RPM Pro

AI 튜터와 함께 푸는 RPM Pro

중학 수학 2-2

정답 및 풀이

01 삼각형의 성질

셀프 CHECK

본책 8~9쪽

A (1) $\overline{AB}=\overline{AC}$이므로 $\angle C=\angle B=50^\circ$
$\therefore \angle x=180^\circ-(50^\circ+50^\circ)=80^\circ$
(2) $\overline{AB}=\overline{AC}$이므로
$\angle x=\frac{1}{2}\times(180^\circ-110^\circ)=35^\circ$

답 (1) 80° (2) 35°

B (1) 이등변삼각형의 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분하므로
$\overline{BC}=2\overline{BD}=2\times4=8\,(\text{cm})$ $\therefore x=8$
또 $\angle ADC=90^\circ$이므로 $y=90$
(2) $\angle BAD=\angle CAD=34^\circ$
이등변삼각형의 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분하므로 $\angle ADB=90^\circ$
$\triangle ABD$에서 $\angle ABD=180^\circ-(34^\circ+90^\circ)=56^\circ$이므로
$x=56$
또 $\overline{CD}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\times10=5\,(\text{cm})$이므로 $y=5$

답 (1) $x=8$, $y=90$ (2) $x=56$, $y=5$

C (1) $\angle C=180^\circ-(50^\circ+65^\circ)=65^\circ$
따라서 $\angle A=\angle C$이므로
$\overline{BC}=\overline{BA}=6\,(\text{cm})$ $\therefore x=6$
(2) $\angle BAC=180^\circ-140^\circ=40^\circ$
$\triangle ABC$에서 $\angle C=180^\circ-(40^\circ+70^\circ)=70^\circ$
따라서 $\angle B=\angle C$이므로
$\overline{AC}=\overline{AB}=9\,(\text{cm})$ $\therefore x=9$

답 (1) 6 (2) 9

D (1) $\triangle ABC$와 $\triangle DFE$에서
$\angle C=\angle E=90^\circ$, $\overline{AB}=\overline{DF}$,
$\angle A=180^\circ-(30^\circ+90^\circ)=60^\circ=\angle D$
이므로 $\triangle ABC\equiv\triangle DFE$ (RHA 합동)
(2) $\triangle ABC\equiv\triangle DFE$이므로 $\overline{DE}=\overline{AC}=5\,(\text{cm})$

답 (1) $\triangle ABC\equiv\triangle DFE$, RHA 합동 (2) 5 cm

E (1) $\triangle ABC$와 $\triangle EDF$에서
$\angle C=\angle F=90^\circ$, $\overline{AB}=\overline{ED}$, $\overline{BC}=\overline{DF}$
이므로 $\triangle ABC\equiv\triangle EDF$ (RHS 합동)
(2) $\triangle ABC\equiv\triangle EDF$이므로 $\overline{EF}=\overline{AC}=3\,(\text{cm})$

답 (1) $\triangle ABC\equiv\triangle EDF$, RHS 합동 (2) 3 cm

F (1) $\angle AOP=\angle BOP$이므로
$\overline{PB}=\overline{PA}=8\,(\text{cm})$ $\therefore x=8$
(2) $\triangle AOP$에서
$\angle AOP=180^\circ-(90^\circ+74^\circ)=16^\circ$
$\overline{PA}=\overline{PB}$이므로
$\angle BOP=\angle AOP=16^\circ$ $\therefore x=16$

답 (1) 8 (2) 16

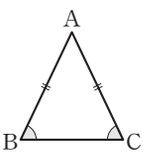
내신 유형 다지기

본책 10~19쪽

유형 001 이등변삼각형의 성질; 밑각의 크기

본책 10쪽

이등변삼각형의 두 밑각의 크기는 같다.
➡ $\overline{AB}=\overline{AC}$이면
$\angle B=\angle C$



001 $\triangle ABC$에서 $\overline{AB}=\overline{AC}$이므로
$\angle ABC=\angle C=\frac{1}{2}\times(180^\circ-44^\circ)=68^\circ$
$\triangle BCD$에서 $\overline{BC}=\overline{BD}$이므로
$\angle BDC=\angle C=68^\circ$
따라서 $\triangle DAB$에서 $44^\circ+\angle ABD=68^\circ$이므로
$\angle ABD=24^\circ$

