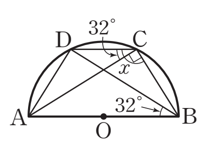
$\therefore\ \angle x=\angle ADB-\angle CDB$

$=90^\circ-56^\circ=34^\circ$ 답 ④

다른 풀이 $\angle AOC=180^\circ-112^\circ=68^\circ$이므로

$\angle x=\frac{1}{2}\angle AOC=\frac{1}{2}\times68^\circ=34^\circ$

0393 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$를 그으면 $\overline{AB}$가 반원 O의 지름이므로



$\angle ACB=90^\circ$

$\angle ACD=\angle ABD=32^\circ$이므로

$\angle x=\angle ACD+\angle ACB$

$=32^\circ+90^\circ=122^\circ$ 답 ③

0394 $\angle ACD=\angle ABD=60^\circ$이므로 $\triangle DPC$에서

$\angle CDP=180^\circ-(70^\circ+60^\circ)=50^\circ$ … 1단계

$\overline{AC}$가 원 O의 지름이므로

$\angle ADC=90^\circ$ … 2단계

$\therefore \angle x=\angle ADC-\angle CDP$

$=90^\circ-50^\circ=40^\circ$ … 3단계

답 40°

단계	채점 요소	비율
1	$\angle CDP$의 크기 구하기	50 %
2	$\angle ADC$의 크기 구하기	30 %
3	$\angle x$의 크기 구하기	20 %

0395 $\overline{AB}$가 원 O의 지름이므로

$\angle ACB=90^\circ$

$\therefore \angle DCB=\angle ACB-\angle ACD$

$=90^\circ-45^\circ=45^\circ$

$\angle DAB=\angle DCB=45^\circ$이므로 $\triangle PAD$에서

$\angle x=180^\circ-(45^\circ+25^\circ)=110^\circ$

답 110°

0396 $\angle ACD=\frac{1}{2}\angle AOD=\frac{1}{2}\times 58^\circ=29^\circ$

$\overline{AB}$가 원 O의 지름이므로 $\angle ACB=90^\circ$이고 $\overline{CE}$가 $\angle ACB$의 이등분선이므로

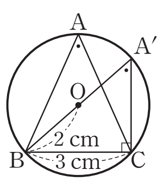
$\angle ACE=\frac{1}{2}\angle ACB=\frac{1}{2}\times 90^\circ=45^\circ$

$\therefore \angle x=\angle ACE-\angle ACD$

$=45^\circ-29^\circ=16^\circ$

답 16°

0397 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BO}$의 연장선이 원 O와 만나는 점을 A′이라 하면



$\angle BAC=\angle BA'C$

$\overline{A'B}$가 원 O의 지름이므로

$\angle A'CB=90^\circ$

$\triangle A'BC$에서 $\overline{A'B}=2\times2=4\ (\mathrm{cm})$이므로

$\overline{A'C}=\sqrt{4^2-3^2}=\sqrt{7}\ (\mathrm{cm})$

$\therefore \cos A=\cos A'=\frac{\overline{A'C}}{\overline{A'B}}=\frac{\sqrt{7}}{4}$

답 $\frac{\sqrt{7}}{4}$

0398 $\overline{AB}$가 원 O의 지름이므로 $\angle ACB=90^\circ$

$\triangle ABC$에서 $\overline{AB}=2\times4=8\ (\mathrm{cm})$이므로

$\overline{BC}=8\sin 30^\circ=8\times\frac{1}{2}=4\ (\mathrm{cm})$

$\overline{AC}=8\cos 30^\circ=8\times\frac{\sqrt{3}}{2}=4\sqrt{3}\ (\mathrm{cm})$

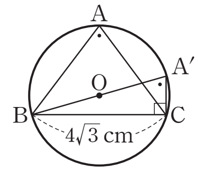
따라서 $\triangle ABC$의 둘레의 길이는

$\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA}=8+4+4\sqrt{3}$

$=12+4\sqrt{3}\ (\mathrm{cm})$

답 $(12+4\sqrt{3})$ cm

0399 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BO}$의 연장선이 원 O와 만나는 점을 A′이라 하면



$\angle BAC=\angle BA'C$

$\overline{A'B}$가 원 O의 지름이므로

$\angle A'CB=90^\circ$

$\tan A'=\tan A=2\sqrt{3}$이므로

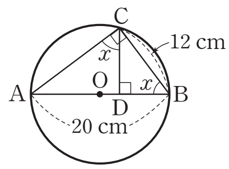
$\frac{4\sqrt{3}}{\overline{A'C}}=2\sqrt{3}$ $\quad\therefore \overline{A'C}=2\ (\mathrm{cm})$

$\triangle A'BC$에서 $\quad\overline{A'B}=\sqrt{(4\sqrt{3})^2+2^2}=\sqrt{52}=2\sqrt{13}\ (\mathrm{cm})$

따라서 원 O의 지름의 길이는 $2\sqrt{13}$ cm이다.

답 $2\sqrt{13}$ cm

0400 $\overline{AB}$가 원 O의 지름이므로



$\angle ACB=90^\circ$

$\triangle ABC\backsim\triangle ACD$ (AA 닮음)이므로

$\angle ABC=\angle ACD=x$ … 1단계

$\triangle ABC$에서

$\overline{AC}=\sqrt{20^2-12^2}=\sqrt{256}=16\ (\mathrm{cm})$ … 2단계

$\therefore \sin x=\frac{\overline{AC}}{\overline{AB}}=\frac{16}{20}=\frac{4}{5}$ … 3단계

답 $\frac{4}{5}$

단계	채점 요소	비율
1	$\angle ABC=x$임을 알기	40 %
2	$\overline{AC}$의 길이 구하기	20 %
3	$\sin x$의 값 구하기	40 %

0401 $\widehat{AC}=\widehat{BD}$이므로

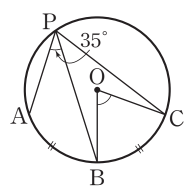
$\angle DCB=\angle ABC=28^\circ$

따라서 $\triangle PCB$에서

$\angle DPB=28^\circ+28^\circ=56^\circ$

답 56°

0402 오른쪽 그림과 같이 $\overline{CP}$를 그으면



$\widehat{AB}=\widehat{BC}$이므로

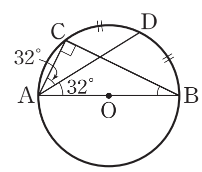
$\angle BPC=\angle APB=35^\circ$

$\therefore \angle BOC=2\angle BPC$

$=2\times35^\circ=70^\circ$

답 70°

0403 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$를 그으면 $\widehat{BD}=\widehat{CD}$이므로



$\angle CAD=\angle DAB=32^\circ$

이때 $\overline{AB}$가 원 O의 지름이므로

$\angle ACB=90^\circ$

따라서 $\triangle ABC$에서

$\angle ABC=180^\circ-(90^\circ+32^\circ+32^\circ)=26^\circ$

답 ②

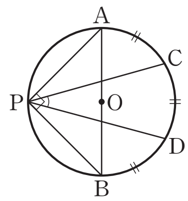
0404 $\widehat{AB}=\widehat{BC}$이므로 $\quad\angle ADB=\angle BDC=40^\circ$

$\angle BAC=\angle BDC=40^\circ$이므로 $\triangle ABD$에서

$\angle CAD=180^\circ-(40^\circ+40^\circ+45^\circ)=55^\circ$

답 ④

0405 오른쪽 그림과 같이 $\overline{PA}$, $\overline{PB}$를 그으면 $\overline{AB}$가 원 O의 지름이므로



$\angle APB=90^\circ$

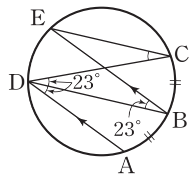
$\overset{\frown}{AC}=\overset{\frown}{CD}=\overset{\frown}{DB}$이므로

$\angle CPD=\angle APC=\angle DPB$

$=\frac{1}{3}\angle APB=\frac{1}{3}\times 90^\circ=30^\circ$

답 ③

0406 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BD}$를 그으면 $\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{BC}$이므로



$\angle ADB=\angle BDC=\frac{1}{2}\angle ADC$

$=\frac{1}{2}\times 46^\circ=23^\circ$

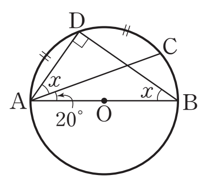
$\overline{AD}\,/\!/\,\overline{BE}$이므로

$\angle DBE=\angle ADB=23^\circ$ (엇각)

$\therefore\ \angle DCE=\angle DBE=23^\circ$

답 23°

0407 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BD}$를 그으면 $\overline{AB}$가 원 O의 지름이므로



$\angle ADB=90^\circ$

$\overset{\frown}{AD}=\overset{\frown}{DC}$이므로

$\angle ABD=\angle DAC=\angle x$

$\triangle ABD$에서

$90^\circ+(\angle x+20^\circ)+\angle x=180^\circ$

$2\angle x=70^\circ \qquad \therefore\ \angle x=35^\circ$

답 35°

0408 $\overset{\frown}{AD}=2\overset{\frown}{BC}$이므로

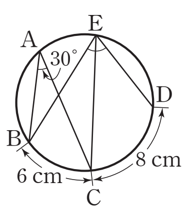
$\angle ABD=2\angle BAC=2\times 20^\circ=40^\circ$

$\triangle ABP$에서 $\quad \angle APB=180^\circ-(20^\circ+40^\circ)=120^\circ$

$\therefore\ \angle CPD=\angle APB=120^\circ$ (맞꼭지각)

답 120°

0409 오른쪽 그림과 같이 $\overline{CE}$를 그으면



$\angle BEC=\angle BAC=30^\circ$

$\overset{\frown}{BC}:\overset{\frown}{CD}=\angle BEC:\angle CED$이므로

$6:8=30^\circ:\angle CED$

$\therefore\ \angle CED=40^\circ$

$\therefore\ \angle BED=\angle BEC+\angle CED$

$=30^\circ+40^\circ=70^\circ$

답 70°

0410 $\triangle ACP$에서 $\quad \angle CAP=70^\circ-25^\circ=45^\circ$ … 1단계

$\overset{\frown}{AD}:\overset{\frown}{BC}=\angle ACD:\angle CAB$이므로

$\overset{\frown}{AD}:18\pi=25:45$

$\therefore\ \overset{\frown}{AD}=10\pi\ (\mathrm{cm})$ … 2단계

답 10π cm

단계	채점 요소	비율
1	$\angle CAP$의 크기 구하기	40 %
2	$\overset{\frown}{AD}$의 길이 구하기	60 %

0411 $\overset{\frown}{AB}:\overset{\frown}{CD}=3:2$이므로

$\angle ADB:\angle CBD=3:2$

$\angle ADB=\angle x$라 하면 $\qquad \angle CBD=\frac{2}{3}\angle x$

$\triangle DBP$에서 $\qquad \angle x=\frac{2}{3}\angle x+25^\circ$

$\frac{1}{3}\angle x=25^\circ \qquad \therefore\ \angle x=75^\circ$

답 75°

0412 $\overset{\frown}{AB}:\overset{\frown}{BC}:\overset{\frown}{CA}=2:3:4$이므로

$\angle z:\angle x:\angle y=2:3:4$

$\angle x+\angle y+\angle z=180^\circ$이므로

$\angle x=180^\circ\times\frac{3}{2+3+4}=60^\circ$

$\angle y=180^\circ\times\frac{4}{2+3+4}=80^\circ$

$\angle z=180^\circ\times\frac{2}{2+3+4}=40^\circ$

답 $\angle x=60^\circ$, $\angle y=80^\circ$, $\angle z=40^\circ$

0413 $\overset{\frown}{AB}$의 길이가 원의 둘레의 길이의 $\frac{1}{6}$이므로

$\angle ACB=180^\circ\times\frac{1}{6}=30^\circ$

$\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{CD}$이므로

$\angle DBC=\angle ACB=30^\circ$

$\therefore\ \angle x=30^\circ+30^\circ=60^\circ$

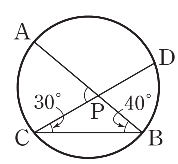
답 60°

0414 $\angle ADC$는 $\overset{\frown}{ABC}$에 대한 원주각이므로

$\angle ADC=180^\circ\times\frac{1+2}{1+2+3+3}=60^\circ$

답 60°

0415 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BC}$를 그으면 $\overset{\frown}{AC}$의 길이는 원의 둘레의 길이의 $\frac{2}{9}$이므로



$\angle ABC=180^\circ\times\frac{2}{9}=40^\circ$

이때 $\overset{\frown}{AC}:\overset{\frown}{BD}=4:3$이므로

$\angle ABC:\angle BCD=4:3$

즉 $40^\circ:\angle BCD=4:3$이므로

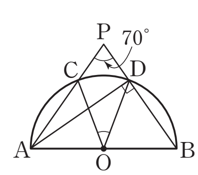
$\angle BCD=30^\circ$

따라서 $\triangle PCB$에서

$\angle APC=30^\circ+40^\circ=70^\circ$

답 70°

0416 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}$를 그으면 $\overline{AB}$가 반원 O의 지름이므로



$\angle ADB=90^\circ$

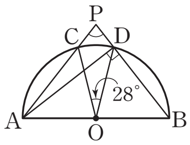
$\triangle PAD$에서

$\angle PAD=180^\circ-(70^\circ+90^\circ)=20^\circ$

$\therefore\ \angle COD=2\angle CAD=2\times 20^\circ=40^\circ$

답 40°

0417 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}$를 그으면 $\overline{AB}$가 반원 O의 지름이므로



$\angle ADB=90°$ … 1단계

또 $\angle CAD=\frac{1}{2}\angle COD=\frac{1}{2}\times 28°=14°$ … 2단계

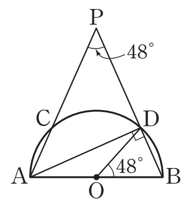
따라서 $\triangle PAD$에서

$\angle APB=180°-(90°+14°)=76°$ … 3단계

답 $76°$

단계	채점 요소	비율
1	$\angle ADB$의 크기 구하기	40 %
2	$\angle CAD$의 크기 구하기	40 %
3	$\angle APB$의 크기 구하기	20 %

0418 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}$를 그으면 $\overline{AB}$가 반원 O의 지름이므로



$\angle ADB=90°$

또 $\angle BAD=\frac{1}{2}\angle BOD=\frac{1}{2}\times 48°=24°$

$\triangle PAD$에서

$\angle CAD=180°-(90°+48°)=42°$

$\therefore\ \widehat{BD}:\widehat{CD}=\angle BAD:\angle CAD$

$=24°:42°=4:7$

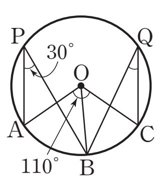
답 ⑤

시험에 꼭 나오는 문제

본문 71~73쪽

0419 전략 $\overline{OB}$를 긋고 원에서 한 호에 대한 원주각의 크기는 그 호에 대한 중심각의 크기의 $\frac{1}{2}$임을 이용한다.

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OB}$를 그으면



$\angle AOB=2\angle APB=2\times 30°=60°$

$\angle COB=110°-60°=50°$이므로

$\angle CQB=\frac{1}{2}\angle COB$

$=\frac{1}{2}\times 50°=25°$

답 ③

0420 전략 원에서 한 호에 대한 원주각의 크기는 그 호에 대한 중심각의 크기의 $\frac{1}{2}$임을 이용한다.

$\angle x=2\angle ABC=2\times 70°=140°$

이때 $\widehat{ABC}$에 대한 중심각의 크기는

$360°-\angle x=360°-140°=220°$

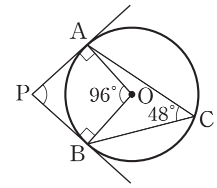
이므로 $\angle y=\frac{1}{2}\times 220°=110°$

$\therefore\ \angle x-\angle y=140°-110°=30°$

답 ④

0421 전략 원의 접선은 그 접점을 지나는 반지름에 수직임을 이용한다.

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$, $\overline{OB}$를 그으면



$\angle AOB=2\angle ACB=2\times 48°=96°$

$\angle PAO=\angle PBO=90°$이므로 □APBO에서

$\angle APB=180°-96°=84°$

답 $84°$

0422 전략 원에서 한 호에 대한 원주각의 크기는 모두 같음을 이용한다.

$\angle ACB=\angle ADB=50°$이므로 $\triangle EBC$에서

$\angle DBC=80°-50°=30°$

답 $30°$

0423 전략 원주각의 성질을 이용하여 $\triangle DBC$의 내각의 크기를 구한다.

$\angle BDC=\angle BAC=65°$

$\angle ACB=\angle ADB=33°$

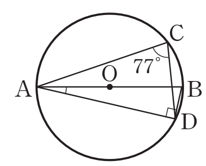
따라서 $\triangle DBC$에서

$\angle CBD=180°-(65°+25°+33°)=57°$

답 ③

0424 전략 반원에 대한 원주각의 크기는 $90°$임을 이용한다.

오른쪽 그림과 같이 $\overline{BD}$를 그으면 $\overline{AB}$가 원 O의 지름이므로



$\angle ADB=90°$

또 $\angle ABD=\angle ACD=77°$이므로

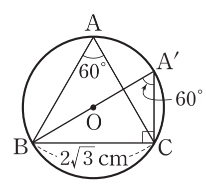
$\triangle ADB$에서

$\angle BAD=180°-(90°+77°)=13°$

답 ②

0425 전략 원 O의 지름 $\overline{A'B}$를 그어 직각삼각형 $A'BC$를 그린다.

오른쪽 그림과 같이 $\overline{BO}$의 연장선이 원 O와 만나는 점을 A'이라 하면



$\angle BA'C=\angle BAC=60°$

$\overline{A'B}$가 원 O의 지름이므로

$\angle A'CB=90°$

$\triangle A'BC$에서

$\overline{A'B}=\frac{\overline{BC}}{\sin 60°}=2\sqrt{3}\div\frac{\sqrt{3}}{2}=4\ (\text{cm})$

따라서 원 O의 지름의 길이는 4 cm이다.

답 ①

0426 전략 원에서 길이가 같은 호에 대한 원주각의 크기가 같음을 이용한다.

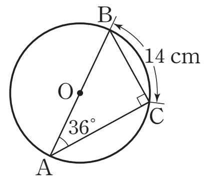
$\widehat{AD}=\widehat{DC}$이므로 $\angle DBC=\angle ABD=30°$

$\angle BAC=\angle BDC=56°$이므로 $\triangle ABC$에서

$\angle ACB=180°-(56°+30°+30°)=64°$

답 ②

0427 전략 원에서 호의 길이는 그 호에 대한 원주각의 크기에 정비례함을 이용한다.



오른쪽 그림과 같이 $\overline{BC}$를 그으면 $\overline{AB}$가 원 O의 지름이므로

$\angle ACB=90^\circ$

$\triangle ACB$에서

$\angle ABC=180^\circ-(90^\circ+36^\circ)=54^\circ$

$\overset{\frown}{BC}:\overset{\frown}{AC}=\angle BAC:\angle ABC$이므로

$14:\overset{\frown}{AC}=36:54$

$\therefore\ \overset{\frown}{AC}=21\ (\text{cm})$

답 21 cm

0428 전략 원주각의 크기와 호의 길이의 성질을 이용하여 $\angle DBC$의 크기를 $\angle x$를 사용한 식으로 나타낸다.

$\overset{\frown}{AB}=3\overset{\frown}{CD}$이므로

$\angle x=3\angle DBC \qquad \therefore\ \angle DBC=\frac{1}{3}\angle x$

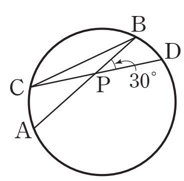
$\triangle DBP$에서

$\angle x=\frac{1}{3}\angle x+20^\circ,\qquad \frac{2}{3}\angle x=20^\circ$

$\therefore\ \angle x=30^\circ$

답 30°

0429 전략 $\overline{BC}$를 긋고 $\overset{\frown}{AC}$, $\overset{\frown}{BD}$에 대한 원주각의 크기의 합을 구한다.



오른쪽 그림과 같이 $\overline{BC}$를 그으면 $\triangle BCP$에서

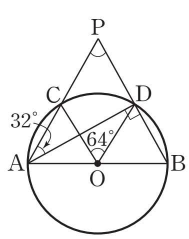
$\angle ABC+\angle BCD=30^\circ$

즉 $\overset{\frown}{AC}$, $\overset{\frown}{BD}$에 대한 원주각의 크기의 합이 30°이므로 $\overset{\frown}{AC}+\overset{\frown}{BD}$의 길이는 원의 둘레의 길이의 $\frac{30}{180}=\frac{1}{6}$이다.

$\therefore\ \overset{\frown}{AC}+\overset{\frown}{BD}=\frac{1}{6}\times(2\pi\times12)=4\pi\ (\text{cm})$

답 ⑤

0430 전략 $\overline{AD}$를 긋고 반원에 대한 원주각의 크기는 90°임을 이용한다.



오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}$를 그으면 $\overline{AB}$가 원 O의 지름이므로

$\angle ADB=90^\circ$

또 $\angle CAD=\frac{1}{2}\angle COD=\frac{1}{2}\times64^\circ=32^\circ$

따라서 $\triangle PAD$에서

$\angle APB=180^\circ-(90^\circ+32^\circ)=58^\circ$

답 ③

0431 전략 두 변의 길이와 그 끼인각의 크기를 알 때, 삼각형의 넓이 구하는 공식을 이용한다.

$\angle BOC=2\angle BAC=2\times60^\circ=120^\circ$ ⋯ 1단계

$\overline{OB}=\overline{OC}=4\ (\text{cm})$이므로

$\triangle OBC=\frac{1}{2}\times4\times4\times\sin(180^\circ-120^\circ)$

$=\frac{1}{2}\times4\times4\times\sin 60^\circ$

$=\frac{1}{2}\times4\times4\times\frac{\sqrt{3}}{2}$

$=4\sqrt{3}\ (\text{cm}^2)$ ⋯ 2단계

답 $4\sqrt{3}\ \text{cm}^2$

단계	채점 요소	비율
1	$\angle BOC$의 크기 구하기	40 %
2	$\triangle OBC$의 넓이 구하기	60 %

0432 전략 삼각형의 한 외각의 크기는 그와 이웃하지 않는 두 내각의 크기의 합과 같음을 이용한다.

$\angle BCD=\angle BAD=\angle x$

$\triangle BPC$에서 $\qquad \angle PBC=\angle x-35^\circ$ ⋯ 1단계

따라서 $\triangle AQB$에서

$\angle x+(\angle x-35^\circ)=75^\circ$

$2\angle x=110^\circ \qquad \therefore\ \angle x=55^\circ$ ⋯ 2단계

답 55°

단계	채점 요소	비율
1	$\angle PBC$의 크기를 $\angle x$를 사용한 식으로 나타내기	50 %
2	$\angle x$의 크기 구하기	50 %

0433 전략 호의 길이가 원의 둘레의 길이의 $\frac{1}{k}$이면 그 호에 대한 원주각의 크기는 $180^\circ\times\frac{1}{k}$임을 이용한다.

$\overset{\frown}{AB}$의 길이는 원의 둘레의 길이의 $\frac{1}{9}$이므로

$\angle ACB=180^\circ\times\frac{1}{9}=20^\circ$ ⋯ 1단계

$\overset{\frown}{CD}$의 길이는 원의 둘레의 길이의 $\frac{1}{5}$이므로

$\angle DBC=180^\circ\times\frac{1}{5}=36^\circ$ ⋯ 2단계

따라서 $\triangle PBC$에서

$\angle CPD=20^\circ+36^\circ=56^\circ$ ⋯ 3단계

답 56°

단계	채점 요소	비율
1	$\angle ACB$의 크기 구하기	40 %
2	$\angle DBC$의 크기 구하기	40 %
3	$\angle CPD$의 크기 구하기	20 %

0434 전략 원의 접선은 그 접점을 지나는 반지름에 수직임을 이용하여 $\angle AOB$의 크기를 구한다.

