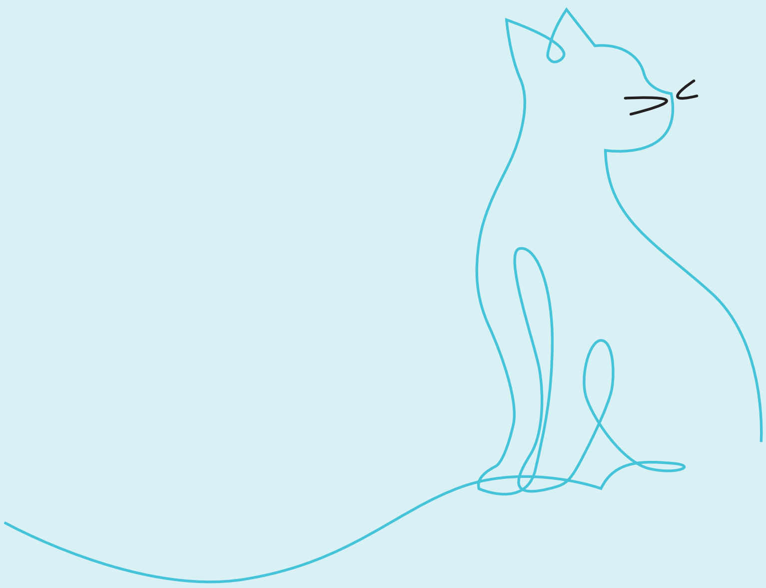
AI 튜터와 함께 푸는 RPM Pro

중학 수학 2-1

정답 및 풀이



정답 및 풀이

01 유리수와 순환소수

I. 유리수와 순환소수

셀프 CHECK

본책 8~9쪽

A 답 (1) 0.75, 유한소수 (2) 0.181818…, 무한소수
(3) 0.7333…, 무한소수 (4) 0.34, 유한소수

B (1) $\frac{1}{6}=0.1666\cdots=0.1\dot{6}$

(2) $\frac{8}{9}=0.888\cdots=0.\dot{8}$

(3) $\frac{9}{22}=0.4090909\cdots=0.4\dot{0}\dot{9}$

(4) $\frac{50}{37}=1.351351351\cdots=1.\dot{3}5\dot{1}$

답 (1) $0.1\dot{6}$ (2) $0.\dot{8}$ (3) $0.4\dot{0}\dot{9}$ (4) $1.\dot{3}5\dot{1}$

C (1) $\frac{39}{2^3\times13}=\frac{3}{2^3}$이므로 분모의 소인수가 2뿐이다.
따라서 유한소수로 나타낼 수 있다.

(2) $\frac{15}{2^2\times3^2\times5}=\frac{1}{2^2\times3}$이므로 분모의 소인수 중에 3이 있다.
따라서 유한소수로 나타낼 수 없다.

(3) $\frac{9}{35}=\frac{9}{5\times7}$이므로 분모의 소인수 중에 7이 있다.
따라서 유한소수로 나타낼 수 없다.

(4) $\frac{21}{150}=\frac{7}{50}=\frac{7}{2\times5^2}$이므로 분모의 소인수가 2와 5뿐이다.
따라서 유한소수로 나타낼 수 있다.

답 (1) ○ (2) × (3) × (4) ○

D 답 (1) (가) 100 (나) 99 (다) $\frac{16}{11}$

(2) (가) 100 (나) 900 (다) $\frac{89}{150}$

E (1) $2.\dot{7}=\frac{27-2}{9}=\frac{25}{9}$

(2) $0.\dot{1}0\dot{5}=\frac{105}{999}=\frac{35}{333}$

(3) $3.1\dot{6}=\frac{316-31}{90}=\frac{285}{90}=\frac{19}{6}$

(4) $0.5\dot{1}\dot{8}=\frac{518-5}{990}=\frac{513}{990}=\frac{57}{110}$

답 (1) $\frac{25}{9}$ (2) $\frac{35}{333}$ (3) $\frac{19}{6}$ (4) $\frac{57}{110}$

F (3) 순환소수는 모두 유리수이다.

답 (1) ○ (2) ○ (3) ×

내신 유형 다지기

본책 10~21쪽

유형 001 유한소수와 무한소수

본책 10쪽

(1) 유한소수: 소수점 아래의 0이 아닌 숫자가 유한 번 나타나는 소수
(2) 무한소수: 소수점 아래의 0이 아닌 숫자가 무한 번 나타나는 소수

001 ㄱ. $\frac{9}{8}=1.125$ ㄴ. $\frac{5}{9}=0.555\cdots$

ㄷ. $\frac{4}{15}=0.2666\cdots$ ㄹ. $\frac{7}{25}=0.28$

ㅁ. $\frac{19}{30}=0.6333\cdots$ ㅂ. $\frac{23}{40}=0.575$

이상에서 유한소수가 되는 것은 ㄱ, ㄹ, ㅂ이다. 답 ③

002 $\frac{9}{20}=0.45$이므로 $\frac{9}{20}$는 유한소수이다.
$\therefore 9\circledcirc20=0$

$\frac{11}{3}=3.666\cdots$이므로 $\frac{11}{3}$은 무한소수이다.
$\therefore 11\circledcirc3=1$

$\frac{7}{55}=0.1272727\cdots$이므로 $\frac{7}{55}$은 무한소수이다.
$\therefore 7\circledcirc55=1$

$\therefore (9\circledcirc20)+(11\circledcirc3)-(7\circledcirc55)=0+1-1=0$ 답 0

유형 002 순환소수의 표현

본책 10쪽

(1) 순환소수: 무한소수 중에서 소수점 아래의 어떤 자리에서부터 일정한 숫자의 배열이 한없이 되풀이되는 소수
(2) 순환마디: 순환소수의 소수점 아래에서 일정한 숫자의 배열이 한없이 되풀이되는 한 부분
(3) 순환소수의 표현: 순환마디의 양 끝의 숫자 위에 점을 찍어 나타낸다.

003 ① $0.0111\cdots$ ➜ 1
② $0.353535\cdots$ ➜ 35
③ $2.626262\cdots$ ➜ 62
④ $0.9151515\cdots$ ➜ 15
따라서 순환소수와 순환마디가 바르게 연결된 것은 ⑤이다.
답 ⑤

004 ① $3.0444\cdots=3.0\dot{4}$
② $7.272727\cdots=7.\dot{2}\dot{7}$
③ $0.163163163\cdots=0.\dot{1}6\dot{3}$
따라서 옳은 것은 ④, ⑤이다. 답 ④, ⑤

유형 003 분수를 순환소수로 나타내기 본책 10쪽

분수를 순환소수로 나타내기
➜ 분자를 분모로 나누어 소수점 아래에서 한없이 되풀이되는 일정한 숫자의 배열을 찾는다.

005 ④ $\frac{13}{18}=0.7222\cdots=0.7\dot{2}$
따라서 옳지 않은 것은 ④이다. 답 ④

006 ① $\frac{7}{3}=2.\dot{3}$　② $\frac{11}{6}=1.8\dot{3}$
③ $\frac{7}{12}=0.58\dot{3}$　④ $\frac{8}{15}=0.5\dot{3}$
⑤ $\frac{23}{30}=0.7\dot{6}$
따라서 순환마디가 나머지 넷과 다른 하나는 ⑤이다. 답 ⑤

007 $\frac{5}{7}=0.\dot{7}1428\dot{5}$이므로 순환마디를 이루는 숫자는 7, 1, 4, 2, 8, 5의 6개이다.
$\therefore a=6$ … 1단계
$\frac{17}{55}=0.3\dot{0}\dot{9}$이므로 순환마디를 이루는 숫자는 0, 9의 2개이다.
$\therefore b=2$ … 2단계
$\therefore ab=6\times2=12$ … 3단계
답 12

단계	채점 요소	비율
1	a의 값 구하기	40 %
2	b의 값 구하기	40 %
3	ab의 값 구하기	20 %

008 ㄱ. $\frac{11}{16}=0.6875$이므로 유한소수이다.
ㄴ. $1.531531531\cdots$의 순환마디는 531이다.
ㄷ. $\frac{15}{22}=0.6\dot{8}\dot{1}$
ㄹ. $\frac{16}{9}=1.\dot{7}$, $\frac{8}{45}=0.1\dot{7}$이므로 순환마디는 7로 같다.
이상에서 옳은 것은 ㄱ, ㄹ이다. 답 ②

009 오른쪽 나눗셈을 이용하여 순환마디를 각각 구하면 다음과 같다.

$$\begin{array}{r} 0.153846 \\ 13\overline{)2} \\ 13 \\ \hline 70 \\ 65 \\ \hline ①\ 50 \\ 39 \\ \hline ⑤\ 110 \\ 104 \\ \hline ②\ 60 \\ 52 \\ \hline ③\ 80 \\ 78 \end{array}$$

① $\frac{5}{13}=0.\dot{3}8461\dot{5}$ ➜ 384615
② $\frac{6}{13}=0.\dot{4}6153\dot{8}$ ➜ 461538
③ $\frac{8}{13}=0.\dot{6}1538\dot{4}$ ➜ 615384
⑤ $\frac{11}{13}=0.\dot{8}4615\dot{3}$ ➜ 846153
따라서 순환마디를 알아낼 수 없는 것은 ④이다.
답 ④

유형 004 소수점 아래 n번째 자리의 숫자 구하기 본책 11쪽

소수점 아래 n번째 자리의 숫자는 다음과 같은 순서로 구한다.
❶ 순환마디를 이루는 숫자의 개수를 구한다.
❷ 규칙을 찾는다.
➜ n을 순환마디를 이루는 숫자의 개수로 나눈 후 나머지에 따라 순환마디의 순서를 생각하여 소수점 아래 n번째 자리의 숫자를 구한다.

010 $\frac{2}{7}=0.\dot{2}8571\dot{4}$이므로 순환마디를 이루는 숫자는 2, 8, 5, 7, 1, 4의 6개이다.
$25=6\times4+1$이므로 소수점 아래 25번째 자리의 숫자는 순환마디의 첫 번째 숫자인 2이다. 답 ①

011 ④ $0.\dot{4}7\dot{3}$은 순환마디를 이루는 숫자가 4, 7, 3의 3개이다.
즉 $30=3\times10$이므로 소수점 아래 30번째 자리의 숫자는 순환마디의 마지막 숫자인 3이다.
⑤ $3.1\dot{8}\dot{5}=3.1858585\cdots$이므로 소수점 아래 짝수 번째 자리의 숫자는 8이다.
즉 소수점 아래 30번째 자리의 숫자는 8이다.
따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다. 답 ⑤

012 $\frac{7}{11}=0.\dot{6}\dot{3}$이므로 소수점 아래 홀수 번째 자리의 숫자는 6이다.
즉 소수점 아래 45번째 자리의 숫자는 6이므로
$a=6$
$0.11\dot{4}\dot{5}=0.11454545\cdots$이므로 소수점 아래 둘째 자리를 제외한 짝수 번째 자리의 숫자는 5이다.
즉 소수점 아래 60번째 자리의 숫자는 5이므로
$b=5$
$\therefore a+b=6+5=11$ 답 11

013 $\frac{23}{37}=0.\dot{6}2\dot{1}$이므로 순환마디를 이루는 숫자는 6, 2, 1의 3개이다.
ㄱ. $14=3\times4+2$이므로 소수점 아래 14번째 자리의 숫자는 순환마디의 두 번째 숫자인 2이다.
$\therefore f(14)=2$
ㄴ. $70=3\times23+1$이므로 소수점 아래 70번째 자리의 숫자는 순환마디의 첫 번째 숫자인 6이다.
$\therefore f(70)=6$
ㄷ. $f(1)=f(4)$, $f(2)=f(5)$, $f(3)=f(6)$, $\cdots$이므로
$f(n)=f(n+3)$
이상에서 ㄱ, ㄴ, ㄷ 모두 옳다. 답 ⑤

014 $\frac{9}{13}=0.\dot{6}9230\dot{7}$이므로 순환마디를 이루는 숫자는 6, 9, 2, 3, 0, 7의 6개이다. … 1단계

A_n은 $\frac{9}{13}$를 소수로 나타낼 때 소수점 아래 n번째 자리의 숫자이고 $50=6\times8+2$이므로

$$\begin{aligned}&A_1+A_2+A_3+\cdots+A_{50}\\&=(6+9+2+3+0+7)\times8+6+9\\&=231\end{aligned}$$

… 2단계

답 231

단계	채점 요소	비율
1	순환마디를 이루는 숫자의 개수 구하기	30 %
2	$A_1+A_2+A_3+\cdots+A_{50}$의 값 구하기	70 %

015 $\frac{19}{66}=0.2\dot{8}\dot{7}$이므로 소수점 아래 첫째 자리를 제외한 홀수 번째 자리의 숫자는 7, 짝수 번째 자리의 숫자는 8이다.

x_n은 $\frac{19}{66}$를 소수로 나타낼 때 소수점 아래 n번째 자리의 숫자이고 $35=1+2\times17$이므로

$$\begin{aligned}x_1+x_2+x_3+\cdots+x_{35}&=2+(8+7)\times17\\&=257\end{aligned}$$

답 257

유형 005 10의 거듭제곱을 이용하여 분수를 유한소수로 나타내기

본책 12쪽

기약분수의 분모의 소인수가 2 또는 5뿐이면 분모를 10의 거듭제곱으로 고쳐서 유한소수로 나타낼 수 있다.

➜ 분모의 소인수 2와 5의 지수가 같아지도록 분모, 분자에 2 또는 5의 거듭제곱을 곱한다.

016 $\frac{27}{120}=\frac{9}{40}=\frac{9\times5^2}{2^3\times5\times5^2}=\frac{225}{1000}=0.225$

따라서 $a=9$, $b=5^2=25$, $c=225$, $d=0.225$이므로

$a+b+c+d=9+25+225+0.225=259.225$

답 ④

017 ① $\frac{3}{20}=\frac{3\times5}{2^2\times5\times5}=\frac{15}{10^2}$

② $\frac{14}{35}=\frac{2}{5}=\frac{2^2}{5\times2}=\frac{4}{10}$

③ $\frac{1}{80}=\frac{1}{2^4\times5}=\frac{5^3}{2^4\times5\times5^3}=\frac{125}{10^4}$

④ $\frac{12}{90}=\frac{2}{15}=\frac{2}{3\times5}$

⑤ $\frac{31}{125}=\frac{31}{5^3}=\frac{31\times2^3}{5^3\times2^3}=\frac{248}{10^3}$

따라서 분모를 10의 거듭제곱으로 나타낼 수 없는 것은 ④이다.

답 ④

018 $\frac{91}{350}=\frac{13}{50}=\frac{13\times2}{2\times5^2\times2}=\frac{26}{10^2}=\frac{260}{10^3}=\cdots$

따라서 $m+n$의 값 중 가장 작은 것은 $m=2$, $n=26$일 때이므로

$m+n=2+26=28$

답 28

유형 006 유한소수로 나타낼 수 있는 분수

본책 13쪽

분수를 기약분수로 나타낸 후 분모를 소인수분해 했을 때

(1) 분모의 소인수가 2 또는 5뿐이면 ➜ 유한소수

(2) 분모에 2와 5 이외의 소인수가 있으면 ➜ 순환소수

019 ① $\frac{7}{30}=\frac{7}{2\times3\times5}$

② $\frac{25}{70}=\frac{5}{14}=\frac{5}{2\times7}$

③ $\frac{10}{104}=\frac{5}{52}=\frac{5}{2^2\times13}$

④ $\frac{20}{3\times5^2}=\frac{4}{3\times5}$

⑤ $\frac{39}{2^3\times5\times13}=\frac{3}{2^3\times5}$

따라서 유한소수로 나타낼 수 있는 것은 ⑤이다.

답 ⑤

020 ㄱ. $\frac{18}{48}=\frac{3}{8}=\frac{3}{2^3}$

ㄴ. $\frac{30}{72}=\frac{5}{12}=\frac{5}{2^2\times3}$

ㄷ. $\frac{15}{220}=\frac{3}{44}=\frac{3}{2^2\times11}$

ㄹ. $\frac{12}{2^3\times5\times7}=\frac{3}{2\times5\times7}$

ㅁ. $\frac{63}{2\times3^2\times5^2}=\frac{7}{2\times5^2}$

이상에서 순환소수로 나타낼 수 있는 것은 ㄴ, ㄷ, ㄹ이다.

답 ④

021 $a_1=\frac{1}{28}$, $a_2=\frac{2}{28}$, $a_3=\frac{3}{28}$, $\cdots$, $a_{27}=\frac{27}{28}$

이때 $28=2^2\times7$이므로 a_n이 유한소수가 되려면 분자가 7의 배수이어야 한다. … 1단계

따라서 유한소수로 나타낼 수 있는 분수는 $\frac{7}{28}$, $\frac{14}{28}$, $\frac{21}{28}$이므로 구하는 합은

$\frac{7}{28}+\frac{14}{28}+\frac{21}{28}=\frac{3}{2}$ … 2단계

답 $\frac{3}{2}$

단계	채점 요소	비율
1	유한소수가 되는 a_n의 분자가 7의 배수임을 알기	50 %
2	유한소수로 나타낼 수 있는 모든 분수의 합 구하기	50 %

022 유한소수가 되려면 기약분수로 나타내었을 때, 분모의 소인수가 2 또는 5뿐이어야 한다.
따라서 유한소수가 되는 분수는

$$\frac{3}{12}=\frac{1}{4}=\frac{1}{2^2},\ \frac{3}{24}=\frac{1}{8}=\frac{1}{2^3},\ \frac{1}{32}=\frac{1}{2^5},\ \frac{4}{32}=\frac{1}{8}=\frac{1}{2^3}$$

의 4개이다. 답 4

유형 007 두 분수 사이에 있는 유한소수의 개수 본책 13쪽

두 분수 $\frac{1}{3}$과 $\frac{4}{5}$ 사이에 있는 분모가 15인 분수 중에서 유한소수로 나타낼 수 있는 분수를 구해 보자.

➜ 분모가 15인 분수를 $\frac{a}{15}$라 하면 $\frac{1}{3}=\frac{5}{15}$, $\frac{4}{5}=\frac{12}{15}$이므로

$$\frac{5}{15}<\frac{a}{15}<\frac{12}{15}$$

$\frac{a}{15}=\frac{a}{3\times5}$에서 a는 3의 배수이어야 하므로 구하는 분수는 $\frac{6}{15}$, $\frac{9}{15}$이다.

023 분모가 24인 분수를 $\frac{a}{24}$라 하면 $\frac{1}{3}=\frac{8}{24}$, $\frac{7}{8}=\frac{21}{24}$이므로

$$\frac{8}{24}<\frac{a}{24}<\frac{21}{24}$$

이때 $\frac{a}{24}=\frac{a}{2^3\times3}$이므로 a는 3의 배수이어야 한다.

$\therefore a=9,\ 12,\ 15,\ 18$

따라서 구하는 분수는 $\frac{9}{24}$, $\frac{12}{24}$, $\frac{15}{24}$, $\frac{18}{24}$의 4개이다. 답 ③

024 (i) 분모의 소인수가 2뿐인 경우

$\frac{1}{2}$, $\frac{1}{2^2}$, $\frac{1}{2^3}$, $\frac{1}{2^4}$, $\frac{1}{2^5}$의 5개

(ii) 분모의 소인수가 5뿐인 경우

$\frac{1}{5}$, $\frac{1}{5^2}$의 2개

(iii) 분모의 소인수가 2와 5뿐인 경우

$\frac{1}{2\times5}$, $\frac{1}{2^2\times5}$, $\frac{1}{2^3\times5}$의 3개

이상에서 주어진 분수 중 유한소수로 나타낼 수 있는 수의 개수는 $5+2+3=10$ 답 ②

025 $\frac{1}{1\times2}$, $\frac{1}{2\times3}$, $\frac{1}{3\times4}$, $\cdots$, $\frac{1}{99\times100}$ 중에서 유한소수로 나타낼 수 있는 것은

$$\frac{1}{1\times2},\ \frac{1}{4\times5}=\frac{1}{2^2\times5}$$

의 2개이다.
따라서 순환소수로 나타낼 수 있는 수의 개수는

$99-2=97$ 답 97

유형 008 $\frac{B}{A}\times x$가 유한소수가 되도록 하는 x의 값 구하기 본책 14쪽

$\frac{B}{A}\times x$가 유한소수가 되도록 하는 x의 값은 다음과 같은 순서로 구한다.

❶ $\frac{B}{A}$를 기약분수로 나타낸다.

❷ ❶의 분모를 소인수분해 한다.

➜ x는 ❷의 분모의 소인수 중 2와 5를 제외한 소인수들의 곱의 배수이다.

026 $\frac{x}{2\times3^2\times5}$가 유한소수가 되려면 기약분수로 나타내었을 때, 분모의 소인수가 2 또는 5뿐이어야 한다.
즉 x는 $3^2=9$의 배수이어야 한다.
따라서 x의 값이 될 수 있는 것은 ②, ⑤이다. 답 ②, ⑤

027 $\frac{17}{132}\times A$가 유한소수가 되려면 기약분수로 나타내었을 때, 분모의 소인수가 2 또는 5뿐이어야 한다.
이때 $\frac{17}{132}\times A=\frac{17}{2^2\times3\times11}\times A$이므로 A는 $3\times11=33$의 배수이어야 한다. … 1단계
따라서 A의 값이 될 수 있는 가장 큰 두 자리 자연수는 99이다. … 2단계

답 99

단계	채점 요소	비율
1	A가 33의 배수임을 알기	70 %
2	A의 값이 될 수 있는 가장 큰 두 자리 자연수 구하기	30 %

028 $\frac{x}{65}$가 유한소수가 되려면 기약분수로 나타내었을 때, 분모의 소인수가 2 또는 5뿐이어야 한다.
이때 $\frac{x}{65}=\frac{x}{5\times13}$이므로 x는 13의 배수이어야 한다.
x가 50 이하의 자연수이므로 $x=13,\ 26,\ 39$
따라서 모든 x의 값의 합은

$13+26+39=78$ 답 ①

029 $\frac{55}{420}\times A$가 유한소수가 되려면 기약분수로 나타내었을 때, 분모의 소인수가 2 또는 5뿐이어야 한다.
이때 $\frac{55}{420}\times A=\frac{11}{84}\times A=\frac{11}{2^2\times3\times7}\times A$이므로 A는 $3\times7=21$의 배수이어야 한다.
따라서 A의 값이 될 수 있는 두 자리 자연수는 21, 42, 63, 84의 4개이다. 답 ③

030 $196x-30=n$에서 $196x=n+30$

$\therefore x=\frac{n+30}{196}$

이때 $\frac{n+30}{196}=\frac{n+30}{2^2\times7^2}$이므로 $\frac{n+30}{196}$이 유한소수로 나타내어지려면 $n+30$은 $7^2=49$의 배수이어야 한다.
따라서 $n+30=49,\ 98,\ 147,\ \cdots$이므로 $n=19,\ 68,\ 117,\ \cdots$
즉 가장 작은 세 자리 자연수는 117이다.

답 117

유형 009 두 분수가 모두 유한소수가 되도록 하는 미지수의 값 구하기

본책 15쪽

두 분수가 모두 유한소수가 되도록 곱하는 어떤 자연수는 다음과 같은 순서로 구한다.
❶ 주어진 두 분수를 각각 기약분수로 나타낸다.
❷ ❶의 분모를 각각 소인수분해 한다.
➜ 어떤 자연수는 ❷의 두 분모의 소인수 중 2와 5를 제외한 소인수들의 공배수이다.

031 $\frac{n}{28}=\frac{n}{2^2\times7}$이므로 $\frac{n}{28}$이 유한소수가 되려면 n은 7의 배수이어야 한다.
$\frac{n}{45}=\frac{n}{3^2\times5}$이므로 $\frac{n}{45}$이 유한소수가 되려면 n은 $3^2=9$의 배수이어야 한다.
즉 n은 7과 9의 공배수, 즉 63의 배수이어야 한다.
따라서 n의 값이 될 수 있는 가장 작은 자연수는 63이다.

답 63

032 $\frac{7}{60}=\frac{7}{2^2\times3\times5}$이므로 $\frac{7}{60}\times A$가 유한소수가 되려면 A는 3의 배수이어야 한다.
$\frac{5}{104}=\frac{5}{2^3\times13}$이므로 $\frac{5}{104}\times A$가 유한소수가 되려면 A는 13의 배수이어야 한다.
즉 A는 3과 13의 공배수, 즉 39의 배수이어야 한다.
따라서 A의 값이 될 수 있는 가장 큰 두 자리 자연수는 78이다.

답 ②

033 $\frac{12}{225}=\frac{4}{75}=\frac{4}{3\times5^2}$이므로 $\frac{12}{225}\times A$가 유한소수가 되려면 A는 3의 배수이어야 한다.
$\frac{28}{680}=\frac{7}{170}=\frac{7}{2\times5\times17}$이므로 $\frac{28}{680}\times A$가 유한소수가 되려면 A는 17의 배수이어야 한다.
즉 A는 3과 17의 공배수, 즉 51의 배수이어야 한다. … 1단계
따라서 A의 값이 될 수 있는 가장 작은 세 자리 자연수는 102이다. … 2단계

답 102

단계	채점 요소	비율
1	A가 51의 배수임을 알기	70 %
2	A의 값이 될 수 있는 가장 작은 세 자리 자연수 구하기	30 %

유형 010 $\frac{B}{A\times x}$가 유한소수가 되도록 하는 x의 값 구하기

본책 15쪽

$\frac{B}{A\times x}$가 유한소수가 되도록 하는 x의 값은 다음과 같은 순서로 구한다.
❶ $\frac{B}{A}$를 기약분수로 나타낸다.
❷ ❶의 분모를 소인수분해 한다.
➜ x는 소인수가 2 또는 5뿐인 수 또는 분자의 약수 또는 이들의 곱으로 이루어진 수이다.

034 $\frac{7}{2^3\times x}$이 유한소수가 되려면 x는 소인수가 2 또는 5뿐인 수 또는 7의 약수 또는 이들의 곱으로 이루어진 수이어야 한다.
따라서 이를 만족시키는 한 자리 자연수 x는 1, 2, 4, 5, 7, 8의 6개이다.

답 ④

035 $\frac{33}{5\times11\times x}=\frac{3}{5\times x}$
③ $x=18$일 때, $\frac{3}{5\times18}=\frac{1}{2\times3\times5}$이므로 유한소수가 아니다.
⑤ $x=27$일 때, $\frac{3}{5\times27}=\frac{1}{3^2\times5}$이므로 유한소수가 아니다.
따라서 x의 값이 될 수 없는 것은 ③, ⑤이다.

답 ③, ⑤

036 $\frac{18}{60\times x}=\frac{3}{2\times5\times x}$이 유한소수가 되려면 x는 소인수가 2 또는 5뿐인 수 또는 3의 약수 또는 이들의 곱으로 이루어진 수이어야 한다.
x가 $10<x<20$인 자연수이므로 $x=12,\ 15,\ 16$
따라서 모든 x의 값의 합은
$12+15+16=43$

답 43

유형 011 유한소수가 되도록 하는 미지수의 값과 기약분수

본책 16쪽

$\frac{a}{90}=\frac{a}{2\times3^2\times5}$가 유한소수가 되려면 a는 $3^2=9$의 배수이어야 한다.
➜ a는 9, 18, 27, $\cdots$
또 $a=9$일 때 기약분수로 나타내면 $\frac{9}{90}=\frac{1}{10}$

037 $\frac{x}{112}=\frac{x}{2^4\times7}$가 유한소수가 되려면 x는 7의 배수이어야 한다.
이때 $25<x<35$이므로 $x=28$
따라서 $\frac{28}{112}=\frac{1}{4}$이므로 $y=4$
$\therefore x-y=28-4=24$

답 ①

038 $\frac{a}{360}=\frac{a}{2^3\times3^2\times5}$가 유한소수가 되려면 a는 $3^2=9$의 배수이어야 한다.

이때 $60<a<70$이므로 $a=63$ … 1단계

따라서 $\frac{63}{360}=\frac{7}{40}$이므로 $b=40$ … 2단계

$\therefore a+b=63+40=103$ … 3단계

답 103

단계	채점 요소	비율
1	a의 값 구하기	50 %
2	b의 값 구하기	40 %
3	$a+b$의 값 구하기	10 %

039 $\frac{x}{240}=\frac{x}{2^4\times3\times5}$가 유한소수가 되려면 x는 3의 배수이어야 한다.

이때 $40<x<50$이므로 $x=42,\ 45,\ 48$

(i) $x=42$일 때, $\frac{42}{240}=\frac{7}{40}$이므로 $y=40,\ z=7$

(ii) $x=45$일 때, $\frac{45}{240}=\frac{3}{16}$이므로 $y=16,\ z=3$

(iii) $x=48$일 때, $\frac{48}{240}=\frac{1}{5}$이므로 $y=5,\ z=1$

이상에서 $x+y+z$의 값 중 가장 큰 것은 $x=42,\ y=40,\ z=7$일 때이므로

$x+y+z=42+40+7=89$

답 89

유형 012 순환소수가 되도록 하는 미지수의 값 구하기

본책 16쪽

분수를 소수로 나타내면 순환소수가 된다.
➜ 분수를 기약분수로 나타내었을 때 분모에 2와 5 이외의 소인수가 있다.

040 $\frac{x}{104}$가 순환소수가 되려면 기약분수로 나타내었을 때, 분모에 2와 5 이외의 소인수가 있어야 한다.

① $x=8$일 때, $\frac{8}{104}=\frac{1}{13}$이므로 순환소수이다.

④ $x=30$일 때, $\frac{30}{104}=\frac{15}{52}=\frac{15}{2^2\times13}$이므로 순환소수이다.

따라서 x의 값이 될 수 있는 것은 ①, ④이다.

답 ①, ④

041 $\frac{6}{2^3\times5\times x}=\frac{3}{2^2\times5\times x}$이 순환소수가 되려면 기약분수로 나타내었을 때, 분모에 2와 5 이외의 소인수가 있어야 한다.

이때 x는 한 자리 자연수이므로 $x=7,\ 9$

따라서 모든 x의 값의 합은 $7+9=16$

답 ②

042 $\frac{x}{90}=\frac{x}{2\times3^2\times5}$가 순환소수가 되려면 기약분수로 나타내었을 때, 분모에 2와 5 이외의 소인수가 있어야 한다.

즉 x는 $3^2=9$의 배수가 아니어야 한다.

50 이하의 자연수 중 9의 배수는 9, 18, 27, 36, 45의 5개이다.

따라서 x의 값이 될 수 있는 50 이하의 자연수의 개수는

$50-5=45$

답 45

유형 013 조건을 만족시키는 미지수의 값 구하기

본책 17쪽

다음 조건을 만족시키는 x의 값 중 가장 작은 자연수를 구해 보자.

(가) $\frac{x}{3\times5^2}$를 소수로 나타내면 유한소수가 된다.

(나) x는 11의 배수이다.

➜ 조건 (가)에서 x는 3의 배수이고, 조건 (나)에서 x는 11의 배수이므로 x는 3과 11의 공배수, 즉 33의 배수이다.
따라서 x의 값 중 가장 작은 자연수는 33이다.

043 조건 (가)에서 $\frac{x}{2\times3^2\times5^2}$가 유한소수가 되려면 x는 $3^2=9$의 배수이어야 한다.

조건 (나)에서 x는 7의 배수이므로 x는 9와 7의 공배수, 즉 63의 배수이어야 한다.

따라서 x의 값 중 가장 작은 자연수는 63이다.

답 63

044 조건 (가)에서 $\frac{x}{280}=\frac{x}{2^3\times5\times7}$가 유한소수가 되려면 x는 7의 배수이어야 한다.

조건 (나)에서 x는 3과 4의 공배수, 즉 12의 배수이어야 한다.

따라서 x는 7과 12의 공배수, 즉 84의 배수이어야 하므로 구하는 가장 작은 세 자리 자연수는 168이다.

답 168

045 $\frac{3}{500\times x}=\frac{3}{2^2\times5^3\times x}$이므로 x가 60 이하이면서 $\frac{3}{500\times x}$이 유한소수가 되도록 하는 x의 값은 다음과 같다.

(i) 분모의 소인수가 2 또는 5뿐일 때, x는

$1,\ 2,\ 2^2,\ 2^3,\ 2^4,\ 2^5,\ 5,\ 2\times5,\ 2^2\times5,\ 2^3\times5,\ 5^2,\ 2\times5^2$

의 12개

(ii) 분모의 소인수에 3이 포함될 때, x는

$3,\ 2\times3,\ 2^2\times3,\ 2^3\times3,\ 2^4\times3,\ 3\times5,\ 2\times3\times5,\ 2^2\times3\times5$

의 8개

(i), (ii)에서 $\frac{3}{500\times x}$이 유한소수가 되도록 하는 x의 개수는

$12+8=20$ … 1단계

따라서 구하는 x의 개수는

$60-20=40$ … 2단계

답 40

단계	채점 요소	비율
1	$\frac{3}{500\times x}$이 유한소수가 되도록 하는 x의 개수 구하기	70 %
2	조건을 만족시키는 x의 개수 구하기	30 %

유형 014 순환소수를 분수로 나타내기 ; 10의 거듭제곱 이용
본책 17쪽

순환소수는 10의 거듭제곱을 이용하여 다음과 같은 순서로 분수로 나타낼 수 있다.

❶ 순환소수를 x로 놓는다.
❷ 양변에 10의 거듭제곱을 곱하여 소수점 아래의 부분이 같은 두 식을 만든다.
❸ ❷의 두 식을 변끼리 빼서 x의 값을 구한다.

046 $x=4.1\dot{3}\dot{6}=4.13636\cdots$이므로

$1000x=4136.3636\cdots$ ······ ㉠

$10x=\quad 41.3636\cdots$ ······ ㉡

㉠－㉡을 하면

$990x=4095 \quad \therefore x=\frac{4095}{990}=\frac{91}{22}$

따라서 가장 편리한 식은 ④이다. 답 ④

047 ⑤ $10000x=6017.1717\cdots$, $100x=60.1717\cdots$이므로

$10000x-100x=5957$

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다. 답 ⑤

048 ① x는 순환소수이므로 유리수이다.

③ 순환마디는 5이다.

④ 분수로 나타낼 때, 가장 편리한 식은 $1000x-100x$이다.

따라서 옳은 것은 ②, ⑤이다. 답 ②, ⑤

유형 015 순환소수를 분수로 나타내기 ; 공식 이용
본책 18쪽

전체의 수

$0.\dot{a}b\dot{c}=\frac{abc}{999}$

순환마디 숫자 3개

전체의 수 순환하지 않는 부분의 수

$a.b\dot{c}\dot{d}=\frac{abcd-ab}{990}$

순환마디 숫자 2개

소수점 아래 순환하지 않는 숫자 1개

049 ⑤ $3.50\dot{4}=\frac{3504-350}{900}=\frac{3154}{900}=\frac{1577}{450}$

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다. 답 ⑤

050 $0.\dot{6}=\frac{6}{9}=\frac{2}{3}$의 역수는 $\frac{3}{2}$이므로 $\quad a=\frac{3}{2}$

$1.3\dot{8}=\frac{138-13}{90}=\frac{125}{90}=\frac{25}{18}$의 역수는 $\frac{18}{25}$이므로

$b=\frac{18}{25}$

$\therefore ab=\frac{3}{2}\times\frac{18}{25}=\frac{27}{25}$ 답 ④

051 $0.\dot{5}\dot{a}=\frac{50+a}{99}$이고 $\frac{b}{33}=\frac{3b}{99}$이므로

$50+a=3b$

이때 a는 한 자리 자연수이므로 $\quad a=1, 4, 7$

또한 $\frac{b}{33}$는 기약분수이고 $33=3\times11$이므로 자연수 b의 소인수 중에 3, 11이 포함되면 안 된다.

(i) $a=1$일 때, $51=3b$이므로 $\quad b=17$

(ii) $a=4$일 때, $54=3b$이므로 $\quad b=18=2\times3^2$

(iii) $a=7$일 때, $57=3b$이므로 $\quad b=19$

이상에서 모든 자연수 b의 값은 17, 19이므로 구하는 합은

$17+19=36$ 답 36

유형 016 분수의 합을 순환소수로 나타내기
본책 18쪽

다음과 같이 분수의 합을 순환소수로 나타내어 계산할 수 있다.

$\rightarrow \frac{1}{10}+\frac{1}{10^2}+\frac{1}{10^3}+\cdots=0.1+0.01+0.001+\cdots$

$=0.111\cdots=0.\dot{1}=\frac{1}{9}$

052 $\frac{5}{14}\times\left(\frac{7}{10}+\frac{7}{10^2}+\frac{7}{10^3}+\cdots\right)$

$=\frac{5}{14}\times(0.7+0.07+0.007+\cdots)$

$=\frac{5}{14}\times0.777\cdots=\frac{5}{14}\times0.\dot{7}$

$=\frac{5}{14}\times\frac{7}{9}=\frac{5}{18}$ 답 ③

053 $\frac{3}{10^2}+\frac{3}{10^4}+\frac{3}{10^6}+\cdots$

$=0.03+0.0003+0.000003+\cdots$

$=0.030303\cdots=0.\dot{0}\dot{3}$

$=\frac{3}{99}=\frac{1}{33}$

$\therefore A=33$ 답 33

054 $1+\frac{1}{5}+\frac{1}{2\times5^2}+\frac{1}{2^2\times5^3}+\frac{1}{2^3\times5^4}+\cdots$

$=1+0.2+0.02+0.002+0.0002+\cdots$

$=1+0.222\cdots=1.\dot{2}$ ··· 1단계

$=\frac{12-1}{9}=\frac{11}{9}$ ··· 2단계

따라서 $p=9$, $q=11$이므로 ··· 3단계

$q-p=11-9=2$ ··· 4단계

답 2

단계	채점 요소	비율
1	주어진 분수의 합을 순환소수로 나타내기	40 %
2	순환소수를 기약분수로 나타내기	30 %
3	p, q의 값 구하기	20 %
4	$q-p$의 값 구하기	10 %

유형 017 순환소수에 적당한 수를 곱하여 유한소수 만들기

본책 19쪽

순환소수가 유한소수가 되도록 곱하는 어떤 자연수는 다음과 같은 순서로 구한다.

❶ 주어진 순환소수를 기약분수로 나타낸다.

❷ ❶의 분모를 소인수분해 한다.

➜ 어떤 자연수는 ❷의 분모의 소인수 중 2와 5를 제외한 소인수들의 곱의 배수이다.

055 $0.3\dot{4}\dot{8}=\dfrac{348-3}{990}=\dfrac{345}{990}=\dfrac{23}{66}=\dfrac{23}{2\times3\times11}$

이때 $0.3\dot{4}\dot{8}\times x$가 유한소수가 되려면 x는 $3\times11=33$의 배수이어야 한다.

따라서 x의 값이 될 수 있는 가장 작은 자연수는 33이다. 답 33

056 $0.5\dot{2}=\dfrac{52-5}{90}=\dfrac{47}{90}=\dfrac{47}{2\times3^2\times5}$

이때 $0.5\dot{2}\times x$가 유한소수가 되려면 x는 $3^2=9$의 배수이어야 한다.

따라서 x의 값이 될 수 있는 것은 ③, ⑤이다. 답 ③, ⑤

057 $1.\dot{2}9\dot{6}=\dfrac{1296-1}{999}=\dfrac{1295}{999}=\dfrac{35}{27}$

이때 $A\times1.\dot{2}9\dot{6}$이 자연수가 되려면 A는 27의 배수이어야 한다.

따라서 A의 값이 될 수 있는 두 자리 자연수는 27, 54, 81이므로 구하는 합은 $27+54+81=162$ 답 162

058 $2.\dot{3}=\dfrac{23-2}{9}=\dfrac{21}{9}=\dfrac{7}{3}$

이때 $2.\dot{3}\times a$가 어떤 자연수의 제곱이 되려면 a는 $3\times7\times(\text{자연수})^2$의 꼴이어야 한다.

따라서 a의 값이 될 수 있는 자연수는

$3\times7=21,\ 3\times7\times2^2=84,\ 3\times7\times3^2=189$

의 3개이다. 답 3

유형 018 기약분수의 분모, 분자를 잘못 보고 소수로 나타낸 경우

본책 19쪽

기약분수를 소수로 나타내는데

(1) 분모를 잘못 보았다. ➜ 분자는 제대로 보았다.

(2) 분자를 잘못 보았다. ➜ 분모는 제대로 보았다.

059 수연이는 분자를 제대로 보았으므로

$0.\dot{6}\dot{1}=\dfrac{61}{99}$

에서 $a=61$

해남이는 분모를 제대로 보았으므로

$1.7\dot{8}=\dfrac{178-17}{90}=\dfrac{161}{90}$

에서 $b=90$

$\therefore b-a=90-61=29$ 답 ②

060 보배는 분자를 제대로 보았으므로

$1.\dot{4}=\dfrac{14-1}{9}=\dfrac{13}{9}$

에서 처음 기약분수의 분자는 13이다.

진영이는 분모를 제대로 보았으므로

$0.\dot{1}\dot{7}=\dfrac{17}{99}$

에서 처음 기약분수의 분모는 99이다.

따라서 처음 기약분수는 $\dfrac{13}{99}$이므로 이를 순환소수로 나타내면

$\dfrac{13}{99}=0.\dot{1}\dot{3}$ 답 ②

061 처음에는 분모를 제대로 보았으므로

$0.1\dot{2}\dot{7}=\dfrac{127-1}{990}=\dfrac{126}{990}=\dfrac{7}{55}$

에서 처음 기약분수의 분모는 55이다. … 1단계

다음에는 분자를 제대로 보았으므로

$0.21\dot{6}=\dfrac{216-21}{900}=\dfrac{195}{900}=\dfrac{13}{60}$

에서 처음 기약분수의 분자는 13이다. … 2단계

따라서 처음 기약분수는 $\dfrac{13}{55}$이므로 이를 순환소수로 나타내면

$\dfrac{13}{55}=0.2\dot{3}\dot{6}$ … 3단계

답 $0.2\dot{3}\dot{6}$

단계	채점 요소	비율
1	처음 기약분수의 분모 구하기	30 %
2	처음 기약분수의 분자 구하기	30 %
3	처음 기약분수를 순환소수로 나타내기	40 %

유형 019 순환소수가 포함된 식의 계산 (1)

본책 20쪽

순환소수가 포함된 식의 계산

➜ 순환소수를 분수로 나타낸 후 계산한다.

062 $\dfrac{8}{15}-0.0\dot{1}=\dfrac{8}{15}-\dfrac{1}{90}$

$=\dfrac{48}{90}-\dfrac{1}{90}=\dfrac{47}{90}$

$=0.5\dot{2}$ 답 ③

063 $0.\dot{6}x+0.2\dot{8}=1.\dot{1}x-1.0\dot{4}$에서

$\dfrac{6}{9}x+\dfrac{28-2}{90}=\dfrac{11-1}{9}x-\dfrac{104-10}{90}$

$\dfrac{2}{3}x+\dfrac{13}{45}=\dfrac{10}{9}x-\dfrac{47}{45}$

$30x+13=50x-47$

$-20x=-60$

$\therefore x=3$ 답 ⑤

064 $7.\dot{7}-6.\dot{6}+5.\dot{5}-4.\dot{4}+3.\dot{3}-2.\dot{2}$

$=\frac{77-7}{9}-\frac{66-6}{9}+\frac{55-5}{9}-\frac{44-4}{9}+\frac{33-3}{9}-\frac{22-2}{9}$

$=\left(\frac{70}{9}-\frac{60}{9}\right)+\left(\frac{50}{9}-\frac{40}{9}\right)+\left(\frac{30}{9}-\frac{20}{9}\right)$

$=\frac{10}{9}+\frac{10}{9}+\frac{10}{9}=\frac{30}{9}=3.\dot{3}$ 답 $3.\dot{3}$

065 어떤 자연수를 x라 하면

$x\times 0.\dot{8}-x\times 0.8=4$ … 1단계

$\frac{8}{9}x-\frac{4}{5}x=4,\quad \frac{4}{45}x=4$

$\therefore x=45$

따라서 어떤 자연수는 45이다. … 2단계

답 45

단계	채점 요소	비율
1	식 세우기	50 %
2	어떤 자연수 구하기	50 %

유형 020 순환소수가 포함된 식의 계산 (2)

본책 20쪽

순환소수가 문자로 주어진 경우 다음과 같이 순환소수를 분수로 나타낸 후 식을 정리한다.

➜ $0.\dot{a}\dot{b}=\frac{10a+b}{99}$, $0.\dot{b}\dot{a}=\frac{10b+a}{99}$

066 $0.\dot{b}\dot{a}-0.\dot{a}\dot{b}=0.\dot{7}\dot{2}$에서

$\frac{10b+a}{99}-\frac{10a+b}{99}=\frac{72}{99},\quad \frac{9(b-a)}{99}=\frac{72}{99}$

$\therefore b-a=8$

이때 a, b는 한 자리 자연수이므로 $a=1$, $b=9$

$\therefore ab=1\times 9=9$ 답 9

067 $(0.0\dot{x})^2=0.\dot{8}\times 0.00\dot{y}$에서

$\left(\frac{x}{90}\right)^2=\frac{8}{9}\times\frac{y}{900},\quad \frac{x^2}{8100}=\frac{8y}{8100}$

$\therefore x^2=8y$

이때 $x>y$이고 x, y는 한 자리 자연수이므로 $x=4$, $y=2$

$\therefore x+y=4+2=6$ 답 ③

068 $0.\dot{a}\dot{b}+0.\dot{b}\dot{a}=0.\dot{8}$에서

$\frac{10a+b}{99}+\frac{10b+a}{99}=\frac{8}{9},\quad \frac{11(a+b)}{99}=\frac{88}{99}$

$\therefore a+b=8$

이때 $a>b$이고 a, b는 한 자리 소수이므로 $a=5$, $b=3$

$\therefore 0.\dot{a}\dot{b}-0.\dot{b}\dot{a}=0.\dot{5}\dot{3}-0.\dot{3}\dot{5}$

$=\frac{53}{99}-\frac{35}{99}$

$=\frac{18}{99}=0.\dot{1}\dot{8}$ 답 $0.\dot{1}\dot{8}$

유형 021 순환소수의 대소 관계

본책 21쪽

순환소수의 대소는 다음과 같은 두 가지 방법으로 비교할 수 있다.

방법 ① 순환소수를 분수로 나타내어 대소를 비교한다.

방법 ② 순환소수를 풀어 쓰고 각 자리의 숫자를 비교한다.

069 ⑤ $0.8\dot{4}=\frac{84-8}{90}=\frac{76}{90}=\frac{38}{45}$, $\frac{13}{15}=\frac{39}{45}$이므로

$\frac{13}{15}>0.8\dot{4}$

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다. 답 ⑤

070 $1.5\dot{3}\dot{8}=1.53838\cdots$

$1.5\dot{3}=1.5333\cdots$

$1.53\dot{8}=1.53888\cdots$

$1.\dot{5}3\dot{8}=1.538538\cdots$

이때 크기가 큰 것부터 차례대로 나열하면

$1.53\dot{8}$, $1.5\dot{3}\dot{8}$, $1.\dot{5}3\dot{8}$, $1.5\dot{3}$

이므로 두 번째에 오는 수는 $1.5\dot{3}\dot{8}$이다. … 1단계

$45=3\times 15$이므로 $1.\dot{5}3\dot{8}$의 소수점 아래 45번째 자리의 숫자는 순환마디의 마지막 숫자인 8이다. … 2단계

답 8

단계	채점 요소	비율
1	두 번째에 오는 수 구하기	60 %
2	소수점 아래 45번째 자리의 숫자 구하기	40 %

071 $\frac{1}{2}<0.\dot{x}<\frac{4}{5}$에서 $\quad\frac{1}{2}<\frac{x}{9}<\frac{4}{5}$

$\therefore \frac{45}{90}<\frac{10x}{90}<\frac{72}{90}$

따라서 이를 만족시키는 자연수 x는 5, 6, 7이므로 구하는 합은

$5+6+7=18$ 답 18

유형 022 유리수와 소수의 관계

본책 21쪽

소수 — 유한소수 ─ 유리수

소수 — 무한소수 — 순환소수 ─ 유리수

소수 — 무한소수 — 순환소수가 아닌 무한소수 — 유리수가 아니다.

072 ㄱ. 모든 유한소수는 유리수이다.

이상에서 옳은 것은 ㄴ, ㄷ이다. 답 ④

073 ⑤ 순환소수가 아닌 무한소수는 유리수가 아니다.

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다. 답 ⑤

074 ① 0.131313⋯은 순환소수이므로 유리수이다.

② 모든 기약분수는 유한소수 또는 순환소수로 나타낼 수 있다.

④ 0.1234⋯는 무한소수이지만 순환소수가 아니다.

따라서 옳은 것은 ③, ⑤이다. 답 ③, ⑤

만점 유형 도전하기

본책 22~23쪽

075 전략 유한소수와 순환소수로 나타낼 수 있는 분수의 특징을 알아본다.

(1) 기약분수로 나타내었을 때 분모의 소인수가 2 또는 5뿐이면 그 분수는 유한소수로 나타낼 수 있고, 분모가 2와 5 이외의 소인수를 가지면 그 분수는 순환소수로 나타낼 수 있다.

(2) 인숙: $0.02835835835\cdots$는 순환소수이다.

유나: $\dfrac{77}{550}=\dfrac{7}{50}=\dfrac{7}{2\times5^2}$이므로 분모의 소인수가 2와 5뿐이다. 즉 유한소수로 나타낼 수 있다.

따라서 잘못 말한 사람은 인숙, 유나이다.

답 풀이 참조

076 전략 분수는 순환소수로 나타내고, 순환소수는 분수로 나타낸 후 문제를 해결한다.

경용: $\dfrac{23}{111}=0.\dot{2}0\dot{7}$이고 $100=3\times33+1$이므로 소수점 아래 100번째 자리의 숫자는 순환마디의 첫 번째 숫자인 2이다.

남희: $0.36\dot{1}=\dfrac{361-36}{900}=\dfrac{325}{900}=\dfrac{13}{36}=\dfrac{13}{2^2\times3^2}$이므로

$0.36\dot{1}\times x$가 유한소수가 되도록 하는 가장 작은 자연수 x의 값은 $3^2=9$이다.

혜영: $\dfrac{1}{3}<0.\dot{x}<\dfrac{3}{4}$에서 $\dfrac{1}{3}<\dfrac{x}{9}<\dfrac{3}{4}$

$\therefore \dfrac{12}{36}<\dfrac{4x}{36}<\dfrac{27}{36}$

즉 이를 만족시키는 한 자리 자연수 x는 4, 5, 6의 3개이다.

따라서 잘못 말한 사람은 경용, 혜영이다.

답 풀이 참조

077 전략 점 $A(2.\dot{3}, a)$의 x좌표를 분수로 나타낸 후 점 A가 $y=3x$의 그래프 위의 점임을 이용하여 a의 값을 구한다.

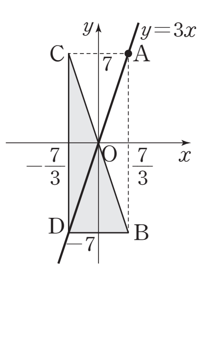
$2.\dot{3}=\dfrac{23-2}{9}=\dfrac{21}{9}=\dfrac{7}{3}$이고 점 $A(2.\dot{3}, a)$는 $y=3x$의 그래프 위의 점이므로

$a=3\times2.\dot{3}=3\times\dfrac{7}{3}=7 \qquad \therefore A\left(\dfrac{7}{3}, 7\right)$

이때 점 $A\left(\dfrac{7}{3}, 7\right)$과 x축, y축, 원점에 대하여 각각 대칭인 점 B, C, D의 좌표는

$B\left(\dfrac{7}{3}, -7\right)$, $C\left(-\dfrac{7}{3}, 7\right)$, $D\left(-\dfrac{7}{3}, -7\right)$

네 점 A, B, C, D를 좌표평면 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같으므로 삼각형 BCD의 넓이는



$\dfrac{1}{2}\times\left\{\dfrac{7}{3}-\left(-\dfrac{7}{3}\right)\right\}\times\{7-(-7)\}$

$=\dfrac{98}{3}=32.\dot{6}$

답 $32.\dot{6}$

만점 공략 노트

대칭인 점의 좌표

점 (a, b)와

(1) x축에 대하여 대칭인 점의 좌표

➜ $(a, -b)$ → y좌표의 부호만 바뀐다.

(2) y축에 대하여 대칭인 점의 좌표

➜ $(-a, b)$ → x좌표의 부호만 바뀐다.

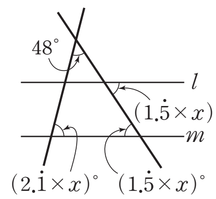
(3) 원점에 대하여 대칭인 점의 좌표

➜ $(-a, -b)$ → x좌표, y좌표의 부호가 모두 바뀐다.

078 전략 두 직선이 평행하면 동위각 또는 엇각의 크기가 같다.

$l /\!/ m$이므로 엇각의 크기는 같다.

즉 오른쪽 그림에서 삼각형의 세 내각의 크기의 합은 180°이므로



$48+2.\dot{1}\times x+1.\dot{5}\times x=180$

$48+\dfrac{21-2}{9}\times x+\dfrac{15-1}{9}\times x$

$=180$

$48+\dfrac{19}{9}x+\dfrac{14}{9}x=180$

$\dfrac{11}{3}x=132$

$\therefore x=36$

답 36

만점 공략 노트

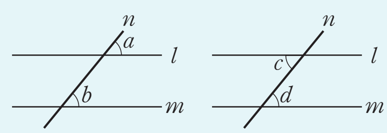
평행한 두 직선 l, m이 다른 한 직선 n과 만날 때

(1) 동위각의 크기는 같다.

➜ $l /\!/ m$이면 $\angle a=\angle b$

(2) 엇각의 크기는 같다.

➜ $l /\!/ m$이면 $\angle c=\angle d$



079 전략 분수가 유한소수 또는 순환소수가 되도록 하는 x의 조건을 알아본다.

조건 (가)에서 $\dfrac{x}{348}=\dfrac{x}{2^2\times3\times29}$가 유한소수가 되려면 x는 $3\times29=87$의 배수이어야 한다.

조건 (나)에서 $\dfrac{x}{900}=\dfrac{x}{2^2\times3^2\times5^2}$가 순환소수가 되려면 x는 $3^2=9$의 배수가 아니어야 한다.

조건 (다)에서 x는 300보다 작은 세 자리 자연수이어야 하고 87의 배수 중 300보다 작은 세 자리 자연수는 174, 261이다.

그런데 이 중 261은 9의 배수이다.

따라서 조건을 만족시키는 x의 값은 174이다.

답 174

080 전략 주어진 조건을 만족시키는 순환소수는 $0.\dot{x}y\dot{z}$의 꼴임을 이용한다.

조건 ㈎, ㈏에 의해 a는 $0.\dot{x}y\dot{z}$의 꼴이므로 a를 기약분수로 나타낼 때, 분모가 될 수 있는 수는 999의 약수이다.

$999=3^3\times37$이므로 분모가 될 수 있는 수는

$3,\ 9,\ 27,\ 37,\ 111,\ 333,\ 999$

이때 분모가 3, 9인 기약분수는 순환마디를 이루는 숫자의 개수가 1이므로 조건 ㈎를 만족시키지 않는다.

따라서 구하는 수는 $27,\ 37,\ 111,\ 333,\ 999$

답 27, 37, 111, 333, 999

081 전략 $\dfrac{a}{b}$가 순환소수로 나타내어지는 b의 조건을 생각해 본다.

$\dfrac{a}{b}=0.c\dot{d}$에서 $\dfrac{a}{b}$는 순환소수로 나타내어지므로 b의 값으로 가능한 수는 3, 6, 7, 9이고 $\dfrac{a}{b}<1$이므로 $a<b$이다.

(i) $b=3$일 때, $a=1$ 또는 $a=2$이면 순환마디는 소수점 아래 첫째 자리부터 시작하므로 조건을 만족시키지 않는다.

(ii) $b=6$일 때, $a=1$ 또는 $a=5$이면 순환마디는 소수점 아래 둘째 자리부터 시작하고 순환마디를 이루는 숫자의 개수가 1이므로 조건을 만족시킨다.

$a=1,\ b=6$이면 $\dfrac{1}{6}=0.1\dot{6}$

이때 $c=1,\ d=6$이므로 $a,\ b,\ c,\ d$는 서로 다른 한 자리 자연수라는 조건에 맞지 않는다.

$a=5,\ b=6$이면 $\dfrac{5}{6}=0.8\dot{3}$

이때 $c=8,\ d=3$이므로 $a,\ b,\ c,\ d$는 서로 다른 한 자리 자연수라는 조건에 맞는다.

(iii) $b=7$일 때, 순환마디를 이루는 숫자의 개수가 6이므로 조건을 만족시키지 않는다.

(iv) $b=9$일 때, 순환마디는 소수점 아래 첫째 자리부터 시작하므로 조건을 만족시키지 않는다.

이상에서 $a=5,\ b=6,\ c=8,\ d=3$

따라서 $0.\dot{d}ab\dot{c}=0.\dot{3}56\dot{8}$이고 $250=4\times62+2$이므로 소수점 아래 250번째 자리의 숫자는 5이다.

답 5

082 전략 주어진 악보가 나타내는 순환소수를 구한다.

어떤 수 x를 입력한 악보의 음이 '레도솔레'이므로

$x=0.\dot{1}74\dot{8}$

$0.\dot{1}74\dot{8}=\dfrac{1748}{9999}$이므로

$1-x=1-\dfrac{1748}{9999}=\dfrac{8251}{9999}=0.\dot{8}25\dot{1}$

따라서 그려지는 악보는 다음과 같다.

답 

시험 만점 완성하기

본책 24~27쪽

083 전략 순환마디 ➜ 분자를 분모로 나누어 소수점 아래에서 한없이 되풀이되는 일정한 숫자의 배열을 찾는다.

⑤ $\dfrac{14}{3}=4.\dot{6},\ \dfrac{7}{12}=0.58\dot{3}$이므로 순환마디는 각각 6, 3으로 같지 않다.

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

답 ⑤

084 전략 순환마디를 이루는 숫자의 개수를 구한 후 규칙을 찾는다.

$\dfrac{25}{54}=0.4\dot{6}2\dot{9}$이므로 순환마디를 이루는 숫자는 6, 2, 9의 3개이다.

$\therefore a=3$

$60-1=3\times19+2$이므로 소수점 아래 60번째 자리의 숫자는 순환마디의 두 번째 숫자인 2이다.

$\therefore b=2$

$\therefore ab=3\times2=6$

답 ①

085 전략 분모의 소인수 2와 5의 지수가 같아지도록 분모, 분자에 2 또는 5의 거듭제곱을 곱한다.

$\dfrac{18}{240}=\dfrac{3}{40}=\dfrac{3\times5^2}{2^3\times5\times5^2}=\dfrac{75}{10^3}=\dfrac{750}{10^4}=\cdots$

따라서 $a+n$의 값 중 가장 작은 것은 $a=75,\ n=3$일 때이므로

$a+n=75+3=78$

답 ④

086 전략 먼저 주어진 일차방정식의 해를 a에 대한 식으로 나타낸다.

$ax=14$에서 $x=\dfrac{14}{a}$

① $a=3$일 때, $x=\dfrac{14}{3}$이므로 유한소수가 아니다.

② $a=9$일 때, $x=\dfrac{14}{9}=\dfrac{14}{3^2}$이므로 유한소수가 아니다.

③ $a=15$일 때, $x=\dfrac{14}{15}=\dfrac{14}{3\times5}$이므로 유한소수가 아니다.

④ $a=35$일 때, $x=\dfrac{14}{35}=\dfrac{2}{5}$이므로 유한소수이다.

⑤ $a=49$일 때, $x=\dfrac{14}{49}=\dfrac{2}{7}$이므로 유한소수가 아니다.

따라서 a의 값이 될 수 있는 것은 ④이다.

답 ④

087 전략 $x-y$의 값이 가장 클 때는 x의 값이 가장 크고 y의 값이 가장 작을 때이다.

$\dfrac{114}{x}=\dfrac{2\times3\times19}{x}$가 1보다 큰 유한소수로 나타내어지므로 x는 114보다 작으면서 소인수가 2 또는 5뿐인 수 또는 $3\times19=57$의 약수 또는 이들의 곱으로 이루어진 수이다.

즉 x의 값 중 가장 큰 수는

$2^2\times5^2=100$

$\frac{y}{68}=\frac{y}{2^2\times17}$가 1보다 작은 유한소수로 나타내어지므로 y는 68보다 작으면서 17의 배수이어야 한다.

즉 y의 값 중 가장 작은 수는 17이다.

따라서 $x-y$의 값 중 가장 큰 수는

$100-17=83$ 답 ③

088 전략 주어진 조건을 이용하여 먼저 x의 값을 구한다.

$\frac{x}{350}=\frac{x}{2\times5^2\times7}$가 유한소수가 되려면 x는 7의 배수이어야 한다.

또 기약분수로 나타내면 $\frac{13}{y}$이므로 x는 13의 배수이어야 한다.

따라서 x는 7과 13의 공배수, 즉 91의 배수 중 두 자리 자연수이므로 $x=91$

이때 $\frac{91}{350}=\frac{13}{50}$이므로 $y=50$

$\therefore x+y=91+50=141$ 답 ⑤

089 전략 $\frac{7\times b}{2^3\times5\times a}$가 순환소수가 되기 위한 a의 값에 따라 경우를 나누어 생각해 본다.

$\frac{7\times b}{2^3\times5\times a}$가 순환소수가 되려면 기약분수의 분모에 2와 5 이외의 소인수가 있어야 한다.

(i) $a=3$일 때, b는 3, 6, 9를 제외한 수이므로 6개

(ii) $a=6$일 때, b는 3, 6, 9를 제외한 수이므로 6개

(iii) $a=7$일 때, $\frac{7\times b}{2^3\times5\times7}=\frac{b}{2^3\times5}$이므로 가능한 b의 값은 없다.

(iv) $a=9$일 때, b는 9를 제외한 수이므로 8개

이상에서 구하는 a, b의 순서쌍 (a, b)의 개수는

$6+6+8=20$ 답 ②

090 전략 먼저 분수가 유한소수가 되도록 하는 x의 조건을 생각해 본다.

조건 (가)에서 $\frac{x}{2^2\times5\times13}$가 유한소수가 되려면 x는 13의 배수이어야 한다.

조건 (나)에서 x는 2와 3의 공배수, 즉 6의 배수이어야 한다.

즉 x는 13과 6의 공배수, 즉 78의 배수이어야 하고 조건 (다)에서 x는 200 이하의 자연수이므로 78, 156이다.

따라서 모든 자연수 x의 값의 합은

$78+156=234$ 답 ③

091 전략 순환소수를 분수로 나타내는 두 가지 방법을 생각해 본다.

④ 분수로 나타낼 때, 가장 편리한 식은 $1000x-10x$이다.

따라서 옳지 않은 것은 ④이다. 답 ④

092 전략 $0.7\dot{4}\dot{5}$를 기약분수로 나타낸 후 x의 조건을 생각해 본다.

$0.7\dot{4}\dot{5}=\frac{745-7}{990}=\frac{738}{990}=\frac{41}{55}=\frac{41}{5\times11}$

이때 $0.7\dot{4}\dot{5}\times x$가 유한소수가 되려면 x는 11의 배수이어야 한다.

즉 x의 값이 될 수 있는 가장 작은 자연수는 11이므로

$A=11$

또 x의 값이 될 수 있는 가장 큰 두 자리 자연수는 99이므로

$B=99$

$\therefore A+B=11+99=110$ 답 ④

093 전략 $0.\dot{3}\dot{7}$, $1.5\dot{2}$를 각각 기약분수로 나타낸 후 처음 기약분수의 분자, 분모를 구한다.

성미는 분자를 제대로 보았으므로

$0.\dot{3}\dot{7}=\frac{37}{99}$

에서 처음 기약분수의 분자는 37이다.

연주는 분모를 제대로 보았으므로

$1.5\dot{2}=\frac{152-15}{90}=\frac{137}{90}$

에서 처음 기약분수의 분모는 90이다.

따라서 처음 기약분수는 $\frac{37}{90}$이므로 이를 순환소수로 나타내면

$\frac{37}{90}=0.4\dot{1}$ 답 ②

094 전략 $0.\dot{1}0\dot{3}$, $0.828282\cdots$, $0.\dot{0}\dot{1}$을 각각 분수로 나타낸다.

$0.\dot{1}0\dot{3}=a\times103$에서 $\frac{103}{999}=a\times103$

$\therefore a=\frac{1}{999}$

$0.828282\cdots=b\times0.\dot{0}\dot{1}$에서 $0.\dot{8}\dot{2}=b\times0.\dot{0}\dot{1}$

$\frac{82}{99}=b\times\frac{1}{99}$ $\therefore b=82$

$\therefore ab=\frac{1}{999}\times82=\frac{82}{999}=0.\dot{0}8\dot{2}$ 답 ③

095 전략 순환소수를 분수로 나타낸 후 식을 간단히 한다.

$0.\dot{a}0\dot{b}+0.\dot{b}=0.\dot{3}1\dot{2}$에서

$\frac{100a+b}{999}+\frac{b}{9}=\frac{312}{999}$, $\frac{100a+112b}{999}=\frac{312}{999}$

$\therefore 100a+112b=312$

이때 한 자리 자연수 a, b의 값이 3보다 작아야 하므로

$a=2$, $b=1$

$\therefore 2a+b=2\times2+1=5$ 답 ②

096 전략 유리수와 소수의 관계를 생각해 본다.

ㄷ. 정수가 아닌 유리수는 유한소수 또는 순환소수로 나타낼 수 있다.

이상에서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ이다. 답 ②

097 전략 각 선수의 자유투 성공률을 기약분수로 나타낸 후 분모를 소인수분해 한다.

각 선수의 자유투 성공률을 구하면 다음과 같다.

A: $\frac{9}{14}=\frac{9}{2\times7}$

B: $\frac{21}{30}=\frac{7}{10}=\frac{7}{2\times5}$

C: $\frac{36}{45}=\frac{4}{5}$

D: $\frac{52}{80}=\frac{13}{20}=\frac{13}{2^2\times5}$

E: $\frac{69}{90}=\frac{23}{30}=\frac{23}{2\times3\times5}$

따라서 자유투 성공률을 유한소수로 나타낼 수 있는 선수는 B, C, D이다.

답 B, C, D

098 전략 세 분수가 모두 유한소수가 되도록 하는 n의 조건을 알아본다.

$\frac{7}{150}=\frac{7}{2\times3\times5^2}$이므로 $\frac{7}{150}\times n$이 유한소수가 되려면 n은 3의 배수이어야 한다.

$\frac{13}{224}=\frac{13}{2^5\times7}$이므로 $\frac{13}{224}\times n$이 유한소수가 되려면 n은 7의 배수이어야 한다.

$\frac{29}{440}=\frac{29}{2^3\times5\times11}$이므로 $\frac{29}{440}\times n$이 유한소수가 되려면 n은 11의 배수이어야 한다.

즉 n은 3, 7, 11의 공배수, 즉 231의 배수이어야 한다.

따라서 n의 값이 될 수 있는 가장 작은 자연수는 231이다.

답 231

099 전략 소수점 아래 첫째 자리부터 순환마디가 시작되는 순환소수의 분모를 알아본다.

소수점 아래 첫째 자리부터 순환마디가 시작되는 순환소수의 분모는

9, 99, 999, ⋯

$\frac{x}{693}=\frac{x}{9\times77}=\frac{x}{99\times7}$에서 x는 77의 배수이거나 7의 배수이어야 하므로 x는 7의 배수이어야 한다.

따라서 100 이하의 자연수 x는 7, 14, ⋯, 98의 14개이다.

답 14

100 전략 주어진 분수의 합을 순환소수로 나타낸다.

$\frac{2}{10}+\frac{2}{10^2}-\frac{5}{10^3}+\frac{2}{10^4}-\frac{5}{10^5}+\frac{2}{10^6}-\frac{5}{10^7}+\cdots$

$=0.2+(0.02-0.005)+(0.0002-0.00005)$

$\quad+(0.000002-0.0000005)+\cdots$

$=0.2+0.015+0.00015+0.0000015+\cdots$

$=0.2151515\cdots=0.2\dot{1}\dot{5}$

$=\frac{215-2}{990}=\frac{213}{990}=\frac{71}{330}$

따라서 $a=330$, $b=71$이므로

$a-b=330-71=259$

답 259

101 전략 먼저 $0.7\dot{x}$를 분수로 나타낸다.

$0.7\dot{x}=\frac{(70+x)-7}{90}=\frac{63+x}{90}$이므로

$\frac{63+x}{90}=\frac{5x+3}{18}$

$63+x=5(5x+3)$

$63+x=25x+15$

$-24x=-48$

$\therefore x=2$

답 2

102 전략 순환소수를 풀어 쓰고 각 자리의 숫자를 비교한다.

$0.2\dot{7}=0.2777\cdots$

$0.27\dot{5}=0.27555\cdots$

$0.\dot{2}7\dot{5}=0.275275275\cdots$

$0.2\dot{7}\dot{5}=0.2757575\cdots$

이때 크기가 작은 것부터 차례대로 나열하면

$0.\dot{2}7\dot{5}$, $0.27\dot{5}$, $0.2\dot{7}\dot{5}$, $0.2\dot{7}$

이므로 세 번째에 오는 수는 $0.2\dot{7}\dot{5}$이다.

따라서 $0.2\dot{7}\dot{5}=0.2757575\cdots$의 소수점 아래 첫째 자리를 제외한 홀수 번째 자리의 숫자는 5이므로 소수점 아래 199번째 자리의 숫자는 5이다.

답 5

103 전략 순환마디를 이루는 숫자의 개수를 구한 후 규칙을 찾는다.

(1) $\frac{8}{21}=0.\dot{3}8095\dot{2}$이므로 순환마디를 이루는 숫자는 3, 8, 0, 9, 5, 2의 6개이다. ⋯ 1단계

(2) $35=6\times5+5$이므로 소수점 아래 첫째 자리의 숫자부터 35번째 자리의 숫자까지의 합은

$(3+8+0+9+5+2)\times5+3+8+0+9+5=160$

⋯ 2단계

답 (1) 6 (2) 160

단계	채점 요소	배점
1	순환마디를 이루는 숫자의 개수 구하기	2점
2	소수점 아래 첫째 자리의 숫자부터 35번째 자리의 숫자까지의 합 구하기	3점

104 전략 먼저 유한소수로 나타낼 수 있는 수의 개수를 구한다.

(i) 분모의 소인수가 2뿐인 경우

$\frac{1}{2}$, $\frac{1}{2^2}$, $\frac{1}{2^3}$, $\frac{1}{2^4}$, $\frac{1}{2^5}$, $\frac{1}{2^6}$의 6개

(ii) 분모의 소인수가 5뿐인 경우

$\frac{1}{5}$, $\frac{1}{5^2}$의 2개

(iii) 분모의 소인수가 2와 5뿐인 경우

$\frac{1}{2\times5}$, $\frac{1}{2^2\times5}$, $\frac{1}{2^3\times5}$, $\frac{1}{2^4\times5}$, $\frac{1}{2\times5^2}$의 5개

이상에서 주어진 분수 중 유한소수로 나타낼 수 있는 수의 개수는

$6+2+5=13$ ⋯ 1단계

따라서 순환소수로 나타낼 수 있는 수의 개수는

$79-13=66$ … 2단계

답 66

단계	채점 요소	배점
1	유한소수로 나타낼 수 있는 수의 개수 구하기	3점
2	순환소수로 나타낼 수 있는 수의 개수 구하기	2점

105 전략 $4.\dot{3}\dot{6}$과 $0.7\dot{3}$을 각각 기약분수로 나타낸 후 a, b의 조건을 생각해 본다.

$4.\dot{3}\dot{6}=\frac{436-4}{99}=\frac{432}{99}=\frac{48}{11}=\frac{2^4\times3}{11}$이므로 곱하는 자연수는 $3\times11\times$(자연수)^{2}의 꼴이어야 한다.

$\therefore a=3\times11=33$ … 1단계

$0.7\dot{3}=\frac{73-7}{90}=\frac{66}{90}=\frac{11}{15}=\frac{11}{3\times5}$이므로 곱하는 자연수는 $3\times5\times11\times$(자연수)^{2}의 꼴이어야 한다.

$\therefore b=3\times5\times11=165$ … 2단계

$\therefore \frac{b}{a}=\frac{165}{33}=5$ … 3단계

답 5

단계	채점 요소	배점
1	a의 값 구하기	2점
2	b의 값 구하기	3점
3	$\frac{b}{a}$의 값 구하기	1점

106 전략 순환소수를 분수로 나타낸 후 방정식을 푼다.

$1.\dot{3}x+1=0.\dot{7}x+2.\dot{6}$에서

$\frac{13-1}{9}x+1=\frac{7}{9}x+\frac{26-2}{9}$

$\frac{4}{3}x+1=\frac{7}{9}x+\frac{8}{3}$

$12x+9=7x+24$

$5x=15 \qquad \therefore x=3$ … 1단계

$x=3$을 $2x-a=1.\dot{8}x-0.0\dot{5}$에 대입하면

$2\times3-a=1.\dot{8}\times3-0.0\dot{5}$

$6-a=\frac{18-1}{9}\times3-\frac{5}{90}$

$6-a=\frac{17}{3}-\frac{1}{18}$

$\therefore a=\frac{7}{18}=0.3\dot{8}$ … 2단계

답 $0.3\dot{8}$

단계	채점 요소	배점
1	일차방정식의 해 구하기	3점
2	a의 값을 순환소수로 나타내기	3점

Ⅱ. 식의 계산

02 단항식의 계산

셀프 CHECK

본책 30~31쪽

A (1) $5^2\times5^7=5^{2+7}=5^9$

(2) $x^3\times x^8\times x=x^{3+8+1}=x^{12}$

(3) $a^5\times b^4\times a^2\times b^6=a^{5+2}\times b^{4+6}=a^7b^{10}$

답 (1) 5^9 (2) x^{12} (3) a^7b^{10}

B (1) $(3^7)^3=3^{7\times3}=3^{21}$

(2) $(x^4)^2\times(x^3)^5=x^8\times x^{15}=x^{8+15}=x^{23}$

(3) $(a^5)^4\times a^7\times(a^2)^6=a^{20}\times a^7\times a^{12}=a^{20+7+12}=a^{39}$

답 (1) 3^{21} (2) x^{23} (3) a^{39}

C (1) $7^{10}\div7^4=7^{10-4}=7^6$

(2) $x^9\div x^3\div x^8=x^{9-3}\div x^8=x^6\div x^8=\frac{1}{x^{8-6}}=\frac{1}{x^2}$

(3) $(a^2)^7\div(a^3)^3\div a^5=a^{14}\div a^9\div a^5=a^5\div a^5=1$

답 (1) 7^6 (2) $\frac{1}{x^2}$ (3) 1

D (1) $(x^6y^3)^2=(x^6)^2\times(y^3)^2=x^{12}y^6$

(2) $(-2a^8)^3=-2^3\times(a^8)^3=-8a^{24}$

(3) $\left(\frac{y^3}{x^5}\right)^5=\frac{(y^3)^5}{(x^5)^5}=\frac{y^{15}}{x^{25}}$

(4) $\left(-\frac{b^2}{3a}\right)^4=\frac{(b^2)^4}{(3a)^4}=\frac{b^8}{81a^4}$

답 (1) $x^{12}y^6$ (2) $-8a^{24}$ (3) $\frac{y^{15}}{x^{25}}$ (4) $\frac{b^8}{81a^4}$

E (2) $\frac{3}{4}xy\times(-2y)^2=\frac{3}{4}xy\times4y^2=3xy^3$

(3) $(-ab^2)^3\times6ab\times(-4a^5b)$

$=(-a^3b^6)\times6ab\times(-4a^5b)=24a^9b^8$

답 (1) $-45a^6$ (2) $3xy^3$ (3) $24a^9b^8$

F (1) $49x^5y^3\div(-7x^4y^2)=\frac{49x^5y^3}{-7x^4y^2}=-7xy$

(2) $(-3a)^3\div\frac{9}{2}a=(-27a^3)\times\frac{2}{9a}=-6a^2$

(3) $(-4x^2y)^2\div8xy^2\div\frac{x}{y}=16x^4y^2\times\frac{1}{8xy^2}\times\frac{y}{x}=2x^2y$

답 (1) $-7xy$ (2) $-6a^2$ (3) $2x^2y$

G (1) $5a^3b\times8b^2\div10ab=5a^3b\times8b^2\times\frac{1}{10ab}=4a^2b^2$

(2) $30x^6y^2\div6x^2y\times\left(-\frac{2}{x}\right)=30x^6y^2\times\frac{1}{6x^2y}\times\left(-\frac{2}{x}\right)$

$=-10x^3y$

(3) $(-a^2b^3)^4\div\frac{b^7}{a^3}\times(-5a)=a^8b^{12}\times\frac{a^3}{b^7}\times(-5a)$

$=-5a^{12}b^5$

답 (1) $4a^2b^2$ (2) $-10x^3y$ (3) $-5a^{12}b^5$

내신 유형 다지기

본책 32~41쪽

유형 023 지수법칙 (1)

본책 32쪽

m, n이 자연수일 때

$a^m \times a^n = a^{m+n}$ ← 지수끼리 더한다.

107 $5^{a+1} \times 125 = 5^{10}$에서 $5^{a+1} \times 5^3 = 5^{10}$

$5^{a+1+3} = 5^{10}$, $5^{a+4} = 5^{10}$

즉 $a+4=10$이므로 $a=6$

답 6

108 $xyz = 2^a \times 2^b \times 2^c = 2^{a+b+c}$

이때 $a+b+c=7$이므로 $xyz = 2^7 = 128$

답 ③

109 $10 \times 12 \times 14 \times 16 \times 18 \times 20$

$= (2 \times 5) \times (2^2 \times 3) \times (2 \times 7) \times 2^4 \times (2 \times 3^2) \times (2^2 \times 5)$

$= 2^{11} \times 3^3 \times 5^2 \times 7$ … 1단계

따라서 $a=11$, $b=3$, $c=2$, $d=1$이므로 … 2단계

$a-b+c-d = 11-3+2-1 = 9$ … 3단계

답 9

단계	채점 요소	비율
1	주어진 식의 좌변을 $2^a \times 3^b \times 5^c \times 7^d$의 꼴로 나타내기	60 %
2	a, b, c, d의 값 구하기	30 %
3	$a-b+c-d$의 값 구하기	10 %

유형 024 지수법칙 (2)

본책 32쪽

m, n이 자연수일 때

$(a^m)^n = a^{mn}$ ← 지수끼리 곱한다.

110 ⑤ $x \times x^4 \times (x^6)^2 = x \times x^4 \times x^{12} = x^{1+4+12} = x^{17}$

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

답 ⑤

111 $(7^3)^4 \times 7^5 \times (7^x)^2 = 7^{27}$에서 $7^{12} \times 7^5 \times 7^{2x} = 7^{27}$

$7^{12+5+2x} = 7^{27}$, $7^{17+2x} = 7^{27}$

즉 $17+2x=27$이므로 $2x=10$ $\therefore x=5$

답 ④

112 $81^{a+2} = 27^{10-a} \times 3^6$에서

$(3^4)^{a+2} = (3^3)^{10-a} \times 3^6$, $3^{4a+8} = 3^{30-3a} \times 3^6$

$3^{4a+8} = 3^{30-3a+6}$, $3^{4a+8} = 3^{36-3a}$

즉 $4a+8 = 36-3a$이므로 $7a=28$ $\therefore a=4$

답 4

113 배추밭과 감자밭이 정사각형 모양이므로 나머지 두 직사각형이 합동이다. 즉 두 직사각형의 넓이가 같으므로

$11^a \times 4^9 = 121^2 \times 8^b$, $11^a \times (2^2)^9 = (11^2)^2 \times (2^3)^b$

$11^a \times 2^{18} = 11^4 \times 2^{3b}$

따라서 $a=4$, $18=3b$이므로 $a=4$, $b=6$

$\therefore b-a = 6-4 = 2$

답 2

유형 025 지수법칙을 이용한 대소 비교

본책 33쪽

자연수 a, b, m, n에 대하여

(1) $a<b$이면 $a^m < b^m$

➜ 지수가 같을 때, 밑이 클수록 큰 수이다.

(2) $m<n$이면 $a^m < a^n$ (단, $a \neq 1$)

➜ 밑이 같을 때, 지수가 클수록 큰 수이다.

114 $A = 2^{32} = (2^4)^8 = 16^8$

$B = 3^{24} = (3^3)^8 = 27^8$

$C = 5^{16} = (5^2)^8 = 25^8$

$16 < 25 < 27$이므로 $16^8 < 25^8 < 27^8$

$\therefore A < C < B$

답 ②

115 $2^{80} = (2^8)^{10} = 256^{10}$

$3^{50} = (3^5)^{10} = 243^{10}$

$7^{30} = (7^3)^{10} = 343^{10}$

$11^{20} = (11^2)^{10} = 121^{10}$

$121 < 243 < 256 < 343$이므로 $121^{10} < 243^{10} < 256^{10} < 343^{10}$

$\therefore 11^{20} < 3^{50} < 2^{80} < 7^{30}$

따라서 작은 것부터 차례대로 나열하면

11^{20}, 3^{50}, 2^{80}, 7^{30}

이므로 세 번째에 오는 수는 2^{80}이다.