답 ②

002 $\angle ABD=\angle DBC=\angle x$라 하면 $\triangle ABC$에서 $\overline{AB}=\overline{AC}$이므로
$\angle C=\angle ABC=2\angle x$
$\triangle DBC$에서 $\angle x+2\angle x=69^\circ$
$3\angle x=69^\circ$ $\therefore \angle x=23^\circ$
$\triangle ABD$에서 $\angle A=180^\circ-(23^\circ+69^\circ)=88^\circ$

답 ⑤

003 $\angle A=\angle ABE=\angle x$라 하면 $\triangle ABC$에서 $\overline{AB}=\overline{AC}$이므로
$\angle C=\angle ABC=\angle x+27^\circ$
따라서 $\angle x+(\angle x+27^\circ)+(\angle x+27^\circ)=180^\circ$이므로
$3\angle x=126^\circ$ $\therefore \angle x=42^\circ$
$\therefore \angle A=42^\circ$

답 42°

004 $\triangle ABC$에서 $\overline{AB}=\overline{AC}$이므로
$\angle C=\angle B=53^\circ$
$\therefore \angle BAC=180^\circ-(53^\circ+53^\circ)=74^\circ$
$\triangle DAB$에서 $\overline{DA}=\overline{DB}$이므로
$\angle DAB=\angle B=53^\circ$
$\therefore \angle DAC=\angle BAC-\angle DAB$
$=74^\circ-53^\circ=21^\circ$

답 21°

005 △ABC에서 $\overline{AB}=\overline{AC}$이므로

$\angle ABC=\angle ACB=\frac{1}{2}\times(180^\circ-28^\circ)=76^\circ$ … 1단계

△ACD가 정삼각형이므로 $\angle CAD=60^\circ$

$\therefore \angle BAD=28^\circ+60^\circ=88^\circ$

이때 $\overline{AB}=\overline{AC}=\overline{AD}$이므로 △ABD는 $\overline{AB}=\overline{AD}$인 이등변삼각형이다.

$\therefore \angle ABD=\angle ADB=\frac{1}{2}\times(180^\circ-88^\circ)=46^\circ$ … 2단계

$\therefore \angle DBC=\angle ABC-\angle ABD$

$=76^\circ-46^\circ=30^\circ$ … 3단계

답 30°

단계	채점 요소	비율
1	∠ABC의 크기 구하기	30 %
2	∠ABD의 크기 구하기	50 %
3	∠DBC의 크기 구하기	20 %

006 △A′BC′은 △ABC를 점 B를 중심으로 40°만큼 회전시킨 것이므로

$\overline{A'B}=\overline{AB}$, $\angle A'BA=\angle C'BC=40^\circ$,

$\angle C'=\angle C=46^\circ$

△BAA′은 $\overline{BA}=\overline{BA'}$인 이등변삼각형이므로

$\angle A'=\frac{1}{2}\times(180^\circ-40^\circ)=70^\circ$

따라서 △A′BC′에서

$70^\circ+(40^\circ+\angle x)+46^\circ=180^\circ$

$\therefore \angle x=24^\circ$

답 24°

007 $\angle BAC=\angle x$라 하면 △ABC에서 $\overline{AB}=\overline{AC}$이므로

$\angle ACB=\angle ABC=\frac{1}{2}\times(180^\circ-\angle x)=90^\circ-\frac{1}{2}\angle x$

△ABD에서

$\angle ABD=180^\circ-(\angle x+90^\circ)=90^\circ-\angle x$

△BEA에서 $\overline{BA}=\overline{BE}$이므로

$\angle BEA=\angle BAE=\frac{1}{2}\times\{180^\circ-(90^\circ-\angle x)\}$

$=45^\circ+\frac{1}{2}\angle x$

$\therefore \angle ACB+\angle AEB=\left(90^\circ-\frac{1}{2}\angle x\right)+\left(45^\circ+\frac{1}{2}\angle x\right)$

$=135^\circ$

답 ④

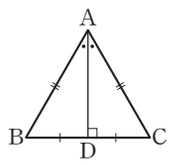
유형 002 이등변삼각형의 성질 ; 꼭지각의 이등분선

본책 11쪽

이등변삼각형의 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분한다.