$\angle PAO=\angle PBO=90^\circ$이므로 $\square APBO$에서

$\angle AOB=180^\circ-58^\circ=122^\circ$

$\therefore \angle ACB = \frac{1}{2}\angle AOB = \frac{1}{2}\times 122° = 61°$

□APBC에서

$(\angle x + 90°) + 58° + (\angle y + 90°) + 61° = 360°$

$\therefore \angle x + \angle y = 61°$ 답 $61°$

0435 전략 반원에 대한 원주각의 크기는 $90°$임을 이용하여 $\angle CPE$의 크기를 구한다.

$\overline{BP}$는 반원 O의 접선이므로

$\angle PBA = 90°$

$\overline{AB}$는 반원 O의 지름이므로

$\angle ACB = 90°$

$\triangle PCE$에서

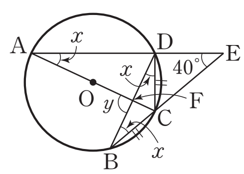
$\angle CPE = 115° - 90° = 25°$

$\therefore \angle APB = 2\angle CPE = 2\times 25° = 50°$

따라서 $\triangle PAB$에서

$\angle CAB = 180° - (50° + 90°) = 40°$ 답 $40°$

0436 전략 원에서 길이가 같은 호에 대한 원주각의 크기는 같음을 이용한다.



$\angle DBC = \angle DAC = \angle x$이므로

$\triangle DBE$에서

$\angle ADB = \angle x + 40°$

$\widehat{BC} = \widehat{CD}$이므로

$\angle BDC = \angle DBC = \angle x$

$\overline{AC}$가 원 O의 지름이므로 $\angle ADC = 90°$에서

$(\angle x + 40°) + \angle x = 90°$

$2\angle x = 50°$ $\therefore \angle x = 25°$

따라서 $\angle ADF = 25° + 40° = 65°$이므로 $\triangle AFD$에서

$\angle y = 25° + 65° = 90°$ 답 $\angle x = 25°$, $\angle y = 90°$

Ⅱ. 원의 성질

05 원주각의 활용

교과서문제 정복하기

본문 75쪽

0437 $\angle x = \angle BAC = 35°$ 답 $35°$

0438 $\angle x = \angle ABD = 180° - (45° + 70°) = 65°$ 답 $65°$

0439 $\angle ACD = \angle ABD = 30°$이므로

$\angle x = 180° - (80° + 30°) = 70°$ 답 $70°$

0440 $\angle ACB = \angle ADB = 40°$, $\angle ABD = \angle ACD = 55°$이므로 $\triangle ABC$에서

$\angle x = 180° - (55° + 30° + 40°) = 55°$ 답 $55°$

0441 $\angle A + \angle C = 180°$이므로

$\angle x + 85° = 180°$ $\therefore \angle x = 95°$ 답 $95°$

0442 $\angle x = \angle A = 80°$ 답 $80°$

0443 ㄱ. $\angle A + \angle C = 180°$이므로 □ABCD는 원에 내접한다.

ㄴ. $\triangle ABC$에서 $\angle B = 180° - (45° + 60°) = 75°$이므로

$\angle B + \angle D = 175° \neq 180°$

즉 □ABCD는 원에 내접하지 않는다.

ㄷ. $\angle CDE = \angle B$이므로 □ABCD는 원에 내접한다.

ㄹ. $\angle BAD = 180° - 95° = 85°$이므로

$\angle BAD \neq \angle DCE$

즉 □ABCD는 원에 내접하지 않는다.

이상에서 □ABCD가 원에 내접하는 것은 ㄱ, ㄷ이다.

답 ㄱ, ㄷ

0444 $\angle B + \angle D = 180°$이므로

$\angle x + 105° = 180°$ $\therefore \angle x = 75°$ 답 $75°$

0445 $\angle BAD = 180° - 60° = 120°$이므로

$\angle x = \angle BAD = 120°$ 답 $120°$

0446 $\angle x = \angle ACB = 40°$ 답 $40°$

0447 $\angle ACB = \angle ABT = 50°$이므로 $\triangle ABC$에서

$\angle x = 180° - (50° + 60°) = 70°$ 답 $70°$

0448 $\angle ABC = 90°$이므로

$\angle x = \angle CAB = 180° - (26° + 90°) = 64°$ 답 $64°$

0449 $\angle CAB=\angle CBT'=70^\circ$이므로

$\angle x=2\angle CAB=2\times70^\circ=140^\circ$ 답 140°

0450 $\angle x=\angle BTQ=\angle DTP=\angle y=55^\circ$

답 $\angle x=55^\circ$, $\angle y=55^\circ$

0451 $\angle x=\angle BAT=65^\circ$

$\angle CDT=\angle x=65^\circ$이므로 $\triangle CTD$에서

$\angle y=180^\circ-(65^\circ+55^\circ)=60^\circ$ 답 $\angle x=65^\circ$, $\angle y=60^\circ$

유형 익히기

본문 76~84쪽

0452 ① $\angle BAC=\angle BDC=90^\circ$이므로 네 점 A, B, C, D는 한 원 위에 있다.

② $\angle ABD=\angle ACD=55^\circ$이므로 네 점 A, B, C, D는 한 원 위에 있다.

③ $\angle BAC\neq\angle BDC$이므로 네 점 A, B, C, D는 한 원 위에 있지 않다.

④ $\triangle ABC$에서

$\angle BAC=180^\circ-(40^\circ+60^\circ+40^\circ)=40^\circ$

즉 $\angle BAC=\angle BDC=40^\circ$이므로 네 점 A, B, C, D는 한 원 위에 있다.

⑤ $\angle BDC=110^\circ-80^\circ=30^\circ$

즉 $\angle BAC=\angle BDC=30^\circ$이므로 네 점 A, B, C, D는 한 원 위에 있다.

따라서 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있지 않은 것은 ③이다.

답 ③

0453 $\triangle ABD$에서

$\angle ADB=180^\circ-(75^\circ+40^\circ)=65^\circ$

따라서 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있으려면

$\angle x=\angle ADB=65^\circ$이어야 한다. 답 65°

0454 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있으므로

$\angle ACB=\angle ADB=32^\circ$

따라서 $\triangle PBC$에서 $\angle x=54^\circ+32^\circ=86^\circ$ 답 ④

0455 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있으므로

$\angle ADB=\angle ACB=22^\circ$ … 1단계

$\triangle APC$에서 $\angle DAC=35^\circ+22^\circ=57^\circ$ … 2단계

$\therefore \angle x=22^\circ+57^\circ=79^\circ$ … 3단계

답 79°

단계	채점 요소	비율
1	$\angle ADB$의 크기 구하기	40 %
2	$\angle DAC$의 크기 구하기	30 %
3	$\angle x$의 크기 구하기	30 %

0456 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있으므로

$\angle ABD=\angle ACD=\angle x$

$\triangle APC$에서 $\angle PAC=\angle x-50^\circ$

$\triangle ABQ$에서 $\angle x+(\angle x-50^\circ)=100^\circ$

$2\angle x=150^\circ$ $\therefore \angle x=75^\circ$ 답 75°

0457 $\overline{AB}$는 원 O의 지름이므로 $\angle ADB=90^\circ$

$\triangle DAB$에서

$\angle DAB=180^\circ-(90^\circ+30^\circ)=60^\circ$

$\square ABCD$가 원에 내접하므로

$\angle x=180^\circ-60^\circ=120^\circ$ 답 120°

0458 $\square ABCD$가 원에 내접하므로

$\angle ADC=180^\circ-68^\circ=112^\circ$

따라서 $\triangle ACD$에서

$\angle x=180^\circ-(112^\circ+40^\circ)=28^\circ$ 답 ①

0459 $\triangle ABD$는 $\overline{AD}=\overline{BD}$인 이등변삼각형이므로

$\angle DAB=\frac{1}{2}\times(180^\circ-40^\circ)=70^\circ$

$\square ABCD$가 원에 내접하므로

$\angle x=180^\circ-70^\circ=110^\circ$ 답 ③

0460 $\angle BOD=2\angle BAD=2\times50^\circ=100^\circ$

$\square ABCD$가 원에 내접하므로

$\angle BCD=180^\circ-50^\circ=130^\circ$

$\square OBCD$에서 $100^\circ+\angle x+130^\circ+\angle y=360^\circ$

$\therefore \angle x+\angle y=130^\circ$ 답 ④

0461 $\angle BCE=\angle BDE=62^\circ$이므로 $\triangle BCF$에서

$\angle x=20^\circ+62^\circ=82^\circ$ … 1단계

$\square ABDE$가 원에 내접하므로

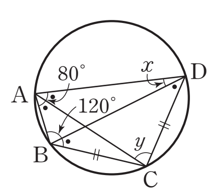
$\angle y=180^\circ-62^\circ=118^\circ$ … 2단계

$\therefore \angle x+\angle y=82^\circ+118^\circ=200^\circ$ … 3단계

답 200°

단계	채점 요소	비율
1	$\angle x$의 크기 구하기	40 %
2	$\angle y$의 크기 구하기	40 %
3	$\angle x+\angle y$의 크기 구하기	20 %

0462 $\overline{BC}=\overline{CD}$에서 $\widehat{BC}=\widehat{CD}$이므로



$\angle BAC=\angle BDC$

$=\angle CBD=\angle CAD$

$\angle BAC+\angle CAD=80^\circ$이므로

$\angle BAC=\frac{1}{2}\times80^\circ=40^\circ$

$\square$ABCD가 원에 내접하므로

$120^\circ+\angle x+40^\circ=180^\circ \qquad \therefore \angle x=20^\circ$

$\triangle$ACD에서 $\quad \angle y=180^\circ-(40^\circ+40^\circ+20^\circ)=80^\circ$

$\therefore \angle y-\angle x=80^\circ-20^\circ=60^\circ$ 답 60°

다른 풀이 $\angle x=\angle ACB=180^\circ-(40^\circ+120^\circ)=20^\circ$

$\angle y=\angle ABD=120^\circ-40^\circ=80^\circ$

$\therefore \angle y-\angle x=80^\circ-20^\circ=60^\circ$

0463 $\square$ABCD가 원에 내접하므로

$\angle x=\angle BAD=100^\circ$

이때 $\angle BCD=180^\circ-100^\circ=80^\circ$이므로

$\angle y=2\angle BCD=2\times 80^\circ=160^\circ$

$\therefore \angle x+\angle y=100^\circ+160^\circ=260^\circ$ 답 260°

0464 $\triangle$DCE에서 $\quad \angle DCE=100^\circ-35^\circ=65^\circ$

$\square$ABCD가 원에 내접하므로

$\angle BAD=\angle DCE=65^\circ$ 답 65°

0465 $\square$ABCD가 원에 내접하므로

$\angle DAB=\angle DCE=120^\circ$

$\therefore \angle DAC=120^\circ-55^\circ=65^\circ$

$\overline{AC}$가 원 O의 지름이므로 $\quad \angle ABC=90^\circ$

$\angle DBC=\angle DAC=65^\circ$이므로

$\angle ABD=90^\circ-65^\circ=25^\circ$ 답 25°

다른 풀이 $\overline{AC}$가 원 O의 지름이므로 $\quad \angle ABC=90^\circ$

$\triangle$ABC에서

$\angle ACB=180^\circ-(90^\circ+55^\circ)=35^\circ$

$\angle ACD=180^\circ-(35^\circ+120^\circ)=25^\circ$이므로

$\angle ABD=\angle ACD=25^\circ$

0466 $\overset{\frown}{ADC}$의 길이는 원의 둘레의 길이의 $\frac{2}{3}$이므로

$\angle ABC=180^\circ\times\frac{2}{3}=120^\circ$

$\square$ABCD가 원에 내접하므로

$\angle x=180^\circ-120^\circ=60^\circ$ … 1단계

$\overset{\frown}{BCD}$의 길이는 원의 둘레의 길이의 $\frac{3}{5}$이므로

$\angle BAD=180^\circ\times\frac{3}{5}=108^\circ$

$\square$ABCD가 원에 내접하므로

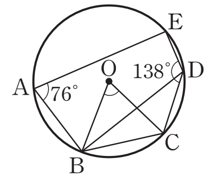
$\angle y=\angle BAD=108^\circ$ … 2단계

$\therefore \angle x+\angle y=60^\circ+108^\circ=168^\circ$ … 3단계

답 168°

단계	채점 요소	비율
1	$\angle x$의 크기 구하기	40 %
2	$\angle y$의 크기 구하기	40 %
3	$\angle x+\angle y$의 크기 구하기	20 %

0467 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BD}$를 그으면 $\square$ABDE가 원에 내접하므로



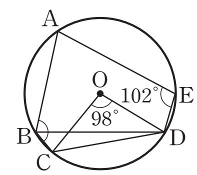
$\angle BDE=180^\circ-76^\circ=104^\circ$

따라서 $\angle BDC=138^\circ-104^\circ=34^\circ$이므로

$\angle BOC=2\angle BDC$

$=2\times 34^\circ=68^\circ$ 답 68°

0468 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BD}$를 그으면



$\angle CBD=\frac{1}{2}\angle COD$

$=\frac{1}{2}\times 98^\circ=49^\circ$

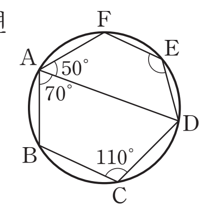
$\square$ABDE가 원에 내접하므로

$\angle ABD=180^\circ-102^\circ=78^\circ$

$\therefore \angle ABC=\angle ABD+\angle CBD$

$=78^\circ+49^\circ=127^\circ$ 답 127°

0469 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}$를 그으면



$\square$ABCD가 원에 내접하므로

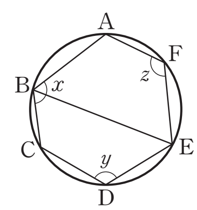
$\angle BAD=180^\circ-110^\circ=70^\circ$

$\angle FAD=120^\circ-70^\circ=50^\circ$

$\square$ADEF가 원에 내접하므로

$\angle FED=180^\circ-50^\circ=130^\circ$ 답 130°

0470 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BE}$를 그으면



$\square$ABEF가 원에 내접하므로

$\angle ABE+\angle z=180^\circ$

$\square$BCDE가 원에 내접하므로

$\angle CBE+\angle y=180^\circ$

$\therefore \angle x+\angle y+\angle z$

$=(\angle ABE+\angle CBE)+\angle y+\angle z$

$=(\angle ABE+\angle z)+(\angle CBE+\angle y)$

$=180^\circ+180^\circ$

$=360^\circ$ 답 360°

0471 $\square$ABCD가 원에 내접하므로

$\angle CDQ=\angle ABC=56^\circ$

$\triangle$PBC에서 $\quad \angle DCQ=56^\circ+24^\circ=80^\circ$

따라서 $\triangle$DCQ에서

$\angle x=180^\circ-(56^\circ+80^\circ)=44^\circ$ 답 44°

0472 $\square$ABCD가 원에 내접하므로

$\angle CDQ=\angle ABC=\angle x$

$\triangle$PBC에서 $\quad \angle DCQ=\angle x+43^\circ$

따라서 $\triangle$DCQ에서

$\angle x+(\angle x+43^\circ)+33^\circ=180^\circ$

$2\angle x=104^\circ \qquad \therefore \angle x=52^\circ$ 답 ④

0473 $\angle ADP=\angle QDC=\angle a$라 하면 $\triangle PAD$에서

$\angle DAB=\angle a+42^\circ$

$\triangle DCQ$에서 $\angle x=\angle a+40^\circ$

$\square ABCD$가 원에 내접하므로

$(\angle a+42^\circ)+(\angle a+40^\circ)=180^\circ$

$2\angle a=98^\circ$ $\therefore \angle a=49^\circ$

$\therefore \angle x=49^\circ+40^\circ=89^\circ$ 답 89°

다른 풀이 $\angle DCQ=180^\circ-\angle x$

$\square ABCD$가 원에 내접하므로

$\angle DAP=\angle BCD=\angle x$

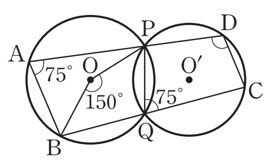
$\triangle ADP$와 $\triangle DCQ$에서

$\angle x+42^\circ=(180^\circ-\angle x)+40^\circ$

$2\angle x=178^\circ$ $\therefore \angle x=89^\circ$

0474 $\angle PAB=\frac{1}{2}\angle POB=\frac{1}{2}\times150^\circ=75^\circ$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{PQ}$를 그으면



$\square ABQP$가 원 O에 내접하므로

$\angle PQC=\angle PAB=75^\circ$

$\square PQCD$가 원 O′에 내접하므로

$\angle PDC=180^\circ-75^\circ=105^\circ$ 답 105°

0475 ① $\square ABQP$가 원에 내접하므로

$\angle PQC=\angle PAB=100^\circ$

② $\angle ABQ$의 크기는 알 수 없다.

③ $\square PQCD$가 원에 내접하므로

$\angle CDP=180^\circ-100^\circ=80^\circ$

④ $\angle PAB+\angle CDP=100^\circ+80^\circ=180^\circ$이므로

$\overline{AB}/\!/\overline{DC}$

⑤ $\angle ABQ=\angle DPQ$이고 $\angle DPQ+\angle DCQ=180^\circ$이므로

$\angle ABQ+\angle DCQ=180^\circ$

따라서 옳지 않은 것은 ②이다. 답 ②

0476 $\square ABCH$가 원에 내접하므로

$\angle HCD=\angle HAB=95^\circ$ … 1단계

$\square HCDG$가 원에 내접하므로

$\angle FGD=\angle HCD=95^\circ$ … 2단계

$\square GDEF$가 원에 내접하므로

$\angle DEF=180^\circ-95^\circ=85^\circ$ … 3단계

답 85°

단계	채점 요소	비율
1	$\angle HCD$의 크기 구하기	30 %
2	$\angle FGD$의 크기 구하기	30 %
3	$\angle DEF$의 크기 구하기	40 %

0477 ㄱ. $\triangle ACD$에서

$\angle ADC=180^\circ-(45^\circ+15^\circ)=120^\circ$

즉 $\angle ABC+\angle ADC=60^\circ+120^\circ=180^\circ$이므로 $\square ABCD$는 원에 내접한다.

ㄴ. $\angle DCE\neq\angle DAB$이므로 $\square ABCD$는 원에 내접하지 않는다.

ㄷ. $\angle BAC\neq\angle BDC$이므로 $\square ABCD$는 원에 내접하지 않는다.

ㄹ. $\angle ADC=180^\circ-80^\circ=100^\circ$

즉 $\angle ADC=\angle ABE=100^\circ$이므로 $\square ABCD$는 원에 내접한다.

이상에서 $\square ABCD$가 원에 내접하는 것은 ㄱ, ㄹ이다. 답 ②

0478 답 ⑤

0479 $\angle BAC=\angle BDC=54^\circ$이므로 $\square ABCD$가 원에 내접한다.

$\therefore \angle x=180^\circ-(36^\circ+54^\circ)=90^\circ$ 답 ②

0480 $\square ABCD$가 원에 내접하려면

$\angle ABC=180^\circ-130^\circ=50^\circ$ … 1단계

$\triangle ABF$에서 $\angle DAE=50^\circ+35^\circ=85^\circ$ … 2단계

따라서 $\triangle ADE$에서

$\angle x=130^\circ-85^\circ=45^\circ$ … 3단계

답 45°

단계	채점 요소	비율
1	$\angle ABC$의 크기 구하기	40 %
2	$\angle DAE$의 크기 구하기	30 %
3	$\angle x$의 크기 구하기	30 %

0481 등변사다리꼴, 직사각형, 정사각형은 모두 한 쌍의 대각의 크기의 합이 180°이므로 항상 원에 내접한다.

이상에서 항상 원에 내접하는 사각형은 ㄴ, ㄹ, ㅂ이다.

답 ㄴ, ㄹ, ㅂ

0482 $\angle AFB=\angle AEB=90^\circ$이므로 $\square ABEF$는 원에 내접한다. 마찬가지로 $\square ADEC$, $\square BCFD$도 원에 내접한다.

또 $\angle ADG+\angle AFG=180^\circ$이므로 $\square ADGF$는 원에 내접한다. 마찬가지로 $\square BEGD$, $\square GECF$도 원에 내접한다.