답 2^{80}

유형 026 지수법칙 (3)

본책 33쪽

$a \neq 0$이고 m, n이 자연수일 때

① $m>n$이면 $a^m \div a^n = a^{m-n}$ ← 지수끼리 뺀다.

② $m=n$이면 $a^m \div a^n = 1$

③ $m<n$이면 $a^m \div a^n = \dfrac{1}{a^{n-m}}$

116 ① $a^8 \div a^5 = a^{8-5} = a^3$

② $(a^2)^5 \div a^7 = a^{10} \div a^7 = a^{10-7} = a^3$

③ $(a^4)^3 \div (a^3)^5 = a^{12} \div a^{15} = \dfrac{1}{a^{15-12}} = \dfrac{1}{a^3}$

④ $a^{10} \div a^6 \div a = a^4 \div a = a^3$

⑤ $(a^5)^3 \div a^8 \div (a^2)^2 = a^{15} \div a^8 \div a^4 = a^7 \div a^4 = a^3$

따라서 계산 결과가 나머지 넷과 다른 하나는 ③이다.

답 ③

117 $x^{5a} \div (x^4)^7 \div x^2 = 1$에서

$x^{5a} \div x^{28} \div x^2 = 1$, $x^{5a-28} \div x^2 = 1$

즉 $5a-28=2$이므로 $5a=30$ $\therefore a=6$

답 6

118 $32^3 \div 2^a = 8$에서 $(2^5)^3 \div 2^a = 2^3$

$2^{15} \div 2^a = 2^3$, $2^{15-a} = 2^3$

즉 $15-a=3$이므로 $a=12$ … 1단계

$3^b \div (3^2)^3 = \frac{1}{9}$에서

$3^b \div 3^6 = \frac{1}{3^2}$, $\frac{1}{3^{6-b}} = \frac{1}{3^2}$

즉 $6-b=2$이므로 $b=4$ … 2단계

$\therefore a+b=12+4=16$ … 3단계

답 16

단계	채점 요소	비율
1	a의 값 구하기	40 %
2	b의 값 구하기	40 %
3	$a+b$의 값 구하기	20 %

119 $2^{6(x-3)} \div 4^{3x-11}$에서

$2^{6(x-3)} \div (2^2)^{3x-11}$, $2^{6x-18} \div 2^{6x-22}$

$6x-18 > 6x-22$이므로

$2^{6x-18} \div 2^{6x-22} = 2^{6x-18-(6x-22)} = 2^4 = 16$

답 16

유형 027 지수법칙 (4)

본책 34쪽

m이 자연수일 때

① $(ab)^m = a^m b^m$

② $\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$ (단, $b \neq 0$)

120 ① $(ab^3)^4 = a^4 b^{12}$

③ $(-7a^2b^3)^2 = 49a^4b^6$

④ $\left(\frac{y^2z}{x^3}\right)^5 = \frac{y^{10}z^5}{x^{15}}$

따라서 옳은 것은 ②, ⑤이다.

답 ②, ⑤

121 $(4x^ay^4)^b = 4^b x^{ab} y^{4b} = 256x^{24}y^c$이므로

$4^b = 256 = 4^4$, $ab=24$, $4b=c$

따라서 $a=6$, $b=4$, $c=16$이므로

$a+b-c=6+4-16=-6$

답 −6

122 $\left(\frac{Az}{x^2y^B}\right)^3 = \frac{A^3z^3}{x^6y^{3B}} = -\frac{125z^3}{x^Cy^{12}}$이므로

$A^3 = -125 = (-5)^3$, $3B=12$, $6=C$

따라서 $A=-5$, $B=4$, $C=6$이므로

$A+BC=-5+4\times 6=19$

답 ②

123 $400 = 2^4 \times 5^2$이므로

$400^5 = (2^4 \times 5^2)^5 = 2^{20} \times 5^{10}$

따라서 $x=4$, $y=20$이므로

$xy = 4 \times 20 = 80$

답 ⑤

124 $(x^ay^bz^c)^d = x^{ad}y^{bd}z^{cd} = x^{35}y^{14}z^{21}$이므로

$ad=35$, $bd=14$, $cd=21$

따라서 이를 만족시키는 가장 큰 자연수 d는 35, 14, 21의 최대공약수이어야 하므로

$d=7$ … 1단계

$d=7$이므로 $a=5$, $b=2$, $c=3$ … 2단계

$\therefore a+b+c+d=5+2+3+7=17$ … 3단계

답 17

단계	채점 요소	비율
1	d의 값 구하기	60 %
2	a, b, c의 값 구하기	30 %
3	$a+b+c+d$의 값 구하기	10 %

유형 028 지수법칙; 종합

본책 34쪽

m, n이 자연수일 때

(1) $a^m \times a^n = a^{m+n}$

(2) $(a^m)^n = a^{mn}$

(3) $a^m \div a^n = \begin{cases} a^{m-n} & (m>n) \\ 1 & (m=n) \\ \frac{1}{a^{n-m}} & (m<n) \end{cases}$ (단, $a \neq 0$)

(4) $(ab)^m = a^m b^m$, $\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$ (단, $b \neq 0$)

125 ① $a^4 \times a^{\square} = a^{4+\square} = a^9$이므로

$4+\square=9$ $\therefore \square=5$

② $(a^{\square})^6 = a^{\square\times 6} = a^{18}$이므로 $\square \times 6 = 18$ $\therefore \square=3$

③ $a^{11} \div a^{\square} = a^{11-\square} = a^8$이므로 $11-\square=8$ $\therefore \square=3$

④ $(a^2b)^{\square} = a^{2\times\square}b^{\square} = a^8b^4$이므로 $\square=4$

⑤ $\left(\frac{b^6}{a^{\square}}\right)^3 = \frac{b^{18}}{a^{\square\times 3}} = \frac{b^{18}}{a^6}$이므로

$\square \times 3 = 6$ $\therefore \square=2$

따라서 $\square$ 안에 알맞은 수가 가장 작은 것은 ⑤이다.

답 ⑤

126 ㄱ. $(x^7)^2 \div (x^3)^5 = x^{14} \div x^{15} = \frac{1}{x^{15-14}} = \frac{1}{x}$

ㄷ. $(-5x^2y)^3 = -125x^6y^3$

이상에서 옳은 것은 ㄴ, ㄹ이다.

답 ②

127 $49^a \times 7^5 = 7^{11}$에서 $(7^2)^a \times 7^5 = 7^{11}$

$7^{2a} \times 7^5 = 7^{11}$, $7^{2a+5} = 7^{11}$

즉 $2a+5=11$이므로 $2a=6$ $\therefore a=3$

$5^{17} \div 125^3 = 5^b$에서 $5^{17} \div (5^3)^3 = 5^b$

$5^{17} \div 5^9 = 5^b$, $5^{17-9} = 5^b$ $\therefore b=8$

$\left(\frac{y^c}{3x}\right)^5 = \frac{y^{5c}}{243x^5} = \frac{y^{20}}{243x^5}$이므로 $5c=20$ $\therefore c=4$

$\therefore a+b+c=3+8+4=15$

답 ④

128 $5^{4x-7}\div(125^x\times 25^3)=625^2$에서

$5^{4x-7}\div\{(5^3)^x\times(5^2)^3\}=(5^4)^2$

$5^{4x-7}\div(5^{3x}\times 5^6)=5^8$

$5^{4x-7}\div 5^{3x+6}=5^8$

$5^{4x-7-(3x+6)}=5^8$

$5^{x-13}=5^8$

즉 $x-13=8$이므로 $\quad x=21$

답 21

유형 029 지수법칙의 응용 (1)

본책 35쪽

같은 수의 덧셈은 곱셈으로 바꾸어 간단히 할 수 있다.

➜ $\underbrace{a^m+a^m+a^m+\cdots+a^m}_{a\text{개}}=a\times a^m=a^{1+m}$

129 $9^8+9^8+9^8=3\times 9^8=3\times(3^2)^8$

$=3\times 3^{16}=3^{1+16}=3^{17}$

$\therefore n=17$

답 ③

130 $11^3\times 11^3\times 11^3=11^{3+3+3}=11^9$이므로

$x=9$ … 1단계

$2^{14}+2^{14}+2^{14}+2^{14}=4\times 2^{14}=2^2\times 2^{14}=2^{2+14}=2^{16}$이므로

$y=16$ … 2단계

$\therefore y-x=16-9=7$ … 3단계

답 7

단계	채점 요소	비율
1	x의 값 구하기	40 %
2	y의 값 구하기	50 %
3	$y-x$의 값 구하기	10 %

131 $\dfrac{2^7+2^7}{3^7+3^7+3^7}\times\dfrac{5^7+5^7+5^7}{4^7+4^7}$

$=\dfrac{2\times 2^7}{3\times 3^7}\times\dfrac{3\times 5^7}{2\times 4^7}$

$=\dfrac{2^7}{3^7}\times\dfrac{5^7}{4^7}=\dfrac{2^7}{3^7}\times\dfrac{5^7}{(2^2)^7}$

$=\dfrac{2^7}{3^7}\times\dfrac{5^7}{2^{14}}=\dfrac{5^7}{3^7\times 2^7}$

$=\dfrac{5^7}{(3\times 2)^7}=\dfrac{5^7}{6^7}=\left(\dfrac{5}{6}\right)^7$

따라서 $p=6,\ q=5,\ m=7$이므로

$p-q+m=6-5+7=8$

답 ①

유형 030 지수법칙의 응용 (2)

본책 36쪽

밑이 같고 지수가 다른 수의 덧셈은 지수법칙과 분배법칙을 이용하여 간단히 변형할 수 있다.

➜ $3^x+3^{x+1}=3^x+3^x\times 3=(1+3)\times 3^x=4\times 3^x$

132 $7^x+7^{x+1}=7^x+7^x\times 7$

$=(1+7)\times 7^x$

$=8\times 7^x=392$

따라서 $7^x=49=7^2$이므로 $\quad x=2$

답 2

133 $2^x+2^{x+1}+2^{x+2}=2^x+2^x\times 2+2^x\times 2^2$

$=(1+2+4)\times 2^x$

$=7\times 2^x=448$

따라서 $2^x=64=2^6$이므로 $\quad x=6$

답 ④

134 $3^{x-2}+3^x+3^{x+2}=3^x\div 3^2+3^x+3^x\times 3^2$

$=3^x\times\dfrac{1}{9}+3^x+3^x\times 9$

$=\left(\dfrac{1}{9}+1+9\right)\times 3^x$

$=\dfrac{91}{9}\times 3^x$

$30^2-3^4=819$이므로

$\dfrac{91}{9}\times 3^x=819,\quad 3^x=81=3^4$

$\therefore x=4$

답 4

유형 031 문자를 사용하여 나타내기 (1)

본책 36쪽

주어진 조건과 밑이 같아지도록 변형한다.

➜ $5^4=a$라 할 때, 25^6을 a를 사용하여 나타내면

$25^6=(5^2)^6=5^{12}=(5^4)^3=a^3$

135 $\left(\dfrac{1}{9}\right)^{10}=\dfrac{1}{9^{10}}=\dfrac{1}{(3^2)^{10}}=\dfrac{1}{3^{20}}=\dfrac{1}{(3^5)^4}=\dfrac{1}{A^4}$

답 ①

136 $2^{14}\div 8^5\times 16^4=2^{14}\div(2^3)^5\times(2^4)^4$

$=2^{14}\div 2^{15}\times 2^{16}$

$=\dfrac{1}{2}\times 2^{16}$

$=2^{15}=(2^3)^5$

$=a^5$ … 1단계

$\therefore n=5$ … 2단계

답 5

단계	채점 요소	비율
1	$2^{14}\div 8^5\times 16^4$을 a를 사용하여 나타내기	80 %
2	n의 값 구하기	20 %

137 $280=2^3\times 5\times 7$이므로

$280^x=(2^3\times 5\times 7)^x=2^{3x}\times 5^x\times 7^x$

$=(2^x)^3\times 5^x\times 7^x=A^3BC$

답 ④

유형 032 문자를 사용하여 나타내기 (2)

본책 37쪽

$a=2^{x+1}$일 때, 4^x을 a를 사용하여 나타내어 보자.

➜ $a=2^{x+1}=2^x\times2$이므로 $\quad 2^x=\frac{a}{2}$

$\therefore 4^x=(2^2)^x=2^{2x}=(2^x)^2=\left(\frac{a}{2}\right)^2=\frac{a^2}{4}$

138 $A=5^{x-1}=5^x\div5=\frac{5^x}{5}$이므로 $\quad 5^x=5A$

$\therefore 125^x=(5^3)^x=5^{3x}=(5^x)^3=(5A)^3=125A^3$

답 ④

139 $a=3^{x+1}=3^x\times3$이므로 $\quad 3^x=\frac{a}{3}$

$\therefore 9^{x-1}=(3^2)^{x-1}=3^{2x-2}$

$=3^{2x}\div3^2=(3^x)^2\times\frac{1}{9}$

$=\left(\frac{a}{3}\right)^2\times\frac{1}{9}=\frac{1}{81}a^2$

답 ③

140 $A=2^{x+1}=2^x\times2$이므로 $\quad 2^x=\frac{A}{2}$

$B=7^{x-2}=7^x\div7^2=\frac{7^x}{49}$이므로 $\quad 7^x=49B$

$\therefore 14^x=(2\times7)^x=2^x\times7^x$

$=\frac{A}{2}\times49B=\frac{49}{2}AB$

답 ④

유형 033 자릿수 구하기

본책 37쪽

자연수 m, n에 대하여 $2^m\times5^n$의 자릿수는 다음과 같은 방법으로 구한다.

① $2^m\times5^n$을 $a\times10^k$ (a, k는 자연수)의 꼴로 나타낸다.

② $a\times10^k$의 자릿수는 (a의 자릿수)$+k$임을 이용한다.

141 $2^{13}\times5^{15}\times7=(2^{13}\times5^{13})\times5^2\times7$

$=5^2\times7\times(2\times5)^{13}$

$=175\times10^{13}$

따라서 $2^{13}\times5^{15}\times7$은 16자리 자연수이므로

$n=16$

답 ④

142 (1) $A=(5^2)^7\times16^3=5^{14}\times(2^4)^3$

$=5^{14}\times2^{12}=5^2\times(5^{12}\times2^{12})$

$=5^2\times(5\times2)^{12}=25\times10^{12}$

따라서 A는 14자리 자연수이다. … 1단계

(2) $A=25\times10^{12}$이므로 각 자리의 숫자의 합은

$2+5=7$ … 2단계

답 (1) 14자리 (2) 7

단계	채점 요소	비율
1	A가 몇 자리 자연수인지 구하기	70 %
2	A의 각 자리의 숫자의 합 구하기	30 %

143 $2^x\times5^{x+3}=(2^x\times5^x)\times5^3=5^3\times(2\times5)^x=125\times10^x$

$2^x\times5^{x+3}$이 10자리 자연수이므로 $\quad x=7$

답 7

144 $\frac{2^7\times15^{10}}{45^5}=\frac{2^7\times(3\times5)^{10}}{(3^2\times5)^5}=\frac{2^7\times3^{10}\times5^{10}}{3^{10}\times5^5}$

$=2^7\times5^5=2^2\times(2^5\times5^5)$

$=2^2\times(2\times5)^5=4\times10^5$

즉 $\frac{2^7\times15^{10}}{45^5}$은 6자리 자연수이므로 $\quad p=6$

$(2^9+2^9+2^9)\times(5^9+5^9)=(3\times2^9)\times(2\times5^9)$

$=3\times2\times(2\times5)^9$

$=6\times10^9$

즉 $(2^9+2^9+2^9)\times(5^9+5^9)$은 10자리 자연수이므로

$q=10$

$\therefore q-p=10-6=4$

답 4

유형 034 일의 자리의 숫자 구하기

본책 38쪽

지수법칙을 이용하여 주어진 수를 a^n의 꼴로 나타낸 후 a의 거듭제곱의 일의 자리의 숫자의 규칙을 찾는다.

145 $32^5\times(2^8)^3=(2^5)^5\times(2^8)^3=2^{25}\times2^{24}=2^{25+24}=2^{49}$

$2^1=2$, $2^2=4$, $2^3=8$, $2^4=16$, $2^5=32$, …이므로 2의 거듭제곱의 일의 자리의 숫자는 2, 4, 8, 6의 순서대로 반복된다.

이때 $49=4\times12+1$이므로 2^{49}의 일의 자리의 숫자는 2이다.

답 ②

146 $\frac{7^{30}+49^{15}}{7^8+49^4}=\frac{7^{30}+(7^2)^{15}}{7^8+(7^2)^4}=\frac{7^{30}+7^{30}}{7^8+7^8}$

$=\frac{2\times7^{30}}{2\times7^8}=7^{22}$ … 1단계

$7^1=7$, $7^2=49$, $7^3=343$, $7^4=2401$, $7^5=16807$, …이므로 7의 거듭제곱의 일의 자리의 숫자는 7, 9, 3, 1의 순서대로 반복된다.

이때 $22=4\times5+2$이므로 7^{22}의 일의 자리의 숫자는 9이다.

… 2단계

답 9

단계	채점 요소	비율
1	주어진 수를 a^n의 꼴로 나타내기	70 %
2	일의 자리의 숫자 구하기	30 %

147 $A=9^{40}\times27^5=(3^2)^{40}\times(3^3)^5=3^{80}\times3^{15}=3^{80+15}=3^{95}$

$B=3^{12}+3^{12}+3^{12}=3\times3^{12}=3^{1+12}=3^{13}$

$3^1=3$, $3^2=9$, $3^3=27$, $3^4=81$, $3^5=243$, …이므로 3의 거듭제곱의 일의 자리의 숫자는 3, 9, 7, 1의 순서대로 반복된다.

이때 $95=4\times23+3$이므로 3^{95}의 일의 자리의 숫자는 7이고, $13=4\times3+1$이므로 3^{13}의 일의 자리의 숫자는 3이다.

따라서 $\langle A\rangle=7$, $\langle B\rangle=3$이므로

$\langle A\rangle+\langle B\rangle=7+3=10$

답 ③

유형 035 지수법칙의 활용

본책 38쪽

거듭제곱으로 나타낼 수 있는 수의 계산은 지수법칙을 이용하면 편리하다.

148 종이를 반으로 접을 때마다 종이의 두께는 2배가 되므로 5번 접었을 때 종이의 두께는

(0.4×2^5) mm $\quad\therefore n=5$

답 5

149 $2\,(\text{KB})=2\times2^{10}\,(\text{Byte})=2\times2^{10}\times2^3\,(\text{Bit})$

$=2^{1+10+3}\,(\text{Bit})=2^{14}\,(\text{Bit})$

$8\,(\text{MB})=8\times2^{10}\,(\text{KB})=2^3\times2^{10}\times2^{10}\,(\text{Byte})$

$=2^{3+10+10}\,(\text{Byte})=2^{23}\,(\text{Byte})$

따라서 $a=14$, $b=23$이므로

$a+b=14+23=37$

답 ⑤

150 $1.5\times10^8\,(\text{km})=1.5\times10^8\times10^3\,(\text{m})$

$=1.5\times10^{11}\,(\text{m})$

따라서 태양의 빛이 지구에 도달하는 데 걸리는 시간은

$\dfrac{1.5\times10^{11}}{3\times10^8}=\dfrac{10^3}{2}=500$(초)

답 500초

유형 036 단항식의 곱셈

본책 39쪽

단항식의 곱셈은 다음과 같은 방법으로 계산한다.

① 계수는 계수끼리, 문자는 문자끼리 곱한다.

② 같은 문자끼리의 곱셈은 지수법칙을 이용하여 간단히 한다.

151 $(-4x^2y^3)^3\times\left(\dfrac{x}{y^6}\right)^2\times\left(-\dfrac{x}{8}\right)$

$=(-64x^6y^9)\times\dfrac{x^2}{y^{12}}\times\left(-\dfrac{x}{8}\right)=\dfrac{8x^9}{y^3}$

따라서 $a=8$, $b=9$, $c=3$이므로

$a-b+c=8-9+3=2$

답 ④

152 빈칸에 알맞은 식은 $\dfrac{a^2}{b^3}\times a^4b^2=\dfrac{a^6}{b}$

따라서 A에 알맞은 식은 $a^4b^2\times\dfrac{a^6}{b}=a^{10}b$

답 $a^{10}b$

153 $(-7x^5y^A)\times(-2xy)^B=(-7x^5y^A)\times(-2)^Bx^By^B$

$=\{(-7)\times(-2)^B\}x^{5+B}y^{A+B}$

즉 $\{(-7)\times(-2)^B\}x^{5+B}y^{A+B}=Cx^8y^7$이므로

$(-7)\times(-2)^B=C$, $5+B=8$, $A+B=7$

$5+B=8$에서 $\quad B=3$

$A+B=7$에서 $\quad A+3=7\quad\therefore A=4$

$(-7)\times(-2)^B=(-7)\times(-2)^3=56$에서 $\quad C=56$

$\therefore AB+C=4\times3+56=68$

답 ②

유형 037 단항식의 나눗셈

본책 39쪽

방법 ① 분수의 꼴로 바꾸어 계산한다. ➡ $A\div B=\dfrac{A}{B}$

방법 ② 나눗셈을 곱셈으로 바꾸어 계산한다.

➡ $A\div B=A\times\dfrac{1}{B}=\dfrac{A}{B}$

154 $(-5x^7y^3)\div\left(-\dfrac{x^3}{2y}\right)^2\div\dfrac{10y}{x}$

$=(-5x^7y^3)\div\dfrac{x^6}{4y^2}\div\dfrac{10y}{x}$

$=(-5x^7y^3)\times\dfrac{4y^2}{x^6}\times\dfrac{x}{10y}$

$=-2x^2y^4$

따라서 $a=-2$, $b=2$, $c=4$이므로

$abc=(-2)\times2\times4=-16$

답 ①

155 $A=24x^4y\times\left(-\dfrac{5}{6}y^2\right)=-20x^4y^3$

$B=\dfrac{2}{3}x^3y^5\div\left(-\dfrac{x^2y^3}{15}\right)$

$=\dfrac{2}{3}x^3y^5\times\left(-\dfrac{15}{x^2y^3}\right)=-10xy^2$

$\therefore A\div B=(-20x^4y^3)\div(-10xy^2)$

$=\dfrac{-20x^4y^3}{-10xy^2}$

$=2x^3y$

답 ④

156 $(-3x^4y^3)^a\div9x^by^2\div x^5y^8$

$=(-3)^ax^{4a}y^{3a}\times\dfrac{1}{9x^by^2}\times\dfrac{1}{x^5y^8}$

$=\dfrac{(-3)^a}{9}x^{4a-b-5}y^{3a-10}$ ⋯ 1단계

즉 $\dfrac{(-3)^a}{9}x^{4a-b-5}y^{3a-10}=cx^3y^2$이므로

$\dfrac{(-3)^a}{9}=c$, $4a-b-5=3$, $3a-10=2$

$3a-10=2$에서

$3a=12\quad\therefore a=4$

$4a-b-5=3$에서

$16-b-5=3\quad\therefore b=8$

$\dfrac{(-3)^a}{9}=\dfrac{(-3)^4}{9}=9$에서 $\quad c=9$ ⋯ 2단계

$\therefore a+b-c=4+8-9=3$ ⋯ 3단계

답 3

단계	채점 요소	비율
1	좌변을 간단히 하기	60 %
2	a, b, c의 값 구하기	30 %
3	$a+b-c$의 값 구하기	10 %

유형 038 단항식의 곱셈과 나눗셈의 혼합 계산 본책 40쪽

단항식의 곱셈과 나눗셈의 혼합 계산은 다음과 같은 순서로 계산한다.

❶ 괄호가 있으면 지수법칙을 이용하여 괄호를 푼다.

❷ 나눗셈은 곱셈으로 바꾼다.

❸ 계수는 계수끼리, 문자는 문자끼리 계산한다.

157 ㄱ. $2x^3\times6xy\div\dfrac{3y}{4x}=2x^3\times6xy\times\dfrac{4x}{3y}=16x^5$

ㄴ. $35a^5b^3\div(-7a^2b)\times(-ab)^2$

$=35a^5b^3\times\left(-\dfrac{1}{7a^2b}\right)\times a^2b^2=-5a^5b^4$

ㄷ. $4x^2y\times(-xy^2)^3\div\dfrac{2}{5}x^3y^4$

$=4x^2y\times(-x^3y^6)\times\dfrac{5}{2x^3y^4}=-10x^2y^3$

이상에서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ이다.

답 ③

158 □ 안에 알맞은 식은

$\dfrac{60y^2}{x}\times\dfrac{1}{5}xy^3=12y^5$

따라서 (나)에 알맞은 식은

$12y^5\div\left(-\dfrac{2y}{x}\right)=12y^5\times\left(-\dfrac{x}{2y}\right)=-6xy^4$

답 $-6xy^4$

159 $36x^4y^A\times\dfrac{2x^2}{y^3}\div(Bxy)^2=36x^4y^A\times\dfrac{2x^2}{y^3}\times\dfrac{1}{B^2x^2y^2}$

$=\dfrac{72x^4}{B^2y^{5-A}}$

즉 $\dfrac{72x^4}{B^2y^{5-A}}=\dfrac{8x^C}{y^2}$이므로

$\dfrac{72}{B^2}=8$, $5-A=2$, $4=C$

따라서 $A=3$, $B=3$, $C=4$이므로

$ABC=3\times3\times4=36$

답 36

유형 039 □ 안에 알맞은 식 구하기 본책 40쪽

(1) $A\times\square\div B=C \Rightarrow \square=\dfrac{1}{A}\times B\times C$

(2) $A\div\square\times B=C \Rightarrow \square=A\times B\times\dfrac{1}{C}$

160 $12ab^3\div\square\times\left(-\dfrac{2}{b}\right)^2=\dfrac{16}{a}$에서

$12ab^3\times\dfrac{1}{\square}\times\dfrac{4}{b^2}=\dfrac{16}{a}$

$\therefore \square=12ab^3\times\dfrac{4}{b^2}\times\dfrac{a}{16}=3a^2b$

답 $3a^2b$

161 $A\times7x^2y=-21x^3y^5$에서

$A=\dfrac{-21x^3y^5}{7x^2y}=-3xy^4$

$B\div\left(-\dfrac{xy}{4}\right)=8x^2y$에서

$B=8x^2y\times\left(-\dfrac{xy}{4}\right)=-2x^3y^2$

$\therefore AB=(-3xy^4)\times(-2x^3y^2)=6x^4y^6$

답 ③

162 어떤 식을 A라 하면

$A\div\left(-\dfrac{3}{5}x^2y\right)=25x^3y^2$

$\therefore A=25x^3y^2\times\left(-\dfrac{3}{5}x^2y\right)=-15x^5y^3$ … 1단계

따라서 바르게 계산한 식은

$(-15x^5y^3)\times\left(-\dfrac{3}{5}x^2y\right)=9x^7y^4$ … 2단계

답 $9x^7y^4$

단계	채점 요소	비율
1	어떤 식 구하기	50 %
2	바르게 계산한 식 구하기	50 %

163 $A\times a^3b^6\times B=a^5b^{11}\times a^4b^9\times B$이므로

$A\times a^3b^6=a^9b^{20}$

$\therefore A=\dfrac{a^9b^{20}}{a^3b^6}=a^6b^{14}$

이때

$a^6b^{14}\times a^4b^9\times(ab^2)^2=a^6b^{14}\times a^4b^9\times a^2b^4=a^{12}b^{27}$

이므로

$a^5b^{11}\times a^4b^9\times B=a^{12}b^{27}$

$a^9b^{20}\times B=a^{12}b^{27}$

$\therefore B=\dfrac{a^{12}b^{27}}{a^9b^{20}}=a^3b^7$

답 $A=a^6b^{14}$, $B=a^3b^7$

유형 040 단항식의 곱셈과 나눗셈의 활용 본책 41쪽

다음 공식을 이용하여 식을 세운다.

(1) (사다리꼴의 넓이)

$=\dfrac{1}{2}\times${(윗변의 길이)+(아랫변의 길이)}$\times$(높이)

(2) (마름모의 넓이)$=\dfrac{1}{2}\times$(두 대각선의 길이의 곱)

(3) (기둥의 부피)=(밑넓이)$\times$(높이)

(4) (뿔의 부피)$=\dfrac{1}{3}\times$(밑넓이)$\times$(높이)

(5) (구의 부피)$=\dfrac{4}{3}\pi\times$(반지름의 길이)^3

164 (사각뿔의 부피)$=\frac{1}{3}\times(6x^2\times9xy)\times5xy^2$

$=90x^4y^3$

답 ②

165 (마름모의 넓이)$=\frac{1}{2}\times$(두 대각선의 길이의 곱)이므로

$\frac{1}{2}\times7a^2\times$(다른 대각선의 길이)$=35a^3b$

$\frac{7a^2}{2}\times$(다른 대각선의 길이)$=35a^3b$

$\therefore$ (다른 대각선의 길이)$=35a^3b\times\frac{2}{7a^2}=10ab$

답 $10ab$

166 (직육면체의 부피)=(밑넓이)×(높이)이므로

$8x^4y^3\times\frac{3x}{y}\times$(높이)$=48x^7y^3$

$24x^5y^2\times$(높이)$=48x^7y^3$

$\therefore$ (높이)$=\frac{48x^7y^3}{24x^5y^2}=2x^2y$

답 ④

167 (사다리꼴의 넓이)$=\frac{1}{2}\times(5xy+9xy)\times4y^2$

$=\frac{1}{2}\times14xy\times4y^2$

$=28xy^3$ ··· 1단계

(삼각형의 넓이)$=\frac{1}{2}\times3xy^2\times8y=12xy^3$ ··· 2단계

이때 $28xy^3\div12xy^3=\frac{28xy^3}{12xy^3}=\frac{7}{3}$이므로 사다리꼴의 넓이는 삼각형의 넓이의 $\frac{7}{3}$배이다. ··· 3단계

답 $\frac{7}{3}$배

단계	채점 요소	비율
1	사다리꼴의 넓이 구하기	40 %
2	삼각형의 넓이 구하기	40 %
3	사다리꼴의 넓이는 삼각형의 넓이의 몇 배인지 구하기	20 %

168 (구의 부피)$=\frac{4}{3}\pi\times(6ab)^3$

$=\frac{4}{3}\pi\times216a^3b^3$

$=288\pi a^3b^3$

(원기둥의 부피)$=\pi\times(4a)^2\times$(높이)

$=16\pi a^2\times$(높이)

구의 부피가 원기둥의 부피의 3배이므로

$3\times16\pi a^2\times$(높이)$=288\pi a^3b^3$

$48\pi a^2\times$(높이)$=288\pi a^3b^3$

$\therefore$ (높이)$=\frac{288\pi a^3b^3}{48\pi a^2}=6ab^3$

답 $6ab^3$

만점 유형 도전하기

본책 42~43쪽

169 전략 지수법칙을 이용한다.

영연: $y^{14}\div(y^2)^3\div y^8=y^{14}\div y^6\div y^8=y^8\div y^8=1$

정희: $81^5+81^5+81^5=3\times81^5=3\times(3^4)^5$

$=3\times3^{20}=3^{1+20}=3^{21}$

예진: $2^{10}\times3^3\times5^8=2^2\times3^3\times(2^8\times5^8)$

$=2^2\times3^3\times(2\times5)^8$

$=108\times10^8$

즉 $2^{10}\times3^3\times5^8$은 11자리 자연수이다.

따라서 잘못 말한 사람은 영연, 정희이다.

답 풀이 참조

170 전략 먼저 지수법칙을 이용하여 x, y의 값을 구한 후 주어진 자료에 대입하여 평균, 중앙값을 구한다.

$125\times5^x=25^4$에서

$5^3\times5^x=(5^2)^4$, $5^{3+x}=5^8$

즉 $3+x=8$이므로 $x=5$

$\frac{11^{3y+1}}{11^{y+3}}=121^2$에서

$11^{3y+1-(y+3)}=(11^2)^2$, $11^{2y-2}=11^4$

즉 $2y-2=4$이므로 $2y=6$ $\therefore y=3$

이때 주어진 자료는 3, 10, x, 6, 16, $x+y$, 즉

3, 10, 5, 6, 16, 8이므로 작은 값부터 크기순으로 나열하면

3, 5, 6, 8, 10, 16이다.

$\therefore$ (평균)$=\frac{3+5+6+8+10+16}{6}=\frac{48}{6}=8$

(중앙값)$=\frac{6+8}{2}=7$

답 평균: 8, 중앙값: 7

만점 공략 노트

(1) 평균: 변량의 총합을 변량의 개수로 나눈 값

➜ (평균)$=\frac{\text{(변량의 총합)}}{\text{(변량의 개수)}}$

(2) 중앙값: 자료의 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하였을 때, 한가운데에 있는 값

(3) 최빈값: 자료의 변량 중에서 가장 많이 나타나는 값

171 전략 순환소수를 분수로 나타낸 후 지수법칙을 이용한다.

$\left(\frac{1}{9}\right)^3=(0.\dot{3})^a$에서 $\left(\frac{1}{9}\right)^3=\left(\frac{3}{9}\right)^a$

$\left\{\left(\frac{1}{3}\right)^2\right\}^3=\left(\frac{1}{3}\right)^a$, $\left(\frac{1}{3}\right)^6=\left(\frac{1}{3}\right)^a$

$\therefore a=6$

$(1.\dot{7})^b=\left(\frac{4}{3}\right)^{10}$에서 $\left(\frac{16}{9}\right)^b=\left(\frac{4}{3}\right)^{10}$

$\left\{\left(\frac{4}{3}\right)^2\right\}^b=\left(\frac{4}{3}\right)^{10}$, $\left(\frac{4}{3}\right)^{2b}=\left(\frac{4}{3}\right)^{10}$

즉 $2b=10$이므로 $b=5$

$\therefore ab=6\times5=30$

답 30

172 전략 직각삼각형의 직각을 낀 변을 회전축으로 하여 1회전 시킬 때 생기는 입체도형은 원뿔이다.

직각삼각형 ABC를 $\overline{AC}$를 회전축으로 하여 1회전 시킬 때 생기는 입체도형은 밑면의 반지름의 길이가 $6x^3y$, 높이가 $\frac{2}{3}xy$인 원뿔이므로

$$V_1=\frac{1}{3}\times\pi\times(6x^3y)^2\times\frac{2}{3}xy$$
$$=\frac{1}{3}\times\pi\times36x^6y^2\times\frac{2}{3}xy$$
$$=8\pi x^7y^3$$

직각삼각형 ABC를 $\overline{BC}$를 회전축으로 하여 1회전 시킬 때 생기는 입체도형은 밑면의 반지름의 길이가 $\frac{2}{3}xy$, 높이가 $6x^3y$인 원뿔이므로

$$V_2=\frac{1}{3}\times\pi\times\left(\frac{2}{3}xy\right)^2\times6x^3y$$
$$=\frac{1}{3}\times\pi\times\frac{4}{9}x^2y^2\times6x^3y$$
$$=\frac{8}{9}\pi x^5y^3$$

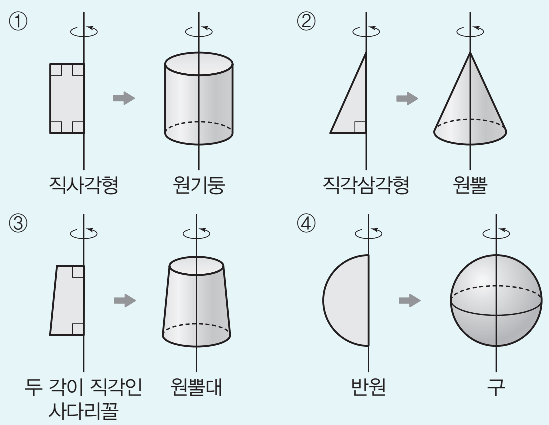
$$\therefore \frac{V_1}{V_2}=V_1\div V_2=8\pi x^7y^3\div\frac{8}{9}\pi x^5y^3$$
$$=8\pi x^7y^3\times\frac{9}{8\pi x^5y^3}$$
$$=9x^2$$

답 $9x^2$

만점 공략 노트

(1) 회전체: 평면도형을 한 직선을 축으로 하여 1회전 시킬 때 생기는 입체도형

(2) 회전체의 종류



173 전략 지수법칙을 이용하여 주어진 식을 간단히 한다.

$5\times4^x+4^{x+1}=5\times4^x+4\times4^x=9\times4^x$

$$\therefore 7^{x+1}(5\times4^x+4^{x+1})=7^{x+1}\times9\times4^x$$
$$=7\times7^x\times9\times4^x$$
$$=63\times(2^2)^x\times7^x$$
$$=63\times(2^x)^2\times7^x$$
$$=63A^2B$$

답 ④

174 전략 주어진 식을 $a\times10^k$의 꼴로 나타낸다.

$(2^{15}+2^{15}+2^{15}+2^{15})(5^{19}+5^{19}+5^{19})\times x$
$=(4\times2^{15})\times(3\times5^{19})\times x$
$=(2^2\times2^{15})\times(3\times5^{19})\times x$
$=2^{17}\times(3\times5^{19})\times x$
$=3\times5^2\times(2^{17}\times5^{17})\times x$
$=3\times5^2\times(2\times5)^{17}\times x$
$=75\times x\times10^{17}$

이 수가 20자리 자연수이므로 $75\times x$는 세 자리 자연수이다.
이때 $75\times2=150$, $75\times3=225$, $\cdots$, $75\times13=975$이므로 자연수 x는 2, 3, $\cdots$, 13의 12개이다.

답 12

175 전략 25^{12}을 5의 거듭제곱으로 나타낸 후 같은 수를 찾는다.

$25^{12}=(5^2)^{12}=5^{24}$이므로

$$25^{12}=(5^{24})^1=5^{24}$$
$$=(5^{12})^2=(5^2)^{12}$$
$$=(5^8)^3=(5^3)^8$$
$$=(5^6)^4=(5^4)^6$$

따라서 25^{12}과 같은 수는 모두 8번 나타난다.

답 8번

176 전략 별 A와 별 B의 광도를 각각 식으로 나타낸다.

별 A의 반지름의 길이를 R_A, 별 B의 반지름의 길이를 R_B라 하면

$$R_A=9R_B$$

별 A의 표면 온도를 T_A, 별 B의 표면 온도를 T_B라 하면

$$T_A=\frac{2}{3}T_B$$

$$\therefore \frac{L_A}{L_B}=\frac{4\pi R_A{}^2\times\sigma T_A{}^4}{4\pi R_B{}^2\times\sigma T_B{}^4}$$
$$=\frac{4\pi\times(9R_B)^2\times\sigma\times\left(\frac{2}{3}T_B\right)^4}{4\pi R_B{}^2\times\sigma T_B{}^4}$$
$$=\frac{4\pi\times81R_B{}^2\times\sigma\times\frac{16}{81}T_B{}^4}{4\pi R_B{}^2\times\sigma T_B{}^4}$$
$$=81\times\frac{16}{81}$$
$$=16$$

답 16

시험 만점 완성하기

본책 44~47쪽

177 전략 32를 2의 거듭제곱으로 나타낸 후 지수법칙을 이용한다.

$32\times2^x=2^{13}$에서

$2^5\times2^x=2^{13}$, $\quad 2^{5+x}=2^{13}$

즉 $5+x=13$이므로 $\quad x=8$

답 ③

178 전략 지수법칙을 이용하여 □ 안에 알맞은 수를 구한다.

$(a^3)^5\times(a^4)^2\times a^7=a^{15}\times a^8\times a^7=a^{15+8+7}=a^{30}$이므로

$\square=30$

$b^{17}\div b^{\square}\div(b^2)^6=1$에서

$b^{17}\div b^{\square}\div b^{12}=1,\quad b^{17-\square}\div b^{12}=1$

즉 $17-\square=12$이므로 $\quad \square=5$

따라서 □ 안에 알맞은 수들의 합은 $\quad 30+5=35$ 답 ④

179 전략 지수법칙을 이용하여 지수를 같게 한 후 밑의 대소를 비교한다.

① $2^{35}=(2^7)^5=128^5$
② $3^{20}=(3^4)^5=81^5$
③ $5^{15}=(5^3)^5=125^5$
④ $8^{10}=(8^2)^5=64^5$
⑤ 40^5

$40<64<81<125<128$이므로

$40^5<64^5<81^5<125^5<128^5$

$\therefore 40^5<8^{10}<3^{20}<5^{15}<2^{35}$

따라서 두 번째로 큰 수는 5^{15}이다. 답 ③

180 전략 224를 소인수분해 한 후 지수법칙을 이용한다.

$224=2^5\times7$이므로 $\quad 224^3=(2^5\times7)^3=2^{15}\times7^3$

따라서 $x=15,\ y=3$이므로 $\quad x-y=15-3=12$ 답 ⑤

181 전략 지수법칙을 이용하여 각각의 식을 간단히 한다.

② $(a^2)^3\div(a^4)^2=a^6\div a^8=\dfrac{1}{a^2}$

③ $a^9\div(a^5\div a^3)=a^9\div a^2=a^7$

⑤ $\left(-\dfrac{b^4}{5a}\right)^3=-\dfrac{b^{12}}{125a^3}$

따라서 옳은 것은 ①, ④이다. 답 ①, ④

182 전략 같은 수의 덧셈을 곱셈으로 바꾸어 나타낸 후 지수법칙을 이용하여 간단히 한다.

$$\frac{3^9+3^9+3^9}{9^5}\times\frac{2^7+2^7}{8^3}=\frac{3\times3^9}{(3^2)^5}\times\frac{2\times2^7}{(2^3)^3}$$
$$=\frac{3^{10}}{3^{10}}\times\frac{2^8}{2^9}=\frac{1}{2}$$

답 ②

183 전략 주어진 등식의 좌변을 $a\times5^x$의 꼴로 나타낸다.

$$5^{x-1}+5^x+5^{x+1}=5^x\div5+5^x+5^x\times5$$
$$=5^x\times\frac{1}{5}+5^x+5^x\times5$$
$$=\left(\frac{1}{5}+1+5\right)\times5^x$$
$$=\frac{31}{5}\times5^x$$

따라서 $\dfrac{31}{5}\times5^x=775$이므로 $\quad 5^x=125=5^3$

$\therefore x=3$ 답 ②

184 전략 2^x을 A를 사용한 식으로 나타낸다.

$A=2^{x-1}=2^x\div2=\dfrac{2^x}{2}$이므로

$2^x=2A$

$\therefore 40^x=(2^3\times5)^x=2^{3x}\times5^x=(2^x)^3\times5^x$

$=(2A)^3\times B=8A^3B$ 답 ③

185 전략 주어진 수를 a^x의 꼴로 나타낸 후 a의 거듭제곱의 일의 자리의 숫자의 규칙을 찾는다.

$$(3^{10})^2\div81^2\times27^5=(3^{10})^2\div(3^4)^2\times(3^3)^5$$
$$=3^{20}\div3^8\times3^{15}$$
$$=3^{20-8+15}=3^{27}$$

$3^1=3,\ 3^2=9,\ 3^3=27,\ 3^4=81,\ 3^5=243,\ \cdots$이므로 3의 거듭제곱의 일의 자리의 숫자는 3, 9, 7, 1의 순서대로 반복된다.

이때 $27=4\times6+3$이므로 3^{27}을 10으로 나누었을 때의 나머지, 즉 일의 자리의 숫자는 7이다. 답 ④

186 전략 박테리아의 수가 1시간마다 몇 배씩 증가하는지 알아본다.

30분마다 박테리아의 수가 2배씩 증가하므로 1시간마다 2^2배씩 증가한다.

따라서 6시간 후의 박테리아의 수는

$8\times(2^2)^6=2^3\times2^{12}=2^{3+12}=2^{15}$

$\therefore n=15$ 답 ④

187 전략 단항식의 나눗셈 ➜ 분수의 꼴로 바꾸어 계산하거나 나눗셈을 곱셈으로 바꾸어 계산한다.

⑤ $(3x^5y^2)^2\div(-xy)^4\div\dfrac{x}{2y}=9x^{10}y^4\times\dfrac{1}{x^4y^4}\times\dfrac{2y}{x}=18x^5y$

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다. 답 ⑤

188 전략 좌변을 간단히 한 후 우변과 비교한다.

$$7x^4y\times(-2x^5y^2)^a\div(-8x^by^3)$$
$$=7x^4y\times(-2)^ax^{5a}y^{2a}\times\left(-\frac{1}{8x^by^3}\right)$$
$$=\left\{-\frac{7}{8}\times(-2)^a\right\}x^{4+5a-b}y^{2a-2}$$

즉 $\left\{-\dfrac{7}{8}\times(-2)^a\right\}x^{4+5a-b}y^{2a-2}=cx^{10}y^6$이므로

$-\dfrac{7}{8}\times(-2)^a=c,\ 4+5a-b=10,\ 2a-2=6$

$2a-2=6$에서

$2a=8\quad \therefore a=4$

$4+5a-b=10$에서

$4+20-b=10\quad \therefore b=14$

$-\dfrac{7}{8}\times(-2)^a=-\dfrac{7}{8}\times(-2)^4=-14$에서 $\quad c=-14$

$\therefore a+b+c=4+14+(-14)=4$ 답 ②

189 전략 어떤 식을 A로 놓고 식을 세운다.

어떤 식을 A라 하면 $A\times\frac{3b}{a}=27a^7b^3$

$\therefore A=27a^7b^3\times\frac{a}{3b}=9a^8b^2$

따라서 바르게 계산한 식은

$9a^8b^2\div\frac{3b}{a}=9a^8b^2\times\frac{a}{3b}=3a^9b$ 답 ④

190 전략 (마름모의 넓이)$=\frac{1}{2}\times$(두 대각선의 길이의 곱)임을 이용한다.

마름모 1개의 넓이는

$\frac{1}{2}\times2a^3b^2\times5a^2b^4=5a^5b^6$

따라서 구하는 도형의 넓이는

$5a^5b^6\times8=40a^5b^6$ 답 ③

191 전략 지수법칙을 이용하여 주어진 식을 각각 간단히 한다.

$9^3\times9^3\times9^3=9^{3+3+3}=9^9=(3^2)^9=3^{18}$이므로 $a=18$

$\{(11^2)^3\}^4=11^{2\times3\times4}=11^{24}$이므로 $b=24$

$\therefore a+b=18+24=42$ 답 42

192 전략 25를 5의 거듭제곱으로 나타낸다.

$\left(\frac{25^8+5^{12}}{25^5+5^6}\right)^2=\left\{\frac{(5^2)^8+5^{12}}{(5^2)^5+5^6}\right\}^2=\left(\frac{5^{16}+5^{12}}{5^{10}+5^6}\right)^2$

$=\left\{\frac{5^{12}\times(5^4+1)}{5^6\times(5^4+1)}\right\}^2=(5^6)^2=5^{12}$

$\therefore k=12$ 답 12

193 전략 63을 소인수분해 한다.

$63^6=(3^2\times7)^6=3^{12}\times7^6=(3^3)^4\times(7^2)^3=a^4b^3$

따라서 $m=4$, $n=3$이므로 $mn=4\times3=12$ 답 12

194 전략 주어진 식을 $a\times10^k$의 꼴로 나타낸다.

$35\times2^x\times5^{x-2}=5\times7\times2^x\times5^{x-2}$

$=7\times2^x\times5^{x-1}$

$=7\times2\times(2^{x-1}\times5^{x-1})$

$=14\times(2\times5)^{x-1}$

$=14\times10^{x-1}$

$14\times10^{x-1}$이 10자리 자연수이므로

$x-1=8$ $\therefore x=9$ 답 9

195 전략 기호의 약속에 따라 식을 세운 후 계산한다.

$3x\blacktriangle y^2=(3x)^2\times y^2=9x^2y^2$이므로

$(3x\blacktriangle y^2)\triangledown x^3y=9x^2y^2\triangledown x^3y$

$=9x^2y^2\times(x^3y)^3$

$=9x^2y^2\times x^9y^3$

$=9x^{11}y^5$

$9x\triangledown y=9x\times y^3=9xy^3$

$\therefore \{(3x\blacktriangle y^2)\triangledown x^3y\}\div(9x\triangledown y)$

$=9x^{11}y^5\div9xy^3=x^{10}y^2$ 답 $x^{10}y^2$

196 전략 규칙에 따라 먼저 A에 알맞은 식을 구한다.

$A\times x^4y^2=x^{11}y^5$이므로 $A=\frac{x^{11}y^5}{x^4y^2}=x^7y^3$

$(xy)^2\times B=A$이므로 $x^2y^2\times B=x^7y^3$

$\therefore B=\frac{x^7y^3}{x^2y^2}=x^5y$

$B\times C=x^4y^2$이므로 $x^5y\times C=x^4y^2$

$\therefore C=\frac{x^4y^2}{x^5y}=\frac{y}{x}$ 답 $\frac{y}{x}$

197 전략 밑이 같아지도록 주어진 식을 각각 변형한다.

$169^{2x-1}=13^{x+7}$에서 $(13^2)^{2x-1}=13^{x+7}$

$13^{4x-2}=13^{x+7}$

즉 $4x-2=x+7$이므로 $3x=9$ $\therefore x=3$ … 1단계

$64^3\times16^y\div32^3=2^{23}$에서 $(2^6)^3\times(2^4)^y\div(2^5)^3=2^{23}$

$2^{18}\times2^{4y}\div2^{15}=2^{23}$, $2^{3+4y}=2^{23}$

즉 $3+4y=23$이므로 $4y=20$ $\therefore y=5$ … 2단계

$\therefore 3^{y-x}=3^{5-3}=3^2=9$ … 3단계

답 9

단계	채점 요소	배점
1	x의 값 구하기	2점
2	y의 값 구하기	2점
3	3^{y-x}의 값 구하기	1점

198 전략 조건 (가)에서 같은 수의 덧셈은 곱셈으로 바꾸어 나타내고, 조건 (나)에서 자릿수 문제는 주어진 식을 $a\times10^k$의 꼴로 나타낸다.

조건 (가)에서

$125^4+125^4+125^4+125^4+125^4$

$=5\times125^4=5\times(5^3)^4$

$=5\times5^{12}=5^{1+12}=5^{13}$

$\therefore x=13$ … 1단계

조건 (나)에서

$\frac{2^{13}\times15^7}{12^3}=\frac{2^{13}\times(3\times5)^7}{(2^2\times3)^3}=\frac{2^{13}\times3^7\times5^7}{2^6\times3^3}$

$=2^7\times3^4\times5^7=3^4\times(2\times5)^7=81\times10^7$

즉 $\frac{2^{13}\times15^7}{12^3}$은 9자리 자연수이므로 $y=9$ … 2단계

$\therefore x+y=13+9=22$ … 3단계

답 22

단계	채점 요소	배점
1	x의 값 구하기	2점
2	y의 값 구하기	3점
3	$x+y$의 값 구하기	1점

199 전략 A, B를 각각 구한 후 $B\div A$를 계산한다.

$A\times(-3x^2y)\div 6xy=-4x^2y^2$에서

$A\times(-3x^2y)\times\dfrac{1}{6xy}=-4x^2y^2$

$\therefore A=(-4x^2y^2)\times\left(-\dfrac{1}{3x^2y}\right)\times 6xy=8xy^2$ … 1단계

$6x^3y^3\div B\times 8x^2y=12xy^2$에서

$6x^3y^3\times\dfrac{1}{B}\times 8x^2y=12xy^2$

$\therefore B=6x^3y^3\times 8x^2y\times\dfrac{1}{12xy^2}=4x^4y^2$ … 2단계

$\therefore B\div A=4x^4y^2\div 8xy^2$

$=\dfrac{4x^4y^2}{8xy^2}=\dfrac{x^3}{2}$ … 3단계

답 $\dfrac{x^3}{2}$

단계	채점 요소	배점
1	A 구하기	2점
2	B 구하기	2점
3	$B\div A$를 계산하기	2점

200 전략 원기둥의 부피와 원뿔의 부피가 같음을 이용하여 식을 세운다.

(원기둥의 부피)$=\pi\times(3x)^2\times 8x$

$=\pi\times 9x^2\times 8x=72\pi x^3$ … 1단계

(원뿔의 부피)$=\dfrac{1}{3}\times\pi\times(6x)^2\times$(높이)

$=\dfrac{1}{3}\times\pi\times 36x^2\times$(높이)

$=12\pi x^2\times$(높이) … 2단계

원기둥의 부피와 원뿔의 부피가 같으므로

$72\pi x^3=12\pi x^2\times$(높이)

$\therefore$ (높이)$=\dfrac{72\pi x^3}{12\pi x^2}=6x$ … 3단계

답 $6x$

단계	채점 요소	배점
1	원기둥의 부피 구하기	2점
2	원뿔의 부피 구하기	2점
3	원뿔 모양의 그릇의 높이 구하기	2점

03 다항식의 계산

셀프 CHECK

본책 48쪽

A (1) $(5x-4y)+2(x+3y-7)$

$=5x-4y+2x+6y-14=7x+2y-14$

(2) $4(x^2+2x-1)-(5x^2-x-9)$

$=4x^2+8x-4-5x^2+x+9=-x^2+9x+5$

답 (1) $7x+2y-14$ (2) $-x^2+9x+5$

B (1) $3a(2a-b+5)=6a^2-3ab+15a$

(2) $(10x^2+25x-20)\times\left(-\dfrac{x}{5}\right)=-2x^3-5x^2+4x$

답 (1) $6a^2-3ab+15a$ (2) $-2x^3-5x^2+4x$

C (1) $(21a^2-49ab+14a)\div(-7a)$

$=\dfrac{21a^2-49ab+14a}{-7a}=-3a+7b-2$

(2) $(9x^2-15x)\div\dfrac{3}{2}x=(9x^2-15x)\times\dfrac{2}{3x}=6x-10$

답 (1) $-3a+7b-2$ (2) $6x-10$

D (1) $4x+3y=4x+3(2x+1)=4x+6x+3=10x+3$

(2) $x-2y+7=x-2(2x+1)+7=x-4x-2+7=-3x+5$

답 (1) $10x+3$ (2) $-3x+5$

내신 유형 다지기

본책 49~57쪽

유형 041 다항식의 덧셈과 뺄셈

본책 49쪽

다항식의 덧셈과 뺄셈은 괄호를 풀고 동류항끼리 모아서 계산한다. 이때 뺄셈은 빼는 식의 각 항의 부호를 바꾸어 더한다.

201 $-4(a-b+1)+3(3a+4b-2)$

$=-4a+4b-4+9a+12b-6$

$=5a+16b-10$

따라서 a의 계수는 5, 상수항은 -10이므로 구하는 합은

$5+(-10)=-5$

답 ①

202 $\dfrac{1}{2}(6x-10y+4)-5(-2x+3y-1)$

$=3x-5y+2+10x-15y+5$

$=13x-20y+7$

따라서 $a=13$, $b=-20$, $c=7$이므로

$a+b+c=13+(-20)+7=0$

답 ③

203 $4(2x+ay)-2(x-5y)=8x+4ay-2x+10y$
$=6x+(4a+10)y$
y의 계수가 x의 계수의 5배이므로
$4a+10=5\times6,\quad 4a=20\quad \therefore a=5$ 답 5

204 $\frac{x-y}{2}+\frac{2x+3y}{3}-\frac{5x-y}{4}$
$=\frac{6(x-y)+4(2x+3y)-3(5x-y)}{12}$
$=\frac{6x-6y+8x+12y-15x+3y}{12}$
$=-\frac{1}{12}x+\frac{3}{4}y$ 답 ④

유형 042 이차식의 덧셈과 뺄셈
본책 49쪽

(1) 이차식: 다항식의 각 항의 차수 중 가장 큰 차수가 2인 다항식
(2) 이차식의 덧셈과 뺄셈: 괄호를 풀고 동류항끼리 모아서 계산한다.

205 $-5(x^2-2x+3)-\frac{1}{3}(3x^2+12x-21)$
$=-5x^2+10x-15-x^2-4x+7=-6x^2+6x-8$
따라서 x^2의 계수는 -6, x의 계수는 6이므로
$a=-6,\ b=6\quad \therefore b-a=6-(-6)=12$ 답 ④

206 $(3x^2+2x-7)+a(4x^2-x+1)$
$=3x^2+2x-7+4ax^2-ax+a$
$=(3+4a)x^2+(2-a)x-7+a$ … 1단계
이 식이 $-5x^2+bx-9$와 같으므로
$3+4a=-5,\ 2-a=b$
따라서 $a=-2,\ b=4$이므로 … 2단계
$ab=(-2)\times4=-8$ … 3단계
답 -8

단계	채점 요소	비율
1	주어진 식을 계산하기	50 %
2	a, b의 값 구하기	40 %
3	ab의 값 구하기	10 %

207 $\frac{2x^2-x-6}{3}-\frac{x^2+3x-2}{2}$
$=\frac{2(2x^2-x-6)-3(x^2+3x-2)}{6}$
$=\frac{4x^2-2x-12-3x^2-9x+6}{6}$
$=\frac{1}{6}x^2-\frac{11}{6}x-1$
ㄴ. 상수항은 -1이다.
ㄷ. x^2의 계수와 x의 계수의 차는 $\frac{1}{6}-\left(-\frac{11}{6}\right)=2$
이상에서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다. 답 ㄱ, ㄷ

유형 043 괄호가 여러 개인 다항식의 덧셈과 뺄셈
본책 50쪽

괄호가 여러 개인 다항식의 덧셈과 뺄셈은
(소괄호) → {중괄호} → [대괄호]
의 순서로 괄호를 풀어서 계산한다.

208 $7a+3b-\{5a-b-(a+4b)\}$
$=7a+3b-(5a-b-a-4b)$
$=7a+3b-(4a-5b)$
$=7a+3b-4a+5b=3a+8b$ 답 ⑤

209 $x-[3y-x-\{x+6y-(5y-x)\}]$
$=x-\{3y-x-(x+6y-5y+x)\}$
$=x-\{3y-x-(2x+y)\}$
$=x-(3y-x-2x-y)$
$=x-(-3x+2y)$
$=x+3x-2y=4x-2y$
따라서 $a=4$, $b=-2$이므로
$a-b=4-(-2)=6$ 답 ③

210 $5x^2-[x-\{2x^2-(x+3)-5\}]$
$=5x^2-\{x-(2x^2-x-3-5)\}$
$=5x^2-\{x-(2x^2-x-8)\}$
$=5x^2-(x-2x^2+x+8)$
$=5x^2-(-2x^2+2x+8)$
$=5x^2+2x^2-2x-8$
$=7x^2-2x-8$ … 1단계
따라서 x^2의 계수는 7, 상수항은 -8이므로 구하는 곱은
$7\times(-8)=-56$ … 2단계
답 -56

단계	채점 요소	비율
1	주어진 식을 계산하기	70 %
2	x^2의 계수와 상수항의 곱 구하기	30 %

211 $-3x^2+x-[2x+1-\{6-3x-(5x^2-4x)\}]$
$=-3x^2+x-\{2x+1-(6-3x-5x^2+4x)\}$
$=-3x^2+x-\{2x+1-(-5x^2+x+6)\}$
$=-3x^2+x-(2x+1+5x^2-x-6)$
$=-3x^2+x-(5x^2+x-5)$
$=-3x^2+x-5x^2-x+5$
$=-8x^2+5$ 답 $-8x^2+5$

유형 044 어떤 식 구하기 (1)
본책 50쪽

(1) $\square-A=B$ ➜ $\square=B+A$
(2) $\square+A=B$ ➜ $\square=B-A$
(3) $A-\square=B$ ➜ $\square=A-B$

212 $x^2+5x-8+\square=-3x^2+7x+1$에서

$\square=-3x^2+7x+1-(x^2+5x-8)$
$=-3x^2+7x+1-x^2-5x+8$
$=-4x^2+2x+9$ 답 ②

213 어떤 식을 A라 하면

$-8a-3b+2-A=2a+b-5$
$\therefore A=-8a-3b+2-(2a+b-5)$
$=-8a-3b+2-2a-b+5$
$=-10a-4b+7$ 답 $-10a-4b+7$

214 $2A-(3x-8y-1)=-x+2y-5$이므로

$2A=-x+2y-5+(3x-8y-1)=2x-6y-6$
$\therefore A=x-3y-3$ 답 ③

215 $A+(-x^2+6x-3)=-4x^2+2x-1$에서

$A=-4x^2+2x-1-(-x^2+6x-3)$
$=-4x^2+2x-1+x^2-6x+3$
$=-3x^2-4x+2$ … 1단계

$3x^2+5x-8-B=2x^2-7x+3$에서

$B=3x^2+5x-8-(2x^2-7x+3)$
$=3x^2+5x-8-2x^2+7x-3=x^2+12x-11$ … 2단계
$\therefore A+B=(-3x^2-4x+2)+(x^2+12x-11)$
$=-2x^2+8x-9$ … 3단계

답 $-2x^2+8x-9$

단계	채점 요소	비율
1	A 구하기	40 %
2	B 구하기	40 %
3	$A+B$를 계산하기	20 %

216 $3a-[7a-4b-\{a+3b-(\square+b)\}]$

$=3a-\{7a-4b-(a+3b-\square-b)\}$
$=3a-\{7a-4b-(a+2b-\square)\}$
$=3a-(7a-4b-a-2b+\square)$
$=3a-(6a-6b+\square)$
$=3a-6a+6b-\square$
$=-3a+6b-\square$

즉 $-3a+6b-\square=-5a+7b$이므로

$\square=-3a+6b-(-5a+7b)$
$=-3a+6b+5a-7b=2a-b$ 답 ③

217 $3(x^2-3x+2)+5A=-7x^2+11x+1$이므로

$5A=-7x^2+11x+1-3(x^2-3x+2)$
$=-7x^2+11x+1-3x^2+9x-6=-10x^2+20x-5$
$\therefore A=-2x^2+4x-1$
$\therefore A+3(x^2-2x+5)$
$=(-2x^2+4x-1)+3(x^2-2x+5)$
$=-2x^2+4x-1+3x^2-6x+15$
$=x^2-2x+14$ 답 $x^2-2x+14$

유형 045 바르게 계산한 식 구하기

본책 51쪽

❶ 어떤 식을 A라 하고 식을 세운다.
❷ A를 구한다.
❸ 바르게 계산한 식을 구한다.

218 어떤 식을 A라 하면

$A-(4x-7y+3)=7x+2y-2$
$\therefore A=7x+2y-2+(4x-7y+3)=11x-5y+1$

따라서 바르게 계산한 식은

$(11x-5y+1)+(4x-7y+3)=15x-12y+4$ 답 ④

219 어떤 식을 A라 하면

$(-x^2+4x-5)+A=3x^2-5x-9$
$\therefore A=3x^2-5x-9-(-x^2+4x-5)$
$=3x^2-5x-9+x^2-4x+5$
$=4x^2-9x-4$ … 1단계

따라서 바르게 계산한 식은

$(-x^2+4x-5)-(4x^2-9x-4)$
$=-x^2+4x-5-4x^2+9x+4$
$=-5x^2+13x-1$ … 2단계

답 $-5x^2+13x-1$

단계	채점 요소	비율
1	어떤 식 구하기	50 %
2	바르게 계산한 식 구하기	50 %

220 어떤 식을 A라 하면

$(2x+8y+3)-A=-x-6y+8$
$\therefore A=2x+8y+3-(-x-6y+8)$
$=2x+8y+3+x+6y-8$
$=3x+14y-5$

따라서 바르게 계산한 식은

$(2x+8y+3)+(3x+14y-5)=5x+22y-2$

즉 $a=5$, $b=22$, $c=-2$이므로

$a+b-c=5+22-(-2)=29$ 답 ⑤

221 어떤 식을 A라 하면

$(-5x^2+x+7)-A=8x^2-5x+3$
$\therefore A=-5x^2+x+7-(8x^2-5x+3)$
$=-5x^2+x+7-8x^2+5x-3=-13x^2+6x+4$

따라서 바르게 계산한 식은

$(-13x^2+6x+4)-(-5x^2+x+7)$
$=-13x^2+6x+4+5x^2-x-7$
$=-8x^2+5x-3$ 답 $-8x^2+5x-3$

다른 풀이 어떤 식을 A라 하면

$(-5x^2+x+7)-A=8x^2-5x+3$

양변에 -1을 곱하면

$A-(-5x^2+x+7)=-8x^2+5x-3$

따라서 바르게 계산한 식은 $-8x^2+5x-3$이다.

유형 046 규칙 찾기 본책 52쪽

주어진 규칙을 이용하여 빈칸에 알맞은 식을 구한다.
이때 다항식의 덧셈과 뺄셈을 이용한다.

222 ① $(-x+2y-3)+(3x-5y+2)=2x-3y-1$
② $(4x-y-1)+(-5x+4y+7)=-x+3y+6$
③ $(-x+2y-3)-(4x-y-1)$
$=-x+2y-3-4x+y+1=-5x+3y-2$
④ $(3x-5y+2)-(-5x+4y+7)$
$=3x-5y+2+5x-4y-7=8x-9y-5$
⑤ $(-5x+3y-2)+(8x-9y-5)=3x-6y-7$
따라서 옳지 않은 것은 ④이다. **답** ④

223 $B+(-2x^2+x+1)=x^2+7x-1$이므로
$B=x^2+7x-1-(-2x^2+x+1)$
$=x^2+7x-1+2x^2-x-1=3x^2+6x-2$
$A+(-3x^2+5x)=3x^2+6x-2$이므로
$A=3x^2+6x-2-(-3x^2+5x)$
$=3x^2+6x-2+3x^2-5x=6x^2+x-2$
답 $A=6x^2+x-2$, $B=3x^2+6x-2$

224 마주 보는 면에 적힌 두 다항식의 합은
$(-x+2y)+(4x+3y)=3x+5y$
이때 $A+(2x-3y+5)=3x+5y$이므로
$A=3x+5y-(2x-3y+5)$
$=3x+5y-2x+3y-5=x+8y-5$
또 $(5x+4y)+B=3x+5y$이므로
$B=3x+5y-(5x+4y)$
$=3x+5y-5x-4y=-2x+y$
$\therefore A+B=(x+8y-5)+(-2x+y)$
$=-x+9y-5$ **답** $-x+9y-5$

유형 047 (단항식)×(다항식) 본책 53쪽

분배법칙을 이용하여 단항식을 다항식의 각 항에 곱한다.
(1) $A(B+C)=AB+AC$
(2) $(A+B)C=AC+BC$

225 $(12x^2-28x+20)\times\left(-\frac{3}{4}x\right)=-9x^3+21x^2-15x$
따라서 $a=-9$, $b=21$, $c=-15$이므로
$a+b+c=-9+21+(-15)=-3$ **답** ②

226 ㄴ. $-2xy(x+3y-5)=-2x^2y-6xy^2+10xy$
이상에서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다. **답** ③

227 $(-9a+12b-3)\times(-2a)\times\frac{1}{3}b$
$=(-9a+12b-3)\times\left(-\frac{2}{3}ab\right)$
$=6a^2b-8ab^2+2ab$ **답** $6a^2b-8ab^2+2ab$

유형 048 (다항식)÷(단항식) 본책 53쪽

방법 ① $(A+B)\div C=\frac{A+B}{C}=\frac{A}{C}+\frac{B}{C}$
분수의 꼴로 바꾼다.

방법 ② $(A+B)\div C=(A+B)\times\frac{1}{C}=A\times\frac{1}{C}+B\times\frac{1}{C}$
나눗셈을 곱셈으로 바꾼다.

228 $(14x^2y+49xy^2-35y^2)\div\frac{7}{2}y$
$=(14x^2y+49xy^2-35y^2)\times\frac{2}{7y}$
$=4x^2+14xy-10y$
따라서 xy의 계수는 14, y의 계수는 -10이므로 구하는 합은
$14+(-10)=4$ **답** ③

229 ① $3a(a-2b)=3a^2-6ab$
② $(-12a+24b)\times\left(-\frac{1}{4}a\right)=3a^2-6ab$
③ $(6a^3-12a^2b)\div 2a=\frac{6a^3-12a^2b}{2a}=3a^2-6ab$
④ $(-21a^2b+42ab)\div(-7b)=\frac{-21a^2b+42ab}{-7b}=3a^2-6a$
⑤ $(a^3b-2a^2b^2)\div\frac{1}{3}ab=(a^3b-2a^2b^2)\times\frac{3}{ab}=3a^2-6ab$
따라서 계산 결과가 나머지 넷과 다른 하나는 ④이다. **답** ④

230 $A=(-25x^2+10xy-15x)\div 5x$
$=\frac{-25x^2+10xy-15x}{5x}$
$=-5x+2y-3$ ··· 1단계
$B=(16x^2y-20xy^2+32xy)\div\left(-\frac{4}{5}xy\right)$
$=(16x^2y-20xy^2+32xy)\times\left(-\frac{5}{4xy}\right)$
$=-20x+25y-40$ ··· 2단계
$\therefore A+B=(-5x+2y-3)+(-20x+25y-40)$
$=-25x+27y-43$ ··· 3단계
답 $-25x+27y-43$

단계	채점 요소	비율
1	A 구하기	40 %
2	B 구하기	40 %
3	$A+B$를 계산하기	20 %

유형 049 어떤 식 구하기 (2)

본책 54쪽

(1) □$\times A=B$ ➜ □$=B\div A$
(2) □$\div A=B$ ➜ □$=B\times A$
(3) $A\div$□$=B$ ➜ □$=A\div B$

231 $\boxed{}\div\frac{5}{3}x=-24x^2+9x-15$에서

$\boxed{}=(-24x^2+9x-15)\times\frac{5}{3}x$

$=-40x^3+15x^2-25x$ 답 ②

232 어떤 식을 A라 하면

$A\times\left(-\frac{1}{2}xy\right)=x^2y-5xy^2+8xy$

$\therefore A=(x^2y-5xy^2+8xy)\div\left(-\frac{1}{2}xy\right)$

$=(x^2y-5xy^2+8xy)\times\left(-\frac{2}{xy}\right)$

$=-2x+10y-16$ 답 $-2x+10y-16$

233 어떤 식을 A라 하면 $A\times4a=32a^3-80a^2b$

$\therefore A=(32a^3-80a^2b)\div4a=\frac{32a^3-80a^2b}{4a}=8a^2-20ab$

따라서 바르게 계산한 식은

$(8a^2-20ab)\div4a=\frac{8a^2-20ab}{4a}=2a-5b$ 답 $2a-5b$

234 $A\div6x^2=5x-3y+1$이므로

$A=(5x-3y+1)\times6x^2=30x^3-18x^2y+6x^2$ ··· 1단계

$\therefore A\times\frac{y}{3x}=(30x^3-18x^2y+6x^2)\times\frac{y}{3x}$

$=10x^2y-6xy^2+2xy$ ··· 2단계

답 $10x^2y-6xy^2+2xy$

단계	채점 요소	비율
1	A 구하기	60 %
2	$A\times\frac{y}{3x}$를 계산하기	40 %

유형 050 덧셈, 뺄셈, 곱셈, 나눗셈이 혼합된 식의 계산

본책 54쪽

덧셈, 뺄셈, 곱셈, 나눗셈이 혼합된 식의 계산은

거듭제곱 → 곱셈, 나눗셈 → 덧셈, 뺄셈

의 순서대로 계산한다.

235 $\frac{3}{5}x(10x-5)-(35x^3+14x^2)\div(-7x)$

$=\frac{3}{5}x(10x-5)-\frac{35x^3+14x^2}{-7x}$

$=6x^2-3x+5x^2+2x$

$=11x^2-x$

따라서 $a=11$, $b=-1$이므로

$a-b=11-(-1)=12$ 답 ④

236 $\frac{18a^3b-63a^2b^2}{9ab}-(3a^3+21a^2b-12ab)\div\frac{3}{4}a$

$=\frac{18a^3b-63a^2b^2}{9ab}-(3a^3+21a^2b-12ab)\times\frac{4}{3a}$

$=2a^2-7ab-4a^2-28ab+16b$

$=-2a^2-35ab+16b$

따라서 a^2의 계수는 -2, ab의 계수는 -35이므로 구하는 곱은

$(-2)\times(-35)=70$ 답 ⑤

237 $(A◎C)-(B◉C)$

$=3(xy^2-2x^2y)\times2xy-(24x^3y^4+16x^4y^3)\div(2\times2xy)$

$=(3xy^2-6x^2y)\times2xy-\frac{24x^3y^4+16x^4y^3}{4xy}$

$=6x^2y^3-12x^3y^2-6x^2y^3-4x^3y^2$

$=-16x^3y^2$ 답 $-16x^3y^2$

유형 051 단항식과 다항식의 곱셈과 나눗셈의 활용

본책 55쪽

다음 공식을 이용하여 식을 세운다.
(1) (직사각형의 넓이)$=$(가로의 길이)$\times$(세로의 길이)
(2) (기둥의 부피)$=$(밑넓이)$\times$(높이)
(3) (뿔의 부피)$=\frac{1}{3}\times$(밑넓이)$\times$(높이)

238 (색칠한 부분의 넓이)

$=7a\times4b-\frac{1}{2}\times3a\times4b-\frac{1}{2}\times(7a-3a)\times2a$

$-\frac{1}{2}\times7a\times(4b-2a)$

$=28ab-6ab-4a^2-14ab+7a^2$

$=3a^2+8ab$ 답 ⑤

239 $\frac{1}{3}\times\pi\times(6xy)^2\times$(높이)$=36\pi x^3y^2-60\pi x^2y^3$이므로

$12\pi x^2y^2\times$(높이)$=36\pi x^3y^2-60\pi x^2y^3$

$\therefore$ (높이)$=\frac{36\pi x^3y^2-60\pi x^2y^3}{12\pi x^2y^2}=3x-5y$ 답 $3x-5y$

240 남아 있는 잔디밭 전체의 가로의 길이는

$(6x-2)-x=5x-2$

세로의 길이는

$3x-x=2x$

따라서 남아 있는 잔디밭의 넓이는

$(5x-2)\times2x=10x^2-4x$ 답 ②

241 주어진 도형의 둘레의 길이는 가로의 길이가 $5a^2+a-7$이고 세로의 길이가

$(a^2+2a-9)+(2a^2-3a-4)=3a^2-a-13$

인 직사각형의 둘레의 길이와 같다.
따라서 구하는 도형의 둘레의 길이는

$2\{(5a^2+a-7)+(3a^2-a-13)\}=2(8a^2-20)$
$=16a^2-40$

답 $16a^2-40$

242 (사각뿔대의 부피)
=(큰 사각뿔의 부피)−(작은 사각뿔의 부피)
$=\frac{1}{3}\times(x+3y)\times6\times10y-\frac{1}{3}\times(x-y)\times3\times x$
$=20xy+60y^2-x^2+xy$
$=-x^2+21xy+60y^2$

답 ③

243 $6a\times4\times$(큰 직육면체의 높이)$=48a^2+72ab$이므로

$24a\times$(큰 직육면체의 높이)$=48a^2+72ab$

∴ (큰 직육면체의 높이)$=\frac{48a^2+72ab}{24a}$
$=2a+3b$ … 1단계

$3a\times4\times$(작은 직육면체의 높이)$=36a^2-24ab$이므로

$12a\times$(작은 직육면체의 높이)$=36a^2-24ab$

∴ (작은 직육면체의 높이)$=\frac{36a^2-24ab}{12a}$
$=3a-2b$ … 2단계

따라서 두 직육면체의 높이의 합은

$(2a+3b)+(3a-2b)=5a+b$ … 3단계

답 $5a+b$

단계	채점 요소	비율
1	큰 직육면체의 높이 구하기	40 %
2	작은 직육면체의 높이 구하기	40 %
3	두 직육면체의 높이의 합 구하기	20 %

유형 052 식의 값

본책 56쪽

❶ 주어진 식을 계산한다.
❷ ❶의 식에 문자 대신 수를 대입하여 식의 값을 구한다. 이때 음수를 대입하는 경우 반드시 괄호를 사용한다.

244 $(x^3y-2x^2y^2+5xy)\div\frac{1}{3}xy$
$=(x^3y-2x^2y^2+5xy)\times\frac{3}{xy}$
$=3x^2-6xy+15$
$=3\times(-1)^2-6\times(-1)\times\frac{1}{2}+15$
$=3+3+15=21$

답 ⑤

245 $a(5a-2b)-3a(4a+b)$
$=5a^2-2ab-12a^2-3ab$
$=-7a^2-5ab$
$=-7\times3^2-5\times3\times(-4)$
$=-63+60=-3$

답 ②

246 $\frac{5}{4}x(8xy+12y)-(40x^2y^2-15xy^2)\div(-5y)$
$=10x^2y+15xy+8x^2y-3xy$
$=18x^2y+12xy$ … 1단계
$=18\times\left(-\frac{1}{3}\right)^2\times2+12\times\left(-\frac{1}{3}\right)\times2$
$=4-8=-4$ … 2단계

답 -4

단계	채점 요소	비율
1	주어진 식을 계산하기	70 %
2	식의 값 구하기	30 %

247 $\frac{24xy-56xz+40yz}{8xyz}$
$=\frac{3}{z}-\frac{7}{y}+\frac{5}{x}$
$=3\div\frac{3}{8}-7\div\left(-\frac{1}{4}\right)+5\div\frac{5}{2}$
$=3\times\frac{8}{3}-7\times(-4)+5\times\frac{2}{5}$
$=8+28+2=38$

답 ⑤

248 $a\bigstar b=\frac{6a^2b+10ab^2}{2ab}-\frac{49b^2-35ab}{7b}$
$=3a+5b-7b+5a$
$=8a-2b$

$\therefore\left(\frac{1}{4}\bigstar5\right)\bigstar(-10)=\left(8\times\frac{1}{4}-2\times5\right)\bigstar(-10)$
$=(-8)\bigstar(-10)$
$=8\times(-8)-2\times(-10)$
$=-64+20=-44$

답 -44

유형 053 식의 대입

본책 56쪽

❶ 주어진 식을 간단히 한다.
❷ ❶의 식에 괄호를 사용하여 식을 대입한다.
❸ 동류항끼리 모아서 계산한다.

249 $2(-A+4B)-3(A-B)$
$=-2A+8B-3A+3B$
$=-5A+11B$
$=-5(-x+5y)+11(2x-3y)$
$=5x-25y+22x-33y$
$=27x-58y$

답 ④

250 $3x-5y=12$에서 $\quad 3x=5y+12 \quad \therefore x=\frac{5}{3}y+4$

$\therefore 6x-11y+3=6\left(\frac{5}{3}y+4\right)-11y+3$

$=10y+24-11y+3=-y+27$ 답 ③

251 $A-2\{A+B-(3A+2C)\}$

$=A-2(A+B-3A-2C)$

$=A-2(-2A+B-2C)$

$=A+4A-2B+4C$

$=5A-2B+4C$

$=5(-x^2+x+4)-2(3x^2-5x)+4(2x^2+x-1)$

$=-5x^2+5x+20-6x^2+10x+8x^2+4x-4$

$=-3x^2+19x+16$ … 1단계

따라서 $p=-3$, $q=19$, $r=16$이므로 … 2단계

$p+q-r=-3+19-16=0$ … 3단계

답 0

단계	채점 요소	비율
1	주어진 식을 x에 대한 식으로 나타내기	60 %
2	p, q, r의 값 구하기	30 %
3	$p+q-r$의 값 구하기	10 %

252 $(4x+3y):(5y-2x)=1:2$에서

$2(4x+3y)=5y-2x, \quad 8x+6y=5y-2x$

$\therefore y=-10x$

$\therefore 3x-[5x+4y-\{y-(2x-y)\}]$

$=3x-\{5x+4y-(y-2x+y)\}$

$=3x-\{5x+4y-(-2x+2y)\}$

$=3x-(5x+4y+2x-2y)$

$=3x-(7x+2y)$

$=3x-7x-2y$

$=-4x-2y$

$=-4x-2\times(-10x)$

$=16x$ 답 $16x$

유형 054 등식을 변형하여 식의 값 구하기

본책 57쪽

x, y에 대한 등식이 주어진 경우

➜ 식의 값을 구할 수 있도록 등식을 변형한 후 주어진 식에 대입한다.

253 $4x-y=2x+5y$에서 $\quad 2x=6y \quad \therefore x=3y$

$\therefore \frac{7x-5y}{x+y}=\frac{7\times3y-5y}{3y+y}=\frac{16y}{4y}=4$ 답 ⑤

254 $\frac{1}{x}-\frac{1}{y}=-2$에서 $\quad \frac{y-x}{xy}=-2$

$y-x=-2xy \quad \therefore x-y=2xy$

$\therefore \frac{4x-xy-4y}{x+5xy-y}=\frac{4(x-y)-xy}{x-y+5xy}$

$=\frac{4\times2xy-xy}{2xy+5xy}=\frac{7xy}{7xy}=1$ 답 ③

255 $a+b+c=0$에서

$a+b=-c$, $b+c=-a$, $a+c=-b$

$\therefore a\left(\frac{1}{3b}+\frac{1}{3c}\right)+b\left(\frac{1}{3c}+\frac{1}{3a}\right)+c\left(\frac{1}{3a}+\frac{1}{3b}\right)$

$=\frac{a}{3b}+\frac{a}{3c}+\frac{b}{3c}+\frac{b}{3a}+\frac{c}{3a}+\frac{c}{3b}$

$=\frac{b+c}{3a}+\frac{a+c}{3b}+\frac{a+b}{3c}$

$=\frac{-a}{3a}+\frac{-b}{3b}+\frac{-c}{3c}$

$=-\frac{1}{3}-\frac{1}{3}-\frac{1}{3}=-1$ 답 -1

만점 유형 도전하기

본책 58~59쪽

256 전략 다항식의 계산은 괄호를 풀고 동류항끼리 모아서 정리한다.