➜ $\overline{AB}=\overline{AC}$, $\angle BAD=\angle CAD$이면

$\overline{BD}=\overline{CD}$, $\overline{AD}\perp\overline{BC}$



008 $\overline{AD}$는 ∠A의 이등분선이므로

$\overline{BD}=\overline{CD}=9$ (cm) $\therefore x=9$

또 $\angle ADC=90^\circ$, $\angle CAD=\angle BAD=35^\circ$이므로 △ADC에서

$\angle C=180^\circ-(35^\circ+90^\circ)=55^\circ$ $\therefore y=55$

$\therefore x+y=9+55=64$

답 64

009 $\angle ACB=180^\circ-124^\circ=56^\circ$

△ABC에서 $\overline{AB}=\overline{AC}$이므로

$\angle B=\angle ACB=56^\circ$ … 1단계

△ABC는 이등변삼각형이고 점 D는 $\overline{BC}$의 중점이므로

$\angle ADB=90^\circ$ … 2단계

따라서 △ABD에서

$\angle BAD=180^\circ-(56^\circ+90^\circ)=34^\circ$ … 3단계

답 34°

단계	채점 요소	비율
1	∠B의 크기 구하기	40 %
2	∠ADB의 크기 구하기	40 %
3	∠BAD의 크기 구하기	20 %

010 ② $\overline{AD}$는 ∠A의 이등분선이므로

$\overline{BD}=\overline{CD}$, $\overline{AD}\perp\overline{BC}$

④ △PBD와 △PCD에서

$\overline{BD}=\overline{CD}$, $\overline{PD}$는 공통, $\angle PDB=\angle PDC$

이므로 △PBD≡△PCD (SAS 합동)

$\therefore \angle PBD=\angle PCD$

따라서 옳은 것은 ②, ④이다.

답 ②, ④

참고 점 P의 위치에 따라 ∠PBA, ∠BPC의 크기가 달라지므로 ③, ⑤는 항상 옳다고 할 수 없다.

011 $\overline{AD}$는 ∠A의 이등분선이므로 $\overline{BD}=\overline{CD}$

이때 $\overline{AE}=x$ cm, $\overline{BD}=y$ cm라 하면

$\overline{BE}=3x$ (cm), $\overline{AC}=4x$ (cm), $\overline{BC}=2y$ (cm)

$\overline{AE}+\overline{BD}=7$ (cm), $\overline{AC}+\overline{BC}=20$ (cm)에서

$x+y=7$, $4x+2y=20$

위의 두 식을 연립하여 풀면 $x=3$, $y=4$

따라서 $\overline{AB}=\overline{AC}=12$ (cm), $\overline{BC}=8$ (cm)이므로

(△ABC의 둘레의 길이)$=12+8+12=32$ (cm)

답 32 cm

012 $\overline{AD}$는 ∠A의 이등분선이므로

$\angle ADC=90^\circ$

△ADC의 넓이에서

$\frac{1}{2}\times\overline{AC}\times\overline{DE}=\frac{1}{2}\times\overline{CD}\times\overline{AD}$

$\frac{1}{2}\times25\times12=\frac{1}{2}\times\overline{CD}\times15$

$\therefore \overline{CD}=20$ (cm)

$\therefore \overline{BC}=2\overline{CD}=2\times20=40$ (cm)

답 ③

유형 003 이등변삼각형의 성질의 응용 ; 이웃한 이등변삼각형

본책 12쪽

이등변삼각형이 이웃한 경우 이등변삼각형의 성질과 삼각형의 내각과 외각 사이의 관계를 이용한다.