따라서 원에 내접하는 사각형의 개수는 6개이다. 답 6개

0483 직선 BT가 원 O의 접선이므로

$\angle ACB=\angle ABT=58^\circ$

$\therefore \angle AOB=2\angle ACB=2\times58^\circ=116^\circ$

이때 $\triangle OAB$는 $\overline{OA}=\overline{OB}$인 이등변삼각형이므로

$\angle OAB=\frac{1}{2}\times(180^\circ-116^\circ)=32^\circ$ 답 ⑤

0484 $\triangle BTP$에서 $\angle BTP=70^\circ-32^\circ=38^\circ$

$\overline{PT}$가 원의 접선이므로

$\angle BAT=\angle BTP=38^\circ$ 답 38°

0485 직선 BT가 원의 접선이므로

$\angle ACB=\angle ABT=80^\circ$

$\widehat{AB}=2\widehat{BC}$이므로

$\angle ACB:\angle CAB=2:1$

$80^\circ:\angle CAB=2:1,\quad 2\angle CAB=80^\circ$

$\therefore\ \angle CAB=40^\circ$ 답 40°

0486 $\widehat{AB}:\widehat{BC}:\widehat{CA}=5:3:4$이므로

$\angle BCA:\angle CAB:\angle ABC=5:3:4$

$\therefore\ \angle BCA=180^\circ\times\dfrac{5}{5+3+4}=75^\circ$ … 1단계

직선 AT가 원의 접선이므로

$\angle BAT=\angle BCA=75^\circ$ … 2단계

답 75°

단계	채점 요소	비율
1	$\angle BCA$의 크기 구하기	50 %
2	$\angle BAT$의 크기 구하기	50 %

0487 $\widehat{AB}=\widehat{BC}$이므로

$\angle ACB=\angle BAC=\dfrac{1}{2}\times(180^\circ-106^\circ)=37^\circ$

이때 $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로

$\angle CAD=\angle ACB=37^\circ$ (엇각)

직선 CT가 원의 접선이므로

$\angle DCT=\angle CAD=37^\circ$ 답 ④

0488 △APT는 $\overline{AP}=\overline{AT}$인 이등변삼각형이므로

$\angle ATP=\angle APT=36^\circ$

$\overline{PT}$가 원의 접선이므로

$\angle ABT=\angle ATP=36^\circ$

따라서 △BPT에서

$\angle ATB=180^\circ-(36^\circ+36^\circ+36^\circ)=72^\circ$ 답 ③

0489 직선 BT가 원의 접선이므로

$\angle CAB=\angle CBT=60^\circ$

□ABCD가 원에 내접하므로

$\angle ABC=180^\circ-105^\circ=75^\circ$

따라서 △ABC에서

$\angle ACB=180^\circ-(60^\circ+75^\circ)=45^\circ$ 답 45°

0490 $\angle ADB=\angle ACB=32^\circ$

$\therefore\ \angle CDA=46^\circ+32^\circ=78^\circ$

□ABCD가 원에 내접하므로

$\angle CBA=180^\circ-78^\circ=102^\circ$

직선 AT가 원의 접선이므로

$\angle CAT=\angle CBA=102^\circ$ 답 102°

다른 풀이 $\angle CAB=\angle CDB=46^\circ$이므로 △ABC에서

$\angle CBA=180^\circ-(32^\circ+46^\circ)=102^\circ$

직선 AT가 원의 접선이므로

$\angle CAT=\angle CBA=102^\circ$

0491 □ABCD가 원에 내접하므로

$\angle ADC=180^\circ-110^\circ=70^\circ$

△DCP에서 $\angle DCP=70^\circ-46^\circ=24^\circ$

$\overline{CP}$가 원의 접선이므로

$\angle CAD=\angle DCP=24^\circ$ 답 24°

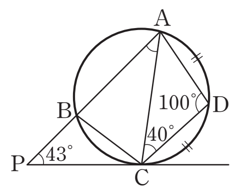
0492 $\widehat{AD}=\widehat{DC}$이므로

$\angle CAD=\angle ACD=40^\circ$

△ACD에서

$\angle ADC=180^\circ-2\times40^\circ=100^\circ$ … 1단계

오른쪽 그림과 같이 $\overline{BC}$를 그으면



□ABCD가 원에 내접하므로

$\angle ABC=180^\circ-100^\circ=80^\circ$ … 2단계

△BPC에서

$\angle BCP=80^\circ-43^\circ=37^\circ$

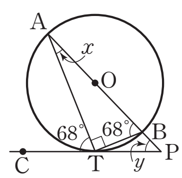
직선 PC가 원의 접선이므로

$\angle BAC=\angle BCP=37^\circ$ … 3단계

답 37°

단계	채점 요소	비율
1	$\angle ADC$의 크기 구하기	40 %
2	$\angle ABC$의 크기 구하기	30 %
3	$\angle BAC$의 크기 구하기	30 %

0493 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BT}$를 그으면



$\overline{AB}$가 원 O의 지름이므로

$\angle ATB=90^\circ$

직선 PT가 원 O의 접선이므로

$\angle ABT=\angle ATC=68^\circ$

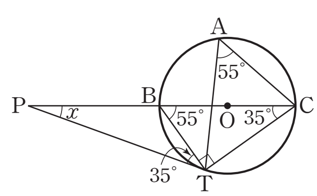
△ATB에서

$\angle x=180^\circ-(90^\circ+68^\circ)=22^\circ$

△ATP에서 $\angle y=68^\circ-22^\circ=46^\circ$

$\therefore\ \angle y-\angle x=46^\circ-22^\circ=24^\circ$ 답 ③

0494 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BT}$를 그으면 $\overline{BC}$가 원 O의 지름이므로



$\angle BTC=90^\circ$

$\angle TBC=\angle TAC=55^\circ$이므로

△BTC에서

$\angle BCT=180^\circ-(55^\circ+90^\circ)=35^\circ$

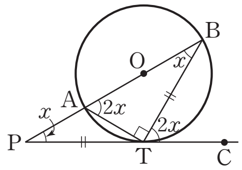
$\overline{PT}$가 원 O의 접선이므로

$\angle BTP=\angle BCT=35^\circ$

따라서 △BPT에서

$\angle x=55^\circ-35^\circ=20^\circ$ 답 20°

0495 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AT}$를 그으면 $\overline{AB}$가 원 O의 지름이므로



$\angle ATB=90^\circ$

$\angle PBT=\angle x$라 하면 △PTB는 $\overline{PT}=\overline{BT}$인 이등변삼각형이므로

$\angle BPT=\angle PBT=\angle x$

△BPT에서

$\angle BTC=\angle x+\angle x=2\angle x$

직선 PT가 원 O의 접선이므로

$\angle BAT=\angle BTC=2\angle x$

따라서 △ATB에서

$2\angle x+\angle x+90^\circ=180^\circ,\quad 3\angle x=90^\circ$

$\therefore\ \angle x=30^\circ$

$\therefore\ \angle BTC=2\angle x=2\times30^\circ=60^\circ$

답 60°

0496 △BED는 $\overline{BD}=\overline{BE}$인 이등변삼각형이므로

$\angle BED=\frac{1}{2}\times(180^\circ-50^\circ)=65^\circ$

$\overline{BC}$가 원 O의 접선이므로

$\angle DFE=\angle BED=65^\circ$

따라서 △DEF에서

$\angle EDF=180^\circ-(65^\circ+48^\circ)=67^\circ$

답 67°

0497 △PBA는 $\overline{PA}=\overline{PB}$인 이등변삼각형이므로

$\angle PBA=\frac{1}{2}\times(180^\circ-52^\circ)=64^\circ$

$\overrightarrow{PD}$가 원의 접선이므로

$\angle ABC=\angle CAD=75^\circ$

$\therefore\ \angle CBE=180^\circ-(64^\circ+75^\circ)=41^\circ$

답 41°

0498 △BED는 $\overline{BD}=\overline{BE}$인 이등변삼각형이므로

$\angle BED=\frac{1}{2}\times(180^\circ-54^\circ)=63^\circ$

$\overline{BC}$가 원 O의 접선이므로

$\angle x=\angle BED=63^\circ$ … 1단계

$\angle CEF=\angle EDF=62^\circ$

△CFE는 $\overline{CE}=\overline{CF}$인 이등변삼각형이므로

$\angle y=180^\circ-2\times62^\circ=56^\circ$ … 2단계

$\therefore\ \angle x+\angle y=63^\circ+56^\circ=119^\circ$ … 3단계

답 119°

단계	채점 요소	비율
1	$\angle x$의 크기 구하기	40 %
2	$\angle y$의 크기 구하기	40 %
3	$\angle x+\angle y$의 크기 구하기	20 %

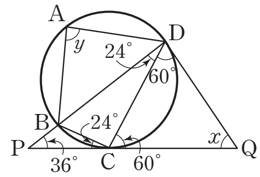
0499 △PCD에서

$\angle DCQ=36^\circ+24^\circ=60^\circ$

△CQD는 $\overline{QC}=\overline{QD}$인 이등변삼각형이므로

$\angle x=180^\circ-2\times60^\circ=60^\circ$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{BC}$를 그으면 $\overline{PQ}$가 원의 접선이므로



$\angle BCP=\angle BDC=24^\circ$

$\therefore\ \angle BCD=180^\circ-(24^\circ+60^\circ)$

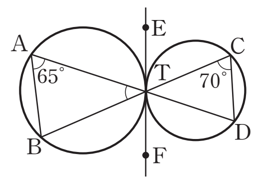
$=96^\circ$

□ABCD가 원에 내접하므로

$\angle y=180^\circ-96^\circ=84^\circ$

답 $\angle x=60^\circ,\ \angle y=84^\circ$

0500 오른쪽 그림과 같이 점 T를 지나는 두 원의 공통인 접선 EF를 그으면



$\angle ABT=\angle ATE=\angle DTF$

$=\angle DCT=70^\circ$

따라서 △ABT에서

$\angle ATB=180^\circ-(65^\circ+70^\circ)=45^\circ$

답 45°

0501 $\angle x=\angle DTF=\angle ATE=\angle ABT=65^\circ$

따라서 △TCD에서

$\angle y=180^\circ-(40^\circ+65^\circ)=75^\circ$

답 $\angle x=65^\circ,\ \angle y=75^\circ$

0502 ① $\angle BAT=\angle BTF=\angle CTE=\angle CDT$

② $\angle ABT$와 $\angle CTE$의 크기가 같은지 알 수 없다.

③ 엇각의 크기가 같으므로 $\overline{AB}\,/\!/\,\overline{CD}$

④ △ABT와 △DCT에서

$\angle BAT=\angle CDT,\ \angle ATB=\angle DTC$ (맞꼭지각)

이므로 △ABT∽△DCT (AA 닮음)

⑤ ④에 의하여

$\overline{AB}:\overline{CD}=\overline{AT}:\overline{DT}$

따라서 옳지 않은 것은 ②이다.

답 ②

0503 $\angle y=\angle ABT=70^\circ,\ \angle x=\angle y=70^\circ$

$\therefore\ \angle x+\angle y=70^\circ+70^\circ=140^\circ$

답 140°

0504 $\angle DCT=\angle BTQ=\angle BAT=50^\circ$

따라서 △CDT에서

$\angle x=105^\circ-50^\circ=55^\circ$

답 55°

다른 풀이 $\angle CDT=180^\circ-105^\circ=75^\circ$이므로

$\angle CTP=\angle CDT=75^\circ$

$\angle BTQ=\angle BAT=50^\circ$이므로

$\angle x=180^\circ-(75^\circ+50^\circ)=55^\circ$

0505 ①, ③ $\angle TAB=\angle QTD=\angle ACD$ (동위각)이므로

$\overline{AB}\,/\!/\,\overline{CD}$

④, ⑤ △TAB와 △TCD에서

$\angle TAB=\angle TCD,\ \angle ATB$는 공통

이므로 △TAB∽△TCD (AA 닮음)

$\therefore\ \overline{TA}:\overline{TC}=\overline{AB}:\overline{CD}$

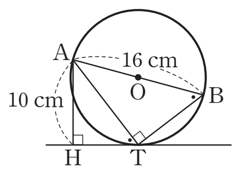
따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

답 ⑤

0506 $\overline{AB}$가 원 O의 지름이므로 $\angle ACB=90^\circ$
$\triangle APC$와 $\triangle ACB$에서
$\angle APC=\angle ACB=90^\circ$, $\angle ACP=\angle ABC$
이므로 $\triangle APC \backsim \triangle ACB$ (AA 닮음)
즉 $\overline{AP}:\overline{AC}=\overline{AC}:\overline{AB}$이므로
$6:\overline{AC}=\overline{AC}:8$, $\overline{AC}^2=48$
이때 $\overline{AC}>0$이므로 $\overline{AC}=4\sqrt{3}$ (cm)
답 ②

0507 $\overline{AB}$가 원 O의 지름이므로 $\angle BCA=90^\circ$
$\triangle BAC$와 $\triangle BCD$에서
$\angle BCA=\angle BDC=90^\circ$, $\angle BAC=\angle BCD$
이므로 $\triangle BAC \backsim \triangle BCD$ (AA 닮음)
즉 $\overline{BA}:\overline{BC}=\overline{BC}:\overline{BD}$이므로
$12:\overline{BC}=\overline{BC}:8$, $\overline{BC}^2=96$
이때 $\overline{BC}>0$이므로 $\overline{BC}=4\sqrt{6}$ (cm)
답 $4\sqrt{6}$ cm

0508 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AT}$, $\overline{BT}$를 그으면 $\triangle AHT$와 $\triangle ATB$에서



$\angle AHT=\angle ATB=90^\circ$,
$\angle ATH=\angle ABT$
이므로 $\triangle AHT \backsim \triangle ATB$ (AA 닮음) … 1단계
즉 $\overline{AH}:\overline{AT}=\overline{AT}:\overline{AB}$이므로
$10:\overline{AT}=\overline{AT}:16$, $\overline{AT}^2=160$
이때 $\overline{AT}>0$이므로 $\overline{AT}=4\sqrt{10}$ (cm) … 2단계
따라서 $\triangle AHT$에서
$\overline{HT}=\sqrt{(4\sqrt{10})^2-10^2}=\sqrt{60}=2\sqrt{15}$ (cm) … 3단계
답 $2\sqrt{15}$ cm

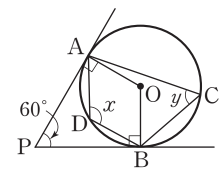
단계	채점 요소	비율
1	$\triangle AHT \backsim \triangle ATB$임을 알기	40 %
2	$\overline{AT}$의 길이 구하기	40 %
3	$\overline{HT}$의 길이 구하기	20 %

시험에 꼭 나오는 문제

본문 85~87쪽

0509 전략 네 점이 한 원 위에 있을 조건을 이용한다.
① $\angle ADB=\angle ACB=20^\circ$이므로 네 점 A, B, C, D는 한 원 위에 있다.
② $\angle BAC=\angle BDC=50^\circ$이므로 네 점 A, B, C, D는 한 원 위에 있다.
③ $\angle ADB=\angle ACB=60^\circ$이므로 네 점 A, B, C, D는 한 원 위에 있다.
④ $\angle ABD\neq\angle ACD$이므로 네 점 A, B, C, D는 한 원 위에 있지 않다.
⑤ $\angle BDC=120^\circ-80^\circ=40^\circ$
즉 $\angle BAC=\angle BDC$이므로 네 점 A, B, C, D는 한 원 위에 있다.
따라서 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있지 않은 것은 ④이다.
답 ④

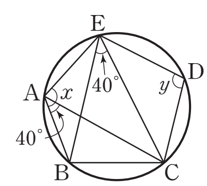
0510 전략 원에 내접하는 사각형에서 한 쌍의 대각의 크기의 합이 180°임을 이용한다.
오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$, $\overline{OB}$를 그으면
$\angle PAO=\angle PBO=90^\circ$이므로
$\square APBO$에서



$\angle AOB=180^\circ-60^\circ=120^\circ$
$\therefore \angle y=\frac{1}{2}\angle AOB=\frac{1}{2}\times120^\circ=60^\circ$
$\square ADBC$가 원에 내접하므로
$\angle x=180^\circ-60^\circ=120^\circ$
$\therefore \angle x-\angle y=120^\circ-60^\circ=60^\circ$
답 ②

0511 전략 원에 내접하는 사각형에서 한 외각의 크기는 그 외각에 이웃한 내각에 대한 대각의 크기와 같음을 이용한다.
$\square ABCD$가 원에 내접하므로
$\angle BCD=\angle EAD=65^\circ$
$\therefore \angle x=65^\circ-30^\circ=35^\circ$
또 $\overline{BC}$는 원 O의 지름이므로
$\angle BAC=90^\circ$
$\triangle ABC$에서 $\angle ABC=180^\circ-(90^\circ+35^\circ)=55^\circ$
$\square ABCD$가 원에 내접하므로
$\angle y=180^\circ-55^\circ=125^\circ$
답 $\angle x=35^\circ$, $\angle y=125^\circ$

0512 전략 $\overline{AC}$를 긋고 원에 내접하는 사각형의 성질을 이용한다.
오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$를 그으면
$\square ACDE$가 원에 내접하므로



$\angle EAC+\angle CDE=180^\circ$
또 $\angle BAC=\angle BEC=40^\circ$이므로
$\angle x+\angle y$
$=\angle BAC+\angle EAC+\angle CDE$
$=40^\circ+180^\circ=220^\circ$
답 ③

0513 전략 삼각형의 한 외각의 크기는 그와 이웃하지 않는 두 내각의 크기의 합과 같음을 이용한다.
$\square ABCD$가 원에 내접하므로
$\angle QDC=\angle x$
$\triangle PBC$에서 $\angle DCQ=\angle x+22^\circ$
$\triangle DCQ$에서
$\angle x+(\angle x+22^\circ)+52^\circ=180^\circ$
$2\angle x=106^\circ$ $\therefore \angle x=53^\circ$
답 ④

0514 전략 원에 내접하는 사각형의 성질을 이용한다.

□ABQP가 원 O에 내접하므로

$\angle DPQ=\angle ABQ=100^\circ$

□PQCD가 원 O′에 내접하므로

$\angle DCQ=180^\circ-100^\circ=80^\circ$

$\therefore\ \angle DO'Q=2\angle DCQ=2\times 80^\circ=160^\circ$ 답 160°

0515 전략 사각형이 원에 내접하기 위한 조건을 만족시키는지 확인한다.

① $\angle BAC\neq\angle BDC$이므로 □ABCD는 원에 내접하지 않는다.

② $\angle BAD+\angle BCD\neq 180^\circ$이므로 □ABCD는 원에 내접하지 않는다.

③ △ABC에서 $\angle ABC=180^\circ-(50^\circ+30^\circ)=100^\circ$

즉 $\angle ABC=\angle CDE$이므로 □ABCD는 원에 내접한다.

④ $\angle ABD=110^\circ-60^\circ=50^\circ$

즉 $\angle ABD=\angle ACD$이므로 □ABCD는 원에 내접한다.

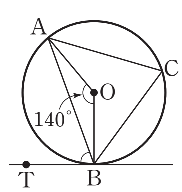
⑤ $\angle ABC=180^\circ-70^\circ=110^\circ$

즉 $\angle ABC\neq\angle CDE$이므로 □ABCD는 원에 내접하지 않는다.

따라서 □ABCD가 원에 내접하는 것은 ③, ④이다.

답 ③, ④

0516 전략 원의 접선과 그 접점을 지나는 현이 이루는 각의 크기는 그 각의 내부에 있는 호에 대한 원주각의 크기와 같음을 이용한다.



오른쪽 그림과 같이 $\overparen{AB}$에 대한 원주각 $\angle ACB$를 그리면

$\angle ABT=\angle ACB$

$=\frac{1}{2}\angle AOB$

$=\frac{1}{2}\times 140^\circ=70^\circ$ 답 ⑤

0517 전략 원에 내접하는 사각형의 성질과 접선과 현이 이루는 각의 성질을 이용한다.

△ABD에서

$\angle BAD=180^\circ-(34^\circ+58^\circ)=88^\circ$

□ABCD가 원에 내접하므로

$\angle y=180^\circ-88^\circ=92^\circ$

$\angle DBC=\angle DCT=46^\circ$이므로 △BCD에서

$\angle x=180^\circ-(46^\circ+92^\circ)=42^\circ$

$\therefore\ \angle y-\angle x=92^\circ-42^\circ=50^\circ$ 답 50°

0518 전략 반원에 대한 원주각의 크기는 90°임을 이용한다.

$\overline{AB}$가 원 O의 지름이므로 $\angle ATB=90^\circ$

$\angle ABT=\angle ATP=30^\circ$, $\overline{AB}=8\ (cm)$이므로 △ATB에서

$\overline{AT}=8\sin 30^\circ=8\times\frac{1}{2}=4\ (cm)$

$\overline{BT}=8\cos 30^\circ=8\times\frac{\sqrt{3}}{2}=4\sqrt{3}\ (cm)$

$\therefore\ \triangle ATB=\frac{1}{2}\times 4\times 4\sqrt{3}=8\sqrt{3}\ (cm^2)$ 답 $8\sqrt{3}\ cm^2$

0519 전략 원 밖의 한 점에서 그 원에 그은 두 접선의 길이는 같음을 이용한다.

△ABC에서

$\angle DBE=180^\circ-(65^\circ+55^\circ)=60^\circ$

△BED는 $\overline{BD}=\overline{BE}$인 이등변삼각형이므로

$\angle BED=\frac{1}{2}\times(180^\circ-60^\circ)=60^\circ$

$\therefore\ \angle DFE=\angle BED=60^\circ$ 답 ③

다른 풀이 △ADF는 $\overline{AD}=\overline{AF}$인 이등변삼각형이므로

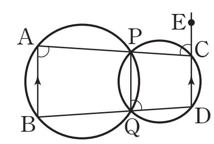
$\angle AFD=\frac{1}{2}\times(180^\circ-65^\circ)=57.5^\circ$

△CFE는 $\overline{CF}=\overline{CE}$인 이등변삼각형이므로

$\angle CFE=\frac{1}{2}\times(180^\circ-55^\circ)=62.5^\circ$

$\therefore\ \angle DFE=180^\circ-(57.5^\circ+62.5^\circ)=60^\circ$

0520 전략 동위각의 크기와 엇각의 크기에 대한 평행선의 성질을 만족시키는지 확인한다.

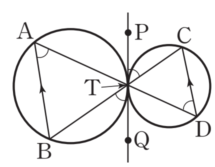


① $\angle PAB=\angle PQD$

$=\angle PCE$

즉 엇각의 크기가 같으므로

$\overline{AB}/\!/\overline{CD}$이다.

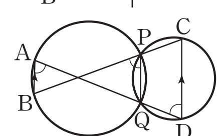


② $\angle BAT=\angle BTQ=\angle CTP$

$=\angle CDT$

즉 엇각의 크기가 같으므로

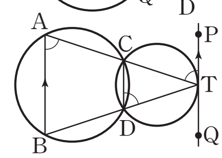
$\overline{AB}/\!/\overline{CD}$이다.



③ $\angle BAQ=\angle BPQ=\angle QDC$

즉 엇각의 크기가 같으므로

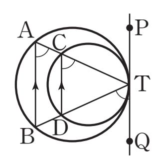
$\overline{AB}/\!/\overline{CD}$이다.



④ $\angle BAC=\angle CDT=\angle CTP$

즉 엇각의 크기가 같으므로

$\overline{AB}/\!/\overline{PQ}$이지만 $\overline{AB}$와 $\overline{CD}$가 평행한지 알 수 없다.



⑤ $\angle BAT=\angle BTQ=\angle DCT$

즉 동위각의 크기가 같으므로

$\overline{AB}/\!/\overline{CD}$이다.

따라서 $\overline{AB}$와 $\overline{CD}$가 서로 평행하다고 할 수 없는 것은 ④이다.

답 ④

0521 전략 네 점이 한 원 위에 있을 조건을 이용하여 크기가 같은 각을 찾는다.

△DAE에서 $\angle DAE=80^\circ-15^\circ=65^\circ$ … 1단계

네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있으므로

$\angle ACB=\angle ADB=15^\circ$ … 2단계

따라서 △APC에서

$\angle x=65^\circ-15^\circ=50^\circ$ … 3단계

답 50°

단계	채점 요소	비율
1	$\angle$DAE의 크기 구하기	30 %
2	$\angle$ACB의 크기 구하기	40 %
3	$\angle x$의 크기 구하기	30 %

0522 전략 원에 내접하는 사각형의 성질과 접선과 현이 이루는 각의 성질을 이용한다.

$\angle DCT=\angle CAD=35^\circ$ … 1단계

□ABCD가 원에 내접하므로

$\angle ADC=180^\circ-100^\circ=80^\circ$ … 2단계

따라서 △DCT에서

$\angle x=80^\circ-35^\circ=45^\circ$ … 3단계

답 45°

단계	채점 요소	비율
1	$\angle$DCT의 크기 구하기	40 %
2	$\angle$ADC의 크기 구하기	30 %
3	$\angle x$의 크기 구하기	30 %

0523 전략 한 원에서 호의 길이는 그 호에 대한 원주각의 크기에 정비례함을 이용한다.

△PAC는 $\overline{PA}=\overline{PC}$인 이등변삼각형이므로

$\angle ACP=\frac{1}{2}\times(180^\circ-54^\circ)=63^\circ$

$\therefore\ \angle ABC=\angle ACP=63^\circ$ … 1단계

또 $\widehat{AB}:\widehat{BC}=2:1$이므로

$\angle x:\angle BAC=2:1,\quad 2\angle BAC=\angle x$

$\therefore\ \angle BAC=\frac{1}{2}\angle x$ … 2단계

따라서 △ABC에서 $\quad 63^\circ+\frac{1}{2}\angle x+\angle x=180^\circ$

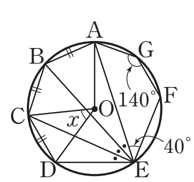
$\frac{3}{2}\angle x=117^\circ \quad \therefore\ \angle x=78^\circ$ … 3단계

답 78°

단계	채점 요소	비율
1	$\angle$ABC의 크기 구하기	40 %
2	$\angle BAC=\frac{1}{2}\angle x$임을 알기	30 %
3	$\angle x$의 크기 구하기	30 %

0524 전략 길이가 같은 호에 대한 원주각의 크기는 같음을 이용한다.

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AE}$를 그으면



□AEFG는 원에 내접하므로

$\angle AEF=180^\circ-140^\circ=40^\circ$

$\therefore\ \angle AED=112^\circ-40^\circ=72^\circ$

$\overline{BE}$, $\overline{CE}$를 그으면 $\overline{AB}=\overline{BC}=\overline{CD}$에서

$\widehat{AB}=\widehat{BC}=\widehat{CD}$이므로

$\angle CED=\angle BEC=\angle AEB$

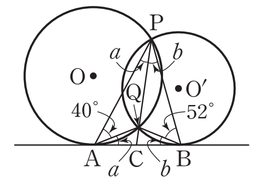
$=\frac{1}{3}\angle AED=\frac{1}{3}\times72^\circ=24^\circ$

$\therefore\ \angle x=2\angle CED=2\times24^\circ=48^\circ$

답 48°

0525 전략 $\overline{PQ}$의 연장선을 긋고 접선과 현이 이루는 각의 성질을 이용한다.