민수: $2x^2-5x-2(1+x^2)=2x^2-5x-2-2x^2=-5x-2$

즉 이차식이 아니다.

산성: $\frac{10x^2y^2+35xy^2}{5xy}-(8x^2y-12xy)\div\frac{4}{3}x$

$=\frac{10x^2y^2+35xy^2}{5xy}-(8x^2y-12xy)\times\frac{3}{4x}$

$=2xy+7y-6xy+9y$

$=-4xy+16y$

혜인: $\frac{6xy+15yz-9xz}{3xyz}=\frac{2}{z}+\frac{5}{x}-\frac{3}{y}$

$=2\div\frac{2}{3}+5\div\frac{1}{2}-3\div\left(-\frac{3}{4}\right)$

$=2\times\frac{3}{2}+5\times2-3\times\left(-\frac{4}{3}\right)$

$=3+10+4=17$

따라서 잘못 말한 사람은 민수, 산성이다. 답 풀이 참조

257 전략 자연수 n에 대하여 $2n-1$, $2n+1$은 홀수, $2n$은 짝수임을 이용한다.

n이 자연수일 때, $(-1)^{2n-1}=-1$, $(-1)^{2n}=1$, $(-1)^{2n+1}=-1$ 이므로

$(-1)^{2n-1}(x^2-3x)-(-1)^{2n}(-2x^2+x-5)$

$+(-1)^{2n+1}(5x^2-7x-2)$

$=-(x^2-3x)-(-2x^2+x-5)-(5x^2-7x-2)$

$=-x^2+3x+2x^2-x+5-5x^2+7x+2$

$=-4x^2+9x+7$

따라서 $a=-4$, $b=9$, $c=7$이므로

$a-b+c=-4-9+7=-6$ 답 -6

만점 공략 노트

자연수 n에 대하여 $(-1)^n$을 포함한 식의 계산은 다음과 같이 한다.

(1) $(-1)^{n-1}$, $(-1)^n$, $(-1)^{n+1}$이 주어진 경우

➜ n이 짝수일 때와 홀수일 때로 나누어 계산한다.

(2) $(-1)^{2n-1}$, $(-1)^{2n}$, $(-1)^{2n+1}$이 주어진 경우

➜ $2n-1$, $2n+1$은 홀수, $2n$은 짝수임을 이용한다.

258 전략 먼저 지수법칙을 이용하여 x, y의 값을 구한다.

$576=2^6\times3^2$이므로

$576^2=(2^6\times3^2)^2=2^{12}\times3^4$

즉 $3x=12$, $2y=4$이므로

$x=4$, $y=2$

$(0.\dot{5}x^2-3xy)\times\left(-\frac{9}{x}\right)-(xy-7y^2)\div0.\dot{3}y$

$=\left(\frac{5}{9}x^2-3xy\right)\times\left(-\frac{9}{x}\right)-(xy-7y^2)\div\frac{1}{3}y$

$=\left(\frac{5}{9}x^2-3xy\right)\times\left(-\frac{9}{x}\right)-(xy-7y^2)\times\frac{3}{y}$

$=-5x+27y-3x+21y$

$=-8x+48y$

따라서 $x=4$, $y=2$를 $-8x+48y$에 대입하면

$-8\times4+48\times2=64$ 답 64

259 전략 직사각형의 한 변을 회전축으로 하여 1회전 시킬 때 생기는 입체도형은 원기둥이다.

직사각형 P를 직선 l을 회전축으로 하여 1회전 시킬 때 생기는 원기둥의 높이를 h_1이라 하면

$\pi\times a^2\times h_1=\pi a^3+\pi a^2b$

$\therefore h_1=\frac{\pi a^3+\pi a^2b}{\pi a^2}=a+b$

직사각형 Q를 직선 l을 회전축으로 하여 1회전 시킬 때 생기는 원기둥의 높이를 h_2라 하면

$\pi\times(3a)^2\times h_2=27\pi a^3-45\pi a^2b$

$9\pi a^2\times h_2=27\pi a^3-45\pi a^2b$

$\therefore h_2=\frac{27\pi a^3-45\pi a^2b}{9\pi a^2}=3a-5b$

직사각형 R를 직선 l을 회전축으로 하여 1회전 시킬 때 생기는 원기둥의 높이를 h_3이라 하면

$\pi\times(5a)^2\times h_3=50\pi a^3+125\pi a^2b$

$25\pi a^2\times h_3=50\pi a^3+125\pi a^2b$

$\therefore h_3=\frac{50\pi a^3+125\pi a^2b}{25\pi a^2}=2a+5b$

따라서 구하는 높이 h는

$h=h_1+h_2+h_3$

$=(a+b)+(3a-5b)+(2a+5b)$

$=6a+b$ 답 $6a+b$

260 전략 위에서부터 4번째 줄에 있는 수는 모두 4의 배수임을 이용하여 $(4,\ x)$가 나타내는 수를 x에 대한 식으로 나타낸다.

$m=4$일 때, $(m,\ n)=(4,\ n)=4n$이므로

$(4,\ x)=4x$

$(2,\ y+2)=(4,\ y+2)-2=4(y+2)-2=4y+6$

$(1,\ x+1)=(4,\ x+1)-3=4(x+1)-3=4x+1$

$(3,\ x+y)=(4,\ x+y)-1=4(x+y)-1=4x+4y-1$

$\therefore (4,\ x)+(2,\ y+2)-(1,\ x+1)-(3,\ x+y)$

$=4x+(4y+6)-(4x+1)-(4x+4y-1)$

$=4x+4y+6-4x-1-4x-4y+1$

$=-4x+6$ 답 $-4x+6$

261 전략 주어진 등식의 양변에 $5x^2$을 곱하여 등식을 만족시키는 단항식 A, B를 구한다.

$(A-10x^3)\div5x^2=B+8x^3$에서

$A-10x^3=(B+8x^3)\times5x^2$

$A-10x^3=5Bx^2+40x^5$

$A-5Bx^2=10x^3+40x^5$

A, B는 단항식이므로

$A=10x^3$, $-5Bx^2=40x^5$ 또는 $A=40x^5$, $-5Bx^2=10x^3$

$\therefore A=10x^3$, $B=-8x^3$ 또는 $A=40x^5$, $B=-2x$

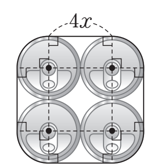
그런데 A의 차수가 B의 차수보다 높으므로

$A=40x^5$, $B=-2x$

$\therefore A\div B=40x^5\div(-2x)=\frac{40x^5}{-2x}=-20x^4$

답 $-20x^4$

262 전략 비닐의 가로의 길이는 직선 부분과 곡선 부분으로 나누어 생각한다.



(비닐의 가로의 길이)

=(직선 부분의 길이)+(곡선 부분의 길이)

+(겹쳐지는 부분의 길이)

$=4\times4x+4\times\left(2\pi\times2x\times\frac{90}{360}\right)+2x$

$=16x+4\pi x+2x$

$=18x+4\pi x$

(비닐의 세로의 길이)=(캔의 높이)$=7x$

따라서 필요한 비닐의 넓이는

$(18x+4\pi x)\times7x=126x^2+28\pi x^2$ 답 $126x^2+28\pi x^2$

263 전략 $x:y:z=a:b:c$이면

$x=ak$, $y=bk$, $z=ck\ (k\neq0)$

로 놓을 수 있다.

$\{x(xy-yz)+y(yz-xz)+z(xz-xy)\}\div xyz$

$=(x^2y-xyz+y^2z-xyz+xz^2-xyz)\times\frac{1}{xyz}$

$=\frac{x}{z}-1+\frac{y}{x}-1+\frac{z}{y}-1$

$=\frac{y}{x}+\frac{z}{y}+\frac{x}{z}-3$ ...... ㉠

03 다항식의 계산

$x:y=2:3$, $y:z=6:5$이므로

$x:y:z=4:6:5$

$x=4k$, $y=6k$, $z=5k$ $(k\neq0)$라 하고 ㉠에 대입하면

$$\frac{y}{x}+\frac{z}{y}+\frac{x}{z}-3=\frac{6k}{4k}+\frac{5k}{6k}+\frac{4k}{5k}-3$$
$$=\frac{3}{2}+\frac{5}{6}+\frac{4}{5}-3$$
$$=\frac{2}{15}$$

따라서 $p=15$, $q=2$이므로

$p-q=15-2=13$ 답 13

시험 만점 완성하기

본책 60~63쪽

264 전략 분모를 통분한 후 동류항끼리 모아서 계산한다.

$$\frac{x+y}{2}-\frac{3x-2y}{5}=\frac{5(x+y)-2(3x-2y)}{10}$$
$$=\frac{5x+5y-6x+4y}{10}$$
$$=-\frac{1}{10}x+\frac{9}{10}y$$

따라서 $a=-\frac{1}{10}$, $b=\frac{9}{10}$이므로

$b-a=\frac{9}{10}-\left(-\frac{1}{10}\right)=1$ 답 ⑤

265 전략 주어진 식을 계산한 후 x의 계수와 상수항의 합이 8임을 이용한다.

$5x^2+kx-3-(2x^2-5x-2k)$

$=5x^2+kx-3-2x^2+5x+2k$

$=3x^2+(k+5)x-3+2k$

x의 계수와 상수항의 합이 8이므로

$k+5+(-3+2k)=8$

$3k=6$ $\quad\therefore k=2$ 답 ⑤

266 전략 (소괄호) ➜ {중괄호} ➜ [대괄호]의 순서로 괄호를 풀어서 계산한다.

$4x^2-[6-2x-\{x^2+1-(3x^2-4x)\}]$

$=4x^2-\{6-2x-(x^2+1-3x^2+4x)\}$

$=4x^2-\{6-2x-(-2x^2+4x+1)\}$

$=4x^2-(6-2x+2x^2-4x-1)$

$=4x^2-(2x^2-6x+5)$

$=4x^2-2x^2+6x-5$

$=2x^2+6x-5$ 답 ③

267 전략 어떤 식을 A로 놓고 조건에 맞게 식을 세운다.

어떤 식을 A라 하면

$(-5x^2+2x-1)+A=x^2-4x+2$

$\therefore A=x^2-4x+2-(-5x^2+2x-1)$

$=x^2-4x+2+5x^2-2x+1=6x^2-6x+3$

따라서 바르게 계산한 식은

$(-5x^2+2x-1)-(6x^2-6x+3)$

$=-5x^2+2x-1-6x^2+6x-3$

$=-11x^2+8x-4$ 답 ①

268 전략 (단항식)×(다항식) ➜ 분배법칙을 이용하여 단항식을 다항식의 각 항에 곱한다.

$-5x(x-2y+4)=-5x^2+10xy-20x$

즉 x^2의 계수는 -5이므로 $\quad a=-5$

$3x(2x+5y-1)=6x^2+15xy-3x$

즉 xy의 계수는 15이므로 $\quad b=15$

$\therefore 2x(7x+ay+b)=2x(7x-5y+15)$

$=14x^2-10xy+30x$

따라서 xy의 계수는 -10, x의 계수는 30이므로 구하는 합은

$-10+30=20$ 답 ③

269 전략 (다항식)÷(단항식) ➜ 분수의 꼴로 바꾸어 분자의 각 항을 분모로 나누거나 나눗셈을 곱셈으로 바꾼 후 전개한다.

$$A=(18x^3-45x^2y-72x^2)\div\frac{9}{4}x$$
$$=(18x^3-45x^2y-72x^2)\times\frac{4}{9x}=8x^2-20xy-32x$$
$$\therefore A\times\left(-\frac{1}{4x}\right)=(8x^2-20xy-32x)\times\left(-\frac{1}{4x}\right)$$
$$=-2x+5y+8$$
답 ②

270 전략 먼저 하루 동안의 입장료의 합을 구한다.

하루 동안의 입장료의 합은 $\quad a\times2n+b\times3n=2an+3bn$ (원)

따라서 하루 동안의 1인당 입장료의 평균은

$$(2an+3bn)\div(2n+3n)=(2an+3bn)\div5n$$
$$=\frac{2an+3bn}{5n}$$
$$=\frac{2}{5}a+\frac{3}{5}b\ (\text{원})$$
답 ②

271 전략 $A\div B=C$ ➜ $A=C\times B$, $A-D=E$ ➜ $A=E+D$임을 이용한다.

조건 (가)에서 $A\div2x=2x+a+\frac{8}{x}$이므로

$$A=\left(2x+a+\frac{8}{x}\right)\times2x=4x^2+2ax+16$$

조건 (나)에서 $A-(5x^2-8x+10)=-x^2-2x+b$이므로

$A=-x^2-2x+b+(5x^2-8x+10)$

$=4x^2-10x+b+10$

따라서 $2a=-10$, $b+10=16$이므로 $\quad a=-5$, $b=6$

$\therefore ab=(-5)\times6=-30$ 답 ①

272 전략 곱셈, 나눗셈을 먼저 계산한 후 덧셈, 뺄셈을 계산한다.

$\frac{5}{6}x(30x-6y)-(x^3+3x^2y)\div\left(-\frac{1}{2}x\right)$

$=\frac{5}{6}x(30x-6y)-(x^3+3x^2y)\times\left(-\frac{2}{x}\right)$

$=25x^2-5xy+2x^2+6xy$

$=27x^2+xy$

따라서 x^2의 계수는 27, xy의 계수는 1이므로

$a=27,\ b=1$

$\therefore a+b=27+1=28$

답 ④

273 전략 기호의 약속에 따라 식을 세운다.

$\begin{vmatrix} -3x & \frac{2}{5}x \\ 15x-40y & x+2y \end{vmatrix}=-3x(x+2y)-\frac{2}{5}x(15x-40y)$

$=-3x^2-6xy-6x^2+16xy$

$=-9x^2+10xy$

답 ③

274 전략 공식을 이용하여 직사각형의 넓이와 사다리꼴의 넓이를 각각 구한다.

(직사각형의 넓이)$=b^2\times3a^2b=3a^2b^3$

(사다리꼴의 넓이)$=\frac{1}{2}\times(ab^3+2ab^2)\times6ab=3a^2b^4+6a^2b^3$

(사다리꼴의 넓이)÷(직사각형의 넓이)

$=(3a^2b^4+6a^2b^3)\div3a^2b^3$

$=b+2$

따라서 사다리꼴의 넓이는 직사각형의 넓이의 $(b+2)$배이다.

답 ④

275 전략 주어진 식을 계산한 후 문자 대신 수를 대입한다.

$\frac{15a^2b-3ab^2}{3ab}-\frac{16b^2-40ab}{8b}=5a-b-2b+5a$

$=10a-3b$

$=10\times\left(-\frac{1}{2}\right)-3\times\frac{2}{3}$

$=-5-2=-7$

답 ①

276 전략 먼저 주어진 등식을 변형하여 x를 y에 대한 식으로 나타낸다.

$\frac{3x-y}{5x+2y}=\frac{2}{3}$에서 $\quad 3(3x-y)=2(5x+2y)$

$9x-3y=10x+4y \qquad \therefore x=-7y$

$\therefore -2x+y-\{x-3y-(7x-5y)\}$

$=-2x+y-(x-3y-7x+5y)$

$=-2x+y-(-6x+2y)$

$=-2x+y+6x-2y$

$=4x-y$

$=4\times(-7y)-y$

$=-29y$

답 ②

277 전략 $a:b=c:d$ ➜ $ad=bc$임을 이용한다.

$x:y=1:4$에서 $\quad y=4x$

$\therefore \frac{7x+2y}{x-y}=\frac{7x+2\times4x}{x-4x}=\frac{15x}{-3x}=-5$

답 ③

278 전략 자연수 n에 대하여 $2n-1$은 홀수, $2n$은 짝수이다.

n이 자연수일 때, $(-1)^{2n-1}=-1,\ (-1)^{2n}=1$이므로

$(-1)^{2n-1}(7x-5y)-(-1)^{2n}(-3x+2y)$

$=-(7x-5y)-(-3x+2y)$

$=-7x+5y+3x-2y$

$=-4x+3y$

답 $-4x+3y$

279 전략 괄호를 풀어 좌변을 간단히 한다.

$5x-2\{x-7y-(3x+5y-A)\}=-x+8y$에서

$5x-2(x-7y-3x-5y+A)=-x+8y$

$5x-2(-2x-12y+A)=-x+8y$

$5x+4x+24y-2A=-x+8y$

$9x+24y-2A=-x+8y$

$-2A=-x+8y-(9x+24y)$

$-2A=-x+8y-9x-24y$

$-2A=-10x-16y$

$\therefore A=5x+8y$

답 $5x+8y$

280 전략 주어진 규칙에 따라 B, C를 먼저 구한다.

$(12x^2+3x-1)+(4x^2-x+1)+B=12x^2-3x+3$이므로

$16x^2+2x+B=12x^2-3x+3$

$\therefore B=12x^2-3x+3-(16x^2+2x)$

$=12x^2-3x+3-16x^2-2x=-4x^2-5x+3$

$(6x^2-2)+(4x^2-x+1)+C=12x^2-3x+3$이므로

$10x^2-x-1+C=12x^2-3x+3$

$\therefore C=12x^2-3x+3-(10x^2-x-1)$

$=12x^2-3x+3-10x^2+x+1=2x^2-2x+4$

$A+(12x^2+3x-1)+C=12x^2-3x+3$이므로

$A+(12x^2+3x-1)+(2x^2-2x+4)=12x^2-3x+3$

$A+14x^2+x+3=12x^2-3x+3$

$\therefore A=12x^2-3x+3-(14x^2+x+3)$

$=12x^2-3x+3-14x^2-x-3=-2x^2-4x$

$\therefore A+B-C$

$=(-2x^2-4x)+(-4x^2-5x+3)-(2x^2-2x+4)$

$=-2x^2-4x-4x^2-5x+3-2x^2+2x-4$

$=-8x^2-7x-1$

답 $-8x^2-7x-1$

281 전략 어떤 식을 A로 놓고 조건에 맞게 식을 세운다.

어떤 식을 A라 하면

$A\div3ab=2a^2-5a+1$

$\therefore A=(2a^2-5a+1)\times3ab=6a^3b-15a^2b+3ab$

03 다항식의 계산

따라서 바르게 계산한 식은

$(6a^3b-15a^2b+3ab)\times 3ab=18a^4b^2-45a^3b^2+9a^2b^2$

답 $18a^4b^2-45a^3b^2+9a^2b^2$

282 전략 먼저 A, B를 각각 구한 후 주어진 식에 대입한다.

$A=\frac{3}{4}x(8x+20y-12)=6x^2+15xy-9x$

$B=(2x^3y-6x^2y^2)\div\left(-\frac{2}{7}xy\right)$

$=(2x^3y-6x^2y^2)\times\left(-\frac{7}{2xy}\right)$

$=-7x^2+21xy$

$2A-B+C=12x^2-7xy-3x$에서

$C=-2A+B+12x^2-7xy-3x$

$=-2(6x^2+15xy-9x)+(-7x^2+21xy)$
$+12x^2-7xy-3x$

$=-12x^2-30xy+18x-7x^2+21xy+12x^2-7xy-3x$

$=-7x^2-16xy+15x$ 답 $-7x^2-16xy+15x$

283 전략 주어진 등식을 변형하여 $a+b$, $b+c$, $c+a$를 각각 한 문자에 대한 식으로 나타낸다.

$\frac{a-b-c}{a}=\frac{b-c-a}{b}=\frac{c-a-b}{c}=k$ $(k\neq 0)$로 놓으면

$a-b-c=ak$ …… ㉠

$b-c-a=bk$ …… ㉡

$c-a-b=ck$ …… ㉢

㉠+㉡+㉢을 하면

$-a-b-c=ak+bk+ck$

$-(a+b+c)=k(a+b+c)$

$a+b+c\neq 0$이므로 $k=-1$

따라서 ㉠, ㉡, ㉢에서

$a-b-c=-a$, $b-c-a=-b$, $c-a-b=-c$

$\therefore b+c=2a$, $a+c=2b$, $a+b=2c$

$\therefore \frac{2c}{a+b}+\frac{2a}{b+c}+\frac{2b}{c+a}=\frac{2c}{2c}+\frac{2a}{2a}+\frac{2b}{2b}$

$=1+1+1=3$ 답 3

284 전략 조건에 맞게 식을 세운 후 A를 구한다.

$2A-(5x-3y)=-13x+5y$이므로

$2A=-13x+5y+(5x-3y)=-8x+2y$

$\therefore A=-4x+y$ … 1단계

$\therefore A-3(x-4y)=(-4x+y)-3(x-4y)$

$=-4x+y-3x+12y$

$=-7x+13y$ … 2단계

답 $-7x+13y$

단계	채점 요소	배점
1	A 구하기	3점
2	$A-3(x-4y)$를 계산하기	2점

285 전략 순환소수를 분수로 나타낸 후 식을 계산한다.

$9x(0.\dot{6}x-1)-\{x(2x^2y+7xy)-5x^3y\}\div xy$

$=9x\left(\frac{2}{3}x-1\right)-(2x^3y+7x^2y-5x^3y)\div xy$

$=9x\left(\frac{2}{3}x-1\right)-(-3x^3y+7x^2y)\div xy$

$=6x^2-9x+3x^2-7x$

$=9x^2-16x$ … 1단계

따라서 $a=9$, $b=-16$이므로 … 2단계

$a-b=9-(-16)=25$ … 3단계

답 25

단계	채점 요소	배점
1	주어진 식을 계산하기	3점
2	a, b의 값 구하기	2점
3	$a-b$의 값 구하기	1점

286 전략 먼저 색칠한 직사각형의 세로의 길이를 구한다.

색칠한 직사각형의 넓이가 $10x^2+4xy$이므로

$2x\times$(세로의 길이)$=10x^2+4xy$

$\therefore$ (세로의 길이)$=(10x^2+4xy)\div 2x=5x+2y$ … 1단계

따라서 구하는 직육면체의 부피는

$2x\times 2x\times(5x+2y)=4x^2(5x+2y)$

$=20x^3+8x^2y$ … 2단계

답 $20x^3+8x^2y$

단계	채점 요소	배점
1	직사각형의 세로의 길이 구하기	3점
2	직육면체의 부피 구하기	3점

287 전략 지수법칙을 이용하여 x, y에 대한 등식을 구한 후 y를 x에 대한 식으로 나타낸다.

$\frac{81^x\times 9^{2y}}{27^y}=243$에서 $\frac{3^{4x}\times 3^{4y}}{3^{3y}}=243$, $\frac{3^{4x+4y}}{3^{3y}}=3^5$

$4x+4y-3y=5$, $4x+y=5$

$\therefore y=-4x+5$ … 1단계

$\therefore 5(x+y)-2(x-3y)$

$=5x+5y-2x+6y=3x+11y$

$=3x+11(-4x+5)=3x-44x+55$

$=-41x+55$ … 2단계

따라서 $p=-41$, $q=55$이므로 … 3단계

$p+q=-41+55=14$ … 4단계

답 14

단계	채점 요소	배점
1	주어진 등식을 y를 x에 대한 식으로 나타내기	2점
2	주어진 식을 x에 대한 식으로 나타내기	2점
3	p, q의 값 구하기	1점
4	$p+q$의 값 구하기	1점

04 일차부등식

III. 일차부등식

셀프 CHECK

본책 66~67쪽

A 답 (1) × (2) ○ (3) ○ (4) ×

B ㄱ. $-1-1<2$에서 $-2<2$ (참)
ㄴ. $2\times(-1)+9>5$에서 $7>5$ (참)
ㄷ. $5\times(-1)-3\le-1-8$에서 $-8\le-9$ (거짓)
이상에서 $x=-1$을 해로 갖는 것은 ㄱ, ㄴ이다. 답 ㄱ, ㄴ

C 답 (1) > (2) > (3) > (4) <

D (1) $x\ge3x-5$에서 $-2x+5\ge0$이므로 일차부등식이다.
(2) $2x+9<2-x$에서 $3x+7<0$이므로 일차부등식이다.
(3) $8x-3\le2(4x+1)$에서 $-5\le0$이므로 일차부등식이 아니다.
(4) $x^2+x>4+x^2$에서 $x-4>0$이므로 일차부등식이다.
답 (1) ○ (2) ○ (3) × (4) ○

E (1) $6x<x+10$에서 $5x<10$ $\therefore x<2$
(2) $4x+1>x-8$에서 $3x>-9$ $\therefore x>-3$
(3) $11-3x\le1-x$에서 $-2x\le-10$ $\therefore x\ge5$
답 (1) $x<2$ (2) $x>-3$ (3) $x\ge5$

F (1) $5x-3>2(x+3)$에서 $5x-3>2x+6$
$3x>9$ $\therefore x>3$
(2) $0.1-0.2x\ge0.5x+0.8$의 양변에 10을 곱하면
$1-2x\ge5x+8$, $-7x\ge7$ $\therefore x\le-1$
(3) $\frac{x}{4}+\frac{3}{2}<\frac{2}{3}x-1$의 양변에 12를 곱하면
$3x+18<8x-12$, $-5x<-30$ $\therefore x>6$
답 (1) $x>3$ (2) $x\le-1$ (3) $x>6$

내신 유형 다지기

본책 68~77쪽

유형 055 부등식의 뜻

본책 68쪽

부등식: 부등호 >, <, ≥, ≤를 사용하여 수 또는 식의 대소 관계를 나타낸 식

288 ㄱ, ㅂ. 부등호가 없으므로 부등식이 아니다.
ㄹ. 등식이다.
이상에서 부등식은 ㄴ, ㄷ, ㅁ의 3개이다. 답 3개

289 $-7x+2y$, $x-(4x+1)$
➜ 부등호가 없으므로 부등식이 아니다.
$x-5=2x+1$, $5\times2-1=9$ ➜ 등식이다.
따라서 부등식이 있는 칸을 모두 색칠하면 다음과 같으므로 나타나는 자음은 ㄱ이다.

$3x>9$	$11-7\le5$	$6-x\ge x$
$-7x+2y$	$x-5=2x+1$	$-8<1$
$5\times2-1=9$	$x-(4x+1)$	$2(x+3)>0$

답 ㄱ

유형 056 부등식으로 나타내기

본책 68쪽

주어진 문장을 부등호를 사용하여 식으로 나타낸다.

290 ① $2x+5>9$ ② $3(x-1)\le15$
③ $x+8<25$ ⑤ $700x+1000>5000$
따라서 옳은 것은 ④이다. 답 ④

291 $1\,\text{kg}=1000\,\text{g}$이고 (넘지 않는다.)=(작거나 같다.)이므로
$500+20x\le1000$ 답 ⑤

292 ① $x+9\ge4x$
⑤ $\frac{x}{100}\times200<15$에서 $2x<15$
따라서 옳지 않은 것은 ①, ⑤이다. 답 ①, ⑤

유형 057 부등식의 해

본책 68쪽

(1) 부등식의 해: 부등식을 참이 되게 하는 미지수의 값
(2) 부등식의 참, 거짓
부등식에서 좌변과 우변의 값의 대소 관계가
① 주어진 부등호의 방향과 같은 경우 ➜ 참
② 주어진 부등호의 방향과 다른 경우 ➜ 거짓

293 ① $2-3>-2$에서 $-1>-2$ (참)
② $3\times2+7<15$에서 $13<15$ (참)
③ $2\times2+3<2+4$에서 $7<6$ (거짓)
④ $14-3\times2\le7\times2$에서 $8\le14$ (참)
⑤ $5\times(2-4)\ge-10$에서 $-10\ge-10$ (참)
따라서 $x=2$를 해로 갖지 않는 것은 ③이다. 답 ③

294 [ ] 안의 수를 각각의 부등식의 x에 대입하면
① $2\times(-4)<-4-5$에서 $-8<-9$ (거짓)
② $1-4\times(-2)\ge-2+11$에서 $9\ge9$ (참)
③ $3\times(-1)+8>6-(-1)$에서 $5>7$ (거짓)

④ $2\times(3+3)<3\times3-2$에서 $\quad 12<7$ (거짓)

⑤ $\frac{5}{5}-1\le5-3$에서 $\quad 0\le2$ (참)

따라서 [ ] 안의 수가 주어진 부등식의 해인 것은 ②, ⑤이다.

답 ②, ⑤

295 $3x=7x+12$에서 $\quad -4x=12 \quad \therefore x=-3$

$x=-3$을 각각의 부등식에 대입하면

① $2\times(-3)+9<1$에서 $\quad 3<1$ (거짓)

② $-3-4>2\times(-3)+3$에서 $\quad -7>-3$ (거짓)

③ $5\times(-3)+11\ge2\times(-3)$에서 $\quad -4\ge-6$ (참)

④ $-3\times(-3)+7\le5-2\times(-3)$에서 $\quad 16\le11$ (거짓)

⑤ $9-2\times(-3)>-5\times(-3)+1$에서 $\quad 15>16$ (거짓)

따라서 $x=-3$을 해로 갖는 것은 ③이다.

답 ③

296 x가 절댓값이 2 이하인 정수이므로

$x=-2,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2$ … 1단계

$x=-2$일 때, $4\times(-2)-1\ge-2+2$에서 $\quad -9\ge0$ (거짓)

$x=-1$일 때, $4\times(-1)-1\ge-1+2$에서 $\quad -5\ge1$ (거짓)

$x=0$일 때, $4\times0-1\ge0+2$에서 $\quad -1\ge2$ (거짓)

$x=1$일 때, $4\times1-1\ge1+2$에서 $\quad 3\ge3$ (참)

$x=2$일 때, $4\times2-1\ge2+2$에서 $\quad 7\ge4$ (참)

따라서 부등식 $4x-1\ge x+2$의 해는 1, 2의 2개이다. … 2단계

답 2

단계	채점 요소	비율
1	절댓값이 2 이하인 정수 구하기	30 %
2	부등식의 해의 개수 구하기	70 %

유형 058 부등식의 성질

본책 69쪽

(1) $a<b$이면 $\quad a+c<b+c,\ a-c<b-c$

(2) $a<b,\ c>0$이면 $\quad ac<bc,\ \frac{a}{c}<\frac{b}{c}$

(3) $a<b,\ c<0$이면 $\quad ac>bc,\ \frac{a}{c}>\frac{b}{c}$

297 ① $a<b$의 양변에서 6을 빼면 $\quad a-6\ \boxed{<}\ b-6$

② $a<b$의 양변에 2를 곱하면 $\quad 2a\ \boxed{<}\ 2b$

③ $a<b$의 양변에 4를 곱하면 $\quad 4a<4b$

$4a<4b$의 양변에 7을 더하면 $\quad 4a+7\ \boxed{<}\ 4b+7$

④ $a<b$의 양변에 -1을 곱하면 $\quad -a>-b$

$-a>-b$의 양변에 3을 더하면 $\quad 3-a\ \boxed{>}\ 3-b$

⑤ $a<b$의 양변을 5로 나누면 $\quad \frac{a}{5}<\frac{b}{5}$

$\frac{a}{5}<\frac{b}{5}$의 양변에서 1을 빼면 $\quad \frac{a}{5}-1\ \boxed{<}\ \frac{b}{5}-1$

따라서 부등호의 방향이 나머지 넷과 다른 하나는 ④이다.

답 ④

298 $-\frac{a}{4}<-\frac{b}{4}$의 양변에 -4를 곱하면 $\quad a>b$

⑤ $a>b$의 양변에 -6을 곱하면 $\quad -6a<-6b$

$-6a<-6b$의 양변에서 2를 빼면 $\quad -6a-2<-6b-2$

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

답 ⑤

299 $2a-7>2b-7$의 양변에 7을 더하면 $\quad 2a>2b$

$2a>2b$의 양변을 2로 나누면 $\quad a>b$

ㄴ. $a>b$의 양변에서 1을 빼면 $\quad -1+a>b-1$

ㄷ. $a>b$의 양변에 -4를 곱하면 $\quad -4a<-4b$

$-4a<-4b$의 양변에서 5를 빼면 $\quad -4a-5<-4b-5$

이상에서 옳은 것은 ㄱ, ㄹ이다.

답 ②

300 ② $1-a<1-b$의 양변에서 1을 빼면 $\quad -a<-b$

$-a<-b$의 양변에 -2를 곱하면 $\quad 2a>2b$

③ $\frac{a}{5}>\frac{b}{5}$의 양변에 5를 곱하면 $\quad a>b$

$a>b$의 양변에 -3을 곱하면 $\quad -3a<-3b$

$-3a<-3b$의 양변에 1을 더하면 $\quad -3a+1<-3b+1$

⑤ $-2a+3\ge3-2b$의 양변에서 3을 빼면 $\quad -2a\ge-2b$

$-2a\ge-2b$의 양변을 -2로 나누면 $\quad a\le b$

$a\le b$의 양변을 9로 나누면 $\quad \frac{a}{9}\le\frac{b}{9}$

따라서 옳은 것은 ①, ④이다.

답 ①, ④

301 ㄱ. $a<0,\ b>c$이므로 $\quad ab<ac$

ㄴ. $b>c$의 양변에 2를 곱하면 $\quad 2b>2c$

$2b>2c$의 양변에 a를 더하면 $\quad a+2b>a+2c$

ㄷ. $b>c$의 양변을 3으로 나누면 $\quad \frac{b}{3}>\frac{c}{3}$

$\frac{b}{3}>\frac{c}{3}$의 양변에서 a를 빼면 $\quad \frac{b}{3}-a>\frac{c}{3}-a$

ㄹ. $b>c$의 양변에 -1을 곱하면 $\quad -b<-c$

$-b<-c$의 양변에 a를 더하면 $\quad a-b<a-c$

$a-b<a-c$의 양변을 2로 나누면 $\quad \frac{a-b}{2}<\frac{a-c}{2}$

이상에서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ이다.

답 ㄱ, ㄴ, ㄷ

302 ① $a<b$이므로 $\quad a-c<b-c$

② $a<c,\ b<0$이므로 $\quad ab>bc$

③ $a<b$이므로 $\quad \frac{1}{a}>\frac{1}{b}$

$c>0$이므로 $\quad \frac{c}{a}>\frac{c}{b}$

④ $a<b,\ c>0$이므로 $\quad ac<bc \quad \therefore ac+b<bc+b$

⑤ $a<b$이므로 $\quad -a>-b \quad \therefore 5-a>5-b$

$c>0$이므로 $\quad \frac{5-a}{c}>\frac{5-b}{c}$

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

답 ⑤

유형 059 부등식의 성질을 이용하여 식의 값의 범위 구하기

본책 70쪽

❶ 부등식의 각 변에 식의 문자의 계수만큼 곱한다.
❷ 부등식의 각 변에 상수항을 더한다.
이때 각 변에 음수를 곱하거나 각 변을 음수로 나누면 부등호의 방향이 바뀜에 주의한다.

303 $-1<x<4$의 각 변에 2를 곱하면 $-2<2x<8$
$-2<2x<8$의 각 변에서 7을 빼면 $-9<2x-7<1$ 답 ①

304 $2\le x<5$의 각 변에 -3을 곱하면
$-15<-3x\le -6$
$-15<-3x\le -6$의 각 변에 8을 더하면
$-7<-3x+8\le 2$
따라서 $-3x+8$의 값이 될 수 없는 것은 ⑤이다. 답 ⑤

305 $-10\le x\le 15$의 각 변을 5로 나누면 $-2\le \frac{1}{5}x\le 3$
$-2\le \frac{1}{5}x\le 3$의 각 변에 1을 더하면
$-1\le \frac{1}{5}x+1\le 4$, 즉 $-1\le A\le 4$ … 1단계
따라서 모든 정수 A의 값의 합은
$-1+0+1+2+3+4=9$ … 2단계
답 9

단계	채점 요소	비율
1	A의 값의 범위 구하기	70 %
2	모든 정수 A의 값의 합 구하기	30 %

306 $-11<-4x-3<9$의 각 변에 3을 더하면
$-8<-4x<12$
$-8<-4x<12$의 각 변을 -4로 나누면 $-3<x<2$
따라서 $a=-3$, $b=2$이므로
$b-a=2-(-3)=5$ 답 5

307 $-3<2-\frac{x}{4}\le 7$의 각 변에서 2를 빼면
$-5<-\frac{x}{4}\le 5$
$-5<-\frac{x}{4}\le 5$의 각 변에 -4를 곱하면 $-20\le x<20$
$-20\le x<20$의 각 변에서 5를 빼면
$-25\le x-5<15$, 즉 $-25\le A<15$
따라서 A의 값이 될 수 있는 수 중에서 가장 큰 정수는 14, 가장 작은 정수는 -25이므로 $M=14$, $m=-25$
$\therefore M+m=14+(-25)=-11$ 답 ②

308 $3x+y=7$에서 $y=-3x+7$
$y=-3x+7$을 부등식 $-9<x+y<3$에 대입하면
$-9<x+(-3x+7)<3$, $-9<-2x+7<3$
$-9<-2x+7<3$의 각 변에서 7을 빼면
$-16<-2x<-4$
$-16<-2x<-4$의 각 변을 -2로 나누면 $2<x<8$
따라서 자연수 x는 3, 4, 5, 6, 7의 5개이다. 답 ③

유형 060 일차부등식의 뜻

본책 71쪽

일차부등식: 부등식의 모든 항을 좌변으로 이항하여 정리한 식이
(일차식)>0, (일차식)<0, (일차식)≥ 0, (일차식)≤ 0
중 어느 하나의 꼴로 나타나는 부등식

309 ③ $-x+6>1-x$에서 $5>0$이므로 일차부등식이 아니다.
④ $2(x-3)\le -5+2x$에서 $-1\le 0$이므로 일차부등식이 아니다.
⑤ $4x-x^2\ge 7+x-x^2$에서 $3x-7\ge 0$이므로 일차부등식이다.
따라서 일차부등식인 것은 ⑤이다. 답 ⑤

310 ① $4x-7\ge 5$이므로 $4x-12\ge 0$
② $300-x>150$이므로 $150-x>0$
③ $1500x\le 10000$이므로 $1500x-10000\le 0$
④ $x(x+1)<60$이므로 $x^2+x-60<0$
⑤ $\frac{x}{80}\ge 3$이므로 $\frac{x}{80}-3\ge 0$
따라서 일차부등식이 아닌 것은 ④이다. 답 ④

311 $ax+5-x<3(x-2)$에서 $(a-4)x+11<0$
이 부등식이 x에 대한 일차부등식이 되려면
$a-4\ne 0$ $\therefore a\ne 4$ 답 ⑤

유형 061 일차부등식의 풀이

본책 72쪽

일차부등식은 다음과 같은 순서로 푼다.
❶ x를 포함하는 항은 좌변으로, 상수항은 우변으로 이항하여 정리한다.
❷ 양변을 x의 계수로 나눈다. 이때 x의 계수가 음수이면 부등호의 방향이 바뀐다.

312 $6-x\ge 4x-19$에서 $-5x\ge -25$ $\therefore x\le 5$
따라서 부등식을 만족시키는 자연수 x는 1, 2, 3, 4, 5의 5개이다. 답 ④

313 ① $5x+9<2x$에서 $3x<-9$ $\therefore x<-3$
② $x-6>3x$에서 $-2x>6$ $\therefore x<-3$
③ $3x-1<x+5$에서 $2x<6$ $\therefore x<3$
④ $8x+1<4x-11$에서 $4x<-12$ $\therefore x<-3$
⑤ $-4x-9>x+6$에서 $-5x>15$ $\therefore x<-3$
따라서 부등식의 해가 나머지 넷과 다른 하나는 ③이다. 답 ③

314 $(x+3)\triangle(4x-5)<7x+4$에서

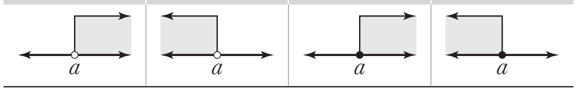
$(x+3)+(4x-5)-1<7x+4$

$5x-3<7x+4$, $\quad -2x<7 \quad \therefore x>-\frac{7}{2}$

따라서 가장 작은 정수 x의 값은 -3이다. 답 -3

유형 062 부등식의 해를 수직선 위에 나타내기 본책 72쪽

$x>a$	$x<a$	$x\geq a$	$x\leq a$



315 $2x+7>5x-11$에서 $\quad -3x>-18 \quad \therefore x<6$

따라서 부등식의 해를 수직선 위에 나타내면 ③과 같다.

답 ③

316 주어진 수직선이 나타내는 x의 값의 범위는 $\quad x\geq-2$

① $4x\geq10-x$에서 $\quad 5x\geq10 \quad \therefore x\geq2$

② $x-3\leq3x+1$에서 $\quad -2x\leq4 \quad \therefore x\geq-2$

③ $3x+2\geq2x-1$에서 $\quad x\geq-3$

④ $-6x+5\geq x+19$에서 $\quad -7x\geq14 \quad \therefore x\leq-2$

⑤ $-5-2x\leq3+2x$에서 $\quad -4x\leq8 \quad \therefore x\geq-2$

따라서 해가 $x\geq-2$인 것은 ②, ⑤이다. 답 ②, ⑤

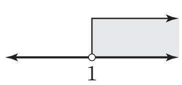
317 $x=4$를 $ax-5=x+3$에 대입하면

$4a-5=4+3$, $\quad 4a=12 \quad \therefore a=3$ … 1단계

$a=3$을 $-5x+2<3x-2a$에 대입하면

$-5x+2<3x-6$, $\quad -8x<-8 \quad \therefore x>1$ … 2단계

따라서 부등식의 해를 수직선 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같다. … 3단계



답 풀이 참조

단계	채점 요소	비율
1	a의 값 구하기	40 %
2	부등식의 해 구하기	40 %
3	부등식의 해를 수직선 위에 나타내기	20 %

유형 063 괄호가 있는 일차부등식의 풀이 본책 73쪽

분배법칙을 이용하여 괄호를 풀고 동류항끼리 정리한다.

➜ $a(b+c)=ab+ac$

318 $7x+1<3(x-1)$에서 $\quad 7x+1<3x-3$

$4x<-4 \quad \therefore x<-1$

$11-3(x+2)<-2x$에서 $\quad 11-3x-6<-2x \quad \therefore x>5$

따라서 $a=-1$, $b=5$이므로 $\quad a+b=-1+5=4$ 답 ⑤

319 $2(1-3x)+5(x-1)>-1$에서

$2-6x+5x-5>-1 \quad \therefore x<-2$

따라서 부등식을 만족시키는 가장 큰 정수 x의 값은 -3이다.

답 ①

320 $19-3(x-7)\geq4(x+3)$에서

$19-3x+21\geq4x+12$, $\quad -7x\geq-28$

$\therefore x\leq4$ … 1단계

따라서 부등식을 만족시키는 모든 자연수 x의 값의 합은

$1+2+3+4=10$ … 2단계

답 10

단계	채점 요소	비율
1	부등식의 해 구하기	70 %
2	모든 자연수 x의 값의 합 구하기	30 %

321 $5(1-x)<3(3-2x)$에서 $\quad 5-5x<9-6x$

$\therefore x<4$

$x<4$의 양변을 -2로 나누면 $\quad -\frac{1}{2}x>-2$

$-\frac{1}{2}x>-2$의 양변에 1을 더하면

$1-\frac{1}{2}x>-1$, 즉 $A>-1$

따라서 가장 작은 정수 A의 값은 0이다. 답 0

유형 064 계수가 소수 또는 분수인 일차부등식의 풀이 본책 73쪽

(1) 계수가 소수 ➜ 양변에 10의 거듭제곱을 곱하여 계수를 정수로 고친 후 푼다.

(2) 계수가 분수 ➜ 양변에 분모의 최소공배수를 곱하여 계수를 정수로 고친 후 푼다.

322 $\frac{2x-1}{3}>x-0.5(x+3)$의 양변에 6을 곱하면

$2(2x-1)>6x-3(x+3)$, $\quad 4x-2>6x-3x-9$

$\therefore x>-7$ 답 ②

323 $0.03(x-2)\leq0.07x+0.1$의 양변에 100을 곱하면

$3(x-2)\leq7x+10$, $\quad 3x-6\leq7x+10$

$-4x\leq16 \quad \therefore x\geq-4$

따라서 부등식의 해를 수직선 위에 나타내면 ①과 같다. 답 ①

324 $\frac{x+3}{5}>\frac{x-5}{3}$의 양변에 15를 곱하면

$3(x+3)>5(x-5)$, $\quad 3x+9>5x-25$

$-2x>-34 \quad \therefore x<17$

따라서 자연수 x는 1, 2, 3, …, 16의 16개이다. 답 ④

325 ① $x \geq 4-3x$에서 $4x \geq 4$ $\therefore x \geq 1$
② $2x+1 \leq 5x-2$에서 $-3x \leq -3$ $\therefore x \geq 1$
③ $3(x+1) \geq x+5$에서 $3x+3 \geq x+5$
$2x \geq 2$ $\therefore x \geq 1$
④ $0.1x-0.7 \geq 0.4x-1$의 양변에 10을 곱하면
$x-7 \geq 4x-10$, $-3x \geq -3$ $\therefore x \leq 1$
⑤ $\frac{1}{2}x+\frac{5}{7} \leq \frac{5}{7}x+\frac{1}{2}$의 양변에 14를 곱하면
$7x+10 \leq 10x+7$, $-3x \leq -3$ $\therefore x \geq 1$
따라서 부등식의 해가 나머지 넷과 다른 하나는 ④이다. 답 ④

326 $2-0.3x > 0.2(x+5)$의 양변에 10을 곱하면
$20-3x > 2(x+5)$, $20-3x > 2x+10$
$-5x > -10$ $\therefore x < 2$
이때 x의 값 중에서 가장 큰 정수는 1이므로
$a=1$ … 1단계
$\frac{1}{6}x-\frac{2}{3} < \frac{x+1}{4}$의 양변에 12를 곱하면
$2x-8 < 3x+3$ $\therefore x > -11$
이때 x의 값 중에서 가장 작은 정수는 -10이므로
$b=-10$ … 2단계
$\therefore a-b=1-(-10)=11$ … 3단계
답 11

단계	채점 요소	비율
1	a의 값 구하기	40 %
2	b의 값 구하기	40 %
3	$a-b$의 값 구하기	20 %

유형 065 x의 계수가 문자인 일차부등식의 풀이 본책 74쪽

x의 계수가 문자인 일차부등식은 x의 계수가 양수인지 음수인지 확인한 후 푼다. 즉 $ax > b$의 꼴에서
(1) $a > 0 \Rightarrow x > \frac{b}{a}$
(2) $a < 0 \Rightarrow x < \frac{b}{a}$

327 $ax-3a < 0$에서 $ax < 3a$
$a > 0$이므로 양변을 a로 나누면 $x < 3$ 답 ③

328 $5ax-1 \leq ax+7$에서 $4ax \leq 8$
$a < 0$에서 $4a < 0$이므로 양변을 $4a$로 나누면 $x \geq \frac{2}{a}$ 답 ④

329 $2ax+5 > 3(ax+2)$에서
$2ax+5 > 3ax+6$, $-ax > 1$
$a > 0$에서 $-a < 0$이므로 양변을 $-a$로 나누면
$x < -\frac{1}{a}$ 답 $x < -\frac{1}{a}$

330 $4x-2a \geq 8-ax$에서 $ax+4x \geq 2a+8$
$(a+4)x \geq 2(a+4)$
$a > -4$에서 $a+4 > 0$이므로 양변을 $a+4$로 나누면
$x \geq 2$ 답 ②

331 $a(x-4) > bx-5a+b$에서 $ax-4a > bx-5a+b$
$ax-bx > -a+b$, $(a-b)x > -(a-b)$
$a < b$에서 $a-b < 0$이므로 양변을 $a-b$로 나누면 $x < -1$
따라서 부등식을 만족시키는 가장 큰 정수 x의 값은 -2이다.
답 -2

332 $0.5a-1 > 0.8a-1.3$의 양변에 10을 곱하면
$5a-10 > 8a-13$, $-3a > -3$ $\therefore a < 1$
$ax+7a < x+7$에서 $ax-x < 7-7a$
$(a-1)x < -7(a-1)$
$a < 1$에서 $a-1 < 0$이므로 양변을 $a-1$로 나누면 $x > -7$
답 $x > -7$

유형 066 부등식의 해가 주어진 경우 (1) 본책 75쪽

부등식을 $x >$(수), $x <$(수), $x \geq$(수), $x \leq$(수) 중 어느 하나의 꼴로 나타낸 후 주어진 부등식의 해와 비교한다.

333 $2x+1 < a-x$에서 $3x < a-1$ $\therefore x < \frac{a-1}{3}$
부등식의 해가 $x < -4$이므로
$\frac{a-1}{3}=-4$, $a-1=-12$ $\therefore a=-11$ 답 ③

334 $3(x-a) \geq 5x-29$에서 $3x-3a \geq 5x-29$
$-2x \geq 3a-29$ $\therefore x \leq -\frac{3a-29}{2}$
부등식의 해가 $x \leq 7$이므로
$-\frac{3a-29}{2}=7$, $3a-29=-14$
$3a=15$ $\therefore a=5$ 답 ⑤

335 $x+\frac{a-3}{2} < \frac{5}{3}x$의 양변에 6을 곱하면
$6x+3a-9 < 10x$, $-4x < 9-3a$
$\therefore x > -\frac{9-3a}{4}$ … 1단계
부등식의 해가 $x > 3$이므로 … 2단계
$-\frac{9-3a}{4}=3$, $9-3a=-12$
$-3a=-21$ $\therefore a=7$ … 3단계
답 7

단계	채점 요소	비율
1	주어진 부등식의 해 구하기	50 %
2	부등식의 해가 $x > 3$임을 알기	20 %
3	a의 값 구하기	30 %

유형 067 부등식의 해가 주어진 경우 (2)

본책 76쪽

일차부등식 $ax>b$의 해가

(1) $x>k$ ➔ $a>0$이고 $\frac{b}{a}=k$

(2) $x<k$ ➔ $a<0$이고 $\frac{b}{a}=k$

336 $ax>3x-14$에서 $(a-3)x>-14$

그런데 부등식의 해가 $x<2$이므로 $a-3<0$

따라서 $x<-\frac{14}{a-3}$이므로 $-\frac{14}{a-3}=2$

$a-3=-7$ $\therefore a=-4$

답 -4

337 $2(ax+3)<15-x$에서

$2ax+6<15-x$, $(2a+1)x<9$

그런데 부등식의 해가 $x>-3$이므로 $2a+1<0$

따라서 $x>\frac{9}{2a+1}$이므로 $\frac{9}{2a+1}=-3$

$2a+1=-3$, $2a=-4$ $\therefore a=-2$

답 ③

338 $(a+b)x-a+2b>0$에서 $(a+b)x>a-2b$

그런데 부등식의 해가 $x<\frac{1}{4}$이므로 $a+b<0$ …… ㉠

따라서 $x<\frac{a-2b}{a+b}$이므로 $\frac{a-2b}{a+b}=\frac{1}{4}$

$4a-8b=a+b$, $3a=9b$ $\therefore a=3b$ …… ㉡

㉡을 ㉠에 대입하면

$3b+b<0$, $4b<0$ $\therefore b<0$

㉡을 $(2a-b)x+3a+b>0$에 대입하면

$5bx+10b>0$, $5bx>-10b$

$b<0$에서 $5b<0$이므로 $x<-2$

답 $x<-2$

유형 068 부등식의 해 중 가장 큰(작은) 수가 주어진 경우

본책 76쪽

일차부등식 $ax\geq b$의 해 중

(1) 가장 작은 수가 k ➔ $x\geq k$ ➔ $a>0$이고 $\frac{b}{a}=k$

(2) 가장 큰 수가 k ➔ $x\leq k$ ➔ $a<0$이고 $\frac{b}{a}=k$

339 $4x+a\geq 1$에서 $4x\geq 1-a$ $\therefore x\geq\frac{1-a}{4}$

부등식의 해 중 가장 작은 수가 -5이므로

$\frac{1-a}{4}=-5$, $1-a=-20$ $\therefore a=21$

답 ⑤

340 $\frac{x-a}{6}\leq 1.5-x$의 양변에 6을 곱하면

$x-a\leq 9-6x$, $7x\leq a+9$ $\therefore x\leq\frac{a+9}{7}$ … 1단계

부등식의 해 중 가장 큰 수가 3이므로

$\frac{a+9}{7}=3$, $a+9=21$ $\therefore a=12$ … 2단계

답 12

단계	채점 요소	비율
1	주어진 부등식의 해 구하기	60 %
2	a의 값 구하기	40 %

341 $3-ax\leq -5(x-3)$에서

$3-ax\leq -5x+15$, $(5-a)x\leq 12$

그런데 부등식의 해가 $x\geq -6$이므로 $5-a<0$

따라서 $x\geq\frac{12}{5-a}$이므로 $\frac{12}{5-a}=-6$

$5-a=-2$ $\therefore a=7$

답 7

유형 069 해가 서로 같은 두 일차부등식

본책 77쪽

두 일차부등식의 해가 서로 같다.

➔ 각각의 부등식을 푼 후 해가 서로 같음을 이용하여 미지수의 값을 구한다.

342 $5x-3<a$에서 $5x<a+3$ $\therefore x<\frac{a+3}{5}$

$4-x>6x+11$에서 $-7x>7$ $\therefore x<-1$

두 부등식의 해가 서로 같으므로

$\frac{a+3}{5}=-1$, $a+3=-5$ $\therefore a=-8$

답 ②

343 $x+1\geq 13-x$에서 $2x\geq 12$ $\therefore x\geq 6$

$2x+a\leq 5(x-3)$에서 $2x+a\leq 5x-15$

$-3x\leq -a-15$ $\therefore x\geq\frac{a+15}{3}$

두 부등식의 해가 서로 같으므로

$\frac{a+15}{3}=6$, $a+15=18$ $\therefore a=3$

답 3

344 $0.3x-0.8\leq 0.7x+1.2$의 양변에 10을 곱하면

$3x-8\leq 7x+12$, $-4x\leq 20$ $\therefore x\geq -5$ … 1단계

$\frac{2x-5}{3}\leq\frac{4}{5}x+a$의 양변에 15를 곱하면

$10x-25\leq 12x+15a$, $-2x\leq 15a+25$

$\therefore x\geq -\frac{15a+25}{2}$ … 2단계

두 부등식의 해가 서로 같으므로

$-\frac{15a+25}{2}=-5$, $15a+25=10$

$15a=-15$ $\therefore a=-1$ … 3단계

답 -1

단계	채점 요소	비율
1	$0.3x-0.8\le 0.7x+1.2$의 해 구하기	40 %
2	$\frac{2x-5}{3}\le\frac{4}{5}x+a$의 해 구하기	40 %
3	a의 값 구하기	20 %

345 $3(x+1)>8x-7$에서 $\quad 3x+3>8x-7$

$-5x>-10 \quad \therefore x<2$

$ax+14>x+2$에서 $\quad (a-1)x>-12$

이 부등식의 해가 $x<2$이므로 $\quad a-1<0$

따라서 $x<-\frac{12}{a-1}$이므로

$-\frac{12}{a-1}=2, \quad a-1=-6 \quad \therefore a=-5$ 답 -5

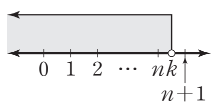
유형 070 부등식의 해의 조건이 주어진 경우

본책 77쪽

부등식을 만족시키는 자연수 x가 n개일 때, 상수 k의 값의 범위는 수직선을 그려서 생각한다. 이때 등호에 주의한다.

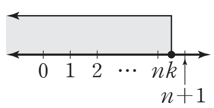
(1) $x<k$일 때

➜ $n<k\le n+1$



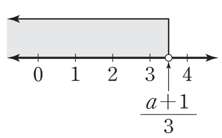
(2) $x\le k$일 때

➜ $n\le k<n+1$



346 $8x-1<5x+a$에서 $\quad 3x<a+1 \quad \therefore x<\frac{a+1}{3}$

이를 만족시키는 자연수 x가 3개이려면 오른쪽 그림과 같아야 하므로

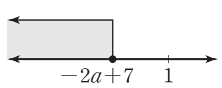


$3<\frac{a+1}{3}\le 4$

$9<a+1\le 12 \quad \therefore 8<a\le 11$ 답 ③

347 $2x+7\ge 3x+2a$에서 $\quad x\le -2a+7$

이를 만족시키는 자연수 x가 존재하지 않으려면 오른쪽 그림과 같아야 하므로



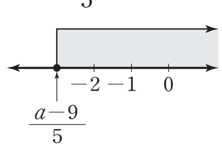
$-2a+7<1, \quad -2a<-6$

$\therefore a>3$ 답 $a>3$

348 $\frac{4}{3}x-\frac{a}{6}\ge\frac{1}{2}x-1.5$의 양변에 6을 곱하면

$8x-a\ge 3x-9, \quad 5x\ge a-9 \quad \therefore x\ge\frac{a-9}{5}$

이를 만족시키는 음의 정수 x가 2개 이상이려면 오른쪽 그림과 같아야 하므로



$\frac{a-9}{5}\le -2, \quad a-9\le -10$

$\therefore a\le -1$

따라서 a의 값 중에서 가장 큰 수는 -1이다. 답 -1

만점 유형 도전하기

본책 78~79쪽

349 전략 일차부등식의 뜻을 알고 이를 이용하여 일차부등식이 되기 위한 조건을 구해 본다.

(1) 부등식의 모든 항을 좌변으로 이항하여 정리한 식이

(일차식)>0, (일차식)<0, (일차식)≥ 0, (일차식)≤ 0

중 어느 하나의 꼴로 나타나는 부등식을 일차부등식이라 한다.

(2) $2x^2+ax-7>bx^2-5x+1$에서

$(2-b)x^2+(a+5)x-8>0$

이 부등식이 x에 대한 일차부등식이 되려면

$2-b=0, \ a+5\ne 0 \quad \therefore a\ne -5, \ b=2$

답 (1) 풀이 참조 (2) $a\ne -5, \ b=2$

350 전략 부등식의 성질을 알고 이를 이용하여 부등식을 푼다.

서인: $4x+1>2(x+5)$에서 $\quad 4x+1>2x+10$

$2x>9 \quad \therefore x>\frac{9}{2}$

즉 부등식을 만족시키는 가장 작은 정수 x의 값은 5이다.

승민: $3ax-7a\le a-ax$에서 $\quad 4ax\le 8a$

$4a<0$이므로 $\quad x\ge 2$

따라서 잘못 말한 사람은 서인, 승민이다. 답 풀이 참조

351 전략 먼저 점 $(a-b, \ ab)$가 제3사분면 위의 점임을 이용하여 a, b의 부호를 구한다.

점 $(a-b, \ ab)$는 제3사분면 위의 점이므로

$a-b<0, \ ab<0 \quad \therefore a<0, \ b>0$

또 $bc<0$이므로 $\quad c<0$

ㄱ. $a<b$이므로 $\quad a+c<b+c$

ㄴ. $a<b$, $c<0$이므로 $\quad \frac{a}{c}>\frac{b}{c}$

ㄷ. $a<b$, $c<0$이므로 $\quad ac>bc \quad \therefore ac-b>bc-b$

ㄹ. $a<b$이므로 $\quad -a>-b \quad \therefore c-a>c-b$

$b>0$이므로 $\quad \frac{c-a}{b}>\frac{c-b}{b}$

이상에서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ, ㄹ이다. 답 ㄱ, ㄷ, ㄹ

만점 공략 노트

(1) 각 사분면 위의 점의 x좌표와 y좌표의 부호

① 제1사분면 ➜ $(+, +)$ ② 제2사분면 ➜ $(-, +)$

③ 제3사분면 ➜ $(-, -)$ ④ 제4사분면 ➜ $(+, -)$

(2) x축 또는 y축 위의 점은 어느 사분면에도 속하지 않는다.

352 전략 먼저 주어진 부등식을 푼다.

$3x-1\le 3a-5x$에서 $\quad 8x\le 3a+1 \quad \therefore x\le\frac{3a+1}{8}$

이때 이 부등식을 만족시키는 x의 값 중에서 45와 서로소인 자연수 5개는 1, 2, 4, 7, 8이므로

$8\le\frac{3a+1}{8}<11, \quad 64\le 3a+1<88$

$63\le 3a<87 \quad \therefore 21\le a<29$ 답 $21\le a<29$

353 전략 기호의 약속에 따라 가능한 $\left\{\frac{x}{2}+3\right\}$의 값을 구한다.

$\left\{\frac{x}{2}+3\right\}$은 자연수이므로 $7\le\left\{\frac{x}{2}+3\right\}<9$에서

$\left\{\frac{x}{2}+3\right\}=7,\ 8$

즉 $6.5\le\frac{x}{2}+3<8.5$이어야 하므로

$3.5\le\frac{x}{2}<5.5 \qquad \therefore 7\le x<11$

따라서 자연수 x는 7, 8, 9, 10이므로 구하는 합은

$7+8+9+10=34$

답 34

354 전략 주어진 부등식을 $Ax>B$의 꼴로 정리한 후 조건에 따라 해를 구한다.

$ax-5>bx-1$에서 $\qquad (a-b)x>4$

① $a>b$이면 $a-b>0$이므로 $\qquad x>\frac{4}{a-b}$

② $a<b$이면 $a-b<0$이므로 $\qquad x<\frac{4}{a-b}$

③ $a=0$이면 $\qquad -bx>4$

$b>0$이면 $-b<0$이므로 $\qquad x<-\frac{4}{b}$

④ $b=0$이면 $\qquad ax>4$

$a<0$이므로 $\qquad x<\frac{4}{a}$

⑤ $a=b$이면 $0\times x>4$이므로 부등식을 만족시키는 x의 값이 존재하지 않는다.

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

답 ④

355 전략 $(a-3b)x-4a+3b<0$의 해가 $x>-2$임을 이용하여 a와 b 사이의 관계를 식으로 나타낸다.

$(a-3b)x-4a+3b<0$에서 $\qquad (a-3b)x<4a-3b$

그런데 부등식의 해가 $x>-2$이므로 $\qquad a-3b<0$

따라서 $x>\frac{4a-3b}{a-3b}$이므로 $\qquad \frac{4a-3b}{a-3b}=-2$

$4a-3b=-2a+6b, \qquad 6a=9b \qquad \therefore a=\frac{3}{2}b$

이때 $a+b=10$이므로

$\frac{3}{2}b+b=10, \qquad \frac{5}{2}b=10 \qquad \therefore b=4$

$b=4$를 $a+b=10$에 대입하면 $\qquad a+4=10 \qquad \therefore a=6$

$\therefore ab=6\times4=24$

답 24

356 전략 기호의 약속에 따라 일차부등식을 세운다.

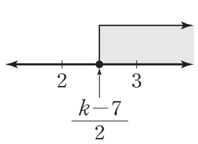
$(3x-1)\blacklozenge(4x+3)\le5\blacklozenge k$에서

$2(3x-1)-3(4x+3)+7\le2\times5-3k+7$

$6x-2-12x-9+7\le10-3k+7$

$-6x\le21-3k \qquad \therefore x\ge\frac{k-7}{2}$

이를 만족시키는 x의 값 중 가장 작은 정수가 3이려면 오른쪽 그림과 같아야 하므로



$2<\frac{k-7}{2}\le3, \qquad 4<k-7\le6$

$\therefore 11<k\le13$

답 $11<k\le13$

시험 만점 완성하기

본책 80~83쪽

357 전략 주어진 문장을 조건에 맞게 부등식으로 나타내어 본다.

① $2(x-3)\ge10$ $\qquad$ ② $3x<50000$

③ $\frac{x+90}{2}\le85$ $\qquad$ ⑤ $8x\ge30$

따라서 옳은 것은 ④이다.

답 ④

358 전략 먼저 주어진 방정식을 만족시키는 x의 값을 구한다.

$\frac{2}{3}x=x+2$에서 $\qquad -\frac{1}{3}x=2 \qquad \therefore x=-6$

③ $-6-7\le4\times(-6)+9$에서 $\qquad -13\le-15$ (거짓)

따라서 $x=-6$을 해로 갖지 않는 것은 ③이다.

답 ③

359 전략 부등식의 양변에 같은 음수를 곱하거나 양변을 같은 음수로 나누면 부등호의 방향이 바뀐다.

$-5a+1>-5b+1$의 양변에서 1을 빼면 $\qquad -5a>-5b$

$-5a>-5b$의 양변을 -5로 나누면 $\qquad a<b$

①, ②, ④, ⑤ $<$ $\qquad$ ③ $>$

따라서 부등호의 방향이 나머지 넷과 다른 하나는 ③이다.

답 ③

360 전략 부등식의 성질을 이용하여 주어진 보기의 참, 거짓을 따져 본다.

③ $a<b$이므로 $\qquad -a>-b$

$-a+c>-b+c \qquad \therefore \frac{-a+c}{3}>\frac{-b+c}{3}$

④ $a<b,\ c>0$이므로 $\qquad ac<bc$

$-ac>-bc \qquad \therefore 1-ac>1-bc$

⑤ $a<b,\ c>0$이므로 $\qquad \frac{a}{c}<\frac{b}{c}$

$-\frac{a}{c}>-\frac{b}{c} \qquad \therefore -\frac{a}{c}+5>-\frac{b}{c}+5$

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

답 ⑤

361 전략 부등식의 성질을 이용하여 먼저 x의 값의 범위를 구한다.

$-2<\frac{x-1}{3}<1$에서 $\qquad -6<x-1<3 \qquad \therefore -5<x<4$

$-5<x<4$에서 $\qquad -8<-2x<10 \qquad \therefore -7<1-2x<11$

따라서 $1-2x$의 값이 될 수 있는 것은 ⑤이다.

답 ⑤

362 전략 모든 항을 좌변으로 이항하여 (x의 계수)$\neq0$임을 이용한다.

$7x+4\ge x+1-2ax$에서 $\qquad (6+2a)x+3\ge0$

이 부등식이 x에 대한 일차부등식이 되려면

$6+2a\neq0 \qquad \therefore a\neq-3$

답 ②

363 전략 먼저 절댓값이 3보다 크지 않은 정수를 구한다.

x가 절댓값이 3보다 크지 않은 정수이므로

$x=-3,\ -2,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2,\ 3$

$1-3x\le 2x-4$에서 $\quad -5x\le -5 \quad \therefore x\ge 1$

따라서 일차부등식의 해는 1, 2, 3의 3개이다. 답 ③

364 전략 먼저 주어진 방정식의 해를 구한다.

$4-x=x+3a$에서 $\quad -2x=3a-4 \quad \therefore x=-\frac{3}{2}a+2$

이 방정식의 해가 5보다 작으므로

$-\frac{3}{2}a+2<5, \quad -\frac{3}{2}a<3 \quad \therefore a>-2$

따라서 가장 작은 정수 a의 값은 -1이다. 답 ③

365 전략 계수가 소수이면 양변에 10의 거듭제곱을 곱하고, 계수가 분수이면 양변에 분모의 최소공배수를 곱하여 계수를 정수로 고친다.

$1.5x-3.5>2.4x+1$의 양변에 10을 곱하면

$15x-35>24x+10, \quad -9x>45 \quad \therefore x<-5$

$\frac{2x+1}{3}-1<\frac{3x-5}{4}$의 양변에 12를 곱하면

$8x+4-12<9x-15 \quad \therefore x>7$

따라서 $a=-5$, $b=7$이므로

$b-a=7-(-5)=12$ 답 ②

366 전략 주어진 부등식을 정리한 후 x의 계수의 부호를 따져 본다.

$ax+5\ge 3ax-7$에서 $\quad -2ax\ge -12$

$a<0$에서 $-2a>0$이므로 양변을 $-2a$로 나누면

$x\ge \frac{6}{a}$ 답 ④

367 전략 먼저 a의 값의 범위를 구한다.

$3(a-1)<5-a$에서 $\quad 3a-3<5-a$

$4a<8 \quad \therefore a<2$

$ax+10>2x+5a$에서 $\quad ax-2x>5a-10$

$(a-2)x>5(a-2)$

$a<2$에서 $a-2<0$이므로 양변을 $a-2$로 나누면

$x<5$ 답 ④

368 전략 부등식의 해가 $x\le 1$임을 이용한다.

$5x+\frac{1}{2}a\ge ax+1$의 양변에 2를 곱하면

$10x+a\ge 2ax+2, \quad (10-2a)x\ge 2-a$

그런데 부등식의 해가 $x\le 1$이므로 $\quad 10-2a<0$

따라서 $x\le \frac{2-a}{10-2a}$이므로 $\quad \frac{2-a}{10-2a}=1$

$2-a=10-2a \quad \therefore a=8$ 답 ④

369 전략 기호의 약속에 따라 일차부등식을 세운다.

$(x+a)\circledcirc(3x-2)\ge 5$에서 $\quad (x+a)-2(3x-2)\ge 5$

$x+a-6x+4\ge 5, \quad -5x\ge 1-a \quad \therefore x\le \frac{a-1}{5}$

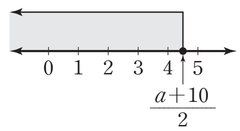
부등식을 만족시키는 가장 큰 x의 값이 -4이므로

$\frac{a-1}{5}=-4, \quad a-1=-20 \quad \therefore a=-19$ 답 ①

370 전략 주어진 부등식의 해를 구한 후 수직선을 이용하여 조건을 만족시키는 a의 값의 범위를 구한다.

$7x-a\le 5(x+2)$에서 $\quad 2x\le a+10 \quad \therefore x\le \frac{a+10}{2}$

이를 만족시키는 자연수 x가 4개이려면 오른쪽 그림과 같아야 하므로



$4\le \frac{a+10}{2}<5$

$8\le a+10<10$

$\therefore -2\le a<0$ 답 ②

371 전략 $x-y=5$에서 y를 x에 대한 식으로 나타낸다.

$x-y=5$에서 $\quad y=x-5$

$y=x-5$를 부등식 $-8<2x+y\le 4$에 대입하면

$-8<2x+(x-5)\le 4, \quad -8<3x-5\le 4$

$-3<3x\le 9 \quad \therefore -1<x\le 3$ 답 $-1<x\le 3$

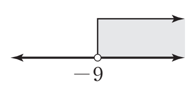
372 전략 먼저 주어진 방정식의 해를 구한다.

$7x-3=4x+9$에서 $\quad 3x=12 \quad \therefore x=4 \quad \therefore k=4$

$k=4$를 $6x+13>kx-5$에 대입하면

$6x+13>4x-5, \quad 2x>-18 \quad \therefore x>-9$

따라서 부등식의 해를 수직선 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같다.



답 풀이 참조

373 전략 계수에 소수와 분수가 섞여 있으면 양변에 적당한 수를 곱하여 계수를 정수로 고친다.

$\frac{2}{5}x-1<0.25(x+3)$의 양변에 20을 곱하면

$8x-20<5x+15, \quad 3x<35 \quad \therefore x<\frac{35}{3}=11.666\cdots$

따라서 부등식을 만족시키는 소수 x는 2, 3, 5, 7, 11이므로 구하는 합은

$2+3+5+7+11=28$ 답 28

374 전략 먼저 순환소수를 분수로 나타낸다.

$1.\dot{6}x+1\ge 0.5x-0.1\dot{6}$에서 $\quad \frac{16-1}{9}x+1\ge 0.5x-\frac{16-1}{90}$

$\frac{5}{3}x+1\ge 0.5x-\frac{1}{6}$

양변에 6을 곱하면 $\quad 10x+6\ge 3x-1$

$7x\ge -7 \quad \therefore x\ge -1$ 답 $x\ge -1$

375 전략 가능한 b의 값에 따라 경우를 나누어 생각해 본다.

$ax>2x+b$에서 $\quad (a-2)x>b$

그런데 부등식의 해가 $x<\frac{1}{2}$이므로 $\quad a-2<0 \quad \cdots\cdots$ ㉠

따라서 $x<\frac{b}{a-2}$이므로 $\quad \frac{b}{a-2}=\frac{1}{2}$

$a-2=2b \quad \therefore a=2+2b \quad \cdots\cdots$ ㉡

한편 $|b|=2$에서 $\quad b=2$ 또는 $b=-2$

(i) $b=2$일 때, ㉡에서 $\quad a=6$

그런데 이것은 ㉠을 만족시키지 않는다.

(ii) $b=-2$일 때, ㉡에서 $\quad a=-2$

이것은 ㉠을 만족시킨다.

(i), (ii)에서 $\quad a=-2,\ b=-2$

$\therefore ab=(-2)\times(-2)=4$

답 4

376 전략 두 부등식의 해를 각각 구한 후 해를 비교한다.

$0.3(x+a)>0.5x-0.2$의 양변에 10을 곱하면

$3(x+a)>5x-2, \quad 3x+3a>5x-2$

$-2x>-2-3a \quad \therefore x<\frac{2+3a}{2}$

$\frac{1}{2}x+1<\frac{x+11}{4}$의 양변에 4를 곱하면

$2x+4<x+11 \quad \therefore x<7$

두 부등식의 해가 서로 같으므로

$\frac{2+3a}{2}=7, \quad 2+3a=14$

$3a=12 \quad \therefore a=4$

답 4

377 전략 부등식의 성질을 이용하여 A의 값의 범위를 구한다.

$-14\le x<35$에서 $\quad -5<-\frac{x}{7}\le 2$

$\therefore -3<2-\frac{x}{7}\le 4$, 즉 $-3<A\le 4$ $\quad \cdots$ 1단계

따라서 A의 값이 될 수 있는 수 중에서 가장 큰 정수는 4, 가장 작은 정수는 -2이므로

$M=4,\ m=-2$ $\quad \cdots$ 2단계

$\therefore M+m=4+(-2)=2$ $\quad \cdots$ 3단계

답 2

단계	채점 요소	배점
1	A의 값의 범위 구하기	3점
2	M, m의 값 구하기	2점
3	$M+m$의 값 구하기	1점

378 전략 먼저 부등식의 해를 구한 후 부등식의 성질을 이용하여 A의 값의 범위를 구한다.

$\frac{x+1}{7}>\frac{x-3}{2}$의 양변에 14를 곱하면

$2x+2>7x-21, \quad -5x>-23$

$\therefore x<\frac{23}{5}$ $\quad \cdots$ 1단계

$x<\frac{23}{5}$에서 $\quad 5x<23$

$\therefore 5x-8<15$, 즉 $A<15$ $\quad \cdots$ 2단계

따라서 자연수 A는 1, 2, 3, $\cdots$, 14의 14개이다. $\quad \cdots$ 3단계

답 14

단계	채점 요소	배점
1	주어진 부등식의 해 구하기	2점
2	A의 값의 범위 구하기	2점
3	자연수 A의 개수 구하기	1점

379 전략 $(a+3b)x+4a-5b<0$의 해가 $x>-\frac{3}{5}$임을 이용하여 a와 b 사이의 관계를 식으로 나타낸다.

$(a+3b)x+4a-5b<0$에서 $\quad (a+3b)x<-4a+5b$

그런데 부등식의 해가 $x>-\frac{3}{5}$이므로

$a+3b<0 \quad \cdots\cdots$ ㉠

따라서 $x>\frac{-4a+5b}{a+3b}$이므로 $\quad \frac{-4a+5b}{a+3b}=-\frac{3}{5}$

$20a-25b=3a+9b \quad \therefore a=2b \quad \cdots\cdots$ ㉡

$\cdots$ 1단계

㉡을 ㉠에 대입하면

$2b+3b<0, \quad 5b<0$

$\therefore b<0$ $\quad \cdots$ 2단계

㉡을 $(3a-2b)x-7a+2b>0$에 대입하면

$4bx-12b>0, \quad 4bx>12b$

$b<0$에서 $4b<0$이므로

$x<3$ $\quad \cdots$ 3단계

답 $x<3$

단계	채점 요소	배점
1	a와 b 사이의 관계식 구하기	3점
2	b의 부호 알기	1점
3	$(3a-2b)x-7a+2b>0$의 해 구하기	2점

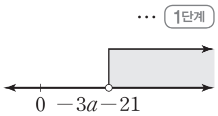
380 전략 주어진 부등식의 해를 구한 후 수직선을 이용하여 조건을 만족시키는 a의 값의 범위를 구한다.

$0.5x-2.1<0.3(2x+a)$의 양변에 10을 곱하면

$5x-21<3(2x+a), \quad 5x-21<6x+3a$

$\therefore x>-3a-21$ $\quad \cdots$ 1단계

이를 만족시키는 음수 x가 존재하지 않으려면 오른쪽 그림과 같아야 하므로



$-3a-21\ge 0$ $\quad \cdots$ 2단계

$\therefore a\le -7$ $\quad \cdots$ 3단계

답 $a\le -7$

단계	채점 요소	배점
1	주어진 부등식의 해 구하기	2점
2	$-3a-21$의 값의 범위 구하기	3점
3	a의 값의 범위 구하기	1점

05 일차부등식의 활용

III. 일차부등식

셀프 CHECK

본책 84쪽

A (2) $800x+3000\le 15000$에서

$800x\le 12000$ $\quad\therefore x\le 15$

따라서 키위를 최대 15개까지 살 수 있다.

답 (1) $800x+3000\le 15000$ (2) 15개

B (2) $\frac{x}{2}+\frac{x}{4}\le 3$에서 $\quad 2x+x\le 12$

$3x\le 12$ $\quad\therefore x\le 4$

따라서 최대 4 km 떨어진 지점까지 올라갔다 내려올 수 있다.

답 (1) $\frac{x}{2}+\frac{x}{4}\le 3$ (2) 4 km

C (2) $\frac{6}{100}\times 300\ge \frac{8}{100}\times(300-x)$에서

$1800\ge 2400-8x,$ $\quad 8x\ge 600$

$\therefore x\ge 75$

따라서 최소 75 g의 물을 증발시켜야 한다.

답 (1) $\frac{6}{100}\times 300\ge \frac{8}{100}\times(300-x)$ (2) 75 g

내신 유형 다지기

본책 85~93쪽

유형 071 수에 대한 문제

본책 85쪽

연속하는 수에 대한 문제가 주어지면 미지수를 다음과 같이 놓는다.

① 연속하는 두 정수 ➜ $x,\ x+1$ 또는 $x-1,\ x$
② 연속하는 세 정수 ➜ $x-1,\ x,\ x+1$ 또는 $x,\ x+1,\ x+2$
③ 연속하는 두 홀수 (짝수) ➜ $x,\ x+2$ 또는 $x-2,\ x$
④ 연속하는 세 홀수 (짝수)
➜ $x-2,\ x,\ x+2$ 또는 $x,\ x+2,\ x+4$

381 두 자연수 중 작은 수를 x라 하면 큰 수는 $x+6$이므로

$x+(x+6)>50,$ $\quad 2x>44$ $\quad\therefore x>22$

따라서 x의 값 중 가장 작은 자연수는 23이므로 가장 작은 두 자연수는 23, 29이다.

답 23, 29

382 어떤 짝수를 x라 하면

$5x-9\le 2x+15,$ $\quad 3x\le 24$ $\quad\therefore x\le 8$

따라서 가장 큰 짝수는 8이다.

답 ③

383 연속하는 세 홀수를 $x,\ x+2,\ x+4$라 하면

$3x<(x+2)+(x+4)$ … 1단계

$3x<2x+6$ $\quad\therefore x<6$ … 2단계

이때 x의 값 중 가장 큰 홀수는 5이므로 가장 큰 세 홀수는 5, 7, 9이다.

따라서 구하는 합은 $\quad 5+7+9=21$ … 3단계

답 21

단계	채점 요소	비율
1	일차부등식 세우기	50 %
2	일차부등식 풀기	30 %
3	가장 큰 세 홀수의 합 구하기	20 %

384 처음 자연수의 십의 자리의 숫자를 x라 하면 일의 자리의 숫자는 $8-x$이므로

$10(8-x)+x>4\{10x+(8-x)\}$

$80-10x+x>36x+32,$ $\quad -45x>-48$

$\therefore x<\frac{16}{15}=1.\cdots$

이때 x는 자연수이므로 $\quad x=1$

따라서 처음 자연수는 17이다.

답 17

유형 072 예금액에 대한 문제

본책 85쪽

매월 일정한 금액을 x개월 동안 예금할 때, x개월 후의 예금액은
(현재 예금액)+(매월 예금액)$\times x$

385 x개월 후부터 용성이의 예금액이 200000원보다 많아진다고 하면

$65000+9000x>200000,$ $\quad 9000x>135000$

$\therefore x>15$

따라서 16개월 후부터이다.

답 ⑤

386 승용이와 지현이가 지난 15개월 동안 저축한 금액은 각각

$1000\times 15=15000$ (원), $1500\times 15=22500$ (원)

x개월 후부터 승용이의 저축액이 지현이의 저축액보다 많아진다고 하면

$15000+4500x>22500+3000x$

$1500x>7500$ $\quad\therefore x>5$

따라서 6개월 후부터이다.