① △DBC에서

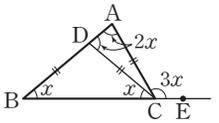
$\angle CDA=\angle x+\angle x=2\angle x$

② △CAD에서

$\angle A=\angle CDA=2\angle x$

③ △ABC에서

$\angle ACE=\angle x+2\angle x=3\angle x$



013 △ABC에서 $\overline{AB}=\overline{AC}$이므로

$\angle B=\angle ACB=\frac{1}{2}\times(180^\circ-42^\circ)=69^\circ$

△DAE에서 $\overline{DA}=\overline{DE}$이므로

$\angle DEA=\angle A=42^\circ$

$\therefore \angle EDC=42^\circ+42^\circ=84^\circ$

△DEC에서 $\overline{DC}=\overline{DE}$이므로

$\angle DCE=\angle DEC=\frac{1}{2}\times(180^\circ-84^\circ)=48^\circ$

$\therefore \angle x=\angle ACB-\angle DCE$

$=69^\circ-48^\circ=21^\circ$

답 ④

014 △DBC에서 $\overline{DB}=\overline{DC}$이므로

$\angle B=\angle DCB=\frac{1}{2}\times(180^\circ-110^\circ)=35^\circ$

$\angle CDA=180^\circ-110^\circ=70^\circ$이고 △CAD에서 $\overline{CA}=\overline{CD}$이므로

$\angle A=\angle CDA=70^\circ$

따라서 △ABC에서

$\angle x=70^\circ+35^\circ=105^\circ$

답 ①

015 △EBD에서 $\overline{EB}=\overline{ED}$이므로

$\angle EDB=\angle B=\angle x$

$\therefore \angle AED=\angle x+\angle x=2\angle x$

△DAE에서 $\overline{DA}=\overline{DE}$이므로

$\angle DAE=\angle DEA=2\angle x$

△ABD에서 $\angle ADC=\angle x+2\angle x=3\angle x$

△ADC에서 $\overline{AC}=\overline{AD}$이므로

$\angle ACD=\angle ADC=3\angle x$

따라서 △ABC에서

$\angle x+3\angle x=88^\circ$, $4\angle x=88^\circ$

$\therefore \angle x=22^\circ$

답 22°

016 △DEC에서 $\overline{DC}=\overline{DE}$이므로

$\angle DEC=\angle C=\angle x$

$\therefore \angle ADE=\angle x+\angle x=2\angle x$ … 1단계

△EDA에서 $\overline{EA}=\overline{ED}$이므로

$\angle EAD=\angle EDA=2\angle x$ … 2단계

$\overline{AB}/\!/\overline{DE}$이므로

$\angle AED=\angle BAE=40^\circ$ (엇각) … 3단계

따라서 △AED에서

$40^\circ+2\angle x+2\angle x=180^\circ$

$4\angle x=140^\circ$ $\therefore \angle x=35^\circ$ … 4단계

답 35°

단계	채점 요소	비율
1	$\angle ADE$의 크기를 $\angle x$에 대한 식으로 나타내기	30 %
2	$\angle EAD$의 크기를 $\angle x$에 대한 식으로 나타내기	20 %
3	$\angle AED$의 크기 구하기	30 %
4	$\angle x$의 크기 구하기	20 %

다른 풀이 $\overline{AB}/\!/\overline{DE}$이므로

$\angle AED=\angle BAE=40^\circ$ (엇각)

△AED에서 $\overline{EA}=\overline{ED}$이므로

$\angle EAD=\angle EDA=\frac{1}{2}\times(180^\circ-40^\circ)=70^\circ$

△DEC에서 $\overline{DE}=\overline{DC}$이므로

$\angle DEC=\angle DCE=\angle x$

따라서 $\angle x+\angle x=70^\circ$이므로

$2\angle x=70^\circ$ $\therefore \angle x=35^\circ$

017 $\angle A=\angle x$라 하면 △ADC에서 $\overline{DA}=\overline{DC}$이므로

$\angle DCA=\angle A=\angle x$

$\therefore \angle BDC=\angle x+\angle x=2\angle x$

△CDB에서 $\overline{CB}=\overline{CD}$이므로

$\angle B=\angle CDB=2\angle x$

△ABC에서 $\overline{AB}=\overline{AC}$이므로

$\angle ACB=\angle B=2\angle x$

따라서 △ABC에서

$\angle x+2\angle x+2\angle x=180^\circ$

$5\angle x=180^\circ$ $\therefore \angle x=36^\circ$

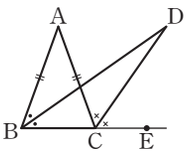
$\therefore \angle BDC=2\angle x=2\times36^\circ=72^\circ$