오른쪽 그림과 같이 $\overline{PQ}$의 연장선과 직선 AB가 만나는 점을 C라 하자.



$\angle QAC=\angle APC=\angle a$,

$\angle QBC=\angle BPC=\angle b$라 하면

△PAB에서

$(\angle a+\angle b)+(40^\circ+\angle a)+(\angle b+52^\circ)=180^\circ$

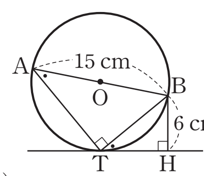
$2(\angle a+\angle b)=88^\circ \qquad \therefore\ \angle a+\angle b=44^\circ$

$\therefore\ \angle x=\angle a+\angle b=44^\circ$

답 44°

0526 전략 $\overline{TB}$를 긋고 반원에 대한 원주각의 크기는 90°임을 이용한다.

오른쪽 그림과 같이 $\overline{TB}$를 그으면



△ATB와 △THB에서

$\angle ATB=\angle THB=90^\circ$,

$\angle TAB=\angle HTB$

이므로 $\quad$ △ATB∽△THB (AA 닮음)

즉 $\overline{AB}:\overline{TB}=\overline{TB}:\overline{HB}$이므로

$15:\overline{TB}=\overline{TB}:6,\qquad \overline{TB}^2=90$

이때 $\overline{TB}>0$이므로 $\quad \overline{TB}=3\sqrt{10}$ (cm)

따라서 △THB에서

$\overline{TH}=\sqrt{(3\sqrt{10})^2-6^2}=\sqrt{54}=3\sqrt{6}$ (cm)

답 $3\sqrt{6}$ cm

06 산포도

교과서문제 정복하기

> 본문 91쪽

0527 $(\text{평균})=\dfrac{4+7+10+11+13}{5}=\dfrac{45}{5}=9$

답 9

0528 평균이 9이므로 각 변량에 대한 편차를 차례대로 구하면

$4-9=-5,\ 7-9=-2,\ 10-9=1,$
$11-9=2,\ 13-9=4$

즉 $-5,\ -2,\ 1,\ 2,\ 4$이다. 답 $-5,\ -2,\ 1,\ 2,\ 4$

0529 편차의 총합은 0이므로

$(-2)+x+1+3=0 \quad \therefore x=-2$

답 -2

0530 편차의 총합은 0이므로

$(-4)+2+x+(-1)+0=0$

$\therefore x=3$ 답 3

0531 편차의 총합은 0이므로

$(-7)+(-3)+8+x+5+(-4)=0$

$\therefore x=1$ 답 1

0532 편차의 총합은 0이므로

$0+(-8)+x+(-13)+12=0$

$\therefore x=9$ 답 9

0533 평균이 85점이므로 C의 수학 성적은

$85+9=94$ (점) 답 94점

0534 편차의 총합은 0이므로

$(-5)+x+1+7=0 \quad \therefore x=-3$ 답 -3

0535 $(\text{분산})=\dfrac{(-5)^2+(-3)^2+1^2+7^2}{4}=\dfrac{84}{4}=21$

답 21

0536 $(\text{표준편차})=\sqrt{(\text{분산})}=\sqrt{21}$ (회) 답 $\sqrt{21}$회

0537 $(\text{평균})=\dfrac{2+4+6+8+10}{5}=\dfrac{30}{5}=6$

답 6

0538 각 변량에 대한 편차를 차례대로 구하면

$-4,\ -2,\ 0,\ 2,\ 4$

$\therefore (\text{분산})=\dfrac{(-4)^2+(-2)^2+0^2+2^2+4^2}{5}=\dfrac{40}{5}=8$

답 8

0539 $(\text{표준편차})=\sqrt{(\text{분산})}=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$ 답 $2\sqrt{2}$

0540 자습 시간이 가장 긴 학생이 어느 반에 속하는지 알 수 없다. 답 ×

0541 2반의 표준편차가 1반의 표준편차보다 작으므로 2반의 자습 시간이 1반의 자습 시간보다 고르다. 답 ○

유형 익히기

> 본문 92~96쪽

0542 편차의 총합은 0이므로

$(-5)+1+(-2)+(-4)+x+8+(-3)=0$

$\therefore x=5$ 답 5

0543 편차의 총합은 0이므로

$x+4+(-2)+y+1=0$

$\therefore x+y=-3$ 답 ①

0544 $(\text{평균})=\dfrac{5+10+7+15+3+8}{6}=\dfrac{48}{6}=8$ (권)

각 변량에 대한 편차를 차례대로 구하면

-3권, 2권, -1권, 7권, -5권, 0권

따라서 편차가 될 수 없는 것은 ④이다. 답 ④

0545 편차의 총합은 0이므로

$(-3)+(-2)+3+6+x=0 \quad \therefore x=-4$

따라서 E의 키는

$172+(-4)=168$ (cm) 답 ①

0546 형우의 과학 성적은

$76+8=84$ (점) 답 84점

0547 ① 편차의 총합은 0이므로

$3+(-2)+4+x+(-3)=0 \quad \therefore x=-2$

② 민정이의 봉사 활동 시간은

$20+(-2)=18$ (시간)

③ 편차가 클수록 변량이 크므로 편차가 가장 큰 재석이의 봉사 활동 시간이 가장 길다.

④ 평균보다 봉사 활동 시간이 더 긴 학생은 연우, 재석의 2명이다.

⑤ 연우가 선영이보다 6시간 더 봉사 활동을 했다.

따라서 옳은 것은 ③이다. 답 ③

0548 $(\text{분산})=\frac{3^2+(-1)^2+0^2+2^2+(-4)^2}{5}=\frac{30}{5}=6$

$\therefore$ (표준편차)$=\sqrt{6}$ (점)

답 ⑤

0549 $(\text{평균})=\frac{17+21+19+23}{4}=\frac{80}{4}=20\ (\text{cm})$

$\therefore (\text{분산})=\frac{(-3)^2+1^2+(-1)^2+3^2}{4}=\frac{20}{4}=5$

답 5

0550 ㄱ. 현수와 연재의 성적의 차는 편차의 차와 같으므로

$2-(-1)=3$ (점)

ㄴ. 예성이의 성적의 편차가 0점이므로 예성이의 성적은 평균과 같다.

ㄷ. $(\text{분산})=\frac{(-2)^2+(-1)^2+2^2+0^2+1^2}{5}=\frac{10}{5}=2$

$\therefore$ (표준편차)$=\sqrt{2}$ (점)

ㄹ. 성적이 가장 낮은 학생은 편차가 가장 작은 영진이다.

이상에서 옳은 것은 ㄴ, ㄷ, ㄹ이다.

답 ⑤

0551 $(\text{평균})=\frac{(a-5)+(a+1)+(a+4)}{3}=a$

$\therefore (\text{분산})=\frac{(-5)^2+1^2+4^2}{3}=\frac{42}{3}=14$

답 ③

0552 평균이 8이므로

$\frac{5+7+x+(x+1)+(x+3)}{5}=8$

$3x+16=40 \qquad \therefore x=8$ … 1단계

따라서 주어진 변량은 5, 7, 8, 9, 11이므로

$(\text{분산})=\frac{(-3)^2+(-1)^2+0^2+1^2+3^2}{5}=\frac{20}{5}=4$ … 2단계

$\therefore$ (표준편차)$=\sqrt{4}=2$ … 3단계

답 2

단계	채점 요소	비율
1	x의 값 구하기	30 %
2	분산 구하기	40 %
3	표준편차 구하기	30 %

0553 $a\le b\le c$라 하면 중앙값과 최빈값이 모두 5이므로

$a=5,\ b=5$

평균이 4이므로

$\frac{1+3+5+5+c}{5}=4$

$14+c=20 \qquad \therefore c=6$

따라서 주어진 변량은 1, 3, 5, 5, 6이므로

$(\text{분산})=\frac{(-3)^2+(-1)^2+1^2+1^2+2^2}{5}$

$=\frac{16}{5}=3.2$

답 ④

RPM 비법 노트

(1) 중앙값: 자료의 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하였을 때, 한가운데에 있는 값

(2) 최빈값: 자료의 변량 중에서 가장 많이 나타나는 값

0554 평균이 4이므로

$\frac{4+6+x+y}{4}=4, \qquad 10+x+y=16$

$\therefore x+y=6$ …… ㉠

분산이 3이므로

$\frac{0^2+2^2+(x-4)^2+(y-4)^2}{4}=3$

$4+(x-4)^2+(y-4)^2=12$

$\therefore x^2+y^2-8(x+y)+36=12$

위의 식에 ㉠을 대입하면

$x^2+y^2-8\times6+36=12$

$\therefore x^2+y^2=24$

답 24

0555 평균이 6이고 표준편차가 5이므로

$\frac{(a-6)^2+(b-6)^2+(c-6)^2}{3}=5^2$

$\therefore (a-6)^2+(b-6)^2+(c-6)^2=75$

답 ③

0556 평균이 5이므로

$\frac{7+6+5+x+y}{5}=5, \qquad 18+x+y=25$

$\therefore x+y=7$ …… ㉠

분산이 2이므로

$\frac{2^2+1^2+0^2+(x-5)^2+(y-5)^2}{5}=2$

$5+(x-5)^2+(y-5)^2=10$

$\therefore x^2+y^2-10(x+y)+55=10$

위의 식에 ㉠을 대입하면

$x^2+y^2-10\times7+55=10$

$\therefore x^2+y^2=25$ …… ㉡

따라서 $(x+y)^2=x^2+y^2+2xy$에 ㉠, ㉡을 대입하면

$7^2=25+2xy, \qquad 2xy=24$

$\therefore xy=12$

답 ④

0557 편차의 총합은 0이므로

$a+(-2)+b+4+(-1)=0$

$\therefore a+b=-1$ …… ㉠ … 1단계

분산이 6.8이므로

$\frac{a^2+(-2)^2+b^2+4^2+(-1)^2}{5}=6.8$

$a^2+b^2+21=34$

$\therefore a^2+b^2=13$ …… ㉡ … 2단계

따라서 $(a+b)^2=a^2+b^2+2ab$에 ㉠, ㉡을 대입하면

$(-1)^2=13+2ab,\quad 2ab=-12$

$\therefore ab=-6$ ⋯ 3단계

답 -6

단계	채점 요소	비율
1	$a+b$의 값 구하기	30 %
2	a^2+b^2의 값 구하기	30 %
3	ab의 값 구하기	40 %

0558 평균이 2이므로

$\frac{x+y}{2}=2 \quad \therefore x+y=4$ ⋯⋯ ㉠

표준편차가 $\sqrt{2}$이므로

$\frac{(x-2)^2+(y-2)^2}{2}=(\sqrt{2})^2$

$\therefore x^2+y^2-4(x+y)+8=4$

위의 식에 ㉠을 대입하면 $x^2+y^2-4\times4+8=4$

$\therefore x^2+y^2=12$

따라서 빗변의 길이는

$\sqrt{x^2+y^2}=\sqrt{12}=2\sqrt{3}$

답 ③

0559 x, y, z의 평균이 10이므로

$\frac{x+y+z}{3}=10 \quad \therefore x+y+z=30$ ⋯⋯ ㉠

표준편차가 $\sqrt{5}$이므로

$\frac{(x-10)^2+(y-10)^2+(z-10)^2}{3}=(\sqrt{5})^2$

$\therefore x^2+y^2+z^2-20(x+y+z)+300=15$

위의 식에 ㉠을 대입하면

$x^2+y^2+z^2-20\times30+300=15 \quad \therefore x^2+y^2+z^2=315$

따라서 x^2, y^2, z^2의 평균은

$\frac{x^2+y^2+z^2}{3}=\frac{315}{3}=105$

답 ②

0560 ①, ② 평균이 같으므로 어느 과목의 성적이 더 우수하다고 할 수 없다.

③, ④, ⑤ $2\sqrt{3}<4$이므로 음악 성적의 표준편차가 미술 성적의 표준편차보다 작다.

즉 음악 성적이 미술 성적보다 고르다.

따라서 옳은 것은 ③이다.

답 ③

0561 평균을 중심으로 성적이 가장 밀집되어 있는 반은 분산이 가장 작은 1반이다.

답 1반

0562 ①~⑤의 평균은 모두 4이고 표준편차는 평균을 중심으로 변량이 흩어져 있는 정도를 나타내므로 주어진 자료 중에서 표준편차가 가장 큰 것은 ①이다.

답 ①

다른 풀이 주어진 자료의 표준편차를 구하면 다음과 같다.

① 2 ② $\sqrt{2}$ ③ 1 ④ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ⑤ 0

따라서 표준편차가 가장 큰 것은 ①이다.

0563 (1) A 반의 평균은

$\frac{1\times3+2\times3+3\times6+4\times3+5\times3}{3+3+6+3+3}=\frac{54}{18}=3$ (회)

즉 A 반의 분산은

$\frac{(-2)^2\times3+(-1)^2\times3+0^2\times6+1^2\times3+2^2\times3}{18}$

$=\frac{30}{18}=\frac{5}{3}$ ⋯ 1단계

B 반의 평균은

$\frac{1\times2+2\times4+3\times6+4\times4+5\times2}{2+4+6+4+2}=\frac{54}{18}=3$ (회)

즉 B 반의 분산은

$\frac{(-2)^2\times2+(-1)^2\times4+0^2\times6+1^2\times4+2^2\times2}{18}$

$=\frac{24}{18}=\frac{4}{3}$ ⋯ 2단계

(2) B 반의 분산이 A 반의 분산보다 작으므로 B 반의 도서관 방문 횟수가 A 반의 도서관 방문 횟수보다 고르다. ⋯ 3단계

답 (1) A 반: $\frac{5}{3}$, B 반: $\frac{4}{3}$ (2) B 반

단계	채점 요소	비율
1	A 반의 분산 구하기	30 %
2	B 반의 분산 구하기	30 %
3	도서관 방문 횟수가 더 고른 반 구하기	40 %

0564 ㄱ. A 팀의 평균이 10개이므로

$\frac{13+13+8+a+10}{5}=10$

$44+a=50 \quad \therefore a=6$

또 B 팀의 평균이 10개이므로

$\frac{9+5+b+18+12}{5}=10$

$44+b=50 \quad \therefore b=6$

ㄴ. A 팀의 분산은

$\frac{3^2+3^2+(-2)^2+(-4)^2+0^2}{5}=\frac{38}{5}=7.6$

이므로 A 팀의 표준편차는 $\sqrt{7.6}$개이다.

B 팀의 분산은

$\frac{(-1)^2+(-5)^2+(-4)^2+8^2+2^2}{5}=\frac{110}{5}=22$

이므로 B 팀의 표준편차는 $\sqrt{22}$개이다.

즉 A 팀과 B 팀의 표준편차는 같지 않다.

ㄷ. B 팀의 표준편차가 A 팀의 표준편차보다 크므로 B 팀의 타격력이 A 팀의 타격력보다 기복이 심하다.

이상에서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다.

답 ④

0565 남학생과 여학생의 평균이 같고 분산이 각각 $5^2=25$, $7^2=49$이므로 전체 학생의 (편차)^{2}의 총합은

$25\times20+49\times20=1480$

따라서 (분산)$=\frac{1480}{40}=37$이므로

(표준편차)$=\sqrt{37}$ (점)

답 $\sqrt{37}$점

0566 A, B 두 모둠의 평균이 같고 분산이 각각 $2^2=4$, $(\sqrt{5})^2=5$이므로 전체 학생의 (편차)^{2}의 총합은

$$4\times7+5\times8=68$$

$$\therefore \text{(분산)}=\frac{68}{15}$$

답 ③

0567 A, B 두 그룹의 평균이 같고 분산이 각각 x^2, $3^2=9$이므로 전체 10명에 대한 (편차)^{2}의 총합은

$$x^2\times6+9\times4=6x^2+36$$

분산이 $(2\sqrt{3})^2=12$이므로

$$\frac{6x^2+36}{10}=12,\quad 6x^2+36=120$$

$$x^2=14\quad \therefore x=\sqrt{14}\ (\because x>0)$$

답 $\sqrt{14}$

0568 x, y, z의 평균이 8이므로

$$\frac{x+y+z}{3}=8\quad \therefore x+y+z=24$$

또 x, y, z의 분산이 4이므로

$$\frac{(x-8)^2+(y-8)^2+(z-8)^2}{3}=4$$

$$\therefore (x-8)^2+(y-8)^2+(z-8)^2=12$$

따라서 $x+4$, $y+4$, $z+4$, 12에 대하여

$$\text{(평균)}=\frac{(x+4)+(y+4)+(z+4)+12}{4}=\frac{x+y+z+24}{4}=\frac{24+24}{4}=12$$

$$\therefore \text{(분산)}=\frac{1}{4}\{(x+4-12)^2+(y+4-12)^2+(z+4-12)^2+(12-12)^2\}=\frac{1}{4}\{(x-8)^2+(y-8)^2+(z-8)^2\}=\frac{1}{4}\times12=3$$

답 ③

0569 a, b, c, d, e의 평균이 5이므로

$$\frac{a+b+c+d+e}{5}=5\quad \therefore a+b+c+d+e=25$$

또 a, b, c, d, e의 표준편차가 2이므로

$$\frac{(a-5)^2+(b-5)^2+(c-5)^2+(d-5)^2+(e-5)^2}{5}=2^2$$

$$\therefore (a-5)^2+(b-5)^2+(c-5)^2+(d-5)^2+(e-5)^2=20$$

따라서 $3a$, $3b$, $3c$, $3d$, $3e$에 대하여

$$\text{(평균)}=\frac{3a+3b+3c+3d+3e}{5}=\frac{3(a+b+c+d+e)}{5}=\frac{3\times25}{5}=15$$

$$\text{(분산)}=\frac{1}{5}\{(3a-15)^2+(3b-15)^2+(3c-15)^2+(3d-15)^2+(3e-15)^2\}=\frac{9}{5}\{(a-5)^2+(b-5)^2+(c-5)^2+(d-5)^2+(e-5)^2\}=\frac{9}{5}\times20=36$$

$$\therefore \text{(표준편차)}=\sqrt{36}=6$$

답 ④

다른 풀이 $3a$, $3b$, $3c$, $3d$, $3e$에 대하여

(평균)$=3\times5=15$, (표준편차)$=|3|\times2=6$

0570 a, b, c, d의 평균이 10이므로

$$\frac{a+b+c+d}{4}=10$$

$$\therefore a+b+c+d=40$$

또 a, b, c, d의 분산이 3이므로

$$\frac{(a-10)^2+(b-10)^2+(c-10)^2+(d-10)^2}{4}=3$$

$$\therefore (a-10)^2+(b-10)^2+(c-10)^2+(d-10)^2=12$$

따라서 $2a-3$, $2b-3$, $2c-3$, $2d-3$에 대하여

$$\text{(평균)}=\frac{(2a-3)+(2b-3)+(2c-3)+(2d-3)}{4}=\frac{2(a+b+c+d)-12}{4}=\frac{2\times40-12}{4}=\frac{68}{4}=17$$

$$\text{(분산)}=\frac{1}{4}\{(2a-3-17)^2+(2b-3-17)^2+(2c-3-17)^2+(2d-3-17)^2\}=(a-10)^2+(b-10)^2+(c-10)^2+(d-10)^2=12$$

$$\therefore \text{(표준편차)}=\sqrt{12}=2\sqrt{3}$$

답 $2\sqrt{3}$

다른 풀이 $2a-3$, $2b-3$, $2c-3$, $2d-3$에 대하여

(표준편차)$=|2|\times\sqrt{3}=2\sqrt{3}$

시험에 꼭 나오는 문제

본문 97~99쪽

0571 전략 평균을 구한 후 (편차)=(변량)−(평균)임을 이용한다.

$$\text{(평균)}=\frac{28+30+25+27+32+26+35}{7}=\frac{203}{7}=29\ (\text{세})$$

각 변량에 대한 편차를 차례대로 구하면

−1세, 1세, −4세, −2세, 3세, −3세, 6세

따라서 편차가 될 수 없는 것은 ⑤이다.

답 ⑤

0572 전략 먼저 편차의 총합이 0임을 이용하여 x의 값을 구한다.

편차의 총합은 0이므로

$$2+(-4)+x+(-2)+(1-2x)=0$$

$$\therefore x=-3$$

따라서 C의 성적은

$$72+(-3)=69\ (\text{점})$$

답 69점

0573 전략 편차, 분산, 표준편차에 대하여 생각해 본다.

⑤ 편차의 절댓값이 클수록 변량은 평균에서 멀리 떨어져 있다.

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다. 답 ⑤

0574 전략 $(\text{분산})=\dfrac{\{(\text{편차})^2\text{의 총합}\}}{(\text{변량의 개수})}$임을 이용한다.

D의 편차를 x회라 하면 편차의 총합은 0이므로

$$2+4+0+x+(-2)=0 \qquad \therefore x=-4$$

$$(\text{분산})=\frac{2^2+4^2+0^2+(-4)^2+(-2)^2}{5}$$

$$=\frac{40}{5}=8$$

$$\therefore (\text{표준편차})=\sqrt{8}=2\sqrt{2}\ (\text{회})$$

답 $2\sqrt{2}$회

0575 전략 연속하는 세 자연수를 미지수로 놓고 식을 세운다.

연속하는 세 자연수를 n, $n+1$, $n+2$ (n은 자연수)라 하면

$$(\text{평균})=\frac{n+(n+1)+(n+2)}{3}=n+1$$

$$\therefore (\text{분산})=\frac{(-1)^2+0^2+1^2}{3}=\frac{2}{3}$$

답 ②

0576 전략 먼저 10발에 대한 사격 점수의 평균을 구한다.

6점이 1개, 7점이 2개, 8점이 4개, 9점이 2개, 10점이 1개이므로

$$(\text{평균})=\frac{6\times1+7\times2+8\times4+9\times2+10\times1}{10}$$

$$=\frac{80}{10}=8\ (\text{점})$$

$$\therefore (\text{분산})=\frac{(-2)^2\times1+(-1)^2\times2+0^2\times4+1^2\times2+2^2\times1}{10}$$

$$=\frac{6}{5}$$

답 ③

0577 전략 주어진 조건을 이용하여 x, y에 대한 식을 세운다.

평균이 10이므로

$$\frac{5+x+7+y+9}{5}=10$$

$$x+y+21=50 \qquad \therefore x+y=29 \qquad \cdots\cdots ㉠$$

표준편차가 $2\sqrt{5}$이므로

$$\frac{(-5)^2+(x-10)^2+(-3)^2+(y-10)^2+(-1)^2}{5}$$

$$=(2\sqrt{5})^2$$

$$(x-10)^2+(y-10)^2+35=100$$

$$\therefore x^2+y^2-20(x+y)+235=100$$

위의 식에 ㉠을 대입하면

$$x^2+y^2-20\times29+235=100$$

$$\therefore x^2+y^2=445 \qquad \cdots\cdots ㉡$$

따라서 $(x+y)^2=x^2+y^2+2xy$에 ㉠, ㉡을 대입하면

$$29^2=445+2xy \qquad \therefore 2xy=396$$

답 ②

0578 전략 주어진 조건을 이용하여 a, b, c에 대한 식을 세운다.