답 6개월

387 x개월 후부터 선희의 예금액이 일양이의 예금액의 3배보다 적어진다고 하면

$80000+5000x<3(20000+2000x)$

$80000+5000x<60000+6000x$

$-1000x<-20000$ $\quad\therefore x>20$

따라서 21개월 후부터이다.

답 ④

유형 073 평균에 대한 문제

본책 86쪽

평균: 변량의 총합을 변량의 개수로 나눈 값

➜ (평균)$=\dfrac{(\text{변량의 총합})}{(\text{변량의 개수})}$

388 다섯 번째 시험에서 x점을 받는다고 하면

$$\frac{78+87+90+81+x}{5}\ge 85$$

$336+x\ge 425 \qquad \therefore x\ge 89$

따라서 다섯 번째 시험에서 89점 이상을 받아야 한다. 답 ③

389 4월의 관리비를 x원이라 하면

$$\frac{230000+215000+175000+x}{4}\le 200000$$

$620000+x\le 800000 \qquad \therefore x\le 180000$

따라서 4월의 관리비가 180000원 이하이어야 한다.

답 180000원

390 남학생의 몸무게의 평균을 x kg이라 하면

$$\frac{24x+16\times 50}{24+16}\ge 59, \qquad 24x+800\ge 2360$$

$24x\ge 1560 \qquad \therefore x\ge 65$

따라서 남학생의 몸무게의 평균은 65 kg 이상이다.

답 65 kg

유형 074 최대 개수에 대한 문제

본책 86쪽

가격이 다른 두 물건 A, B를 합하여 a개 사고 물건 A를 x개 살 때

(1) 물건 B의 개수: $a-x$

(2) (물건 A의 금액)+(물건 B의 금액)≤(전체 금액)

391 즉석 도시락을 x개 산다고 하면

$3500x+3000\le 45000, \qquad 3500x\le 42000$

$\therefore x\le 12$

따라서 즉석 도시락을 최대 12개까지 살 수 있다. 답 ④

392 한 번에 x개의 상자를 운반한다고 하면

$55+70+25x\le 800$ ··· 1단계

$25x\le 675 \qquad \therefore x\le 27$ ··· 2단계

따라서 최대 27개의 상자를 운반할 수 있다. ··· 3단계

답 27개

단계	채점 요소	비율
1	일차부등식 세우기	50 %
2	일차부등식 풀기	40 %
3	최대 몇 개의 상자를 운반할 수 있는지 구하기	10 %

393 어른을 x명이라 하면 어린이는 $(16-x)$명이므로

$14000x+8000(16-x)\le 170000$

$14000x+128000-8000x\le 170000$

$6000x\le 42000 \qquad \therefore x\le 7$

따라서 어른은 최대 7명까지 체험할 수 있다. 답 ⑤

394 볼펜을 x자루 산다고 하면 연필은 $(20-x)$자루 살 수 있으므로

$1200x+500(20-x)+1500\le 15000$

$1200x+10000-500x+1500\le 15000$

$700x\le 3500 \qquad \therefore x\le 5$

따라서 볼펜을 최대 5자루까지 살 수 있다. 답 5자루

395 B 빵을 x개 만든다고 하면 A 빵은 $(50-x)$개 만들 수 있으므로

$55(50-x)+80x\le 3200, \qquad 2750-55x+80x\le 3200$

$25x\le 450 \qquad \therefore x\le 18$

따라서 B 빵은 최대 18개까지 만들 수 있다. 답 ②

유형 075 추가 요금에 대한 문제

본책 87쪽

p개의 가격이 a원이고, p개를 초과하면 1개당 b원이 추가될 때, x개의 가격 (단, $x>p$)

➜ $\underbrace{a}_{\text{기본요금}}+\underbrace{b(x-p)}_{\text{추가 요금}}$(원)

396 x분 동안 이용한다고 하면

$7000+50(x-60)\le 20000$

$7000+50x-3000\le 20000$

$50x\le 16000 \qquad \therefore x\le 320$

따라서 최대 320분까지 이용할 수 있다. 답 ④

397 x명이 입장한다고 하면

$3000\times 5+2000(x-5)\le 50000$

$15000+2000x-10000\le 50000$

$2000x\le 45000 \qquad \therefore x\le \dfrac{45}{2}=22.5$

따라서 최대 22명까지 입장할 수 있다. 답 22명

398 x곡을 내려받는다고 하면

$8000+300(x-10)\le 500x$ ··· 1단계

$8000+300x-3000\le 500x$

$-200x\le -5000 \qquad \therefore x\ge 25$ ··· 2단계

따라서 최소 25곡을 내려받으면 된다. ··· 3단계

답 25곡

단계	채점 요소	비율
1	일차부등식 세우기	50 %
2	일차부등식 풀기	40 %
3	최소 몇 곡을 내려받으면 되는지 구하기	10 %

399 청첩장을 $100x$장 제작한다고 하면

$75000+25000(x-2)\le 300\times 100x$

$75000+25000x-50000\le 30000x$

$-5000x\le -25000$ $\therefore x\ge 5$

따라서 청첩장을 $100\times 5=500$ (장) 이상 제작해야 한다.

답 500장

유형 076 유리한 방법을 선택하는 문제 (1)

본책 88쪽

유리한 방법을 선택하는 문제가 주어지는 경우
➜ 두 가지 방법에 대하여 각각의 비용을 구한 후 비용이 적게 드는 쪽이 유리한 방법임을 이용하여 부등식을 세운다.

400 과자를 x개 산다고 하면

$1200x>900x+2400$, $300x>2400$ $\therefore x>8$

따라서 과자를 9개 이상 살 경우 대형마트에서 사는 것이 유리하다.

답 ②

401 모자를 x개 구매한다고 하면

$9000x>9000\times 0.9\times x+4000$

$9000x>8100x+4000$

$900x>4000$

$\therefore x>\frac{40}{9}=4.\cdots$

따라서 모자를 5개 이상 구매하는 경우 인터넷 쇼핑몰을 이용하는 것이 유리하다.

답 5개

402 핸드크림을 x개 구입한다고 하면

$5000x-4500>5000\times 0.85\times x$ ⋯ 1단계

$5000x-4500>4250x$

$750x>4500$ $\therefore x>6$ ⋯ 2단계

따라서 7개 이상 구입할 때, 15 %를 할인해 주는 쿠폰을 사용하는 것이 유리하다. ⋯ 3단계

답 7개

단계	채점 요소	비율
1	일차부등식 세우기	50 %
2	일차부등식 풀기	40 %
3	핸드크림을 몇 개 이상 구입할 때, 15 %를 할인해 주는 쿠폰을 사용하는 것이 유리한지 구하기	10 %

403 A 요금제는 1분당 통화 요금이 150원, B 요금제는 1분당 통화 요금이 90원이다.
한 달 휴대 전화 통화 시간을 x분이라 하면

$19000+150x>31000+90x$

$60x>12000$ $\therefore x>200$

따라서 통화 시간이 200분 초과일 때, B 요금제를 선택하는 것이 유리하다.

답 200분

유형 077 유리한 방법을 선택하는 문제 (2)

본책 88쪽

x명이 입장할 때, a명의 단체 입장권을 사는 것이 유리한 경우 (단, $x<a$)
➜ (x명의 입장료)>(a명의 단체 입장료)

404 x명이 입장한다고 하면

$8000x>8000\times 0.8\times 30$ $\therefore x>24$

따라서 25명 이상부터 30명의 단체 입장권을 사는 것이 유리하다.

답 ④

405 x명이 관람한다고 하면

$40000x>40000\times 0.7\times 50$ $\therefore x>35$

따라서 36명 이상부터 50명의 단체 티켓을 사는 것이 유리하다.

답 36명

406 x명이 입장한다고 하면

$6000\times 0.9\times x>6000\times 0.85\times 40$

$9x>340$ $\therefore x>\frac{340}{9}=37.\cdots$

따라서 38명 이상부터 40명의 단체 입장권을 사는 것이 유리하다.

답 38명

유형 078 도형에 대한 문제

본책 89쪽

도형에 대한 문제가 주어지면 공식을 이용하여 조건에 맞게 부등식을 세운다.

(1) 삼각형이 되기 위한 조건
➜ (가장 긴 변의 길이)<(나머지 두 변의 길이의 합)

(2) (사다리꼴의 넓이)
$=\frac{1}{2}\times\{$(윗변의 길이)+(아랫변의 길이)$\}\times$(높이)

(3) (기둥의 부피)=(밑넓이)×(높이)

(4) (뿔의 부피)$=\frac{1}{3}\times$(밑넓이)×(높이)

407 직사각형의 세로의 길이를 x cm라 하면

$2(17+x)\le 60$, $34+2x\le 60$

$2x\le 26$ $\therefore x\le 13$

따라서 세로의 길이는 13 cm 이하이어야 한다.

답 ④

408 가장 긴 변의 길이가 $x+10$이므로

$x+10<(x-1)+(x+5)$

$\therefore x>6$

따라서 x의 값이 될 수 없는 것은 ①이다.

답 ①

409 사각뿔의 높이를 x cm라 하면

$\frac{1}{3}\times4\times7\times x\geq84$ … 1단계

$\frac{28}{3}x\geq84 \qquad \therefore x\geq9$ … 2단계

따라서 사각뿔의 높이는 9 cm 이상이어야 한다. … 3단계

답 9 cm

단계	채점 요소	비율
1	일차부등식 세우기	50 %
2	일차부등식 풀기	40 %
3	사각뿔의 높이는 몇 cm 이상이어야 하는지 구하기	10 %

410 (사다리꼴 ABCD의 넓이)

$=\frac{1}{2}\times(6+14)\times10=100\ (\text{cm}^2)$

$\overline{AP}=x$ cm라 하면 $\overline{BP}=(10-x)$ cm이므로

$$\begin{aligned}(\triangle\text{DPC의 넓이})&=100-\frac{1}{2}\times6\times x-\frac{1}{2}\times14\times(10-x)\\&=100-3x-70+7x\\&=4x+30\ (\text{cm}^2)\end{aligned}$$

$\triangle$DPC의 넓이가 사다리꼴 ABCD의 넓이의 $\frac{1}{2}$ 이상이므로

$4x+30\geq\frac{1}{2}\times100, \qquad 4x\geq20 \qquad \therefore x\geq5$

따라서 $\overline{AP}$의 길이는 최소 5 cm이다. 답 5 cm

유형 079 원가, 정가에 대한 문제

본책 90쪽

(1) x원인 물건에 a %의 이익을 붙인 가격 ➜ $\left(1+\frac{a}{100}\right)x$원

y원인 물건을 b % 할인한 가격 ➜ $\left(1-\frac{b}{100}\right)y$원

(2) (이익)=(판매 가격)−(원가)

411 정가를 x원이라 하면

$\left(1-\frac{40}{100}\right)x-12000\geq\frac{20}{100}\times12000$

$\frac{3}{5}x-12000\geq2400$

$\frac{3}{5}x\geq14400 \qquad \therefore x\geq24000$

따라서 정가는 24000원 이상으로 정하면 된다. 답 ③

412 원가를 x원이라 하면

$\left\{\left(1+\frac{50}{100}\right)x-3000\right\}-x\geq\frac{30}{100}x$

$\frac{3}{2}x-3000-x\geq\frac{3}{10}x$

$\frac{1}{5}x\geq3000 \qquad \therefore x\geq15000$

따라서 원가는 15000원 이상이다. 답 15000원

413 원가를 a원이라 하고 정가의 x %를 할인하여 판매한다고 하면

$\left(1+\frac{25}{100}\right)a\times\left(1-\frac{x}{100}\right)\geq a$

$a>0$이므로 양변을 a로 나누면

$\frac{5}{4}\left(1-\frac{x}{100}\right)\geq1, \qquad \frac{5}{4}-\frac{x}{80}\geq1$

$-\frac{x}{80}\geq-\frac{1}{4} \qquad \therefore x\leq20$

따라서 정가의 최대 20 %까지 할인하여 판매할 수 있다.

답 20 %

유형 080 여러 가지 일차부등식의 활용 문제

본책 90쪽

여러 가지 일차부등식의 활용 문제는 다음과 같은 순서로 해결한다.

❶ 문제의 뜻을 파악하고 구하려고 하는 것을 미지수 x로 놓는다.
❷ 문제의 뜻에 맞게 일차부등식을 세운다.
❸ 일차부등식을 푼다.

414 재훈이가 나래에게 x개의 구슬을 준다고 하면 재훈이와 나래가 갖게 되는 구슬은 각각 $(30-x)$개, $(9+x)$개이므로

$30-x<2(9+x), \qquad 30-x<18+2x$

$-3x<-12 \qquad \therefore x>4$

따라서 재훈이가 나래에게 준 구슬은 5개 이상이어야 한다.

답 5개

415 처음 물통에 들어 있던 물의 양을 x L라 하면

$(x-2)-\frac{2}{3}(x-2)\geq10, \qquad x-2-\frac{2}{3}x+\frac{4}{3}\geq10$

$\frac{1}{3}x\geq\frac{32}{3} \qquad \therefore x\geq32$

따라서 처음 물통에 들어 있던 물의 양은 32 L 이상이다.

답 ④

416 동민이가 이긴 횟수를 x라 하면 성철이가 이긴 횟수는 $12-x$이므로

$(2x+3)-\{2(12-x)+3\}\geq4$ … 1단계

$2x+3-(24-2x+3)\geq4$

$2x+3+2x-27\geq4$

$4x\geq28 \qquad \therefore x\geq7$ … 2단계

따라서 동민이는 가위바위보를 최소 7회 이겼다. … 3단계

답 7회

단계	채점 요소	비율
1	일차부등식 세우기	50 %
2	일차부등식 풀기	40 %
3	동민이는 최소 몇 회 이겼는지 구하기	10 %

유형 081 거리, 속력, 시간에 대한 문제 ; 왕복하는 경우

본책 91쪽

왕복하는 문제가 주어지면

(갈 때 걸린 시간)+(올 때 걸린 시간)≤(전체 걸린 시간)

임을 이용하여 부등식을 세운다.

이때 다음 공식을 이용한다.

(1) (거리)=(속력)×(시간)

(2) (속력)=$\dfrac{(\text{거리})}{(\text{시간})}$

(3) (시간)=$\dfrac{(\text{거리})}{(\text{속력})}$

417 x km 떨어진 지점까지 갔다 온다고 하면

$\dfrac{x}{3}+\dfrac{x}{5}\le 4,\quad 5x+3x\le 60$

$8x\le 60\quad \therefore x\le \dfrac{15}{2}$

따라서 최대 $\dfrac{15}{2}$ km 떨어진 지점까지 갔다 올 수 있다.

답 ④

418 기차역에서 서점까지의 거리를 x km라 하면

$\dfrac{x}{4}+\dfrac{20}{60}+\dfrac{x}{4}\le 1$

$3x+4+3x\le 12$

$6x\le 8\quad \therefore x\le \dfrac{4}{3}$

따라서 기차역에서 $\dfrac{4}{3}$ km 이내에 있는 서점을 이용해야 한다.

답 ②

419 올라간 거리를 x km라 하면 내려온 거리는 $(x+1)$ km이므로

$\dfrac{x}{2}+\dfrac{x+1}{3}\le 4\dfrac{30}{60}$ … 1단계

$3x+2x+2\le 27$

$5x\le 25\quad \therefore x\le 5$ … 2단계

따라서 올라간 거리는 최대 5 km이다. … 3단계

답 5 km

단계	채점 요소	비율
1	일차부등식 세우기	50 %
2	일차부등식 풀기	40 %
3	올라간 거리는 최대 몇 km인지 구하기	10 %

420 집과 도서관 사이의 거리를 x m라 하면

$\dfrac{x}{60}-\dfrac{x}{90}<5,\quad 3x-2x<900$

$\therefore x<900$

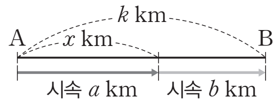
따라서 집과 도서관 사이의 거리는 900 m 미만이어야 한다.

답 900 m

유형 082 거리, 속력, 시간에 대한 문제 ; 속력이 바뀌는 경우

본책 91쪽

A 지점에서 B 지점까지 가는데 도중에 속력이 바뀌는 경우 걸리는 시간은 다음과 같다.



➜ $\left(\dfrac{x}{a}+\dfrac{k-x}{b}\right)$시간

421 분속 200 m로 뛰어간 거리를 x m라 하면 분속 80 m로 걸어간 거리는 $(2700-x)$ m이므로

$\dfrac{2700-x}{80}+\dfrac{x}{200}\le 30,\quad 13500-5x+2x\le 12000$

$-3x\le -1500\quad \therefore x\ge 500$

따라서 500 m 이상을 분속 200 m로 뛰어야 한다. 답 ②

422 자전거가 고장 난 지점이 A 지점에서 x km 떨어진 곳이라 하면 그 지점에서 B 지점까지의 거리는 $(18-x)$ km이므로

$\dfrac{x}{12}+\dfrac{18-x}{4}\le 3,\quad x+54-3x\le 36$

$-2x\le -18\quad \therefore x\ge 9$

따라서 자전거가 고장 난 지점은 A 지점에서 9 km 이상 떨어진 곳이다. 답 9 km

423 시속 8 km로 달린 거리를 x km라 하면 시속 10 km로 달린 거리는 $(20-x)$ km이므로

$\dfrac{x}{8}+\dfrac{20-x}{10}\le 2\dfrac{9}{60},\quad 5x+80-4x\le 86$

$\therefore x\le 6$

따라서 시속 8 km로 달린 거리는 최대 6 km이므로

최대 $\dfrac{6}{8}=\dfrac{3}{4}$ (시간), 즉 45분을 달려야 한다. 답 45분

유형 083 거리, 속력, 시간에 대한 문제 ; 동시에 출발하는 경우

본책 92쪽

A, B 두 사람이 같은 지점에서 반대 방향으로 동시에 출발할 때, A, B 사이의 거리

➜ (A가 이동한 거리)+(B가 이동한 거리)

424 언니와 동생이 x분 동안 달린다고 하면

$220x+180x\ge 3200,\quad 400x\ge 3200\quad \therefore x\ge 8$

따라서 언니와 동생이 3.2 km 이상 떨어지려면 출발한 지 최소 8분이 지나야 한다. 답 ③

425 지혜와 면순이가 x분 동안 달린다고 하면

$4500-(190x+160x)\le 1000$ … 1단계

$-350x\le -3500\quad \therefore x\ge 10$ … 2단계

따라서 두 사람 사이의 거리가 1 km 이하가 되려면 10분 이상 달려야 한다. … (3단계)

답 10분

단계	채점 요소	비율
1	일차부등식 세우기	50 %
2	일차부등식 풀기	40 %
3	몇 분 이상 달려야 하는지 구하기	10 %

유형 084 농도에 대한 문제 ; 물을 넣거나 증발시키는 경우

본책 92쪽

소금물의 농도에 대한 문제가 주어지면 소금물에 물을 넣거나 증발시켜도 소금의 양은 변하지 않음을 이용하여 부등식을 세운다.
이때 다음 공식을 이용한다.

(1) $(\text{소금물의 농도})=\dfrac{(\text{소금의 양})}{(\text{소금물의 양})}\times 100\ (\%)$

(2) $(\text{소금의 양})=\dfrac{(\text{소금물의 농도})}{100}\times(\text{소금물의 양})$

426 물을 x g 넣는다고 하면

$\dfrac{12}{100}\times 300\le\dfrac{9}{100}\times(300+x)$, $\quad 3600\le 2700+9x$

$-9x\le -900 \quad \therefore x\ge 100$

따라서 물을 100 g 이상 더 넣어야 한다. 답 100 g

427 물을 x g 증발시킨다고 하면

$\dfrac{6}{100}\times 500\ge\dfrac{10}{100}\times(500-x)$, $\quad 3000\ge 5000-10x$

$10x\ge 2000 \quad \therefore x\ge 200$

따라서 최소 200 g의 물을 증발시켜야 한다. 답 ③

428 증발시키는 물의 양을 x g이라 하면 더 넣는 소금의 양은 x g이므로

$\dfrac{10}{100}\times 400+x\ge\dfrac{16}{100}\times 400$, $\quad 4000+100x\ge 6400$

$100x\ge 2400 \quad \therefore x\ge 24$

따라서 물을 24 g 이상 증발시켜야 한다. 답 24 g

유형 085 농도에 대한 문제 ; 두 소금물을 섞는 경우

본책 93쪽

농도가 다른 두 소금물을 섞는 경우 다음을 이용한다.

$\left(\begin{array}{c}a\ \%\text{의}\\ \text{소금물의}\\ \text{소금의 양}\end{array}\right)+\left(\begin{array}{c}b\ \%\text{의}\\ \text{소금물의}\\ \text{소금의 양}\end{array}\right)\ \boxed{}\ \left(\begin{array}{c}\text{새로 만든}\\ \text{소금물의}\\ \text{소금의 양}\end{array}\right)$

조건에 맞는 부등호 (>, <, ≥, ≤)

429 13 %의 소금물의 양을 x g이라 하면 섞은 후의 소금물의 양은 $(200+x)$ g이므로

$\dfrac{8}{100}\times 200+\dfrac{13}{100}\times x\ge\dfrac{11}{100}\times(200+x)$

$1600+13x\ge 2200+11x$

$2x\ge 600$

$\therefore x\ge 300$

따라서 13 %의 소금물을 300 g 이상 섞어야 한다.

답 ⑤

430 16 %의 소금물의 양을 x g이라 하면 6 %의 소금물의 양은 $(600-x)$ g이므로

$\dfrac{6}{100}\times(600-x)+\dfrac{16}{100}\times x\le\dfrac{9}{100}\times 600$ … (1단계)

$3600-6x+16x\le 5400$

$10x\le 1800$

$\therefore x\le 180$ … (2단계)

따라서 16 %의 소금물을 180 g 이하 섞어야 한다. … (3단계)

답 180 g

단계	채점 요소	비율
1	일차부등식 세우기	50 %
2	일차부등식 풀기	40 %
3	16 %의 소금물을 몇 g 이하 섞어야 하는지 구하기	10 %

431 11 %의 소금물을 x초 동안 섞는다고 하면

$\dfrac{4}{100}\times 400+\dfrac{11}{100}\times 2x\ge\dfrac{7}{100}\times(400+2x)$

$1600+22x\ge 2800+14x$

$8x\ge 1200$

$\therefore x\ge 150$

따라서 150초 이상이 걸린다. 답 ⑤

유형 086 합금, 식품에 대한 문제

본책 93쪽

합금, 식품에 대한 문제가 주어지면 다음을 이용하여 부등식을 세운다.

(1) $(\text{금속의 양})=\dfrac{(\text{금속의 비율})}{100}\times(\text{합금의 양})$

(2) $(\text{영양소의 양})=\dfrac{(\text{영양소의 비율})}{100}\times(\text{식품의 양})$

432 식품 A의 양을 x g이라 하면 식품 B의 양은 $(300-x)$ g이므로

$\dfrac{20}{10}\times x+\dfrac{35}{10}\times(300-x)\ge 900$

$20x+10500-35x\ge 9000$

$-15x\ge -1500 \quad \therefore x\le 100$

따라서 식품 A는 최대 100 g을 섭취해야 한다. 답 ④

433 합금 A의 양을 x g이라 하면 합금 B의 양은 $(600-x)$ g이므로

$$\frac{25}{100}\times x+\frac{15}{100}\times(600-x)\geq 110$$

$$25x+9000-15x\geq 11000$$

$$10x\geq 2000 \qquad \therefore x\geq 200$$

따라서 합금 A는 최소 200 g이 필요하다. 답 200 g

434 식품 B의 양을 x g이라 하면 식품 A의 양은 $(500-x)$ g이므로

$$\frac{30}{100}\times(500-x)+\frac{50}{100}\times x\geq 160$$

$$15000-30x+50x\geq 16000$$

$$20x\geq 1000 \qquad \therefore x\geq 50$$

따라서 식품 B는 최소 50 g을 섭취해야 한다. 답 50 g

만점 유형 도전하기

본책 94~95쪽

435 전략 (총점)=(평균)×(학생 수)임을 이용한다.

첫 번째 시험 점수의 평균을 x점이라 하면 두 번째 시험 점수의 총점은

$$40x+18\times 5-6\times 5=40x+60\ (\text{점})$$

두 번째 시험 점수의 평균이 85점 이상이어야 하므로

$$\frac{40x+60}{40}\geq 85, \qquad 40x+60\geq 3400$$

$$40x\geq 3340 \qquad \therefore x\geq 83.5$$

따라서 첫 번째 시험 점수의 평균은 최소 83.5점이어야 한다.

답 83.5점

436 전략 (원기둥의 겉넓이)=(밑넓이)×2+(옆넓이)임을 이용한다.

처음 원기둥의 밑넓이는 $\pi\times 8^2=64\pi\ (\text{cm}^2)$

옆넓이는 $2\pi\times 8\times 10=160\pi\ (\text{cm}^2)$

이때 겉넓이는

$$64\pi\times 2+160\pi=288\pi\ (\text{cm}^2)$$

원기둥 모양의 구멍을 x개 뚫는다고 하면 새로운 입체도형의 겉넓이는

$$2\times(64\pi-\pi\times 1^2\times x)+(160\pi+2\pi\times 1\times 10\times x)$$

$$=2\times(64\pi-\pi x)+(160\pi+20\pi x)$$

$$=288\pi+18\pi x\ (\text{cm}^2)$$

새로운 입체도형의 겉넓이가 처음 원기둥의 겉넓이의 2배 이상이 되어야 하므로

$$288\pi+18\pi x\geq 2\times 288\pi, \qquad 18\pi x\geq 288\pi$$

$$\therefore x\geq 16$$

따라서 구멍을 16개 이상 뚫어야 한다. 답 16개

437 전략 주어진 비를 이용하여 소금빵과 크루아상의 개수를 각각 미지수로 놓고 부등식을 세운다.

소금빵과 크루아상의 개수의 비는 5 : 3이므로 소금빵과 크루아상의 개수를 각각 $5x$, $3x$라 하자.

소금빵과 크루아상이 합하여 60개 미만이므로

$$5x+3x<60, \qquad 8x<60$$

$$\therefore x<\frac{15}{2} \qquad \cdots\cdots ㉠$$

소금빵과 크루아상을 각각 y개씩 추가한다고 하면

$$(5x+y):(3x+y)=7:5$$

$$5(5x+y)=7(3x+y)$$

$$25x+5y=21x+7y$$

$$-2y=-4x \qquad \therefore y=2x$$

㉠에서 $2x<15$이므로 $y<15$

따라서 추가할 수 있는 소금빵은 최대 14개이다. 답 14개

438 전략 먼저 1개의 발매 창구에서 1분 동안 발매하는 티켓의 수를 구한다.

1개의 발매 창구에서 1분 동안 발매하는 티켓을 x장이라 하면

$$4\times x\times 20=360+20\times 10$$

$$80x=560 \qquad \therefore x=7$$

y개의 발매 창구에서 10분 이내에 줄을 서 있는 모든 사람들이 티켓을 구매하려면

$$y\times 7\times 10\geq 360+10\times 10$$

$$70y\geq 460 \qquad \therefore y\geq\frac{46}{7}=6.\cdots$$

따라서 발매 창구가 적어도 7개 있어야 하므로 $7-4=3$ (개)의 발매 창구가 더 있어야 한다. 답 3개

439 전략 한 명당 예약 비용과 참석할 수 있는 회원 수를 각각 미지수로 놓고 부등식을 세운다.

한 명당 예약 비용을 a원, 참석할 수 있는 회원 수를 x라 하자.

20명으로 단체 예약을 할 때의 비용은

$$a\times 20\times\left(1-\frac{20}{100}\right)=16a\ (\text{원})$$

또 1명이 갈 수 없어서 총액의 10 %에 해당하는 해약 수수료를 지불하고 10명 이상 20명 미만의 단체 예약으로 변경할 때의 비용은

$$a\times 20\times\left(1-\frac{20}{100}\right)\times\frac{10}{100}+a\times x\times\left(1-\frac{10}{100}\right)$$

$$=\frac{8}{5}a+\frac{9}{10}ax\ (\text{원})$$

이때 변경한 경우 더 손해가 되었으므로

$$16a<\frac{8}{5}a+\frac{9}{10}ax$$

$a>0$이므로 양변을 a로 나누면

$$16<\frac{8}{5}+\frac{9}{10}x, \qquad 160<16+9x$$

$$-9x<-144 \qquad \therefore x>16$$

따라서 이 모임의 전체 회원은 최소 $17+1=18$ (명)이다.

답 18명

440 전략 강을 따라 내려갈 때 걸린 시간을 이용하여 강을 거슬러 올라갈 때 걸린 시간을 구한다.

강을 따라 내려갈 때 걸린 시간은

$$\frac{80}{38+2}=2\ (\text{시간})$$

강을 거슬러 올라갈 때 걸린 시간이 5시간 이하이어야 하므로 강을 거슬러 올라갈 때의 배 자체의 속력을 시속 x km라 하면

$$5(x-2)\geq 80, \qquad 5x-10\geq 80$$

$$5x\geq 90 \qquad \therefore x\geq 18$$

따라서 강을 거슬러 올라갈 때의 배 자체의 속력은 시속 18 km 이상이어야 한다. 답 시속 18 km

만점 공략 노트

(1) 강을 거슬러 올라갈 때의 배의 속력
➜ (배 자체의 속력)−(강물의 속력)

(2) 강을 따라 내려갈 때의 배의 속력
➜ (배 자체의 속력)+(강물의 속력)

441 전략 유리하려면 비용이 더 적게 들어야 한다.

파스타 2개의 가격을 x원이라 하면 카드로 할인받는 경우의 가격은 $0.8(x+24000)$원이고, 샐러드 무료 쿠폰을 사용할 경우의 가격은 $(x+12000)$원이다.

쿠폰을 사용하는 것이 할인 카드를 사용하여 할인받는 것보다 유리하려면

$$0.8(x+24000)>x+12000$$

$$8x+192000>10x+120000$$

$$-2x>-72000$$

$$\therefore x<36000$$

따라서 파스타 2개의 가격이 36000원 미만이어야 하므로 영서가 주문해야 하는 파스타는 미트볼파스타와 크림파스타이다.

답 미트볼파스타, 크림파스타

시험 만점 완성하기

본책 96~99쪽

442 전략 십의 자리의 숫자가 a, 일의 자리의 숫자가 b인 두 자리 자연수는 $10a+b$임을 이용한다.

구하는 자연수의 십의 자리의 숫자를 x라 하면 일의 자리의 숫자는 $x-3$이므로

$$10x+(x-3)>2\{10(x-3)+x\}-11$$

$$11x-3>22x-71, \qquad -11x>-68$$

$$\therefore x<\frac{68}{11}=6.\cdots$$

따라서 x의 값 중 가장 큰 자연수는 6이므로 구하는 가장 큰 수는 63이다. 답 ④

443 전략 매월 일정한 금액을 x개월 동안 예금할 때,

(x개월 후의 예금액)=(현재 예금액)+(매월 예금액)×x

임을 이용한다.

x개월 후부터 영표의 예금액이 정화의 예금액보다 적어진다고 하면

$$78000+5000x<45000+8000x$$

$$-3000x<-33000 \qquad \therefore x>11$$

따라서 12개월 후부터이다. 답 ⑤

444 전략 $(\text{평균})=\dfrac{(\text{변량의 총합})}{(\text{변량의 개수})}$임을 이용한다.

여학생의 수학 성적의 평균을 x점이라 하면

$$\frac{30\times 72+20x}{30+20}\geq 76, \qquad 2160+20x\geq 3800$$

$$20x\geq 1640 \qquad \therefore x\geq 82$$

따라서 여학생의 수학 성적의 평균은 82점 이상이다. 답 ③

445 전략 크림빵과 단팥빵의 개수를 각각 미지수로 놓고 전체 금액이 30000원 이하임을 이용하여 부등식을 세운다.

크림빵을 x개 주문한다고 하면 단팥빵은 $(15-x)$개 주문할 수 있으므로

$$2000x+1500(15-x)+3000\leq 30000$$

$$2000x+22500-1500x+3000\leq 30000$$

$$500x\leq 4500 \qquad \therefore x\leq 9$$

따라서 크림빵을 최대 9개까지 주문할 수 있다. 답 ③

446 전략 (전체 요금)=(기본요금)+(추가 요금)임을 이용한다.

x분 동안 주차한다고 하면

$$200(x-10)\leq 8000, \qquad 200x-2000\leq 8000$$

$$200x\leq 10000 \qquad \therefore x\leq 50$$

따라서 최대 50분까지 주차할 수 있다. 답 ②

447 전략 (x명의 입장료)>(50명의 단체 입장료)임을 이용한다.

x명이 입장한다고 하면

$$8000\times 0.9\times x>8000\times 0.8\times 50$$

$$9x>400 \qquad \therefore x>\frac{400}{9}=44.\cdots$$

따라서 45명 이상부터 50명의 단체 입장권을 사는 것이 유리하다. 답 ⑤

448 전략 먼저 $\overline{DE}$, $\overline{EC}$의 길이를 구한 후 직사각형의 넓이와 삼각형의 넓이 공식을 이용하여 부등식을 세운다.

$\overline{DE}:\overline{EC}=1:2$이므로

$$\overline{DE}=\frac{1}{3}\times 18=6\ (\text{cm}), \ \overline{EC}=\frac{2}{3}\times 18=12\ (\text{cm})$$

$\overline{BF}=x$ cm라 하면 $\overline{FC}=(24-x)$ cm이므로

($\triangle$AFE의 넓이)

$$=24\times 18-\frac{1}{2}\times 18\times x-\frac{1}{2}\times 12\times(24-x)-\frac{1}{2}\times 24\times 6$$

$$=432-9x-144+6x-72$$

$$=-3x+216\ (\text{cm}^2)$$

$\triangle$AFE의 넓이가 189 cm^2 이하가 되어야 하므로

$-3x+216\le 189,\quad -3x\le -27\quad \therefore x\ge 9$

따라서 점 B에서 9 cm 이상 떨어진 곳에 점 F를 잡아야 한다.

답 ③

449 전략 (이익)=(판매 가격)−(원가)임을 이용한다.

티셔츠의 원가를 x원이라 하면

$(x+8000)\times\left(1-\frac{30}{100}\right)-x\ge 2000$

$\frac{7}{10}x+5600-x\ge 2000$

$-\frac{3}{10}x\ge -3600\quad \therefore x\le 12000$

따라서 원가는 12000원 이하이어야 한다.

즉 원가가 될 수 없는 것은 ⑤이다.

답 ⑤

450 전략 규칙을 찾아 정삼각형을 x개 만들 때 필요한 성냥개비의 개수를 x에 대한 식으로 나타낸다.

정삼각형을 1개 만들 때 필요한 성냥개비의 개수는 $\quad 3$

정삼각형을 2개 만들 때 필요한 성냥개비의 개수는

$3+2\times 1$

정삼각형을 3개 만들 때 필요한 성냥개비의 개수는

$3+2\times 2$

$\vdots$

정삼각형을 x개 만들 때 필요한 성냥개비의 개수는

$3+2(x-1)$

따라서 정삼각형을 x개 만들 때 필요한 성냥개비의 개수는 $3+2(x-1)$, 즉 $2x+1$이므로

$2x+1\le 100,\quad 2x\le 99$

$\therefore x\le \frac{99}{2}=49.5$

즉 정삼각형을 최대 49개까지 만들 수 있다.

답 ②

451 전략 시속 3 km로 걷는 데 걸린 시간과 시속 5 km로 뛰는 데 걸린 시간의 합이 2시간 20분 이내이어야 한다.

시속 5 km로 뛴 거리를 x km라 하면 시속 3 km로 걸은 거리는 $(9-x)$ km이므로

$\frac{9-x}{3}+\frac{x}{5}\le 2\frac{20}{60},\quad 45-5x+3x\le 35$

$-2x\le -10\quad \therefore x\ge 5$

따라서 시속 5 km로 뛴 거리는 최소 5 km이다.

답 ③

452 전략 혜경이가 걸은 거리와 서진이가 걸은 거리의 합이 2.8 km 이상이어야 한다.

혜경이와 서진이가 x시간 동안 걷는다고 하면

$4x+3x\ge 2.8,\quad 7x\ge 2.8\quad \therefore x\ge \frac{2}{5}$

따라서 혜경이와 서진이는 $\frac{2}{5}$시간, 즉 24분 이상 걸어야 한다.

답 ②

453 전략 소금물 a g에 소금 x g을 더 넣으면 소금물의 양은 $(a+x)$ g임을 이용하여 부등식을 세운다.

소금을 x g 넣는다고 하면

$\frac{5}{100}\times 400+x\ge \frac{20}{100}\times(400+x)$

$2000+100x\ge 8000+20x,\quad 80x\ge 6000$

$\therefore x\ge 75$

따라서 소금을 75 g 이상 더 넣어야 한다.

답 ④

454 전략 연속하는 세 개의 3의 배수를 x, $x+3$, $x+6$으로 놓고 부등식을 세운다.

연속하는 세 개의 3의 배수를 각각 x, $x+3$, $x+6$이라 하면

$x+(x+3)+(x+6)<93,\quad 3x<84\quad \therefore x<28$

따라서 x의 값 중 가장 큰 3의 배수는 27이므로 가장 큰 세 개의 3의 배수는 27, 30, 33이다.

답 27, 30, 33

455 전략 64 kg짜리 가전제품과 24 kg짜리 가전제품을 각각 미지수로 놓고 전체 무게가 1000 kg 이하임을 이용하여 부등식을 세운다.

64 kg짜리 가전제품을 x대 싣는다고 하면 24 kg짜리 가전제품은 $(25-x)$대 실을 수 있으므로

$64x+24(25-x)\le 1000$

$64x+600-24x\le 1000$

$40x\le 400\quad \therefore x\le 10$

따라서 64 kg짜리 가전제품은 최대 10대까지 실을 수 있다.

답 10대

456 전략 먼저 이동 거리가 2 km를 초과했을 때 1 km당 추가되는 요금을 구한다.

택시 요금은 이동 거리가 2 km를 초과하면 1 km당

$130\times 5=650$ (원)

씩 추가된다.

택시를 타고 x km를 간다고 하면

$4800+650(x-2)+1500\times 3\le 21000$

$4800+650x-1300+4500\le 21000$

$650x\le 13000\quad \therefore x\le 20$

따라서 택시를 타고 최대 20 km까지 갈 수 있다.

답 20 km

457 전략 마트 주인이 실제로 판매할 수 있는 달걀의 개수를 구한 후 부등식을 세운다.

달걀 한 개의 원가를 a원이라 하고 달걀 한 개당 x %의 이익을 붙여 판매한다고 하자.

판매할 수 있는 달걀은

$900+50-150=800$ (개)

이때 전체 구입 가격의 20 % 이상의 이익이 남아야 하므로

$800\left(1+\frac{x}{100}\right)a-900a\ge \frac{20}{100}\times 900a$

$a>0$이므로 양변을 a로 나누면

$$800\left(1+\frac{x}{100}\right)-900\geq\frac{20}{100}\times900$$

$$800+8x-900\geq180$$

$$8x\geq280 \qquad \therefore x\geq35$$

따라서 달걀 한 개당 35 % 이상의 이익을 붙여서 팔아야 한다.

답 35 %

458 전략 전체 일의 양을 1로 놓고 부등식을 세운다.

전체 일의 양을 1이라 하면 경력직과 신입 한 명이 하루에 하는 일의 양은 각각 $\frac{1}{12}$, $\frac{1}{18}$이다.

경력직을 x명이라 하면 신입은 $(15-x)$명이므로

$$\frac{1}{12}\times x+\frac{1}{18}\times(15-x)\geq1$$

$$3x+30-2x\geq36 \qquad \therefore x\geq6$$

따라서 경력직은 6명 이상 필요하다.

답 6명

459 전략 9 %의 설탕물의 양과 15 %의 설탕물의 양을 각각 미지수로 놓고 부등식을 세운다.

9 %의 설탕물의 양을 x g이라 하면 15 %의 설탕물의 양은 $(300-x)$ g이므로

$$\frac{9}{100}\times x+\frac{15}{100}\times(300-x)\geq\frac{11}{100}\times300$$

$$9x+4500-15x\geq3300$$

$$-6x\geq-1200 \qquad \therefore x\leq200$$

따라서 9 %의 설탕물을 200 g 이하 섞어야 한다.

답 200 g

460 전략 생일 쿠폰을 이용하는 것이 통신사 제휴 카드를 이용하는 것보다 비용이 적게 들어야 한다.

뷔페에 x명이 간다고 하면

$$35000\times0.7\times x>35000\times0.5\times5+35000(x-5)$$ … 1단계

$$0.7x>2.5+x-5, \qquad -0.3x>-2.5$$

$$\therefore x<\frac{25}{3}=8.\cdots$$ … 2단계

따라서 생일 쿠폰으로 할인받는 것이 유리한 것은 최대 8명까지이다. … 3단계

답 8명

단계	채점 요소	배점
1	일차부등식 세우기	3점
2	일차부등식 풀기	2점
3	생일 쿠폰으로 할인받는 것이 유리한 것은 최대 몇 명까지인지 구하기	1점

461 전략 직사각형을 한 변을 축으로 하여 1회전 시킬 때 생기는 입체도형은 원기둥이다.

직사각형 ABCD를 $\overline{CD}$를 회전축으로 하여 1회전 시킬 때 생기는 입체도형은 밑면의 반지름의 길이가 5 cm인 원기둥이다.

$\overline{AB}=x$ cm라 하면

$$(\pi\times5^2)\times x\leq275\pi$$ … 1단계

$$25\pi x\leq275\pi \qquad \therefore x\leq11$$ … 2단계

따라서 $\overline{AB}$의 길이는 11 cm 이하이어야 한다. … 3단계

답 11 cm

단계	채점 요소	배점
1	일차부등식 세우기	3점
2	일차부등식 풀기	2점
3	$\overline{AB}$의 길이는 몇 cm 이하이어야 하는지 구하기	1점

462 전략 왕복하는 데 걸린 시간과 휴식을 취하는 데 걸린 시간의 합이 4시간 이내이어야 한다.

두 지점 A, B 사이의 거리를 x km라 하면

$$\frac{x}{90}+\frac{30}{60}+\frac{x}{120}\leq4$$ … 1단계

$$4x+180+3x\leq1440$$

$$7x\leq1260 \qquad \therefore x\leq180$$ … 2단계

따라서 두 지점 A, B 사이의 거리는 최대 180 km이다. … 3단계

답 180 km

단계	채점 요소	배점
1	일차부등식 세우기	3점
2	일차부등식 풀기	2점
3	두 지점 A, B 사이의 거리는 최대 몇 km인지 구하기	1점

463 전략 두 합금 A, B에 포함된 금의 양을 각각 구한다.

합금 A의 양을 x g이라 하면 합금 B의 양은 $(200-x)$ g이므로

$$\frac{25}{100}\times x+\frac{40}{100}\times(200-x)\geq68$$ … 1단계

$$25x+8000-40x\geq6800$$

$$-15x\geq-1200 \qquad \therefore x\leq80$$ … 2단계

따라서 합금 A는 최대 80 g이 필요하다. … 3단계

답 80 g

단계	채점 요소	배점
1	일차부등식 세우기	3점
2	일차부등식 풀기	2점
3	합금 A는 최대 몇 g이 필요한지 구하기	1점

06 연립일차방정식

IV. 연립일차방정식

셀프 CHECK

본책 102~103쪽

A 답 (1) ○ (2) × (3) × (4) ○

B (1) $\begin{cases} 2-1=1 \\ 2+3\times1=5\neq6 \end{cases}$

(2) $\begin{cases} 2\times2+1=5 \\ -4\times2+5\times1=-3 \end{cases}$

(3) $\begin{cases} 3\times2-8\times1=-2 \\ 6\times2-11\times1=1 \end{cases}$

답 (1) × (2) ○ (3) ○

C (1) ㉠을 ㉡에 대입하면 $2x+3(x-2)=-16$

$5x=-10$ $\therefore x=-2$

$x=-2$를 ㉠에 대입하면 $y=-2-2=-4$

(2) ㉡에서 $y=-4x+7$ …… ㉢

㉢을 ㉠에 대입하면 $5x-2(-4x+7)=-1$

$13x=13$ $\therefore x=1$

$x=1$을 ㉢에 대입하면 $y=-4+7=3$

답 (1) $x=-2$, $y=-4$ (2) $x=1$, $y=3$

D (1) ㉠+㉡을 하면 $4x=20$ $\therefore x=5$

$x=5$를 ㉠에 대입하면 $5+2y=1$

$2y=-4$ $\therefore y=-2$

(2) ㉠×7−㉡×2를 하면 $29y=87$ $\therefore y=3$

$y=3$을 ㉠에 대입하면 $2x+5\times3=9$

$2x=-6$ $\therefore x=-3$

답 (1) $x=5$, $y=-2$ (2) $x=-3$, $y=3$

E (1) 주어진 연립방정식을 정리하면

$\begin{cases} 3x+y=1 & \cdots\cdots ㉠ \\ 3x+5y=-7 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠−㉡을 하면 $-4y=8$ $\therefore y=-2$

$y=-2$를 ㉠에 대입하면

$3x-2=1$, $3x=3$ $\therefore x=1$

(2) $\begin{cases} 0.5x-0.4y=-0.8 & \cdots\cdots ㉠ \\ 0.1x+0.2y=-1 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠×10, ㉡×10을 하면

$\begin{cases} 5x-4y=-8 & \cdots\cdots ㉢ \\ x+2y=-10 & \cdots\cdots ㉣ \end{cases}$

㉢+㉣×2를 하면 $7x=-28$ $\therefore x=-4$

$x=-4$를 ㉣에 대입하면

$-4+2y=-10$, $2y=-6$ $\therefore y=-3$

(3) $\begin{cases} \dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{3}=4 & \cdots\cdots ㉠ \\ \dfrac{x}{3}-\dfrac{y}{4}=\dfrac{5}{4} & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠×6, ㉡×12를 하면

$\begin{cases} 3x+2y=24 & \cdots\cdots ㉢ \\ 4x-3y=15 & \cdots\cdots ㉣ \end{cases}$

㉢×3+㉣×2를 하면 $17x=102$ $\therefore x=6$

$x=6$을 ㉢에 대입하면

$3\times6+2y=24$, $2y=6$ $\therefore y=3$

(4) 주어진 방정식에서

$\begin{cases} x+y=6 \\ 3x+5y-4=6 \end{cases}$, 즉 $\begin{cases} x+y=6 & \cdots\cdots ㉠ \\ 3x+5y=10 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠×3−㉡을 하면 $-2y=8$ $\therefore y=-4$

$y=-4$를 ㉠에 대입하면 $x-4=6$ $\therefore x=10$

답 (1) $x=1$, $y=-2$ (2) $x=-4$, $y=-3$
(3) $x=6$, $y=3$ (4) $x=10$, $y=-4$

F (1) $\begin{cases} 10x-6y=-8 \\ -5x+3y=4 \end{cases}$에서 $\begin{cases} 10x-6y=-8 \\ 10x-6y=-8 \end{cases}$

따라서 해가 무수히 많다.

(2) $\begin{cases} 2x+3y=-1 \\ 6x=-9y+3 \end{cases}$에서 $\begin{cases} 6x+9y=-3 \\ 6x+9y=3 \end{cases}$

따라서 해가 없다.

답 (1) 해가 무수히 많다. (2) 해가 없다.

내신 유형 다지기

본책 104~115쪽

유형 087 미지수가 2개인 일차방정식

본책 104쪽

미지수가 2개인 일차방정식
→ 미지수가 2개이고, 그 차수가 모두 1인 방정식
→ 등식의 모든 항을 좌변으로 이항하여 정리한 식이
$ax+by+c=0$ (a, b, c는 상수, $a\neq0$, $b\neq0$)
의 꼴인 방정식

464 ⑤ $3x-4y=2(x+2y)+1$에서

$3x-4y=2x+4y+1$ $\therefore x-8y-1=0$

따라서 미지수가 2개인 일차방정식은 ②, ⑤이다. 답 ②, ⑤

465 $2x+9y-3=4-3(2x+y)$에서

$2x+9y-3=4-6x-3y$ $\therefore 8x+12y-7=0$

따라서 $a=8$, $b=12$이므로 $b-a=12-8=4$ 답 4

466 ⑤ $70x+80y=3000$

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다. 답 ⑤

467 $ax^2+x-5y=3x^2+by-7$에서

$(a-3)x^2+x-(b+5)y+7=0$

이 식이 미지수가 2개인 일차방정식이 되려면

$a-3=0$, $-(b+5)\neq 0$ $\therefore a=3, b\neq -5$

답 ③

유형 088 미지수가 2개인 일차방정식의 해 본책 104쪽

일차방정식 $ax+by+c=0$의 해

➜ 일차방정식 $ax+by+c=0$을 참이 되게 하는 x, y의 값

468 ④ $5\times3-2\times\frac{13}{2}=2\neq4$

따라서 해가 아닌 것은 ④이다.

답 ④

469 ㄴ. $3\times(-3)-1+10=0$

ㄷ. $2\times(-3)+7\times1=1$

이상에서 $x=-3$, $y=1$을 해로 갖는 방정식은 ㄴ, ㄷ이다.

답 ③

유형 089 미지수가 2개인 일차방정식의 풀이 본책 105쪽

x, y가 자연수일 때 일차방정식 $ax+by+c=0$의 해 구하기

➜ x, y 중 계수의 절댓값이 큰 미지수에 1, 2, 3, …을 차례대로 대입하여 나머지 미지수도 자연수가 되는 x, y의 순서쌍 (x, y)를 찾는다.

470 x, y가 자연수일 때, $x+5y=16$의 해의 순서쌍 (x, y)는

$(11, 1)$, $(6, 2)$, $(1, 3)$

의 3개이다. $\therefore a=3$

또 $4x+3y=25$의 해의 순서쌍 (x, y)는

$(1, 7)$, $(4, 3)$

의 2개이다. $\therefore b=2$

$\therefore ab=3\times2=6$

답 ②

471 x, y가 음이 아닌 정수일 때, $2x+3y=20$의 해의 순서쌍 (x, y)는

$(10, 0)$, $(7, 2)$, $(4, 4)$, $(1, 6)$

의 4개이다.

답 4

472 $300x+500y=6000$이므로 $3x+5y=60$

이때 x, y는 자연수이므로 해의 순서쌍 (x, y)는

$(15, 3)$, $(10, 6)$, $(5, 9)$

따라서 사탕과 초콜릿을 합하여 최대 $15+3=18$(개)를 살 수 있다.

답 ④

유형 090 일차방정식의 해가 주어질 때 본책 105쪽

일차방정식 $ax+by+c=0$의 해가 $x=p$, $y=q$

➜ $x=p$, $y=q$를 일차방정식 $ax+by+c=0$에 대입하면 등식이 성립한다.

➜ $ap+bq+c=0$

473 $x=k+1$, $y=3k$를 $8x-5y+13=0$에 대입하면

$8(k+1)-5\times3k+13=0$, $-7k=-21$ $\therefore k=3$

답 3

474 $x=2$, $y=-6$을 $ax+4y=-10$에 대입하면

$2a+4\times(-6)=-10$, $2a=14$

$\therefore a=7$ … 1단계

따라서 $y=8$을 $7x+4y=-10$에 대입하면

$7x+4\times8=-10$, $7x=-42$

$\therefore x=-6$ … 2단계

답 -6

단계	채점 요소	비율
1	a의 값 구하기	50 %
2	x의 값 구하기	50 %

475 $x=-3$, $y=4$를 $3x+y=a$에 대입하면

$3\times(-3)+4=a$ $\therefore a=-5$

$x=-1$, $y=b$를 $3x+y=-5$에 대입하면

$3\times(-1)+b=-5$ $\therefore b=-2$

$x=c$, $y=-20$을 $3x+y=-5$에 대입하면

$3c-20=-5$, $3c=15$ $\therefore c=5$

$\therefore a+b-c=-5+(-2)-5=-12$

답 ①

476 $x=-5$, $y=1$을 $ax-2by=-31$에 대입하면

$-5a-2b=-31$, 즉 $5a+2b=31$

이때 a, b는 자연수이므로 $5a+2b=31$을 만족시키는 a, b의 순서쌍 (a, b)는

$(1, 13)$, $(3, 8)$, $(5, 3)$

의 3개이다.

답 3

유형 091 연립방정식과 그 해 본책 106쪽

(1) 미지수가 2개인 연립일차방정식: 미지수가 2개인 두 일차방정식을 한 쌍으로 묶어 놓은 것

(2) 연립방정식 $\begin{cases} ax+by=c \\ a'x+b'y=c' \end{cases}$의 해

➜ 두 일차방정식 $ax+by=c$, $a'x+b'y=c'$을 동시에 참이 되게 하는 x, y의 값

477 ④ $\begin{cases} -4\times3+3\times(-5)=-27 \\ 7\times3+5\times(-5)=-4 \end{cases}$
따라서 순서쌍 $(3,\ -5)$를 해로 갖는 것은 ④이다. 답 ④

478 맞힌 문제 수는 x, 틀린 문제 수는 y이므로
$x+y=20$
문제를 맞혀서 얻은 점수는 $5x$점, 틀려서 잃은 점수는 $3y$점이므로
$5x-3y=84$
따라서 연립방정식으로 나타내면
$\begin{cases} x+y=20 \\ 5x-3y=84 \end{cases}$ 답 ③

479 ㄴ. $5\times(-7)+2\times(-2)=-39$
ㄷ. $-3\times(-7)+7\times(-2)=7$
따라서 두 일차방정식 ㄴ, ㄷ을 짝 지어 만든 연립방정식의 해가 $x=-7,\ y=-2$이다. 답 ③

480 $x,\ y$가 자연수일 때, $x+6y=19$의 해의 순서쌍 $(x,\ y)$는
$(13,\ 1),\ (7,\ 2),\ (1,\ 3)$
또 $2x+5y=24$의 해의 순서쌍 $(x,\ y)$는
$(7,\ 2),\ (2,\ 4)$
따라서 연립방정식의 해는 $x=7,\ y=2$이므로
$p=7,\ q=2$
$\therefore p-q=7-2=5$ 답 5

유형 092 연립방정식의 해가 주어질 때 (1)

본책 106쪽

연립방정식 $\begin{cases} ax+by=c \\ a'x+b'y=c' \end{cases}$의 해가 $x=p,\ y=q$
➜ $x=p,\ y=q$를 두 일차방정식 $ax+by=c,\ a'x+b'y=c'$에 각각 대입하면 등식이 모두 성립한다.
➜ $ap+bq=c,\ a'p+b'q=c'$

481 $x=2,\ y=4$를 $ax+y=10$에 대입하면
$2a+4=10,\quad 2a=6\quad \therefore a=3$
$x=2,\ y=4$를 $x+by=-18$에 대입하면
$2+4b=-18,\quad 4b=-20\quad \therefore b=-5$
$\therefore a+b=3+(-5)=-2$ 답 ②

482 $x=-1$을 $x-4y=-9$에 대입하면
$-1-4y=-9,\quad -4y=-8\quad \therefore y=2$
따라서 $x=-1,\ y=2$를 $5x+8y=k+3$에 대입하면
$5\times(-1)+8\times2=k+3\quad \therefore k=8$ 답 ④

483 $x=2a,\ y=a-3$을 $2x-7y=15$에 대입하면
$2\times2a-7(a-3)=15,\quad -3a=-6$
$\therefore a=2$ … 1단계
따라서 $x=4,\ y=-1$을 $3x+ky=17$에 대입하면
$3\times4+k\times(-1)=17\quad \therefore k=-5$ … 2단계
$\therefore ak=2\times(-5)=-10$ … 3단계
답 -10

단계	채점 요소	비율
1	a의 값 구하기	40 %
2	k의 값 구하기	40 %
3	ak의 값 구하기	20 %

484 8과 12의 최대공약수는 4이고, 15와 25의 최대공약수는 5이므로
$x=4,\ y=5$
$x=4,\ y=5$를 $y=ax-3$에 대입하면
$5=4a-3,\quad 4a=8\quad \therefore a=2$
$x=4,\ y=5$를 $3x-8y=b$에 대입하면
$3\times4-8\times5=b\quad \therefore b=-28$
$\therefore a-b=2-(-28)=30$ 답 30

유형 093 연립방정식의 풀이: 대입법

본책 107쪽

$x,\ y$에 대한 연립방정식에서 두 방정식 중 한 방정식이
$x=(y$에 대한 식) 또는 $y=(x$에 대한 식)
의 꼴이거나 이 꼴로 나타내기 편할 때
➜ 이 식을 다른 방정식에 대입하여 해를 구한다.

485 ㉠을 ㉡에 대입하면
$4x-(-3x+8)=6,\quad 7x=14$
$\therefore a=7$ 답 7

486 ㉠에서 $x=2y+9$ …… ㉢
㉢을 ㉡에 대입하면 $5(2y+9)+7y=-6$
$17y=-51\quad \therefore y=-3$
$y=-3$을 ㉢에 대입하면 $x=2\times(-3)+9=3$
따라서 $m=3,\ n=-3$이므로
$m+n=3+(-3)=0$ 답 ③

487 ㉠을 ㉡에 대입하면 $9x+1=7x-1$
$2x=-2\quad \therefore x=-1$
$x=-1$을 ㉡에 대입하면 $2y=7\times(-1)-1$
$2y=-8\quad \therefore y=-4$
⑤ $-8\times(-1)+5\times(-4)=-12$
따라서 $x=-1,\ y=-4$를 해로 갖는 것은 ⑤이다. 답 ⑤

488 ㉠에서 $y=-4x-1$ ...... ㉢

㉢을 ㉡에 대입하면 $-9x+2(-4x-1)=32$

$-17x=34$ $\therefore x=-2$

$x=-2$를 ㉢에 대입하면 $y=-4\times(-2)-1=7$

따라서 $x=-2$, $y=7$을 $3x-5y=4k+7$에 대입하면

$3\times(-2)-5\times7=4k+7$, $4k=-48$

$\therefore k=-12$ 답 -12

유형 094 연립방정식의 풀이: 가감법 본책 108쪽

가감법을 이용하여 연립방정식을 풀 때에는 다음과 같은 순서로 한다.

❶ 없애려는 미지수의 계수의 절댓값이 같아지도록 각 방정식의 양변에 적당한 수를 곱한다.

❷ 계수의 부호가 같으면 변끼리 빼고, 계수의 부호가 다르면 변끼리 더하여 해를 구한다.

489 ① ㉠×4−㉡을 하면 $-29y=58$

즉 x가 없어진다.

⑤ ㉠×9+㉡×5를 하면 $29x=87$

즉 y가 없어진다.

따라서 필요한 식은 ①, ⑤이다. 답 ①, ⑤

490 ㉠×7+㉡×2를 하면

$25x=-100$ $\therefore x=-4$

$x=-4$를 ㉠에 대입하면 $3\times(-4)+2y=-6$

$2y=6$ $\therefore y=3$

$\therefore x^2+y^2=(-4)^2+3^2=25$ 답 ④

491 주어진 연립방정식을 각각 풀면

① $x=1$, $y=2$

② $x=1$, $y=2$

③ $x=2$, $y=1$

④ $x=1$, $y=2$

⑤ $x=1$, $y=2$

따라서 해가 나머지 넷과 다른 하나는 ③이다. 답 ③

492 ㉠×2−㉡을 하면

$-x=3$ $\therefore x=-3$

$x=-3$을 ㉠에 대입하면 $-3-2y=7$

$-2y=10$ $\therefore y=-5$

$x=-3$, $y=-5$를 $ax+by=-1$에 대입하면

$-3a-5b=-1$

이 식의 양변에 -2를 곱하면

$6a+10b=2$ 답 ④

493 ㉠+㉡×7을 하면

$33x=198$ $\therefore x=6$

$x=6$을 ㉡에 대입하면

$4\times6-y=26$ $\therefore y=-2$

$\therefore a=6$, $b=-2$ … 1단계

따라서 $\begin{cases}6x-2y=4 & \cdots\cdots ㉢\\ -2x+6y=-28 & \cdots\cdots ㉣\end{cases}$이므로

㉢×3+㉣을 하면

$16x=-16$ $\therefore x=-1$

$x=-1$을 ㉢에 대입하면 $6\times(-1)-2y=4$

$-2y=10$ $\therefore y=-5$ … 2단계

답 $x=-1$, $y=-5$

단계	채점 요소	비율
1	a, b의 값 구하기	50 %
2	연립방정식 $\begin{cases}ax+by=4\\ bx+ay=-28\end{cases}$의 해 구하기	50 %

유형 095 괄호가 있는 연립방정식의 풀이 본책 109쪽

분배법칙을 이용하여 괄호를 풀고 동류항끼리 정리한 후 푼다.

➜ $-(A+B)=-A-B$, $A(B+C)=AB+AC$

494 주어진 연립방정식을 정리하면

$\begin{cases}2x+5y=-1 & \cdots\cdots ㉠\\ -x+4y=-19 & \cdots\cdots ㉡\end{cases}$

㉠+㉡×2를 하면 $13y=-39$ $\therefore y=-3$

$y=-3$을 ㉠에 대입하면

$2x+5\times(-3)=-1$, $2x=14$ $\therefore x=7$

따라서 $a=7$, $b=-3$이므로

$a-b=7-(-3)=10$ 답 ⑤

495 주어진 연립방정식을 정리하면

$\begin{cases}x=4y & \cdots\cdots ㉠\\ -3x+5y=7 & \cdots\cdots ㉡\end{cases}$

㉠을 ㉡에 대입하면 $-3\times4y+5y=7$

$-7y=7$ $\therefore y=-1$

$y=-1$을 ㉠에 대입하면 $x=-4$

$\therefore xy=(-4)\times(-1)=4$ 답 ④

496 주어진 연립방정식을 정리하면

$\begin{cases}5x-6y=-10 & \cdots\cdots ㉠\\ 2x+3y=23 & \cdots\cdots ㉡\end{cases}$ … 1단계

㉠+㉡×2를 하면 $9x=36$ $\therefore x=4$

$x=4$를 ㉡에 대입하면 $2\times4+3y=23$

$3y=15$ $\therefore y=5$ … 2단계

따라서 $2a=4$, $b-4=5$이므로 　 $a=2$, $b=9$ … 3단계

$\therefore a+b=2+9=11$ … 4단계

답 11

단계	채점 요소	비율
1	연립방정식을 간단히 하기	20 %
2	연립방정식 풀기	50 %
3	a, b의 값 구하기	20 %
4	$a+b$의 값 구하기	10 %

497 주어진 연립방정식을 정리하면

$$\begin{cases} 4x+3y=-27 & \cdots\cdots ㉠ \\ -x+6y=27 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠$\times 2-$㉡을 하면 　 $9x=-81$ 　 $\therefore x=-9$

$x=-9$를 ㉡에 대입하면 　 $9+6y=27$

$6y=18$ 　 $\therefore y=3$

$x=-9$, $y=3$을 $ax-by=-15$에 대입하면

$-9a-3b=-15$, 즉 $3a+b=5$

이때 a, b는 자연수이므로 $3a+b=5$를 만족시키는 a, b의 순서쌍 (a, b)는 　 $(1, 2)$

답 $(1, 2)$

유형 096 계수가 소수 또는 분수인 연립방정식의 풀이 　 본책 109쪽

양변에 적당한 수를 곱하여 계수를 정수로 고친 후 푼다.

(1) 계수가 소수 ➜ 양변에 10의 거듭제곱을 곱한다.

(2) 계수가 분수 ➜ 양변에 분모의 최소공배수를 곱한다.

498

$$\begin{cases} 0.5x-0.3y=2.4 & \cdots\cdots ㉠ \\ 0.01x+0.02y=0.1 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠$\times 10$, ㉡$\times 100$을 하면

$$\begin{cases} 5x-3y=24 & \cdots\cdots ㉢ \\ x+2y=10 & \cdots\cdots ㉣ \end{cases}$$

㉢$-$㉣$\times 5$를 하면 　 $-13y=-26$ 　 $\therefore y=2$

$y=2$를 ㉣에 대입하면 　 $x+2\times 2=10$ 　 $\therefore x=6$

$\therefore 3x+y=3\times 6+2=20$

답 20

499

$$\begin{cases} \dfrac{x+y}{2}-\dfrac{x-2y}{5}=-3 & \cdots\cdots ㉠ \\ \dfrac{3x-y+12}{6}=x-y & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠$\times 10$, ㉡$\times 6$을 하여 정리하면

$$\begin{cases} 3x+9y=-30 & \cdots\cdots ㉢ \\ -3x+5y=-12 & \cdots\cdots ㉣ \end{cases}$$

㉢$+$㉣을 하면 　 $14y=-42$ 　 $\therefore y=-3$

$y=-3$을 ㉣에 대입하면 　 $-3x+5\times(-3)=-12$

$-3x=3$ 　 $\therefore x=-1$

답 ③

500

$$\begin{cases} 0.5x+\dfrac{y}{3}=2 & \cdots\cdots ㉠ \\ 0.75x+\dfrac{y}{6}=-1 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠$\times 6$, ㉡$\times 12$를 하면

$$\begin{cases} 3x+2y=12 & \cdots\cdots ㉢ \\ 9x+2y=-12 & \cdots\cdots ㉣ \end{cases}$$ … 1단계

㉢$-$㉣을 하면

$-6x=24$ 　 $\therefore x=-4$

$x=-4$를 ㉢에 대입하면 　 $3\times(-4)+2y=12$

$2y=24$ 　 $\therefore y=12$ … 2단계

따라서 $a=-4$, $b=12$이므로 $ax=b$에 대입하면

$-4x=12$ 　 $\therefore x=-3$ … 3단계

답 $x=-3$

단계	채점 요소	비율
1	연립방정식을 간단히 하기	20 %
2	연립방정식 풀기	50 %
3	$ax=b$의 해 구하기	30 %

501

$$\begin{cases} 0.8x+1.4=0.3(y+1) & \cdots\cdots ㉠ \\ \dfrac{x+y}{2}=\dfrac{x-y+2}{7} & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠$\times 10$, ㉡$\times 14$를 하여 정리하면

$$\begin{cases} 8x-3y=-11 & \cdots\cdots ㉢ \\ 5x+9y=4 & \cdots\cdots ㉣ \end{cases}$$

㉢$\times 3+$㉣을 하면

$29x=-29$ 　 $\therefore x=-1$

$x=-1$을 ㉣에 대입하면 　 $5\times(-1)+9y=4$

$9y=9$ 　 $\therefore y=1$

따라서 $x=-1$, $y=1$을 $kx-3y=-13$에 대입하면

$-k-3=-13$ 　 $\therefore k=10$

답 ⑤

502

$$\begin{cases} 0.4x+0.7y=-2.3 & \cdots\cdots ㉠ \\ \dfrac{2}{3}x-\dfrac{4}{5}y=6 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠$\times 10$, ㉡$\times 15$를 하면

$$\begin{cases} 4x+7y=-23 & \cdots\cdots ㉢ \\ 10x-12y=90 & \cdots\cdots ㉣ \end{cases}$$

㉢$\times 5-$㉣$\times 2$를 하면

$59y=-295$ 　 $\therefore y=-5$

$y=-5$를 ㉢에 대입하면 　 $4x+7\times(-5)=-23$

$4x=12$ 　 $\therefore x=3$

따라서 $\begin{cases} a+b=3 & \cdots\cdots ㉤ \\ a-b=-5 & \cdots\cdots ㉥ \end{cases}$이므로

㉤$+$㉥을 하면 　 $2a=-2$ 　 $\therefore a=-1$

$a=-1$을 ㉤에 대입하면

$-1+b=3$ 　 $\therefore b=4$

$\therefore ab=(-1)\times 4=-4$

답 ②

유형 097 비례식을 포함한 연립방정식의 풀이 본책 110쪽

$a:b=c:d \rightarrow ad=bc$임을 이용한다.

503 $\begin{cases} (x+3):(2x+y)=2:3 & \cdots\cdots ㉠ \\ 4(x-y)+1=3x-2 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠에서 $3(x+3)=2(2x+y)$

$\therefore x+2y=9$ ⋯⋯ ㉢

㉡을 정리하면 $x-4y=-3$ ⋯⋯ ㉣

㉢−㉣을 하면 $6y=12$ $\therefore y=2$

$y=2$를 ㉢에 대입하면 $x+2\times2=9$ $\therefore x=5$ 답 ⑤

504 $\begin{cases} 3:(x+4y)=4:(3x-2) & \cdots\cdots ㉠ \\ 0.3x-1.6y=1 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠에서 $3(3x-2)=4(x+4y)$

$\therefore 5x-16y=6$ ⋯⋯ ㉢

㉡×10을 하면 $3x-16y=10$ ⋯⋯ ㉣

㉢−㉣을 하면 $2x=-4$ $\therefore x=-2$

$x=-2$를 ㉢에 대입하면 $5\times(-2)-16y=6$

$-16y=16$ $\therefore y=-1$

따라서 $a=-2$, $b=-1$이므로 $b-a=-1-(-2)=1$ 답 1

505 $\begin{cases} \dfrac{2x+y-2}{5}=\dfrac{x+3y}{6} & \cdots\cdots ㉠ \\ (2x-y):(3x-4)=1:2 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠×30을 하여 정리하면 $7x-9y=12$ ⋯⋯ ㉢

㉡에서 $2(2x-y)=3x-4$

$\therefore x-2y=-4$ ⋯⋯ ㉣

㉢−㉣×7을 하면 $5y=40$ $\therefore y=8$

$y=8$을 ㉣에 대입하면 $x-2\times8=-4$ $\therefore x=12$

$\therefore xy=12\times8=2^5\times3$

따라서 xy의 약수의 개수는 $(5+1)\times(1+1)=12$ 답 ④

유형 098 $A=B=C$의 꼴의 방정식의 풀이 본책 111쪽

$A=B=C$의 꼴의 방정식은 세 연립방정식

$\begin{cases} A=B \\ A=C \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} A=B \\ B=C \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} A=C \\ B=C \end{cases}$

중 가장 간단한 것을 선택하여 푼다.

506 주어진 방정식에서

$\begin{cases} 7x-5y=3 \\ x+4y+12=3 \end{cases}$, 즉 $\begin{cases} 7x-5y=3 & \cdots\cdots ㉠ \\ x+4y=-9 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠−㉡×7을 하면 $-33y=66$ $\therefore y=-2$

$y=-2$를 ㉡에 대입하면 $x+4\times(-2)=-9$

$\therefore x=-1$

$\therefore x+y=-1+(-2)=-3$ 답 ②

507 주어진 방정식에서

$\begin{cases} 4x-y+6=6x+y+4 \\ 4x-y+6=x-7y-3 \end{cases}$, 즉

$\begin{cases} x+y=1 & \cdots\cdots ㉠ \\ x+2y=-3 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠−㉡을 하면 $-y=4$ $\therefore y=-4$

$y=-4$를 ㉠에 대입하면

$x-4=1$ $\therefore x=5$

따라서 $a=5$, $b=-4$이므로

$3a-2b=3\times5-2\times(-4)=23$ 답 ④

508 주어진 방정식에서

$\begin{cases} x-7y=-1 \\ 2x+y-14=-1 \end{cases}$, 즉 $\begin{cases} x-7y=-1 & \cdots\cdots ㉠ \\ 2x+y=13 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠×2−㉡을 하면

$-15y=-15$ $\therefore y=1$

$y=1$을 ㉠에 대입하면

$x-7=-1$ $\therefore x=6$

주어진 연립방정식을 각각 풀면

① $x=6$, $y=1$　② $x=6$, $y=-1$

③ $x=5$, $y=1$　④ $x=1$, $y=6$

⑤ $x=6$, $y=1$ 답 ①, ⑤

509 주어진 방정식에서

$\begin{cases} \dfrac{x+2y-1}{3}=\dfrac{x-y+7}{4} \\ \dfrac{x+2y-1}{3}=\dfrac{x+y-1}{6} \end{cases}$, 즉

$\begin{cases} x+11y=25 & \cdots\cdots ㉠ \\ x+3y=1 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$ ⋯ 1단계

㉠−㉡을 하면 $8y=24$ $\therefore y=3$

$y=3$을 ㉡에 대입하면

$x+3\times3=1$ $\therefore x=-8$ ⋯ 2단계

따라서 $x=-8$, $y=3$을 $x+ky=4$에 대입하면

$-8+3k=4$, $3k=12$ $\therefore k=4$ ⋯ 3단계

답 4

단계	채점 요소	비율
1	연립방정식으로 나타내어 간단히 하기	20 %
2	연립방정식 풀기	50 %
3	k의 값 구하기	30 %

유형 099 연립방정식의 해가 주어질 때 (2) 본책 111쪽

연립방정식 $\begin{cases} ax+by=c \\ a'x+b'y=c' \end{cases}$의 해가 $x=p$, $y=q$

➜ $x=p$, $y=q$를 두 일차방정식 $ax+by=c$, $a'x+b'y=c'$에 각각 대입하여 새로운 연립방정식을 만든 후 푼다.

510 $x=-3$, $y=2$를 주어진 연립방정식에 대입하면

$\begin{cases} -3a+2b=-18 \\ -3b+2a=17 \end{cases}$, 즉 $\begin{cases} -3a+2b=-18 & \cdots\cdots ㉠ \\ 2a-3b=17 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$\times2+$㉡$\times3$을 하면　$-5b=15$　$\therefore b=-3$

$b=-3$을 ㉡에 대입하면　$2a-3\times(-3)=17$

$2a=8$　$\therefore a=4$

$\therefore 5a+b=5\times4+(-3)=17$

답 ③

511 $x=5$, $y=-7$을 주어진 연립방정식에 대입하면

$\begin{cases} 5a-7b=-3 & \cdots\cdots ㉠ \\ -10a-21b=41 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$\times2+$㉡을 하면

$-35b=35$　$\therefore b=-1$

$b=-1$을 ㉠에 대입하면　$5a-7\times(-1)=-3$

$5a=-10$　$\therefore a=-2$

$\therefore a-b=-2-(-1)=-1$

답 -1

512 $x=-4$, $y=b$를 주어진 연립방정식에 대입하면

$\begin{cases} -4a-5b=-7 \\ -4-9b=a+2 \end{cases}$, 즉 $\begin{cases} 4a+5b=7 & \cdots\cdots ㉠ \\ a+9b=-6 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$ … 1단계

㉠$-$㉡$\times4$를 하면

$-31b=31$　$\therefore b=-1$

$b=-1$을 ㉡에 대입하면　$a+9\times(-1)=-6$

$\therefore a=3$ … 2단계

$\therefore a^2+b^2=3^2+(-1)^2=10$ … 3단계

답 10

단계	채점 요소	비율
1	a, b에 대한 연립방정식 세우기	30 %
2	a, b의 값 구하기	50 %
3	a^2+b^2의 값 구하기	20 %

513 $x=6$, $y=2$를 주어진 연립방정식에 대입하면

$\begin{cases} 6a-2b=6 & \cdots\cdots ㉠ \\ 8:18=(a+2):3b & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉡에서　$24b=18(a+2)$

$\therefore 3a-4b=-6$ ⋯⋯ ㉢

㉠$-$㉢$\times2$를 하면　$6b=18$　$\therefore b=3$

$b=3$을 ㉢에 대입하면　$3a-4\times3=-6$

$3a=6$　$\therefore a=2$

$\therefore ab=2\times3=6$

답 ③

514 $x=a$, $y=7$을 주어진 방정식에 대입하면

$0.5(a-7)=\dfrac{2a-7b+6}{7}=b$

위의 방정식에서

$\begin{cases} 0.5(a-7)=b \\ \dfrac{2a-7b+6}{7}=b \end{cases}$, 즉 $\begin{cases} a-2b=7 & \cdots\cdots ㉠ \\ a-7b=-3 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$-$㉡을 하면　$5b=10$　$\therefore b=2$

$b=2$를 ㉠에 대입하면

$a-2\times2=7$　$\therefore a=11$

$a=11$, $b=2$를 $(b-a)x<a+7$에 대입하면

$-9x<18$　$\therefore x>-2$

답 $x>-2$

유형 100 연립방정식의 해가 다른 일차방정식을 만족시킬 때

본책 112쪽

연립방정식 $\begin{cases} ㉠ \\ ㉡ \end{cases}$의 해가 일차방정식 ㉢을 만족시킨다.

➜ 일차방정식 ㉠, ㉡, ㉢ 중 x, y 이외의 미지수가 존재하지 않는 두 일차방정식으로 연립방정식을 세워서 푼다.

515 $\begin{cases} y=9-4x & \cdots\cdots ㉠ \\ x+2y=-10 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠을 ㉡에 대입하면　$x+2(9-4x)=-10$

$-7x=-28$　$\therefore x=4$

$x=4$를 ㉠에 대입하면　$y=9-4\times4=-7$

$x=4$, $y=-7$을 $6x+5y=a$에 대입하면

$a=6\times4+5\times(-7)=-11$

답 ①

516 $\begin{cases} 0.3x-0.7y=-3 & \cdots\cdots ㉠ \\ \dfrac{y-3x}{6}=\dfrac{y+1}{2} & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$\times10$, ㉡$\times6$을 하여 정리하면

$\begin{cases} 3x-7y=-30 & \cdots\cdots ㉢ \\ 3x+2y=-3 & \cdots\cdots ㉣ \end{cases}$

㉢$-$㉣을 하면　$-9y=-27$　$\therefore y=3$

$y=3$을 ㉣에 대입하면　$3x+2\times3=-3$

$3x=-9$　$\therefore x=-3$

$x=-3$, $y=3$을 $ax+2y=-9$에 대입하면

$-3a+2\times3=-9$,　$-3a=-15$

$\therefore a=5$

답 ④

517 주어진 방정식의 해는 연립방정식

$\begin{cases} 2x-y=3x-1 \\ 5(x+y)-13=4(x-1) \end{cases}$

의 해와 같다. 이 연립방정식을 정리하면

$\begin{cases} x+y=1 & \cdots\cdots ㉠ \\ x+5y=9 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$-$㉡을 하면　$-4y=-8$　$\therefore y=2$

$y=2$를 ㉠에 대입하면　$x+2=1$　$\therefore x=-1$

$x=-1$, $y=2$를 $3x-1=10x+ay$에 대입하면

$3\times(-1)-1=10\times(-1)+2a$

$2a=6$　$\therefore a=3$

답 3

06 연립일차방정식

유형 101 해에 대한 조건이 주어질 때 본책 113쪽

x, y에 대한 조건이 주어지면 다음과 같이 식으로 나타낸다.
(1) y의 값은 x의 값보다 a만큼 크다. ➜ $y=x+a$
(2) y의 값은 x의 값의 a배이다. ➜ $y=ax$
(3) x와 y의 값의 비가 $a:b$이다. ➜ $x:y=a:b$

518 x의 값이 y의 값보다 3만큼 작으므로 $x=y-3$

$$\begin{cases} x=y-3 & \cdots\cdots \text{㉠} \\ 4x+y=-2 & \cdots\cdots \text{㉡} \end{cases}$$

㉠을 ㉡에 대입하면 $4(y-3)+y=-2$
$5y=10$ $\therefore y=2$
$y=2$를 ㉠에 대입하면 $x=2-3=-1$
$x=-1$, $y=2$를 $2x+ay=-8$에 대입하면
$2\times(-1)+2a=-8$, $2a=-6$ $\therefore a=-3$

답 -3

519 y의 값이 x의 값의 2배이므로 $y=2x$
$y=2x$를 주어진 연립방정식에 대입하면

$$\begin{cases} x+2x=a+5 \\ 5x-3\times 2x=1-a \end{cases}, \text{ 즉 } \begin{cases} 3x-a=5 & \cdots\cdots \text{㉠} \\ -x+a=1 & \cdots\cdots \text{㉡} \end{cases}$$

㉠+㉡×3을 하면 $2a=8$ $\therefore a=4$

답 ②

520 주어진 방정식에서

$$\begin{cases} 3x+ay=-3 & \cdots\cdots \text{㉠} \\ -7x+4y=-3 & \cdots\cdots \text{㉡} \end{cases}$$

또 $x:y=3:5$이므로
$5x=3y$, 즉 $5x-3y=0$ $\cdots\cdots$ ㉢
㉡×3+㉢×4를 하면 $-x=-9$ $\therefore x=9$
$x=9$를 ㉢에 대입하면 $5\times 9-3y=0$
$-3y=-45$ $\therefore y=15$
$x=9$, $y=15$를 ㉠에 대입하면
$3\times 9+15a=-3$, $15a=-30$ $\therefore a=-2$

답 ③

521 (i) $x-y=6$일 때, $\begin{cases} x-y=6 & \cdots\cdots \text{㉠} \\ x+3y=14 & \cdots\cdots \text{㉡} \end{cases}$

㉠−㉡을 하면 $-4y=-8$ $\therefore y=2$
$y=2$를 ㉠에 대입하면
$x-2=6$ $\therefore x=8$
$x=8$, $y=2$를 $2x+y=a$에 대입하면
$a=2\times 8+2=18$

(ii) $y-x=6$일 때, $\begin{cases} y-x=6 & \cdots\cdots \text{㉢} \\ x+3y=14 & \cdots\cdots \text{㉣} \end{cases}$

㉢+㉣을 하면 $4y=20$ $\therefore y=5$
$y=5$를 ㉢에 대입하면 $5-x=6$ $\therefore x=-1$
$x=-1$, $y=5$를 $2x+y=a$에 대입하면
$a=2\times(-1)+5=3$
(i), (ii)에서 모든 a의 값의 합은
$18+3=21$

답 21

유형 102 두 연립방정식의 해가 서로 같을 때 본책 113쪽

두 연립방정식의 해가 같으면 그 해는 네 일차방정식의 공통인 해이다.
➜ 네 일차방정식 중 x, y 이외의 미지수가 존재하지 않는 두 일차방정식으로 연립방정식을 세워서 푼다.