답 72°

유형 004 이등변삼각형의 성질의 응용 ; 각의 이등분선

본책 12쪽

$\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형 ABC에서 $\angle B$의 이등분선과 $\angle C$의 외각의 이등분선의 교점을 D라 하면



① $\angle B=\frac{1}{2}\times(180^\circ-\angle A)$이므로

$\angle DBC=\frac{1}{2}\angle B=\frac{1}{4}\times(180^\circ-\angle A)$

② $\angle DCE=\frac{1}{2}\angle ACE=\frac{1}{2}\times(180^\circ-\angle C)$

③ △BCD에서 $\angle D=\angle DCE-\angle DBC$

018 △ABC에서 $\overline{AB}=\overline{AC}$이므로

$$\angle ABC=\angle ACB=\frac{1}{2}\times(180^\circ-44^\circ)=68^\circ$$

$$\therefore \angle DBC=\frac{1}{2}\angle ABC=\frac{1}{2}\times 68^\circ=34^\circ$$

$\angle ACE=180^\circ-68^\circ=112^\circ$이므로

$$\angle DCE=\frac{1}{2}\angle ACE=\frac{1}{2}\times 112^\circ=56^\circ$$

따라서 △DBC에서

$34^\circ+\angle D=56^\circ$ $\therefore \angle D=22^\circ$ 답 22°

019 △ABC에서 $\overline{AB}=\overline{AC}$이므로

$$\angle ACB=\frac{1}{2}\times(180^\circ-68^\circ)=56^\circ$$

$\angle ACE=180^\circ-56^\circ=124^\circ$이므로

$$\angle DCE=\frac{1}{2}\angle ACE=\frac{1}{2}\times 124^\circ=62^\circ$$

△CDB에서 $\overline{CB}=\overline{CD}$이므로

$\angle CBD=\angle D$

이때 $\angle CBD+\angle D=62^\circ$이므로

$2\angle D=62^\circ$ $\therefore \angle D=31^\circ$ 답 ⑤

020 △ABC에서 $\overline{AB}=\overline{AC}$이므로

$$\angle ABC=\angle ACB=\frac{1}{2}\times(180^\circ-32^\circ)=74^\circ$$

$$\therefore \angle DBC=\frac{1}{2}\angle ABC=\frac{1}{2}\times 74^\circ=37^\circ$$

$\angle ACE=180^\circ-74^\circ=106^\circ$이므로

$$\angle ACD=\frac{1}{4}\angle ACE=\frac{1}{4}\times 106^\circ=26.5^\circ$$

따라서 △BCD에서

$\angle D=180^\circ-(37^\circ+74^\circ+26.5^\circ)=42.5^\circ$ 답 ④

유형 005 합동인 삼각형을 찾아 각의 크기 구하기

본책 13쪽

이등변삼각형의 성질을 이용하여 합동인 삼각형을 찾아 각의 크기를 구한다.

021 △ABC에서 $\overline{AB}=\overline{AC}$이므로

$$\angle B=\angle C=\frac{1}{2}\times(180^\circ-48^\circ)=66^\circ$$

△BED와 △CFE에서

$\overline{BD}=\overline{CE}$, $\overline{BE}=\overline{CF}$, $\angle B=\angle C$

이므로 △BED≡△CFE (SAS 합동)

$\therefore \angle BDE=\angle CEF$

$\therefore \angle DEF=180^\circ-(\angle BED+\angle CEF)$

$=180^\circ-(\angle BED+\angle BDE)$

$=\angle B=66^\circ$ 답 66°

022 △ABC와 △ADC에서

$\overline{AB}=\overline{AD}$, $\overline{BC}=\overline{DC}$, $\overline{AC}$는 공통

이므로 △ABC≡△ADC (SSS 합동)

$\therefore \angle BAC=\angle DAC$ … 1단계

따라서 $\overline{AE}$는 이등변삼각형 ABD의 꼭지각의 이등분선이므로

$$\overline{BE}=\frac{1}{2}\overline{BD}=\frac{1}{2}\times 14=7\ (\text{cm})$$ … 2단계