평균이 4이므로

$$\frac{a+b+c}{3}=4 \qquad \therefore a+b+c=12 \qquad \cdots\cdots ㉠$$

표준편차가 $\sqrt{3}$이므로

$$\frac{(a-4)^2+(b-4)^2+(c-4)^2}{3}=(\sqrt{3})^2$$

$$(a-4)^2+(b-4)^2+(c-4)^2=9$$

$$\therefore a^2+b^2+c^2-8(a+b+c)+48=9$$

위의 식에 ㉠을 대입하면

$$a^2+b^2+c^2-8\times12+48=9$$

$$\therefore a^2+b^2+c^2=57$$

이때 세 원의 넓이는 각각 πa^2, πb^2, πc^2이므로 세 원의 넓이의 평균은

$$\frac{\pi a^2+\pi b^2+\pi c^2}{3}=\frac{\pi(a^2+b^2+c^2)}{3}$$

$$=\frac{57\pi}{3}=19\pi$$

답 19π

0579 전략 분산과 표준편차가 작을수록 자료의 분포가 고르다.

ㄱ. 2반의 평균이 가장 크므로 2반 학생들의 수면 시간이 가장 긴 편이다.

ㄴ. 수면 시간이 가장 짧은 학생이 속한 반은 알 수 없다.

ㄷ. 1반의 표준편차가 가장 작으므로 수면 시간이 가장 고른 반은 1반이다.

이상에서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다. 답 ③

0580 전략 세 과목의 성적의 평균과 분산을 각각 구한다.

$$(\text{국어 성적의 평균})=\frac{70+80+70+85+70}{5}$$

$$=\frac{375}{5}=75\ (\text{점})$$

$$(\text{영어 성적의 평균})=\frac{60+60+65+100+90}{5}$$

$$=\frac{375}{5}=75\ (\text{점})$$

$$(\text{수학 성적의 평균})=\frac{70+75+75+75+80}{5}$$

$$=\frac{375}{5}=75\ (\text{점})$$

$$(\text{국어 성적의 분산})=\frac{(-5)^2+5^2+(-5)^2+10^2+(-5)^2}{5}$$

$$=\frac{200}{5}=40$$

$$(\text{영어 성적의 분산})=\frac{(-15)^2+(-15)^2+(-10)^2+25^2+15^2}{5}$$

$$=\frac{1400}{5}=280$$

$$(\text{수학 성적의 분산})=\frac{(-5)^2+0^2+0^2+0^2+5^2}{5}$$

$$=\frac{50}{5}=10$$

④ 영어 성적의 분산이 가장 크므로 표준편차가 가장 큰 과목은 영어이다.

⑤ 수학 성적의 분산이 가장 작으므로 수학 성적이 평균 주위에 가장 밀집되어 있다.

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

답 ④

0581 전략 전체 학생에 대한 (편차)^{2}의 총합을 구한다.

남학생과 여학생의 평균이 같고 분산이 각각 15, 8이므로 전체 학생의 (편차)^{2}의 총합은

$$15\times20+8\times15=420$$

따라서 (분산)$=\frac{420}{35}=12$이므로

(표준편차)$=\sqrt{12}=2\sqrt{3}$ (점)

답 $2\sqrt{3}$ 점

0582 전략 주어진 조건을 이용하여 a, b, c에 대한 식을 세운다.

a, b, c의 평균이 5이므로

$$\frac{a+b+c}{3}=5 \qquad \therefore a+b+c=15$$

또 a, b, c의 분산이 9이므로

$$\frac{(a-5)^2+(b-5)^2+(c-5)^2}{3}=9$$

$$\therefore (a-5)^2+(b-5)^2+(c-5)^2=27$$

따라서 $a-1$, $b-1$, $c-1$에 대하여

$$(\text{평균})=\frac{(a-1)+(b-1)+(c-1)}{3}=\frac{a+b+c-3}{3}=\frac{15-3}{3}=4$$

$$\therefore (\text{분산})=\frac{(a-1-4)^2+(b-1-4)^2+(c-1-4)^2}{3}=\frac{(a-5)^2+(b-5)^2+(c-5)^2}{3}=\frac{27}{3}=9$$

즉 $m=4$, $n=9$이므로 $\quad m+n=4+9=13$

답 13

0583 전략 먼저 편차의 총합이 0임을 이용하여 x의 값을 구한다.

편차의 총합은 0이므로

$x+1+0+(-1)+2=0 \qquad \therefore x=-2$ … 1단계

A가 관람한 영화가 10편이므로

(평균)$=10-(-2)=12$ (편) … 2단계

(분산)$=\frac{(-2)^2+1^2+0^2+(-1)^2+2^2}{5}=\frac{10}{5}=2$이므로

(표준편차)$=\sqrt{2}$ (편) … 3단계

답 평균: 12편, 표준편차: $\sqrt{2}$편

단계	채점 요소	비율
1	x의 값 구하기	30 %
2	평균 구하기	30 %
3	표준편차 구하기	40 %

0584 전략 추가한 두 변량을 각각 x, y라 하고 주어진 조건을 이용하여 x, y에 대한 식을 세운다.

추가한 두 변량을 각각 x, y라 하면 8, 10, 12, x, y의 평균이 9이므로

$$\frac{8+10+12+x+y}{5}=9$$

$$30+x+y=45$$

$\therefore x+y=15$ …… ㉠ … 1단계

또 8, 10, 12, x, y의 분산이 4이므로

$$\frac{(-1)^2+1^2+3^2+(x-9)^2+(y-9)^2}{5}=4$$

$$11+(x-9)^2+(y-9)^2=20$$

$$\therefore x^2+y^2-18(x+y)+173=20$$

위의 식에 ㉠을 대입하면

$$x^2+y^2-18\times15+173=20$$

$\therefore x^2+y^2=117$ …… ㉡ … 2단계

이때 $(x+y)^2=x^2+y^2+2xy$에 ㉠, ㉡을 대입하면

$$15^2=117+2xy, \qquad 2xy=108$$

$$\therefore xy=54$$

따라서 추가한 2개의 변량의 곱은 54이다. … 3단계

답 54

단계	채점 요소	비율
1	추가한 두 변량을 x, y라 하고 $x+y$의 값 구하기	30 %
2	x^2+y^2의 값 구하기	40 %
3	추가한 2개의 변량의 곱 구하기	30 %

0585 전략 주어진 두 그래프의 특징을 파악한다.

(1) B 반의 그래프가 A 반의 그래프보다 오른쪽으로 치우쳐 있으므로 B 반의 기록이 더 좋다. … 1단계

(2) A 반의 그래프의 폭이 B 반의 그래프의 폭보다 좁으므로 A 반의 기록이 더 고르다. … 2단계

답 (1) B 반 (2) A 반

단계	채점 요소	비율
1	턱걸이 기록이 더 좋은 반 구하기	50 %
2	턱걸이 기록이 더 고른 반 구하기	50 %

0586 전략 먼저 실제 몸무게의 평균을 구한다.

실제 몸무게가 45 kg, 50 kg인 두 학생의 몸무게가 각각 47 kg, 48 kg으로 +2 kg, −2 kg만큼 잘못 기록되었으므로 학생 10명의 몸무게의 총합에는 변화가 없다.

즉 실제 몸무게의 평균은 50 kg이다.

이때 잘못 기록된 두 학생을 제외한 8명의 몸무게의 (편차)^{2}의 총합을 a라 하면 표준편차가 4 kg이므로

$$\frac{(47-50)^2+(48-50)^2+a}{10}=4^2$$

$$13+a=160 \qquad \therefore a=147$$

06 산포도

따라서 실제 몸무게의 분산은

$$\frac{(45-50)^2+(50-50)^2+147}{10}$$

$$=\frac{172}{10}=17.2$$

답 17.2

다른 풀이 학생 10명 중 몸무게가 잘못 기록된 2명의 학생을 제외한 나머지 8명의 몸무게를 각각 x_1 kg, x_2 kg, $\cdots$, x_8 kg이라 하자.

처음 조사한 몸무게의 평균이 50 kg이므로

$$\frac{x_1+x_2+\cdots+x_8+47+48}{10}=50$$

$$\therefore x_1+x_2+\cdots+x_8=405$$

또 표준편차가 4 kg이므로

$$\frac{(x_1-50)^2+(x_2-50)^2+\cdots+(x_8-50)^2+(-3)^2+(-2)^2}{10}$$

$$=4^2$$

$$\therefore (x_1-50)^2+(x_2-50)^2+\cdots+(x_8-50)^2=147$$

따라서 실제 몸무게의 평균은

$$\frac{x_1+x_2+\cdots+x_8+45+50}{10}=\frac{405+45+50}{10}$$

$$=\frac{500}{10}=50\ (\text{kg})$$

이므로 실제 몸무게의 분산은

$$\frac{(x_1-50)^2+(x_2-50)^2+\cdots+(x_8-50)^2+(-5)^2+0^2}{10}$$

$$=\frac{147+25}{10}$$

$$=\frac{172}{10}=17.2$$

0587 전략 주어진 조건을 이용하여 a, b와 c, d에 대한 식을 세운다.

a, b의 평균이 4이므로

$$\frac{a+b}{2}=4 \qquad \therefore a+b=8 \qquad \cdots\cdots ㉠$$

a, b의 표준편차가 1이므로

$$\frac{(a-4)^2+(b-4)^2}{2}=1^2$$

$$\therefore a^2+b^2-8(a+b)+32=2$$

위의 식에 ㉠을 대입하면

$$a^2+b^2-8\times8+32=2$$

$$\therefore a^2+b^2=34 \qquad \cdots\cdots ㉡$$

c, d의 평균이 6이므로

$$\frac{c+d}{2}=6 \qquad \therefore c+d=12 \qquad \cdots\cdots ㉢$$

c, d의 표준편차가 3이므로

$$\frac{(c-6)^2+(d-6)^2}{2}=3^2$$

$$\therefore c^2+d^2-12(c+d)+72=18$$

위의 식에 ㉢을 대입하면

$$c^2+d^2-12\times12+72=18$$

$$\therefore c^2+d^2=90 \qquad \cdots\cdots ㉣$$

따라서 a, b, c, d의 평균은

$$\frac{a+b+c+d}{4}=\frac{8+12}{4}=5\ (\because ㉠, ㉢)$$

이므로 분산은

$$\frac{(a-5)^2+(b-5)^2+(c-5)^2+(d-5)^2}{4}$$

$$=\frac{a^2+b^2+c^2+d^2-10(a+b+c+d)+100}{4}$$

$$=\frac{34+90-10(8+12)+100}{4}\ (\because ㉠, ㉡, ㉢, ㉣)$$

$$=\frac{24}{4}=6$$

즉 표준편차는 $\sqrt{6}$이다.

답 $\sqrt{6}$

0588 전략 주어진 조건을 이용하여 x_1, x_2, $\cdots$, x_n에 대한 식을 세운다.

x_1, x_2, $\cdots$, x_n의 평균이 7이므로

$$\frac{x_1+x_2+\cdots+x_n}{n}=7$$

또 x_1, x_2, $\cdots$, x_n의 표준편차가 2이므로

$$\frac{(x_1-7)^2+(x_2-7)^2+\cdots+(x_n-7)^2}{n}=2^2$$

따라서 $2x_1+5$, $2x_2+5$, $\cdots$, $2x_n+5$에 대하여

$$(\text{평균})=\frac{(2x_1+5)+(2x_2+5)+\cdots+(2x_n+5)}{n}$$

$$=\frac{2(x_1+x_2+\cdots+x_n)+5n}{n}$$

$$=2\times7+5=19$$

$$(\text{분산})=\frac{1}{n}\{(2x_1+5-19)^2+(2x_2+5-19)^2+\cdots+(2x_n+5-19)^2\}$$

$$=4\times\frac{(x_1-7)^2+(x_2-7)^2+\cdots+(x_n-7)^2}{n}$$

$$=4\times4=16$$

$$\therefore (\text{표준편차})=\sqrt{16}=4$$

따라서 평균과 표준편차의 합은

$$19+4=23$$

답 23

III. 통계

07 상자그림과 산점도

교과서문제 정복하기

본문 101, 103쪽

0589 답 7, 6, 4, 4, 8, 8

0590 자료의 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

4, 5, 7, 8, 9, 10, 11

따라서 이 자료의 중앙값, 즉 제2사분위수는 8이다.
4, 5, 7의 중앙값은 5이므로 제1사분위수는 5이고, 9, 10, 11의 중앙값은 10이므로 제3사분위수는 10이다.

답 제1사분위수: 5, 제2사분위수: 8, 제3사분위수: 10

0591 자료의 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

10, 10, 12, 13, 13, 15, 19, 20

따라서 이 자료의 중앙값, 즉 제2사분위수는 $\frac{13+13}{2}=13$이다.
10, 10, 12, 13의 중앙값은 $\frac{10+12}{2}=11$이므로 제1사분위수는 11이고, 13, 15, 19, 20의 중앙값은 $\frac{15+19}{2}=17$이므로 제3사분위수는 17이다.

답 제1사분위수: 11, 제2사분위수: 13, 제3사분위수: 17

0592 자료의 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

2, 4, 4, 7, 9, 13, 16, 19, 21, 23

따라서 이 자료의 중앙값, 즉 제2사분위수는 $\frac{9+13}{2}=11$이다.
2, 4, 4, 7, 9의 중앙값은 4이므로 제1사분위수는 4이고,
13, 16, 19, 21, 23의 중앙값은 19이므로 제3사분위수는 19이다.

답 제1사분위수: 4, 제2사분위수: 11, 제3사분위수: 19

0593 자료의 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

25, 27, 27, 27, 28, 29, 31, 31, 32, 34, 34, 35

따라서 이 자료의 중앙값, 즉 제2사분위수는 $\frac{29+31}{2}=30$ (세)이다.
25, 27, 27, 27, 28, 29의 중앙값은 $\frac{27+27}{2}=27$ (세)이므로 제1사분위수는 27세이다.
31, 31, 32, 34, 34, 35의 중앙값은 $\frac{32+34}{2}=33$ (세)이므로 제3사분위수는 33세이다.

답 제1사분위수: 27세, 제2사분위수: 30세, 제3사분위수: 33세

0594 제1사분위수는 27세, 제3사분위수는 33세이므로 사분위수 범위는

$33-27=6$ (세)

답 6세

0595 자료의 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

55, 56, 56, 57, 58, 58, 58, 60, 60, 61, 63, 64, 65, 65, 67

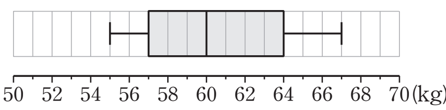
최솟값은 가장 작은 변량인 55 kg, 최댓값은 가장 큰 변량인 67 kg이다.
또 이 자료의 중앙값은 8번째 변량인 60 kg이다.
55, 56, 56, 57, 58, 58, 58의 중앙값은 57 kg이므로 제1사분위수는 57 kg이고, 60, 61, 63, 64, 65, 65, 67의 중앙값은 64 kg이므로 제3사분위수는 64 kg이다.
따라서 표를 완성하면 다음과 같다.

(단위: kg)

최솟값	제1사분위수	중앙값	제3사분위수	최댓값
55	57	60	64	67

답 풀이 참조

0596 주어진 자료를 상자그림으로 나타내면 다음과 같다.



답 풀이 참조

0597 답 최솟값: 1회, 최댓값: 10회

0598 답 제1사분위수: 4회, 제2사분위수: 7회, 제3사분위수: 8회

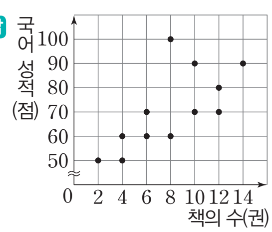
0599 제1사분위수가 4회, 제3사분위수가 8회이므로 매점 방문 횟수가 4회 이상 8회 이하인 학생은 전체의 약 50 %이다.

답 50 %

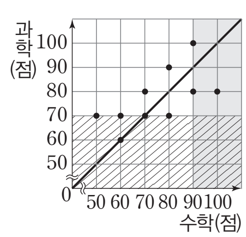
0600 ㉠~㉣ 중 변량이 가장 밀집되어 있는 구간은 길이가 가장 짧은 ㉢이다.

답 ㉢

0601 답



0602 수학 성적이 90점 이상인 학생 수는 오른쪽 산점도에서 색칠한 부분(경계선 포함)의 점의 개수와 같으므로 3명이다.



답 3명

0603 과학 성적이 70점 이하인 학생 수는 **0602**의 산점도에서 빗금 친 부분(경계선 포함)의 점의 개수와 같으므로 5명이다.

답 5명

0604 수학 성적과 과학 성적이 같은 학생 수는 **0602**의 산점도에서 대각선 위의 점의 개수와 같으므로 2명이다.

답 2명

0605 과학 성적이 수학 성적보다 높은 학생 수는 **0602**의 산점도에서 대각선 위쪽 부분의 점의 개수와 같으므로 5명이다.

답 5명

0606 산점도에서 점들이 오른쪽 위로 향하는 경향이 있는 것은 ㄱ, ㅁ이다. 답 ㄱ, ㅁ

0607 산점도에서 점들이 오른쪽 아래로 향하는 경향이 있는 것은 ㄴ, ㅂ이다. 답 ㄴ, ㅂ

0608 산점도에서 점들이 오른쪽 위로 향하거나 오른쪽 아래로 향하는 경향이 없는 것은 ㄷ, ㄹ이다. 답 ㄷ, ㄹ

0609 답 양

0610 답 음

0611 답 ×

0612 답 양

0613 답 음

유형 익히기

본문 104~111쪽

0614 자료의 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

24, 26, 28, 28, 30, 32, 32, 34, 36, 38, 38, 40, 40, 40

이 자료의 중앙값은 $\frac{32+34}{2}=33$ (점)이다.

24, 26, 28, 28, 30, 32, 32의 중앙값은 28점이므로 제1사분위수는 28점이다.

34, 36, 38, 38, 40, 40, 40의 중앙값은 38점이므로 제3사분위수는 38점이다.

따라서 $a=28$, $b=33$, $c=38$이므로

$a+b-c=28+33-38=23$

답 23

0615 자료의 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

51, 54, 54, 55, 57, 58, 58, 62, 65

③ 51, 54, 54, 55의 중앙값은 $\frac{54+54}{2}=54$ (g)이므로 제1사분위수는 54 g이다.

④ 58, 58, 62, 65의 중앙값은 $\frac{58+62}{2}=60$ (g)이므로 제3사분위수는 60 g이다.

⑤ 제1사분위수는 54 g, 제3사분위수는 60 g이므로 사분위수 범위는 $60-54=6$ (g)

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다. 답 ⑤

0616 자료의 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

3, 5, 5, 5, 6, 8, 8, 10, 10, 11, 12, 12, 12, 15, 15, 16, 20

이 자료의 중앙값은 10분이므로

$a=10$ … 1단계

3, 5, 5, 5, 6, 8, 8, 10의 중앙값은 $\frac{5+6}{2}=5.5$ (분)이므로

제1사분위수는 5.5분이다.

11, 12, 12, 12, 15, 15, 16, 20의 중앙값은 $\frac{12+15}{2}=13.5$ (분)

이므로 제3사분위수는 13.5분이다.

즉 사분위수 범위는 $13.5-5.5=8$ (분)이므로

$b=8$ … 2단계

$\therefore a-b=10-8=2$ … 3단계

답 2

단계	채점 요소	비율
1	a의 값 구하기	30 %
2	b의 값 구하기	60 %
3	$a-b$의 값 구하기	10 %

0617 중앙값이 10이므로

$2x=10 \quad \therefore x=5$

따라서 제1사분위수는 $x-1=5-1=4$, 제3사분위수는 19이므로 사분위수 범위는

$19-4=15$ 답 ④

0618 제1사분위수가 9이므로

$\frac{8+a}{2}=9 \quad \therefore a=10$

제3사분위수가 18이므로

$\frac{15+b}{2}=18 \quad \therefore b=21$

$\therefore a+b=10+21=31$ 답 31

0619 a, b를 제외한 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

3, 4, 4, 5, 6, 8, 9, 11, 13

전체 변량이 11개일 때, 중앙값은 6번째 변량이므로 이 자료의 6번째 변량은 8회이다.

즉 a의 값은 8보다 크거나 같은 자연수이다.

또 전체 변량이 11개일 때, 제3사분위수는 9번째 변량이므로 이 자료의 9번째 변량은 9회이다.

$\therefore b=8$ 또는 $b=9$

이때 $a<b$이므로 $a=8$, $b=9$ 답 $a=8$, $b=9$

0620 자료의 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

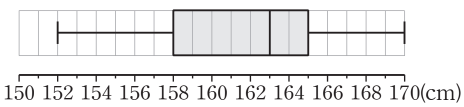
5, 5, 5, 6, 8, 8, 10, 10, 10, 11, 12, 13, 15, 15, 17, 18

이때 최솟값은 5권, 최댓값은 18권, 중앙값은 $\frac{10+10}{2}=10$ (권),

제1사분위수는 $\frac{6+8}{2}=7$ (권), 제3사분위수는 $\frac{13+15}{2}=14$ (권)

이므로 상자그림으로 나타내면 ③과 같다. 답 ③

0621 최솟값은 152 cm, 최댓값은 170 cm, 제1사분위수는 158 cm, 중앙값은 163 cm, 제3사분위수는 165 cm이므로 상자그림으로 나타내면 다음과 같다.



답 풀이 참조

0622 주어진 상자그림에서 최솟값은 40, 최댓값은 100, 제1사분위수는 60, 중앙값은 70, 제3사분위수는 85이다.

④ 최솟값은 40, 최댓값은 100, 중앙값은 $\frac{70+70}{2}=70$, 제1사분위수는 60, 제3사분위수는 85이다.

따라서 주어진 상자그림이 나타내는 자료로 알맞은 것은 ④이다.

답 ④

0623 자료의 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

14, 16, 18, 22, 25, 27, 28, 32, 38

이때 최솟값은 14이므로 $a=14$ … 1단계

중앙값은 25이므로 $b=25$ … 2단계

제3사분위수는 $\frac{28+32}{2}=30$이므로 $c=30$ … 3단계

$\therefore a+b+c=14+25+30=69$ … 4단계

답 69

단계	채점 요소	비율
1	a의 값 구하기	30 %
2	b의 값 구하기	30 %
3	c의 값 구하기	30 %
4	$a+b+c$의 값 구하기	10 %

0624 ② 제1사분위수는 9초, 제3사분위수는 16초이므로

사분위수 범위는 $16-9=7$ (초)

③ 최댓값이 20초이므로 오래 매달리기 기록이 가장 좋은 학생의 오래 매달리기 기록은 20초이다.

④ 제1사분위수는 9초이므로 오래 매달리기 기록이 9초 이하인 학생은 전체의 약 25 %이다.

⑤ ㉠~㉣ 중 변량이 가장 흩어져 있는 구간은 길이가 가장 긴 ㉠이다.

따라서 옳지 않은 것은 ③이다. 답 ③

0625 제3사분위수가 85점이므로 성적이 상위 25 % 이내에 들려면 성적이 최소 85점이어야 한다. 답 85점

0626 ① 히스토그램에서 전체 환자 수는

$1+4+6+10+5+2=28$ (명)

② 상자그림에서 최솟값이 63회이므로 분당 맥박 수가 가장 적은 환자의 맥박 수는 63회이다.

③ 히스토그램에서 분당 맥박 수가 80회 이상인 환자 수는

$5+2=7$ (명) $\quad \therefore \frac{7}{28}\times 100=25$ (%)

④ 상자그림에서 제1사분위수가 71회, 제3사분위수가 80회이므로 분당 맥박 수가 71회 이상 80회 이하인 환자는 전체의 약 50 %이다.

⑤ 상자그림에서 분당 맥박 수가 71회 이하인 환자는 전체의 약 25 %이고, 분당 맥박 수가 71회 이상 80회 이하인 환자는 전체의 약 50 %이므로 분당 맥박 수가 71회 이하인 환자 수와 분당 맥박 수가 71회 이상 80회 이하인 환자 수는 같지 않다.