522 $\begin{cases} x-2y=12 & \cdots\cdots \text{㉠} \\ 7x+2y=4 & \cdots\cdots \text{㉡} \end{cases}$

㉠+㉡을 하면 $8x=16$ $\therefore x=2$
$x=2$를 ㉠에 대입하면 $2-2y=12$
$-2y=10$ $\therefore y=-5$
$x=2$, $y=-5$를 $ax+y=-11$에 대입하면
$2a-5=-11$, $2a=-6$ $\therefore a=-3$
$x=2$, $y=-5$를 $4x-3y=b$에 대입하면
$b=4\times 2-3\times(-5)=23$
$\therefore a+b=-3+23=20$

답 ⑤

523 $\begin{cases} -2x+3y=-7 & \cdots\cdots \text{㉠} \\ 3x+5y=-18 & \cdots\cdots \text{㉡} \end{cases}$

㉠×3+㉡×2를 하면 $19y=-57$ $\therefore y=-3$
$y=-3$을 ㉠에 대입하면 $-2x+3\times(-3)=-7$
$-2x=2$ $\therefore x=-1$ ⋯ 1단계
$x=-1$, $y=-3$을 $ax-2y=1$에 대입하면
$-a-2\times(-3)=1$ $\therefore a=5$
$x=-1$, $y=-3$, $a=5$를 $8x-ay=b$에 대입하면
$b=8\times(-1)-5\times(-3)=7$ ⋯ 2단계
$\therefore ab=5\times 7=35$ ⋯ 3단계

답 35

단계	채점 요소	비율
1	연립방정식의 해 구하기	50 %
2	a, b의 값 구하기	40 %
3	ab의 값 구하기	10 %

524 $\begin{cases} y=-2x+1 & \cdots\cdots \text{㉠} \\ (x+9):(2y-3)=1:3 & \cdots\cdots \text{㉡} \end{cases}$

㉡에서 $3(x+9)=2y-3$
$\therefore 3x-2y=-30$ $\cdots\cdots$ ㉢
㉠을 ㉢에 대입하면 $3x-2(-2x+1)=-30$
$7x=-28$ $\therefore x=-4$
$x=-4$를 ㉠에 대입하면 $y=-2\times(-4)+1=9$
$x=-4$, $y=9$를 $ax+by=-10$에 대입하면
$-4a+9b=-10$ $\cdots\cdots$ ㉣
$x=-4$, $y=9$를 $2ax-by=34$에 대입하면
$-8a-9b=34$ $\cdots\cdots$ ㉤
㉣+㉤을 하면 $-12a=24$ $\therefore a=-2$
$a=-2$를 ㉣에 대입하면 $-4\times(-2)+9b=-10$
$9b=-18$ $\therefore b=-2$
$\therefore a-b=-2-(-2)=0$

답 0

유형 103 계수 또는 상수항을 잘못 보고 구한 해 본책 114쪽

(1) 계수 또는 상수항을 잘못 보았을 때
➜ 잘못 본 것을 k로 놓고 잘못 보고 구한 해를 대입한다.
(2) 계수 a, b를 바꾸어 놓고 풀었을 때
➜ a 대신 b, b 대신 a로 바꾼 연립방정식에 잘못 보고 구한 해를 대입한다.

525 $\begin{cases} 4x-y=-14 & \cdots\cdots ㉠ \\ 7x+5y=6 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉡에서 6을 k로 잘못 보았다고 하면

$7x+5y=k$ $\cdots\cdots$ ㉢

이때 ㉠과 ㉢을 동시에 만족시키는 x의 값이 -2이므로 $x=-2$를 ㉠에 대입하면

$4\times(-2)-y=-14$ $\quad\therefore y=6$

$x=-2$, $y=6$을 ㉢에 대입하면

$k=7\times(-2)+5\times6=16$

따라서 6을 16으로 잘못 보고 풀었다. 답 16

526 주어진 연립방정식에서 x의 계수와 y의 계수를 바꾸어 놓으면

$\begin{cases} 3x+ay=11 & \cdots\cdots ㉠ \\ bx+4y=-11 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

이 연립방정식의 해가 $x=1$, $y=-4$이므로 ㉠에 대입하면

$3-4a=11$, $\quad -4a=8$ $\quad\therefore a=-2$

또 ㉡에 대입하면 $\quad b+4\times(-4)=-11$ $\quad\therefore b=5$

$\therefore a+b=-2+5=3$ 답 ④

527 윤지는 $3x+by=1$을 제대로 보고 풀었으므로 $x=-1$, $y=-1$을 $3x+by=1$에 대입하면

$3\times(-1)-b=1$ $\quad\therefore b=-4$

태준이는 $x+2y=a$를 제대로 보고 풀었으므로 $x=5$, $y=1$을 $x+2y=a$에 대입하면

$a=5+2=7$ $\cdots$ 1단계

따라서 처음 연립방정식은 $\begin{cases} x+2y=7 & \cdots\cdots ㉠ \\ 3x-4y=1 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$\times2+$㉡을 하면 $\quad 5x=15$ $\quad\therefore x=3$

$x=3$을 ㉠에 대입하면 $\quad 3+2y=7$

$2y=4$ $\quad\therefore y=2$ $\cdots$ 2단계

답 $x=3$, $y=2$

단계	채점 요소	비율
1	a, b의 값 구하기	60 %
2	처음 연립방정식의 해 구하기	40 %

528 주어진 연립방정식에서 a와 b를 바꾸어 놓으면

$\begin{cases} bx-ay=29 \\ ax-by=-11 \end{cases}$

이 연립방정식의 해가 $x=5$, $y=3$이므로 대입하면

$\begin{cases} 5b-3a=29 \\ 5a-3b=-11 \end{cases}$, 즉 $\begin{cases} -3a+5b=29 & \cdots\cdots ㉠ \\ 5a-3b=-11 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$\times3+$㉡$\times5$를 하면

$16a=32$ $\quad\therefore a=2$

$a=2$를 ㉡에 대입하면 $\quad 5\times2-3b=-11$

$-3b=-21$ $\quad\therefore b=7$

따라서 처음 연립방정식은 $\begin{cases} 2x-7y=29 & \cdots\cdots ㉢ \\ 7x-2y=-11 & \cdots\cdots ㉣ \end{cases}$

㉢$\times2-$㉣$\times7$을 하면

$-45x=135$ $\quad\therefore x=-3$

$x=-3$을 ㉣에 대입하면 $\quad 7\times(-3)-2y=-11$

$-2y=10$ $\quad\therefore y=-5$ 답 $x=-3$, $y=-5$

529 주어진 연립방정식에서 c를 d로 바꾸어 놓으면

$\begin{cases} ax+by=-2 \\ dx-3y=39 \end{cases}$

이 연립방정식의 해가 $x=10$, $y=-3$이므로 대입하면

$\begin{cases} 10a-3b=-2 & \cdots\cdots ㉠ \\ 10d+9=39 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

또 주어진 연립방정식 $\begin{cases} ax+by=-2 \\ cx-3y=39 \end{cases}$를 바르게 풀었을 때의 해가 $x=-6$, $y=1$이므로 대입하면

$\begin{cases} -6a+b=-2 & \cdots\cdots ㉢ \\ -6c-3=39 & \cdots\cdots ㉣ \end{cases}$

㉠$+$㉢$\times3$을 하면

$-8a=-8$ $\quad\therefore a=1$

$a=1$을 ㉢에 대입하면

$-6+b=-2$ $\quad\therefore b=4$

㉡에서 $\quad 10d=30$ $\quad\therefore d=3$

㉣에서 $\quad -6c=42$ $\quad\therefore c=-7$

$\therefore ac+bd=1\times(-7)+4\times3=5$ 답 ①

유형 104 해가 무수히 많은 연립방정식 본책 115쪽

방법 ① x의 계수, y의 계수, 상수항 중 하나를 같게 하였을 때, 나머지도 모두 같아야 한다.

방법 ② $\begin{cases} ax+by=c \\ a'x+b'y=c' \end{cases}$에서 $\quad \dfrac{a}{a'}=\dfrac{b}{b'}=\dfrac{c}{c'}$

530 ① 연립방정식의 해는 $\quad x=0$, $y=5$

② 연립방정식의 해는 $\quad x=\dfrac{3}{2}$, $y=0$

④ $\begin{cases} 3x-4y=-7 \\ 9x-12y=-14 \end{cases}$에서 $\quad \begin{cases} 9x-12y=-21 \\ 9x-12y=-14 \end{cases}$

즉 해가 없다.

따라서 해가 무수히 많은 것은 ③, ⑤이다. 답 ③, ⑤

531 $\begin{cases} (a+5)x+2y=-5 & \cdots\cdots ㉠ \\ 6x-(b-1)y=10 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$\times(-2)$를 하면

$-2(a+5)x-4y=10$ ······ ㉢

해가 무수히 많으므로 ㉡과 ㉢에서 x의 계수와 y의 계수가 각각 같다.

따라서 $6=-2(a+5)$, $-(b-1)=-4$이므로

$a=-8$, $b=5$ $\quad\therefore a+b=-8+5=-3$

답 ①

532 $\begin{cases} ax-9y=6 & \cdots\cdots ㉠ \\ x+3y=b & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉡$\times(-3)$을 하면

$-3x-9y=-3b$ ······ ㉢

해가 무수히 많으므로 ㉠과 ㉢에서 x의 계수와 상수항이 각각 같다.

즉 $a=-3$, $6=-3b$이므로 $\quad a=-3$, $b=-2$ ··· 1단계

따라서 $a=-3$, $b=-2$를 $ax+by=-10$에 대입하면

$-3x-2y=-10$, 즉 $3x+2y=10$

이때 x, y는 자연수이므로 구하는 해는

$x=2$, $y=2$ ··· 2단계

답 $x=2$, $y=2$

단계	채점 요소	비율
1	a, b의 값 구하기	60 %
2	일차방정식의 자연수인 해 구하기	40 %

유형 105 해가 없는 연립방정식

본책 115쪽

방법① x, y의 계수 중 하나를 같게 하였을 때, x, y의 계수는 각각 같고 상수항은 달라야 한다.

방법② $\begin{cases} ax+by=c \\ a'x+b'y=c' \end{cases}$에서 $\quad \dfrac{a}{a'}=\dfrac{b}{b'}\neq\dfrac{c}{c'}$

533 ㄱ. $3x-6y+1=0$에서 $\quad 3x-6y=-1$

ㄴ. $y=-\dfrac{1}{2}x+\dfrac{1}{6}$에서 $\quad 3x+6y=1$

ㄷ. $3x+6y-1=0$에서 $\quad 3x+6y=1$

ㄹ. $y=\dfrac{1}{2}x+1$에서 $\quad 3x-6y=-6$

따라서 해가 없는 것은 ㄱ, ㄹ이다.

답 ②

534 $\begin{cases} -2x+5y=3 & \cdots\cdots ㉠ \\ 10x+(4a+3)y=-8 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$\times(-5)$를 하면

$10x-25y=-15$ ······ ㉢

해가 없으므로 ㉡과 ㉢에서 x의 계수와 y의 계수는 각각 같고 상수항은 다르다.

따라서 $4a+3=-25$이므로 $\quad 4a=-28$

$\therefore a=-7$

답 -7

535 $\begin{cases} x+ay=2 & \cdots\cdots ㉠ \\ 4x+8y=b & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$\times4$를 하면

$4x+4ay=8$ ······ ㉢

해가 없으므로 ㉡과 ㉢에서 x의 계수와 y의 계수는 각각 같고 상수항은 다르다.

따라서 $8=4a$, $b\neq8$이므로 $\quad a=2$, $b\neq8$

이때 a, b는 한 자리 자연수이므로 a, b의 순서쌍 (a, b)는

$(2, 1)$, $(2, 2)$, $(2, 3)$, $(2, 4)$,

$(2, 5)$, $(2, 6)$, $(2, 7)$, $(2, 9)$

의 8개이다.

답 ④

만점 유형 도전하기

본책 116~117쪽

536 전략 미지수가 2개인 일차방정식 및 연립방정식의 뜻을 알고, 각각의 해를 구해 본다.

경호: $x+5y=x-y-3$에서 $\quad 6y+3=0$

즉 미지수가 2개인 일차방정식이 아니다.

재연: 주어진 방정식에서

$\begin{cases} \dfrac{x-2}{2}=\dfrac{x+y-14}{5} \\ \dfrac{x-2}{2}=\dfrac{-x+y-19}{4} \end{cases}$, 즉

$\begin{cases} 3x-2y=-18 & \cdots\cdots ㉠ \\ 3x-y=-15 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$-$㉡을 하면 $\quad -y=-3 \quad \therefore y=3$

$y=3$을 ㉡에 대입하면

$3x-3=-15$, $\quad 3x=-12 \quad \therefore x=-4$

$\therefore xy=(-4)\times3=-12$

따라서 잘못 말한 사람은 경호, 재연이다.

답 풀이 참조

537 전략 삼각형의 둘레의 길이가 17 cm임을 이용하여 x, y에 대한 일차방정식을 세운 후, 삼각형이 되기 위한 조건을 이용한다.

둘레의 길이가 17 cm이므로

$x+x+y=17 \quad \therefore 2x+y=17$

이때 x, y는 자연수이므로 $2x+y=17$을 만족시키는 x, y의 순서쌍 (x, y)는

$(1, 15)$, $(2, 13)$, $(3, 11)$, $(4, 9)$,

$(5, 7)$, $(6, 5)$, $(7, 3)$, $(8, 1)$

그런데 $(1, 15)$, $(2, 13)$, $(3, 11)$, $(4, 9)$인 경우에는 삼각형이 만들어지지 않으므로 구하는 이등변삼각형의 개수는 4이다.

답 $2x+y=17$, 4

만점 공략 노트

세 변의 길이가 주어졌을 때 삼각형이 될 수 있는 조건

➜ (가장 긴 변의 길이)$<$(나머지 두 변의 길이의 합)

538 전략 주어진 두 등식에서 지수법칙을 이용하여 x, y에 대한 연립방정식을 세운다.

$3^{x+1}\times9^{y-1}=27^2$에서 $\quad 3^{x+1}\times(3^2)^{y-1}=(3^3)^2$

$3^{x+1}\times3^{2y-2}=3^6, \quad 3^{x+2y-1}=3^6$

$x+2y-1=6 \quad \therefore x+2y=7 \quad \cdots\cdots$ ㉠

$25^{2x}\div125^y=5^6$에서 $\quad (5^2)^{2x}\div(5^3)^y=5^6$

$5^{4x}\div5^{3y}=5^6, \quad 5^{4x-3y}=5^6$

$\therefore 4x-3y=6 \quad \cdots\cdots$ ㉡

㉠$\times4-$㉡을 하면

$11y=22 \quad \therefore y=2$

$y=2$를 ㉠에 대입하면

$x+2\times2=7 \quad \therefore x=3$

$x=3$, $y=2$를 $kx-2y=k+6$에 대입하면

$3k-2\times2=k+6, \quad 2k=10 \quad \therefore k=5$

답 5

만점 공략 노트

m, n이 자연수일 때

(1) $a^m\times a^n=a^{m+n}$

(2) $(a^m)^n=a^{mn}$

(3) $a^m\div a^n=\begin{cases} a^{m-n} & (m>n) \\ 1 & (m=n) \\ \dfrac{1}{a^{n-m}} & (m<n)\end{cases}$ (단, $a\neq0$)

(4) $(ab)^m=a^mb^m$, $\left(\dfrac{a}{b}\right)^m=\dfrac{a^m}{b^m}$ (단, $b\neq0$)

539 전략 먼저 연립방정식의 해가 무수히 많을 조건을 이용하여 a, b의 값을 구한다.

$\begin{cases} ax-4by=12 \\ (b-3)x+(a-2)y=-3 \end{cases}$에서

$\begin{cases} ax-4by=12 \\ -4(b-3)x-4(a-2)y=12 \end{cases}$

해가 무수히 많으므로

$a=-4(b-3), \ -4b=-4(a-2)$

$\therefore \begin{cases} a+4b=12 & \cdots\cdots ㉠ \\ a-b=2 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$-$㉡을 하면 $\quad 5b=10 \quad \therefore b=2$

$b=2$를 ㉡에 대입하면 $\quad a-2=2 \quad \therefore a=4$

$a=4$, $b=2$를 $(3a-b+k)x+k-5=0$에 대입하면

$(3\times4-2+k)x+k-5=0, \quad (10+k)x=5-k$

이 방정식의 해가 없으므로

$10+k=0, \ 5-k\neq0 \quad \therefore k=-10, \ k\neq5$

$\therefore a+b-k=4+2-(-10)=16$

답 16

만점 공략 노트

특수한 해를 갖는 방정식

x에 대한 방정식 $ax=b$에서

(1) 해가 무수히 많다. ➜ $a=0$, $b=0$

(2) 해가 없다. ➜ $a=0$, $b\neq0$

540 전략 광고 시간이 20초인 상품의 개수를 x, 25초인 상품의 개수를 y로 놓고 x, y에 대한 일차방정식을 세운다.

100분짜리 영화를 방송할 때, 광고를 방송하는 시간은

$100\times\dfrac{12}{100}=12$ (분), 즉 720초

광고 시간이 20초인 상품의 개수를 x, 25초인 상품의 개수를 y라 하면

$20x+25y=720 \quad \therefore 4x+5y=144$

이때 x, y는 자연수이므로 $4x+5y=144$를 만족시키는 x, y의 순서쌍 (x, y)는

$(1, 28), (6, 24), (11, 20), (16, 16),$

$(21, 12), (26, 8), (31, 4)$

따라서 광고할 수 있는 상품의 최대 개수는

$31+4=35$

답 35

541 전략 $x:y:z$를 가장 간단한 자연수의 비로 나타낸 후 최소공배수가 120임을 이용한다.

$\begin{cases} x+2y-4z=0 & \cdots\cdots ㉠ \\ 7x-4y+2z=0 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$\times2+$㉡을 하면 $\quad 9x-6z=0 \quad \therefore x=\dfrac{2}{3}z$

$x=\dfrac{2}{3}z$를 ㉠에 대입하면

$\dfrac{2}{3}z+2y-4z=0, \quad 2y=\dfrac{10}{3}z \quad \therefore y=\dfrac{5}{3}z$

이때 $x:y:z=\dfrac{2}{3}z:\dfrac{5}{3}z:z=2:5:3$이므로

$x=2k$, $y=5k$, $z=3k$ (k는 자연수)라 하자.

세 자연수 $2k$, $5k$, $3k$의 최소공배수가 120이므로

$30k=120 \quad \therefore k=4$

따라서 $x=8$, $y=20$, $z=12$이므로

$x-2y+z=8-2\times20+12=-20$

답 -20

542 전략 $\dfrac{1}{x+1}=A$, $\dfrac{1}{y-1}=B$로 놓고 A, B에 대한 연립방정식을 세운다.

$\dfrac{1}{x+1}=A$, $\dfrac{1}{y-1}=B$로 놓으면 주어진 연립방정식은

$\begin{cases} 5A+8B=-1 & \cdots\cdots ㉠ \\ A-2B=-2 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$-$㉡$\times5$를 하면

$18B=9 \quad \therefore B=\dfrac{1}{2}$

$B=\dfrac{1}{2}$을 ㉡에 대입하면

$A-2\times\dfrac{1}{2}=-2 \quad \therefore A=-1$

즉 $\dfrac{1}{x+1}=-1$, $\dfrac{1}{y-1}=\dfrac{1}{2}$이므로

$x+1=-1, \ y-1=2 \quad \therefore x=-2, \ y=3$

따라서 $a=-2$, $b=3$이므로

$3a+b=3\times(-2)+3=-3$

답 -3

543 전략 주어진 기호의 약속에 따라 경우를 나누어 연립방정식을 세운다.

(i) $x>y$일 때, $x\triangle y=x$, $x\nabla y=y$이므로

$\begin{cases} x=2x-3y+1 \\ y=3x-4y-9 \end{cases}$, 즉 $\begin{cases} x-3y=-1 & \cdots\cdots ㉠ \\ 3x-5y=9 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$\times 3-$㉡을 하면

$-4y=-12 \quad \therefore y=3$

$y=3$을 ㉠에 대입하면

$x-3\times 3=-1 \quad \therefore x=8$

(ii) $x=y$일 때, $x\triangle y=x$, $x\nabla y=x$이므로

$\begin{cases} x=2x-3y+1 \\ x=3x-4y-9 \end{cases}$, 즉 $\begin{cases} x-3y=-1 & \cdots\cdots ㉢ \\ 2x-4y=9 & \cdots\cdots ㉣ \end{cases}$

㉢$\times 2-$㉣을 하면

$-2y=-11 \quad \therefore y=\frac{11}{2}$

$y=\frac{11}{2}$을 ㉢에 대입하면

$x-3\times\frac{11}{2}=-1 \quad \therefore x=\frac{31}{2}$

그런데 $x\neq y$이므로 조건을 만족시키지 않는다.

(iii) $x<y$일 때, $x\triangle y=y$, $x\nabla y=x$이므로

$\begin{cases} y=2x-3y+1 \\ x=3x-4y-9 \end{cases}$, 즉 $\begin{cases} 2x-4y=-1 \\ 2x-4y=9 \end{cases}$

즉 해가 없다.

이상에서 주어진 연립방정식의 해는

$x=8$, $y=3$ 답 $x=8$, $y=3$

시험 만점 완성하기

본책 118~121쪽

544 전략 주어진 식의 모든 항을 좌변으로 이항하여 정리한 식이 $ax+by+c=0$ (a, b, c는 상수, $a\neq 0$, $b\neq 0$)의 꼴임을 이용한다.

$5x-3y+1=x+(a-4)y-2$에서

$4x+(-a+1)y+3=0$

이 식이 미지수가 2개인 일차방정식이 되려면

$-a+1\neq 0 \quad \therefore a\neq 1$

따라서 a의 값이 될 수 없는 것은 ③이다. 답 ③

545 전략 먼저 $x=4$, $y=-1$을 일차방정식에 대입하여 a의 값을 구한다.

$x=4$, $y=-1$을 $x-ay=9$에 대입하면

$4+a=9 \quad \therefore a=5$

따라서 $x=b$, $y=-3$을 $x-5y=9$에 대입하면

$b-5\times(-3)=9 \quad \therefore b=-6$

$\therefore a+b=5+(-6)=-1$ 답 ②

546 전략 먼저 주어진 해를 한 일차방정식에 대입하여 a의 값을 구한다.

$x=a-2$, $y=a+1$을 $5x-2y=-18$에 대입하면

$5(a-2)-2(a+1)=-18$

$3a=-6 \quad \therefore a=-2$

따라서 $x=-4$, $y=-1$을 $bx+y=23$에 대입하면

$-4b-1=23$, $\quad -4b=24 \quad \therefore b=-6$

$\therefore ab=(-2)\times(-6)=12$ 답 ④

547 전략 x 또는 y를 없애기 위한 식을 생각해 본다.

③ y를 없애려면 ㉠$\times 4+$㉡$\times 3$을 한다.

④ ㉠$\times 4+$㉡$\times 3$을 하면

$11x=88 \quad \therefore x=8$

⑤ $x=8$을 ㉡에 대입하면 $\quad 8-4y=20$

$-4y=12 \quad \therefore y=-3$

따라서 옳지 않은 것은 ③이다. 답 ③

548 전략 가감법을 이용하여 y를 없애고, x를 a에 대한 식으로 나타낸다.

$\begin{cases} ax+by=9 & \cdots\cdots ㉠ \\ 3x-by=2 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$+$㉡을 하면

$(a+3)x=11 \quad \therefore x=\frac{11}{a+3}$

$x=\frac{11}{a+3}$이 자연수이므로

$a+3=1$ 또는 $a+3=11$

$\therefore a=-2$ 또는 $a=8$

이때 a는 자연수이므로

$a=8 \quad \therefore x=1$

$x=1$을 ㉡에 대입하면 $\quad 3-by=2$

$-by=-1 \quad \therefore y=\frac{1}{b}$

이때 b와 y는 모두 자연수이므로

$b=1$, $y=1$

$\therefore a-2b=8-2\times 1=6$ 답 ①

549 전략 각각의 일차방정식의 괄호를 풀고 동류항끼리 정리한 후 연립방정식을 푼다.

주어진 연립방정식을 정리하면

$\begin{cases} 6x+5y=14 & \cdots\cdots ㉠ \\ -2x+13y=-34 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$+$㉡$\times 3$을 하면

$44y=-88 \quad \therefore y=-2$

$y=-2$를 ㉠에 대입하면 $\quad 6x+5\times(-2)=14$

$6x=24 \quad \therefore x=4$

따라서 $a=4$, $b=-2$이므로 $ax=b$에 대입하면

$4x=-2 \quad \therefore x=-\frac{1}{2}$ 답 ③

550 전략 주어진 연립방정식의 양변에 적당한 수를 곱하여 계수를 정수로 고쳐서 푼다.

$\begin{cases} 0.3x-0.1y=0.4 & \cdots\cdots ㉠ \\ \dfrac{x+y}{2}=\dfrac{7x-2y+1}{3} & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠×10, ㉡×6을 하여 정리하면

$\begin{cases} 3x-y=4 & \cdots\cdots ㉢ \\ 11x-7y=-2 & \cdots\cdots ㉣ \end{cases}$

㉢×7−㉣을 하면 $10x=30$ $\therefore x=3$

$x=3$을 ㉢에 대입하면

$3\times3-y=4$ $\therefore y=5$

따라서 $a=3$, $b=5$이므로 $\begin{cases} ax+by=1 \\ bx+ay=-9 \end{cases}$에 대입하면

$\begin{cases} 3x+5y=1 & \cdots\cdots ㉤ \\ 5x+3y=-9 & \cdots\cdots ㉥ \end{cases}$

㉤×5−㉥×3을 하면 $16y=32$ $\therefore y=2$

$y=2$를 ㉤에 대입하면 $3x+5\times2=1$

$3x=-9$ $\therefore x=-3$

답 ②

551 전략 비례식에서 외항의 곱과 내항의 곱은 같음을 이용하여 비례식을 일차방정식으로 고쳐서 푼다.

$\begin{cases} 7x+6y=11 & \cdots\cdots ㉠ \\ (x+4):(2y-1)=3:5 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉡에서 $5(x+4)=3(2y-1)$

$\therefore 5x-6y=-23$ ⋯⋯ ㉢

㉠+㉢을 하면 $12x=-12$ $\therefore x=-1$

$x=-1$을 ㉠에 대입하면 $7\times(-1)+6y=11$

$6y=18$ $\therefore y=3$

$\therefore 2x+3y=2\times(-1)+3\times3=7$

답 ⑤

552 전략 주어진 방정식을 $\begin{cases} A=B \\ A=C \end{cases}$의 꼴의 연립방정식으로 고쳐서 푼다.

주어진 방정식에서

$\begin{cases} x+y+1=2x+3y-15 \\ x+y+1=3x-y-1 \end{cases}$, 즉 $\begin{cases} x+2y=16 & \cdots\cdots ㉠ \\ x-y=1 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠−㉡을 하면 $3y=15$ $\therefore y=5$

$y=5$를 ㉡에 대입하면

$x-5=1$ $\therefore x=6$

ㄱ. $\begin{cases} -x+4y=14 & \cdots\cdots ㉢ \\ x-3y=-9 & \cdots\cdots ㉣ \end{cases}$

㉢+㉣을 하면 $y=5$

$y=5$를 ㉣에 대입하면

$x-3\times5=-9$ $\therefore x=6$

ㄴ. $xy=6\times5=30$

따라서 8의 배수가 아니다.

ㄷ. $\dfrac{y}{x}=\dfrac{5}{6}=\dfrac{5}{2\times3}$이므로 순환소수로 나타낼 수 있다.

이상에서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다.

답 ③

553 전략 주어진 해를 각각의 일차방정식에 대입하여 새로운 연립방정식을 세운다.

$x=-5$, $y=3$을 주어진 연립방정식에 대입하면

$\begin{cases} -5a-3b=-4 \\ -5b-3a=-12 \end{cases}$, 즉 $\begin{cases} 5a+3b=4 & \cdots\cdots ㉠ \\ 3a+5b=12 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠×5−㉡×3을 하면

$16a=-16$ $\therefore a=-1$

$a=-1$을 ㉠에 대입하면 $5\times(-1)+3b=4$

$3b=9$ $\therefore b=3$

$\therefore ab=(-1)\times3=-3$

답 ②

554 전략 x, y 이외의 미지수가 존재하지 않는 두 일차방정식으로 연립방정식을 세운다.

$\begin{cases} x=-3y & \cdots\cdots ㉠ \\ \dfrac{x}{6}+\dfrac{y+3}{4}=0 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉡×12를 하여 정리하면

$2x+3y=-9$ ⋯⋯ ㉢

㉠을 ㉢에 대입하면 $2\times(-3y)+3y=-9$

$-3y=-9$ $\therefore y=3$

$y=3$을 ㉠에 대입하면 $x=-3\times3=-9$

$x=-9$, $y=3$을 $4x+ky=-k$에 대입하면

$4\times(-9)+3k=-k$, $4k=36$

$\therefore k=9$

답 ④

555 전략 x, y에 대한 조건을 식으로 나타낸 후 연립방정식을 세운다.

y의 절댓값이 x의 절댓값의 2배이므로

$y=2x$ 또는 $y=-2x$

(ⅰ) $y=2x$일 때, $\begin{cases} y=2x & \cdots\cdots ㉠ \\ 3x-2y=-7 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠을 ㉡에 대입하면

$3x-2\times2x=-7$ $\therefore x=7$

$x=7$을 ㉠에 대입하면 $y=2\times7=14$

$x=7$, $y=14$를 $x+ay=-21$에 대입하면

$7+14a=-21$, $14a=-28$

$\therefore a=-2$

(ⅱ) $y=-2x$일 때, $\begin{cases} y=-2x & \cdots\cdots ㉢ \\ 3x-2y=-7 & \cdots\cdots ㉣ \end{cases}$

㉢을 ㉣에 대입하면 $3x-2\times(-2x)=-7$

$7x=-7$ $\therefore x=-1$

$x=-1$을 ㉢에 대입하면 $y=-2\times(-1)=2$

$x=-1$, $y=2$를 $x+ay=-21$에 대입하면

$-1+2a=-21$, $2a=-20$

$\therefore a=-10$

(ⅰ), (ⅱ)에서 모든 a의 값의 곱은

$(-2)\times(-10)=20$

답 ⑤

556 전략 x, y 이외의 미지수가 존재하지 않는 두 일차방정식으로 연립방정식을 세운다.

$\begin{cases} 8x-3y=5 & \cdots\cdots ㉠ \\ 0.03x+0.02y=-0.2 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉡$\times100$을 하면 $3x+2y=-20$ ······ ㉢

㉠$\times2+$㉢$\times3$을 하면 $25x=-50$ $\therefore x=-2$

$x=-2$를 ㉠에 대입하면 $8\times(-2)-3y=5$

$-3y=21$ $\therefore y=-7$

$x=-2$, $y=-7$을 $4x+y=3m$에 대입하면

$4\times(-2)-7=3m$ $\therefore m=-5$

$x=-2$, $y=-7$을 $7x+ny=14$에 대입하면

$7\times(-2)-7n=14$, $-7n=28$ $\therefore n=-4$

$\therefore m-n=-5-(-4)=-1$

답 ②

557 전략 한 일차방정식에 적당한 수를 곱하였을 때, 두 일차방정식이 같아지면 연립방정식의 해는 무수히 많다.

$\begin{cases} (a+1)x+(b-3)y=5 \\ 3bx+2ay=10 \end{cases}$에서

$\begin{cases} 2(a+1)x+2(b-3)y=10 \\ 3bx+2ay=10 \end{cases}$

해가 무수히 많으므로

$2(a+1)=3b$, $2(b-3)=2a$

$\therefore \begin{cases} 2a-3b=-2 & \cdots\cdots ㉠ \\ 2a-2b=-6 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$-$㉡을 하면 $-b=4$ $\therefore b=-4$

$b=-4$를 ㉠에 대입하면 $2a-3\times(-4)=-2$

$2a=-14$ $\therefore a=-7$

$\therefore a+b=-7+(-4)=-11$

답 ①

558 전략 주어진 기호의 약속에 따라 일차방정식을 구한다.

$(x-3)◎(2y+1)=9$에서 $5(x-3)+(2y+1)=9$

$\therefore 5x+2y=23$

따라서 x, y의 순서쌍 (x, y)는 $(1, 9)$, $(3, 4)$

답 $(1, 9)$, $(3, 4)$

559 전략 두 일차방정식을 연립하여 x, y를 k에 대한 식으로 나타낸다.

$\begin{cases} y=x-k & \cdots\cdots ㉠ \\ x+2y=7k & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠을 ㉡에 대입하면 $x+2(x-k)=7k$

$3x=9k$ $\therefore x=3k$

$x=3k$를 ㉠에 대입하면 $y=3k-k=2k$

$x=3k$, $y=2k$를 $\dfrac{7x-3y}{x+y}$에 대입하면

$\dfrac{7\times3k-3\times2k}{3k+2k}=\dfrac{15k}{5k}=3$

답 3

560 전략 순환소수를 분수로 고쳐서 나타낸다.

$\begin{cases} 0.\dot{4}(x-1)+1.\dot{2}y=-0.\dot{1} & \cdots\cdots ㉠ \\ 0.0\dot{3}x+0.1\dot{6}y=0.1 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠에서 $\dfrac{4}{9}(x-1)+\dfrac{11}{9}y=-\dfrac{1}{9}$

양변에 9를 곱하여 정리하면

$4x+11y=3$ ······ ㉢

㉡에서 $\dfrac{3}{90}x+\dfrac{15}{90}y=\dfrac{1}{10}$

양변에 90을 곱하여 정리하면

$x+5y=3$ ······ ㉣

㉢$-$㉣$\times4$를 하면 $-9y=-9$ $\therefore y=1$

$y=1$을 ㉣에 대입하면 $x+5=3$ $\therefore x=-2$

따라서 $a=-2$, $b=1$이므로

$a-b=-2-1=-3$

답 -3

561 전략 $A=B=C$의 꼴의 방정식은 세 연립방정식

$\begin{cases} A=B \\ A=C \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} A=B \\ B=C \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} A=C \\ B=C \end{cases}$

중 가장 간단한 것을 선택하여 푼다.

주어진 방정식에서

$\begin{cases} \dfrac{6x-7y-1}{5}=-3 \\ 0.25x+0.5y+0.75=-3 \end{cases}$, 즉

$\begin{cases} 6x-7y=-14 & \cdots\cdots ㉠ \\ x+2y=-15 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$-$㉡$\times6$을 하면 $-19y=76$ $\therefore y=-4$

$y=-4$를 ㉡에 대입하면 $x+2\times(-4)=-15$ $\therefore x=-7$

$x=-7$, $y=-4$를 $3x+ky=19$에 대입하면

$3\times(-7)-4k=19$, $-4k=40$

$\therefore k=-10$

답 -10

562 전략 한 연립방정식의 해를 $x=m$, $y=n$이라 하고 두 일차방정식을 m, n에 대한 식으로 나타낸다.

$\begin{cases} 6x+y=2 & \cdots\cdots ㉠ \\ 5x+ay=13 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

의 해를 $x=m$, $y=n$이라 하자.

$x=m$, $y=n$을 ㉠에 대입하면 $6m+n=2$ ······ ㉢

$\begin{cases} x+by=8 & \cdots\cdots ㉣ \\ -3x+8y=-20 & \cdots\cdots ㉤ \end{cases}$

의 해는 $x=m+3$, $y=n+3$이므로 ㉤에 대입하면

$-3(m+3)+8(n+3)=-20$, 즉

$3m-8n=35$ ······ ㉥

㉢$-$㉥$\times2$를 하면 $17n=-68$ $\therefore n=-4$

$n=-4$를 ㉢에 대입하면 $6m-4=2$

$6m=6$ $\therefore m=1$

$x=1$, $y=-4$를 ㉡에 대입하면

$5-4a=13$, $-4a=8$ $\therefore a=-2$

$x=4$, $y=-1$을 ㉣에 대입하면 $4-b=8$ $\therefore b=-4$

$\therefore ab=(-2)\times(-4)=8$

답 8

563 전략 연립방정식에서 두 일차방정식의 y의 계수가 같아지도록 한 방정식의 양변에 적당한 수를 곱한다.

$\begin{cases} ax+2y=b \\ -9x+6y=-12 \end{cases}$에서 $\begin{cases} 3ax+6y=3b \\ -9x+6y=-12 \end{cases}$

해가 없으므로

$3a=-9,\ 3b\neq-12$

$\therefore a=-3,\ b\neq-4$

$a=-3$을 $ax+2y=b$에 대입하면

$-3x+2y=b$

이 일차방정식의 한 해가 $x=-2,\ y=9$이므로 대입하면

$b=-3\times(-2)+2\times9=24$

$\therefore a+b=-3+24=21$

답 21

564 전략 주어진 일차방정식의 y에 자연수 1, 2, 3, …을 차례대로 대입하여 x도 자연수가 되는 경우를 먼저 찾는다.

조건 (가)에서 $x+3y=19$를 만족시키는 $x,\ y$의 순서쌍 $(x,\ y)$는

$(16,\ 1),\ (13,\ 2),\ (10,\ 3),$

$(7,\ 4),\ (4,\ 5),\ (1,\ 6)$ … 1단계

조건 (나)에서 두 자연수 $x,\ y$의 최소공배수가 20이므로

$x=4,\ y=5$ … 2단계

$\therefore x+y=4+5=9$ … 3단계

답 9

단계	채점 요소	배점
1	조건 (가)를 만족시키는 $x,\ y$의 순서쌍 $(x,\ y)$ 구하기	2점
2	$x,\ y$의 값 구하기	2점
3	$x+y$의 값 구하기	1점

565 전략 먼저 주어진 해를 일차방정식에 대입하여 k의 값을 구한다.

$x=6,\ y=8$을 $5x+ky=k+9$에 대입하면

$5\times6+8k=k+9,\quad 7k=-21$

$\therefore k=-3$ … 1단계

$\begin{cases} 7x-2y=7 & \cdots\cdots ㉠ \\ 4x-3y=17 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$\times3-$㉡$\times2$를 하면

$13x=-13\quad \therefore x=-1$

$x=-1$을 ㉠에 대입하면 $7\times(-1)-2y=7$

$-2y=14\quad \therefore y=-7$

따라서 $a=-1,\ b=-7$이므로 … 2단계

$a^2+b^2=(-1)^2+(-7)^2=50$ … 3단계

답 50

단계	채점 요소	배점
1	k의 값 구하기	2점
2	$a,\ b$의 값 구하기	3점
3	a^2+b^2의 값 구하기	1점

566 전략 지수법칙을 이용하여 $x,\ y$에 대한 일차방정식을 세운다.

$2^x\times16^y=8^6$에서 $2^x\times(2^4)^y=(2^3)^6$

$2^x\times2^{4y}=2^{18},\quad 2^{x+4y}=2^{18}$

$\therefore x+4y=18$ … 1단계

$\begin{cases} x+4y=18 & \cdots\cdots ㉠ \\ 9x-4y=2 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠+㉡을 하면 $10x=20\quad \therefore x=2$

$x=2$를 ㉠에 대입하면 $2+4y=18$

$4y=16\quad \therefore y=4$ … 2단계

$x=2,\ y=4$를 $ax+y=-6$에 대입하면

$2a+4=-6,\quad 2a=-10$

$\therefore a=-5$ … 3단계

답 -5

단계	채점 요소	배점
1	지수법칙을 이용하여 일차방정식 세우기	2점
2	연립방정식의 해 구하기	3점
3	a의 값 구하기	1점

567 전략 먼저 바르게 본 일차방정식에 $y=9$를 대입하여 x의 값을 구한다.

$y=9$를 $5x+y=-1$에 대입하면

$5x+9=-1,\quad 5x=-10$

$\therefore x=-2$ … 1단계

$x=-2,\ y=9$는 $bx-2y=-4$의 해이므로

$-2b-2\times9=-4,\quad -2b=14\quad \therefore b=-7$

이때 b의 값이 a의 값보다 2만큼 크므로

$-7=a+2\quad \therefore a=-9$ … 2단계

따라서 처음 연립방정식은

$\begin{cases} 5x+y=-1 & \cdots\cdots ㉠ \\ -9x-2y=-4 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$\times2+$㉡을 하면 $x=-6$

$x=-6$을 ㉠에 대입하면 $5\times(-6)+y=-1$

$\therefore y=29$ … 3단계

답 $x=-6,\ y=29$

단계	채점 요소	배점
1	x의 값 구하기	1점
2	$a,\ b$의 값 구하기	3점
3	처음 연립방정식의 해 구하기	2점

07 연립일차방정식의 활용

셀프 CHECK

본책 122쪽

A (2) $\begin{cases} x+y=18 \\ 4x+2y=46 \end{cases}$, 즉 $\begin{cases} x+y=18 & \cdots\cdots ㉠ \\ 2x+y=23 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠－㉡을 하면 $-x=-5$ $\therefore x=5$

$x=5$를 ㉠에 대입하면 $5+y=18$ $\therefore y=13$

따라서 고양이는 5마리, 닭은 13마리이다.

답 (1) $\begin{cases} x+y=18 \\ 4x+2y=46 \end{cases}$ (2) 고양이: 5마리, 닭: 13마리

B (2) $\begin{cases} x+y=10 \\ \dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{4}=3 \end{cases}$, 즉 $\begin{cases} x+y=10 & \cdots\cdots ㉠ \\ 4x+3y=36 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠×3－㉡을 하면 $-x=-6$ $\therefore x=6$

$x=6$을 ㉠에 대입하면 $6+y=10$ $\therefore y=4$

따라서 올라간 거리는 6 km, 내려온 거리는 4 km이다.

답 (1) $\begin{cases} x+y=10 \\ \dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{4}=3 \end{cases}$

(2) 올라간 거리: 6 km, 내려온 거리: 4 km

C (2) $\begin{cases} x+y=200 \\ \dfrac{4}{100}x+\dfrac{9}{100}y=\dfrac{7}{100}\times 200 \end{cases}$, 즉

$\begin{cases} x+y=200 & \cdots\cdots ㉠ \\ 4x+9y=1400 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠×4－㉡을 하면 $-5y=-600$ $\therefore y=120$

$y=120$을 ㉠에 대입하면 $x+120=200$ $\therefore x=80$

따라서 4 %의 소금물의 양은 80 g, 9 %의 소금물의 양은 120 g이다.

답 (1) $\begin{cases} x+y=200 \\ \dfrac{4}{100}x+\dfrac{9}{100}y=\dfrac{7}{100}\times 200 \end{cases}$

(2) 4 %의 소금물: 80 g, 9 %의 소금물: 120 g

내신 유형 다지기

본책 123~133쪽

유형 106 수에 대한 문제

본책 123쪽

수에 대한 문제는 다음과 같은 순서로 해결한다.

❶ 두 수를 x, y로 놓는다.

❷ 주어진 조건에 맞게 x, y에 대한 연립방정식을 세운다.

❸ 연립방정식을 풀어 x, y의 값을 구한다.

568 큰 수를 x, 작은 수를 y라 하면

$\begin{cases} x-y=18 & \cdots\cdots ㉠ \\ x=2y-3 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉡을 ㉠에 대입하면 $(2y-3)-y=18$ $\therefore y=21$

$y=21$을 ㉡에 대입하면 $x=2\times 21-3=39$

따라서 두 수의 합은 $39+21=60$

답 ④

569 큰 수를 x, 작은 수를 y라 하면

$\begin{cases} x+y=51 & \cdots\cdots ㉠ \\ x=3y+7 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉡을 ㉠에 대입하면 $(3y+7)+y=51$

$4y=44$ $\therefore y=11$

$y=11$을 ㉡에 대입하면 $x=3\times 11+7=40$

따라서 작은 수는 11이다.

답 11

570 큰 수를 x, 작은 수를 y라 하면

$\begin{cases} x=4y+5 & \cdots\cdots ㉠ \\ 2x=9y+2 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠을 ㉡에 대입하면 $2(4y+5)=9y+2$ $\therefore y=8$

$y=8$을 ㉠에 대입하면 $x=4\times 8+5=37$

따라서 두 수의 차는 $37-8=29$

답 29

571 큰 수를 x, 작은 수를 y라 하면

$\begin{cases} y=\dfrac{1}{3}x+4 \\ 2(x+y)=8(x-y) \end{cases}$, 즉 $\begin{cases} x-3y=-12 & \cdots\cdots ㉠ \\ 3x-5y=0 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠×3－㉡을 하면 $-4y=-36$ $\therefore y=9$

$y=9$를 ㉠에 대입하면 $x-3\times 9=-12$ $\therefore x=15$

따라서 큰 수는 15이다.

답 15

유형 107 자연수에 대한 문제

본책 123쪽

처음 두 자리 자연수의 십의 자리의 숫자를 x, 일의 자리의 숫자를 y라 하면

(1) 처음 수 ➜ $10x+y$

(2) 십의 자리의 숫자와 일의 자리의 숫자를 바꾼 수 ➜ $10y+x$

572 처음 수의 십의 자리의 숫자를 x, 일의 자리의 숫자를 y라 하면

$\begin{cases} x+y=11 \\ 10y+x=(10x+y)-27 \end{cases}$, 즉 $\begin{cases} x+y=11 & \cdots\cdots ㉠ \\ x-y=3 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠＋㉡을 하면 $2x=14$ $\therefore x=7$

$x=7$을 ㉠에 대입하면 $7+y=11$ $\therefore y=4$

따라서 처음 수는 74이다.

답 74

573 처음 수의 십의 자리의 숫자를 x, 일의 자리의 숫자를 y라 하면

$$\begin{cases} 10x+y=5(x+y)-3 \\ 10y+x=(10x+y)+18 \end{cases}, \text{ 즉}$$

$$\begin{cases} 5x-4y=-3 & \cdots\cdots ㉠ \\ x-y=-2 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases} \cdots \text{1단계}$$

㉠$-$㉡$\times 4$를 하면 $x=5$

$x=5$를 ㉡에 대입하면 $5-y=-2$ $\therefore y=7$ … 2단계

따라서 처음 수는 57이다. … 3단계

답 57

단계	채점 요소	비율
1	연립방정식 세우기	50 %
2	연립방정식 풀기	40 %
3	처음 수 구하기	10 %

574 두 자리 자연수의 십의 자리의 숫자를 x, 일의 자리의 숫자를 y라 하면

$$\begin{cases} 2x=y+5 \\ 10y+x=(10x+y)-9 \end{cases}, \text{ 즉 } \begin{cases} 2x-y=5 & \cdots\cdots ㉠ \\ x-y=1 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠$-$㉡을 하면 $x=4$

$x=4$를 ㉡에 대입하면 $4-y=1$ $\therefore y=3$

따라서 등번호는 43이다.

답 43

575 처음 수의 백의 자리의 숫자를 x, 일의 자리의 숫자를 y라 하면

$$\begin{cases} x+6+y=13 \\ 100y+60+x=(100x+60+y)+99 \end{cases}, \text{ 즉}$$

$$\begin{cases} x+y=7 & \cdots\cdots ㉠ \\ x-y=-1 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠$+$㉡을 하면 $2x=6$ $\therefore x=3$

$x=3$을 ㉠에 대입하면 $3+y=7$ $\therefore y=4$

따라서 처음 수는 364이다.

답 364

유형 108 평균에 대한 문제

본책 124쪽

(1) 두 수 a, b의 평균 ➜ $\dfrac{a+b}{2}$

(2) 세 수 a, b, c의 평균 ➜ $\dfrac{a+b+c}{3}$

576 진석이의 몸무게를 x kg, 필규의 몸무게를 y kg이라 하면

$$\begin{cases} \dfrac{x+y}{2}=58 \\ y=x+5 \end{cases}, \text{ 즉 } \begin{cases} x+y=116 & \cdots\cdots ㉠ \\ y=x+5 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$$

㉡을 ㉠에 대입하면

$x+(x+5)=116$, $2x=111$ $\therefore x=55.5$

$x=55.5$를 ㉡에 대입하면 $y=55.5+5=60.5$

따라서 필규의 몸무게는 60.5 kg이다.

답 ②

577 세진이의 키를 x cm, 진희의 키를 y cm라 하면

$$\begin{cases} \dfrac{x+165+y}{3}=164 \\ x=y-7 \end{cases}, \text{ 즉 } \begin{cases} x+y=327 & \cdots\cdots ㉠ \\ x=y-7 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$$

㉡을 ㉠에 대입하면

$(y-7)+y=327$, $2y=334$ $\therefore y=167$

$y=167$을 ㉡에 대입하면 $x=167-7=160$

따라서 세진이의 키는 160 cm이다.

답 160 cm

578 남학생 수를 x, 여학생 수를 y라 하면

$$\begin{cases} x+y=40 \\ \dfrac{78x+83y}{40}=80 \end{cases}, \text{ 즉}$$

$$\begin{cases} x+y=40 & \cdots\cdots ㉠ \\ 78x+83y=3200 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠$\times 78-$㉡을 하면 $-5y=-80$ $\therefore y=16$

$y=16$을 ㉠에 대입하면 $x+16=40$ $\therefore x=24$

따라서 여학생 수는 16이다.

답 ③

유형 109 나이에 대한 문제

본책 124쪽

(1) (a년 후의 나이)$=$(현재의 나이)$+a$

(2) (a년 전의 나이)$=$(현재의 나이)$-a$

579 현재 어머니의 나이를 x살, 딸의 나이를 y살이라 하면

$$\begin{cases} x-y=35 \\ x+7=3(y+7)-9 \end{cases}, \text{ 즉 } \begin{cases} x-y=35 & \cdots\cdots ㉠ \\ x-3y=5 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠$-$㉡을 하면 $2y=30$ $\therefore y=15$

$y=15$를 ㉠에 대입하면 $x-15=35$ $\therefore x=50$

따라서 현재 어머니의 나이는 50살이다.

답 50살

580 현재 이모의 나이를 x살, 병화의 나이를 y살이라 하면

$$\begin{cases} x=2y \\ x-12=5(y-12) \end{cases}, \text{ 즉}$$

$$\begin{cases} x=2y & \cdots\cdots ㉠ \\ x-5y=-48 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases} \cdots \text{1단계}$$

㉠을 ㉡에 대입하면 $2y-5y=-48$

$-3y=-48$ $\therefore y=16$

$y=16$을 ㉠에 대입하면 $x=2\times 16=32$ … 2단계

따라서 현재 이모의 나이는 32살, 병화의 나이는 16살이므로 구하는 합은

$32+16=48$ (살) … 3단계

답 48살

단계	채점 요소	비율
1	연립방정식 세우기	50 %
2	연립방정식 풀기	30 %
3	현재 이모와 병화의 나이의 합 구하기	20 %

07 연립일차방정식의 활용

581 현재 삼촌의 나이를 x살, 아버지의 나이를 y살이라 하면 아버지가 삼촌의 나이였을 때는 현재로부터 $(y-x)$년 전이므로

$$\begin{cases} x+y=84 \\ y-(y-x)=2\{x-(y-x)\}+8 \end{cases}, \text{ 즉}$$

$$\begin{cases} x+y=84 & \cdots\cdots ㉠ \\ 3x-2y=-8 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠$\times 2+$㉡을 하면 $5x=160$ $\quad\therefore x=32$

$x=32$를 ㉠에 대입하면 $32+y=84$ $\quad\therefore y=52$

따라서 현재 삼촌의 나이는 32살이다. 답 ④

유형 110 가격, 개수에 대한 문제

본책 125쪽

A, B의 1개의 가격을 알 때, 전체 개수와 전체 가격이 주어지면 A, B의 개수를 각각 x, y로 놓고 다음을 이용한다.

$$\rightarrow \begin{cases} (\text{A의 개수})+(\text{B의 개수})=(\text{전체 개수}) \\ (\text{A의 전체 가격})+(\text{B의 전체 가격})=(\text{전체 가격}) \end{cases}$$

582 도넛을 x개, 핫도그를 y개 샀다고 하면

$$\begin{cases} x+y=10 \\ 900x+1500y=10800 \end{cases}, \text{ 즉}$$

$$\begin{cases} x+y=10 & \cdots\cdots ㉠ \\ 3x+5y=36 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠$\times 3-$㉡을 하면 $-2y=-6$ $\quad\therefore y=3$

$y=3$을 ㉠에 대입하면 $x+3=10$ $\quad\therefore x=7$

따라서 900원짜리 도넛은 7개 샀다. 답 7개

583 성인 1명의 입장료를 x원, 청소년 1명의 입장료를 y원이라 하면

$$\begin{cases} 3x+5y=19000 & \cdots\cdots ㉠ \\ 7x+10y=41000 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠$\times 2-$㉡을 하면 $-x=-3000$ $\quad\therefore x=3000$

$x=3000$을 ㉠에 대입하면 $3\times 3000+5y=19000$

$5y=10000$ $\quad\therefore y=2000$

따라서 성인 1명의 입장료는 3000원이다. 답 3000원

584 장미를 x송이, 백합을 y송이 샀다고 하면

$$\begin{cases} x+y=16 \\ 2500x+3500y+4000=48000 \end{cases}, \text{ 즉}$$

$$\begin{cases} x+y=16 & \cdots\cdots ㉠ \\ 5x+7y=88 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠$\times 5-$㉡을 하면 $-2y=-8$ $\quad\therefore y=4$

$y=4$를 ㉠에 대입하면 $x+4=16$ $\quad\therefore x=12$

따라서 장미를 12송이, 백합을 4송이 샀으므로 장미를 백합보다 8송이 더 샀다. 답 8송이

585 참치김밥 1개의 가격을 x원, 소고기김밥 1개의 가격을 y원이라 하면 주문 1, 2에서

$$\begin{cases} x+2y=14500 & \cdots\cdots ㉠ \\ 3x+y=18500 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠$\times 3-$㉡을 하면 $5y=25000$ $\quad\therefore y=5000$

$y=5000$을 ㉠에 대입하면

$x+2\times 5000=14500$ $\quad\therefore x=4500$

한편 주문 3에서 야채김밥 3개의 가격이 9000원이므로 야채김밥 1개의 가격은 3000원이다.

따라서 수진이가 지불해야 하는 금액은

$3000+4500=7500$ (원) 답 7500원

유형 111 도형에 대한 문제

본책 125쪽

공식을 이용하여 연립방정식을 세운다.

(1) (직사각형의 둘레의 길이)

$=2\times\{(\text{가로의 길이})+(\text{세로의 길이})\}$

(2) (사다리꼴의 넓이)

$=\dfrac{1}{2}\times\{(\text{윗변의 길이})+(\text{아랫변의 길이})\}\times(\text{높이})$

586 사다리꼴의 윗변의 길이를 x cm, 아랫변의 길이를 y cm라 하면

$$\begin{cases} y=x+6 \\ \dfrac{1}{2}\times(x+y)\times 9=72 \end{cases}, \text{ 즉 } \begin{cases} y=x+6 & \cdots\cdots ㉠ \\ x+y=16 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠을 ㉡에 대입하면 $x+(x+6)=16$

$2x=10$ $\quad\therefore x=5$

$x=5$를 ㉠에 대입하면 $y=5+6=11$

따라서 윗변의 길이는 5 cm이다. 답 5 cm

587 처음 직사각형의 가로의 길이를 x cm, 세로의 길이를 y cm라 하면

$$\begin{cases} 2(x+y)=34 \\ 2\{(x+5)+2y\}=58 \end{cases}, \text{ 즉 } \begin{cases} x+y=17 & \cdots\cdots ㉠ \\ x+2y=24 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠$-$㉡을 하면 $-y=-7$ $\quad\therefore y=7$

$y=7$을 ㉠에 대입하면 $x+7=17$ $\quad\therefore x=10$

따라서 처음 직사각형의 가로의 길이는 10 cm, 세로의 길이는 7 cm이므로 구하는 넓이는

$10\times 7=70\ (\text{cm}^2)$ 답 $70\ \text{cm}^2$

588 정삼각형의 개수를 x, 정오각형의 개수를 y라 하면

$$\begin{cases} 4\times 3\times x+4\times 5\times y=156 \\ x=3y-1 \end{cases}, \text{ 즉}$$

$$\begin{cases} 3x+5y=39 & \cdots\cdots ㉠ \\ x=3y-1 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$$

㉡을 ㉠에 대입하면 $3(3y-1)+5y=39$

$14y=42 \quad \therefore y=3$

$y=3$을 ㉡에 대입하면 $x=3\times3-1=8$

따라서 정삼각형의 개수는 8이다. 답 8

589 작은 직사각형 한 개의 가로의 길이를 x cm, 세로의 길이를 y cm $(x>y)$라 하면

$\begin{cases} 2(x+y)+3x+5y=46 \\ 3x=5y \end{cases}$, 즉

$\begin{cases} 5x+7y=46 & \cdots\cdots ㉠ \\ 3x-5y=0 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$ … 1단계

㉠$\times3-$㉡$\times5$를 하면

$46y=138 \quad \therefore y=3$

$y=3$을 ㉡에 대입하면 $3x-5\times3=0$

$3x=15 \quad \therefore x=5$ … 2단계

따라서 작은 직사각형 한 개의 가로의 길이는 5 cm, 세로의 길이는 3 cm이므로 구하는 둘레의 길이는

$2\times(5+3)=16$ (cm) … 3단계

답 16 cm

단계	채점 요소	비율
1	연립방정식 세우기	50 %
2	연립방정식 풀기	30 %
3	작은 직사각형 한 개의 둘레의 길이 구하기	20 %

유형 112 득점, 감점에 대한 문제

본책 126쪽

맞히면 a점을 얻고 틀리면 b점을 잃을 때, x개 맞히고 y개 틀렸을 때 받은 점수 ➜ $(ax-by)$점

590 하라가 맞힌 문제 수를 x, 틀린 문제 수를 y라 하면

$\begin{cases} x+y=25 & \cdots\cdots ㉠ \\ 4x-y=65 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠+㉡을 하면

$5x=90 \quad \therefore x=18$

$x=18$을 ㉠에 대입하면

$18+y=25 \quad \therefore y=7$

따라서 하라가 맞힌 문제 수는 18이다. 답 ③

591 재근이가 맞힌 문제 수를 x, 틀린 문제 수를 y라 하면

$\begin{cases} x=3y \\ 10x-5y=125 \end{cases}$, 즉 $\begin{cases} x=3y & \cdots\cdots ㉠ \\ 2x-y=25 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠을 ㉡에 대입하면 $2\times3y-y=25$

$5y=25 \quad \therefore y=5$

$y=5$를 ㉠에 대입하면 $x=3\times5=15$

따라서 재근이가 틀린 문제 수는 5이다. 답 5

592 효경이가 민수보다 큰 수를 x번, 작은 수를 y번 뽑았다고 하면

$\begin{cases} 7x+4y=64 & \cdots\cdots ㉠ \\ 4x+7y=46 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$\times4-$㉡$\times7$을 하면 $-33y=-66 \quad \therefore y=2$

$y=2$를 ㉡에 대입하면 $4x+7\times2=46$

$4x=32 \quad \therefore x=8$

따라서 효경이가 민수보다 큰 수를 뽑은 것은 8번이다. 답 ④

유형 113 계단에 대한 문제

본책 126쪽

계단을 올라가는 것은 +로, 내려가는 것은 −로 생각하여 연립방정식을 세운다. 이때 A, B 두 사람이 가위바위보를 하여 A가 이긴 횟수를 x, B가 이긴 횟수를 y라 하면
➜ A가 진 횟수는 y, B가 진 횟수는 x이다.

593 준영이가 이긴 횟수를 x, 순필이가 이긴 횟수를 y라 하면

$\begin{cases} x+y=20 & \cdots\cdots ㉠ \\ 3x-y=16 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠+㉡을 하면 $4x=36 \quad \therefore x=9$

$x=9$를 ㉠에 대입하면 $9+y=20 \quad \therefore y=11$

따라서 준영이가 이긴 횟수는 9이다. 답 9

594 지훈이가 이긴 횟수를 x, 영준이가 이긴 횟수를 y라 하면

$\begin{cases} 2x-y=21 \\ 2y-x=9 \end{cases}$, 즉 $\begin{cases} 2x-y=21 & \cdots\cdots ㉠ \\ -x+2y=9 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$ … 1단계

㉠+㉡$\times2$를 하면 $3y=39 \quad \therefore y=13$

$y=13$을 ㉡에 대입하면 $-x+2\times13=9$

$\therefore x=17$ … 2단계

따라서 두 사람이 가위바위보를 한 횟수는

$17+13=30$ … 3단계

답 30

단계	채점 요소	비율
1	연립방정식 세우기	50 %
2	연립방정식 풀기	30 %
3	가위바위보를 한 횟수 구하기	20 %

595 희정이가 이긴 횟수를 x, 범수가 이긴 횟수를 y라 하면 두 사람이 비긴 횟수는 $25-(x+y)$이므로

$\begin{cases} 3x-2y+\{25-(x+y)\}=23 \\ 3y-2x+\{25-(x+y)\}=8 \end{cases}$, 즉

$\begin{cases} 2x-3y=-2 & \cdots\cdots ㉠ \\ -3x+2y=-17 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$\times3+$㉡$\times2$를 하면 $-5y=-40 \quad \therefore y=8$

$y=8$을 ㉠에 대입하면 $2x-3\times8=-2$

$2x=22 \quad \therefore x=11$

따라서 범수가 이긴 횟수는 8이다. 답 ②

07 연립일차방정식의 활용

유형 114 증가, 감소에 대한 문제

본책 127쪽

증가, 감소에 대한 문제는 다음을 이용하여 연립방정식을 세운다.

x가 a % 증가	변화량	$+\frac{a}{100}x$
	증가한 후의 양	$\left(1+\frac{a}{100}\right)x$
y가 b % 감소	변화량	$-\frac{b}{100}y$
	감소한 후의 양	$\left(1-\frac{b}{100}\right)y$

596 작년의 남학생 수를 x, 여학생 수를 y라 하면

$$\begin{cases} x+y=760 \\ \frac{10}{100}x-\frac{6}{100}y=12 \end{cases},\ 즉\ \begin{cases} x+y=760 & \cdots\cdots ㉠ \\ 5x-3y=600 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠×3+㉡을 하면

$8x=2880 \qquad \therefore x=360$

$x=360$을 ㉠에 대입하면

$360+y=760 \qquad \therefore y=400$

따라서 작년의 남학생 수는 360이다.

답 ①

597 작년의 사과 수확량을 x상자, 귤 수확량을 y상자라 하면

$$\begin{cases} x+y=900 \\ \frac{8}{100}x-\frac{12}{100}y=-38 \end{cases},\ 즉$$

$$\begin{cases} x+y=900 & \cdots\cdots ㉠ \\ 2x-3y=-950 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠×2−㉡을 하면

$5y=2750 \qquad \therefore y=550$

$y=550$을 ㉠에 대입하면

$x+550=900 \qquad \therefore x=350$

따라서 올해 사과의 수확량은

$\left(1+\frac{8}{100}\right)\times 350=378$ (상자)

답 378상자

598 지난달 남자 방문객 수를 x, 여자 방문객 수를 y라 하면

$$\begin{cases} -\frac{10}{100}x+\frac{35}{100}y=\frac{5}{100}(x+y) \\ \left(1+\frac{5}{100}\right)(x+y)=1260 \end{cases},\ 즉$$

$$\begin{cases} x-2y=0 & \cdots\cdots ㉠ \\ x+y=1200 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠−㉡을 하면

$-3y=-1200 \qquad \therefore y=400$

$y=400$을 ㉡에 대입하면

$x+400=1200 \qquad \therefore x=800$

따라서 이번 달 여자 방문객 수는

$\left(1+\frac{35}{100}\right)\times 400=540$

답 540

유형 115 원가, 정가에 대한 문제

본책 127쪽

(1) (정가)=(원가)+(이익)

(2) x원에 a %의 이익을 붙인 가격 ➜ $\left(1+\frac{a}{100}\right)x$원

y원에서 b %를 할인한 가격 ➜ $\left(1-\frac{b}{100}\right)y$원

599 A 상품의 원가를 x원, B 상품의 원가를 y원이라 하면

$$\begin{cases} x+y=30000 \\ \frac{30}{100}x-\frac{20}{100}y=2000 \end{cases},\ 즉$$

$$\begin{cases} x+y=30000 & \cdots\cdots ㉠ \\ 3x-2y=20000 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠×2+㉡을 하면 $\quad 5x=80000 \qquad \therefore x=16000$

$x=16000$을 ㉠에 대입하면 $\quad 16000+y=30000$

$\therefore y=14000$

따라서 A 상품의 판매 가격은

$\left(1+\frac{30}{100}\right)\times 16000=20800$ (원)

답 20800원

600 두 종류의 운동화의 원가를 각각 x원, y원 $(x>y)$이라 하면

$$\begin{cases} x-y=15000 \\ \left(1+\frac{40}{100}\right)x+\left(1+\frac{40}{100}\right)y=91000 \end{cases},\ 즉$$

$$\begin{cases} x-y=15000 & \cdots\cdots ㉠ \\ x+y=65000 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠+㉡을 하면 $\quad 2x=80000 \qquad \therefore x=40000$

$x=40000$을 ㉠에 대입하면 $\quad 40000-y=15000$

$\therefore y=25000$

따라서 더 비싼 운동화의 원가는 40000원이다.

답 ④

601 소설책 1권의 정가를 x원, 문제집 1권의 정가를 y원이라 하면

$$\begin{cases} \left(1-\frac{50}{100}\right)x+2\times\left(1-\frac{30}{100}\right)y=27000 \\ 4\times\left(1-\frac{50}{100}\right)x+\left(1-\frac{30}{100}\right)y=34500 \end{cases},\ 즉$$

$$\begin{cases} 5x+14y=270000 & \cdots\cdots ㉠ \\ 20x+7y=345000 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$$ ··· 1단계

㉠−㉡×2를 하면 $\quad -35x=-420000 \qquad \therefore x=12000$

$x=12000$을 ㉠에 대입하면 $\quad 5\times 12000+14y=270000$

$14y=210000 \qquad \therefore y=15000$ ··· 2단계

따라서 소설책 1권의 정가는 12000원이다. ··· 3단계

답 12000원

단계	채점 요소	비율
1	연립방정식 세우기	50 %
2	연립방정식 풀기	40 %
3	소설책 1권의 정가 구하기	10 %

유형 116 일에 대한 문제

본책 128쪽

① 전체 일의 양을 1로 놓는다.
② 한 사람이 단위 시간(1일, 1시간 등)에 할 수 있는 일의 양을 각각 x, y로 놓고 연립방정식을 세운다.

602 전체 일의 양을 1로 놓고, 호직이와 정한이가 하루에 할 수 있는 일의 양을 각각 x, y라 하면

$$\begin{cases} 6x+3y=1 & \cdots\cdots ㉠ \\ 2x+9y=1 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠×3−㉡을 하면 $16x=2$ $\therefore x=\frac{1}{8}$

$x=\frac{1}{8}$을 ㉡에 대입하면 $2\times\frac{1}{8}+9y=1$

$9y=\frac{3}{4}$ $\therefore y=\frac{1}{12}$

따라서 정한이가 혼자 하면 12일이 걸린다. 답 ⑤

603 물탱크에 물을 가득 채웠을 때의 물의 양을 1로 놓고, A, B 두 호스로 1분 동안 채울 수 있는 물의 양을 각각 x, y라 하면

$$\begin{cases} 8x+8y=1 & \cdots\cdots ㉠ \\ 4x+16y=1 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$$ … 1단계

㉠×2−㉡을 하면 $12x=1$ $\therefore x=\frac{1}{12}$

$x=\frac{1}{12}$을 ㉡에 대입하면 $4\times\frac{1}{12}+16y=1$

$16y=\frac{2}{3}$ $\therefore y=\frac{1}{24}$ … 2단계

따라서 B 호스로만 물탱크에 물을 가득 채우는 데 24분이 걸린다. … 3단계

답 24분

단계	채점 요소	비율
1	연립방정식 세우기	50 %
2	연립방정식 풀기	40 %
3	B 호스로만 물을 가득 채우는 데 걸리는 시간 구하기	10 %

604 전체 일의 양을 1로 놓고, 경지와 도완이가 하루에 할 수 있는 일의 양을 각각 x, y라 하면

$$\begin{cases} x+y=\frac{1}{6} \\ 2(x+y)+3x+6y=1 \end{cases}, \text{ 즉 } \begin{cases} 6x+6y=1 & \cdots\cdots ㉠ \\ 5x+8y=1 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠×4−㉡×3을 하면 $9x=1$ $\therefore x=\frac{1}{9}$

$x=\frac{1}{9}$을 ㉠에 대입하면 $6\times\frac{1}{9}+6y=1$

$6y=\frac{1}{3}$ $\therefore y=\frac{1}{18}$

따라서 경지가 혼자 하면 9일이 걸린다. 답 9일

유형 117 비율에 대한 문제

본책 128쪽

(1) 전체의 $\frac{b}{a}$ ➜ $\frac{b}{a}\times$(전체 수)

(2) 전체의 $a\,\%$ ➜ $\frac{a}{100}\times$(전체 수)

605 남학생 수를 x, 여학생 수를 y라 하면

$$\begin{cases} x+y=36 \\ \frac{5}{7}x+\frac{3}{5}y=\frac{2}{3}\times 36 \end{cases}, \text{ 즉 } \begin{cases} x+y=36 & \cdots\cdots ㉠ \\ 25x+21y=840 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠×21−㉡을 하면 $-4x=-84$ $\therefore x=21$

$x=21$을 ㉠에 대입하면 $21+y=36$ $\therefore y=15$

따라서 남학생 수는 21이다. 답 21

606 남자 회원 수를 x, 여자 회원 수를 y라 하면

$$\begin{cases} x+y=150 \\ \frac{35}{100}x+\frac{20}{100}y=\frac{26}{100}\times 150 \end{cases}, \text{ 즉 } \begin{cases} x+y=150 & \cdots\cdots ㉠ \\ 7x+4y=780 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠×4−㉡을 하면 $-3x=-180$ $\therefore x=60$

$x=60$을 ㉠에 대입하면 $60+y=150$ $\therefore y=90$

따라서 해외 봉사에 참여한 여자 회원 수는

$\frac{20}{100}\times 90=18$ 답 ②

607 연희와 예진이가 지난주에 받은 용돈을 각각 $5x$원, $3x$원이라 하고, 사용한 용돈을 각각 $3y$원, $2y$원이라 하면 (x, y는 자연수)

$$\begin{cases} 5x-3y=5000 & \cdots\cdots ㉠ \\ 3x-2y=2000 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠×2−㉡×3을 하면 $x=4000$

$x=4000$을 ㉡에 대입하면 $3\times 4000-2y=2000$

$-2y=-10000$ $\therefore y=5000$

따라서 두 사람이 지난주에 받은 용돈의 합은

$5x+3x=8x=8\times 4000=32000$ (원) 답 32000원

유형 118 여러 가지 연립방정식의 활용 문제

본책 129쪽

여러 가지 연립방정식의 활용 문제는 다음과 같은 순서로 해결한다.
❶ 구하고자 하는 것을 x, y로 놓는다.
❷ 주어진 조건에 맞게 x, y에 대한 연립방정식을 세운다.
❸ 연립방정식을 풀어 x, y의 값을 구한다.

608 성공한 2점 슛의 개수를 x, 3점 슛의 개수를 y라 하면

$$\begin{cases} x+y=19 & \cdots\cdots \text{㉠} \\ 2x+3y=43 & \cdots\cdots \text{㉡} \end{cases}$$

㉠×2−㉡을 하면 $-y=-5$ $\therefore y=5$

$y=5$를 ㉠에 대입하면 $x+5=19$ $\therefore x=14$

따라서 성공한 3점 슛은 5개이다. 답 ③

609 노새가 진 짐을 x자루, 당나귀가 진 짐을 y자루라 하면

$$\begin{cases} x+1=2(y-1) \\ x-1=y+1 \end{cases}, \text{ 즉 } \begin{cases} x-2y=-3 & \cdots\cdots \text{㉠} \\ x-y=2 & \cdots\cdots \text{㉡} \end{cases}$$

㉠−㉡을 하면 $-y=-5$ $\therefore y=5$

$y=5$를 ㉡에 대입하면 $x-5=2$ $\therefore x=7$

따라서 노새가 진 짐은 7자루이다. 답 7자루

610 4분인 곡 x곡과 7분인 곡 y곡을 연주한다면 쉬는 시간은 모두 $(x+y-1)$분이므로

$$\begin{cases} 4x+7y+(x+y-1)=130 \\ 7x+4y+(x+y-1)=115 \end{cases}, \text{ 즉}$$

$$\begin{cases} 5x+8y=131 & \cdots\cdots \text{㉠} \\ 8x+5y=116 & \cdots\cdots \text{㉡} \end{cases}$$

㉠×8−㉡×5를 하면 $39y=468$ $\therefore y=12$

$y=12$를 ㉠에 대입하면 $5x+8\times12=131$

$5x=35$ $\therefore x=7$

$\therefore 2x-y=2\times7-12=2$ 답 2

유형 119 거리, 속력, 시간에 대한 문제 ; 왕복하는 경우

본책 129쪽

두 지점 사이를 서로 다른 경로로 왕복하는 경우에는 갈 때와 올 때의 이동 거리를 각각 x, y로 놓고 연립방정식을 세운다.

➜ (갈 때 이동한 거리)+(올 때 이동한 거리)=(전체 이동 거리)
(갈 때 걸린 시간)+(올 때 걸린 시간)=(전체 걸린 시간)

611 A 코스의 거리를 x km, B 코스의 거리를 y km라 하면

$$\begin{cases} x+y=11 \\ \frac{x}{3}+\frac{45}{60}+\frac{y}{4}=4 \end{cases}, \text{ 즉 } \begin{cases} x+y=11 & \cdots\cdots \text{㉠} \\ 4x+3y=39 & \cdots\cdots \text{㉡} \end{cases}$$

㉠×3−㉡을 하면 $-x=-6$ $\therefore x=6$

$x=6$을 ㉠에 대입하면 $6+y=11$ $\therefore y=5$

따라서 B 코스의 거리는 5 km이다. 답 5 km

612 버스를 타고 간 거리를 x km, 기차를 타고 온 거리를 y km라 하면

$$\begin{cases} x=y-60 \\ \frac{x}{80}+\frac{y}{150}=5 \end{cases}, \text{ 즉 } \begin{cases} x=y-60 & \cdots\cdots \text{㉠} \\ 15x+8y=6000 & \cdots\cdots \text{㉡} \end{cases}$$

㉠을 ㉡에 대입하면 $15(y-60)+8y=6000$

$23y=6900$ $\therefore y=300$

$y=300$을 ㉠에 대입하면 $x=300-60=240$

따라서 버스를 타고 간 거리는 240 km이다. 답 ②

613 갈 때 달린 거리를 x km, 올 때 달린 거리를 y km라 하면

$$\begin{cases} y=x+1 \\ \frac{x}{12}+\frac{30}{60}+\frac{y}{10}=1\frac{20}{60} \end{cases}, \text{ 즉}$$

$$\begin{cases} y=x+1 & \cdots\cdots \text{㉠} \\ 5x+6y=50 & \cdots\cdots \text{㉡} \end{cases}$$ … 1단계

㉠을 ㉡에 대입하면 $5x+6(x+1)=50$

$11x=44$ $\therefore x=4$

$x=4$를 ㉠에 대입하면 $y=4+1=5$ … 2단계

따라서 자전거를 타고 달린 총거리는

$4+5=9$ (km) … 3단계

답 9 km

단계	채점 요소	비율
1	연립방정식 세우기	50 %
2	연립방정식 풀기	30 %
3	자전거를 타고 달린 총거리 구하기	20 %

유형 120 거리, 속력, 시간에 대한 문제 ; 속력이 바뀌는 경우

본책 130쪽

이동하는 도중에 속력이 바뀌는 경우에는 처음 속력으로 간 거리와 나중 속력으로 간 거리를 각각 x, y로 놓고 연립방정식을 세운다.

➜ (처음 속력으로 간 거리)+(나중 속력으로 간 거리)=(전체 거리)
(처음 속력으로 갈 때 걸린 시간)+(나중 속력으로 갈 때 걸린 시간)=(전체 걸린 시간)

614 뛰어간 거리를 x km, 걸어간 거리를 y km라 하면

$$\begin{cases} x+y=11 \\ \frac{x}{6}+\frac{y}{3}=3 \end{cases}, \text{ 즉 } \begin{cases} x+y=11 & \cdots\cdots \text{㉠} \\ x+2y=18 & \cdots\cdots \text{㉡} \end{cases}$$

㉠−㉡을 하면 $-y=-7$ $\therefore y=7$

$y=7$을 ㉠에 대입하면 $x+7=11$ $\therefore x=4$

따라서 뛰어간 거리는 4 km이다. 답 ①

615 시속 80 km로 달린 거리를 x km, 시속 120 km로 달린 거리를 y km라 하면

$$\begin{cases} x+y=140 \\ \frac{x}{80}+\frac{30}{60}+\frac{y}{120}=2 \end{cases}, \text{ 즉}$$

$$\begin{cases} x+y=140 & \cdots\cdots \text{㉠} \\ 3x+2y=360 & \cdots\cdots \text{㉡} \end{cases}$$ … 1단계

㉠×2−㉡을 하면　$-x=-80$　$\therefore x=80$

$x=80$을 ㉠에 대입하면　$80+y=140$

$\therefore y=60$ … 2단계

따라서 시속 120 km로 달린 거리는 60 km이다. … 3단계

답 60 km

단계	채점 요소	비율
1	연립방정식 세우기	50 %
2	연립방정식 풀기	40 %
3	시속 120 km로 달린 거리 구하기	10 %

616 시속 8 km로 뛰어간 거리를 x km, 시속 6 km로 뛰어간 거리를 y km라 하면

$$\begin{cases} x+y=10 \\ \dfrac{x}{8}+\dfrac{y}{6}=1\dfrac{25}{60} \end{cases},\ \text{즉} \begin{cases} x+y=10 & \cdots\cdots ㉠ \\ 3x+4y=34 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠×3−㉡을 하면　$-y=-4$　$\therefore y=4$

$y=4$를 ㉠에 대입하면　$x+4=10$　$\therefore x=6$

따라서 시속 8 km로 뛰어간 시간은 $\dfrac{6}{8}=\dfrac{3}{4}$(시간), 즉 45분이다.

답 ④

유형 121 거리, 속력, 시간에 대한 문제 ; 만나는 경우

본책 130쪽

두 사람 A, B가 만나는 경우 다음을 이용하여 연립방정식을 세운다.

$\rightarrow \begin{cases} \text{(A, B가 이동한 거리에 대한 식)} \\ \text{(A, B가 만날 때까지 걸린 시간에 대한 식)} \end{cases}$

617 언니와 동생이 만날 때까지 언니가 걸린 시간을 x분, 동생이 걸린 시간을 y분이라 하면

$$\begin{cases} x=y+9 \\ 60x=150y \end{cases},\ \text{즉} \begin{cases} x=y+9 & \cdots\cdots ㉠ \\ 2x=5y & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠을 ㉡에 대입하면　$2(y+9)=5y$

$3y=18$　$\therefore y=6$

$y=6$을 ㉠에 대입하면　$x=6+9=15$

따라서 두 사람이 만나는 것은 동생이 출발한 지 6분 후이다.

답 6분

618 선규가 걸은 거리를 x km, 민영이가 걸은 거리를 y km라 하면

$$\begin{cases} x+y=4 \\ \dfrac{x}{5}=\dfrac{y}{3} \end{cases},\ \text{즉} \begin{cases} x+y=4 & \cdots\cdots ㉠ \\ 3x-5y=0 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠×3−㉡을 하면　$8y=12$　$\therefore y=1.5$

$y=1.5$를 ㉠에 대입하면　$x+1.5=4$　$\therefore x=2.5$

따라서 두 사람이 만날 때까지 걸린 시간은 $\dfrac{2.5}{5}=\dfrac{1}{2}$(시간), 즉 30분이다.