답 7 cm

단계	채점 요소	비율
1	$\angle BAC=\angle DAC$임을 알기	50 %
2	$\overline{BE}$의 길이 구하기	50 %

023 △ABE와 △ACD에서

$\overline{AB}=\overline{AC}$, $\overline{BE}=\overline{CD}$, $\angle B=\angle C$

이므로 △ABE≡△ACD (SAS 합동)

$\therefore \overline{AE}=\overline{AD}$

즉 △ADE는 이등변삼각형이므로

$$\angle ADE=\angle AED=\frac{1}{2}\times(180^\circ-38^\circ)=71^\circ$$

또 △ABE에서 $\overline{AB}=\overline{BE}$이므로

$\angle BAE=\angle BEA=71^\circ$

$\therefore \angle BAD=\angle BAE-\angle DAE$

$=71^\circ-38^\circ=33^\circ$ 답 ③

024 △ABC에서 $\overline{AB}=\overline{AC}$이므로

$$\angle B=\angle C=\frac{1}{2}\times(180^\circ-64^\circ)=58^\circ$$

△BPR와 △CQP에서

$\overline{BP}=\overline{CQ}$, $\overline{BR}=\overline{CP}$, $\angle B=\angle C$

이므로 △BPR≡△CQP (SAS 합동)

$\therefore \overline{PR}=\overline{QP}$, $\angle BRP=\angle CPQ$

$\therefore \angle RPQ=180^\circ-(\angle BPR+\angle CPQ)$

$=180^\circ-(\angle BPR+\angle BRP)$

$=\angle B=58^\circ$

이때 △PQR에서 $\overline{PQ}=\overline{PR}$이므로

$$\angle PQR=\frac{1}{2}\times(180^\circ-58^\circ)=61^\circ$$ 답 61°

025 △ABD와 △CBE에서

$\overline{AB}=\overline{CB}$, $\overline{BD}=\overline{BE}$, $\angle ABD=56^\circ+\angle CBD=\angle CBE$

이므로 △ABD≡△CBE (SAS 합동)

$\therefore \angle DAB=\angle ECB$

△ABC에서 $\overline{AB}=\overline{BC}$이므로

$$\angle BAC=\angle BCA=\frac{1}{2}\times(180^\circ-56^\circ)=62^\circ$$

△CAF에서

$\angle AFE=\angle FCA+\angle CAF$

$=(62^\circ+\angle ECB)+(62^\circ-\angle DAB)$

$=(62^\circ+\angle ECB)+(62^\circ-\angle ECB)$

$=124^\circ$ 답 124°

유형 006 이등변삼각형의 성질의 응용 ; 여러 가지 도형

본책 14쪽

주어진 도형에서 이등변삼각형을 찾고 다음과 같은 도형의 성질을 이용한다.

① 평행한 두 직선이 한 직선과 만날 때 생기는 동위각, 엇각의 크기는 각각 같다.

② 직사각형의 한 내각의 크기는 90°이다.

③ 정n각형의 한 내각의 크기는 $\frac{180^\circ\times(n-2)}{n}$이다.

(단, $n\geq3$)

026 $\angle BDE=\angle EDC=\angle a$라 하면 $\triangle EDB$에서 $\overline{BE}=\overline{DE}$이므로

$\angle DBE=\angle BDE=\angle a$

$\therefore \angle DEC=\angle a+\angle a=2\angle a$

$\triangle DEC$에서

$\angle a+2\angle a+90^\circ=180^\circ$

$3\angle a=90^\circ \quad \therefore \angle a=30^\circ$

$\therefore \angle DEC=2\angle a=2\times30^\circ=60^\circ$ 답 60°

다른 풀이 $\angle BDE=\angle EDC=\angle a$라 하면 $\triangle EDB$에서 $\overline{BE}=\overline{DE}$이므로

$\angle DBE=\angle BDE=\angle a$

이때 $\angle ADB=\angle DBE=\angle a$ (엇각)이고, $\angle ADC=90^\circ$이므로

$3\angle a=90^\circ \quad \therefore \angle a=30^\circ$

$\therefore \angle DEC=\angle ADE$ (엇각)