따라서 옳은 것은 ③, ④이다. 답 ③, ④

RPM 비법 노트

(1) 히스토그램에서 알 수 있는 것
➡ 계급의 크기, 계급의 도수, 전체 도수 등

(2) 상자그림에서 알 수 있는 것
➡ 최솟값, 최댓값, 사분위수

0627 ㄱ. 중앙값은 30개이지만 평균 영어 단어 개수는 알 수 없다.

ㄴ. 최댓값은 50개이지만 학생 수는 알 수 없다.

ㄷ. 제3사분위수가 35개이므로 하루 동안 암기한 영어 단어 개수가 35개 이하인 학생은 전체의 약 75 %이다.

ㄹ. ㉠~㉣ 중 변량이 가장 밀집되어 있는 구간은 길이가 가장 짧은 ㉢이다.

이상에서 옳은 것은 ㄷ, ㄹ이다. 답 ㄷ, ㄹ

0628 ㄱ. A 반의 봉사 활동 시간의 중앙값은 12시간, B 반의 봉사 활동 시간의 중앙값은 10시간이므로 A 반과 B 반의 봉사 활동 시간의 중앙값은 같지 않다.

ㄴ. A 반에서 봉사 활동 시간이 12시간 이상인 학생은 전체의 약 50 %이고, B 반에서 봉사 활동 시간이 12시간 이상인 학생은 전체의 약 25 %이다. 즉 봉사 활동 시간이 12시간 이상인 학생의 비율이 더 높은 반은 A 반이다.

ㄷ. A 반의 봉사 활동 시간의 중앙값이 B 반의 봉사 활동 시간의 중앙값보다 크고, A 반의 상자가 B 반의 상자보다 오른쪽에 있으므로 A 반의 봉사 활동 시간이 B 반의 봉사 활동 시간보다 대체로 길다고 할 수 있다.

이상에서 옳은 것은 ㄴ뿐이다. 답 ①

0629 (1) A 식당의 평점의 중앙값은 6점이고, B 식당의 평점의 중앙값은 8점이다. … 1단계

07 상자그림과 산점도

(2) B 식당의 평점의 중앙값이 A 식당의 평점의 중앙값보다 크고, B 식당의 상자가 A 식당의 상자보다 오른쪽에 있으므로 B 식당을 방문하는 것이 A 식당을 방문하는 것보다 더 낫다고 할 수 있다. … 2단계

답 (1) A 식당: 6점, B 식당: 8점 (2) B 식당

단계	채점 요소	비율
1	A, B 두 식당의 평점의 중앙값 구하기	50 %
2	A, B 두 식당 중 어느 식당을 방문하는 것이 더 나을지 구하기	50 %

0630 ① A 반의 기록의 중앙값은 18 m, B 반의 기록의 중앙값은 20 m이므로 B 반의 기록의 중앙값이 A 반의 기록의 중앙값보다 크다.

② A 반에서 최댓값이 24 m이므로 A 반에서 기록이 24 m 이상인 학생은 적어도 1명 존재한다.

③ B 반에서 최솟값이 14 m이므로 B 반에서 기록이 가장 낮은 학생의 기록은 14 m이다.

④ A 반에서 기록이 20 m 이하인 학생은 전체의 약 75 %이고, B 반에서 기록이 20 m 이하인 학생은 전체의 약 50 %이다. 두 반의 학생 수가 같으므로 기록이 20 m 이하인 학생은 A 반이 B 반보다 많다.

⑤ B 반의 기록의 중앙값이 A 반의 기록의 중앙값보다 크고, B 반의 상자가 A 반의 상자보다 오른쪽에 있으므로 B 반의 기록이 A 반의 기록보다 대체로 좋다고 할 수 있다.

따라서 옳은 것은 ⑤이다. 답 ⑤

0631 ① 1반에서 국어 성적의 최댓값과 최솟값의 차는

$90-50=40$ (점)

2반에서 국어 성적의 최댓값과 최솟값의 차는

$85-40=45$ (점)

즉 국어 성적의 최댓값과 최솟값의 차는 2반이 1반보다 크다.

② 1반에서 국어 성적이 75점 이상인 학생은 전체의 약 50 %이고, 2반에서 국어 성적이 75점 이상인 학생은 전체의 약 25 %이다. 1반과 2반의 학생 수가 같으므로 국어 성적이 75점 이상인 학생은 1반이 2반보다 많다.

③ 1반에서 국어 성적이 60점 이상 75점 이하인 학생은 1반 전체의 약 25 %이다.

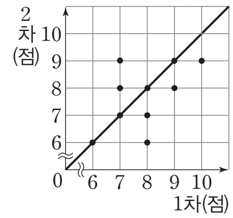
즉 1반에서 국어 성적이 60점 이상 75점 이하인 학생은 최소 $24\times\frac{25}{100}=6$ (명)이다.

④ 2반에서 제3사분위수가 75점이므로 2반에서 국어 성적이 상위 25 % 이내에 들려면 국어 성적이 최소 75점이어야 한다.

⑤ 1반의 국어 성적의 중앙값은 75점, 2반의 국어 성적의 중앙값은 70점이므로 1반의 국어 성적의 중앙값이 2반의 국어 성적의 중앙값보다 크다. 또 1반의 상자가 2반의 상자보다 위쪽에 있으므로 1반의 국어 성적이 2반의 국어 성적보다 대체로 높다고 할 수 있다.

따라서 옳지 않은 것은 ④이다. 답 ④

0632 ③ 1차와 2차에서 같은 점수를 얻은 선수 수는 오른쪽 산점도에서 대각선 위의 점의 개수와 같으므로 4명이다.



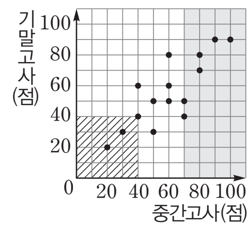
④ 1차보다 2차에서 낮은 점수를 얻은 선수 수는 오른쪽 산점도에서 대각선 아래쪽 부분의 점의 개수와 같으므로 4명이다.

⑤ 1차보다 2차에서 높은 점수를 얻은 선수 수는 위의 산점도에서 대각선 위쪽 부분의 점의 개수와 같으므로 2명이다.

$\therefore \frac{2}{10}\times100=20$ (%)

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다. 답 ⑤

0633 (1) 중간고사와 기말고사 성적이 모두 40점 이하인 학생 수는 오른쪽 산점도에서 빗금 친 부분(경계선 포함)의 점의 개수와 같으므로 3명이다.

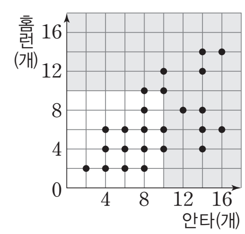


(2) 중간고사 성적이 70점 이상인 학생 수는 위의 산점도에서 색칠한 부분(경계선 포함)의 점의 개수와 같으므로 6명이다.

$\therefore$ (평균)$=\frac{40+50+70+80+90+90}{6}=\frac{420}{6}=70$ (점)

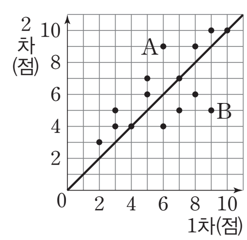
답 (1) 3명 (2) 70점

0634 안타와 홈런 중 적어도 한 종류를 10개 이상 친 학생 수는 오른쪽 산점도에서 색칠한 부분(경계선 포함)의 점의 개수와 같으므로 13명이다.



답 13명

0635 성적이 오른 학생을 나타내는 점은 오른쪽 산점도에서 대각선 위쪽 부분의 점이다. 이 중 점 A(6, 9)가 대각선에서 가장 멀리 떨어져 있으므로 성적이 가장 많이 오른 학생의 총점은



$6+9=15$ (점) $\therefore a=15$ … 1단계

성적이 떨어진 학생을 나타내는 점은 위의 산점도에서 대각선 아래쪽 부분의 점이다. 이 중 점 B(9, 5)가 대각선에서 가장 멀리 떨어져 있으므로 성적이 가장 많이 떨어진 학생의 총점은

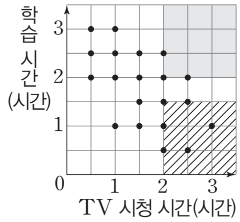
$9+5=14$ (점) $\therefore b=14$ … 2단계

$\therefore a+b=15+14=29$ … 3단계

답 29

단계	채점 요소	비율
1	a의 값 구하기	40 %
2	b의 값 구하기	40 %
3	$a+b$의 값 구하기	20 %

0636 ㄱ. TV 시청 시간과 학습 시간이 모두 2시간 이상인 학생 수는 오른쪽 산점도에서 색칠한 부분(경계선 포함)의 점의 개수와 같으므로 3명이다.



ㄴ. TV 시청 시간이 2시간 이상인 학생 중에서 학습 시간이 2시간 미만인 학생 수는 위의 산점도에서 빗금 친 부분(경계선 포함)의 점의 개수와 같으므로 6명이다.

ㄷ. TV 시청 시간이 1시간 미만인 학생 수는 3명이므로

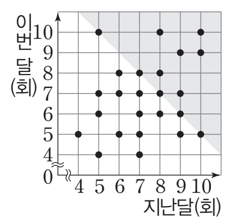
$$\frac{3}{20}\times100=15\ (\%)$$

ㄹ. 학습 시간이 1시간 30분인 학생들의 TV 시청 시간은 1.5시간, 2시간, 2.5시간이므로

$$(\text{평균})=\frac{1.5+2+2.5}{3}=2\ (\text{시간})$$

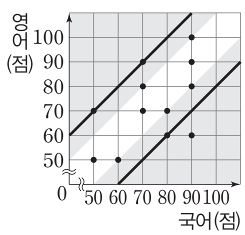
이상에서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ, ㄹ이다. 답 ㄱ, ㄷ, ㄹ

0637 지난달과 이번 달에 도서관을 방문한 횟수의 합이 15회 이상인 학생 수는 오른쪽 산점도에서 색칠한 부분(경계선 포함)의 점의 개수와 같으므로 11명이다.



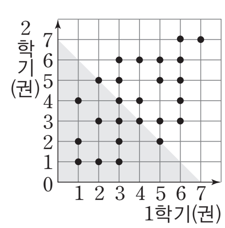
답 ③

0638 (1) 국어 성적과 영어 성적의 차가 20점인 학생 수는 오른쪽 산점도에서 두 직선 위의 점의 개수와 같으므로 3명이다.



(2) 국어 성적과 영어 성적의 차가 10점 이상인 학생 수는 오른쪽 산점도에서 색칠한 부분(경계선 포함)의 점의 개수와 같으므로 9명이다. 답 (1) 3명 (2) 9명

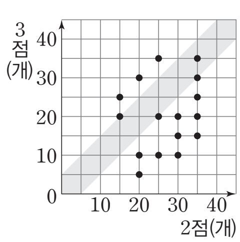
0639 1학기와 2학기에 읽은 책의 수의 합이 7권 이하인 학생 수는 오른쪽 산점도에서 색칠한 부분(경계선 포함)의 점의 개수와 같으므로 12명이다.



$$\therefore\ \frac{12}{25}\times100=48\ (\%)$$

답 ④

0640 전체 학생 수는 산점도에서 점의 개수와 같으므로 16명이다. … 1단계



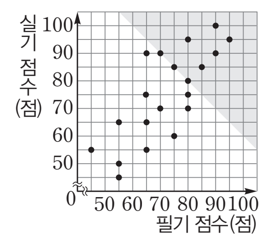
2점짜리 슛과 3점짜리 슛의 개수의 차가 5개 이하인 학생 수는 오른쪽 산점도에서 색칠한 부분(경계선 포함)의 점의 개수와 같으므로 4명이다. … 2단계

$$\therefore\ \frac{4}{16}\times100=25\ (\%)$$ … 3단계

답 25 %

단계	채점 요소	비율
1	전체 학생 수 구하기	30 %
2	2점짜리 슛과 3점짜리 슛의 개수의 차가 5개 이하인 학생 수 구하기	30 %
3	전체의 몇 %인지 구하기	40 %

0641 필기 점수와 실기 점수의 평균이 80점 이상인 학생 수는 오른쪽 산점도에서 색칠한 부분(경계선 포함)의 점의 개수와 같으므로 8명이다.



$$\therefore\ (\text{평균})=\frac{80+85+85+90+90+95+95+100}{8}$$

$$=\frac{720}{8}=90\ (\text{점})$$

답 90점

0642 주어진 산점도는 음의 상관관계를 나타낸다.
①, ⑤ 상관관계가 없다.
② 음의 상관관계
③, ④ 양의 상관관계 답 ②

0643 x와 y 사이에는 양의 상관관계가 있다.
따라서 x와 y 사이의 상관관계를 나타낸 산점도로 알맞은 것은 ③이다. 답 ③

0644 주어진 산점도는 양의 상관관계를 나타낸다.
ㄱ, ㄹ, ㅁ. 양의 상관관계
ㄴ. 음의 상관관계
ㄷ. 상관관계가 없다. 답 ④

0645 하루 중 낮의 길이가 길어질수록 밤의 길이는 짧아지므로 낮의 길이와 밤의 길이 사이에는 음의 상관관계가 있다.
①, ③ 상관관계가 없다.
②, ⑤ 양의 상관관계
④ 음의 상관관계 답 ④

0646 ①, ② 양의 상관관계
③, ④ 음의 상관관계
⑤ 상관관계가 없다. 답 ⑤

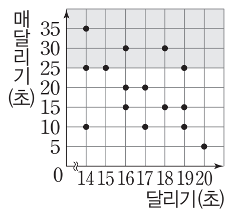
0647 ② D는 A보다 소득은 많지만 저축액은 적다.
따라서 옳지 않은 것은 ②이다. 답 ②

0648 오른쪽 눈의 시력에 비하여 왼쪽 눈의 시력이 가장 나쁜 학생은 A이다. 답 A

0649 ㄴ. 높이뛰기 실기 점수에 비하여 멀리뛰기 실기 점수가 가장 높은 학생은 D이다.
ㄷ. B보다 C가 두 종목의 실기 점수의 평균이 높다.
이상에서 옳은 것은 ㄱ, ㄹ이다. 답 ㄱ, ㄹ

0650 오래 매달리기 기록이 상위 40 % 이내에 드는 선수 수는

$15\times\frac{40}{100}=6$ (명)



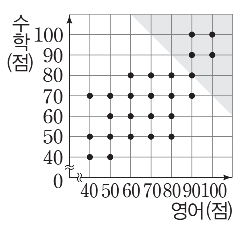
이 6명의 선수를 나타내는 점은 오른쪽 산점도에서 색칠한 부분(경계선 포함)의 점이므로

$(\text{평균})=\frac{14+14+15+16+18+19}{6}$

$=\frac{96}{6}=16$ (초) 답 16초

0651 두 과목의 성적의 합이 상위 20 % 이내에 드는 학생 수는

$25\times\frac{20}{100}=5$ (명) … 1단계



이 5명의 학생을 나타내는 점은 오른쪽 산점도에서 색칠한 부분(경계선 포함)의 점이므로

$(\text{평균})=\frac{90+90+90+100+100}{5}$

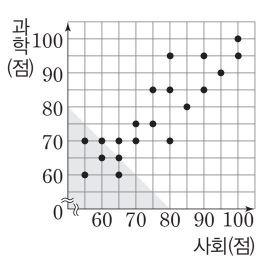
$=\frac{470}{5}=94$ (점) … 2단계

답 94점

단계	채점 요소	비율
1	두 과목의 성적의 합이 상위 20 % 이내에 드는 학생 수 구하기	30 %
2	평균 구하기	70 %

0652 두 과목의 성적의 합이 하위 30 % 이내에 드는 학생 수는

$20\times\frac{30}{100}=6$ (명)



이 6명의 학생을 나타내는 점은 오른쪽 산점도에서 색칠한 부분(경계선 포함)의 점이므로

$(\text{평균})=\frac{60+60+65+65+70+70}{6}$

$=\frac{390}{6}=65$ (점) 답 65점

시험에 꼭 나오는 문제

본문 112~115쪽

0653 전략 먼저 자료의 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열한다.

자료의 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

26, 27, 28, 28, 29, 30, 30

따라서 이 자료의 중앙값, 즉 제2사분위수는 28 ℃이다.
26, 27, 28의 중앙값은 27 ℃이므로 제1사분위수는 27 ℃이고,
29, 30, 30의 중앙값은 30 ℃이므로 제3사분위수는 30 ℃이다.

답 제1사분위수: 27 ℃, 제2사분위수: 28 ℃, 제3사분위수: 30 ℃

0654 전략 중앙값이 11임을 이용하여 x의 값을 구한다.

이 자료의 중앙값이 11이므로

$\frac{x+13}{2}=11 \qquad \therefore x=9$

따라서 제3사분위수는

$\frac{15+(x+8)}{2}=\frac{15+17}{2}=16$ 답 16

0655 전략 최솟값, 제1사분위수, 중앙값, 제3사분위수, 최댓값을 구하여 자료를 상자그림으로 나타낸다.

자료의 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

6, 8, 10, 12, 13, 15, 16, 20, 23, 28

이때 최솟값은 6, 최댓값은 28, 중앙값은 $\frac{13+15}{2}=14$,
제1사분위수는 10, 제3사분위수는 20이다.
따라서 옳지 않은 것은 ③이다. 답 ③

0656 전략 상자그림의 특징에 대하여 생각해 본다.

① 제1사분위수는 6개, 제3사분위수는 15개이므로 사분위수 범위는 $15-6=9$ (개)
③ 받은 전자 우편이 6개 이상 13개 이하인 직원은 전체의 약 25 %이다.
④ 받은 전자 우편이 15개 이상인 직원은 전체의 약 25 %이므로 받은 전자 우편이 15개 이상인 직원은 최소 $28\times\frac{25}{100}=7$ (명)이다.
⑤ ㉠~㉣ 중 변량이 가장 흩어져 있는 구간은 길이가 가장 긴 ㉡이다.

따라서 옳은 것은 ②, ④이다. 답 ②, ④

0657 전략 히스토그램과 상자그림을 이용하여 자료를 분석한다.

ㄴ. 히스토그램에서 전체 학생 수는

$2+4+8+5+3+2+1=25$ (명)

통학 시간이 15분 이상 25분 미만인 학생 수는

$5+3=8$ (명)

$\therefore \frac{8}{25}\times100=32$ (%)

ㄷ. 히스토그램에서 통학 시간이 30분 이상 35분 미만인 학생은 1명이고, 상자그림에서 최댓값이 32분이므로 통학 시간이 32분인 학생은 1명이다.

이상에서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다. 답 ㄱ, ㄷ

0658 전략 주어진 두 상자그림을 이용하여 a, b, c의 값을 구한다.

(가)에서 A 반의 턱걸이 기록의 중앙값은 8회, B 반의 턱걸이 기록의 중앙값은 9회이므로 합은

$8+9=17$ (회) $\quad \therefore a=17$

(나)에서 A 반의 턱걸이 기록의 최댓값은 13회, 최솟값은 4회이므로 차는

$13-4=9$ (회) $\quad \therefore b=9$

(다)에서 B 반의 제3사분위수가 12회이므로 기록이 상위 25 % 이내에 들려면 기록은 최소 12회이어야 한다. $\quad \therefore c=12$

$\therefore a+b+c=17+9+12=38$ 답 38

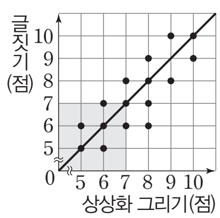
0659 전략 주어진 세 상자그림을 비교, 분석한다.

(1) A 건전지의 수명의 중앙값은 17시간, B 건전지의 수명의 중앙값은 14시간, C 건전지의 수명의 중앙값은 15시간이다.

(2) A 건전지의 수명의 중앙값이 가장 크고, A 건전지의 상자가 가장 오른쪽에 있으므로 A 건전지를 사용하는 것이 가장 유리하다고 할 수 있다.

답 (1) 17시간, 14시간, 15시간 (2) A 건전지

0660 전략 주어진 산점도에 기준이 되는 보조선을 긋는다.



① 과학 상상화 그리기 점수와 글짓기 점수가 같은 학생 수는 오른쪽 산점도에서 대각선 위의 점의 개수와 같으므로 5명이다.

② 과학 상상화 그리기 점수가 글짓기 점수보다 높은 학생 수는 오른쪽 산점도에서 대각선 아래쪽 부분의 점의 개수와 같으므로 6명이다.

③ 두 대회에서 점수가 모두 7점 이하인 학생 수는 위의 산점도에서 색칠한 부분(경계선 포함)의 점의 개수와 같으므로 7명이다.

④ 글짓기 점수가 7점 이상 9점 이하인 학생 수는 8명이므로

$\frac{8}{16}\times 100=50$ (%)

따라서 옳지 않은 것은 ③이다. 답 ③

0661 전략 1차와 2차의 점수의 합이 2위, 11위인 점을 찾는다.

순위가 2위인 선수의 1차 점수는 9점, 2차 점수는 10점이므로

$a=\frac{9+10}{2}=9.5$

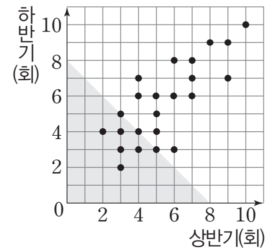
순위가 11위인 선수의 1차 점수는 6점, 2차 점수는 7점이므로

$b=\frac{6+7}{2}=6.5$

$\therefore a-b=9.5-6.5=3$ 답 3

0662 전략 주어진 산점도에 기준이 되는 보조선을 긋는다.

상반기와 하반기에 영화를 관람한 횟수의 합이 8회 이하인 회원 수는 오른쪽 산점도에서 색칠한 부분(경계선 포함)의 점의 개수와 같으므로 8명이다.

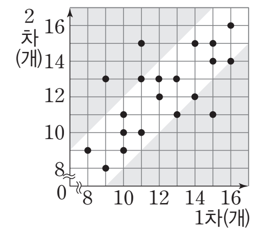


답 8명

0663 전략 주어진 산점도에 기준이 되는 보조선을 긋는다.

1차와 2차에 성공한 제기차기의 개수의 차가 2개 이상인 참가자 수는 오른쪽 산점도에서 색칠한 부분(경계선 포함)의 점의 개수와 같으므로 7명이다.

$\therefore \frac{7}{20}\times 100=35$ (%)



답 ②

0664 전략 산점도에서 점들이 오른쪽 위로 향하는 경향이 있으면 양의 상관관계가 있고, 오른쪽 아래로 향하는 경향이 있으면 음의 상관관계가 있다.

① 두 변량 사이의 상관관계는 ㄷ보다 ㄱ이 더 강하다.

② ㄹ은 상관관계가 없다.

③ ㄴ은 양의 상관관계를 나타낸다.

④ 걸은 거리와 소모한 열량 사이에는 양의 상관관계가 있다.

⑤ ㅁ은 상관관계가 없고, 산의 높이와 공기 중 산소의 양 사이에는 음의 상관관계가 있다.

따라서 옳은 것은 ④이다. 답 ④

0665 전략 한 변량이 증가함에 따라 다른 변량이 증가하는지 감소하는지 알아본다.

①, ③, ④, ⑤ 양의 상관관계

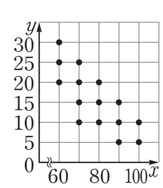
② 음의 상관관계

따라서 상관관계가 나머지 넷과 다른 하나는 ②이다. 답 ②

0666 전략 점을 추가로 나타낸 후 두 변량 x와 y 사이에 어떤 상관관계가 있는지 알아본다.

주어진 변량을 추가하여 산점도를 그리면 오른쪽 그림과 같다.

따라서 두 변량 x와 y 사이에는 음의 상관관계가 있다.



답 음의 상관관계

0667 전략 주어진 산점도에서 A, B, C, D, E의 키와 몸무게를 분석한다.

⑤ C는 키에 비하여 몸무게가 많이 나간다.

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다. 답 ⑤

0668 전략 (사분위수 범위)=(제3사분위수)−(제1사분위수)임을 이용한다.