답 30분

619 두 사람이 만날 때까지 효상이가 걸린 시간을 x시간, 율호가 걸린 시간을 y시간이라 하면

$$\begin{cases} x=y+\dfrac{3}{12} \\ 12x=18y \end{cases},\ \text{즉} \begin{cases} 4x-4y=1 & \cdots\cdots ㉠ \\ 2x-3y=0 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠−㉡×2를 하면　$2y=1$　$\therefore y=\dfrac{1}{2}$

$y=\dfrac{1}{2}$을 ㉡에 대입하면　$2x-3\times\dfrac{1}{2}=0$

$2x=\dfrac{3}{2}$　$\therefore x=\dfrac{3}{4}$

따라서 학교에서 두 사람이 만나는 지점까지의 거리는

$18\times\dfrac{1}{2}=9$ (km)

답 ②

유형 122 거리, 속력, 시간에 대한 문제 ; 둘레를 도는 경우

본책 131쪽

두 사람이 호수의 같은 지점에서 출발하는 경우

(1) 같은 방향으로 돌다 처음으로 만나면

→ (호수의 둘레의 길이)=(두 사람이 걸은 거리의 차)

(2) 반대 방향으로 돌다 처음으로 만나면

→ (호수의 둘레의 길이)=(두 사람이 걸은 거리의 합)

620 일승이가 걸은 거리를 x m, 유진이가 걸은 거리를 y m라 하면

$$\begin{cases} x+y=2400 \\ \dfrac{x}{90}=\dfrac{y}{70} \end{cases},\ \text{즉} \begin{cases} x+y=2400 & \cdots\cdots ㉠ \\ 7x-9y=0 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠×7−㉡을 하면　$16y=16800$　$\therefore y=1050$

$y=1050$을 ㉠에 대입하면　$x+1050=2400$　$\therefore x=1350$

따라서 두 사람이 처음 만나는 것은 출발한 지 $\dfrac{1050}{70}=15$ (분) 후이다.

답 ③

621 현중이의 속력을 시속 x km, 주희의 속력을 시속 y km라 하면

$$\begin{cases} 2x-2y=4 \\ \dfrac{30}{60}x+\dfrac{30}{60}y=4 \end{cases},\ \text{즉} \begin{cases} x-y=2 & \cdots\cdots ㉠ \\ x+y=8 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠+㉡을 하면　$2x=10$　$\therefore x=5$

$x=5$를 ㉠에 대입하면　$5-y=2$　$\therefore y=3$

따라서 현중이의 속력은 시속 5 km이다.

답 시속 5 km

622 재민이의 속력을 분속 x m, 혜진이의 속력을 분속 y m라 하면

$$\begin{cases} 30x-25y=1600 \\ 10x+5y=1600 \end{cases},\ \text{즉}$$

$$\begin{cases} 6x-5y=320 & \cdots\cdots ㉠ \\ 2x+y=320 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$$ … 1단계

㉠－㉡×3을 하면 　$-8y=-640$ 　$\therefore y=80$

$y=80$을 ㉡에 대입하면 　$2x+80=320$

$2x=240$ 　$\therefore x=120$ … 2단계

따라서 혜진이가 트랙을 한 바퀴 도는 데 걸리는 시간은

$\frac{1600}{80}=20$ (분) … 3단계

답 20분

단계	채점 요소	비율
1	연립방정식 세우기	50 %
2	연립방정식 풀기	30 %
3	혜진이가 트랙을 한 바퀴 도는 데 걸리는 시간 구하기	20 %

유형 123 거리, 속력, 시간에 대한 문제 ; 강물과 배의 속력에 대한 경우

본책 131쪽

정지한 물에서의 배의 속력을 x, 강물의 속력을 y라 하면
(1) (강을 거슬러 올라갈 때의 속력)$=x-y$
(2) (강을 따라 내려올 때의 속력)$=x+y$

623 정지한 물에서의 배의 속력을 시속 x km, 강물의 속력을 시속 y km라 하면

$\begin{cases} 4(x-y)=24 \\ 2(x+y)=24 \end{cases}$, 즉 $\begin{cases} x-y=6 & \cdots\cdots ㉠ \\ x+y=12 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠＋㉡을 하면 　$2x=18$ 　$\therefore x=9$

$x=9$를 ㉠에 대입하면 　$9-y=6$ 　$\therefore y=3$

따라서 정지한 물에서의 배의 속력은 시속 9 km이다. 답 ②

624 정지한 물에서의 보트의 속력을 분속 x m, 강물의 속력을 분속 y m라 하면

$\begin{cases} 20(x-y)=6000 \\ 12(x+y)=6000 \end{cases}$, 즉 $\begin{cases} x-y=300 & \cdots\cdots ㉠ \\ x+y=500 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠＋㉡을 하면 　$2x=800$ 　$\therefore x=400$

$x=400$을 ㉠에 대입하면 　$400-y=300$ 　$\therefore y=100$

따라서 강물의 속력은 분속 100 m이다. 답 ③

625 강을 거슬러 올라가는 데 걸린 시간을 a시간, 내려오는 데 걸린 시간을 b시간이라 하면

$\begin{cases} a+b=8 \\ a=\frac{5}{3}b \end{cases}$, 즉 $\begin{cases} a+b=8 & \cdots\cdots ㉠ \\ 3a-5b=0 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠×3－㉡을 하면 　$8b=24$ 　$\therefore b=3$

$b=3$을 ㉠에 대입하면 　$a+3=8$ 　$\therefore a=5$

정지한 물에서의 유람선의 속력을 시속 x km, 강물의 속력을 시속 y km라 하면

$\begin{cases} 5(x-y)=30 \\ 3(x+y)=30 \end{cases}$, 즉 $\begin{cases} x-y=6 & \cdots\cdots ㉢ \\ x+y=10 & \cdots\cdots ㉣ \end{cases}$

㉢＋㉣을 하면 　$2x=16$ 　$\therefore x=8$

$x=8$을 ㉢에 대입하면 　$8-y=6$ 　$\therefore y=2$

따라서 정지한 물에서의 유람선의 속력은 시속 8 km이다.

답 시속 8 km

유형 124 거리, 속력, 시간에 대한 문제 ; 기차가 다리 또는 터널을 지나는 경우

본책 132쪽

길이가 a m인 다리 또는 터널을 길이가 b m인 기차가 완전히 통과할 때 움직인 거리는
(다리 또는 터널의 길이)+(기차의 길이)$=a+b$ (m)

626 기차의 길이를 x m, 기차의 속력을 초속 y m라 하면

$\begin{cases} x+1400=40y & \cdots\cdots ㉠ \\ x+2200=60y & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠－㉡을 하면 　$-800=-20y$ 　$\therefore y=40$

$y=40$을 ㉠에 대입하면 　$x+1400=40\times40$ 　$\therefore x=200$

따라서 기차의 길이는 200 m, 속력은 초속 40 m이다. 답 ④

627 기차의 길이를 x m, 기차의 속력을 초속 y m라 하면

$\begin{cases} x+450=20y & \cdots\cdots ㉠ \\ x+450\times3=50y & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$ … 1단계

㉠－㉡을 하면 　$-900=-30y$ 　$\therefore y=30$

$y=30$을 ㉠에 대입하면 　$x+450=20\times30$

$\therefore x=150$ … 2단계

따라서 기차의 길이는 150 m이다. … 3단계

답 150 m

단계	채점 요소	비율
1	연립방정식 세우기	50 %
2	연립방정식 풀기	40 %
3	기차의 길이 구하기	10 %

628 다리의 길이를 x m, A 기차의 속력을 초속 y m라 하면 B 기차의 속력은 초속 $2y$ m이므로

$\begin{cases} 300+x=35y & \cdots\cdots ㉠ \\ 175+x=15\times2y & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠－㉡을 하면 　$125=5y$ 　$\therefore y=25$

$y=25$를 ㉡에 대입하면 　$175+x=30\times25$ 　$\therefore x=575$

따라서 B 기차의 속력은 초속 50 m이다. 답 초속 50 m

유형 125 농도에 대한 문제 ; 소금물 또는 소금의 양을 구하는 경우

본책 132쪽

농도가 다른 두 소금물을 섞을 때, 다음을 이용하여 연립방정식을 세운다.
➜ (섞기 전 두 소금물의 양의 합)=(섞은 후 소금물의 양)
(섞기 전 두 소금물에 들어 있는 소금의 양의 합)
=(섞은 후 소금물에 들어 있는 소금의 양)

629 5 %의 소금물의 양을 x g, 10 %의 소금물의 양을 y g이라 하면

$$\begin{cases} x+y=600 \\ \frac{5}{100}x+\frac{10}{100}y=\frac{7}{100}\times 600 \end{cases},\text{ 즉 } \begin{cases} x+y=600 & \cdots\cdots ㉠ \\ x+2y=840 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠－㉡을 하면 $-y=-240$ $\quad\therefore y=240$

$y=240$을 ㉠에 대입하면 $x+240=600$ $\quad\therefore x=360$

따라서 5 %의 소금물을 360 g 섞어야 한다. 답 360 g

630 4 %의 설탕물의 양을 x g, 더 넣은 설탕의 양을 y g이라 하면

$$\begin{cases} x+y=300 \\ \frac{4}{100}x+y=\frac{12}{100}\times 300 \end{cases},\text{ 즉 } \begin{cases} x+y=300 & \cdots\cdots ㉠ \\ x+25y=900 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠－㉡을 하면 $-24y=-600$ $\quad\therefore y=25$

$y=25$를 ㉠에 대입하면 $x+25=300$ $\quad\therefore x=275$

따라서 더 넣은 설탕의 양은 25 g이다. 답 ①

631 덜어낸 소금물의 양을 x g, 13 %의 소금물의 양을 y g이라 하면

$$\begin{cases} 500-x+y=700 \\ \frac{6}{100}(500-x)+\frac{13}{100}y=\frac{10}{100}\times 700 \end{cases},\text{ 즉 } \begin{cases} x-y=-200 & \cdots\cdots ㉠ \\ 6x-13y=-4000 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠$\times$6－㉡을 하면 $7y=2800$ $\quad\therefore y=400$

$y=400$을 ㉠에 대입하면 $x-400=-200$ $\quad\therefore x=200$

따라서 덜어낸 소금물의 양은 200 g이다. 답 ③

유형 126 농도에 대한 문제 ; 농도를 구하는 경우

본책 133쪽

농도가 다른 두 소금물 A, B를 섞을 때, 소금의 양은 변하지 않음을 이용하여 연립방정식을 세운다.

➜ (소금물 A에 들어 있는 소금의 양)
 ＋(소금물 B에 들어 있는 소금의 양)
 ＝(섞은 후 소금물에 들어 있는 소금의 양)

632 소금물 A의 농도를 x %, 소금물 B의 농도를 y %라 하면

$$\begin{cases} \frac{x}{100}\times 200+\frac{y}{100}\times 300=\frac{6}{100}\times 500 \\ \frac{x}{100}\times 300+\frac{y}{100}\times 200=\frac{8}{100}\times 500 \end{cases},\text{ 즉 } \begin{cases} 2x+3y=30 & \cdots\cdots ㉠ \\ 3x+2y=40 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠$\times$3－㉡$\times$2를 하면 $5y=10$ $\quad\therefore y=2$

$y=2$를 ㉠에 대입하면 $2x+3\times 2=30$

$2x=24$ $\quad\therefore x=12$

따라서 소금물 A의 농도는 12 %이다. 답 ⑤

633 설탕물 A의 농도를 x %, 설탕물 B의 농도를 y %라 하면

$$\begin{cases} \frac{x}{100}\times 200+\frac{y}{100}\times 200=\frac{4}{100}\times 400 \\ \frac{x}{100}\times 100+\frac{y}{100}\times 300=\frac{5}{100}\times 400 \end{cases},\text{ 즉 } \begin{cases} x+y=8 & \cdots\cdots ㉠ \\ x+3y=20 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠－㉡을 하면 $-2y=-12$ $\quad\therefore y=6$

$y=6$을 ㉠에 대입하면 $x+6=8$ $\quad\therefore x=2$

따라서 설탕물 A의 농도는 2 %, 설탕물 B의 농도는 6 %이므로 구하는 농도 차는 $6-2=4$ (%) 답 ④

634 처음 소금물 A의 농도를 x %, 처음 소금물 B의 농도를 y %라 하면

$$\begin{cases} \frac{x}{100}\times 300+\frac{y}{100}\times 300=\frac{9}{100}\times 600 \\ \frac{y}{100}\times 500+\frac{x}{100}\times 300=\frac{10}{100}\times 800 \end{cases},\text{ 즉 } \begin{cases} x+y=18 & \cdots\cdots ㉠ \\ 3x+5y=80 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠$\times$3－㉡을 하면 $-2y=-26$ $\quad\therefore y=13$

$y=13$을 ㉠에 대입하면 $x+13=18$ $\quad\therefore x=5$

따라서 처음 소금물 B의 농도는 13 %이다. 답 13 %

유형 127 합금, 식품에 대한 문제

본책 133쪽

(1) (금속의 양)$=\frac{\text{(금속의 비율)}}{100}\times$(합금의 양)

(2) (영양소의 양)$=\frac{\text{(영양소의 비율)}}{100}\times$(식품의 양)

635 필요한 합금 A의 양을 x g, 합금 B의 양을 y g이라 하면

$$\begin{cases} \frac{10}{100}x+\frac{30}{100}y=180 \\ \frac{20}{100}x+\frac{10}{100}y=110 \end{cases},\text{ 즉 } \begin{cases} x+3y=1800 & \cdots\cdots ㉠ \\ 2x+y=1100 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠$\times$2－㉡을 하면 $5y=2500$ $\quad\therefore y=500$

$y=500$을 ㉠에 대입하면 $x+3\times 500=1800$ $\quad\therefore x=300$

따라서 합금 B는 500 g이 필요하다. 답 ⑤

636 필요한 합금 A의 양을 x kg, 합금 B의 양을 y kg이라 하면

$$\begin{cases} x+y=6 \\ \frac{60}{100}x+\frac{90}{100}y=\frac{70}{100}\times 6 \end{cases},\text{ 즉 } \begin{cases} x+y=6 & \cdots\cdots ㉠ \\ 2x+3y=14 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$$ … 1단계

㉠×2－㉡을 하면　　$-y=-2$　　$\therefore y=2$

$y=2$를 ㉠에 대입하면　　$x+2=6$　　$\therefore x=4$　　… 2단계

따라서 합금 A는 4 kg이 필요하다.　　… 3단계

답 4 kg

단계	채점 요소	비율
1	연립방정식 세우기	50 %
2	연립방정식 풀기	40 %
3	필요한 합금 A의 양 구하기	10 %

637 섭취해야 하는 식품 A의 양을 x g, 식품 B의 양을 y g이라 하면

$$\begin{cases} \frac{30}{100}x+\frac{10}{100}y=90 \\ \frac{5}{100}x+\frac{40}{100}y=130 \end{cases},\text{ 즉}$$

$$\begin{cases} 3x+y=900 & \cdots\cdots ㉠ \\ x+8y=2600 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠×8－㉡을 하면　　$23x=4600$　　$\therefore x=200$

$x=200$을 ㉠에 대입하면　　$3\times200+y=900$　　$\therefore y=300$

따라서 식품 B는 300 g을 섭취해야 한다.　　답 300 g

만점 유형 도전하기

본책 134~135쪽

638 전략 $(\text{평균})=\dfrac{(\text{변량의 총합})}{(\text{변량의 개수})}$임을 이용한다.

상품을 받는 학생 수는

$$200\times\frac{20}{100}=40$$

이때 상품을 받지 못하는 학생 수는

$$200-40=160$$

상품을 받는 학생들의 점수 중 최저 점수를 x점, 상품을 받지 못하는 학생들의 평균 점수를 y점이라 하면

$$x=\frac{5}{4}y-5 \quad \cdots\cdots ㉠$$

상품을 받는 학생들의 평균 점수는 $(x+5)$점, 경시대회에 참가한 전체 학생들의 총점은 $\{40(x+5)+160y\}$점이므로 대회에 참가한 전체 학생들의 평균 점수는

$$\frac{40(x+5)+160y}{200}=y+3$$

$$\therefore x-y=10 \quad \cdots\cdots ㉡$$

㉠을 ㉡에 대입하면

$$\left(\frac{5}{4}y-5\right)-y=10,\quad \frac{1}{4}y=15 \quad \therefore y=60$$

$y=60$을 ㉡에 대입하면

$$x-60=10 \quad \therefore x=70$$

따라서 상품을 받는 학생들의 점수 중 최저 점수는 70점이다.

답 70점

639 전략 x원에 a %의 이익을 붙인 가격 ➜ $\left(1+\dfrac{a}{100}\right)x$원

(1) A 상품의 원가를 x원, B 상품의 원가를 y원이라 하면

$$\begin{cases} x+y=60000 \\ \frac{125}{100}x\times\frac{90}{100}+\frac{140}{100}y\times\frac{90}{100}=60000+10200 \end{cases},\text{ 즉}$$

$$\begin{cases} x+y=60000 & \cdots\cdots ㉠ \\ 25x+28y=1560000 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠×25－㉡을 하면　　$-3y=-60000$　　$\therefore y=20000$

$y=20000$을 ㉠에 대입하면

$$x+20000=60000 \quad \therefore x=40000$$

따라서 A 상품의 원가는 40000원, B 상품의 원가는 20000원이므로 구하는 차는

$$40000-20000=20000\ (\text{원})$$

(2) 정가의 a %를 할인하여 판매한다고 하면

$$\frac{125}{100}\times40000\times\left(1-\frac{a}{100}\right)\ge40000$$

$$\frac{5}{4}\left(1-\frac{a}{100}\right)\ge1,\quad \frac{5}{4}-\frac{a}{80}\ge1$$

$$-\frac{a}{80}\ge-\frac{1}{4} \quad \therefore a\le20$$

따라서 정가의 최대 20 %까지 할인하여 판매할 수 있다.

답 (1) 20000원　(2) 20 %

640 전략 천의 자리의 숫자가 a, 백의 자리의 숫자가 b, 십의 자리의 숫자가 c, 일의 자리의 숫자가 d인 네 자리 자연수
➜ $1000a+100b+10c+d$

비밀번호의 천의 자리의 숫자를 x, 백의 자리의 숫자를 y라 하면

$$\begin{cases} x+y+3+7=23 \\ 1000y+100x+37=(1000x+100y+37)+2700 \end{cases},\text{ 즉}$$

$$\begin{cases} x+y=13 & \cdots\cdots ㉠ \\ x-y=-3 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠＋㉡을 하면　　$2x=10$　　$\therefore x=5$

$x=5$를 ㉠에 대입하면　　$5+y=13$　　$\therefore y=8$

따라서 비밀번호는 5837이다.　　답 5837

641 전략 두 기계 A, B로 1분 동안 만들 수 있는 물건의 개수를 각각 미지수로 놓고 연립방정식을 세운다.

A, B 두 기계로 1분 동안 만들 수 있는 물건의 개수를 각각 x, y라 하면

$$\begin{cases} 30(x+y)+15y=285 \\ 15(x+y)+35x=295 \end{cases},\text{ 즉}$$

$$\begin{cases} 2x+3y=19 & \cdots\cdots ㉠ \\ 10x+3y=59 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠－㉡을 하면　　$-8x=-40$　　$\therefore x=5$

$x=5$를 ㉠에 대입하면

$$2\times5+3y=19,\quad 3y=9 \quad \therefore y=3$$

따라서 B 기계만을 사용하여 300개의 물건을 만드는 데 걸리는 시간은　$\frac{300}{3}=100$ (분)　　답 100분

642 전략 구입한 밀가루와 설탕의 양을 각각 미지수로 놓고 주어진 비를 이용하여 연립방정식을 세운다.

구입한 밀가루의 양을 x g, 설탕의 양을 y g이라 하면 구입한 밀가루와 설탕의 양의 비가 4 : 1이므로

$x:y=4:1$, 즉 $x=4y$ ...... ㉠

머핀을 만드는 데 사용한 밀가루와 설탕의 양의 합이 200 g이고 밀가루와 설탕의 양의 비는 3 : 1이므로 사용한 밀가루의 양은

$\frac{3}{4}\times 200=150$ (g)

사용한 설탕의 양은 $\frac{1}{4}\times 200=50$ (g)

남은 밀가루와 설탕의 양의 비가 9 : 2이므로

$(x-150):(y-50)=9:2$

$2(x-150)=9(y-50)$

$\therefore 2x-9y=-150$ ...... ㉡

㉠을 ㉡에 대입하면 $2\times 4y-9y=-150$ $\therefore y=150$

$y=150$을 ㉠에 대입하면 $x=4\times 150=600$

따라서 구입한 밀가루의 양은 600 g이다. 답 600 g

643 전략 두 사람이 C 지점에 도착하는 데 걸린 시간을 이용하여 연립방정식을 세운다.

A 지점에서 B 지점까지의 거리를 x km, B 지점에서 C 지점까지의 거리를 y km라 하면

$\begin{cases} \frac{x+y}{3}=\frac{x}{4}+\frac{y}{2}-\frac{10}{60} \\ \frac{x+y}{3}=\frac{x}{2}+\frac{y}{4} \end{cases}$, 즉

$\begin{cases} x-2y=-2 & \cdots\cdots ㉠ \\ y=2x & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉡을 ㉠에 대입하면

$x-2\times 2x=-2$, $-3x=-2$ $\therefore x=\frac{2}{3}$

$x=\frac{2}{3}$를 ㉡에 대입하면 $y=2\times\frac{2}{3}=\frac{4}{3}$

따라서 A 지점에서 B 지점까지의 거리는 $\frac{2}{3}$ km, B 지점에서 C 지점까지의 거리는 $\frac{4}{3}$ km이므로 구하는 거리는

$\frac{2}{3}+\frac{4}{3}=2$ (km) 답 2 km

644 전략 처음 A, B 두 그릇에 들어 있는 소금물의 농도를 각각 미지수로 놓고 (소금의 양)$=\frac{(\text{소금물의 농도})}{100}\times$(소금물의 양)임을 이용하여 연립방정식을 세운다.

처음 A, B 두 그릇에 들어 있는 소금물의 농도를 각각 x %, y %라 하자.

(i) A 그릇에 들어 있는 소금물의 반을 B 그릇에 넣고 섞었을 때 B 그릇에 들어 있는 소금물의 양은

$200+400=600$ (g)

B 그릇에 들어 있는 소금의 양은

$\frac{x}{100}\times 200+\frac{y}{100}\times 400=2x+4y$ (g)

(ii) (i)에서 얻은 B 그릇에 들어 있는 소금물의 반을 A 그릇에 넣고 섞었을 때 A 그릇에 들어 있는 소금물의 양은

$200+\frac{1}{2}\times 600=500$ (g)

A 그릇에 들어 있는 소금의 양은

$\frac{x}{100}\times 200+\frac{1}{2}\times(2x+4y)=3x+2y$ (g)

B 그릇에 들어 있는 소금물의 양은

$\frac{1}{2}\times 600=300$ (g)

B 그릇에 들어 있는 소금의 양은

$\frac{1}{2}\times(2x+4y)=x+2y$ (g)

A 그릇에 들어 있는 소금물의 농도는 16 %, B 그릇에 들어 있는 소금물의 농도는 24 %이므로

$\begin{cases} \frac{3x+2y}{500}\times 100=16 \\ \frac{x+2y}{300}\times 100=24 \end{cases}$, 즉 $\begin{cases} 3x+2y=80 & \cdots\cdots ㉠ \\ x+2y=72 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$-$㉡을 하면 $2x=8$ $\therefore x=4$

$x=4$를 ㉡에 대입하면

$4+2y=72$, $2y=68$ $\therefore y=34$

따라서 처음 A 그릇에 들어 있는 소금물의 농도는 4 %이다.

답 4 %

645 전략 A 제품의 개수와 B 제품의 개수를 각각 미지수로 놓고 두 제품을 만드는 데 필요한 철과 구리의 양을 이용하여 연립방정식을 세운다.

A 제품의 개수를 x, B 제품의 개수를 y라 하면

$\begin{cases} 5x+3y=65 & \cdots\cdots ㉠ \\ 2x+7y=55 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$\times 2-$㉡$\times 5$를 하면 $-29y=-145$ $\therefore y=5$

$y=5$를 ㉠에 대입하면

$5x+3\times 5=65$, $5x=50$ $\therefore x=10$

따라서 A 제품의 개수는 10, B 제품의 개수는 5이므로 총이익은

$4\times 10+7\times 5=75$ (만 원) 답 75만 원

시험 만점 완성하기

본책 136~139쪽

646 전략 a를 b로 나누었을 때의 몫이 p, 나머지가 q ➔ $a=bp+q$

큰 수를 x, 작은 수를 y라 하면

$\begin{cases} x=7y+2 & \cdots\cdots ㉠ \\ x=9y-16 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$-$㉡을 하면 $0=-2y+18$ $\therefore y=9$

$y=9$를 ㉠에 대입하면 $x=7\times 9+2=65$

따라서 큰 수는 65, 작은 수는 9이므로 두 수의 차는

$65-9=56$ 답 ⑤

647 전략 (몸무게의 총합)=(회원 수)×(평균)임을 이용한다.

남자 회원 수를 x, 여자 회원 수를 y라 하면

$$\begin{cases} x+y=20 \\ \dfrac{68x+53y}{20}=59 \end{cases},\ \text{즉 } \begin{cases} x+y=20 & \cdots\cdots ㉠ \\ 68x+53y=1180 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠×68−㉡을 하면 $15y=180$ $\therefore y=12$

$y=12$를 ㉠에 대입하면 $x+12=20$ $\therefore x=8$

따라서 남자 회원 수는 8이다.

답 ④

648 전략 태훈이의 나이와 누나의 나이를 각각 미지수로 놓고 연립방정식을 세운다.

태훈이의 나이를 x살, 누나의 나이를 y살이라 하면

$$\begin{cases} x=y-5 & \cdots\cdots ㉠ \\ x+2y=43 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠을 ㉡에 대입하면 $(y-5)+2y=43$

$3y=48$ $\therefore y=16$

$y=16$을 ㉠에 대입하면 $x=16-5=11$

따라서 현재 태훈이의 나이는 11살이다.

답 ④

649 전략 바지 한 벌의 가격과 티셔츠 한 벌의 가격을 각각 미지수로 놓고 연립방정식을 세운다.

바지 한 벌의 가격을 x원, 티셔츠 한 벌의 가격을 y원이라 하면

$$\begin{cases} x=3y & \cdots\cdots ㉠ \\ 2x+3y=81000 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠을 ㉡에 대입하면 $2\times3y+3y=81000$

$9y=81000$ $\therefore y=9000$

$y=9000$을 ㉠에 대입하면 $x=3\times9000=27000$

따라서 바지 1벌과 티셔츠 5벌을 합한 가격은

$27000+5\times9000=72000$ (원)

답 ③

650 전략 맞힌 문제 수와 틀린 문제 수를 각각 미지수로 놓고 연립방정식을 세운다.

영석이가 맞힌 문제 수를 x, 틀린 문제 수를 y라 하면

$$\begin{cases} y=\dfrac{1}{4}x \\ 50x-20y=720 \end{cases},\ \text{즉 } \begin{cases} x=4y & \cdots\cdots ㉠ \\ 5x-2y=72 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠을 ㉡에 대입하면 $5\times4y-2y=72$

$18y=72$ $\therefore y=4$

$y=4$를 ㉠에 대입하면 $x=4\times4=16$

따라서 영석이가 푼 전체 문제 수는 $16+4=20$

답 ③

651 전략 계단을 올라가는 것은 +, 내려가는 것은 −로 생각한다.

정아는 10번 이기고 7번 졌고, 주원이는 7번 이기고 10번 졌으므로

$$\begin{cases} 10a-7b=29 & \cdots\cdots ㉠ \\ 7a-10b=5 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠×10−㉡×7을 하면 $51a=255$ $\therefore a=5$

$a=5$를 ㉡에 대입하면 $7\times5-10b=5$

$-10b=-30$ $\therefore b=3$

$\therefore ab=5\times3=15$

답 ⑤

652 전략 x원에 a%의 이익을 붙였을 때 이익금 ➔ $\dfrac{a}{100}x$원

쿠키의 개수를 x, 빵의 개수를 y라 하면

$$\begin{cases} x+y=200 \\ \dfrac{40}{100}\times500x+\dfrac{25}{100}\times1200y=45000 \end{cases},\ \text{즉}$$

$$\begin{cases} x+y=200 & \cdots\cdots ㉠ \\ 2x+3y=450 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠×2−㉡을 하면 $-y=-50$ $\therefore y=50$

$y=50$을 ㉠에 대입하면 $x+50=200$ $\therefore x=150$

따라서 빵의 개수는 50이다.

답 ①

653 전략 입사 시험에 응시한 남자의 수와 여자의 수를 각각 미지수로 놓고 연립방정식을 세운다.

입사 시험에 응시한 남자의 수를 x, 여자의 수를 y라 하면

$x:y=2:1$ $\therefore x=2y$ $\cdots\cdots$ ㉠

합격자 160명 중 남자의 수는 $\dfrac{5}{8}\times160=100$

여자의 수는 $\dfrac{3}{8}\times160=60$

이때 불합격한 남자의 수와 여자의 수는 각각 $x-100$, $y-60$이고 그 비가 $9:4$이므로

$(x-100):(y-60)=9:4$, $4(x-100)=9(y-60)$

$\therefore 4x-9y=-140$ $\cdots\cdots$ ㉡

㉠을 ㉡에 대입하면 $4\times2y-9y=-140$

$-y=-140$ $\therefore y=140$

$y=140$을 ㉠에 대입하면 $x=2\times140=280$

따라서 입사 시험에 응시한 전체 인원은

$280+140=420$ (명)

답 ②

654 전략 처음 진영이와 연아가 가지고 있던 사탕의 개수를 각각 미지수로 놓고 연립방정식을 세운다.

처음 진영이가 가지고 있던 사탕의 개수를 x, 연아가 가지고 있던 사탕의 개수를 y라 하면

$$\begin{cases} x+y=48 \\ y+7=2(x-7) \end{cases},\ \text{즉 } \begin{cases} x+y=48 & \cdots\cdots ㉠ \\ 2x-y=21 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠+㉡을 하면 $3x=69$ $\therefore x=23$

$x=23$을 ㉠에 대입하면 $23+y=48$ $\therefore y=25$

따라서 처음 진영이가 가지고 있던 사탕의 개수는 23이다.

답 ①

655 전략 올라간 거리와 내려온 거리를 각각 미지수로 놓고 (시간)$=\dfrac{(\text{거리})}{(\text{속력})}$임을 이용하여 연립방정식을 세운다.

올라간 거리를 x km, 내려온 거리를 y km라 하면

$$\begin{cases} y=x+1 \\ \dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{3}=3\dfrac{40}{60} \end{cases},\ \text{즉 } \begin{cases} y=x+1 & \cdots\cdots ㉠ \\ 3x+2y=22 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠을 ㉡에 대입하면 $3x+2(x+1)=22$

$5x=20$ $\therefore x=4$

$x=4$를 ㉠에 대입하면 $y=4+1=5$

따라서 승환이가 걸은 총거리는

$4+5=9\,(\mathrm{km})$ 답 ③

656 전략 (지현이의 속력) : (선아의 속력)$=200:400$임을 이용한다.

지현이의 속력을 분속 x m, 선아의 속력을 분속 y m라 하면

$\begin{cases} 15x+15y=2700 \\ x:y=200:400 \end{cases}$, 즉 $\begin{cases} x+y=180 & \cdots\cdots ㉠ \\ y=2x & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉡을 ㉠에 대입하면 $x+2x=180$

$3x=180$ $\therefore x=60$

$x=60$을 ㉡에 대입하면 $y=2\times60=120$

따라서 선아의 속력은 분속 120 m이다. 답 ⑤

657 전략 기차가 다리를 완전히 지나는 데 이동한 거리는 기차의 길이와 다리의 길이의 합과 같다.

기차의 길이를 x m, 기차의 속력을 초속 y m라 하면

$\begin{cases} x+400=17y & \cdots\cdots ㉠ \\ x+1000=32y & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$-$㉡을 하면 $-600=-15y$ $\therefore y=40$

$y=40$을 ㉠에 대입하면 $x+400=17\times40$ $\therefore x=280$

따라서 기차의 길이는 280 m이다. 답 ③

658 전략 농도가 다른 두 설탕물을 섞어도 설탕의 양은 변하지 않음을 이용하여 연립방정식을 세운다.

6 %의 설탕물의 양을 x g, 11 %의 설탕물의 양을 y g이라 하면

$\begin{cases} x+y+100=700 \\ \dfrac{6}{100}x+\dfrac{11}{100}y=\dfrac{9}{100}\times700 \end{cases}$, 즉

$\begin{cases} x+y=600 & \cdots\cdots ㉠ \\ 6x+11y=6300 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$\times6-$㉡을 하면 $-5y=-2700$ $\therefore y=540$

$y=540$을 ㉠에 대입하면 $x+540=600$ $\therefore x=60$

따라서 11 %의 설탕물은 540 g을 섞었다. 답 ⑤

659 전략 (영양소의 양)$=\dfrac{(\text{영양소의 비율})}{100}\times$(식품의 양)임을 이용하여 연립방정식을 세운다.

섭취해야 하는 식품 A의 양을 x g, 식품 B의 양을 y g이라 하면

$\begin{cases} \dfrac{150}{100}x+\dfrac{320}{100}y=780 \\ \dfrac{6}{100}x+\dfrac{4}{100}y=18 \end{cases}$, 즉

$\begin{cases} 15x+32y=7800 & \cdots\cdots ㉠ \\ 3x+2y=900 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$-$㉡$\times5$를 하면 $22y=3300$ $\therefore y=150$

$y=150$을 ㉡에 대입하면 $3x+2\times150=900$

$3x=600$ $\therefore x=200$

따라서 식품 A는 200 g을 섭취해야 한다. 답 ⑤

660 전략 백의 자리의 숫자가 a, 십의 자리의 숫자가 b, 일의 자리의 숫자가 c인 세 자리 자연수 ➔ $100a+10b+c$

세 자리 자연수의 백의 자리의 숫자를 x, 일의 자리의 숫자를 y라 하면

$\begin{cases} x+y=8 \\ 100y+80+x=(100x+80+y)-198 \end{cases}$, 즉

$\begin{cases} x+y=8 & \cdots\cdots ㉠ \\ x-y=2 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$+$㉡을 하면 $2x=10$ $\therefore x=5$

$x=5$를 ㉠에 대입하면 $5+y=8$ $\therefore y=3$

따라서 처음 수는 583이다. 답 583

661 전략 구입한 볼펜의 개수와 지우개의 개수를 각각 미지수로 놓고 연립방정식을 세운다.

구입한 볼펜의 개수를 x, 지우개의 개수를 y라 하면

$\begin{cases} x+y+5=17 \\ 900x+500y+6000=15200 \end{cases}$, 즉

$\begin{cases} x+y=12 & \cdots\cdots ㉠ \\ 9x+5y=92 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$\times5-$㉡을 하면 $-4x=-32$ $\therefore x=8$

$x=8$을 ㉠에 대입하면 $8+y=12$ $\therefore y=4$

따라서 이서가 구입한 지우개는 4개이다. 답 4개

662 전략 물탱크에 물을 가득 채웠을 때의 물의 양을 1로 놓고 연립방정식을 세운다.

물탱크에 물을 가득 채웠을 때의 물의 양을 1로 놓고, A, B 두 호스로 1분 동안 빼는 물의 양을 각각 x, y라 하면

$\begin{cases} 5(x+y)+3x=1 \\ 4(x+y)+6y=1 \end{cases}$, 즉 $\begin{cases} 8x+5y=1 & \cdots\cdots ㉠ \\ 4x+10y=1 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$\times2-$㉡을 하면 $12x=1$ $\therefore x=\dfrac{1}{12}$

$x=\dfrac{1}{12}$을 ㉡에 대입하면 $4\times\dfrac{1}{12}+10y=1$

$10y=\dfrac{2}{3}$ $\therefore y=\dfrac{1}{15}$

따라서 B 호스만으로 물을 모두 빼는 데 15분이 걸린다.

답 15분

663 전략 걸은 거리와 뛴 거리를 각각 미지수로 놓고 (시간)$=\dfrac{(\text{거리})}{(\text{속력})}$임을 이용하여 연립방정식을 세운다.

분속 60 m로 걸은 거리를 x m, 분속 140 m로 뛴 거리를 y m라 하면

$\begin{cases} x+y=1600 \\ \dfrac{x}{60}+10+\dfrac{y}{140}=30 \end{cases}$, 즉

$\begin{cases} x+y=1600 & \cdots\cdots ㉠ \\ 7x+3y=8400 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$\times3-$㉡을 하면 $-4x=-3600$ $\therefore x=900$

$x=900$을 ㉠에 대입하면 $900+y=1600$ $\therefore y=700$

따라서 분속 60 m로 걸은 거리는 900 m이다. 답 900 m

664 전략 두 사람이 트랙을 반대 방향으로 돌 때와 같은 방향으로 돌 때의 방정식을 각각 세운다.

선옥이의 속력을 시속 x km, 민주의 속력을 시속 y km라 하면

$$\begin{cases} \frac{15}{60}x+\frac{15}{60}y=3 \\ 1\frac{30}{60}x-1\frac{30}{60}y=2\times3 \end{cases},\ \text{즉}\ \begin{cases} x+y=12 & \cdots\cdots ㉠ \\ x-y=4 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠+㉡을 하면 $2x=16$ $\therefore x=8$

$x=8$을 ㉠에 대입하면 $8+y=12$ $\therefore y=4$

따라서 선옥이의 속력은 시속 8 km이다. 답 시속 8 km

665 전략 각 선물 세트를 만드는 데 필요한 햄과 참치의 개수를 이용하여 연립방정식을 세운다.

선물 세트 A의 개수를 x, 선물 세트 B의 개수를 y라 하면

$$\begin{cases} 6x+8y=620 \\ 4x+2y=280 \end{cases},\ \text{즉}\ \begin{cases} 3x+4y=310 & \cdots\cdots ㉠ \\ 2x+y=140 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠−㉡×4를 하면 $-5x=-250$ $\therefore x=50$

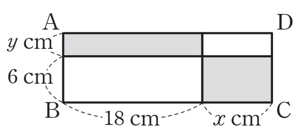
$x=50$을 ㉡에 대입하면 $2\times50+y=140$ $\therefore y=40$

따라서 선물 세트 A는 50개, 선물 세트 B는 40개이므로 총 판매 이익은

$5000\times50+7000\times40=530000$ (원) 답 530000원

666 전략 (직사각형의 넓이)=(가로의 길이)×(세로의 길이)

처음 직사각형에서 가로로 늘인 길이를 x cm, 세로로 늘인 길이를 y cm라 하면



$$\begin{cases} x=y+6 \\ 6x+18y=18\times6 \end{cases},\ \text{즉}$$

$$\begin{cases} x=y+6 & \cdots\cdots ㉠ \\ x+3y=18 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$$ ⋯ 1단계

㉠을 ㉡에 대입하면 $(y+6)+3y=18$

$4y=12$ $\therefore y=3$

$y=3$을 ㉠에 대입하면 $x=3+6=9$ ⋯ 2단계

따라서 직사각형 ABCD의 가로의 길이는

$18+9=27$ (cm) ⋯ 3단계

답 27 cm

단계	채점 요소	배점
1	연립방정식 세우기	3점
2	연립방정식 풀기	2점
3	직사각형 ABCD의 가로의 길이 구하기	1점

667 전략 x에서 a % 증가하였을 때 증가량 ➜ $\frac{a}{100}x$

지난달 A 제품의 생산량을 x개, B 제품의 생산량을 y개라 하면

$$\begin{cases} -\frac{25}{100}x+\frac{20}{100}y=-\frac{10}{100}(x+y) \\ \left(1-\frac{10}{100}\right)(x+y)=540 \end{cases},\ \text{즉}$$

$$\begin{cases} x-2y=0 & \cdots\cdots ㉠ \\ x+y=600 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$$ ⋯ 1단계

㉠−㉡을 하면 $-3y=-600$ $\therefore y=200$

$y=200$을 ㉡에 대입하면 $x+200=600$

$\therefore x=400$ ⋯ 2단계

따라서 이번 달 B 제품의 생산량은

$\left(1+\frac{20}{100}\right)\times200=240$ (개) ⋯ 3단계

답 240개

단계	채점 요소	배점
1	연립방정식 세우기	3점
2	연립방정식 풀기	2점
3	이번 달 B 제품의 생산량 구하기	1점

668 전략 강을 거슬러 올라갈 때와 내려올 때 경우를 나누어 연립방정식을 세운다.

강물의 속력을 시속 x km, A, B 두 선착장 사이의 거리를 y km라 하면

$$\begin{cases} 15-x=y \\ \frac{30}{60}(15+x)=y \end{cases},\ \text{즉}$$

$$\begin{cases} x+y=15 & \cdots\cdots ㉠ \\ x-2y=-15 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$$ ⋯ 1단계

㉠−㉡을 하면 $3y=30$ $\therefore y=10$

$y=10$을 ㉠에 대입하면 $x+10=15$ $\therefore x=5$ ⋯ 2단계

따라서 A, B 두 선착장 사이의 거리는 10 km이다. ⋯ 3단계

답 10 km

단계	채점 요소	배점
1	연립방정식 세우기	3점
2	연립방정식 풀기	2점
3	두 선착장 사이의 거리 구하기	1점

669 전략 (소금의 양)$=\frac{\text{(소금물의 농도)}}{100}\times$(소금물의 양)임을 이용하여 연립방정식을 세운다.

소금물 A의 농도를 x %, 소금물 B의 농도를 y %라 하면

$$\begin{cases} \frac{x}{100}\times100+\frac{y}{100}\times300=\frac{9}{100}\times400 \\ \frac{x}{100}\times300+\frac{y}{100}\times100=\frac{5}{100}\times400 \end{cases},\ \text{즉}$$

$$\begin{cases} x+3y=36 & \cdots\cdots ㉠ \\ 3x+y=20 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$$ ⋯ 1단계

㉠−㉡×3을 하면 $-8x=-24$ $\therefore x=3$

$x=3$을 ㉡에 대입하면 $3\times3+y=20$ $\therefore y=11$ ⋯ 2단계

따라서 소금물 A의 농도는 3 %, 소금물 B의 농도는 11 %이므로 구하는 농도 차는 $11-3=8$ (%) ⋯ 3단계

답 8 %

단계	채점 요소	배점
1	연립방정식 세우기	3점
2	연립방정식 풀기	2점
3	두 소금물 A, B의 농도 차 구하기	1점

V. 일차함수

08 일차함수와 그 그래프 (1)

셀프 CHECK

본책 142~143쪽

A (1)

x	1	2	3	4	…
y	없다.	없다.	2	2, 3	…

즉 x의 값이 변함에 따라 y의 값이 오직 하나씩 정해지지 않으므로 y는 x에 대한 함수가 아니다.

(2)

x	1	2	3	4	…
y	1	2	2	3	…

즉 x의 값이 변함에 따라 y의 값이 오직 하나씩 정해지므로 y는 x에 대한 함수이다.

답 (1) × (2) ○

B (1) $f(5)=-2\times5=-10$

(2) $f(-2)=-2\times(-2)=4$

답 (1) -10 (2) 4

C (1) $2x+y-5=0$에서 $y=-2x+5$이므로 y는 x에 대한 일차함수이다.

(2) $xy=7$에서 $y=\dfrac{7}{x}$

x가 분모에 있으므로 일차함수가 아니다.

(3) $y=$(x에 대한 이차식)의 꼴이므로 일차함수가 아니다.

답 (1) ○ (2) × (3) ×

D 답 (1) $y=3x-7$ (2) $y=-5x+3$

E (1) $y=0$일 때, $0=x-3$ $\therefore x=3$

$x=0$일 때, $y=-3$

따라서 x절편은 3, y절편은 -3이다.

(2) $y=0$일 때, $0=-2x+10$ $\therefore x=5$

$x=0$일 때, $y=10$

따라서 x절편은 5, y절편은 10이다.

(3) $y=0$일 때, $0=\dfrac{2}{3}x+6$ $\therefore x=-9$

$x=0$일 때, $y=6$

따라서 x절편은 -9, y절편은 6이다.

(4) $y=0$일 때, $0=-\dfrac{1}{4}x-1$ $\therefore x=-4$

$x=0$일 때, $y=-1$

따라서 x절편은 -4, y절편은 -1이다.

답 (1) x절편: 3, y절편: -3
(2) x절편: 5, y절편: 10
(3) x절편: -9, y절편: 6
(4) x절편: -4, y절편: -1

F (1) $(\text{기울기})=\dfrac{(y\text{의 값의 증가량})}{2}=4$이므로

$(y\text{의 값의 증가량})=8$

(2) $(\text{기울기})=\dfrac{5}{(x\text{의 값의 증가량})}=-\dfrac{1}{2}$이므로

$(x\text{의 값의 증가량})=-10$

답 (1) 8 (2) -10

G (1) $(\text{기울기})=\dfrac{-5-4}{2-(-1)}=\dfrac{-9}{3}=-3$

(2) $(\text{기울기})=\dfrac{8-2}{5-(-3)}=\dfrac{6}{8}=\dfrac{3}{4}$

답 (1) -3 (2) $\dfrac{3}{4}$

내신 유형 다지기

본책 144~151쪽

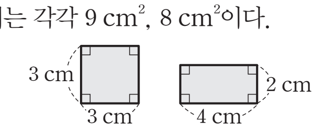
유형 128 함수

본책 144쪽

x의 값이 변함에 따라 y의 값이
(1) 오직 하나씩 정해지면 ➜ y는 x에 대한 함수이다.
(2) 없거나 2개 이상 정해지면 ➜ y는 x에 대한 함수가 아니다.

670 ㄴ. $x=2$일 때, $y=2, 4, \cdots$로 y의 값이 오직 하나로 정해지지 않으므로 y는 x에 대한 함수가 아니다.
이상에서 y가 x에 대한 함수인 것은 ㄱ, ㄷ이다. 답 ③

671 ④ 다음 그림의 두 직사각형의 둘레의 길이는 모두 12 cm이지만 넓이는 각각 9 cm², 8 cm²이다.



즉 $x=12$일 때, y의 값이 오직 하나로 정해지지 않으므로 y는 x에 대한 함수가 아니다.
따라서 y가 x에 대한 함수가 아닌 것은 ④이다. 답 ④

672 ① $x=1$일 때, y의 값은 없으므로 y는 x에 대한 함수가 아니다.
③ $x=0.5$일 때, $y=0, 1$로 y의 값이 오직 하나로 정해지지 않으므로 y는 x에 대한 함수가 아니다.
⑤ $x=160$일 때, $y=45, 50, 60, \cdots$으로 y의 값이 오직 하나로 정해지지 않으므로 y는 x에 대한 함수가 아니다.
따라서 y가 x에 대한 함수인 것은 ②, ④이다. 답 ②, ④

유형 129 함숫값

본책 144쪽

함숫값 $f(a)$ ➜ $f(x)$에 x 대신 a를 대입하여 얻은 값

673 ① $f(-6)=\frac{12}{-6}=-2$

② $f(-3)=\frac{12}{-3}=-4$

③ $f(4)=\frac{12}{4}=3$

④ $f(12)=\frac{12}{12}=1$

⑤ $f(-1)-f(2)=\frac{12}{-1}-\frac{12}{2}=-12-6=-18$

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다. 답 ⑤

674 $f(-4)=-\frac{1}{2}\times(-4)=2$이므로 $a=2$

$f(b)=7$이므로 $-\frac{1}{2}b=7$ $\therefore b=-14$

$\therefore a+b=2+(-14)=-12$ 답 -12

675 $f(7)=-4$이므로

$\frac{a}{7}=-4$ $\therefore a=-28$

따라서 $f(x)=-\frac{28}{x}$이므로

$f(-2)=-\frac{28}{-2}=14$, $f(4)=-\frac{28}{4}=-7$

$\therefore f(-2)+f(4)=14+(-7)=7$ 답 7

676 $175=5^2\times7$이므로 175의 모든 소인수의 합은

$5+7=12$ $\therefore f(175)=12$ ··· 1단계

$60=2^2\times3\times5$이므로 60의 모든 소인수의 합은

$2+3+5=10$ $\therefore f(60)=10$ ··· 2단계

$\therefore f(175)-f(60)=12-10=2$ ··· 3단계

답 2

단계	채점 요소	비율
1	$f(175)$의 값 구하기	40 %
2	$f(60)$의 값 구하기	40 %
3	$f(175)-f(60)$의 값 구하기	20 %

유형 130 일차함수

본책 145쪽

y가 x에 대한 일차함수

➜ $y=\underline{ax+b}$ (a, b는 상수, $a\neq0$)의 꼴

x에 대한 일차식

677 ② $4x-y+10=0$에서 $y=4x+10$

③ $\frac{x}{2}+\frac{y}{5}=1$에서 $y=-\frac{5}{2}x+5$

④ $y=x(x+1)-x^2$에서 $y=x$

⑤ $y+2x=2(x-1)+9$에서 $y=7$

따라서 y가 x에 대한 일차함수가 아닌 것은 ⑤이다. 답 ⑤

678 ① $y=300x$

② $y=360$

③ $y=x^2$

④ $xy=50$에서 $y=\frac{50}{x}$

⑤ $y=24-x$

따라서 y가 x에 대한 일차함수인 것은 ①, ⑤이다. 답 ①, ⑤

679 $y=3ax-2(1-6x)$에서 $y=(3a+12)x-2$

이 함수가 x에 대한 일차함수가 되려면

$3a+12\neq0$ $\therefore a\neq-4$ 답 ②

유형 131 일차함수의 함숫값

본책 145쪽

일차함수 $f(x)=ax+b$에서 $x=p$일 때의 함숫값

➜ $f(p)=ap+b$

680 $f\left(\frac{1}{3}\right)=-3\times\frac{1}{3}+7=6$이므로 $a=6$

$f(b)=-2$이므로 $-3b+7=-2$ $\therefore b=3$

$\therefore ab=6\times3=18$ 답 ③

681 $f(-8)=-3$이므로 $-8a-1=-3$ $\therefore a=\frac{1}{4}$

따라서 $f(x)=\frac{1}{4}x-1$이므로

$f(12)=\frac{1}{4}\times12-1=2$ 답 2

682 $f(4)=2$이므로

$\frac{5}{2}\times4+a=2$ $\therefore a=-8$ ··· 1단계

따라서 $f(x)=\frac{5}{2}x-8$이므로

$f(-1)=\frac{5}{2}\times(-1)-8=-\frac{21}{2}$

$f(6)=\frac{5}{2}\times6-8=7$ ··· 2단계

$\therefore 2f(-1)+f(6)=2\times\left(-\frac{21}{2}\right)+7=-14$ ··· 3단계

답 -14

단계	채점 요소	비율
1	a의 값 구하기	30 %
2	$f(-1)$, $f(6)$의 값 구하기	60 %
3	$2f(-1)+f(6)$의 값 구하기	10 %

683 $f(-3)=0$이므로

$-3a+6=0 \quad \therefore a=2$

또 $g(5)=-7$이므로

$-\frac{3}{5}\times5+b=-7 \quad \therefore b=-4$

따라서 $f(x)=2x+6$, $g(x)=-\frac{3}{5}x-4$이므로

$f(k)=g(k)-3$에서

$2k+6=\left(-\frac{3}{5}k-4\right)-3, \quad \frac{13}{5}k=-13$

$\therefore k=-5$

답 -5

유형 132 일차함수의 그래프 위의 점

본책 146쪽

점 (p, q)가 그래프 위에 있다.
➜ 그래프가 점 (p, q)를 지난다.
➜ 그래프의 식에 $x=p$, $y=q$를 대입하면 등식이 성립한다.

684 $y=\frac{2}{3}x-a$의 그래프가 점 $(6, 3)$을 지나므로

$3=\frac{2}{3}\times6-a \quad \therefore a=1$

따라서 $y=\frac{2}{3}x-1$의 그래프가 점 $(b, -7)$을 지나므로

$-7=\frac{2}{3}b-1 \quad \therefore b=-9$

$\therefore a-b=1-(-9)=10$

답 10

685 ① $15=-4\times(-2)+7$
② $11=-4\times(-1)+7$
③ $8=-4\times\left(-\frac{1}{4}\right)+7$
④ $-1\neq-4\times\frac{3}{2}+7=1$
⑤ $-5=-4\times3+7$
따라서 $y=-4x+7$의 그래프 위의 점이 아닌 것은 ④이다.

답 ④

686 $y=-x+a$의 그래프가 점 $(3, -1)$을 지나므로

$-1=-3+a \quad \therefore a=2$

또 $y=bx-10$의 그래프가 점 $(3, -1)$을 지나므로

$-1=3b-10 \quad \therefore b=3$

$\therefore ab=2\times3=6$

답 6

687 $y=\frac{1}{4}x+k$의 그래프가 점 $(-8, -5)$를 지나므로

$-5=\frac{1}{4}\times(-8)+k \quad \therefore k=-3$ ··· 1단계

따라서 $y=\frac{1}{4}x-3$의 그래프 위의 점 중에서 x좌표와 y좌표가 같은 점의 좌표를 (a, a)라 하면

$a=\frac{1}{4}a-3, \quad \frac{3}{4}a=-3 \quad \therefore a=-4$

즉 구하는 점의 좌표는 $(-4, -4)$이다. ··· 2단계

답 $(-4, -4)$

단계	채점 요소	비율
1	k의 값 구하기	40 %
2	x좌표와 y좌표가 같은 점의 좌표 구하기	60 %

유형 133 일차함수의 그래프의 평행이동

본책 146쪽

(1) 일차함수 $y=ax$의 그래프를 y축의 방향으로 b만큼 평행이동한 그래프의 식 ➜ $y=ax+b$
(2) 일차함수 $y=ax+b$의 그래프를 y축의 방향으로 k만큼 평행이동한 그래프의 식 ➜ $y=ax+b+k$

688 $y=-2x+a$의 그래프를 y축의 방향으로 -9만큼 평행이동한 그래프의 식은 $\quad y=-2x+a-9$

이 그래프의 식이 $y=bx-3$과 같으므로

$-2=b, \ a-9=-3$

따라서 $a=6$, $b=-2$이므로

$a+b=6+(-2)=4$

답 ③

689 ③ $y=6x$의 그래프를 y축의 방향으로 -5만큼 평행이동하면 $y=6x-5$의 그래프와 겹쳐진다.
④ $y=6(1-x)$에서 $\quad y=-6x+6$
⑤ $y=9x-3(x-1)$에서 $\quad y=6x+3$
즉 $y=6x$의 그래프를 y축의 방향으로 3만큼 평행이동하면 $y=6x+3$의 그래프와 겹쳐진다.
따라서 $y=6x$의 그래프를 평행이동하여 겹쳐지는 것은 ③, ⑤이다.

답 ③, ⑤

690 $y=a(x-3)$의 그래프를 y축의 방향으로 5만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=a(x-3)+5$, 즉 $y=ax-3a+5$ ······ ㉠

$y=-\frac{1}{3}x$의 그래프를 y축의 방향으로 b만큼 평행이동한 그래프의 식은 $\quad y=-\frac{1}{3}x+b$ ······ ㉡

㉠, ㉡에서 $\quad a=-\frac{1}{3}, \ -3a+5=b$

따라서 $a=-\frac{1}{3}$, $b=6$이므로

$6a+b=6\times\left(-\frac{1}{3}\right)+6=4$

답 ⑤

유형 134 평행이동한 그래프 위의 점

본책 147쪽

일차함수 $y=f(x)$의 그래프를 y축의 방향으로 b만큼 평행이동한 그래프가 점 (p, q)를 지난다.
➜ $y=f(x)+b$에 $x=p$, $y=q$를 대입하면 등식이 성립한다.

691 $y=4x+1$의 그래프를 y축의 방향으로 k만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=4x+1+k$

이 그래프가 점 $\left(-\frac{1}{2}, -9\right)$를 지나므로

$-9=4\times\left(-\frac{1}{2}\right)+1+k \qquad \therefore k=-8$

답 ②

692 $y=ax-3$의 그래프를 y축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=ax-3-2$, 즉 $y=ax-5$

이 그래프가 점 $(-6, 4)$를 지나므로

$4=-6a-5 \qquad \therefore a=-\frac{3}{2}$ … 1단계

따라서 $y=-\frac{3}{2}x-5$의 그래프가 점 $(2, b)$를 지나므로

$b=-\frac{3}{2}\times 2-5=-8$ … 2단계

$\therefore ab=\left(-\frac{3}{2}\right)\times(-8)=12$ … 3단계

답 12

단계	채점 요소	비율
1	a의 값 구하기	40 %
2	b의 값 구하기	40 %
3	ab의 값 구하기	20 %

693 점 $(k, 2k+5)$는 $y=-5x-2$의 그래프 위의 점이므로

$2k+5=-5k-2, \qquad 7k=-7 \qquad \therefore k=-1$

$k^2+9=(-1)^2+9=10$이므로 $y=-5x-2$의 그래프를 y축의 방향으로 10만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=-5x-2+10$, 즉 $y=-5x+8$

이 그래프 위의 점 중에서 x좌표와 y좌표의 합이 0인 점의 좌표를 $(a, -a)$라 하면

$-a=-5a+8, \qquad 4a=8 \qquad \therefore a=2$

즉 구하는 점의 좌표는 $(2, -2)$이다. 답 $(2, -2)$

유형 135 일차함수의 그래프의 x절편, y절편

본책 147쪽

일차함수 $y=ax+b$의 그래프에서

(1) x절편: $y=0$일 때 x의 값 ➔ $-\frac{b}{a}$

(2) y절편: $x=0$일 때 y의 값 ➔ b

694 $y=-\frac{3}{5}x+k$의 그래프의 x절편이 10이므로

$0=-\frac{3}{5}\times 10+k \qquad \therefore k=6$

따라서 $y=-\frac{3}{5}x+6$이므로 그래프의 y절편은 6이다. 답 6

695 $y=3x-10$의 그래프를 y축의 방향으로 1만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=3x-10+1$, 즉 $y=3x-9$

$y=0$일 때, $\quad 0=3x-9 \qquad \therefore x=3$

$x=0$일 때, $\quad y=-9$

따라서 $y=3x-9$의 그래프의 x절편은 3, y절편은 -9이므로

$a=3, b=-9$

$\therefore a+b=3+(-9)=-6$

답 ①

696 $y=ax+b$에서 $y=0$일 때, $\quad 0=ax+b$

$\therefore x=-\frac{b}{a}$

$y=\frac{1}{3}x+1$에서 $y=0$일 때, $\quad 0=\frac{1}{3}x+1 \qquad \therefore x=-3$

두 일차함수 $y=ax+b$, $y=\frac{1}{3}x+1$의 그래프가 x축 위에서 만나므로 두 그래프의 x절편이 같다.

즉 $-\frac{b}{a}=-3$이므로 $\quad b=3a$ …… ㉠

또 $y=bx+a$에서 $x=0$일 때, $\quad y=a$

$y=-x-2$에서 $x=0$일 때, $\quad y=-2$

두 일차함수 $y=bx+a$, $y=-x-2$의 그래프가 y축 위에서 만나므로 두 그래프의 y절편이 같다.

$\therefore a=-2$

$a=-2$를 ㉠에 대입하면 $\quad b=3\times(-2)=-6$

$\therefore a-b=-2-(-6)=4$

답 ⑤

유형 136 일차함수의 그래프의 기울기

본책 148쪽

일차함수 $y=ax+b$의 그래프에서

$(\text{기울기})=\frac{(y\text{의 값의 증가량})}{(x\text{의 값의 증가량})}=a$

697 $(\text{기울기})=\frac{k-(-3)}{5}=2$이므로

$k+3=10 \qquad \therefore k=7$

답 ③

698 $y=-\frac{2}{5}ax-a+3$의 그래프의 y절편이 -7이므로

$-a+3=-7 \qquad \therefore a=10$

$a=10$을 $y=-\frac{2}{5}ax-a+3$에 대입하면 $\quad y=-4x-7$

따라서 구하는 기울기는 -4이다.

답 ②

699 $y=ax+5$의 그래프가 점 $(9, -7)$을 지나므로

$-7=9a+5 \qquad \therefore a=-\frac{4}{3}$ … 1단계

따라서 $y=-\frac{4}{3}x+5$의 그래프에서

$(\text{기울기})=\frac{k}{-4-2}=-\frac{4}{3}$이므로

$\frac{k}{-6}=-\frac{4}{3} \qquad \therefore k=8$ … 2단계

$\therefore 3a-k=3\times\left(-\frac{4}{3}\right)-8=-12$ … 3단계

답 -12

단계	채점 요소	비율
1	a의 값 구하기	40 %
2	k의 값 구하기	40 %
3	$3a-k$의 값 구하기	20 %

유형 137 두 점을 지나는 일차함수의 그래프의 기울기

본책 148쪽

두 점 (x_1, y_1), (x_2, y_2)를 지나는 일차함수의 그래프의 기울기

➜ $\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{y_1-y_2}{x_1-x_2}$ (단, $x_1\neq x_2$)

700 $(\text{기울기})=\frac{-9-k}{2-(-6)}=-\frac{3}{2}$이므로

$\frac{-9-k}{8}=-\frac{3}{2}$, $\quad -9-k=-12 \quad \therefore k=3$ 답 3

701 그래프가 두 점 $(-9, 0)$, $(0, 15)$를 지나므로 기울기는

$\frac{15-0}{0-(-9)}=\frac{5}{3}$ 답 ⑤

702 $y=f(x)$의 그래프가 두 점 $(-1, -3)$, $(3, 4)$를 지나므로 기울기는

$\frac{4-(-3)}{3-(-1)}=\frac{7}{4}$

또 $y=g(x)$의 그래프가 두 점 $(-1, -3)$, $(1, -7)$을 지나므로 기울기는

$\frac{-7-(-3)}{1-(-1)}=-2$

따라서 $a=\frac{7}{4}$, $b=-2$이므로

$2ab=2\times\frac{7}{4}\times(-2)=-7$ 답 -7

유형 138 세 점이 한 직선 위에 있을 조건

본책 149쪽

세 점 A, B, C가 한 직선 위에 있을 때,

(두 점 A, B를 지나는 직선의 기울기)

=(두 점 B, C를 지나는 직선의 기울기)

=(두 점 A, C를 지나는 직선의 기울기)

703 세 점이 한 직선 위에 있으므로 두 점 $(-5, -1)$, $(-2, 8)$을 지나는 직선의 기울기는 두 점 $(-2, 8)$, $(3, k)$를 지나는 직선의 기울기와 같다.

즉 $\frac{8-(-1)}{-2-(-5)}=\frac{k-8}{3-(-2)}$이므로

$3=\frac{k-8}{5}$, $\quad k-8=15 \quad \therefore k=23$ 답 ⑤

704 세 점이 한 직선 위에 있으므로

$\frac{-7-2}{1-(-11)}=\frac{(3a+2)-(-7)}{(4-a)-1}$ … 1단계

$-\frac{3}{4}=\frac{3a+9}{3-a}$, $\quad -3(3-a)=4(3a+9)$

$-9a=45 \quad \therefore a=-5$ … 2단계

답 -5

단계	채점 요소	비율
1	세 점이 한 직선 위에 있음을 이용하여 식 세우기	50 %
2	a의 값 구하기	50 %

705 세 점 A, B, C가 한 직선 위에 있으므로

$\frac{5-11}{k-(-4)}=\frac{-4-11}{2-(-4)}$

$\frac{-6}{k+4}=-\frac{5}{2}$, $\quad 5(k+4)=12$

$5k=-8 \quad \therefore k=-\frac{8}{5}$ 답 ③

706 세 점이 한 직선 위에 있을 때 삼각형이 만들어지지 않으므로

$\frac{(10-a)-1}{-6-(-9)}=\frac{(2a-5)-1}{3-(-9)}$

$\frac{9-a}{3}=\frac{a-3}{6}$, $\quad 2(9-a)=a-3$

$-3a=-21 \quad \therefore a=7$ 답 7

유형 139 함숫값을 이용하여 일차함수의 그래프의 기울기 구하기

본책 149쪽

일차함수 $y=f(x)$에 대하여 어떤 두 함숫값의 차, 즉 $f(p)-f(q)$의 값이 주어지면

$\frac{f(p)-f(q)}{p-q}=(y=f(x)\text{의 그래프의 기울기})$

임을 이용한다.

707 $(\text{기울기})=\frac{(y\text{의 값의 증가량})}{(x\text{의 값의 증가량})}$

$=\frac{f(5)-f(-3)}{5-(-3)}$

$=\frac{-14}{8}=-\frac{7}{4}$ 답 ②

708 $f(a)+5a=f(b)+5b$에서

$f(b)-f(a)=5a-5b$

$f(b)-f(a)=-5(b-a)$

$\therefore \frac{f(b)-f(a)}{b-a}=-5$

즉 $y=f(x)$의 그래프의 기울기는 -5이고, x의 값이 3만큼 증가할 때 y의 값은 p만큼 증가하므로

$\frac{p}{3}=-5 \quad \therefore p=-15$ 답 ①

709 $f(p)-f(q)=2p-2q$에서

$$\frac{f(p)-f(q)}{p-q}=2$$

즉 $y=f(x)$의 그래프의 기울기가 2이므로

$a=2$ … 1단계

$f(x)=2x+b$에 대하여 $f(-1)=-13$이므로

$-13=2\times(-1)+b$

$\therefore b=-11$ … 2단계

따라서 $f(x)=2x-11$이므로

$f(5)=2\times5-11=-1$ … 3단계

답 -1

단계	채점 요소	비율
1	a의 값 구하기	40 %
2	b의 값 구하기	40 %
3	$f(5)$의 값 구하기	20 %

유형 140 일차함수의 그래프 그리기

본책 150쪽

일차함수 $y=ax+b$의 그래프는 그래프 위의 두 점을 찾아 직선으로 연결하여 그린다.

방법 ① x절편과 y절편을 이용하기

$y=ax+b$의 그래프의 x절편은 $-\frac{b}{a}$, y절편은 b이다.

➜ 두 점 $\left(-\frac{b}{a},\ 0\right)$, $(0,\ b)$를 직선으로 연결하여 그린다.

방법 ② 기울기와 y절편을 이용하기

$y=ax+b$의 그래프의 기울기는 a, y절편은 b이다.

➜ 두 점 $(0,\ b)$, $(1,\ b+a)$를 직선으로 연결하여 그린다.

$(0,\ b)$에서 x의 값이 1만큼 증가할 때 y의 값은 a만큼 증가한 점

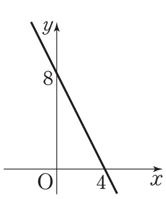
710 $y=0$일 때, $0=\frac{3}{4}x-6$ $\therefore x=8$

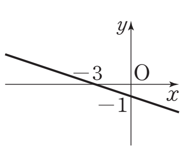
$x=0$일 때, $y=-6$

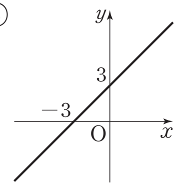
따라서 $y=\frac{3}{4}x-6$의 그래프의 x절편은 8, y절편은 -6이므로 그 그래프는 ④이다.

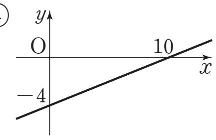
답 ④

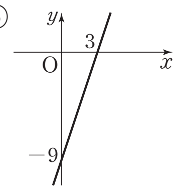
711 각 일차함수의 그래프의 x절편, y절편을 구하여 그 그래프를 그리면 다음과 같다.

①


②


③


④


⑤


따라서 그래프가 제4사분면을 지나지 않는 것은 ③이다.

답 ③

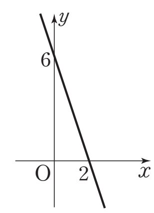
712 $y=-3x+8$의 그래프를 y축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=-3x+8-2$, 즉 $y=-3x+6$

$y=0$일 때, $0=-3x+6$ $\therefore x=2$

$x=0$일 때, $y=6$

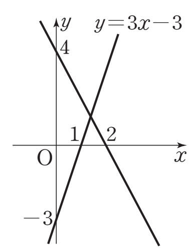
즉 $y=-3x+6$의 그래프의 x절편은 2, y절편은 6이므로 그 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



따라서 그래프가 지나지 않는 사분면은 제3사분면이다.

답 ③

713 ⑤ $y=3x-3$의 그래프의 x절편은 1, y절편은 -3이므로 그 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



따라서 $y=3x-3$의 그래프는 주어진 그래프와 제1사분면에서 만난다.

답 ⑤

참고 ① 제4사분면에서 만난다.

② 제4사분면에서 만난다

③ y축 위에서 만난다.

④ x축 위에서 만난다.

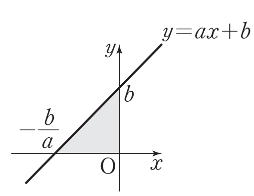
유형 141 일차함수의 그래프와 좌표축으로 둘러싸인 도형의 넓이

본책 150쪽

일차함수 $y=ax+b$의 그래프와 x축 및 y축으로 둘러싸인 도형의 넓이는

➜ $\frac{1}{2}\times|x절편|\times|y절편|$

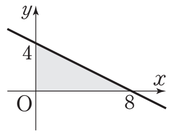
$=\frac{1}{2}\times\left|-\frac{b}{a}\right|\times|b|$



714 $y=0$일 때, $0=-\frac{1}{2}x+4$ $\therefore x=8$

$x=0$일 때, $y=4$

즉 $y=-\frac{1}{2}x+4$의 그래프의 x절편은 8, y절편은 4이므로 그 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



따라서 구하는 넓이는

$\frac{1}{2}\times8\times4=16$

답 ④

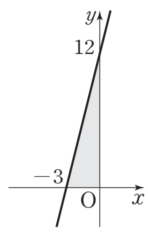
715 $y=4x-1$의 그래프를 y축의 방향으로 13만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=4x-1+13$, 즉 $y=4x+12$

$y=0$일 때, $0=4x+12$ $\therefore x=-3$

$x=0$일 때, $y=12$

즉 $y=4x+12$의 그래프의 x절편은 -3, y절편은 12이므로 그 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



따라서 구하는 넓이는

$\frac{1}{2}\times3\times12=18$

답 ②

716 $y=0$일 때, $0=ax-6$ $\therefore x=\frac{6}{a}$

$x=0$일 때, $y=-6$

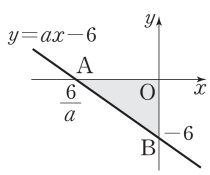
즉 $y=ax-6$의 그래프의 x절편은 $\frac{6}{a}$, y절편은 -6이므로

$A\left(\frac{6}{a},\ 0\right)$, $B(0,\ -6)$ … 1단계

이때 △ABO의 넓이가 27이므로

$\frac{1}{2}\times\left(-\frac{6}{a}\right)\times6=27$

$\therefore a=-\frac{2}{3}$ … 2단계



답 $-\frac{2}{3}$

단계	채점 요소	비율
1	두 점 A, B의 좌표 구하기	30 %
2	a의 값 구하기	70 %

717 $y=x+7$에서 $y=0$일 때, $0=x+7$

$\therefore x=-7$

$x=0$일 때, $y=7$

즉 $y=x+7$의 그래프의 x절편은 -7, y절편은 7이다.

$y=x+7$의 그래프를 y축의 방향으로 -4만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=x+7-4$, 즉 $y=x+3$

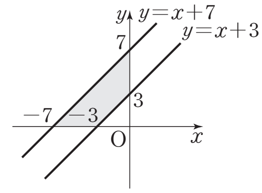
$y=x+3$에서 $y=0$일 때, $0=x+3$ $\therefore x=-3$

$x=0$일 때, $y=3$

즉 $y=x+3$의 그래프의 x절편은 -3, y절편은 3이다.

따라서 오른쪽 그림에서 색칠한 부분의 넓이는

$\frac{1}{2}\times7\times7-\frac{1}{2}\times3\times3=20$

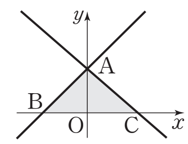


답 ①

유형 142 두 일차함수의 그래프와 좌표축으로 둘러싸인 도형의 넓이 본책 151쪽

오른쪽 그림과 같이 두 일차함수의 그래프가 y축 위에서 만날 때, 색칠한 부분의 넓이

➜ $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times\overline{BC}\times\overline{OA}$



718 $y=-2x-10$에서 $y=0$일 때, $0=-2x-10$

$\therefore x=-5$

$x=0$일 때, $y=-10$

즉 $y=-2x-10$의 그래프의 x절편은 -5, y절편은 -10이다.

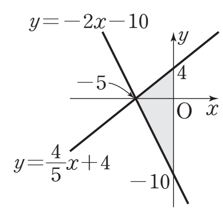
$y=\frac{4}{5}x+4$에서 $y=0$일 때, $0=\frac{4}{5}x+4$ $\therefore x=-5$

$x=0$일 때, $y=4$

즉 $y=\frac{4}{5}x+4$의 그래프의 x절편은 -5, y절편은 4이다.

따라서 두 일차함수의 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 구하는 넓이는

$\frac{1}{2}\times\{4-(-10)\}\times5=35$



답 ④

719 $y=\frac{3}{7}x+3$에서 $y=0$일 때, $0=\frac{3}{7}x+3$

$\therefore x=-7$

$x=0$일 때, $y=3$

즉 $y=\frac{3}{7}x+3$의 그래프의 x절편은 -7, y절편은 3이므로

$A(0,\ 3)$, $B(-7,\ 0)$

$y=ax+3$에서 $y=0$일 때, $0=ax+3$ $\therefore x=-\frac{3}{a}$

즉 $y=ax+3$의 그래프의 x절편은 $-\frac{3}{a}$이므로

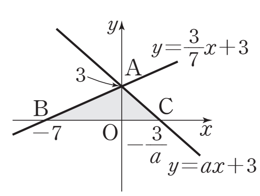
$C\left(-\frac{3}{a},\ 0\right)$

이때 △ABC의 넓이가 15이므로

$\frac{1}{2}\times\left\{-\frac{3}{a}-(-7)\right\}\times3=15$

$-\frac{3}{a}+7=10$

$\therefore a=-1$



답 -1

08 일차함수와 그 그래프 (1)

720 $y=\frac{1}{3}x+2$에서 $y=0$일 때, $\quad 0=\frac{1}{3}x+2$

$\therefore x=-6$

$x=0$일 때, $\quad y=2$

즉 $y=\frac{1}{3}x+2$의 그래프의 x절편은 -6, y절편은 2이므로

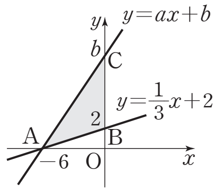
$A(-6,\ 0)$, $B(0,\ 2)$

$y=ax+b$의 그래프의 y절편은 b이므로 $\quad C(0,\ b)$

이때 △ABC의 넓이가 24이므로

$\frac{1}{2}\times(b-2)\times6=24$

$b-2=8 \qquad \therefore b=10$



따라서 $y=ax+10$의 그래프가 점 $A(-6,\ 0)$을 지나므로

$0=-6a+10 \qquad \therefore a=\frac{5}{3}$

$\therefore ab=\frac{5}{3}\times10=\frac{50}{3}$

답 ③

만점 유형 도전하기

본책 152~153쪽

721 전략 y가 x에 대한 함수가 되기 위한 조건을 알아본다.

(1) 두 변수 x, y에 대하여 x의 값이 변함에 따라 y의 값이 오직 하나씩 정해지는 대응 관계가 있을 때, y를 x에 대한 함수라 한다.

(2) ㄴ. $x=2$일 때, $y=10,\ 20,\ 30,\ \cdots$으로 y의 값이 오직 하나로 정해지지 않으므로 y는 x에 대한 함수가 아니다.

ㄹ. $x=3$일 때, $y=3,\ -3$으로 y의 값이 오직 하나로 정해지지 않으므로 y는 x에 대한 함수가 아니다.

답 풀이 참조

722 전략 일차함수의 뜻과 그 그래프의 성질을 생각해 본다.

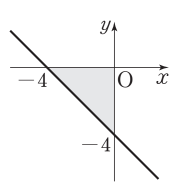
동규: 그래프가 두 점 $(5,\ 0)$, $(0,\ -15)$를 지나므로 기울기는

$\frac{-15-0}{0-5}=3$

문기: $y=0$일 때, $\quad 0=-x-4 \qquad \therefore x=-4$

$x=0$일 때, $\quad y=-4$

즉 $y=-x-4$의 그래프의 x절편은 -4, y절편은 -4이므로 그 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



따라서 구하는 넓이는

$\frac{1}{2}\times4\times4=8$

따라서 잘못 말한 사람은 동규, 문기이다.

답 풀이 참조

723 전략 먼저 점 Q의 좌표를 구한 후 이를 평행이동한 그래프의 식에 대입한다.

점 $P(-9,\ 2)$와 x축에 대하여 대칭인 점 Q의 좌표는

$Q(-9,\ -2)$

$y=-0.\dot{3}x+1$, 즉 $y=-\frac{1}{3}x+1$의 그래프를 y축의 방향으로 k만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=-\frac{1}{3}x+1+k$

이 그래프가 점 $Q(-9,\ -2)$를 지나므로

$-2=-\frac{1}{3}\times(-9)+1+k \qquad \therefore k=-6$

답 -6

만점 공략 노트

대칭인 점의 좌표

점 $(a,\ b)$와

(1) x축에 대하여 대칭인 점의 좌표

→ $(a,\ -b)$ → y좌표의 부호만 바뀐다.

(2) y축에 대하여 대칭인 점의 좌표

→ $(-a,\ b)$ → x좌표의 부호만 바뀐다.

(3) 원점에 대하여 대칭인 점의 좌표

→ $(-a,\ -b)$ → x좌표, y좌표의 부호가 모두 바뀐다.

724 전략 네 일차방정식 중 x, y 이외의 미지수가 존재하지 않는 두 일차방정식으로 연립방정식을 세워 해를 구한다.

두 연립방정식의 해가 서로 같으므로 그 해는 다음 연립방정식의 해와 같다.

$$\begin{cases} x+3y=11 & \cdots\cdots ㉠ \\ 5x+y=-1 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠−㉡×3을 하면 $\quad -14x=14 \qquad \therefore x=-1$

$x=-1$을 ㉡에 대입하면 $\quad 5\times(-1)+y=-1 \qquad \therefore y=4$

$x=-1$, $y=4$를 $ax-3y=-14$에 대입하면

$-a-3\times4=-14 \qquad \therefore a=2$

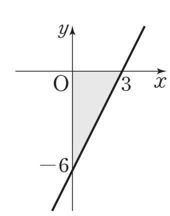
$x=-1$, $y=4$를 $bx+5y=26$에 대입하면

$-b+5\times4=26 \qquad \therefore b=-6$

따라서 $y=2x-6$에서 $y=0$일 때, $\quad 0=2x-6 \qquad \therefore x=3$

$x=0$일 때, $\quad y=-6$

즉 $y=2x-6$의 그래프의 x절편은 3, y절편은 -6이므로 그 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



따라서 구하는 넓이는

$\frac{1}{2}\times3\times6=9$

답 9

만점 공략 노트

두 연립방정식의 해가 서로 같으면 그 해는 네 일차방정식의 공통인 해이다.

→ 네 일차방정식 중 x, y 이외의 미지수가 존재하지 않는 두 일차방정식으로 연립방정식을 세워 해를 구한 후 그 해를 나머지 일차방정식에 대입한다.

725 전략 $x=1, 2, 3, \cdots$일 때의 함숫값을 차례대로 구해 규칙을 찾는다.

① $f(20)-f(40)=2-1=1$

② $f(1)=1,\ f(2)=2,\ f(3)=0,\ f(4)=1, \cdots$

즉 함숫값이 1, 2, 0의 순서대로 반복되어 나타나므로

$f(n)=f(n+3)$

③ $3n$은 3의 배수이므로 $\quad f(3n)=0$

④ $f(3n-1)=2,\ f(3n+1)=1$이므로

$f(3n-1)\neq f(3n+1)$

⑤ $f(3n)=0,\ f(3n+1)=1,\ f(3n+2)=2$이므로

$f(3n)+f(3n+1)+f(3n+2)=0+1+2=3$

따라서 옳지 않은 것은 ④이다. 답 ④

726 전략 점 A의 x좌표를 a로 놓고 주어진 조건을 이용하여 각 정사각형의 한 변의 길이를 a에 대한 식으로 나타낸다.

$A\left(a,\ \frac{1}{4}a+1\right)$이라 하면 $\quad \overline{AC}=\frac{1}{4}a+1$

$\overline{AC}=\overline{AE}$이므로 점 E의 x좌표는

$a+\left(\frac{1}{4}a+1\right)=\frac{5}{4}a+1$

즉 점 B의 x좌표가 $\frac{5}{4}a+1$이므로 점 B의 y좌표는

$\frac{1}{4}\left(\frac{5}{4}a+1\right)+1=\frac{5}{16}a+\frac{5}{4}$

$\therefore \overline{BD}=\frac{5}{16}a+\frac{5}{4}$

두 정사각형의 둘레의 길이의 합이 27이므로

$4\overline{AC}+4\overline{BD}=27$

$4\left(\frac{1}{4}a+1\right)+4\left(\frac{5}{16}a+\frac{5}{4}\right)=27$

$\frac{9}{4}a=18 \quad \therefore a=8$

$\therefore \overline{AC}=\frac{1}{4}\times8+1=3$

따라서 정사각형 ACDE의 넓이는

$3\times3=9$ 답 9

727 전략 두 일차함수의 그래프의 절편을 이용하여 각 선분의 길이를 a, b에 대한 식으로 나타낸다.