$=2\angle a=2\times30^\circ=60^\circ$

027 $\angle ABE=90^\circ-60^\circ=30^\circ$

$\triangle ABE$에서 $\overline{AB}=\overline{BE}$이므로

$\angle BAE=\angle BEA=\frac{1}{2}\times(180^\circ-30^\circ)=75^\circ$

$\triangle CDE$에서 같은 방법으로 하면

$\angle CED=75^\circ$

$\therefore \angle AED=360^\circ-(75^\circ+60^\circ+75^\circ)=150^\circ$ 답 ⑤

028 정오각형의 한 내각의 크기는

$\frac{180^\circ\times(5-2)}{5}=108^\circ$ … 1단계

$\triangle ABC$에서 $\overline{AB}=\overline{BC}$이므로

$\angle BCA=\frac{1}{2}\times(180^\circ-108^\circ)=36^\circ$ … 2단계

$\therefore \angle ACD=\angle BCD-\angle BCA$

$=108^\circ-36^\circ=72^\circ$ … 3단계

답 72°

단계	채점 요소	비율
1	정오각형의 한 내각의 크기 구하기	40 %
2	$\angle BCA$의 크기 구하기	40 %
3	$\angle ACD$의 크기 구하기	20 %

만점 공략 노트

정다각형의 내각과 외각의 크기

정n각형의

① 한 내각의 크기: $\frac{180^\circ\times(n-2)}{n}$

② 한 외각의 크기: $\frac{360^\circ}{n}$

029 $\triangle DEF$에서 $\angle EDF=45^\circ$이므로

$\angle EFD=180^\circ-(45^\circ+90^\circ)=45^\circ$

즉 $\angle EDF=\angle EFD$이므로

$\overline{ED}=\overline{EF}$ …… ㉠

$\triangle BCE$에서 $\overline{BE}=\overline{BC}$이므로

$\angle BCE=\angle BEC$

이때

$\angle FEC=90^\circ-\angle BEC$

$=90^\circ-\angle BCE$

$=\angle FCE$

이므로 $\overline{EF}=\overline{FC}$ …… ㉡

㉠, ㉡에서 $\overline{ED}=\overline{EF}=\overline{FC}$

$\therefore 3\overline{DF}+\overline{DE}+\overline{EF}+\overline{FC}=3\overline{DF}+\overline{FC}+\overline{FC}+\overline{FC}$

$=3\overline{DF}+3\overline{FC}$

$=3(\overline{DF}+\overline{FC})$

$=3\overline{DC}$

$=3\times10$

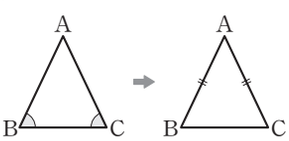
$=30$ (cm) 답 ④

유형 007 이등변삼각형이 되는 조건

본책 14쪽

두 내각의 크기가 같은 삼각형은 이등변삼각형이다.

➜ $\angle B=\angle C$이면 $\overline{AB}=\overline{AC}$



030 $\triangle ABC$에서 $\overline{AB}=\overline{AC}$이므로

$\angle ABC=\angle C=\frac{1}{2}\times(180^\circ-36^\circ)=72^\circ$

$\therefore \angle ABD=\frac{1}{2}\angle ABC=\frac{1}{2}\times72^\circ=36^\circ$

즉 $\angle A=\angle ABD$이므로 $\triangle ABD$는 $\overline{AD}=\overline{BD}$인 이등변삼각형이다.

이때 $\triangle ABD$에서

$\angle BDC=36^\circ+36^\circ=72^\circ$

즉 $\angle C=\angle BDC$이므로 $\triangle BCD$는 $\overline{BC}=\overline{BD}$인 이등변삼각형이다.