자료의 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

1, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 5, 6, 6

이때 1, 2, 2, 3, 3, 3의 중앙값은 $\frac{2+3}{2}=2.5$이므로 제1사분위수는 2.5이다. … 1단계

또 4, 4, 4, 5, 6, 6의 중앙값은 $\frac{4+5}{2}=4.5$이므로 제3사분위수는 4.5이다. … 2단계

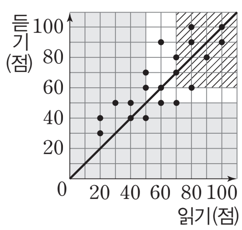
따라서 사분위수 범위는 $4.5-2.5=2$ … 3단계

답 2

단계	채점 요소	비율
1	제1사분위수 구하기	30 %
2	제3사분위수 구하기	30 %
3	사분위수 범위 구하기	40 %

0669 전략 산점도에서 각 조건을 만족시키는 점의 개수를 구한다.

(가)에서 듣기 점수가 읽기 점수보다 높은 응시자 수는 오른쪽 산점도에서 대각선 위쪽 부분의 점의 개수와 같으므로 10명이다.



$\therefore a=10$ … 1단계

(나)에서 듣기와 읽기 중 적어도 하나의 점수가 60점 미만인 응시자 수는 위의 산점도에서 색칠한 부분(경계선 포함)의 점의 개수와 같으므로 10명이다.

$\therefore b=10$ … 2단계

(다)에서 읽기 점수가 70점 이상인 응시자 중에서 듣기 점수가 60점 이상인 응시자 수는 위의 산점도에서 빗금 친 부분(경계선 포함)의 점의 개수와 같으므로 8명이다.

$\therefore c=8$ … 3단계

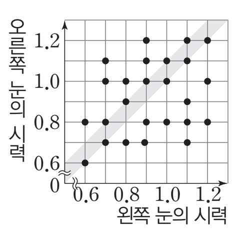
$\therefore a+b-c=10+10-8=12$ … 4단계

답 12

단계	채점 요소	비율
1	a의 값 구하기	30 %
2	b의 값 구하기	30 %
3	c의 값 구하기	30 %
4	$a+b-c$의 값 구하기	10 %

0670 전략 $0\le b-a\le 0.1$의 의미를 생각해 본다.

$0\le b-a\le 0.1$을 만족시키려면 오른쪽 눈의 시력이 왼쪽 눈의 시력보다 크거나 같고 두 눈의 시력의 차가 0.1 이하이어야 한다.



따라서 $0\le b-a\le 0.1$을 만족시키는 학생 수는 오른쪽 산점도에서 색칠한 부분(경계선 포함)의 점의 개수와 같으므로 10명이다. … 1단계

$\therefore \frac{10}{25}\times 100=40\ (\%)$ … 2단계

답 40 %

단계	채점 요소	비율
1	$0\le b-a\le 0.1$을 만족시키는 학생 수 구하기	70 %
2	전체의 몇 %인지 구하기	30 %

0671 전략 평균을 이용하여 a와 b 사이의 관계식을 구한다.

평균이 8이므로

$$\frac{9+2+4+17+12+10+14+3+a+b}{10}=8$$

$71+a+b=80 \qquad \therefore a+b=9$

이때 a, b는 자연수이고 $a<b$이므로 a, b의 순서쌍 (a, b)는

$(1, 8)$, $(2, 7)$, $(3, 6)$, $(4, 5)$ …… ㉠

a, b를 제외한 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

2, 3, 4, 9, 10, 12, 14, 17

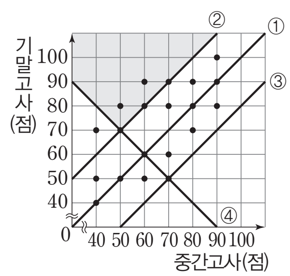
전체 변량이 10개일 때, 제1사분위수는 3번째 변량이므로 제1사분위수가 4이려면 $a\ge 4$이어야 한다.

㉠에서 $a=4$, $b=5$ $\quad\therefore ab=4\times 5=20$

답 20

0672 전략 산점도에서 세 조건을 모두 만족시키는 점의 개수를 구한다.

(가)에서 기말고사 성적이 중간고사 성적보다 향상된 학생을 나타내는 점은 오른쪽 산점도에서 직선 ①의 위쪽 부분의 점이다.



(나)에서 중간고사와 기말고사의 성적의 차가 20점 이상인 학생을 나타내는 점은 오른쪽 산점도에서 직선 ②의 위쪽 부분(경계선 포함) 또는 직선 ③의 아래쪽 부분(경계선 포함)의 점이다.

(다)에서 중간고사와 기말고사의 성적의 평균이 60점 이상인 학생을 나타내는 점은 위의 산점도에서 직선 ④의 위쪽 부분(경계선 포함)의 점이다.

따라서 주어진 조건을 모두 만족시키는 학생 수는 위의 산점도에서 색칠한 부분(경계선 포함)의 점의 개수와 같으므로 5명이다.

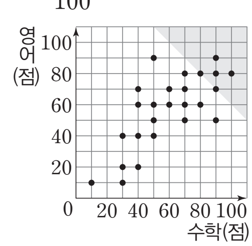
$\therefore \frac{5}{20}\times 100=25\ (\%)$

답 25 %

0673 전략 산점도에서 오른쪽 위에 있을수록 두 과목의 성적의 평균이 높다.

상위 20 % 이내에 드는 학생 수는 $25\times\frac{20}{100}=5$ (명)

이 5명의 학생을 나타내는 점은 오른쪽 산점도에서 색칠한 부분(경계선 포함)의 점이므로



(평균)

$=\frac{80+90+90+90+100}{5}$

$=\frac{450}{5}=90$ (점)

답 90점

정답 및 풀이

본책 115~119쪽

대표문제 다시 풀기

01 삼각비

01 $\overline{AC}=\sqrt{7^2-5^2}=\sqrt{24}=2\sqrt{6}$

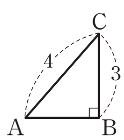
⑤ $\tan B=\dfrac{2\sqrt{6}}{5}$

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다. 답 ⑤

02 $\cos C=\dfrac{\overline{AC}}{10}=\dfrac{2}{5}$이므로 $\overline{AC}=4$

$\therefore \overline{AB}=\sqrt{10^2-4^2}=\sqrt{84}=2\sqrt{21}$ 답 $2\sqrt{21}$

03 $\angle B=90°$이고 $\sin A=\dfrac{3}{4}$이므로 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}=4$, $\overline{BC}=3$인 직각삼각형 ABC를 생각할 수 있다.



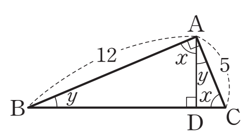
$\overline{AB}=\sqrt{4^2-3^2}=\sqrt{7}$이므로

$\cos A=\dfrac{\sqrt{7}}{4}$, $\tan A=\dfrac{3}{\sqrt{7}}$

$\therefore \cos A\div\tan A=\dfrac{\sqrt{7}}{4}\div\dfrac{3}{\sqrt{7}}=\dfrac{\sqrt{7}}{4}\times\dfrac{\sqrt{7}}{3}=\dfrac{7}{12}$

답 ②

04 $\triangle ABC\backsim\triangle DBA$ (AA 닮음)이므로



$\angle BCA=\angle BAD=x$

$\triangle ABC\backsim\triangle DAC$ (AA 닮음)이므로

$\angle ABC=\angle DAC=y$

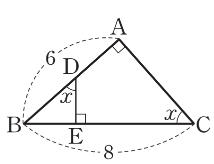
$\triangle ABC$에서 $\overline{BC}=\sqrt{12^2+5^2}=\sqrt{169}=13$이므로

$\cos x=\cos C=\dfrac{\overline{AC}}{\overline{BC}}=\dfrac{5}{13}$

$\sin y=\sin B=\dfrac{\overline{AC}}{\overline{BC}}=\dfrac{5}{13}$

$\therefore \cos x-\sin y=\dfrac{5}{13}-\dfrac{5}{13}=0$ 답 0

05 $\triangle ABC\backsim\triangle EBD$ (AA 닮음)이므로

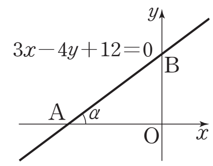


$\angle BCA=\angle BDE=x$

$\triangle ABC$에서 $\overline{AC}=\sqrt{8^2-6^2}=\sqrt{28}=2\sqrt{7}$이므로

$\tan x=\tan C=\dfrac{\overline{AB}}{\overline{AC}}=\dfrac{6}{2\sqrt{7}}=\dfrac{3\sqrt{7}}{7}$ 답 $\dfrac{3\sqrt{7}}{7}$

06 일차방정식 $3x-4y+12=0$의 그래프가 x축, y축과 만나는 점을 각각 A, B라 하자.



$3x-4y+12=0$에 $y=0$을 대입하면

$3x+12=0$ $\therefore x=-4$

$\therefore A(-4,\ 0)$

또 $x=0$을 대입하면

$-4y+12=0$ $\therefore y=3$

$\therefore B(0,\ 3)$

$\triangle AOB$에서 $\overline{OA}=4$, $\overline{OB}=3$이므로

$\overline{AB}=\sqrt{4^2+3^2}=\sqrt{25}=5$

따라서 $\sin\alpha=\dfrac{\overline{OB}}{\overline{AB}}=\dfrac{3}{5}$, $\cos\alpha=\dfrac{\overline{OA}}{\overline{AB}}=\dfrac{4}{5}$이므로

$\sin\alpha+\cos\alpha=\dfrac{3}{5}+\dfrac{4}{5}=\dfrac{7}{5}$ 답 ③

07 $\triangle FGH$에서 $\overline{FH}=\sqrt{5^2+5^2}=\sqrt{50}=5\sqrt{2}$

$\triangle BFH$에서 $\overline{BH}=\sqrt{5^2+(5\sqrt{2})^2}=\sqrt{75}=5\sqrt{3}$

$\therefore \sin x=\dfrac{\overline{BF}}{\overline{BH}}=\dfrac{5}{5\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$ 답 $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

08 ㄴ. $\cos 30°\times\tan 60°=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times\sqrt{3}=\dfrac{3}{2}$

ㄷ. $\sin^2 60°-\tan^2 30°=\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)^2-\left(\dfrac{\sqrt{3}}{3}\right)^2=\dfrac{3}{4}-\dfrac{1}{3}=\dfrac{5}{12}$

이상에서 옳은 것은 ㄱ, ㄹ이다. 답 ③

09 $\tan 45°=1$이므로

$3x+15°=45°$ $\therefore x=10°$

$\therefore \cos 6x=\cos 60°=\dfrac{1}{2}$ 답 $\dfrac{1}{2}$

10 $\triangle ADC$에서 $\sin 45°=\dfrac{\overline{AD}}{3\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

$\therefore \overline{AD}=3$

$\triangle ABD$에서 $\sin 30°=\dfrac{3}{\overline{AB}}=\dfrac{1}{2}$

$\therefore \overline{AB}=6$ 답 6

11 구하는 직선의 방정식을 $y=ax+b$라 하면

$a=\tan 60°=\sqrt{3}$

직선 $y=\sqrt{3}x+b$가 점 $(-\sqrt{3},\ 3)$을 지나므로

$3=\sqrt{3}\times(-\sqrt{3})+b$ $\therefore b=6$

$\therefore y=\sqrt{3}x+6$ 답 ⑤

12 ① $\sin x=\dfrac{\overline{AB}}{\overline{OA}}=\dfrac{\overline{AB}}{1}=\overline{AB}$

② $\tan x=\dfrac{\overline{CD}}{\overline{OD}}=\dfrac{\overline{CD}}{1}=\overline{CD}$

③ $\sin y=\dfrac{\overline{OB}}{\overline{OA}}=\dfrac{\overline{OB}}{1}=\overline{OB}$

④ $\cos y=\frac{\overline{AB}}{\overline{OA}}=\frac{\overline{AB}}{1}=\overline{AB}$

⑤ $\overline{AB}\,/\!/\,\overline{CD}$이므로 $z=y$ (동위각)

$\therefore \cos z=\cos y=\overline{AB}$

따라서 옳은 것은 ⑤이다. 답 ⑤

13 ① $\sin 0^\circ-\cos 90^\circ=0-0=0$

③ $\cos 0^\circ\times\tan 45^\circ=1\times1=1$

⑤ $\sin 90^\circ\div\cos 60^\circ-\tan 0^\circ=1\div\frac{1}{2}-0=2$

따라서 옳은 것은 ②, ④이다. 답 ②, ④

14 ⑤ $\tan 45^\circ=1$에서 $\tan 48^\circ>1$이고 $0<\sin 80^\circ<1$이므로

$\sin 80^\circ<\tan 48^\circ$

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다. 답 ⑤

15 $0^\circ<A<90^\circ$일 때, $0<\cos A<1$이므로

$\cos A-1<0,\ \cos A+1>0$

$\therefore \sqrt{(\cos A-1)^2}-\sqrt{(\cos A+1)^2}$

$=-(\cos A-1)-(\cos A+1)$

$=-\cos A+1-\cos A-1$

$=-2\cos A$ 답 ①

16 $\sin 68^\circ=0.9272$이므로 $x=68^\circ$

$\tan 66^\circ=2.2460$이므로 $y=66^\circ$

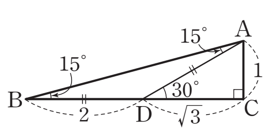
$\therefore x+y=68^\circ+66^\circ=134^\circ$ 답 134°

17 $\sin 32^\circ=\frac{x}{100}=0.5299$이므로 $x=52.99$

$\cos 32^\circ=\frac{y}{100}=0.8480$이므로 $y=84.80$

$\therefore y-x=84.80-52.99=31.81$ 답 31.81

18 $\triangle$ABD에서



$\overline{AD}=\overline{BD}=2$이므로

$\angle DAB=\angle B=15^\circ$

$\therefore \angle ADC=15^\circ+15^\circ=30^\circ$

$\triangle$ADC에서

$\sin 30^\circ=\frac{\overline{AC}}{2}=\frac{1}{2}$ $\therefore \overline{AC}=1$

$\cos 30^\circ=\frac{\overline{CD}}{2}=\frac{\sqrt{3}}{2}$ $\therefore \overline{CD}=\sqrt{3}$

따라서 $\triangle$ABC에서

$\tan 15^\circ=\frac{\overline{AC}}{\overline{BC}}=\frac{1}{2+\sqrt{3}}=2-\sqrt{3}$ 답 $2-\sqrt{3}$

02 삼각비의 활용

01 $\sin 40^\circ=\frac{5}{\overline{AB}}$이므로 $\overline{AB}=\frac{5}{\sin 40^\circ}$

$\cos 50^\circ=\frac{5}{\overline{AB}}$이므로 $\overline{AB}=\frac{5}{\cos 50^\circ}$

따라서 $\overline{AB}$의 길이를 나타내는 것은 ①, ③이다.

답 ①, ③

02 $\triangle$CFG에서

$\overline{CG}=4\sin 30^\circ=4\times\frac{1}{2}=2\,(\text{cm})$

$\overline{FG}=4\cos 30^\circ=4\times\frac{\sqrt{3}}{2}=2\sqrt{3}\,(\text{cm})$

따라서 직육면체의 부피는

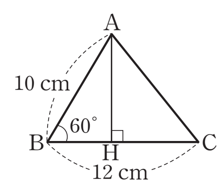
$2\sqrt{3}\times3\times2=12\sqrt{3}\,(\text{cm}^3)$ 답 $12\sqrt{3}\text{ cm}^3$

03 $\overline{BC}=8\,(\text{m})$이므로

$\overline{AC}=8\tan 45^\circ=8\times1=8\,(\text{m})$

$\therefore \overline{AH}=\overline{AC}+\overline{CH}=8+1.5=9.5\,(\text{m})$ 답 9.5 m

04 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{AH}=10\sin 60^\circ=10\times\frac{\sqrt{3}}{2}$

$=5\sqrt{3}\,(\text{cm})$

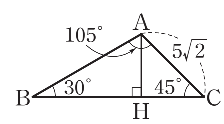
$\overline{BH}=10\cos 60^\circ=10\times\frac{1}{2}=5\,(\text{cm})$

$\overline{CH}=\overline{BC}-\overline{BH}=12-5=7\,(\text{cm})$이므로 $\triangle$AHC에서

$\overline{AC}=\sqrt{(5\sqrt{3})^2+7^2}=\sqrt{124}=2\sqrt{31}\,(\text{cm})$

답 $2\sqrt{31}$ cm

05 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\triangle$AHC에서

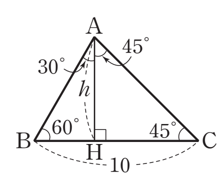
$\overline{AH}=5\sqrt{2}\sin 45^\circ$

$=5\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=5$

$\angle B=180^\circ-(105^\circ+45^\circ)=30^\circ$이므로 $\triangle$ABH에서

$\overline{AB}=\frac{5}{\sin 30^\circ}=5\div\frac{1}{2}=10$ 답 10

06 $\overline{AH}=h$라 하면 $\angle BAH=30^\circ$, $\angle CAH=45^\circ$이므로



$\overline{BH}=h\tan 30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{3}h$

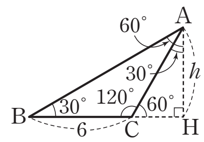
$\overline{CH}=h\tan 45^\circ=h$

$\overline{BC}=\overline{BH}+\overline{CH}$이므로

$10=\frac{\sqrt{3}}{3}h+h,\quad \frac{\sqrt{3}+3}{3}h=10$

$\therefore h=\frac{30}{\sqrt{3}+3}=5(3-\sqrt{3})$ 답 $5(3-\sqrt{3})$

07 $\overline{AH}=h$라 하면 $\angle BAH=60^\circ$, $\angle CAH=30^\circ$이므로



$\overline{BH}=h\tan 60^\circ=\sqrt{3}h$

$\overline{CH}=h\tan 30^\circ=\dfrac{\sqrt{3}}{3}h$

$\overline{BC}=\overline{BH}-\overline{CH}$이므로

$6=\sqrt{3}h-\dfrac{\sqrt{3}}{3}h,\qquad \dfrac{2\sqrt{3}}{3}h=6$

$\therefore h=3\sqrt{3}$

답 $3\sqrt{3}$

08 $\angle A=180^\circ-2\times 67.5^\circ=45^\circ$

$\therefore \triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times 4\times 4\times \sin 45^\circ$

$=\dfrac{1}{2}\times 4\times 4\times \dfrac{\sqrt{2}}{2}=4\sqrt{2}\ (\text{cm}^2)$

답 $4\sqrt{2}\ \text{cm}^2$

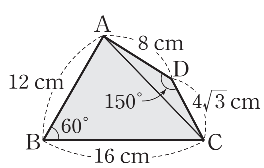
09 $\angle B=180^\circ-(25^\circ+35^\circ)=120^\circ$

$\therefore \triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times 12\times 9\times \sin(180^\circ-120^\circ)$

$=\dfrac{1}{2}\times 12\times 9\times \dfrac{\sqrt{3}}{2}=27\sqrt{3}\ (\text{cm}^2)$

답 $27\sqrt{3}\ \text{cm}^2$

10 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$를 그으면



$\square ABCD$

$=\triangle ABC+\triangle ACD$

$=\dfrac{1}{2}\times 12\times 16\times \sin 60^\circ$

$+\dfrac{1}{2}\times 8\times 4\sqrt{3}\times \sin(180^\circ-150^\circ)$

$=\dfrac{1}{2}\times 12\times 16\times \dfrac{\sqrt{3}}{2}+\dfrac{1}{2}\times 8\times 4\sqrt{3}\times \dfrac{1}{2}$

$=48\sqrt{3}+8\sqrt{3}=56\sqrt{3}\ (\text{cm}^2)$

답 $56\sqrt{3}\ \text{cm}^2$

11 마름모 ABCD의 한 변의 길이를 x cm라 하면

$x\times x\times \sin(180^\circ-120^\circ)=32\sqrt{3}$

$x\times x\times \dfrac{\sqrt{3}}{2}=32\sqrt{3},\qquad \dfrac{\sqrt{3}}{2}x^2=32\sqrt{3}$

$x^2=64\qquad \therefore x=8\ (\because x>0)$

따라서 마름모 ABCD의 한 변의 길이는 8 cm이다.

답 8 cm

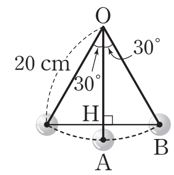
12 $\angle BOC=180^\circ-(50^\circ+70^\circ)=60^\circ$

$\therefore \square ABCD=\dfrac{1}{2}\times 9\times 8\times \sin 60^\circ$

$=\dfrac{1}{2}\times 9\times 8\times \dfrac{\sqrt{3}}{2}=18\sqrt{3}\ (\text{cm}^2)$

답 ③

13 오른쪽 그림과 같이 점 B에서 $\overline{OA}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{OH}=20\cos 30^\circ$

$=20\times \dfrac{\sqrt{3}}{2}=10\sqrt{3}\ (\text{cm})$

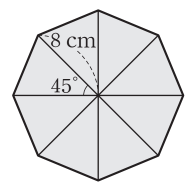
$\therefore \overline{AH}=\overline{OA}-\overline{OH}$

$=20-10\sqrt{3}\ (\text{cm})$

따라서 지점 B는 지점 A보다 $(20-10\sqrt{3})$ cm 더 높다.

답 ④

14 오른쪽 그림과 같이 정팔각형은 꼭지각의 크기가



$\dfrac{360^\circ}{8}=45^\circ$

이고 합동인 8개의 이등변삼각형으로 나누어진다.

따라서 정팔각형의 넓이는

$8\times\left(\dfrac{1}{2}\times 8\times 8\times \sin 45^\circ\right)$

$=8\times\left(\dfrac{1}{2}\times 8\times 8\times \dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)=128\sqrt{2}\ (\text{cm}^2)$

답 $128\sqrt{2}\ \text{cm}^2$

II. 원의 성질

03 원과 직선

01 $\overline{OM}\perp\overline{AB}$이므로

$\overline{AM}=\dfrac{1}{2}\overline{AB}=\dfrac{1}{2}\times 20=10\ (\text{cm})$

$\triangle AOM$에서

$\overline{OA}=\sqrt{10^2+5^2}=\sqrt{125}=5\sqrt{5}\ (\text{cm})$

답 $5\sqrt{5}$ cm

02 원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$\overline{OB}=r\ (\text{cm})$, $\overline{OM}=\overline{OC}-\overline{CM}=r-4\ (\text{cm})$

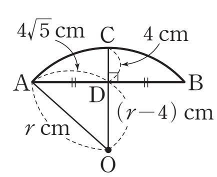
$\overline{OC}\perp\overline{AB}$이므로 $\quad \overline{BM}=\overline{AM}=6\ (\text{cm})$

$\triangle OMB$에서 $\quad r^2=6^2+(r-4)^2$

$8r=52\qquad \therefore r=\dfrac{13}{2}$

답 ②

03 $\overline{CD}$의 연장선은 이 원의 중심을 지나므로 오른쪽 그림과 같이 원의 중심을 O, 반지름의 길이를 r cm라 하면



$\overline{OA}=r\ (\text{cm})$

$\overline{OD}=\overline{OC}-\overline{CD}=r-4\ (\text{cm})$

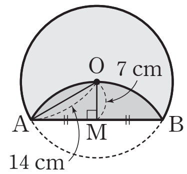
$\triangle AOD$에서

$r^2=(4\sqrt{5})^2+(r-4)^2$

$8r=96\qquad \therefore r=12$

답 12 cm

04 오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 M이라 하면



$\overline{OA}=14\ (cm)$

$\overline{OM}=\frac{1}{2}\overline{OA}=\frac{1}{2}\times14=7\ (cm)$

△OAM에서

$\overline{AM}=\sqrt{14^2-7^2}=\sqrt{147}=7\sqrt{3}\ (cm)$

$\therefore\ \overline{AB}=2\overline{AM}=2\times7\sqrt{3}=14\sqrt{3}\ (cm)$ 답 ③

05 △AOM에서

$\overline{AM}=\sqrt{7^2-(2\sqrt{6})^2}=\sqrt{25}=5\ (cm)$

$\overline{OM}\perp\overline{AB}$이므로

$\overline{AB}=2\overline{AM}=2\times5=10\ (cm)$

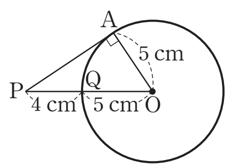
이때 $\overline{OM}=\overline{ON}$이므로 $\overline{CD}=\overline{AB}=10\ (cm)$ 답 ①

06 $\overline{OM}=\overline{ON}$이므로 $\overline{AB}=\overline{AC}$

따라서 △ABC는 이등변삼각형이므로

$\angle ACB=\frac{1}{2}\times(180^\circ-40^\circ)=70^\circ$ 답 70°

07 $\overline{OQ}=\overline{OA}=5\ (cm)$이므로



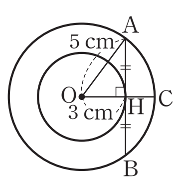
$\overline{OP}=4+5=9\ (cm)$

$\angle OAP=90^\circ$이므로 △APO에서

$\overline{AP}=\sqrt{9^2-5^2}=\sqrt{56}=2\sqrt{14}\ (cm)$

답 $2\sqrt{14}$ cm

08 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$를 그으면



$\overline{OA}=\overline{OC}=5\ (cm)$

$\overline{AB}\perp\overline{OH}$이므로 △AOH에서

$\overline{AH}=\sqrt{5^2-3^2}=\sqrt{16}=4\ (cm)$

$\therefore\ \overline{AB}=2\overline{AH}=2\times4=8\ (cm)$

답 8 cm

09 $\overline{PA}=\overline{PB}$이므로 △APB는 이등변삼각형이다.