$y=-\frac{3}{4}x+a$에서 $y=0$일 때, $\quad 0=-\frac{3}{4}x+a$

$\therefore x=\frac{4}{3}a$

$x=0$일 때, $\quad y=a$

즉 $y=-\frac{3}{4}x+a$의 그래프의 x절편은 $\frac{4}{3}a$, y절편은 a이므로

$A(0,\ a),\ C\left(\frac{4}{3}a,\ 0\right)$

$y=\frac{2}{3}x+b$에서 $y=0$일 때, $\quad 0=\frac{2}{3}x+b$

$\therefore x=-\frac{3}{2}b$

$x=0$일 때, $\quad y=b$

즉 $y=\frac{2}{3}x+b$의 그래프의 x절편은 $-\frac{3}{2}b$, y절편은 b이므로

$B(0,\ b),\ D\left(-\frac{3}{2}b,\ 0\right)$

따라서 $\overline{AB}=a-b$, $\overline{OA}=-a$이므로 $3\overline{AB}=5\overline{OA}$에서

$3(a-b)=-5a \quad \therefore 8a=3b \quad \cdots\cdots ㉠$

또 $\overline{CD}=16$이므로 $\quad -\frac{3}{2}b-\frac{4}{3}a=16$

$\therefore 8a+9b=-96 \quad \cdots\cdots ㉡$

㉠을 ㉡에 대입하면 $\quad 3b+9b=-96$

$12b=-96 \quad \therefore b=-8$

$b=-8$을 ㉠에 대입하면 $\quad 8a=3\times(-8) \quad \therefore a=-3$

$\therefore ab=(-3)\times(-8)=24$ 답 24

728 전략 점 B에 대하여 $a+1>6$인 경우와 $a+1\leq6$인 경우로 나누어 생각한다.

세 점 O, A, B를 이동시킨 점을 각각 O′, A′, B′이라 하면

$O(0,\ 0) \to O'(0,\ 0)$

$A(3,\ 1) \to A'(3-1,\ 3+1)$, 즉 $A'(2,\ 4)$

(i) $a+1>6$, 즉 $a>5$인 경우

$(a+1)-6=a-5$, $(a+1)+6=a+7$이므로

$B(a+1,\ 6) \to B'(a-5,\ a+7)$

세 점 O′, A′, B′이 한 직선 위에 있으므로

$\frac{4-0}{2-0}=\frac{(a+7)-0}{(a-5)-0}, \quad 2=\frac{a+7}{a-5}$

$2a-10=a+7 \quad \therefore a=17$

(ii) $a+1\leq6$, 즉 $a\leq5$인 경우

$(a+1)-3\times6=a-17$, $(a+1)+3\times6=a+19$이므로

$B(a+1,\ 6) \to B'(a-17,\ a+19)$

세 점 O′, A′, B′이 한 직선 위에 있으므로

$\frac{4-0}{2-0}=\frac{(a+19)-0}{(a-17)-0}, \quad 2=\frac{a+19}{a-17}$

$2a-34=a+19 \quad \therefore a=53$

그런데 $a\leq5$이므로 a의 값은 53이 될 수 없다.

(i), (ii)에서 $\quad a=17$ 답 17

시험 만점 완성하기

본책 154~157쪽

729 전략 y가 x에 대한 함수이다.
→ x의 값이 변함에 따라 y의 값이 오직 하나씩 정해진다.

① $x=4$일 때, $\quad y=1, 2, 4$

② $x=3$일 때, $\quad y=1, 2$

③ $x=6$일 때, $\quad y=2, 3$

⑤ $x=2$일 때, $\quad y=1, 3, 5, \cdots$

즉 ①, ②, ③, ⑤는 x의 값이 변함에 따라 y의 값이 오직 하나씩 정해지지 않으므로 y는 x에 대한 함수가 아니다.

따라서 y가 x에 대한 함수인 것은 ④이다. 답 ④

730 전략 함숫값 $f(a)$ ➔ $f(x)$에 x 대신 a를 대입한다.

$f(-4)=-6$이므로

$-6=\dfrac{a}{-4}$ $\quad\therefore a=24$

$\therefore f(x)=\dfrac{24}{x}$

$f(8)=b$이므로 $\quad b=\dfrac{24}{8}=3$

따라서 $a-6b=24-6\times3=6$이므로

$f(6)=\dfrac{24}{6}=4$

답 ②

731 전략 50 이하의 소수를 모두 나열해 본다.

50 이하의 소수를 작은 수부터 차례대로 나열하면

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29,

31, 37, 41, 43, 47

③ $f(7)=f(10)=4$

④ $f(9)+f(20)=4+8=12$

⑤ $f(50)-f(10)=15-4=11$

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

답 ⑤

732 전략 y가 x에 대한 일차함수

➔ $y=ax+b$ (a, b는 상수, $a\neq0$)의 꼴

$y=x(ax+2)-bx+3$에서 $\quad y=ax^2+(2-b)x+3$

이 함수가 x에 대한 일차함수가 되려면

$a=0$, $2-b\neq0$

$\therefore a=0$, $b\neq2$

답 ③

733 전략 $f(x)$에 x 대신 $a-1$, $a+3$을 각각 대입하여 a에 대한 방정식을 세운다.

$f(a-1)=-3(a-1)+5=-3a+8$

$f(a+3)=-3(a+3)+5=-3a-4$

$f(a-1)+f(a+3)=16$이므로

$(-3a+8)+(-3a-4)=16$

$-6a=12$ $\quad\therefore a=-2$

답 ②

734 전략 일차함수 $y=ax+b$의 그래프가 점 (p, q)를 지난다.

➔ $q=ap+b$

$y=ax+b$의 그래프가 두 점 $(-2, -11)$, $(6, 9)$를 지나므로

$$\begin{cases}-2a+b=-11 & \cdots\cdots ㉠\\ 6a+b=9 & \cdots\cdots ㉡\end{cases}$$

㉠−㉡을 하면

$-8a=-20$ $\quad\therefore a=\dfrac{5}{2}$

$a=\dfrac{5}{2}$를 ㉡에 대입하면

$6\times\dfrac{5}{2}+b=9$ $\quad\therefore b=-6$

$\therefore ab=\dfrac{5}{2}\times(-6)=-15$

답 ①

735 전략 먼저 $y=\dfrac{1}{3}x+a-2$의 그래프가 점 $(-3, 5)$를 지남을 이용하여 a의 값을 구한다.

$y=\dfrac{1}{3}x+a-2$의 그래프가 점 $(-3, 5)$를 지나므로

$5=\dfrac{1}{3}\times(-3)+a-2$ $\quad\therefore a=8$

따라서 $y=\dfrac{1}{3}x+6$의 그래프를 y축의 방향으로 b만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=\dfrac{1}{3}x+6+b$

이 그래프의 식이 $y=cx-9$와 같으므로

$\dfrac{1}{3}=c$, $6+b=-9$

$\therefore b=-15$, $c=\dfrac{1}{3}$

$\therefore a+bc=8+(-15)\times\dfrac{1}{3}=3$

답 ①

736 전략 x절편이 m, y절편이 n인 그래프는 두 점 $(m, 0)$, $(0, n)$을 지난다.

$y=\dfrac{5}{2}x+k$의 그래프를 y축의 방향으로 -4만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=\dfrac{5}{2}x+k-4$

이 그래프의 x절편이 a이므로 $x=a$, $y=0$을 대입하면

$0=\dfrac{5}{2}a+k-4$, 즉 $\dfrac{5}{2}a+k=4$ $\quad\cdots\cdots ㉠$

y절편이 $a-7$이므로

$a-7=k-4$, 즉 $a-k=3$ $\quad\cdots\cdots ㉡$

㉠+㉡을 하면

$\dfrac{7}{2}a=7$ $\quad\therefore a=2$

$a=2$를 ㉡에 대입하면

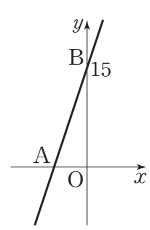
$2-k=3$ $\quad\therefore k=-1$

$\therefore a+k=2+(-1)=1$

답 ③

737 전략 먼저 그래프의 y절편을 이용하여 선분 OB의 길이를 구한다.

$a>0$이므로 $y=ax+15$의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



$\overline{OB}=15$이므로

$\overline{OA}=\dfrac{1}{3}\overline{OB}=\dfrac{1}{3}\times15=5$

$\therefore$ A$(-5, 0)$

따라서 $y=ax+15$의 그래프가 두 점 A$(-5, 0)$, B$(0, 15)$를 지나므로

$a=\dfrac{15-0}{0-(-5)}=3$

답 ④

다른 풀이 $a=\dfrac{\overline{OB}}{\overline{OA}}=\dfrac{3\overline{OA}}{\overline{OA}}=3$

738 전략 일차함수 $y=ax+b$의 그래프의 기울기는 a, x절편은 $-\frac{b}{a}$, y절편은 b이다.

$y=0$일 때, $\quad 0=-\frac{5}{7}x+10 \quad \therefore x=14$

$x=0$일 때, $\quad y=10$

즉 $y=-\frac{5}{7}x+10$의 그래프의 x절편은 14, y절편은 10이므로

$a=14$, $b=10$

따라서 두 점 (a, b), $(a+b, b-a)$, 즉 $(14, 10)$, $(24, -4)$를 지나는 일차함수의 그래프의 기울기는

$\frac{-4-10}{24-14}=-\frac{7}{5}$ 답 ①

다른 풀이 $y=-\frac{5}{7}x+10$의 그래프의 x절편이 a, y절편이 b이므로 이 그래프는 두 점 $(a, 0)$, $(0, b)$를 지난다.

이때 이 그래프의 기울기가 $-\frac{5}{7}$이므로

$\frac{b-0}{0-a}=-\frac{5}{7} \quad \therefore \frac{b}{a}=\frac{5}{7}$ …… ㉠

두 점 (a, b), $(a+b, b-a)$를 지나는 일차함수의 그래프의 기울기는 $\quad \frac{(b-a)-b}{(a+b)-a}=-\frac{a}{b}$

이때 ㉠에서 $\frac{a}{b}=\frac{7}{5}$이므로 구하는 기울기는 $\quad -\frac{a}{b}=-\frac{7}{5}$

739 전략 (기울기)$=\frac{(y\text{의 값의 증가량})}{(x\text{의 값의 증가량})}$

주어진 그래프는 두 점 $(-6, -1)$, $(2, 3)$을 지나므로

(기울기)$=\frac{3-(-1)}{2-(-6)}=\frac{4}{8}=\frac{1}{2}$

따라서 $\frac{(y\text{의 값의 증가량})}{12}=\frac{1}{2}$이므로

(y의 값의 증가량)$=6$ 답 ③

740 전략 일차함수 $y=f(x)$에 대하여 $\frac{f(p)-f(q)}{p-q}$는 $y=f(x)$의 그래프의 기울기임을 이용한다.

조건 (가)에서 $\quad \frac{f(x-1)-f(x+3)}{(x-1)-(x+3)}=\frac{-24}{-4}=6$

즉 $y=f(x)$의 그래프의 기울기가 6이므로 $\quad a=6$

$f(x)=6x+b$이고 조건 (나)에서 $f(2)=2$이므로

$2=6\times2+b \quad \therefore b=-10$

따라서 $f(x)=6x-10$이므로

$f\left(-\frac{2}{3}\right)=6\times\left(-\frac{2}{3}\right)-10=-14$ 답 ②

다른 풀이 조건 (가)에서

$$f(x-1)-f(x+3)=\{a(x-1)+b\}-\{a(x+3)+b\}=-4a$$

이므로 $\quad -4a=-24 \quad \therefore a=6$

$f(x)=6x+b$이고 조건 (나)에서 $f(2)=2$이므로

$2=6\times2+b \quad \therefore b=-10$

따라서 $f(x)=6x-10$이므로

$f\left(-\frac{2}{3}\right)=6\times\left(-\frac{2}{3}\right)-10=-14$

741 전략 일차함수 $y=ax+b$의 그래프의 x절편은 $-\frac{b}{a}$, y절편은 b이다.

$y=ax-\frac{2}{3}$에서 $y=0$일 때, $\quad 0=ax-\frac{2}{3} \quad \therefore x=\frac{2}{3a}$

$x=0$일 때, $\quad y=-\frac{2}{3}$

x절편이 $\frac{1}{6}$이므로

$\frac{2}{3a}=\frac{1}{6} \quad \therefore a=4$

또 y절편이 b이므로 $\quad b=-\frac{2}{3}$

따라서 $y=-\frac{2}{3}x+4$에서 $y=0$일 때, $\quad 0=-\frac{2}{3}x+4$

$\therefore x=6$

$x=0$일 때, $\quad y=4$

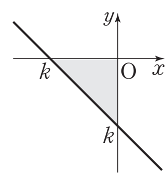
즉 $y=-\frac{2}{3}x+4$의 그래프의 x절편은 6, y절편은 4이므로 그 그래프는 ③이다. 답 ③

742 전략 $y=-x+k$의 그래프의 x절편, y절편을 구한 후 $k<0$임을 이용하여 그래프를 그려 본다.

$y=0$일 때, $\quad 0=-x+k \quad \therefore x=k$

$x=0$일 때, $\quad y=k$

즉 $y=-x+k$의 그래프의 x절편과 y절편은 모두 k이고 $k<0$이므로 그 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



이때 그래프와 x축 및 y축으로 둘러싸인 도형의 넓이가 32이므로

$\frac{1}{2}\times(-k)\times(-k)=32, \quad k^2=64$

$\therefore k=-8$ ($\because k<0$) 답 ②

743 전략 7^x의 일의 자리의 숫자의 규칙을 찾는다.

$7^1=7$, $7^2=49$, $7^3=343$, $7^4=2401$, $7^5=16807$, …

즉 7^x의 일의 자리의 숫자는 7, 9, 3, 1의 순서대로 반복되어 나타난다.

$100=4\times25$이므로

$f(1)+f(2)+f(3)+\cdots+f(99)+f(100)$

$=(7+9+3+1)\times25$

$=500$ 답 500

744 전략 점 A의 x좌표를 a로 놓고 점 D의 좌표를 a에 대한 식으로 나타낸다.

$A(a, a)$라 하면 $\overline{AB}=a$이고 사각형 ABCD가 정사각형이므로

$\overline{AD}=a$

점 D의 x좌표는 $2a$이므로 $\quad D(2a, a)$

이때 점 $D(2a, a)$가 $y=-x+9$의 그래프 위의 점이므로

$a=-2a+9 \quad \therefore a=3$

따라서 정사각형 ABCD의 한 변의 길이가 3이므로 넓이는

$3\times3=9$ 답 9

745 전략 두 일차함수의 그래프의 절편을 이용하여 각 선분의 길이를 p, q에 대한 식으로 나타낸다.

$y=-2x+p$에서 $y=0$일 때, $0=-2x+p$ $\quad\therefore x=\frac{p}{2}$

$x=0$일 때, $y=p$

즉 $y=-2x+p$의 그래프의 x절편은 $\frac{p}{2}$, y절편은 p이므로

$\quad A(0,\ p)$, $D\left(\frac{p}{2},\ 0\right)$

$y=\frac{1}{3}x+q$에서 $y=0$일 때, $0=\frac{1}{3}x+q$

$\quad\therefore x=-3q$

$x=0$일 때, $y=q$

즉 $y=\frac{1}{3}x+q$의 그래프의 x절편은 $-3q$, y절편은 q이므로

$\quad B(0,\ q)$, $C(-3q,\ 0)$

따라서 $\overline{AB}=p-q$, $\overline{BO}=q$이므로 $\overline{AB}=2\overline{BO}$에서

$\quad p-q=2q \quad \therefore p=3q \quad$ …… ㉠

또 $\overline{CD}=9$이므로 $\frac{p}{2}-(-3q)=9$

$\quad\therefore p+6q=18 \quad$ …… ㉡

㉠을 ㉡에 대입하면 $3q+6q=18$

$\quad 9q=18 \quad \therefore q=2$

$q=2$를 ㉠에 대입하면 $p=3\times2=6$

$\quad\therefore p-q=6-2=4$

답 4

746 전략 서로 다른 세 점 A, B, C가 한 직선 위에 있으면 세 직선 AB, BC, CA의 기울기는 모두 같다.

세 점이 한 직선 위에 있으므로

$$\frac{-9-1}{(2a-5)-(-6)}=\frac{-17-1}{(a+1)-(-6)}$$

$\frac{-10}{2a+1}=\frac{-18}{a+7}$, $\quad 10(a+7)=18(2a+1)$

$-26a=-52 \quad \therefore a=2$

답 2

747 전략 먼저 $y=\frac{1}{2}ax+3$의 그래프가 점 $(-2,\ -5)$를 지남을 이용하여 a의 값을 구한다.

$y=\frac{1}{2}ax+3$의 그래프가 점 $(-2,\ -5)$를 지나므로

$\quad -5=\frac{1}{2}a\times(-2)+3 \quad \therefore a=8$

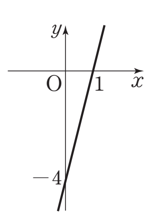
따라서 $y=4x+3$의 그래프를 y축의 방향으로 -7만큼 평행이동한 그래프의 식은

$\quad y=4x+3-7$, 즉 $y=4x-4$

$y=4x-4$에서 $y=0$일 때, $0=4x-4 \quad \therefore x=1$

$x=0$일 때, $y=-4$

즉 $y=4x-4$의 그래프의 x절편은 1, y절편은 -4이므로 그 그래프는 오른쪽 그림과 같고, 제2사분면을 지나지 않는다.



답 제2사분면

748 전략 네 일차함수의 그래프를 좌표평면 위에 그려 본다.

$y=x+5$의 그래프의 x절편은 -5, y절편은 5,

$y=x-5$의 그래프의 x절편은 5, y절편은 -5,

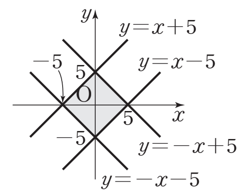
$y=-x+5$의 그래프의 x절편은 5, y절편은 5,

$y=-x-5$의 그래프의 x절편은 -5, y절편은 -5

이므로 그 그래프는 오른쪽 그림과 같다.

따라서 구하는 넓이는

$\quad 2\times\left(\frac{1}{2}\times10\times5\right)=50$



답 50

749 전략 $\frac{x}{3}=2$, $5-2x=-3$을 만족시키는 x의 값을 각각 구하여 주어진 식에 대입한다.

$\frac{x}{3}=2$에서 $x=6$

$f\left(\frac{x}{3}\right)=-x+4$의 양변에 x 대신 6을 대입하면

$\quad f(2)=-6+4=-2$ … 1단계

$5-2x=-3$에서 $x=4$

$g(5-2x)=\frac{3}{4}x-1$의 양변에 x 대신 4를 대입하면

$\quad g(-3)=\frac{3}{4}\times4-1=2$ … 2단계

$\quad\therefore f(2)+g(-3)=-2+2=0$ … 3단계

답 0

단계	채점 요소	배점
1	$f(2)$의 값 구하기	2점
2	$g(-3)$의 값 구하기	2점
3	$f(2)+g(-3)$의 값 구하기	1점

750 전략 먼저 평행이동한 그래프의 식을 구한다.

$y=-2x-4$의 그래프를 y축의 방향으로 b만큼 평행이동한 그래프의 식은

$\quad y=-2x-4+b$

이 그래프가 점 $(-4,\ 9)$를 지나므로

$\quad 9=-2\times(-4)-4+b$

$\quad\therefore b=5$ … 1단계

따라서 $y=-2x+1$의 그래프가 점 $(3a,\ 11-a)$를 지나므로

$\quad 11-a=-2\times3a+1$

$\quad 5a=-10 \quad \therefore a=-2$ … 2단계

$\quad\therefore a-b=-2-5=-7$ … 3단계

답 -7

단계	채점 요소	배점
1	b의 값 구하기	2점
2	a의 값 구하기	2점
3	$a-b$의 값 구하기	1점

751 전략 두 그래프가 x축 위에서 만나면 x절편이 같고, y축 위에서 만나면 y절편이 같다.

$y=ax+b$의 그래프는 $y=-\frac{3}{4}x-3$의 그래프와 x축 위에서 만나므로 두 그래프의 x절편이 같다.

$y=-\frac{3}{4}x-3$에서 $y=0$일 때, $0=-\frac{3}{4}x-3$

$\therefore x=-4$

즉 $y=ax+b$의 그래프의 x절편은 -4이다. … 1단계

또 $y=ax+b$의 그래프는 $y=x+8$의 그래프와 y축 위에서 만나므로 두 그래프의 y절편이 같다.

$y=x+8$에서 $x=0$일 때, $y=8$

즉 $y=ax+b$의 그래프의 y절편은 8이다. … 2단계

따라서 $y=ax+b$의 그래프는 두 점 $(-4,\ 0)$, $(0,\ 8)$을 지나므로 기울기는 $\frac{8-0}{0-(-4)}=2$ … 3단계

답 2

단계	채점 요소	배점
1	$y=ax+b$의 그래프의 x절편 구하기	2점
2	$y=ax+b$의 그래프의 y절편 구하기	2점
3	$y=ax+b$의 그래프의 기울기 구하기	2점

752 전략 먼저 두 그래프의 y절편을 이용하여 b의 값을 구한다.

두 그래프가 y축 위에서 만나므로 두 그래프의 y절편이 같다.

이때 $y=ax-5$의 그래프의 y절편이 -5이므로 $y=\frac{5}{3}x+b$의 그래프의 y절편도 -5이다.

$\therefore b=-5$ … 1단계

$y=ax-5$에서 $y=0$일 때, $0=ax-5$ $\quad\therefore x=\frac{5}{a}$

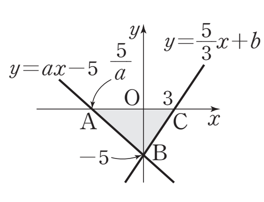
즉 $y=ax-5$의 그래프의 x절편은 $\frac{5}{a}$이다.

$y=\frac{5}{3}x-5$에서 $y=0$일 때, $0=\frac{5}{3}x-5$ $\quad\therefore x=3$

즉 $y=\frac{5}{3}x-5$의 그래프의 x절편은 3이다.

$\therefore \mathrm{A}\left(\frac{5}{a},\ 0\right)$, $\mathrm{B}(0,\ -5)$, $\mathrm{C}(3,\ 0)$

이때 삼각형 ABC의 넓이가 20이므로



$\frac{1}{2}\times\left(3-\frac{5}{a}\right)\times5=20$

$3-\frac{5}{a}=8$

$\therefore a=-1$ … 2단계

$\therefore ab=(-1)\times(-5)=5$ … 3단계

답 5

단계	채점 요소	배점
1	b의 값 구하기	2점
2	a의 값 구하기	3점
3	ab의 값 구하기	1점

V. 일차함수

09 일차함수와 그 그래프 (2)

셀프 CHECK

본책 158쪽

A 답 (1) ㄱ, ㄷ (2) ㄷ, ㄹ (3) ㄴ, ㄷ, ㄹ

B 답 2

C (2) 기울기가 $\frac{1}{4}$이므로 일차함수의 식을 $y=\frac{1}{4}x+b$라 하자.

이 함수의 그래프가 점 $(8,\ 1)$을 지나므로

$1=\frac{1}{4}\times8+b$ $\quad\therefore b=-1$

따라서 구하는 일차함수의 식은 $y=\frac{1}{4}x-1$

(3) 기울기가 $\frac{12-(-3)}{2-(-1)}=5$이므로 일차함수의 식을 $y=5x+b$라 하자.

이 함수의 그래프가 점 $(-1,\ -3)$을 지나므로

$-3=5\times(-1)+b$ $\quad\therefore b=2$

따라서 구하는 일차함수의 식은 $y=5x+2$

(4) 두 점 $(-8,\ 0)$, $(0,\ -4)$를 지나므로 기울기는

$\frac{-4-0}{0-(-8)}=-\frac{1}{2}$

y절편은 -4이므로 구하는 일차함수의 식은

$y=-\frac{1}{2}x-4$

답 (1) $y=-3x+10$ (2) $y=\frac{1}{4}x-1$ (3) $y=5x+2$ (4) $y=-\frac{1}{2}x-4$

D (2) $y=2x+5$에 $x=8$을 대입하면

$y=2\times8+5=21$

따라서 8분 후에 물통에 들어 있는 물의 양은 21 L이다.

답 (1) $y=2x+5$ (2) 21 L

내신 유형 다지기

본책 159~167쪽

유형 143 일차함수 $y=ax+b$의 그래프의 성질

본책 159쪽

일차함수 $y=ax+b$의 그래프에서

(1) $a>0$이면 오른쪽 위로 향하는 직선이고, $a<0$이면 오른쪽 아래로 향하는 직선이다.

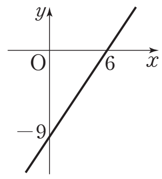
(2) $b>0$이면 y축과 양의 부분에서 만나고, $b<0$이면 y축과 음의 부분에서 만난다.

(3) a의 절댓값이 클수록 y축에 가깝다.

09 일차함수와 그 그래프 (2)

753 ④ $-3=\frac{3}{2}\times4-9$

⑤ 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로
제 2 사분면을 지나지 않는다.
따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.



답 ⑤

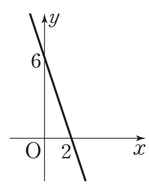
754 $|1|<\left|-\frac{8}{5}\right|<|2|<\left|\frac{10}{3}\right|<|-4|$이므로 그래프가 y축에 가장 가까운 것은 ③이다. 답 ③

755 ㄷ. 기울기가 가장 작은 그래프는 (나)이다.
이상에서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ이다. 답 ②

756 $y=-3x+10$의 그래프를 y축의 방향으로 -4만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=-3x+10-4$, 즉 $y=-3x+6$

② (y절편)$=6>0$이므로 y축과 양의 부분에서 만난다.
③ x축과 만나는 점의 좌표는 $(2,\ 0)$이다.
④ $8\neq-3\times(-1)+6=9$이므로 점 $(-1,\ 8)$을 지나지 않는다.
⑤ 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로
제 1, 2, 4 사분면을 지난다.
따라서 옳은 것은 ①, ⑤이다.



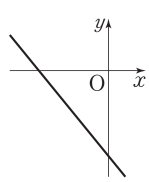
답 ①, ⑤

유형 144 일차함수 $y=ax+b$의 그래프와 a, b의 부호 (1)

본책 159쪽

일차함수 $y=ax+b$의 그래프가 지나는 사분면
(1) $a>0$, $b>0$ ➜ 제1, 2, 3사분면
(2) $a>0$, $b<0$ ➜ 제1, 3, 4사분면
(3) $a<0$, $b>0$ ➜ 제1, 2, 4사분면
(4) $a<0$, $b<0$ ➜ 제2, 3, 4사분면

757 $a<0$이고, $b>0$에서 $-b<0$이므로
$y=ax-b$의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.
따라서 제 1 사분면을 지나지 않는다.



답 ①

758 ① $a>0$, $-b>0$이므로 제 1, 2, 3 사분면을 지난다.
② $-a<0$, $b<0$이므로 제 2, 3, 4 사분면을 지난다.
③ $-a<0$, $-b>0$이므로 제 1, 2, 4 사분면을 지난다.
④ $ab<0$, $a>0$이므로 제 1, 2, 4 사분면을 지난다.
⑤ $a-b>0$, $b<0$이므로 제 1, 3, 4 사분면을 지난다.
따라서 그래프가 제 3 사분면을 지나지 않는 것은 ③, ④이다.
답 ③, ④

759 $a<b$, $ab<0$이므로

$a<0$, $b>0$

따라서 $b>0$, $-a>0$이므로 $y=bx-a$의 그래프로 알맞은 것은 ①이다. 답 ①

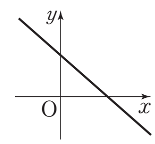
760 $a>b$, $ab<0$이므로

$a>0$, $b<0$

$\frac{c}{b}<0$이므로 $c>0$ … 1단계

$\therefore b-c<0,\ ac>0$ … 2단계

따라서 $y=(b-c)x+ac$의 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 제 3 사분면을 지나지 않는다.
… 3단계



답 제 3 사분면

단계	채점 요소	비율
1	a, b, c의 부호 구하기	50 %
2	$b-c$, ac의 부호 구하기	20 %
3	그래프가 지나지 않는 사분면 구하기	30 %

유형 145 일차함수 $y=ax+b$의 그래프와 a, b의 부호 (2)

본책 160쪽

일차함수 $y=ax+b$의 그래프가
(1) 오른쪽 위로 향하면 $a>0$
오른쪽 아래로 향하면 $a<0$
(2) y축과 양의 부분에서 만나면 $b>0$
y축과 음의 부분에서 만나면 $b<0$

761 그래프가 오른쪽 위로 향하므로

$-a>0$ $\therefore a<0$

또 그래프가 y축과 음의 부분에서 만나므로

$b<0$ 답 ④

762 그래프가 y축과 양의 부분에서 만나므로

$-b>0$ $\therefore b<0$

또 그래프가 오른쪽 아래로 향하므로

$\frac{b}{a}<0$ $\therefore a>0$ 답 $a>0$, $b<0$

763 그래프가 오른쪽 위로 향하므로 $a>0$
또 그래프가 y축과 양의 부분에서 만나므로 $b>0$

$\therefore a+b>0,\ -ab<0$

따라서 $y=(a+b)x-ab$의 그래프로 알맞은 것은 ③이다.
답 ③

764 그래프가 오른쪽 아래로 향하므로 $ab<0$

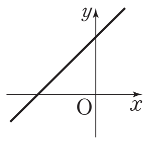
또 그래프가 y축과 음의 부분에서 만나므로 $\frac{c}{b}<0$

이때 $b>0$이면 $a<0,\ c<0$

$b<0$이면 $a>0,\ c>0$

$\therefore \frac{c}{a}>0,\ -\frac{b}{a}>0$

따라서 $y=\frac{c}{a}x-\frac{b}{a}$의 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 제4사분면을 지나지 않는다.



답 제4사분면

유형 146 두 일차함수의 그래프의 평행 본책 161쪽

(1) 평행한 두 일차함수의 그래프
→ 기울기가 같고 y절편은 다르다.
(2) 두 일차함수 $y=ax+b$와 $y=cx+d$의 그래프가 평행하다.
→ $a=c,\ b\neq d$

765 그래프가 두 점 $(-10,\ 0)$, $(0,\ 5)$를 지나므로 y절편은 5이고 기울기는

$$\frac{5-0}{0-(-10)}=\frac{1}{2}$$

따라서 그림의 그래프와 평행한 것은 기울기가 같고 y절편이 다른 ③이다. 답 ③

766 $y=ax-4$의 그래프가 $y=-\frac{1}{3}x+1$의 그래프와 평행하므로 $a=-\frac{1}{3}$ … 1단계

따라서 $y=-\frac{1}{3}x-4$의 그래프가 점 $(b,\ -2)$를 지나므로

$-2=-\frac{1}{3}b-4,\quad \frac{1}{3}b=-2$

$\therefore b=-6$ … 2단계

$\therefore ab=\left(-\frac{1}{3}\right)\times(-6)=2$ … 3단계

답 2

단계	채점 요소	비율
1	a의 값 구하기	40 %
2	b의 값 구하기	40 %
3	ab의 값 구하기	20 %

767 두 점 $(-5,\ 3)$, $(1,\ k)$를 지나는 일차함수의 그래프의 기울기는

$$\frac{k-3}{1-(-5)}=\frac{k-3}{6}$$

두 그래프가 평행하므로 $\frac{k-3}{6}=4$

$k-3=24\qquad \therefore k=27$ 답 27

768 $y=-2x+6$과 $y=ax+b$의 그래프가 평행하므로

$a=-2$

$y=-2x+6$의 그래프의 x절편이 3이므로

$P(3,\ 0)$

$y=-2x+b$의 그래프의 x절편이 $\frac{b}{2}$이므로

$Q\left(\frac{b}{2},\ 0\right)$

$\overline{PQ}=5$이므로 $\left|\frac{b}{2}-3\right|=5$

$\frac{b}{2}-3=-5$ 또는 $\frac{b}{2}-3=5$

$\therefore b=-4$ 또는 $b=16$

$b>0$이므로 $b=16$

$\therefore a+b=-2+16=14$ 답 14

유형 147 두 일차함수의 그래프의 일치 본책 161쪽

(1) 일치하는 두 일차함수의 그래프
→ 기울기와 y절편이 각각 같다.
(2) 두 일차함수 $y=ax+b$와 $y=cx+d$의 그래프가 일치한다.
→ $a=c,\ b=d$

769 $y=\frac{1}{4}ax-2$의 그래프를 y축의 방향으로 5만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=\frac{1}{4}ax-2+5$, 즉 $y=\frac{1}{4}ax+3$

이 그래프가 $y=2x-7-5b$의 그래프와 일치하므로

$\frac{1}{4}a=2,\ 3=-7-5b$

따라서 $a=8,\ b=-2$이므로

$a+b=8+(-2)=6$ 답 ②

770 두 그래프가 일치하므로

$a-3b=-6,\ 4a+3b=-9$

두 식을 연립하여 풀면 $a=-3,\ b=1$

$\therefore b-a=1-(-3)=4$ 답 ⑤

771 $y=-\frac{3}{2}x+1$과 $y=(a-1)x+4a$의 그래프가 평행하므로

$-\frac{3}{2}=a-1\qquad \therefore a=-\frac{1}{2}$

$y=3x+2a-1$, 즉 $y=3x-2$와 $y=3x-b+8$의 그래프가 일치하므로

$-2=-b+8\qquad \therefore b=10$

$\therefore ab=\left(-\frac{1}{2}\right)\times 10=-5$ 답 -5

유형 148 일차함수의 식 구하기 ; 기울기와 y절편이 주어질 때 본책 162쪽

기울기가 a이고 y절편이 b인 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식
➜ $y=ax+b$

772 x의 값이 2만큼 증가할 때 y의 값은 6만큼 감소하므로 기울기는

$\frac{-6}{2}=-3$

즉 기울기가 -3이고 y절편이 -1인 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식은

$y=-3x-1$

따라서 $a=-3$, $b=-1$이므로

$a-b=-3-(-1)=-2$ 답 ①

773 $y=\frac{2}{5}x-7$의 그래프와 평행하므로 기울기는 $\frac{2}{5}$이다.
또 y절편이 4이므로 일차함수의 식은

$y=\frac{2}{5}x+4$

따라서 $y=\frac{2}{5}x+4$의 그래프의 x절편은 -10이다.

답 -10

774 두 점 $(-4, 8)$, $(2, 2)$를 지나는 직선과 평행하므로 기울기는

$\frac{2-8}{2-(-4)}=-1$

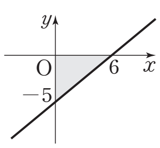
또 $y=4x+3$의 그래프와 y축 위에서 만나므로 y절편이 같다.
즉 y절편이 3이므로 구하는 일차함수의 식은

$y=-x+3$ 답 $y=-x+3$

775 기울기가 $\frac{5}{6}$이고 y절편이 -5인 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식은

$y=\frac{5}{6}x-5$ … 1단계

이때 x절편은 6이므로 $y=\frac{5}{6}x-5$의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



따라서 구하는 넓이는

$\frac{1}{2}\times6\times5=15$ … 2단계

답 15

단계	채점 요소	비율
1	일차함수의 식 구하기	50 %
2	넓이 구하기	50 %

유형 149 일차함수의 식 구하기 ; 기울기와 한 점의 좌표가 주어질 때 본책 162쪽

기울기가 a이고 점 (x_1, y_1)을 지나는 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식
➜ $y=ax+b$로 놓고 $x=x_1$, $y=y_1$을 대입하여 b의 값을 구한다.

776 기울기가 $\frac{3}{4}$이므로 일차함수의 식을 $y=\frac{3}{4}x+b$라 하자.
이 함수의 그래프가 점 $(-8, -3)$을 지나므로

$-3=\frac{3}{4}\times(-8)+b$ $\quad\therefore b=3$

따라서 $y=\frac{3}{4}x+3$의 그래프가 점 $(k, k+2)$를 지나므로

$k+2=\frac{3}{4}k+3$, $\quad\frac{1}{4}k=1$ $\quad\therefore k=4$ 답 4

777 두 점 $(4, 0)$, $(0, 6)$을 지나는 직선과 평행하므로

$a=\frac{6-0}{0-4}=-\frac{3}{2}$

따라서 $y=-\frac{3}{2}x+b$의 그래프가 점 $(6, -1)$을 지나므로

$-1=-\frac{3}{2}\times6+b$ $\quad\therefore b=8$

$\therefore ab=\left(-\frac{3}{2}\right)\times8=-12$ 답 ②

778 기울기가 $\frac{12}{6}=2$이므로 일차함수의 식을 $y=2x+b$라 하자.
이 함수의 그래프가 $y=-x+2$의 그래프와 x축 위에서 만나므로 x절편이 같다.
이때 $y=-x+2$의 그래프의 x절편은 2이므로

$0=2\times2+b$ $\quad\therefore b=-4$

따라서 구하는 일차함수의 식은 $\quad y=2x-4$ 답 $y=2x-4$

779 기울기가 $\frac{f(a)-f(2)}{a-2}=-5$이므로 일차함수의 식을 $f(x)=-5x+b$라 하자.
이 함수의 그래프가 점 $(-2, 9)$를 지나므로

$9=-5\times(-2)+b$ $\quad\therefore b=-1$

따라서 $f(x)=-5x-1$이므로

$f(3)=-5\times3-1=-16$ 답 -16

유형 150 일차함수의 식 구하기 ; 두 점의 좌표가 주어질 때 본책 163쪽

두 점 (x_1, y_1), (x_2, y_2)를 지나는 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식은 다음과 같은 순서로 구한다.

❶ 기울기 $a=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$을 구한다.

❷ $y=ax+b$로 놓고 두 점 중 한 점의 좌표를 대입하여 b의 값을 구한다.

780 기울기가 $\frac{7-(-5)}{3-(-1)}=3$이므로 일차함수의 식을 $y=3x+b$라 하자.
이 함수의 그래프가 점 $(-1,\ -5)$를 지나므로
$-5=3\times(-1)+b$
$\therefore b=-2$
따라서 구하는 일차함수의 식은
$y=3x-2$
답 ④

781 기울기가 $\frac{-4-1}{6-(-9)}=-\frac{1}{3}$이므로 일차함수의 식을 $y=-\frac{1}{3}x+b$라 하자.
이 함수의 그래프가 점 $(-9,\ 1)$을 지나므로
$1=-\frac{1}{3}\times(-9)+b$
$\therefore b=-2$
따라서 두 점 $(-9,\ 1)$, $(6,\ -4)$를 지나는 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식은
$y=-\frac{1}{3}x-2$
이때 $y=-\frac{1}{3}x-2$의 그래프를 y축의 방향으로 9만큼 평행이동한 그래프의 식은
$y=-\frac{1}{3}x-2+9$, 즉 $y=-\frac{1}{3}x+7$
이 함수의 그래프가 점 $(k,\ 8)$을 지나므로
$8=-\frac{1}{3}k+7$, $\frac{1}{3}k=-1$
$\therefore k=-3$
답 -3

782 세 점이 한 직선 위에 있으므로
$\frac{-6-(5-2k)}{1-(-4)}=\frac{(k-6)-(-6)}{9-1}$
$\frac{2k-11}{5}=\frac{k}{8}$, $8(2k-11)=5k$
$11k=88$ $\therefore k=8$ … 1단계
즉 기울기가 $\frac{2-(-6)}{9-1}=1$이므로 일차함수의 식을 $y=x+b$라 하자.
이 함수의 그래프가 점 $(1,\ -6)$을 지나므로
$-6=1+b$ $\therefore b=-7$
따라서 일차함수의 식은
$y=x-7$ … 2단계
이므로 $y=x-7$의 그래프의 x절편은 7이다. … 3단계
답 7

단계	채점 요소	비율
1	k의 값 구하기	40 %
2	일차함수의 식 구하기	40 %
3	x절편 구하기	20 %

783 기울기가 $\frac{15-27}{5-(-10)}=-\frac{4}{5}$이므로 일차함수의 식을 $y=-\frac{4}{5}x+b$라 하자.
이 함수의 그래프가 점 $(5,\ 15)$를 지나므로
$15=-\frac{4}{5}\times5+b$
$\therefore b=19$
즉 일차함수의 식은 $y=-\frac{4}{5}x+19$이고 이 그래프 위의 점 중에서 x좌표와 y좌표가 모두 자연수인 점의 x좌표는 5의 배수이다.
또 $y>0$이어야 하므로
$-\frac{4}{5}x+19>0$, $-\frac{4}{5}x>-19$
$\therefore x<\frac{95}{4}$
따라서 $0<x<\frac{95}{4}$를 만족시키는 x의 값 중에서 5의 배수는 5, 10, 15, 20의 4개이므로 구하는 점의 개수는 4이다.
답 4

유형 151 일차함수의 식 구하기 ; x절편, y절편이 주어질 때

본책 163쪽

x절편이 m, y절편이 n인 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식
➜ 두 점 $(m,\ 0)$, $(0,\ n)$을 지나는 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식을 구하는 것과 같다.
$y=-\frac{n}{m}x+n$

784 두 점 $(-9,\ 0)$, $(0,\ -6)$을 지나므로 기울기는
$\frac{-6-0}{0-(-9)}=-\frac{2}{3}$
y절편이 -6이므로 일차함수의 식은
$y=-\frac{2}{3}x-6$
⑤ $-10\neq-\frac{2}{3}\times9-6=-12$
따라서 $y=-\frac{2}{3}x-6$의 그래프 위의 점이 아닌 것은 ⑤이다.
답 ⑤

785 두 점 $(-5,\ 0)$, $(0,\ 2)$를 지나므로 기울기는
$\frac{2-0}{0-(-5)}=\frac{2}{5}$
y절편이 2이므로 일차함수의 식은
$y=\frac{2}{5}x+2$
이 함수의 그래프가 점 $(-10,\ k)$를 지나므로
$k=\frac{2}{5}\times(-10)+2=-2$
답 -2

786 $y=2x-8$의 그래프와 x축 위에서 만나므로 x절편은 4이다.
또 $y=-\frac{4}{7}x-1$의 그래프와 y축 위에서 만나므로 y절편은 -1이다.
따라서 두 점 $(4, 0)$, $(0, -1)$을 지나므로 기울기는
$$\frac{-1-0}{0-4}=\frac{1}{4}$$
y절편이 -1이므로 구하는 일차함수의 식은
$$y=\frac{1}{4}x-1$$
답 $y=\frac{1}{4}x-1$

787 조건 (나)에서 x절편을 k, y절편을 $3k$ $(k\neq0)$라 하면 두 점 $(k, 0)$, $(0, 3k)$를 지나므로 기울기는
$$\frac{3k-0}{0-k}=-3$$
y절편이 $3k$이므로 일차함수의 식은
$$y=-3x+3k$$
조건 (다)에서 이 함수의 그래프가 점 $(-1, 9)$를 지나므로
$$9=-3\times(-1)+3k$$
$$3k=6 \qquad \therefore k=2$$
따라서 구하는 일차함수의 식은
$$y=-3x+6$$
답 $y=-3x+6$

유형 152 일차함수의 활용; 온도에 대한 문제

본책 164쪽

처음 온도가 a ℃이고 1분마다 온도가 b ℃씩 올라간다고 할 때, x분 후의 온도 y ℃
➜ $y=a+bx$

788 (1) 물의 온도는 2분마다 6 ℃씩 올라가므로 1분마다 3 ℃씩 올라간다.
$$\therefore y=3x+15$$
(2) $y=3x+15$에 $x=21$을 대입하면
$$y=3\times21+15=78$$
따라서 가열한 지 21분 후의 물의 온도는 78 ℃이다.
답 (1) $y=3x+15$ (2) 78 ℃

789 100 m, 즉 0.1 km 높아질 때마다 기온은 0.6 ℃씩 내려가므로 1 km 높아질 때마다 기온은 6 ℃씩 내려간다.
지면으로부터 높이가 x km인 지점의 기온을 y ℃라 하면
$$y=-6x+20$$
위의 식에 $y=-4$를 대입하면 $\quad -4=-6x+20$
$$6x=24 \qquad \therefore x=4$$
따라서 기온이 -4 ℃인 지점의 지면으로부터의 높이는 4 km이다.
답 ③

790 (i) 주전자에 담긴 물을 데울 때,
1분마다 온도가 4 ℃씩 올라가므로 물을 데우기 시작한 지 x분 후의 물의 온도를 y ℃라 하면
$$y=4x+10$$
위의 식에 $y=70$을 대입하면 $\quad 70=4x+10$
$$4x=60 \qquad \therefore x=15$$
따라서 10 ℃인 물을 70 ℃가 되도록 데우는 데 15분이 걸린다.
(ii) 주전자를 바닥에 내려놓았을 때,
1분마다 온도가 $\frac{2}{3}$ ℃씩 내려가므로 물을 식히기 시작한 지 x분 후의 물의 온도를 y ℃라 하면
$$y=-\frac{2}{3}x+70$$
위의 식에 $y=40$을 대입하면 $\quad 40=-\frac{2}{3}x+70$
$$\frac{2}{3}x=30 \qquad \therefore x=45$$
따라서 70 ℃인 물을 40 ℃가 되도록 식히는 데 45분이 걸린다.
(i), (ii)에서 전체 걸리는 시간은
$$15+45=60\ (\text{분})$$
답 60분

유형 153 일차함수의 활용; 길이에 대한 문제

본책 164쪽

처음 길이가 a cm이고 1분마다 길이가 b cm씩 짧아진다고 할 때, x분 후의 길이 y cm
➜ $y=a-bx$

791 ㄱ. 나무가 1년에 8 cm, 즉 0.08 m씩 자라므로
$$y=0.08x+2$$
ㄴ. $y=0.08x+2$에 $x=5$를 대입하면
$$y=0.08\times5+2=2.4$$
따라서 5년 후의 나무의 높이는 2.4 m이다.
ㄷ. $y=0.08x+2$에 $y=3.2$를 대입하면
$$3.2=0.08x+2, \qquad 0.08x=1.2$$
$$\therefore x=15$$
따라서 나무의 높이가 3.2 m가 되는 것은 15년 후이다.
이상에서 옳은 것은 ㄴ, ㄷ이다.
답 ④

792 용수철의 길이는 무게가 10 g인 물건을 달 때마다 5 cm씩 늘어나므로 무게가 1 g인 물건을 달 때마다 $\frac{1}{2}$ cm씩 늘어난다.
무게가 x g인 물건을 달았을 때의 용수철의 길이를 y cm라 하면 $\quad y=\frac{1}{2}x+14$
위의 식에 $x=32$를 대입하면
$$y=\frac{1}{2}\times32+14=30$$
따라서 무게가 32 g인 물건을 달았을 때, 용수철의 길이는 30 cm이다.
답 ②

793 (1) 길이가 20 cm인 양초가 모두 타는 데 100분이 걸리므로 양초의 길이는 1분마다 $\frac{1}{5}$ cm씩 줄어든다.

$\therefore y=-\frac{1}{5}x+20$ … 1단계

(2) $y=-\frac{1}{5}x+20$에 $y=12$를 대입하면

$12=-\frac{1}{5}x+20, \quad \frac{1}{5}x=8$

$\therefore x=40$

따라서 남은 양초의 길이가 12 cm가 되는 것은 불을 붙인 지 40분 후이다. … 2단계

답 (1) $y=-\frac{1}{5}x+20$ (2) 40분

단계	채점 요소	비율
1	y를 x에 대한 식으로 나타내기	60 %
2	남은 양초의 길이가 12 cm가 되는 것은 불을 붙인 지 몇 분 후인지 구하기	40 %

유형 154 일차함수의 활용; 물의 양에 대한 문제 본책 165쪽

처음 물의 양은 a L이고 1분 동안의 물의 양의 변화가 b L일 때, x분 후의 물의 양 y L
➜ $y=a+bx$
물의 양이 늘어나면 $b>0$
물의 양이 줄어들면 $b<0$

794 (1) 12 km를 달리는 데 1 L의 휘발유가 필요하므로 1 km를 달리는 데 $\frac{1}{12}$ L의 휘발유가 필요하다.

$\therefore y=-\frac{1}{12}x+40$

(2) $y=-\frac{1}{12}x+40$에 $x=180$을 대입하면

$y=-\frac{1}{12}\times180+40=25$

따라서 180 km를 달린 후에 남은 휘발유의 양은 25 L이다.

답 (1) $y=-\frac{1}{12}x+40$ (2) 25 L

795 5분에 20 mL씩 투여하므로 1분에 4 mL씩 투여한다.
투여한 지 x분 후에 남아 있는 링거액의 양을 y mL라 하면

$y=-4x+800$

위의 식에 $y=0$을 대입하면

$0=-4x+800, \quad 4x=800$

$\therefore x=200$

따라서 링거액을 모두 투여하는 데 200분, 즉 3시간 20분이 걸리므로 링거액을 모두 투여했을 때의 시각은 오전 11시 20분이다. 답 ④

796 물탱크 A는 3분마다 $5-2=3$ (L), 즉 1분마다 1 L의 물이 채워지는 것과 같고, 물탱크 B는 2분마다 $4-1=3$ (L), 즉 1분마다 $\frac{3}{2}$ L의 물이 채워지는 것과 같다.
x분 후의 두 물탱크 A, B에 들어 있는 물의 양을 각각 y_A L, y_B L라 하면

$y_A=x+40, \; y_B=\frac{3}{2}x+25$ … 1단계

물의 양이 같아지려면 $y_A=y_B$이어야 하므로

$x+40=\frac{3}{2}x+25, \quad \frac{1}{2}x=15$

$\therefore x=30$

따라서 두 물탱크에 들어 있는 물의 양이 같아지는 데 걸리는 시간은 30분이다. … 2단계

답 30분

단계	채점 요소	비율
1	y를 x에 대한 식으로 나타내기	60 %
2	물의 양이 같아지는 데 걸리는 시간 구하기	40 %

유형 155 일차함수의 활용; 속력에 대한 문제 본책 165쪽

변화하는 두 양 x, y를 정한 후 (거리)=(속력)×(시간)임을 이용하여 y를 x에 대한 식으로 나타낸다.

797 ㄴ. $y=600-25x$에 $x=8$을 대입하면

$y=600-25\times8=400$

따라서 8시간 후에 태풍과 Q 지점 사이의 거리는 400 km이다.

ㄷ. $y=600-25x$에 $y=0$을 대입하면

$0=600-25x, \quad 25x=600$

$\therefore x=24$

따라서 태풍이 Q 지점에 도달하는 것은 24시간 후이다.

이상에서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다. 답 ㄱ, ㄷ

798 엘리베이터가 출발한 지 x초 후의 지면으로부터 엘리베이터 바닥까지의 높이를 y m라 하면

$y=-2x+70$

위의 식에 $y=40$을 대입하면 $\quad 40=-2x+70$

$2x=30 \quad \therefore x=15$

따라서 높이가 40 m가 되는 것은 출발한 지 15초 후이다.

답 15초

799 은찬이가 출발한 지 x시간 후이면 한결이가 출발한 지 $(x+0.5)$시간 후이므로

(한결이가 달린 거리)$=20(x+0.5)=20x+10$ (km)

(은찬이가 달린 거리)$=25x$ (km)

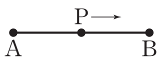
$\therefore y=(20x+10)-25x$, 즉 $y=-5x+10$ 답 ①

유형 156 일차함수의 활용; 도형에 대한 문제

본책 166쪽

점 P가 1초에 a cm씩 움직이면 x초 후에는 ax cm만큼 움직인다.

예 오른쪽 그림과 같은 선분 AB 위의 한 점 P가 매초 4 cm의 속력으로 점 A를 출발하여 점 B의 방향으로 움직일 때



① (x초 후의 선분 AP의 길이)$=4x$ (cm)

② (x초 후의 선분 BP의 길이)

$=$(선분 AB의 길이)$-4x$ (cm)

800 점 P가 점 B를 출발한 지 x초 후의 $\overline{BP}$의 길이는 $\frac{3}{2}x$ cm, $\overline{PC}$의 길이는 $\left(15-\frac{3}{2}x\right)$ cm이므로 x초 후의 $\triangle$APC의 넓이를 y cm^{2}라 하면

$y=\frac{1}{2}\times\left(15-\frac{3}{2}x\right)\times 8$, 즉 $y=-6x+60$

위의 식에 $y=36$을 대입하면 $36=-6x+60$

$6x=24$ $\quad\therefore x=4$

따라서 $\triangle$APC의 넓이가 36 cm^{2}가 되는 것은 점 P가 점 B를 출발한 지 4초 후이다.

답 4초

801 점 P가 점 A를 출발한 지 x초 후의 $\overline{AP}$의 길이는 $3x$ cm, $\overline{PB}$의 길이는 $(18-3x)$ cm이므로 x초 후의 사다리꼴 PBCD의 넓이를 y cm^{2}라 하면

$y=\frac{1}{2}\times\{(18-3x)+18\}\times 24$, 즉 $y=-36x+432$

위의 식에 $x=5$를 대입하면

$y=-36\times 5+432=252$

따라서 점 P가 점 A를 출발한 지 5초 후의 사다리꼴 PBCD의 넓이는 252 cm^{2}이다.

답 ②

802 (1) 점 P가 점 B를 출발한 지 x초 후의 $\overline{BP}$의 길이는 $2x$ cm, $\overline{PC}$의 길이는 $(20-2x)$ cm이므로

$y=\frac{1}{2}\times 2x\times 9+\frac{1}{2}\times(20-2x)\times 5$, 즉

$y=4x+50$ ⋯ 1단계

(2) $y=4x+50$에 $y=78$을 대입하면

$78=4x+50$, $\quad 4x=28$ $\quad\therefore x=7$

따라서 $\triangle$ABP와 $\triangle$DPC의 넓이의 합이 78 cm^{2}가 되는 것은 점 P가 점 B를 출발한 지 7초 후이다. ⋯ 2단계

답 (1) $y=4x+50$ (2) 7초

단계	채점 요소	비율
1	y를 x에 대한 식으로 나타내기	60 %
2	넓이의 합이 78 cm^{2}가 되는 것은 점 P가 점 B를 출발한 지 몇 초 후인지 구하기	40 %

803 점 P는 1초에 $\frac{1}{3}$ cm씩, 점 Q는 1초에 $\frac{1}{2}$ cm씩 움직이므로 x초 후의 $\overline{AP}$의 길이는 $\frac{1}{3}x$ cm, $\overline{BQ}$의 길이는 $\frac{1}{2}x$ cm, $\overline{QC}$의 길이는 $\left(14-\frac{1}{2}x\right)$ cm이다.

두 점 P, Q가 동시에 출발한 지 x초 후의 사각형 AQCP의 넓이를 y cm^{2}라 하면

$y=\frac{1}{2}\times\left\{\frac{1}{3}x+\left(14-\frac{1}{2}x\right)\right\}\times 7$, 즉 $y=-\frac{7}{12}x+49$

위의 식에 $y=42$를 대입하면

$42=-\frac{7}{12}x+49$, $\quad \frac{7}{12}x=7$ $\quad\therefore x=12$

따라서 사각형 AQCP의 넓이가 42 cm^{2}가 되는 것은 두 점 P, Q가 동시에 출발한 지 12초 후이다.

답 12초

유형 157 일차함수의 활용; 개수에 대한 문제

본책 166쪽

처음 도형의 막대의 개수가 a, 도형이 1개씩 더 만들어질 때마다 늘어나는 막대의 개수가 b일 때, 도형을 x개 만드는 데 필요한 막대의 개수 y

➜ $y=a+b(x-1)$

804 (1) 정삼각형 1개를 만드는 데 필요한 성냥개비의 개수는 3이고, 정삼각형 1개를 더 만들 때마다 필요한 성냥개비의 개수는 2씩 늘어나므로

$y=3+2(x-1)$, 즉 $y=2x+1$

(2) $y=2x+1$에 $x=15$를 대입하면

$y=2\times 15+1=31$

따라서 정삼각형 15개를 만드는 데 필요한 성냥개비의 개수는 31이다.

답 (1) $y=2x+1$ (2) 31

805 정오각형 1개를 만드는 데 필요한 나무젓가락의 개수는 5이고, 정오각형 1개를 더 만들 때마다 필요한 나무젓가락의 개수는 4씩 늘어나므로 정오각형 x개를 만드는 데 필요한 나무젓가락의 개수를 y라 하면

$y=5+4(x-1)$, 즉 $y=4x+1$

위의 식에 $y=85$를 대입하면

$85=4x+1$, $\quad 4x=84$ $\quad\therefore x=21$

따라서 85개의 나무젓가락으로 만들어지는 정오각형은 21개이다.

답 21개

유형 158 일차함수의 활용; 그래프가 주어진 경우

본책 167쪽

그래프가 지나는 두 점을 이용하여 주어진 그래프를 나타내는 일차함수의 식을 구한다.

806 ② 그래프가 두 점 $(6,\ 0)$, $(0,\ 24)$를 지나므로 기울기는

$$\frac{24-0}{0-6}=-4$$

y절편은 24이므로 $y=-4x+24$

③ $y=-4x+24$에 $x=2$를 대입하면

$$y=-4\times2+24=16$$

즉 2시간 후에 남은 양초의 길이는 16 cm이다.

⑤ $y=-4x+24$에 $y=10$을 대입하면

$$10=-4x+24,\quad 4x=14\quad \therefore x=\frac{7}{2}$$

즉 남은 양초의 길이가 10 cm가 되는 것은 양초에 불을 붙인 지 $\frac{7}{2}$시간 후이다.

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다. 답 ⑤

807 그래프가 두 점 $(0,\ 3000)$, $(4,\ 13000)$을 지나므로 기울기는

$$\frac{13000-3000}{4-0}=2500$$

y절편이 3000이므로 $y=2500x+3000$

위의 식에 $x=8$을 대입하면

$$y=2500\times8+3000=23000$$

따라서 무게가 8 kg인 물건의 배송비는 23000원이다.

답 23000원

808 물통 A의 그래프가 두 점 $(40,\ 0)$, $(0,\ 500)$을 지나므로 기울기는

$$\frac{500-0}{0-40}=-\frac{25}{2}$$

y절편은 500이므로

$$y=-\frac{25}{2}x+500 \quad \cdots\cdots ㉠$$

물통 B의 그래프가 두 점 $(60,\ 0)$, $(0,\ 300)$을 지나므로 기울기는

$$\frac{300-0}{0-60}=-5$$

y절편은 300이므로

$$y=-5x+300 \quad \cdots\cdots ㉡$$

㉠에 $y=375$를 대입하면 $375=-\frac{25}{2}x+500$

$$\frac{25}{2}x=125\quad \therefore x=10$$

㉡에 $x=10$을 대입하면

$$y=-5\times10+300=250$$

따라서 물통 A에 남아 있는 물의 양이 375 L일 때, 물통 B에 남아 있는 물의 양은 250 L이다. 답 250 L

유형 159 일차함수의 활용; 여러 가지 활용 문제 본책 167쪽

두 변수 x와 y 사이의 관계를 파악하여 y를 x에 대한 일차함수의 식으로 나타낸 후 필요한 값을 구한다.

809 소리의 속력은 기온이 10 ℃ 오를 때마다 초속 6 m씩 증가하므로 기온이 1 ℃ 오를 때마다 초속 0.6 m씩 증가한다.

기온이 x ℃일 때 소리의 속력을 초속 y m라 하면

$$y=0.6x+331$$

위의 식에 $y=346$을 대입하면

$$346=0.6x+331,\quad 0.6x=15$$

$$\therefore x=25$$

따라서 소리의 속력이 초속 346 m일 때의 기온은 25 ℃이다.

답 ③

810 수심이 5 m 깊어질 때마다 압력이 0.5기압씩 높아지므로 수심이 1 m 깊어질 때마다 압력은 0.1기압씩 높아진다.

수심이 x m인 지점의 압력을 y기압이라 하면

$$y=0.1x+1$$

위의 식에 $x=60$을 대입하면

$$y=0.1\times60+1=7$$

따라서 수심이 60 m인 지점의 압력은 7기압이다.

답 7기압

811 (1) 5 km당 6000원의 운송 요금이 추가되므로 1 km당 1200원의 운송 요금이 추가된다.

$\therefore y=1200x+30000$ … 1단계

(2) $y=1200x+30000$에 $y=84000$을 대입하면

$$84000=1200x+30000,\quad 1200x=54000$$

$$\therefore x=45$$

따라서 운송 요금이 84000원일 때, 운송 거리는 45 km이다.

… 2단계

답 (1) $y=1200x+30000$ (2) 45 km

단계	채점 요소	비율
1	y를 x에 대한 식으로 나타내기	60 %
2	운송 요금이 84000원일 때, 운송 거리 구하기	40 %

만점 유형 도전하기 본책 168~169쪽

812 전략 일차함수의 그래프의 성질을 생각해 본다.

기완: $|-1|<|-2|$이므로 $y=-2x+7$의 그래프가 $y=-x+7$의 그래프보다 y축에 가깝다.

정아: x의 값이 -2에서 4까지 증가할 때 y의 값은 3만큼 감소하고 y절편이 -5인 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식은

$$y=-\frac{1}{2}x-5$$

즉 $y=-\frac{1}{2}x-5$의 그래프의 x절편은 -10이다.

따라서 잘못 말한 사람은 기완, 정아이다. 답 풀이 참조

813 전략 D(a, b)라 하고 평행한 두 직선의 기울기가 같음을 이용하여 a, b에 대한 연립방정식을 세운다.

D(a, b)라 하면 $\overline{AB} /\!/ \overline{DC}$이므로

$$\frac{2-(-4)}{2-(-1)}=\frac{b-(-2)}{a-3}, \quad 2=\frac{b+2}{a-3}$$

$\therefore 2a-b=8$ ······ ㉠

또 $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$이므로

$$\frac{b-2}{a-2}=\frac{-2-(-4)}{3-(-1)}, \quad \frac{b-2}{a-2}=\frac{1}{2}$$

$\therefore a-2b=-2$ ······ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면

$a=6$, $b=4$

따라서 점 D의 좌표는 $(6, 4)$이다. 답 $(6, 4)$

만점 공략 노트

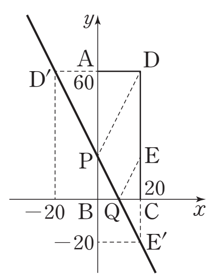
평행사변형

➜ 두 쌍의 대변이 각각 평행한 사각형

➜ 사각형 ABCD가 평행사변형이면

$\overline{AB} /\!/ \overline{DC}$, $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$

814 전략 주어진 상황을 좌표평면 위에 나타내어 본다.



오른쪽 그림과 같이 직선 AB를 y축, 직선 BC를 x축, 점 B를 원점으로 하는 좌표평면을 생각하면

A$(0, 60)$, B$(0, 0)$,

C$(20, 0)$, D$(20, 60)$

으로 놓을 수 있다.

점 E는 $\overline{DC}$를 삼등분한 점 중에서 점 C에 가까운 점이므로

E$(20, 20)$

점 D와 y축에 대하여 대칭인 점을 D′, 점 E와 x축에 대하여 대칭인 점을 E′이라 하면

D′$(-20, 60)$, E′$(20, -20)$

이때 호영이가 이동한 거리가 최소가 될 때, $\overline{AB}$와 $\overline{BC}$ 위의 점이 각각 P, Q이므로 두 점 D′, E′을 지나는 일차함수의 그래프가 x축, y축과 만나는 점이 각각 Q, P이어야 한다.

두 점 D′$(-20, 60)$, E′$(20, -20)$을 지나는 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식을 $y=ax+b$라 하면

$$a=\frac{-20-60}{20-(-20)}=-2$$

$y=-2x+b$의 그래프가 점 $(-20, 60)$을 지나므로

$60=-2\times(-20)+b$

$\therefore b=20$

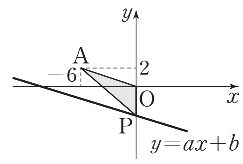
즉 $y=-2x+20$의 그래프의 x절편이 10, y절편이 20이므로

P$(0, 20)$, Q$(10, 0)$

따라서 삼각형 PBQ의 넓이는

$\frac{1}{2}\times 10\times 20=100$ 답 100

815 전략 공통인 밑변에 대하여 삼각형의 넓이가 일정하려면 높이가 일정해야 한다.



$\overline{AO}$를 밑변으로 하는 삼각형 APO의 넓이가 항상 12이려면 높이가 일정해야 하므로 일차함수 $y=ax+b$의 그래프는 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AO}$와 평행해야 한다.

두 점 O$(0, 0)$, A$(-6, 2)$를 지나는 직선의 기울기는

$$\frac{2-0}{-6-0}=-\frac{1}{3} \qquad \therefore a=-\frac{1}{3}$$

점 P가 y축 위에 있을 때,

$\triangle APO=\frac{1}{2}\times|b|\times 6=12$

$\therefore |b|=4$

이때 $b<0$이므로 $b=-4$

$\therefore 3ab=3\times\left(-\frac{1}{3}\right)\times(-4)=4$ 답 4

816 전략 구하는 일차함수의 식을 $y=\frac{3}{4}x+b$라 하고 두 점 P, Q의 y좌표를 b를 사용한 식으로 나타낸다.

두 점 P, Q를 지나는 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식을 $y=\frac{3}{4}x+b$라 하면

P$(4, 3+b)$, Q$(8, 6+b)$

사각형 ABCD의 넓이가 $4\times10=40$이고 사각형 ABQP와 사각형 PQCD의 넓이의 비가 $13:7$이므로 사각형 ABQP의 넓이는

$$40\times\frac{13}{13+7}=26$$

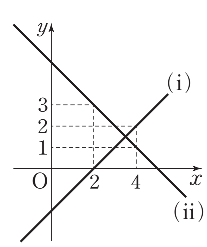
즉 $\frac{1}{2}\times\{(3+b)+(6+b)\}\times 4=26$이므로

$2b+9=13 \qquad \therefore b=2$

따라서 구하는 일차함수의 식은

$y=\frac{3}{4}x+2$ 답 $y=\frac{3}{4}x+2$

817 전략 주어진 함숫값의 범위를 이용하여 일차함수 $y=f(x)$의 그래프가 지날 수 있는 점의 좌표를 찾는다.



(i) 두 점 $(2, 0)$, $(4, 2)$를 지나는 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식을 $y=ax+b$라 하면

$$a=\frac{2-0}{4-2}=1$$

$y=x+b$의 그래프가 점 $(2, 0)$을 지나므로

$0=2+b \qquad \therefore b=-2$

즉 $y=x-2$이므로 그래프의 y절편은 -2이다.

(ⅱ) 두 점 $(2,\ 3)$, $(4,\ 1)$을 지나는 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식을 $y=ax+b$라 하면

$$a=\frac{1-3}{4-2}=-1$$

$y=-x+b$의 그래프가 점 $(2,\ 3)$을 지나므로

$3=-2+b \qquad \therefore b=5$

즉 $y=-x+5$이므로 그래프의 y절편은 5이다.

(ⅰ), (ⅱ)에서 $\quad -2\le p\le 5$ 답 $-2\le p\le 5$

818 전략 식탁의 개수와 필요한 의자의 개수 사이의 규칙을 찾아본다.

식탁이 1개일 때 의자는 4개이고 식탁이 1개 늘어날 때마다 의자는 2개씩 늘어난다.

식탁이 x개일 때 필요한 의자의 개수를 y라 하면

$y=4+2(x-1)$, 즉 $y=2x+2$

$y=2x+2$에 $x=25$를 대입하면 $\quad y=2\times25+2=52$

따라서 식탁을 25개 놓을 때, 필요한 의자는 52개이다. 답 52개

819 전략 x의 값의 범위에 따라 x와 y 사이의 관계식이 달라짐을 이용한다.

(1) $0<x\le14$일 때, 점 P는 $\overline{AB}$ 위에 있고 점 P는 매초 2 cm씩 움직이므로 x초 후의 $\overline{AP}$의 길이는 $2x$ cm이다.

즉 $y=\frac{1}{2}\times16\times2x$이므로 $\quad y=16x$

(2) $22\le x<36$일 때, 점 P는 $\overline{CD}$ 위에 있으므로

$\overline{CP}=2(x-22)$ cm

$\therefore \overline{DP}=\overline{CD}-\overline{CP}=28-2(x-22)=-2x+72$ (cm)

즉 $y=\frac{1}{2}\times16\times(-2x+72)$이므로 $\quad y=-16x+576$

답 (1) $y=16x$ (2) $y=-16x+576$

시험 만점 완성하기

본책 170~173쪽

820 전략 일차함수의 그래프의 성질에 대하여 알아본다.

④ a의 절댓값이 작을수록 x축에 가깝다.

⑤ $a>0$, $b>0$이면 제1, 2, 3사분면을 지나고,

$a<0$, $b>0$이면 제1, 2, 4사분면을 지난다.

즉 $b>0$이면 반드시 제1사분면을 지난다.

따라서 옳지 않은 것은 ④이다. 답 ④

821 전략 일차함수의 그래프의 기울기의 절댓값이 클수록 그래프는 y축에 가깝다.

$y=ax-1$의 그래프는 오른쪽 아래로 향하는 직선이므로 $a<0$이다.

이때 $|a|<|-3|$, 즉 $|a|<3$이어야 하므로 a의 값이 될 수 없는 것은 ⑤이다. 답 ⑤

822 전략 먼저 주어진 조건을 이용하여 a, b의 부호를 구한다.

$a+b<0$, $ab>0$이므로

$a<0$, $b<0$

① $-a>0$, $b<0$이므로 제1, 3, 4사분면을 지난다.

② $a<0$, $-b>0$이므로 제1, 2, 4사분면을 지난다.

③ $-a>0$, $-b>0$이므로 제1, 2, 3사분면을 지난다.

④ $b<0$, $a<0$이므로 제2, 3, 4사분면을 지난다.

⑤ $-\frac{b}{a}<0$, $-a>0$이므로 제1, 2, 4사분면을 지난다.

따라서 제4사분면을 지나지 않는 것은 ③이다. 답 ③

823 전략 주어진 그래프의 기울기를 먼저 구한다.

주어진 그래프의 기울기가 $\frac{8-0}{0-(-2)}=4$이므로

$a=4$

즉 $y=4x+3$의 그래프가 점 $(-5,\ k)$를 지나므로

$k=4\times(-5)+3=-17$

$\therefore a+k=4+(-17)=-13$ 답 ②

824 전략 먼저 두 그래프가 평행함을 이용하여 a의 값을 구한다.

$y=-\frac{1}{3}x+1$과 $y=ax+b$의 그래프가 평행하므로

$a=-\frac{1}{3}$

$y=-\frac{1}{3}x+1$의 그래프의 x절편이 3이므로

P$(3,\ 0)$

$y=-\frac{1}{3}x+b$의 그래프의 x절편이 $3b$이므로

Q$(3b,\ 0)$

$\overline{PQ}=7$이므로 $\quad |3-3b|=7$

$3-3b=-7$ 또는 $3-3b=7$

$\therefore b=\frac{10}{3}$ 또는 $b=-\frac{4}{3}$

$b<0$이므로 $\quad b=-\frac{4}{3}$

$\therefore a-b=-\frac{1}{3}-\left(-\frac{4}{3}\right)=1$ 답 ①

825 전략 두 일차함수의 그래프가 일치한다.
➜ 두 그래프의 기울기와 y절편이 각각 같다.

$y=-5x+2a-1$의 그래프가 점 $(1,\ -12)$를 지나므로

$-12=-5+2a-1, \qquad 2a=-6$

$\therefore a=-3$

즉 $y=-5x-7$과 $y=(b+4)x-c$의 그래프가 일치하므로

$-5=b+4$, $-7=-c$

$\therefore b=-9$, $c=7$

$\therefore a+b+c=-3+(-9)+7=-5$ 답 ①

826 전략 기울기가 a이고 y절편이 b인 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식 ➜ $y=ax+b$

기울기가 $\frac{6}{10}=\frac{3}{5}$이고 y절편이 -2이므로 일차함수의 식은

$y=\frac{3}{5}x-2$

이 함수의 그래프가 점 $(3a+1,\ 7-a)$를 지나므로

$7-a=\frac{3}{5}(3a+1)-2,\qquad \frac{14}{5}a=\frac{42}{5}$

$\therefore\ a=3$

답 ⑤

827 전략 가로의 길이와 세로의 길이의 비가 $3:4$이므로 가로의 길이와 세로의 길이를 각각 $3k,\ 4k\ (k>0)$로 놓는다.

직사각형의 가로의 길이와 세로의 길이를 각각 $3k,\ 4k\ (k>0)$라 하자.

$y=ax+b$의 그래프가 두 점 A, C를 지나므로 x의 값이 $3k$만큼 증가하면 y의 값은 $4k$만큼 감소한다.

즉 기울기가 $\frac{-4k}{3k}=-\frac{4}{3}$이므로 $\qquad a=-\frac{4}{3}$

$y=-\frac{4}{3}x+b$의 그래프가 점 $(-3,\ 7)$을 지나므로

$7=-\frac{4}{3}\times(-3)+b\qquad \therefore\ b=3\qquad \therefore\ y=-\frac{4}{3}x+3$

⑤ $-10\neq-\frac{4}{3}\times9+3=-9$

따라서 $y=-\frac{4}{3}x+3$의 그래프 위의 점이 아닌 것은 ⑤이다.

답 ⑤

828 전략 두 점을 지나는 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식을 구한다.

기울기가 $\frac{6-(-15)}{5-(-2)}=3$이므로 일차함수의 식을 $y=3x+b$라 하자.

이 함수의 그래프가 점 $(-2,\ -15)$를 지나므로

$-15=3\times(-2)+b\qquad \therefore\ b=-9$

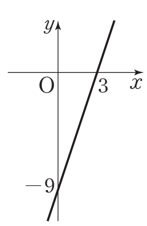
$\therefore\ y=3x-9$

① 오른쪽 위로 향하는 직선이다.

② x절편은 3, y절편은 -9이다.

④ $-7\neq3\times1-9=-6$

⑤ 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 제1, 3, 4사분면을 지난다.



따라서 옳은 것은 ③, ⑤이다.

답 ③, ⑤

829 전략 x절편을 a, y절편을 $2a\ (a\neq0)$라 하고 일차함수의 식을 구한다.

x절편을 a, y절편을 $2a\ (a\neq0)$라 하면 두 점 $(a,\ 0)$, $(0,\ 2a)$를 지나므로 기울기는

$\frac{2a-0}{0-a}=-2$

y절편이 $2a$이므로 $\qquad y=-2x+2a$

이 함수의 그래프가 점 $(1,\ k)$를 지나므로

$k=-2+2a$, 즉 $k+2=2a$ $\qquad\cdots\cdots$ ㉠

또 점 $(2k,\ -4)$를 지나므로

$-4=-2\times2k+2a$, 즉 $4k-4=2a$ $\qquad\cdots\cdots$ ㉡

㉠$-$㉡을 하면 $\qquad -3k+6=0$

$3k=6\qquad \therefore\ k=2$

답 ④

다른 풀이 그래프의 기울기가 -2이므로 두 점 $(1,\ k)$, $(2k,\ -4)$를 지나는 직선의 기울기가 -2이다.

즉 $\frac{-4-k}{2k-1}=-2$이므로

$4+k=2(2k-1),\qquad 3k=6\qquad \therefore\ k=2$

830 전략 냉동실에 물통을 넣었을 때 1분마다 내려가는 물의 온도를 구한다.

물의 온도가 5분 동안 $80-65=15\,(℃)$ 내려갔으므로 1분마다 $3\,℃$씩 내려간다.

$\therefore\ y=-3x+80$

답 ③

831 전략 양초가 다 타는 데 걸리는 시간을 이용하여 1분 동안 줄어드는 양초의 길이를 구한다.

길이가 18 cm인 양초 A가 다 타는 데 걸리는 시간이 72분이므로 1분 동안 양초 A의 길이는 $\frac{18}{72}=\frac{1}{4}$ (cm)씩 줄어든다.

또 길이가 24 cm인 양초 B가 다 타는 데 걸리는 시간이 60분이므로 1분 동안 양초 B의 길이는 $\frac{24}{60}=\frac{2}{5}$ (cm)씩 줄어든다.

양초에 불을 붙인 지 x분 후의 양초 A, B의 길이를 각각 y_{A} cm, y_{B} cm라 하면

$y_{\mathrm{A}}=-\frac{1}{4}x+18,\ y_{\mathrm{B}}=-\frac{2}{5}x+24$

두 양초의 길이가 같아지려면 $y_{\mathrm{A}}=y_{\mathrm{B}}$이어야 하므로

$-\frac{1}{4}x+18=-\frac{2}{5}x+24$

$\frac{3}{20}x=6\qquad \therefore\ x=40$

따라서 불을 붙인 지 40분 후에 두 양초의 길이가 같아지므로 구하는 시각은 오후 7시 40분이다.

답 ③

832 전략 자동차가 C 지점을 지난 지 10분 후의 위치와 40분 후의 위치를 이용하여 자동차가 30분 동안 달린 거리를 구한다.

C 지점을 지난 지 10분 후에 A 지점으로부터 50 km 떨어진 지점에 있었고, 40분 후에 A 지점으로부터 95 km 떨어진 지점에 있었으므로 이 자동차는 $40-10=30$ (분), 즉 $\frac{1}{2}$시간 동안 $95-50=45$ (km)를 이동하였다.

즉 자동차의 속력은 $45\div\frac{1}{2}=90$에서 시속 90 km이다.

C 지점이 A 지점으로부터 a km 떨어져 있다고 하고 C 지점을 지난 지 x시간 후에 자동차가 A 지점으로부터 y km 떨어진 지점에 있다고 하면

$y=90x+a$

자동차가 C 지점을 지난 지 10분, 즉 $\frac{1}{6}$시간 후에 A 지점으로부터 50 km 떨어진 지점에 있었으므로 $y=90x+a$에 $x=\frac{1}{6}$, $y=50$을 대입하면

$$50=90\times\frac{1}{6}+a \qquad \therefore\ a=35$$

따라서 C 지점은 A 지점으로부터 35 km 떨어져 있다. 답 ②

833 전략 내려받는 곡의 개수를 $x\ (x>20)$, 이때 내야 하는 금액을 y원이라 하고 일차함수의 식을 세운다.

$x\ (x>20)$곡을 내려받을 때 내야 하는 금액을 y원이라 하면

$$y=5000+400(x-20),\ \text{즉 } y=400x-3000$$

위의 식에 $y=19000$을 대입하면

$$19000=400x-3000$$

$$400x=22000 \qquad \therefore\ x=55$$

따라서 55곡을 내려받을 수 있다. 답 ③

834 전략 사각형 ABCD가 평행사변형이므로 $\overline{AB}\,/\!/\,\overline{DC}$, $\overline{AD}\,/\!/\,\overline{BC}$임을 이용한다.

$A(a,\ b)$라 하면 $\overline{AB}\,/\!/\,\overline{DC}$이므로

$$\frac{2-b}{3-a}=\frac{-1-4}{6-4},\qquad \frac{2-b}{3-a}=-\frac{5}{2}$$

$$\therefore\ 5a+2b=19 \qquad \cdots\cdots\ ㉠$$

$\overline{AD}\,/\!/\,\overline{BC}$이므로

$$\frac{4-b}{4-a}=\frac{-1-2}{6-3},\qquad \frac{4-b}{4-a}=-1$$

$$\therefore\ a+b=8 \qquad \cdots\cdots\ ㉡$$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면

$$a=1,\ b=7$$

따라서 점 A의 좌표는 $(1,\ 7)$이다. 답 $(1,\ 7)$

835 전략 $\frac{f(p)-f(q)}{p-q}$는 일차함수 $y=f(x)$의 그래프의 기울기임을 이용한다.

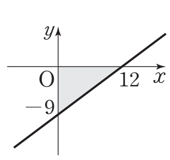
$\frac{f(p)-f(q)}{p-q}=\frac{3}{4}$에서 일차함수 $y=f(x)$의 그래프의 기울기는 $\frac{3}{4}$이다.

$f(x)=\frac{3}{4}x+b$라 하면 $y=f(x)$의 그래프가 점 $(8,\ -3)$을 지나므로

$$-3=\frac{3}{4}\times 8+b \qquad \therefore\ b=-9$$

$$\therefore\ f(x)=\frac{3}{4}x-9$$

이 함수의 그래프의 x절편은 12, y절편은 -9이므로 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



따라서 구하는 도형의 넓이는

$$\frac{1}{2}\times 12\times 9=54$$

답 54

836 전략 먼저 주어진 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식을 구한다.

주어진 그래프가 두 점 $(-6,\ 0)$, $(0,\ -3)$을 지나므로 기울기는

$$\frac{-3-0}{0-(-6)}=-\frac{1}{2}$$

y절편이 -3이므로 일차함수의 식은

$$y=-\frac{1}{2}x-3$$

$y=\frac{1}{4}ax-5+a$의 그래프를 y축의 방향으로 m만큼 평행이동한 그래프의 식은

$$y=\frac{1}{4}ax-5+a+m$$

이 그래프가 $y=-\frac{1}{2}x-3$의 그래프와 일치하므로

$$\frac{1}{4}a=-\frac{1}{2},\quad -5+a+m=-3$$

따라서 $a=-2$, $m=4$이므로

$$a-m=-2-4=-6$$

답 -6

837 전략 먼저 1분 동안 넣는 물의 양을 구한다.

5분에 8 L씩 물을 넣으므로 1분에 $\frac{8}{5}$ L씩 물을 넣을 수 있다.

$$\therefore\ y=\frac{8}{5}x+30$$

위의 식에 $y=150$을 대입하면

$$150=\frac{8}{5}x+30,\qquad \frac{8}{5}x=120$$

$$\therefore\ x=75$$

따라서 물탱크에 물을 가득 채우는 데 75분이 걸린다.

답 $y=\frac{8}{5}x+30$, 75분

838 전략 사다리꼴의 넓이 구하는 공식을 이용하여 사다리꼴 ABCP의 넓이를 식으로 나타낸다.

점 P는 2초에 3 cm씩 움직이므로 1초에 $\frac{3}{2}$ cm씩 움직인다.

점 P가 점 C를 출발한 지 x초 후의 $\overline{CP}$의 길이는 $\frac{3}{2}x$ cm이므로 x초 후의 사다리꼴 ABCP의 넓이를 $y\ \text{cm}^2$라 하면

$$y=\frac{1}{2}\times\left(27+\frac{3}{2}x\right)\times 16,\ \text{즉 } y=12x+216$$

위의 식에 $y=288$을 대입하면

$$288=12x+216,\qquad 12x=72$$

$$\therefore\ x=6$$

따라서 사다리꼴 ABCP의 넓이가 288 cm^2가 되는 것은 점 P가 점 C를 출발한 지 6초 후이다. 답 6초

839 전략 그래프가 지나는 두 점을 이용하여 일차함수의 식을 구한다.

그래프가 두 점 $(80,\ 0)$, $(320,\ 3)$을 지나므로 기울기는

$$\frac{3-0}{320-80}=\frac{1}{80}$$

이 일차함수의 식을 $y=\frac{1}{80}x+b$라 하면 그래프가 점 $(80,\ 0)$을 지나므로

$$0=\frac{1}{80}\times 80+b \qquad \therefore b=-1$$

$$\therefore y=\frac{1}{80}x-1$$

화물의 무게가 240 kg, 승객의 무게가 560 kg이므로 연료의 무게는

$$1200-(240+560)=400\ (\text{kg})$$

$y=\frac{1}{80}x-1$에 $x=400$을 대입하면

$$y=\frac{1}{80}\times 400-1=4$$

따라서 최대 비행시간은 4시간이다. 답 4시간

840 전략 먼저 주어진 일차함수의 그래프에서 a, b의 부호를 구한다.

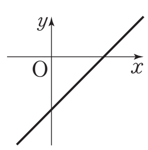
그래프가 오른쪽 위로 향하므로 $a>0$

또 그래프가 y축과 양의 부분에서 만나므로

$-b>0 \qquad \therefore b<0$ ⋯ 1단계

$\therefore -ab>0,\ b-a<0$ ⋯ 2단계

따라서 $y=-abx+b-a$의 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 제2사분면을 지나지 않는다. ⋯ 3단계



답 제2사분면

단계	채점 요소	배점
1	a, b의 부호 구하기	2점
2	$-ab$, $b-a$의 부호 구하기	2점
3	그래프가 지나지 않는 사분면 구하기	2점

841 전략 먼저 두 그래프가 평행함을 이용하여 a의 값을 구한다.

$y=ax-12$와 $y=(5a+8)x+1$의 그래프가 평행하므로

$a=5a+8, \qquad -4a=8$

$\therefore a=-2$ ⋯ 1단계

$y=-2x-12$의 그래프는 $y=-x+2b$의 그래프와 x축 위에서 만나므로 x절편이 같다.

$y=-2x-12$의 그래프의 x절편이 -6이므로 $y=-x+2b$의 그래프의 x절편도 -6이다.

즉 $2b=-6$이므로 $b=-3$ ⋯ 2단계

$\therefore ab=(-2)\times(-3)=6$ ⋯ 3단계

답 6

단계	채점 요소	배점
1	a의 값 구하기	2점
2	b의 값 구하기	2점
3	ab의 값 구하기	1점

842 전략 은진이는 y절편을 바르게 보았고, 유림이는 기울기를 바르게 보았다.

은진이는 기울기 a를 잘못 보고 그래프를 그렸으므로 y절편 b는 바르게 보았다.

은진이가 그린 그래프의 기울기는 $\frac{9-(-7)}{3-(-1)}=4$이므로 일차함수의 식을 $y=4x+b$라 하자.

이 함수의 그래프가 점 $(-1,\ -7)$을 지나므로

$-7=4\times(-1)+b \qquad \therefore b=-3$ ⋯ 1단계

유림이는 y절편 b를 잘못 보고 그래프를 그렸으므로 기울기 a는 바르게 보았다.

유림이가 그린 그래프의 기울기는 $\frac{2-7}{-2-0}=\frac{5}{2}$이므로

$a=\frac{5}{2}$ ⋯ 2단계

따라서 일차함수의 식은 $y=\frac{5}{2}x-3$이고 이 함수의 그래프가 점 $(-4,\ k)$를 지나므로

$k=\frac{5}{2}\times(-4)-3=-13$ ⋯ 3단계

답 -13

단계	채점 요소	배점
1	b의 값 구하기	2점
2	a의 값 구하기	2점
3	k의 값 구하기	2점

843 전략 정사각형의 개수와 필요한 성냥개비의 개수 사이의 규칙을 찾아본다.

(1) 정사각형 1개를 만드는 데 필요한 성냥개비의 개수는 4이고, 정사각형 1개를 더 만들 때마다 필요한 성냥개비의 개수는 3씩 늘어나므로

$y=4+3(x-1)$, 즉 $y=3x+1$ ⋯ 1단계

(2) $y=3x+1$에 $y=100$을 대입하면

$100=3x+1, \qquad 3x=99 \qquad \therefore x=33$

따라서 100개의 성냥개비로 만들어지는 정사각형은 모두 33개이다. ⋯ 2단계

답 (1) $y=3x+1$ (2) 33개

단계	채점 요소	배점
1	y를 x에 대한 식으로 나타내기	4점
2	100개의 성냥개비로 만들어지는 정사각형의 개수 구하기	2점

V. 일차함수

10 일차함수와 일차방정식의 관계

본책 174~175쪽

셀프 CHECK

A ㄱ. $x-y+1=0$에서 $\quad y=x+1$

ㄴ. $4x+y+4=0$에서 $\quad y=-4x-4$

ㄷ. $3x-2y-8=0$에서 $\quad y=\frac{3}{2}x-4$

ㄹ. $8x+2y-3=0$에서 $\quad y=-4x+\frac{3}{2}$

답 (1) ㄱ, ㄷ (2) ㄴ, ㄹ (3) ㄴ, ㄷ

B 답 (1) $y=2$ (2) $x=-3$
(3) $x=7$ (4) $y=-1$

C (1) 연립방정식 $\begin{cases}2x+3y=5\\x-4y=-3\end{cases}$을 풀면

$x=1,\ y=1$

따라서 두 일차방정식 $2x+3y=5$, $x-4y=-3$의 그래프의 교점의 좌표는 $(1,\ 1)$이다.

(2) 연립방정식 $\begin{cases}x+y=-4\\6x+y=1\end{cases}$을 풀면

$x=1,\ y=-5$

따라서 두 일차방정식 $x+y=-4$, $6x+y=1$의 그래프의 교점의 좌표는 $(1,\ -5)$이다.

(3) 연립방정식 $\begin{cases}3x-y=-11\\2x+5y=4\end{cases}$를 풀면

$x=-3,\ y=2$

따라서 두 일차방정식 $3x-y=-11$, $2x+5y=4$의 그래프의 교점의 좌표는 $(-3,\ 2)$이다.

답 (1) $(1,\ 1)$ (2) $(1,\ -5)$ (3) $(-3,\ 2)$

D (1) $ax+2y=5$에서 $\quad y=-\frac{a}{2}x+\frac{5}{2}$

$2x-y=-2$에서 $\quad y=2x+2$

해가 없으려면 두 그래프가 평행해야 하므로

$-\frac{a}{2}=2 \quad \therefore a=-4$

(2) $ax-2y=-3$에서 $\quad y=\frac{a}{2}x+\frac{3}{2}$

$3x-6y=b$에서 $\quad y=\frac{1}{2}x-\frac{b}{6}$

해가 무수히 많으려면 두 그래프가 일치해야 하므로

$\frac{a}{2}=\frac{1}{2},\ \frac{3}{2}=-\frac{b}{6}$

$\therefore a=1,\ b=-9$

답 (1) -4 (2) $a=1,\ b=-9$

내신 유형 다지기

본책 176~185쪽

유형 160 일차함수와 일차방정식의 관계

본책 176쪽

일차방정식 $ax+by+c=0$ (a, b, c는 상수, $a\neq0$, $b\neq0$)의 그래프

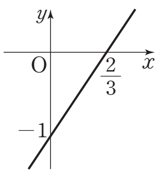
➜ 일차함수 $y=-\frac{a}{b}x-\frac{c}{b}$의 그래프와 같다.

844 $3x-2y-2=0$에서 $\quad y=\frac{3}{2}x-1$

ㄱ. 오른쪽 위로 향하는 직선이다.

ㄴ. x절편은 $\frac{2}{3}$, y절편은 -1이다.

ㄷ. $3x-2y-2=0$의 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 제2사분면을 지나지 않는다.



ㄹ. $6x-4y+3=0$에서 $\quad y=\frac{3}{2}x+\frac{3}{4}$

즉 $6x-4y+3=0$의 그래프와 평행하다.

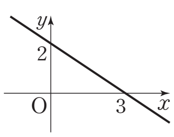
이상에서 옳은 것은 ㄷ, ㄹ이다.

답 ⑤

845 $2x+3y-6=0$에서 $\quad y=-\frac{2}{3}x+2$

$2x+3y-6=0$의 그래프는 x절편이 3, y절편이 2인 직선이므로 오른쪽 그림과 같다.

따라서 제3사분면을 지나지 않는다.



답 제3사분면

846 $ax+2y+b=0$에서 $\quad y=-\frac{a}{2}x-\frac{b}{2}$

기울기는 $-\frac{a}{2}$이므로

$-\frac{a}{2}=-4 \quad \therefore a=8$

y절편은 $-\frac{b}{2}$이므로

$-\frac{b}{2}=-\frac{7}{2} \quad \therefore b=7$

$\therefore ab=8\times7=56$

답 56

유형 161 일차방정식의 그래프 위의 점

본책 176쪽

일차방정식 $ax+by+c=0$의 그래프가 점 $(p,\ q)$를 지난다.

➜ $x=p$, $y=q$를 $ax+by+c=0$에 대입하면 등식이 성립한다.

➜ $ap+bq+c=0$

847 $kx-3y+9=0$의 그래프가 점 $(-6,\ -7)$을 지나므로

$-6k-3\times(-7)+9=0 \quad \therefore k=5$

$\therefore 5x-3y+9=0$

④ $5\times6-3\times11+9=6\neq0$

따라서 주어진 그래프 위의 점이 아닌 것은 ④이다.

답 ④

848 $7x+4y+14k=0$의 그래프가 점 $(-8,\ 7)$을 지나므로

$7\times(-8)+4\times7+14k=0 \qquad \therefore k=2$

따라서 $7x+4y+28=0$의 그래프의 x절편은 -4이다.

답 -4

849 $ax+by-4=0$의 그래프가 점 $(-3,\ -1)$을 지나므로

$-3a-b-4=0$, 즉 $3a+b=-4$ …… ㉠

또 $ax+by-4=0$의 그래프가 점 $(2,\ 2)$를 지나므로

$2a+2b-4=0$, 즉 $a+b=2$ …… ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면

$a=-3,\ b=5$

$\therefore a-b=-3-5=-8$

답 -8

850 $x+ay+b=0$에서 $\quad y=-\frac{1}{a}x-\frac{b}{a}$

따라서 $-\frac{1}{a}=-\frac{1}{2}$이므로 $\quad a=2$ … 1단계

$x+2y+b=0$의 그래프가 점 $(2,\ 3)$을 지나므로

$2+2\times3+b=0 \qquad \therefore b=-8$ … 2단계

$\therefore a+b=2+(-8)=-6$ … 3단계

답 -6

단계	채점 요소	비율
1	a의 값 구하기	40 %
2	b의 값 구하기	40 %
3	$a+b$의 값 구하기	20 %

유형 162 일차방정식 $ax+by+c=0$의 그래프와 $a,\ b,\ c$의 부호

본책 177쪽

❶ 일차방정식 $ax+by+c=0$의 꼴을 일차함수 $y=-\frac{a}{b}x-\frac{c}{b}$의 꼴로 나타낸다.

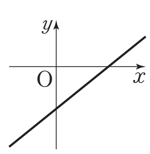
❷ 주어진 그래프의 기울기와 y절편을 이용하여 $a,\ b,\ c$의 부호를 구한다.

851 점 $(a,\ b)$가 제3사분면 위의 점이므로

$a<0,\ b<0$

$ax-by+3=0$에서 $\quad y=\frac{a}{b}x+\frac{3}{b}$

이때 $\frac{a}{b}>0,\ \frac{3}{b}<0$이므로 $ax-by+3=0$의 그래프는 오른쪽 그림과 같이 제2사분면을 지나지 않는다.



답 ②

852 $2x+ay-b=0$에서 $\quad y=-\frac{2}{a}x+\frac{b}{a}$

주어진 그래프의 기울기와 y절편은 모두 음수이므로

$-\frac{2}{a}<0,\ \frac{b}{a}<0 \qquad \therefore a>0,\ b<0$

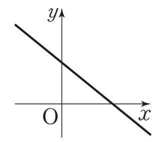
답 ②

853 $a>b,\ ab<0$이므로 $\qquad a>0,\ b<0$

$ax+5y+b=0$에서 $\quad y=-\frac{a}{5}x-\frac{b}{5}$

이때 $-\frac{a}{5}<0,\ -\frac{b}{5}>0$이므로

$ax+5y+b=0$의 그래프는 오른쪽 그림과 같이 제3사분면을 지나지 않는다.



답 제3사분면

854 $ax+by-c=0$에서 $\quad y=-\frac{a}{b}x+\frac{c}{b}$

주어진 그래프의 기울기와 y절편은 모두 양수이므로

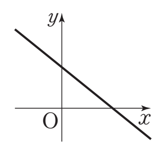
$-\frac{a}{b}>0,\ \frac{c}{b}>0$

$\therefore a>0,\ b<0,\ c<0$ 또는 $a<0,\ b>0,\ c>0$

답 ③

855 $ax+by+c=0$에서 $\quad y=-\frac{a}{b}x-\frac{c}{b}$

그래프가 제1, 2, 4사분면을 지나므로 오른쪽 그림과 같다. 즉 기울기는 음수, y절편은 양수이므로



$-\frac{a}{b}<0,\ -\frac{c}{b}>0$

$\therefore a>0,\ b>0,\ c<0$ 또는 $a<0,\ b<0,\ c>0$

$bx+cy-a=0$에서 $\quad y=-\frac{b}{c}x+\frac{a}{c}$

이때 $-\frac{b}{c}>0,\ \frac{a}{c}<0$이므로 $bx+cy-a=0$의 그래프는 ④와 같다.

답 ④

유형 163 직선의 방정식 구하기

본책 178쪽

주어진 조건을 이용하여 직선의 방정식을 $y=mx+n$의 꼴로 나타낸 후 $ax+by+c=0$의 꼴로 변형한다.

856 $(\text{기울기})=\frac{-6}{-4}=\frac{3}{2}$이므로 직선의 방정식을 $y=\frac{3}{2}x+b$라 하자.

이 직선이 점 $(4,\ -3)$을 지나므로

$-3=\frac{3}{2}\times4+b \qquad \therefore b=-9$

따라서 구하는 직선의 방정식은

$y=\frac{3}{2}x-9$, 즉 $3x-2y-18=0$

답 ①

857 두 점 $(-1,\ 7),\ (2,\ -2)$를 지나는 직선의 기울기는

$\frac{-2-7}{2-(-1)}=-3$

직선의 방정식을 $y=-3x+b$라 하면 이 직선이 점 $(-1,\ 7)$을 지나므로

$7=-3\times(-1)+b \qquad \therefore b=4 \qquad \therefore y=-3x+4$

따라서 직선 $y=-3x+4$의 y절편이 4이므로 주어진 직선 중 y절편이 4인 것은 ③이다.

답 ③

858 $x-y+5=0$의 그래프의 x절편은 -5이고,
$8x+3y+30=0$의 그래프의 y절편은 -10이다.
따라서 두 점 $(-5,\ 0)$, $(0,\ -10)$을 지나는 직선의 방정식은

$y=-2x-10$, 즉 $2x+y+10=0$ 답 ②

859 $2x-3y-3=0$에서 $y=\frac{2}{3}x-1$

시안이는 y절편을 제대로 보았으므로 처음 직선의 y절편은 -1이다. … 1단계

$x-3y+5=0$에서 $y=\frac{1}{3}x+\frac{5}{3}$

현주는 기울기를 제대로 보았으므로 처음 직선의 기울기는 $\frac{1}{3}$이다. … 2단계

이때 구하는 직선의 방정식은

$y=\frac{1}{3}x-1$, 즉 $x-3y-3=0$

따라서 $a=-3$, $b=-3$이므로 … 3단계

$ab=(-3)\times(-3)=9$ … 4단계

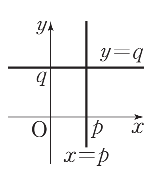
답 9

단계	채점 요소	비율
1	처음 직선의 y절편 구하기	30 %
2	처음 직선의 기울기 구하기	30 %
3	a, b의 값 구하기	30 %
4	ab의 값 구하기	10 %

유형 164 방정식 $x=p$, $y=q$의 그래프

본책 178쪽

(1) 점 $(p,\ 0)$을 지나고 y축에 평행한 (x축에 수직인) 직선의 방정식
➜ $x=p\ (p\neq 0)$의 꼴
(2) 점 $(0,\ q)$를 지나고 x축에 평행한 (y축에 수직인) 직선의 방정식
➜ $y=q\ (q\neq 0)$의 꼴



860 주어진 그래프의 식은 $x=4$

$x=4$에서 $\frac{3}{2}x=6$

이 식이 $ax+by=6$과 같으므로

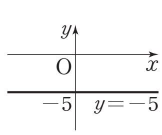
$a=\frac{3}{2}$, $b=0$

$\therefore 2a+b=2\times\frac{3}{2}+0=3$ 답 3

861 $4y=-20$에서 $y=-5$

⑤ 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 제3사분면과 제4사분면을 지난다.

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다. 답 ⑤



862 x축에 평행한 직선은 두 점의 y좌표가 같아야 한다. 즉 $7a-3=-3a+2$이므로

$10a=5$ $\therefore a=\frac{1}{2}$

y축에 평행한 직선은 두 점의 x좌표가 같아야 한다. 즉 $-8a-5=-4a+1$이므로

$-4a=6$ $\therefore a=-\frac{3}{2}$

따라서 $p=\frac{1}{2}$, $q=-\frac{3}{2}$이므로

$p-q=\frac{1}{2}-\left(-\frac{3}{2}\right)=2$ 답 ⑤

863 $-2y+7=0$에서 $y=\frac{7}{2}$

직선 $y=\frac{7}{2}$에 수직이고 점 $(-9,\ -4)$를 지나는 직선의 방정식은 $x=-9$ … 1단계

따라서 직선 $x=-9$가 지나는 사분면은 제2사분면과 제3사분면이다. … 2단계

답 제2사분면, 제3사분면

단계	채점 요소	비율
1	직선의 방정식 구하기	50 %
2	직선이 지나는 사분면 모두 구하기	50 %

864 $ax+by+2=0$의 그래프가 y축에 수직이므로

$a=0$

따라서 $by+2=0$, 즉 $y=-\frac{2}{b}$의 그래프가 제3사분면과 제4사분면을 지나야 하므로

$-\frac{2}{b}<0$ $\therefore b>0$ 답 ③

유형 165 좌표축에 평행한 네 직선으로 둘러싸인 도형의 넓이

본책 179쪽

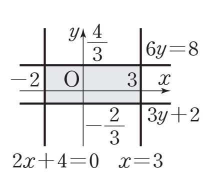
좌표축에 평행한 네 직선으로 둘러싸인 도형은 직사각형이므로 네 직선을 그려서 직사각형의 가로, 세로의 길이를 구한다.

865 $2x+4=0$에서 $x=-2$

$3y+2=0$에서 $y=-\frac{2}{3}$

$6y=8$에서 $y=\frac{4}{3}$

이때 주어진 네 방정식의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



따라서 구하는 도형의 넓이는

$\{3-(-2)\}\times\left\{\frac{4}{3}-\left(-\frac{2}{3}\right)\right\}$

$=10$ 답 ⑤

866 $x-1=0$에서 $\quad x=1$

$x-8=0$에서 $\quad x=8$

$y-4=0$에서 $\quad y=4$

네 방정식의 그래프로 둘러싸인 도형의 넓이가 42이므로

$(8-1)\times(4-a)=42$

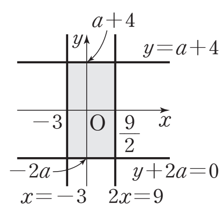
$4-a=6 \qquad \therefore a=-2$

답 -2

867 $2x=9$에서 $\quad x=\frac{9}{2}$

$y+2a=0$에서 $\quad y=-2a$

네 방정식의 그래프로 둘러싸인 도형의 넓이가 120이므로



$\left\{\frac{9}{2}-(-3)\right\}\times\{(a+4)-(-2a)\}$

$=120$

$\frac{15}{2}(3a+4)=120, \qquad 3a+4=16$

$\therefore a=4$

답 4

유형 166 연립방정식의 해와 그래프의 교점

본책 180쪽

연립방정식 $\begin{cases} ax+by+c=0 \\ a'x+b'y+c'=0 \end{cases}$의 해가 $x=p$, $y=q$

➜ 두 일차방정식 $ax+by+c=0$, $a'x+b'y+c'=0$의 그래프의 교점의 좌표가 (p, q)이다.

868 연립방정식 $\begin{cases} x-y-3=0 \\ 3x-y-13=0 \end{cases}$을 풀면

$x=5$, $y=2$

따라서 두 그래프의 교점의 좌표는 $(5, 2)$이므로

$a=5$, $b=2$

$\therefore a+b=5+2=7$

답 ④

869 연립방정식 $\begin{cases} 5x+2y+14=0 \\ 2x-3y+17=0 \end{cases}$을 풀면

$x=-4$, $y=3$

따라서 두 그래프의 교점의 좌표는 $(-4, 3)$이다.

$x=-4$, $y=3$을 $y=\frac{3}{4}x+a$에 대입하면

$3=\frac{3}{4}\times(-4)+a \qquad \therefore a=6$

답 ①

870 직선 l은 두 점 $(-6, 4)$, $(0, -1)$을 지나므로 기울기는

$\frac{-1-4}{0-(-6)}=-\frac{5}{6}$이고 y절편은 -1이다.

즉 직선 l의 방정식은

$y=-\frac{5}{6}x-1$, 즉 $5x+6y+6=0$ ··· 1단계

직선 m은 두 점 $(10, -4)$, $(0, -9)$를 지나므로 기울기는

$\frac{-9-(-4)}{0-10}=\frac{1}{2}$이고 y절편은 -9이다.

즉 직선 m의 방정식은

$y=\frac{1}{2}x-9$, 즉 $x-2y-18=0$ ··· 2단계

연립방정식 $\begin{cases} 5x+6y+6=0 \\ x-2y-18=0 \end{cases}$을 풀면

$x=6$, $y=-6$

따라서 두 직선의 교점의 좌표는 $(6, -6)$이므로

$a=6$, $b=-6$ ··· 3단계

$\therefore a-b=6-(-6)=12$ ··· 4단계

답 12

단계	채점 요소	비율
1	직선 l의 방정식 구하기	30 %
2	직선 m의 방정식 구하기	30 %
3	a, b의 값 구하기	30 %
4	$a-b$의 값 구하기	10 %

유형 167 두 일차방정식의 그래프의 교점의 좌표를 이용하여 미지수의 값 구하기

본책 180쪽

두 일차방정식 $ax+by+c=0$, $a'x+b'y+c'=0$의 그래프의 교점의 좌표가 (p, q)이다.

➜ $ap+bq+c=0$, $a'p+b'q+c'=0$

871 두 그래프의 교점의 y좌표가 2이므로 $y=2$를 $x-3y=-9$에 대입하면

$x-3\times2=-9 \qquad \therefore x=-3$

따라서 교점의 좌표가 $(-3, 2)$이므로 $x=-3$, $y=2$를 $3x-2y=a$에 대입하면

$a=3\times(-3)-2\times2=-13$

답 -13

872 두 그래프의 교점의 좌표가 $(1, -4)$이므로 $x=1$, $y=-4$를 $2ax+by=-4$에 대입하면

$2a-4b=-4$, 즉 $a-2b=-2$ ······ ㉠

$x=1$, $y=-4$를 $ax-5y=8b$에 대입하면

$a-5\times(-4)=8b$, 즉 $a-8b=-20$ ······ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면

$a=4$, $b=3$

$\therefore ab=4\times3=12$

답 ⑤

873 두 그래프의 교점의 좌표가 $(-2, -2)$이므로 $x=-2$, $y=-2$를 $2x-y+a=0$에 대입하면

$2\times(-2)-(-2)+a=0 \qquad \therefore a=2$

$x=-2$, $y=-2$를 $x+2y+b=0$에 대입하면

$-2+2\times(-2)+b=0 \qquad \therefore b=6$

따라서 $2x-y+2=0$의 그래프의 y절편은 2, $x+2y+6=0$의 그래프의 y절편은 -3이므로 두 그래프가 y축과 만나는 두 점 사이의 거리는 $\quad 2-(-3)=5$ **답** 5

874 두 직선의 교점의 좌표가 $(-2,\ -1)$이므로 $x=-2$, $y=-1$을 $y=ax+b$에 대입하면

$-1=-2a+b$ ...... ㉠

$x=-2$, $y=-1$을 $y=-3bx-8a-1$에 대입하면

$-1=-3b\times(-2)-8a-1$, 즉

$4a-3b=0$ ...... ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $\quad a=\frac{3}{2},\ b=2$

따라서 직선 $y=abx-1$, 즉 $y=3x-1$의 x절편은 $\frac{1}{3}$이다.

답 ③

875 두 직선 $x-2y+a=0$, $2x-3y+2a+1=0$의 교점이 직선 $y=-x+5$ 위에 있으므로 교점의 좌표를 $(k,\ -k+5)$라 하자.

$x=k$, $y=-k+5$를 $x-2y+a=0$에 대입하면

$k-2(-k+5)+a=0$, 즉

$3k+a=10$ ...... ㉠

$x=k$, $y=-k+5$를 $2x-3y+2a+1=0$에 대입하면

$2k-3(-k+5)+2a+1=0$, 즉

$5k+2a=14$ ...... ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $\quad k=6,\ a=-8$ **답** -8

유형 168 두 일차방정식의 그래프의 교점을 지나는 직선의 방정식

본책 181쪽

두 일차방정식의 그래프의 교점의 좌표는 연립방정식의 해와 같으므로 연립방정식의 해를 구한 후 조건에 맞는 직선의 방정식을 구한다.

876 연립방정식 $\begin{cases} x+y=5 \\ x-2y=2 \end{cases}$를 풀면

$x=4,\ y=1$

즉 두 그래프의 교점의 좌표는 $\quad (4,\ 1)$

두 점 $(4,\ 1)$, $(0,\ 3)$을 지나는 직선의 기울기는

$\frac{3-1}{0-4}=-\frac{1}{2}$

따라서 기울기가 $-\frac{1}{2}$이고 y절편이 3인 직선의 방정식은

$y=-\frac{1}{2}x+3$, 즉 $x+2y-6=0$ **답** ③

877 연립방정식 $\begin{cases} 2x-y-13=0 \\ 3x+4y-3=0 \end{cases}$을 풀면

$x=5,\ y=-3$

즉 두 그래프의 교점의 좌표는 $\quad (5,\ -3)$

구하는 직선이 직선 $3x-y+7=0$, 즉 $y=3x+7$과 평행하므로 기울기는 3이다.

직선의 방정식을 $y=3x+b$라 하면 이 직선이 점 $(5,\ -3)$을 지나므로

$-3=3\times5+b \qquad \therefore b=-18$

따라서 구하는 직선의 방정식은

$y=3x-18$, 즉 $3x-y-18=0$ **답** ③

878 연립방정식 $\begin{cases} 5x-2y+13=0 \\ 8x+3y-4=0 \end{cases}$을 풀면

$x=-1,\ y=4$

즉 두 그래프의 교점의 좌표는 $\quad (-1,\ 4)$

따라서 점 $(-1,\ 4)$를 지나고 x축에 평행한 직선의 방정식은

$y=4$ **답** $y=4$

879 연립방정식 $\begin{cases} 2x-y+12=0 \\ 7x+2y-2=0 \end{cases}$을 풀면

$x=-2,\ y=8$

즉 두 그래프의 교점의 좌표는

$(-2,\ 8)$ ... 1단계

두 점 $(-2,\ 8)$, $(1,\ 6)$을 지나는 직선의 기울기는

$\frac{6-8}{1-(-2)}=-\frac{2}{3}$

직선의 방정식을 $y=-\frac{2}{3}x+k$라 하면 이 직선이 점 $(1,\ 6)$을 지나므로

$6=-\frac{2}{3}+k \qquad \therefore k=\frac{20}{3}$

따라서 구하는 직선의 방정식은

$y=-\frac{2}{3}x+\frac{20}{3}$, 즉 $2x+3y-20=0$ ... 2단계

이므로 $\quad a=2,\ b=3$ ... 3단계

$\therefore a+b=2+3=5$ ... 4단계

답 5

단계	채점 요소	비율
1	두 그래프의 교점의 좌표 구하기	40 %
2	직선의 방정식 구하기	30 %
3	a, b의 값 구하기	20 %
4	$a+b$의 값 구하기	10 %

유형 169 세 직선이 한 점에서 만날 때

본책 182쪽

세 직선이 한 점에서 만난다.

➜ 두 직선의 교점을 나머지 한 직선이 지난다.

➜ x, y 이외의 미지수를 포함하지 않은 두 직선의 교점의 좌표를 구하여 이를 나머지 한 직선의 방정식에 대입한다.

880 연립방정식 $\begin{cases} x-2y=10 \\ 3x+y=2 \end{cases}$를 풀면

$x=2,\ y=-4$

즉 두 직선 $x-2y=10$, $3x+y=2$의 교점의 좌표는

$(2,\ -4)$

직선 $3x+ay=14$는 점 $(2,\ -4)$를 지나므로

$3\times2-4a=14 \qquad \therefore a=-2$

답 ②

881 연립방정식 $\begin{cases} 3x-4y=3 \\ 5x-2y=12 \end{cases}$를 풀면

$x=3,\ y=\frac{3}{2}$

즉 두 직선 $3x-4y=3$, $5x-2y=12$의 교점의 좌표는

$\left(3,\ \frac{3}{2}\right)$ ··· 1단계

직선 $3x+ay=4a-1$은 점 $\left(3,\ \frac{3}{2}\right)$을 지나므로

$3\times3+\frac{3}{2}a=4a-1, \qquad \frac{5}{2}a=10$

$\therefore a=4$ ··· 2단계

답 4

단계	채점 요소	비율
1	두 직선의 교점의 좌표 구하기	60 %
2	a의 값 구하기	40 %

882 연립방정식 $\begin{cases} 4x-5y=-6 \\ 8x-7y=-30 \end{cases}$을 풀면

$x=-9,\ y=-6$

즉 두 직선 $4x-5y=-6$, $8x-7y=-30$의 교점의 좌표는

$(-9,\ -6)$

직선 $ax-by=9$는 점 $(-9,\ -6)$을 지나므로

$-9a+6b=9$ ······ ㉠

직선 $x+ay=-5b$는 점 $(-9,\ -6)$을 지나므로

$-9-6a=-5b$ ······ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=1,\ b=3$

$\therefore ab=1\times3=3$

답 ③

유형 170 세 직선에 의하여 삼각형이 만들어지지 않을 때

본책 182쪽

세 직선에 의하여 삼각형이 만들어지지 않는 경우는 다음과 같다.

(1) 세 직선이 모두 평행하거나 세 직선 중 어느 두 직선이 평행한 경우

(2) 세 직선이 한 점에서 만나는 경우

883 세 직선의 기울기가 모두 다르므로 세 직선에 의하여 삼각형이 만들어지지 않으려면 세 직선이 한 점에서 만나야 한다.

연립방정식 $\begin{cases} x-y+1=0 \\ 4x-y+4=0 \end{cases}$을 풀면

$x=-1,\ y=0$

즉 두 직선 $x-y+1=0$, $4x-y+4=0$의 교점의 좌표는

$(-1,\ 0)$

직선 $7x+3y+a=0$이 점 $(-1,\ 0)$을 지나므로

$7\times(-1)+a=0 \qquad \therefore a=7$

답 7

884 세 직선에 의하여 삼각형이 만들어지지 않는 경우는 다음과 같다.

(i) 세 직선이 한 점에서 만날 때,

두 직선 $y=-\frac{1}{2}x-\frac{5}{4}$와 $y=3x+4$의 교점을 나머지 직선이 지나야 한다.

연립방정식 $\begin{cases} y=-\frac{1}{2}x-\frac{5}{4} \\ y=3x+4 \end{cases}$를 풀면

$x=-\frac{3}{2},\ y=-\frac{1}{2}$

즉 두 직선의 교점의 좌표는 $\left(-\frac{3}{2},\ -\frac{1}{2}\right)$

직선 $y=ax+1$이 점 $\left(-\frac{3}{2},\ -\frac{1}{2}\right)$을 지나므로

$-\frac{1}{2}=-\frac{3}{2}a+1 \qquad \therefore a=1$

(ii) 두 직선 $y=-\frac{1}{2}x-\frac{5}{4}$, $y=ax+1$이 평행할 때,

$a=-\frac{1}{2}$

(iii) 두 직선 $y=3x+4$, $y=ax+1$이 평행할 때,

$a=3$

이상에서 모든 a의 값의 합은

$1+\left(-\frac{1}{2}\right)+3=\frac{7}{2}$

답 ④

885 세 직선에 의하여 좌표평면이 여섯 부분으로 나뉘려면 세 직선이 한 점에서 만나거나 세 직선 중 두 직선이 평행해야 한다.

(i) 세 직선이 한 점에서 만날 때,

두 직선 $x-2y+5=0$과 $2x-3y+3=0$의 교점을 나머지 직선이 지나야 한다.

연립방정식 $\begin{cases} x-2y+5=0 \\ 2x-3y+3=0 \end{cases}$을 풀면

$x=9,\ y=7$

즉 두 직선의 교점의 좌표는 $(9,\ 7)$

직선 $ax-y-20=0$이 점 $(9,\ 7)$을 지나므로

$9a-7-20=0 \qquad \therefore a=3$

(ii) 두 직선 $x-2y+5=0$, $ax-y-20=0$이 평행할 때,

$x-2y+5=0$에서 $\quad y=\frac{1}{2}x+\frac{5}{2}$

$ax-y-20=0$에서 $\quad y=ax-20$

$\therefore a=\frac{1}{2}$

(iii) 두 직선 $2x-3y+3=0$, $ax-y-20=0$이 평행할 때,

$2x-3y+3=0$에서 $\quad y=\frac{2}{3}x+1$

$\therefore a=\frac{2}{3}$

이상에서 모든 a의 값의 곱은

$3\times\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}=1$ 답 1

유형 171 연립방정식의 해의 개수와 교점의 개수 본책 183쪽

연립방정식이
(1) 한 쌍의 해를 갖는다. ➜ 두 그래프가 한 점에서 만난다.
➜ 기울기가 다르다.
(2) 해가 무수히 많다. ➜ 두 그래프가 일치한다.
➜ 기울기와 y절편이 각각 같다.
(3) 해가 없다. ➜ 두 그래프가 평행하다.
➜ 기울기는 같고 y절편은 다르다.

886 $ax+y=4$에서 $\quad y=-ax+4$

$x-3y=b$에서 $\quad y=\frac{1}{3}x-\frac{b}{3}$

해가 없으려면 두 그래프가 평행해야 하므로

$-a=\frac{1}{3}$, $4\neq-\frac{b}{3}$

$\therefore a=-\frac{1}{3}$, $b\neq-12$ 답 $a=-\frac{1}{3}$, $b\neq-12$

887 $2x+ay=-5$에서 $\quad y=-\frac{2}{a}x-\frac{5}{a}$

$4x-6y=b$에서 $\quad y=\frac{2}{3}x-\frac{b}{6}$

교점이 무수히 많으려면 두 그래프가 일치해야 하므로

$-\frac{2}{a}=\frac{2}{3}$, $-\frac{5}{a}=-\frac{b}{6}$

따라서 $a=-3$, $b=-10$이므로

$ab=(-3)\times(-10)=30$ 답 ⑤

888 $x-3y=-9$에서 $\quad y=\frac{1}{3}x+3$

$ax-2y=10$에서 $\quad y=\frac{a}{2}x-5$

오직 한 쌍의 해를 가지려면 두 그래프가 한 점에서 만나야 한다. 즉 기울기가 달라야 하므로

$\frac{1}{3}\neq\frac{a}{2}$ $\quad\therefore a\neq\frac{2}{3}$ 답 ④

889 $x+ay=1$에서 $\quad y=-\frac{1}{a}x+\frac{1}{a}$

$bx+3y=2$에서 $\quad y=-\frac{b}{3}x+\frac{2}{3}$

해가 무수히 많으려면 두 그래프가 일치해야 하므로

$-\frac{1}{a}=-\frac{b}{3}$, $\frac{1}{a}=\frac{2}{3}$

$\therefore a=\frac{3}{2}$, $b=2$ … 1단계

$a=\frac{3}{2}$, $b=2$를 $2ax-by=6$에 대입하면

$3x-2y=6$, 즉 $y=\frac{3}{2}x-3$

$9x+ky=-1$에서 $\quad y=-\frac{9}{k}x-\frac{1}{k}$

이때 두 직선 $y=\frac{3}{2}x-3$, $y=-\frac{9}{k}x-\frac{1}{k}$이 평행하므로

$\frac{3}{2}=-\frac{9}{k}$, $-3\neq-\frac{1}{k}$

$\therefore k=-6$ … 2단계

답 -6

단계	채점 요소	비율
1	a, b의 값 구하기	60 %
2	k의 값 구하기	40 %

유형 172 직선으로 둘러싸인 도형의 넓이 본책 183쪽

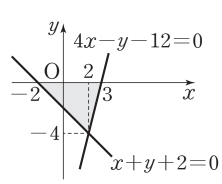
❶ 두 직선의 x절편, y절편을 각각 구한 후 그래프를 그린다.
❷ 두 직선의 교점의 좌표를 구한다.
❸ 넓이를 구하는 데 필요한 선분의 길이를 구하여 직선으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구한다.

890 연립방정식 $\begin{cases} x+y+2=0 \\ 4x-y-12=0 \end{cases}$을 풀면

$x=2$, $y=-4$

즉 두 직선 $x+y+2=0$, $4x-y-12=0$의 교점의 좌표는

$(2, -4)$



따라서 두 직선과 x축으로 둘러싸인 도형의 넓이는

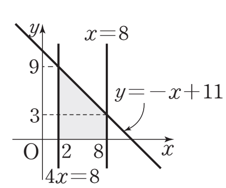
$\frac{1}{2}\times\{3-(-2)\}\times4=10$ 답 ④

891 직선 $y=0$은 x축과 같고,

$4x=8$에서 $\quad x=2$

두 직선 $y=-x+11$, $x=2$의 교점의 좌표는 $\quad(2, 9)$

두 직선 $y=-x+11$, $x=8$의 교점의 좌표는 $\quad(8, 3)$



따라서 네 직선으로 둘러싸인 도형의 넓이는

$\frac{1}{2}\times(9+3)\times(8-2)=36$ 답 ⑤

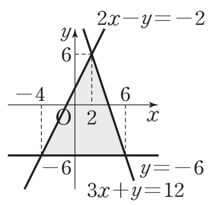
892 연립방정식 $\begin{cases} 2x-y=-2 \\ 3x+y=12 \end{cases}$를 풀면

$x=2$, $y=6$

즉 두 직선 $2x-y=-2$, $3x+y=12$의 교점의 좌표는 $(2, 6)$

두 직선 $2x-y=-2$, $y=-6$의 교점의 좌표는 $(-4, -6)$

두 직선 $3x+y=12$, $y=-6$의 교점의 좌표는 $(6, -6)$



따라서 세 직선으로 둘러싸인 도형의 넓이는

$\frac{1}{2}\times\{6-(-4)\}\times\{6-(-6)\}=60$

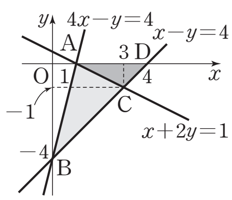
답 ③

893 직선 $4x-y=4$의 x절편은 1, y절편은 -4이므로

$A(1, 0)$, $B(0, -4)$

직선 $x-y=4$의 x절편은 4이므로

$D(4, 0)$



연립방정식 $\begin{cases} x-y=4 \\ x+2y=1 \end{cases}$을 풀면

$x=3$, $y=-1$

즉 두 직선 $x-y=4$, $x+2y=1$의 교점의 좌표는

$C(3, -1)$

이때 $\triangle ABD=\frac{1}{2}\times(4-1)\times4=6$,

$\triangle ACD=\frac{1}{2}\times(4-1)\times1=\frac{3}{2}$이므로

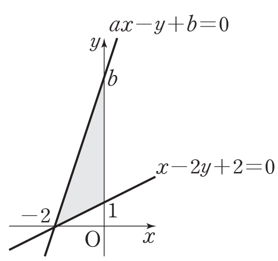
$\triangle ABC=\triangle ABD-\triangle ACD=6-\frac{3}{2}=\frac{9}{2}$

따라서 삼각형 ABC의 넓이는 삼각형 ACD의 넓이의 3배이다.

답 3배

894 직선 $x-2y+2=0$의 x절편은 -2이므로 두 직선 $x-2y+2=0$과 $ax-y+b=0$의 교점의 좌표는

$(-2, 0)$ … 1단계



이때 두 직선과 y축으로 둘러싸인 도형의 넓이가 5이므로

$\frac{1}{2}\times(b-1)\times2=5$

$b-1=5$ $\quad\therefore b=6$

따라서 직선 $ax-y+6=0$이 점 $(-2, 0)$을 지나므로

$-2a+6=0$ $\quad\therefore a=3$ … 2단계

$\therefore ab=3\times6=18$ … 3단계

답 18

단계	채점 요소	비율
1	두 직선의 교점의 좌표 구하기	30 %
2	a, b의 값 구하기	60 %
3	ab의 값 구하기	10 %

유형 173 직선의 방정식의 활용

본책 184쪽

❶ 두 직선이 지나는 두 점의 좌표를 이용하여 직선의 방정식을 각각 구한다.

❷ 연립방정식을 이용하여 교점의 좌표를 구한다.

❸ 문제의 조건에 맞는 값을 구한다.

895 물탱크 A를 나타내는 직선은 두 점 $(0, 100)$, $(10, 0)$을 지나므로 기울기는 $\frac{0-100}{10-0}=-10$

또 y절편이 100이므로 이 직선의 방정식은

$y=-10x+100$

물탱크 B를 나타내는 직선은 두 점 $(0, 80)$, $(12, 0)$을 지나므로 기울기는 $\frac{0-80}{12-0}=-\frac{20}{3}$

또 y절편이 80이므로 이 직선의 방정식은

$y=-\frac{20}{3}x+80$

두 물탱크에 남아 있는 물의 양이 같으므로

$-10x+100=-\frac{20}{3}x+80$

$\frac{10}{3}x=20$ $\quad\therefore x=6$

따라서 두 물탱크에 남아 있는 물의 양이 같아지는 것은 물을 빼내기 시작한 지 6분 후이다.

답 6분

896 (1) 동생이 간 거리를 나타내는 직선은 두 점 $(0, 0)$, $(15, 1.8)$을 지나므로 직선의 방정식은

$y=\frac{1.8}{15}x$, 즉 $y=\frac{3}{25}x$

형이 간 거리를 나타내는 직선은 두 점 $(6, 0)$, $(12, 1.8)$을 지나므로 기울기는 $\frac{1.8-0}{12-6}=\frac{3}{10}$

직선의 방정식을 $y=\frac{3}{10}x+b$라 하면 이 직선이 점 $(6, 0)$을 지나므로

$0=\frac{3}{10}\times6+b$ $\quad\therefore b=-\frac{9}{5}$

$\therefore y=\frac{3}{10}x-\frac{9}{5}$

동생과 형이 만나는 것은 두 사람이 간 거리가 같을 때이므로

$\frac{3}{25}x=\frac{3}{10}x-\frac{9}{5}$, $\quad\frac{9}{50}x=\frac{9}{5}$

$\therefore x=10$

따라서 동생과 형이 만나는 것은 동생이 출발한 지 10분 후이다.

(2) $x=10$을 $y=\frac{3}{25}x$에 대입하면

$y=\frac{3}{25}\times10=1.2$

따라서 집으로부터 1.2 km 떨어진 지점에서 동생과 형이 만난다.

답 (1) 10분 (2) 1.2 km

897 제품 A의 총판매량을 나타내는 직선은 두 점 $(0,\ 300)$, $(8,\ 900)$을 지나므로 기울기는

$$\frac{900-300}{8-0}=75$$

또 y절편이 300이므로 이 직선의 방정식은

$$y=75x+300$$

제품 B의 총판매량을 나타내는 직선은 두 점 $(0,\ 0)$, $(7,\ 1050)$을 지나므로 직선의 방정식은

$$y=\frac{1050}{7}x,\ 즉\ y=150x$$

두 제품의 총판매량이 같으므로

$$75x+300=150x, \qquad 75x=300$$

$$\therefore x=4$$

따라서 두 제품의 총판매량이 같아지는 것은 제품 B가 판매되기 시작한 지 4개월 후이다. 답 4개월

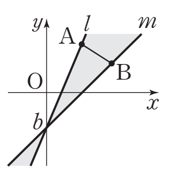
유형 174 직선과 선분이 만날 조건

본책 185쪽

y절편이 b인 직선 $y=ax+b$가 선분 AB와 만나도록 하는 상수 a의 값의 범위

➜ 직선 m의 기울기가 M, 직선 l의 기울기가 L일 때,

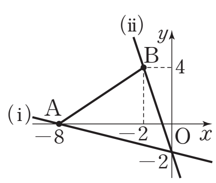
$$M\le a\le L$$



898 (ⅰ) 직선 $y=ax-2$가 점 $\mathrm{A}(-8,\ 0)$을 지날 때,

$$0=-8a-2$$

$$\therefore a=-\frac{1}{4}$$



(ⅱ) 직선 $y=ax-2$가 점 $\mathrm{B}(-2,\ 4)$를 지날 때,

$$4=-2a-2 \qquad \therefore a=-3$$

(ⅰ), (ⅱ)에서 $\quad -3\le a\le -\frac{1}{4}$

따라서 $p=-3$, $q=-\frac{1}{4}$이므로

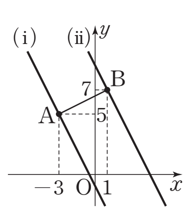
$$pq=(-3)\times\left(-\frac{1}{4}\right)=\frac{3}{4}$$

답 ①

899 (ⅰ) 직선 $y=-2x+k$가 점 $\mathrm{A}(-3,\ 5)$를 지날 때,

$$5=-2\times(-3)+k$$

$$\therefore k=-1 \quad \cdots \text{1단계}$$



(ⅱ) 직선 $y=-2x+k$가 점 $\mathrm{B}(1,\ 7)$을 지날 때,

$$7=-2+k \qquad \therefore k=9 \quad \cdots \text{2단계}$$

(ⅰ), (ⅱ)에서 $\quad -1\le k\le 9 \quad \cdots$ 3단계

답 $-1\le k\le 9$

단계	채점 요소	비율
1	직선 $y=-2x+k$가 점 A를 지날 때, k의 값 구하기	40 %
2	직선 $y=-2x+k$가 점 B를 지날 때, k의 값 구하기	40 %
3	k의 값의 범위 구하기	20 %

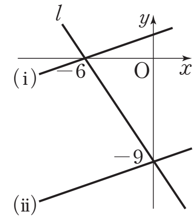
900 (ⅰ) 직선 $x-3y+a=0$이 점 $(-6,\ 0)$을 지날 때,

$$-6+a=0 \qquad \therefore a=6$$

(ⅱ) 직선 $x-3y+a=0$이 점 $(0,\ -9)$를 지날 때,

$$-3\times(-9)+a=0$$

$$\therefore a=-27$$



(ⅰ), (ⅱ)에서 $\quad -27<a<6$

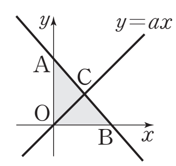
답 ⑤

참고 $a=6$이면 x축 위에서 만나고, $a=-27$이면 y축 위에서 만나므로 제3사분면에서 만나지 않는다.

유형 175 도형의 넓이를 이등분하는 직선

본책 185쪽

△AOB의 넓이를 직선 $y=ax$가 이등분할 때, 상수 a의 값은 다음과 같은 순서로 구한다.



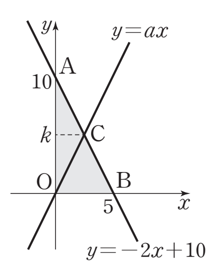
❶ $\triangle\mathrm{COB}=\frac{1}{2}\triangle\mathrm{AOB}$임을 이용하여 두 직선의 교점 C의 좌표를 구한다.

❷ $y=ax$에 점 C의 좌표를 대입하여 a의 값을 구한다.

901 $y=-2x+10$의 그래프와 y축, x축의 교점을 각각 A, B라 하면

$$\mathrm{A}(0,\ 10),\ \mathrm{B}(5,\ 0)$$

$$\therefore \triangle\mathrm{AOB}=\frac{1}{2}\times10\times5=25$$



△AOB의 넓이를 이등분하는 직선 $y=ax$와 직선 $y=-2x+10$의 교점을 C라 하면

$$\triangle\mathrm{COB}=\frac{1}{2}\triangle\mathrm{AOB}=\frac{25}{2}$$

이때 점 C의 y좌표를 k라 하면 $\triangle\mathrm{COB}=\frac{25}{2}$에서

$$\frac{1}{2}\times5\times k=\frac{25}{2} \qquad \therefore k=5$$

$y=5$를 $y=-2x+10$에 대입하면

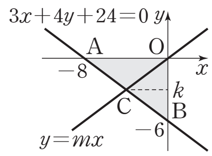
$$5=-2x+10 \qquad \therefore x=\frac{5}{2}$$

따라서 점 C의 좌표는 $\left(\frac{5}{2},\ 5\right)$이고 직선 $y=ax$가 점 C를 지나므로

$$5=\frac{5}{2}a \qquad \therefore a=2$$

답 2

902 $3x+4y+24=0$의 그래프와 x축, y축의 교점을 각각 A, B라 하면



$$A(-8,\ 0),\ B(0,\ -6)$$

$$\therefore\ \triangle ABO=\frac{1}{2}\times8\times6=24$$

$\triangle$ABO의 넓이를 이등분하는 직선 $y=mx$와 직선 $3x+4y+24=0$의 교점을 C라 하면

$$\triangle ACO=\frac{1}{2}\triangle ABO=12$$

이때 점 C의 y좌표를 k라 하면 $\triangle$ACO$=12$에서

$$\frac{1}{2}\times8\times(-k)=12 \qquad \therefore\ k=-3$$

$y=-3$을 $3x+4y+24=0$에 대입하면

$$3x+4\times(-3)+24=0 \qquad \therefore\ x=-4$$

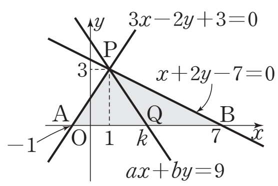
따라서 점 C의 좌표는 $(-4,\ -3)$이고 직선 $y=mx$가 점 C를 지나므로

$$-3=-4m \qquad \therefore\ m=\frac{3}{4}$$

답 $\frac{3}{4}$

903 연립방정식 $\begin{cases}3x-2y+3=0\\x+2y-7=0\end{cases}$을 풀면 $\quad x=1,\ y=3$

$$\therefore\ P(1,\ 3)$$



또 A$(-1,\ 0)$, B$(7,\ 0)$이므로

$$\triangle PAB=\frac{1}{2}\times\{7-(-1)\}\times3=12$$

$\triangle$PAB의 넓이를 이등분하는 직선 $ax+by=9$가 x축과 만나는 점을 Q라 하면

$$\triangle PAQ=\frac{1}{2}\triangle PAB=6$$

이때 점 Q의 x좌표를 k라 하면 $\triangle$PAQ$=6$에서

$$\frac{1}{2}\times\{k-(-1)\}\times3=6$$

$$k+1=4 \qquad \therefore\ k=3$$

즉 직선 $ax+by=9$가 두 점 P$(1,\ 3)$, Q$(3,\ 0)$을 지나므로

$$a+3b=9,\ 3a=9$$

따라서 $a=3$, $b=2$이므로 $\quad a+b=3+2=5$

답 ④

만점 유형 도전하기

본책 186~187쪽

904 전략 일차함수와 일차방정식의 관계를 이해한다.

재은: 점 $(5,\ -7)$을 지나고 y축에 평행한 직선의 방정식은 $x=5$

상철: 연립방정식 $\begin{cases}x-y-2=0\\2x-3y-4=0\end{cases}$을 풀면 $\quad x=2,\ y=0$

즉 두 그래프의 교점의 좌표는 $(2,\ 0)$이므로 x축 위에 있다.

따라서 잘못 말한 사람은 재은, 상철이다.

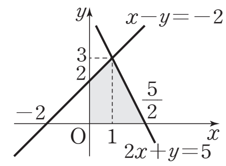
답 풀이 참조

905 전략 주어진 도형을 x축을 회전축으로 하여 1회전 시킬 때 생기는 회전체를 생각해 본다.

연립방정식 $\begin{cases}x-y=-2\\2x+y=5\end{cases}$를 풀면

$$x=1,\ y=3$$

즉 두 직선의 교점의 좌표는 $\quad (1,\ 3)$



주어진 도형을 x축을 회전축으로 하여 1회전 시킬 때 생기는 회전체는 원뿔대와 원뿔의 밑면을 붙여 놓은 도형이므로 그 부피는

$$\frac{1}{3}\times\pi\times3^2\times\{1-(-2)\}-\frac{1}{3}\times\pi\times2^2\times2$$

$$+\frac{1}{3}\times\pi\times3^2\times\left(\frac{5}{2}-1\right)$$

$$=\frac{65}{6}\pi$$

답 $\frac{65}{6}\pi$

906 전략 평행사변형은 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.

사각형 ABCD는 평행사변형이므로 두 직선 $4x+3y=-1$과 $4x+ay=b$는 평행하다.

$4x+3y=-1$에서 $\quad y=-\frac{4}{3}x-\frac{1}{3}$

$4x+ay=b$에서 $\quad y=-\frac{4}{a}x+\frac{b}{a}$

두 직선의 기울기가 같으므로

$$-\frac{4}{a}=-\frac{4}{3} \qquad \therefore\ a=3$$

$y=1$을 $4x+3y=-1$에 대입하면

$$4x+3=-1 \qquad \therefore\ x=-1$$

$$\therefore\ A(-1,\ 1)$$

점 D의 좌표를 $(k,\ 1)$이라 하면 사각형 ABCD의 넓이가 16이므로

$$\{k-(-1)\}\times\{1-(-3)\}=16$$

$$k+1=4 \qquad \therefore\ k=3$$

즉 직선 $4x+3y=b$가 점 D$(3,\ 1)$을 지나므로

$$b=4\times3+3=15$$

$$\therefore\ ab=3\times15=45$$

답 45

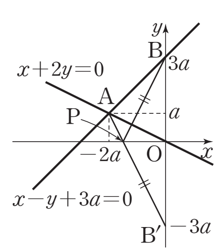
907 전략 두 점 A, B의 좌표를 a를 사용한 식으로 나타낸다.

연립방정식 $\begin{cases}x-y+3a=0\\x+2y=0\end{cases}$을 풀면

$$x=-2a,\ y=a$$

즉 두 그래프의 교점의 좌표는

$$A(-2a,\ a)$$



B$(0,\ 3a)$이고 점 B와 x축에 대하여 대칭인 점을 B′이라 하면

$$B'(0,\ -3a)$$

이때 x축 위의 점 P에 대하여

$$\overline{AP}+\overline{BP}=\overline{AP}+\overline{B'P}\geq\overline{AB'}$$

즉 $\overline{AP}+\overline{BP}$의 값이 최소가 되도록 하는 점 P는 두 점 A, B′을 지나는 직선이 x축과 만나는 점이다.
두 점 $A(-2a,\ a)$, $B'(0,\ -3a)$를 지나는 직선의 기울기는

$$\frac{-3a-a}{0-(-2a)}=-2$$

또 y절편은 $-3a$이므로 이 직선의 방정식은

$$y=-2x-3a$$

이 직선이 점 $(-2,\ 0)$을 지나므로

$$0=-2\times(-2)-3a$$

$$\therefore a=\frac{4}{3}$$

답 $\frac{4}{3}$

908 전략 $\overline{AB}=4k$, $\overline{AD}=9k\ (k>0)$라 하고 두 점 A, D의 좌표를 k를 사용한 식으로 나타낸다.

$\overline{AB}=4k$, $\overline{AD}=9k\ (k>0)$라 하면 점 A의 y좌표가 $4k$이고 $2x-3y+2=0$의 그래프가 점 A를 지나므로

$$2x-3\times4k+2=0,\qquad 2x=12k-2$$

$$\therefore x=6k-1$$

즉 점 A의 x좌표가 $6k-1$이므로 점 D의 x좌표는

$$(6k-1)+9k=15k-1$$

$$\therefore D(15k-1,\ 4k)$$

$4x+3y-32=0$의 그래프가 점 D를 지나므로

$$4(15k-1)+3\times4k-32=0$$

$$72k=36\qquad \therefore k=\frac{1}{2}$$

따라서 점 D의 좌표는

$$\left(\frac{13}{2},\ 2\right)$$

답 $\left(\frac{13}{2},\ 2\right)$

909 전략 먼저 직선 l의 방정식을 구한다.

직선 l이 두 점 $(0,\ 4)$, $(8,\ 0)$을 지나므로 기울기는

$$\frac{0-4}{8-0}=-\frac{1}{2}$$

또 y절편은 4이므로 직선 l의 방정식은

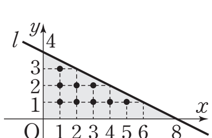
$$y=-\frac{1}{2}x+4$$

이때 $y=1$이면 $1=-\frac{1}{2}x+4$에서 $\quad x=6$

$y=2$이면 $2=-\frac{1}{2}x+4$에서 $\quad x=4$

$y=3$이면 $3=-\frac{1}{2}x+4$에서 $\quad x=2$

즉 직선 l은 점 $(6,\ 1)$, $(4,\ 2)$, $(2,\ 3)$을 지나므로 오른쪽 그림과 같다. 이때 직선 l과 x축, y축으로 둘러싸인 삼각형의 내부의 점 중 x좌표와 y좌표가 모두 자연수인 점은



$(1,\ 1)$, $(2,\ 1)$, $(3,\ 1)$, $(4,\ 1)$ $(5,\ 1)$,
$(1,\ 2)$, $(2,\ 2)$, $(3,\ 2)$, $(1,\ 3)$

의 9개이다.

답 9

910 전략 두 일차함수의 그래프의 교점의 좌표를 a, b를 사용한 식으로 나타낸다.

$$\begin{cases} y=ax+2b & \cdots\cdots ㉠ \\ y=bx+2a & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠$-$㉡을 하면 $\quad 0=(a-b)x+2b-2a$

$$(a-b)x=2(a-b)\qquad \therefore x=2\ (\because a\neq b)$$

$x=2$를 ㉠에 대입하면 $\quad y=2a+2b$

즉 두 그래프의 교점의 좌표는 $\quad (2,\ 2a+2b)$

이 점이 제4사분면 위에 있으므로

$$2a+2b<0\qquad \therefore a+b<0$$

이때 $ab>0$, $a+b<0$이므로 $\quad a<0$, $b<0$

따라서 점 $(a,\ b)$는 제3사분면 위의 점이다.

답 제3사분면

911 전략 사각형 ABCD의 넓이와 삼각형 PBC의 넓이를 비교하여 구하는 직선이 지나야 하는 점의 위치를 정한다.

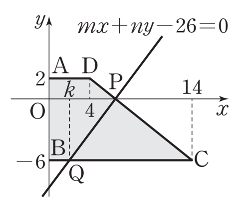
사각형 ABCD의 넓이는

$$\frac{1}{2}\times(4+14)\times\{2-(-6)\}=72$$

삼각형 PBC의 넓이는

$$\frac{1}{2}\times14\times6=42$$

이때 $\frac{1}{2}\times$(사각형 ABCD의 넓이)$<$(삼각형 PBC의 넓이)이므로 점 P를 지나고 사각형 ABCD의 넓이를 이등분하는 직선은 오른쪽 그림과 같이 선분 BC와 만난다.



이 직선과 선분 BC의 교점을 $Q(k,\ -6)$이라 하면 삼각형 PQC의 넓이가 36이므로

$$\frac{1}{2}\times(14-k)\times6=36$$

$$14-k=12\qquad \therefore k=2$$

$$\therefore Q(2,\ -6)$$

한편 두 점 $C(14,\ -6)$, $D(4,\ 2)$를 지나는 직선의 기울기는

$$\frac{2-(-6)}{4-14}=-\frac{4}{5}$$

직선의 방정식을 $y=-\frac{4}{5}x+b$라 하면 이 직선이 점 $D(4,\ 2)$를 지나므로

$$2=-\frac{4}{5}\times4+b\qquad \therefore b=\frac{26}{5}$$

즉 직선 $y=-\frac{4}{5}x+\frac{26}{5}$의 x절편은 $\frac{13}{2}$이므로

$$P\left(\frac{13}{2},\ 0\right)$$

이때 직선 $mx+ny-26=0$이 두 점 $P\left(\frac{13}{2},\ 0\right)$, $Q(2,\ -6)$을 지나므로

$$\frac{13}{2}m-26=0,\ 2m-6n-26=0$$

따라서 $m=4$, $n=-3$이므로

$$m+n=4+(-3)=1$$

답 1

10
일차함수와 일차방정식의 관계

시험 만점 완성하기

본책 188~191쪽

912 전략 일차방정식 $ax+by+c=0$ $(a\neq0,\ b\neq0)$의 꼴을 일차함수 $y=-\frac{a}{b}x-\frac{c}{b}$의 꼴로 나타내어 생각한다.

$3x-y+3=0$에서 $\quad y=3x+3$

① x절편은 -1, y절편은 3이다.

② 오른쪽 위로 향하는 직선이다.

③ $-6x+2y-3=0$에서 $\quad y=3x+\frac{3}{2}$

즉 $y=3x+3$의 그래프와 평행하므로 만나지 않는다.

④ $y=3x-4$의 그래프를 y축의 방향으로 7만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=3x-4+7$, 즉 $y=3x+3$

⑤ $7x-2y+6=0$에서 $\quad y=\frac{7}{2}x+3$

$\left|\frac{7}{2}\right|>|3|$이므로 $7x-2y+6=0$의 그래프가 $3x-y+3=0$의 그래프보다 y축에 더 가깝다.

따라서 옳은 것은 ④이다. 답 ④

913 전략 그래프가 지나는 점의 좌표를 일차방정식에 대입한다.

$ax+2y-4=0$의 그래프가 점 $(-2,\ 2a-3)$을 지나므로

$-2a+2(2a-3)-4=0$

$2a=10 \qquad \therefore a=5$

$5x+2y-4=0$에서 $\quad y=-\frac{5}{2}x+2$

따라서 구하는 그래프의 기울기는 $-\frac{5}{2}$이다. 답 ①

914 전략 주어진 조건을 이용하여 a, b의 부호를 구한다.

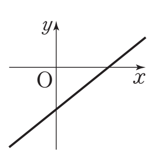
점 $(a+b,\ ab)$가 제1사분면 위의 점이므로

$a+b>0,\ ab>0$

$\therefore a>0,\ b>0$

$ax-by-1=0$에서 $\quad y=\frac{a}{b}x-\frac{1}{b}$

이때 $\frac{a}{b}>0$, $-\frac{1}{b}<0$이므로 $ax-by-1=0$의 그래프는 오른쪽 그림과 같이 제2사분면을 지나지 않는다.



답 ②

915 전략 두 직선이 x축 위에서 만난다.
➜ 두 직선의 x절편이 같다.

두 점 $(-1,\ 1)$, $(3,\ -2)$를 지나는 직선의 기울기는

$\frac{-2-1}{3-(-1)}=-\frac{3}{4}$

직선의 방정식을 $y=-\frac{3}{4}x+k$라 하면 이 직선이 점 $(-1,\ 1)$을 지나므로

$1=-\frac{3}{4}\times(-1)+k \qquad \therefore k=\frac{1}{4}$

따라서 직선 $y=-\frac{3}{4}x+\frac{1}{4}$의 x절편이 $\frac{1}{3}$이므로 직선 $ax+by-1=0$의 x절편은 $\frac{1}{3}$, y절편은 $-\frac{1}{3}$이다.

즉 직선 $ax+by-1=0$이 점 $\left(\frac{1}{3},\ 0\right)$을 지나므로

$\frac{1}{3}a-1=0 \qquad \therefore a=3$

또 직선 $ax+by-1=0$이 점 $\left(0,\ -\frac{1}{3}\right)$을 지나므로

$-\frac{1}{3}b-1=0 \qquad \therefore b=-3$

$\therefore a-b=3-(-3)=6$ 답 ⑤

916 전략 직선 $x=1$에 수직인 직선의 방정식
➜ $y=p$의 꼴 (p는 상수)

점 $(-2,\ 8)$을 지나고 직선 $x=1$에 수직인 직선의 방정식은

$y=8$, 즉 $y-8=0$

이 식이 $(a-10)x-5by-8=0$과 같으므로

$a-10=0,\ -5b=1$

따라서 $a=10$, $b=-\frac{1}{5}$이므로

$ab=10\times\left(-\frac{1}{5}\right)=-2$ 답 ③

917 전략 먼저 주어진 그래프의 식을 구한다.

주어진 그래프의 식은

$y=-3$, 즉 $-3y-9=0$

이 식이 $ax-3y+b=0$과 같으므로

$a=0,\ b=-9$

$a=0$, $b=-9$를 $bx+ay-12=0$에 대입하면

$-9x-12=0$, 즉 $x=-\frac{4}{3}$

따라서 구하는 그래프는 ②이다. 답 ②

918 전략 두 일차방정식의 그래프의 교점의 좌표는 연립방정식의 해와 같음을 이용한다.

$x=-1$을 $4x+3y+10=0$에 대입하면

$4\times(-1)+3y+10=0 \qquad \therefore y=-2$

따라서 교점의 좌표가 $(-1,\ -2)$이므로 $x=-1$, $y=-2$를 $x+ay+b=0$에 대입하면

$-1-2a+b=0 \qquad \cdots\cdots$ ㉠

또 $x+ay+b=0$의 그래프가 점 $(3,\ 0)$을 지나므로

$3+b=0 \qquad \therefore b=-3$

$b=-3$을 ㉠에 대입하면

$-1-2a-3=0 \qquad \therefore a=-2$

$\therefore ab=(-2)\times(-3)=6$ 답 ⑤

919 전략 조건 (가)를 이용하여 그래프의 기울기를 구하고, 조건 (나)를 이용하여 그래프가 지나는 점의 좌표를 구한다.

조건 (가)에서 두 점 $(-2, 0)$, $(4, -4)$를 지나는 직선의 기울기는

$$\frac{-4-0}{4-(-2)}=-\frac{2}{3}$$

조건 (나)에서 연립방정식 $\begin{cases} x+y-8=0 \\ x-3y+4=0 \end{cases}$을 풀면

$$x=5,\ y=3$$

즉 두 직선의 교점의 좌표는

$$(5,\ 3)$$

구하는 일차함수의 식을 $y=-\frac{2}{3}x+k$라 하면 그래프가 점 $(5, 3)$을 지나므로

$$3=-\frac{2}{3}\times 5+k$$

$$\therefore k=\frac{19}{3}$$

따라서 $y=-\frac{2}{3}x+\frac{19}{3}$의 그래프의 x절편은 $\frac{19}{2}$이다.

답 ⑤

920 전략 네 직선이 만나는 한 점은 두 직선 $3x+2y=2$, $x-y=-6$의 교점과 같다.

연립방정식 $\begin{cases} 3x+2y=2 \\ x-y=-6 \end{cases}$을 풀면

$$x=-2,\ y=4$$

즉 두 직선 $3x+2y=2$, $x-y=-6$의 교점의 좌표는

$$(-2,\ 4)$$

직선 $x-2ay=b$는 점 $(-2, 4)$를 지나므로

$-2-8a=b$, 즉 $8a+b=-2$ …… ㉠

직선 $ax-y=b+10$은 점 $(-2, 4)$를 지나므로

$-2a-4=b+10$, 즉 $2a+b=-14$ …… ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면

$$a=2,\ b=-18$$

$$\therefore a-b=2-(-18)=20$$

답 ④

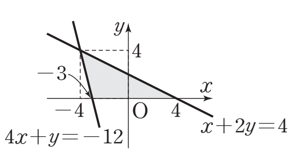
921 전략 주어진 두 직선을 좌표평면 위에 나타내어 본다.

연립방정식 $\begin{cases} x+2y=4 \\ 4x+y=-12 \end{cases}$를 풀면

$$x=-4,\ y=4$$

즉 두 직선의 교점의 좌표는

$$(-4,\ 4)$$



따라서 두 직선과 x축으로 둘러싸인 도형의 넓이는

$$\frac{1}{2}\times\{4-(-3)\}\times 4=14$$

답 ③

922 전략 그래프가 지나는 두 점을 이용하여 각각의 직선의 방정식을 구한 후 교점의 좌표를 구한다.

양초 A를 나타내는 직선은 두 점 $(0, 30)$, $(15, 0)$을 지나므로

기울기는 $\frac{0-30}{15-0}=-2$

또 y절편이 30이므로 이 직선의 방정식은

$$y=-2x+30$$

양초 B를 나타내는 직선은 두 점 $(0, 20)$, $(20, 0)$을 지나므로

기울기는 $\frac{0-20}{20-0}=-1$

또 y절편이 20이므로 이 직선의 방정식은

$$y=-x+20$$

두 양초의 길이가 같으므로

$$-2x+30=-x+20 \qquad \therefore x=10$$

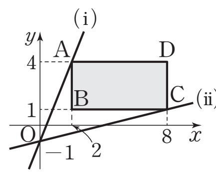
따라서 두 양초의 길이가 같아지는 것은 불을 붙인 지 10분 후이다.

답 ②

923 전략 직선 $y=ax-1$의 y절편은 -1이므로 점 $(0, -1)$을 지나는 직선을 그려서 생각한다.

(i) 직선 $y=ax-1$이 점 $A(2, 4)$를 지날 때,

$$4=2a-1 \qquad \therefore a=\frac{5}{2}$$



(ii) 직선 $y=ax-1$이 점 $C(8, 1)$을 지날 때,

$$1=8a-1 \qquad \therefore a=\frac{1}{4}$$

(i), (ii)에서 직선 $y=ax-1$이 직사각형 ABCD와 만나도록 하는 a의 값의 범위는 $\frac{1}{4}\le a\le\frac{5}{2}$

$$\therefore p=\frac{1}{4},\ q=\frac{5}{2}$$

한편 직사각형 ABCD의 두 대각선의 교점의 좌표는 $\left(5, \frac{5}{2}\right)$이고 직선 $y=ax-1$이 직사각형 ABCD의 넓이를 이등분하려면 이 점을 지나야 하므로

$$\frac{5}{2}=5a-1 \qquad \therefore a=\frac{7}{10}$$

$$\therefore r=\frac{7}{10}$$

$$\therefore p+qr=\frac{1}{4}+\frac{5}{2}\times\frac{7}{10}=2$$

답 ①

924 전략 그래프 위의 점의 좌표를 일차방정식에 대입한다.

$x-2y=-7$의 그래프가 점 $(-5, a)$를 지나므로

$$-5-2a=-7 \qquad \therefore a=1$$

또 $x-2y=-7$의 그래프가 점 $(b, -1)$을 지나므로

$$b-2\times(-1)=-7 \qquad \therefore b=-9$$

$$\therefore a-b=1-(-9)=10$$

답 10

925 **전략** 방정식 $ax+by+c=0$의 그래프가 제2, 3사분면만을 지난다. ➜ y축에 평행한 직선이다.

$ax+by+c=0$의 그래프는 y축에 평행하므로

$b=0$

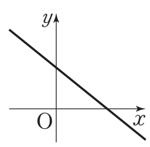
따라서 $ax+c=0$, 즉 $x=-\frac{c}{a}$의 그래프가 제2, 3사분면을 지나므로

$-\frac{c}{a}<0 \qquad \therefore \frac{c}{a}>0$

$acx+y+b-a^2=0$에서 $\qquad y=-acx+a^2$

이때 $-ac<0$, $a^2>0$이므로

$acx+y+b-a^2=0$의 그래프는 오른쪽 그림과 같이 제1, 2, 4사분면을 지난다.



답 제1, 2, 4사분면

926 **전략** 먼저 두 일차방정식의 그래프의 교점의 좌표를 구한다.

연립방정식 $\begin{cases} 2x-3y-8=0 \\ 5x-y+6=0 \end{cases}$을 풀면

$x=-2$, $y=-4$

즉 두 그래프의 교점의 좌표는

$(-2, -4)$

$y=ax-10$의 그래프가 점 $(-2, -4)$를 지나므로

$-4=-2a-10 \qquad \therefore a=-3$

답 -3

927 **전략** 서로 다른 세 직선에 의하여 삼각형이 만들어지지 않는 경우를 생각한다.

세 직선에 의하여 삼각형이 만들어지지 않는 경우는 다음과 같다.

(i) 세 직선이 한 점에서 만날 때,

두 직선 $x+y=0$, $4x-3y+7=0$의 교점을 나머지 직선이 지나야 한다.

연립방정식 $\begin{cases} x+y=0 \\ 4x-3y+7=0 \end{cases}$을 풀면

$x=-1$, $y=1$

즉 두 직선의 교점의 좌표는 $\quad (-1, 1)$

직선 $ax-y+4=0$이 점 $(-1, 1)$을 지나므로

$-a-1+4=0 \qquad \therefore a=3$

(ii) 두 직선 $x+y=0$, $ax-y+4=0$이 평행할 때,

$x+y=0$에서 $\qquad y=-x$

$ax-y+4=0$에서 $\qquad y=ax+4$

$\therefore a=-1$

(iii) 두 직선 $4x-3y+7=0$, $ax-y+4=0$이 평행할 때,

$4x-3y+7=0$에서 $\qquad y=\frac{4}{3}x+\frac{7}{3}$

$\therefore a=\frac{4}{3}$

이상에서 모든 a의 값의 곱은

$3\times(-1)\times\frac{4}{3}=-4$

답 -4

928 **전략** 평행사변형이 되기 위한 직선 $mx+ny=-2$의 조건을 생각한다.

네 직선으로 둘러싸인 도형이 평행사변형이므로 두 직선 $x-2y=-4$와 $mx+ny=-2$는 평행하다.

$x-2y=-4$에서 $\qquad y=\frac{1}{2}x+2$

$mx+ny=-2$에서 $\qquad y=-\frac{m}{n}x-\frac{2}{n}$

두 직선의 기울기가 같으므로

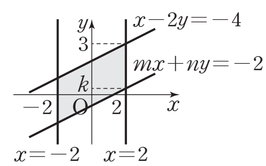
$\frac{1}{2}=-\frac{m}{n}$

$\therefore 2m+n=0 \qquad \cdots\cdots ㉠$

두 직선 $x-2y=-4$와 $x=2$의 교점의 좌표는

$(2, 3)$

따라서 네 직선은 오른쪽 그림과 같고 두 직선 $mx+ny=-2$와 $x=2$의 교점의 좌표를 $(2, k)$라 하면 평행사변형의 넓이가 10이므로



$\{2-(-2)\}\times(3-k)=10$

$3-k=\frac{5}{2}$

$\therefore k=\frac{1}{2}$

즉 직선 $mx+ny=-2$가 점 $\left(2, \frac{1}{2}\right)$을 지나므로

$2m+\frac{1}{2}n=-2 \qquad \cdots\cdots ㉡$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면

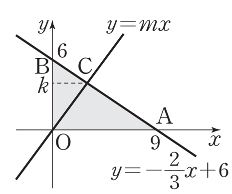
$m=-2$, $n=4$

$\therefore m+n=-2+4=2$

답 2

929 **전략** 삼각형 OAB의 넓이를 이용하여 삼각형 OAC의 넓이를 구한다.

A$(9, 0)$, B$(0, 6)$이므로



$\triangle\text{OAB}=\frac{1}{2}\times9\times6=27$

$\therefore \triangle\text{OAC}=\frac{2}{3}\triangle\text{OAB}$

$=\frac{2}{3}\times27=18$

이때 점 C의 y좌표를 k라 하면 $\triangle\text{OAC}=18$에서

$\frac{1}{2}\times9\times k=18 \qquad \therefore k=4$

$y=4$를 $y=-\frac{2}{3}x+6$에 대입하면

$4=-\frac{2}{3}x+6 \qquad \therefore x=3$

따라서 점 C의 좌표는 $(3, 4)$이고 직선 $y=mx$가 점 C를 지나므로

$4=3m \qquad \therefore m=\frac{4}{3}$

답 $\frac{4}{3}$

930 전략 주어진 네 방정식의 그래프로 둘러싸인 도형은 직사각형이다.

$x+a=0$에서 $\quad x=-a$

$-3y=9b$에서 $\quad y=-3b$

네 방정식의 그래프로 둘러싸인 도형은 직사각형이고 이 직사각형의 넓이가 96이므로

$\{2a-(-a)\}\times\{5b-(-3b)\}=96$

$24ab=96 \qquad \therefore ab=4$ … 1단계

따라서 $ab=4$를 만족시키는 자연수 a, b의 순서쌍 (a, b)는

$(1, 4)$, $(2, 2)$, $(4, 1)$

의 3개이다. … 2단계

답 3

단계	채점 요소	배점
1	ab의 값 구하기	4점
2	순서쌍 (a, b)의 개수 구하기	2점

931 전략 먼저 두 직선 l, m의 방정식을 구한다.

직선 l은 두 점 $(-2, 0)$, $(0, -4)$를 지나므로 기울기는

$\frac{-4-0}{0-(-2)}=-2$

또 y절편이 -4이므로 직선 l의 방정식은

$y=-2x-4$ …… ㉠ … 1단계

직선 m은 두 점 $(-6, 0)$, $(0, 4)$를 지나므로 기울기는

$\frac{4-0}{0-(-6)}=\frac{2}{3}$

또 y절편이 4이므로 직선 m의 방정식은

$y=\frac{2}{3}x+4$ …… ㉡ … 2단계

㉠, ㉡을 연립하여 풀면

$x=-3$, $y=2$

즉 두 직선 l, m의 교점의 좌표는

$(-3, 2)$ … 3단계

직선 $y=ax+1$이 점 $(-3, 2)$를 지나므로

$2=-3a+1 \qquad \therefore a=-\frac{1}{3}$ … 4단계

답 $-\frac{1}{3}$

단계	채점 요소	배점
1	직선 l의 방정식 구하기	1점
2	직선 m의 방정식 구하기	1점
3	두 직선 l, m의 교점의 좌표 구하기	2점
4	a의 값 구하기	2점

932 전략 두 직선의 교점이 무수히 많다.
➜ 두 직선이 일치한다.

$3x+ay=6$에서 $\quad y=-\frac{3}{a}x+\frac{6}{a}$

$2x-y=b$에서 $\quad y=2x-b$

두 직선의 교점이 무수히 많으므로 두 직선은 일치한다.

즉 $-\frac{3}{a}=2$, $\frac{6}{a}=-b$이므로

$a=-\frac{3}{2}$, $b=4$ … 1단계

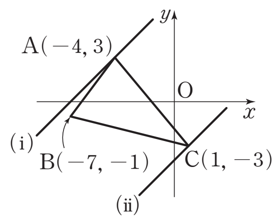
따라서 직선 $y=2ax+b-1$, 즉 $y=-3x+3$의 x절편은 1, y절편은 3이므로 구하는 합은

$1+3=4$ … 2단계

답 4

단계	채점 요소	배점
1	a, b의 값 구하기	3점
2	직선 $y=2ax+b-1$의 x절편과 y절편의 합 구하기	2점

933 전략 직선이 삼각형과 두 점에서 만나기 위해 반드시 지나야 하는 점을 생각한다.



(i) 직선 $y=x+a$가 점

A$(-4, 3)$을 지날 때,

$3=-4+a$

$\therefore a=7$ … 1단계

(ii) 직선 $y=x+a$가 점

C$(1, -3)$을 지날 때,

$-3=1+a \qquad \therefore a=-4$ … 2단계

(i), (ii)에서

$-4<a<7$ … 3단계

답 $-4<a<7$

단계	채점 요소	배점
1	직선 $y=x+a$가 점 A를 지날 때, a의 값 구하기	2점
2	직선 $y=x+a$가 점 C를 지날 때, a의 값 구하기	2점
3	a의 값의 범위 구하기	2점

10 일차함수와 일차방정식의 관계

MEMO