$\therefore\ \angle PAB=\frac{1}{2}\times(180^\circ-50^\circ)=65^\circ$

이때 $\angle PAC=90^\circ$이므로

$\angle BAC=90^\circ-65^\circ=25^\circ$ 답 ②

10 $\overline{BD}=\overline{BF}$, $\overline{CE}=\overline{CF}$이므로

$\overline{AD}+\overline{AE}=\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA}$

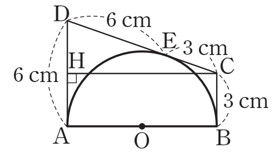
$=11+7+12=30\ (cm)$

이때 $\overline{AD}=\overline{AE}$이므로 $\overline{AE}=\frac{1}{2}\times30=15\ (cm)$ 답 ③

11 $\overline{DE}=\overline{DA}=6\ (cm)$, $\overline{CE}=\overline{CB}=3\ (cm)$이므로

$\overline{CD}=\overline{CE}+\overline{DE}=3+6=9\ (cm)$

오른쪽 그림과 같이 점 C에서 $\overline{AD}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{AH}=\overline{BC}=3\ (cm)$이므로

$\overline{DH}=6-3=3\ (cm)$

△DHC에서

$\overline{CH}=\sqrt{9^2-3^2}=\sqrt{72}=6\sqrt{2}\ (cm)$

$\therefore\ \overline{AB}=\overline{CH}=6\sqrt{2}\ (cm)$ 답 ⑤

12 $\overline{AF}=\overline{AD}=x\ (cm)$라 하면

$\overline{BE}=\overline{BD}=17-x\ (cm)$, $\overline{CE}=\overline{CF}=15-x\ (cm)$

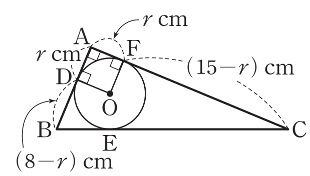
$\overline{BC}=\overline{BE}+\overline{CE}$이므로

$16=(17-x)+(15-x)$

$2x=16\qquad\therefore\ x=8$ 답 8 cm

13 $\overline{AB}=\sqrt{17^2-15^2}=\sqrt{64}=8\ (cm)$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OD}$, $\overline{OF}$를 그으면 □ADOF는 정사각형이므로 원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면



$\overline{AD}=\overline{AF}=r\ (cm)$

$\overline{BE}=\overline{BD}=8-r\ (cm)$, $\overline{CE}=\overline{CF}=15-r\ (cm)$이므로

$\overline{BC}=\overline{BE}+\overline{CE}$에서 $17=(8-r)+(15-r)$

$2r=6\qquad\therefore\ r=3$

따라서 원 O의 반지름의 길이는 3 cm이다. 답 3 cm

14 $\overline{AB}+\overline{CD}=\overline{AD}+\overline{BC}$이므로

$(x+7)+7=6+3x\qquad\therefore\ x=4$

따라서 $\overline{AB}=11\ (cm)$이므로

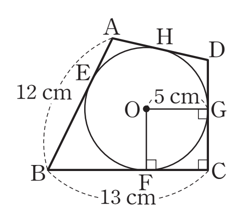
(□ABCD의 둘레의 길이)$=\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CD}+\overline{DA}$

$=2(\overline{AB}+\overline{CD})$

$=2(11+7)=36\ (cm)$

답 ④

15 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OF}$를 그으면 □OFCG는 정사각형이므로



$\overline{CF}=\overline{OG}=5\ (cm)$

$\overline{BE}=\overline{BF}=13-5=8\ (cm)$이므로

$\overline{AH}=\overline{AE}=12-8=4\ (cm)$

답 ④

16 △DEC에서

$\overline{CE}=\sqrt{13^2-12^2}=\sqrt{25}=5\ (cm)$

$\overline{BE}=x$ cm라 하면

$\overline{AD}=x+5\ (cm)$

$\overline{AB}+\overline{DE}=\overline{AD}+\overline{BE}$이므로

$12+13=(x+5)+x$

$2x=20\qquad\therefore\ x=10$ 답 10 cm

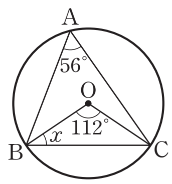
II. 원의 성질

04 원주각

01 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OC}$를 그으면

$\angle BOC=2\angle BAC$

$=2\times 56^\circ=112^\circ$



$\triangle OBC$는 $\overline{OB}=\overline{OC}$인 이등변삼각형이므로

$\angle x=\dfrac{1}{2}\times(180^\circ-112^\circ)=34^\circ$

답 ④

02 $\angle y=2\angle BCD=2\times 75^\circ=150^\circ$

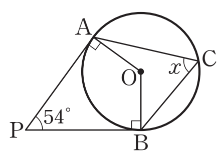
$\widehat{BCD}$에 대한 중심각의 크기는 $360^\circ-150^\circ=210^\circ$이므로

$\angle x=\dfrac{1}{2}\times 210^\circ=105^\circ$

$\therefore\ \angle y-\angle x=150^\circ-105^\circ=45^\circ$

답 45°

03 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$, $\overline{OB}$를 그으면 $\angle OAP=\angle OBP=90^\circ$이므로



□APBO에서

$\angle AOB=180^\circ-54^\circ=126^\circ$

$\therefore\ \angle x=\dfrac{1}{2}\angle AOB=\dfrac{1}{2}\times 126^\circ=63^\circ$

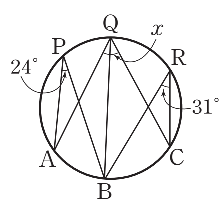
답 63°

04 오른쪽 그림과 같이 $\overline{QB}$를 그으면

$\angle AQB=\angle APB=24^\circ$

$\angle BQC=\angle BRC=31^\circ$

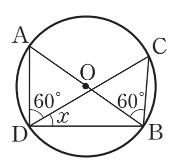
$\therefore\ \angle x=24^\circ+31^\circ=55^\circ$



답 ⑤

05 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}$를 그으면 $\overline{AB}$가 원 O의 지름이므로

$\angle ADB=90^\circ$



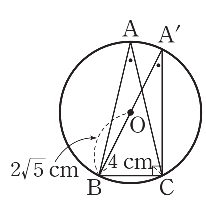
$\angle ADC=\angle ABC=60^\circ$이므로

$\angle x=90^\circ-60^\circ=30^\circ$

답 30°

06 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BO}$의 연장선이 원 O와 만나는 점을 A′이라 하면

$\angle BAC=\angle BA'C$



$\overline{A'B}$가 원 O의 지름이므로

$\angle A'CB=90^\circ$

$\triangle A'BC$에서 $\overline{A'B}=2\times 2\sqrt{5}=4\sqrt{5}\,(cm)$이므로

$\overline{A'C}=\sqrt{(4\sqrt{5})^2-4^2}=8\,(cm)$

$\therefore \tan A=\tan A'=\dfrac{\overline{BC}}{\overline{A'C}}=\dfrac{4}{8}=\dfrac{1}{2}$

답 ①

07 $\widehat{AD}=\widehat{BC}$이므로 $\angle ACD=\angle CAB=38^\circ$

따라서 $\triangle APC$에서

$\angle CPB=38^\circ+38^\circ=76^\circ$

답 76°

08 $\widehat{BC}=3\widehat{AD}$이므로

$\angle BAC=3\angle ABD=3\times 13^\circ=39^\circ$

따라서 $\triangle ABP$에서 $\angle BPC=13^\circ+39^\circ=52^\circ$

답 52°

09 $\widehat{AB}:\widehat{BC}:\widehat{CA}=1:2:3$이므로

$\angle z:\angle x:\angle y=1:2:3$

$\angle x+\angle y+\angle z=180^\circ$이므로

$\angle x=180^\circ\times\dfrac{2}{1+2+3}=60^\circ$

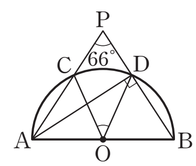
$\angle y=180^\circ\times\dfrac{3}{1+2+3}=90^\circ$

$\angle z=180^\circ\times\dfrac{1}{1+2+3}=30^\circ$

답 $\angle x=60^\circ$, $\angle y=90^\circ$, $\angle z=30^\circ$

10 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}$를 그으면 $\overline{AB}$가 반원 O의 지름이므로

$\angle ADB=90^\circ$



$\triangle PAD$에서

$\angle PAD=180^\circ-(66^\circ+90^\circ)=24^\circ$

$\therefore\ \angle COD=2\angle CAD=2\times 24^\circ=48^\circ$

답 ④

II. 원의 성질

05 원주각의 활용

01 ① $\angle ABD$와 $\angle ACD$의 크기가 같은지 알 수 없으므로 네 점 A, B, C, D는 한 원 위에 있다고 할 수 없다.

② $\angle BAC=\angle BDC=90^\circ$이므로 네 점 A, B, C, D는 한 원 위에 있다.

③ $\angle CAD\neq\angle CBD$이므로 네 점 A, B, C, D는 한 원 위에 있지 않다.

④ $\angle ADB\neq\angle ACB$이므로 네 점 A, B, C, D는 한 원 위에 있지 않다.

⑤ $\angle ABD=90^\circ-20^\circ=70^\circ$

즉 $\angle ABD=\angle ACD=70^\circ$이므로 네 점 A, B, C, D는 한 원 위에 있다.

따라서 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있는 것은 ②, ⑤이다.

답 ②, ⑤

02 $\overline{AB}$는 원 O의 지름이므로 $\angle ADB=90^\circ$

$\triangle DAB$에서

$\angle DAB=180^\circ-(90^\circ+36^\circ)=54^\circ$

□ABCD가 원에 내접하므로

$\angle x=180°-54°=126°$ 답 126°

03 □ABCD가 원에 내접하므로

$\angle x=\angle BAD=96°$

이때 $\angle BCD=180°-96°=84°$이므로

$\angle y=2\angle BCD=2\times 84°=168°$

$\therefore\ \angle y-\angle x=168°-96°=72°$ 답 ②

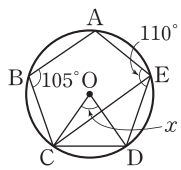
04 오른쪽 그림과 같이 $\overline{CE}$를 그으면

□ABCE가 원에 내접하므로

$\angle AEC=180°-105°=75°$

따라서 $\angle CED=110°-75°=35°$이므로

$\angle x=2\angle CED=2\times 35°=70°$



답 70°

05 □ABCD가 원에 내접하므로

$\angle CDQ=\angle ABC=54°$

△PBC에서 $\angle DCQ=54°+\angle x$

따라서 △DCQ에서

$54°+(54°+\angle x)+46°=180°$

$\therefore\ \angle x=26°$ 답 26°

06 $\angle PDC=\frac{1}{2}\angle PO'C=\frac{1}{2}\times 140°=70°$

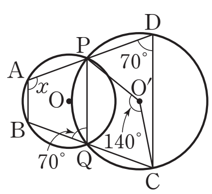
오른쪽 그림과 같이 $\overline{PQ}$를 그으면

□PQCD가 원 O′에 내접하므로

$\angle PQB=\angle PDC=70°$

□ABQP가 원 O에 내접하므로

$\angle x=180°-70°=110°$



답 ①

07 ① $\angle ABC+\angle ADC=180°$이므로 □ABCD는 원에 내접한다.

② $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로 $\angle BAD=180°-80°=100°$

즉 $\angle BAD+\angle BCD=100°+80°=180°$이므로 □ABCD는 원에 내접한다.

③ △ACD에서 $\angle ADC=180°-(40°+44°)=96°$

즉 $\angle ABC+\angle ADC=84°+96°=180°$이므로 □ABCD는 원에 내접한다.

④ $\angle BDC=110°-50°=60°$

즉 $\angle BAC=\angle BDC=60°$이므로 □ABCD는 원에 내접한다.

⑤ $\angle BAD=180°-84°=96°$

즉 $\angle BAD\neq\angle DCE$이므로 □ABCD는 원에 내접하지 않는다.

따라서 □ABCD가 원에 내접하지 않는 것은 ⑤이다. 답 ⑤

08 직선 BT가 원 O의 접선이므로

$\angle ACB=\angle ABT=55°$

$\therefore\ \angle AOB=2\angle ACB=2\times 55°=110°$

이때 △OAB는 $\overline{OA}=\overline{OB}$인 이등변삼각형이므로

$\angle OAB=\frac{1}{2}\times(180°-110°)=35°$ 답 ③

09 직선 BT가 원의 접선이므로

$\angle ACB=\angle ABT=40°$

□ABCD가 원에 내접하므로

$\angle ABC=180°-102°=78°$

따라서 △ABC에서

$\angle CAB=180°-(40°+78°)=62°$ 답 62°

10 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AT}$를 그으면

$\overline{AB}$가 원 O의 지름이므로

$\angle ATB=90°$

직선 PT가 원 O의 접선이므로

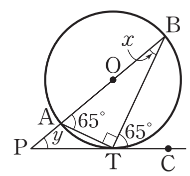
$\angle BAT=\angle BTC=65°$

△ATB에서

$\angle x=180°-(90°+65°)=25°$

△BPT에서 $\angle y=65°-25°=40°$

$\therefore\ 2\angle x-\angle y=2\times 25°-40°=10°$



답 10°

11 △CEF는 $\overline{CE}=\overline{CF}$인 이등변삼각형이므로

$\angle CEF=\frac{1}{2}\times(180°-58°)=61°$

$\overline{BC}$가 원 O의 접선이므로 $\angle EDF=\angle CEF=61°$

따라서 △DEF에서

$\angle x=180°-(61°+60°)=59°$ 답 ①

12 $\angle CDT=\angle CTE=\angle BTF=\angle BAT=68°$

따라서 △DCT에서

$\angle x=180°-(54°+68°)=58°$ 답 ④

13 $\angle y=\angle ABT=74°$, $\angle x=\angle y=74°$

$\therefore\ \angle x+\angle y=74°+74°=148°$ 답 148°

14 $\overline{AB}$가 원 O의 지름이므로 $\angle ACB=90°$

△APC와 △ACB에서

$\angle APC=\angle ACB=90°$, $\angle ACP=\angle ABC$

이므로 △APC∽△ACB (AA 닮음)

즉 $\overline{AP}:\overline{AC}=\overline{AC}:\overline{AB}$이므로

$8:\overline{AC}=\overline{AC}:14$, $\overline{AC}^2=112$

이때 $\overline{AC}>0$이므로 $\overline{AC}=4\sqrt{7}$ (cm) 답 ③

III. 통계

06 산포도

01 편차의 총합은 0이므로

$7+(-3)+x+(-5)+9+(-4)+2=0$

$\therefore x=-6$

답 -6

02 편차의 총합은 0이므로

$(-2)+6+(-8)+x+1=0$

$\therefore x=3$

따라서 D의 몸무게는

$55+3=58$ (kg)

답 58 kg

03 $(\text{분산})=\dfrac{3^2+(-4)^2+0^2+(-1)^2+5^2+(-3)^2}{6}$

$=\dfrac{60}{6}=10$

$\therefore$ (표준편차)$=\sqrt{10}$ (개)

답 $\sqrt{10}$개

04 평균이 7이므로

$\dfrac{5+7+8+x+y}{5}=7$

$\therefore x+y=15$ …… ㉠

분산이 2이므로

$\dfrac{(-2)^2+0^2+1^2+(x-7)^2+(y-7)^2}{5}=2$

$\therefore x^2+y^2-14(x+y)+103=10$

위의 식에 ㉠을 대입하면

$x^2+y^2-14\times15+103=10$

$\therefore x^2+y^2=117$

답 117

05 ④ $5>2\sqrt{5}$이므로 과학 성적이 수학 성적보다 고르다.
따라서 옳은 것은 ④이다.

답 ④

06 전체 학생의 $(\text{편차})^2$의 총합은

$4^2\times15+6^2\times15=780$

따라서 $(\text{분산})=\dfrac{780}{30}=26$이므로

(표준편차)$=\sqrt{26}$ (점)

답 $\sqrt{26}$점

07 x, y, z의 평균이 5이므로

$\dfrac{x+y+z}{3}=5$ $\therefore x+y+z=15$

또 x, y, z의 분산이 3이므로

$\dfrac{(x-5)^2+(y-5)^2+(z-5)^2}{3}=3$

$\therefore (x-5)^2+(y-5)^2+(z-5)^2=9$

따라서 $x+2$, $y+2$, $z+2$, 7에 대하여

$(\text{평균})=\dfrac{(x+2)+(y+2)+(z+2)+7}{4}$

$=\dfrac{x+y+z+13}{4}=\dfrac{28}{4}=7$

$\therefore$ (분산)

$=\dfrac{(x+2-7)^2+(y+2-7)^2+(z+2-7)^2+(7-7)^2}{4}$

$=\dfrac{(x-5)^2+(y-5)^2+(z-5)^2}{4}=\dfrac{9}{4}$

답 ②

III. 통계

07 상자그림과 산점도

01 자료의 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

10, 12, 14, 15, 15, 16, 17, 18, 18, 18, 19, 20, 20

제1사분위수는 $\dfrac{14+15}{2}=14.5$ (점), 중앙값은 17점, 제3사분위수는 $\dfrac{18+19}{2}=18.5$ (점)이므로

$a=14.5$, $b=17$, $c=18.5$

$\therefore a-b+c=14.5-17+18.5=16$

답 16

02 중앙값이 11이므로

$\dfrac{3x+13}{2}=11$ $\therefore x=3$

따라서 제1사분위수는 8, 제3사분위수는 $5x+2=5\times3+2=17$이므로 사분위수 범위는

$17-8=9$

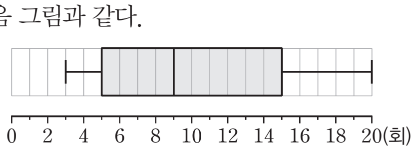
답 9

03 자료의 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

3, 3, 4, 5, 5, 5, 6, 7, 8,

10, 10, 12, 13, 15, 16, 17, 18, 20

이때 최솟값은 3회, 최댓값은 20회, 중앙값은 $\dfrac{8+10}{2}=9$ (회), 제1사분위수는 5회, 제3사분위수는 15회이므로 상자그림으로 나타내면 다음 그림과 같다.

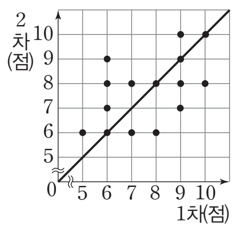


답 풀이 참조

04 ② 윗몸 일으키기 기록이 가장 나쁜 학생의 윗몸 일으키기 기록은 5회이다.
③ 사분위수 범위는 $40-25=15$ (회)
⑤ ㉠~㉣ 중 변량이 가장 밀집되어 있는 구간은 길이가 가장 짧은 ㉢이다.
따라서 옳은 것은 ①, ④이다. 답 ①, ④

05 ③ A 반의 중앙값은 8권, B 반의 중앙값은 7권이므로 A 반의 중앙값이 B 반의 중앙값보다 크다.
④ A 반에서 읽은 책의 수가 7권 이하인 학생은 전체의 약 25 %이고, B 반에서 읽은 책의 수가 7권 이하인 학생은 전체의 약 50 %이다. 즉 읽은 책의 수가 7권 이하인 학생의 비율이 더 높은 반은 B 반이다.
⑤ A 반의 중앙값이 B 반의 중앙값보다 크고, A 반의 상자가 B 반의 상자보다 오른쪽에 있으므로 A 반이 B 반보다 읽은 책의 수가 대체로 많다고 할 수 있다.
따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다. 답 ⑤

06 ① 1차 성적이 6점 이하인 학생은 5명이다.
② 2차 성적이 7점 이상 9점 이하인 학생은 9명이다.
③ 1차 성적과 2차 성적이 같은 학생 수는 오른쪽 산점도에서 대각선 위의 점의 개수와 같으므로 4명이다.

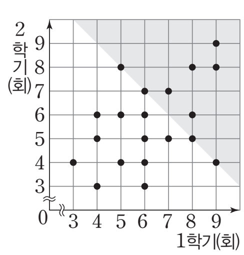


④ 1차 성적보다 2차 성적이 낮은 학생 수는 위의 산점도에서 대각선 아래쪽 부분의 점의 개수와 같으므로 5명이다.
⑤ 1차 성적보다 2차 성적이 높은 학생 수는 위의 산점도에서 대각선 위쪽 부분의 점의 개수와 같으므로 6명이다.

$$\therefore \frac{6}{15}\times 100=40\ (\%)$$

따라서 옳은 것은 ⑤이다. 답 ⑤

07 1학기와 2학기에 서점을 방문한 횟수의 합이 13회 이상인 학생 수는 오른쪽 산점도에서 색칠한 부분(경계선 포함)의 점의 개수와 같으므로 9명이다.



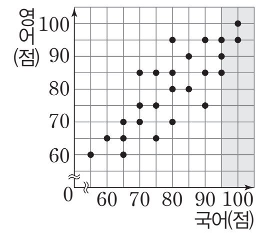
답 9명

08 주어진 산점도는 음의 상관관계를 나타낸다.
①, ④ 양의 상관관계
② 상관관계가 없다.
③, ⑤ 음의 상관관계 답 ③, ⑤

09 ④ A, B, C, D, E 중 용돈에 비하여 지출액이 가장 많은 학생은 E이다.
따라서 옳지 않은 것은 ④이다. 답 ④

10 국어 성적이 상위 20 % 이내에 드는 학생 수는

$$25\times\frac{20}{100}=5\ (\text{명})$$



이 5명의 학생을 나타내는 점은 오른쪽 산점도에서 색칠한 부분(경계선 포함)의 점이므로

$$(\text{평균})=\frac{85+90+95+95+100}{5}=\frac{465}{5}=93\ (\text{점})$$

답 93점