$\therefore \overline{AD}=\overline{BD}=\overline{BC}=8$ (cm) 답 8 cm

031 △ABC에서

$\angle B=180^\circ-(90^\circ+30^\circ)=60^\circ$

△DBC에서 $\overline{DB}=\overline{DC}$이므로

$\angle DCB=\angle B=60^\circ$

$\therefore \angle BDC=180^\circ-(60^\circ+60^\circ)=60^\circ$

즉 △DBC는 정삼각형이므로

$\overline{DB}=\overline{DC}=\overline{BC}=6\ (\text{cm})$

한편 $\angle DCA=90^\circ-60^\circ=30^\circ$이므로

$\angle A=\angle DCA$

따라서 △ADC는 $\overline{AD}=\overline{DC}$인 이등변삼각형이므로

$\overline{AD}=\overline{DC}=6\ (\text{cm})$

$\therefore \overline{AB}=\overline{AD}+\overline{DB}$

$=6+6=12\ (\text{cm})$

답 ⑤

만점 공략 노트

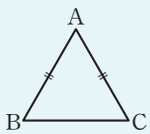
$\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형에서

① 밑각의 크기가 60°이면

$\angle A=180^\circ-(60^\circ+60^\circ)=60^\circ$

② 꼭지각의 크기가 60°이면

$\angle B=\angle C=\frac{1}{2}\times(180^\circ-60^\circ)=60^\circ$



➜ 한 내각의 크기가 60°인 이등변삼각형은 항상 정삼각형이다.

032 △ABC에서 $\overline{AB}=\overline{AC}$이므로 $\angle B=\angle C$

$\overline{AB}/\!/\overline{EF}$이므로 $\angle B=\angle FEC$ (동위각)

$\overline{AC}/\!/\overline{DE}$이므로 $\angle C=\angle DEB$ (동위각)

즉 $\angle B=\angle DEB$이므로 △DBE는 $\overline{DB}=\overline{DE}$인 이등변삼각형이고, $\angle C=\angle FEC$이므로 △FEC는 $\overline{FE}=\overline{FC}$인 이등변삼각형이다. … 1단계

$\therefore$ (사각형 ADEF의 둘레의 길이)

$=\overline{AD}+\overline{DE}+\overline{EF}+\overline{FA}$

$=\overline{AD}+\overline{DB}+\overline{FC}+\overline{FA}$

$=\overline{AB}+\overline{AC}$

$=8+8=16\ (\text{cm})$ … 2단계

답 16 cm

단계	채점 요소	비율
1	△DBE, △FEC가 각각 이등변삼각형임을 알기	60 %
2	사각형 ADEF의 둘레의 길이 구하기	40 %

033 △ABC에서 $\overline{AB}=\overline{AC}$이므로

$\angle B=\angle C$

△DEC와 △FBE에서

$\angle CDE=90^\circ-\angle C=90^\circ-\angle B=\angle BFE$

이고 $\angle BFE=\angle AFD$ (맞꼭지각)이므로

$\angle CDE=\angle AFD$

즉 △ADF는 $\overline{AD}=\overline{AF}$인 이등변삼각형이다.

$\overline{AD}=\overline{AF}=x$ cm라 하면

$\overline{AB}=x+5\ (\text{cm})$, $\overline{AC}=19-x\ (\text{cm})$

이므로 $x+5=19-x$

$2x=14$ $\therefore x=7$

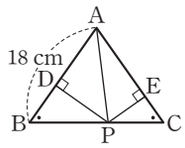
$\therefore \overline{AD}=7$ cm

답 7 cm

034 $\angle B=\angle C$이므로 △ABC는 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이다.

$\therefore \overline{AC}=\overline{AB}=18\ (\text{cm})$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AP}$를 그으면



△ABC=△ABP+△APC이므로

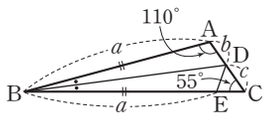
$99=\frac{1}{2}\times18\times\overline{PD}+\frac{1}{2}\times18\times\overline{PE}$

$99=9(\overline{PD}+\overline{PE})$

$\therefore \overline{PD}+\overline{PE}=11\ (\text{cm})$

답 11 cm

035 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BC}$ 위에 $\overline{AB}=\overline{EB}$가 되도록 점 E를 잡으면 △ABD와 △EBD에서



$\overline{AB}=\overline{EB}$, $\overline{BD}$는 공통,

$\angle ABD=\angle EBD$

이므로 △ABD≡△EBD (SAS 합동)

$\therefore \angle BED=\angle BAD=110^\circ$,

$\overline{BE}=\overline{BA}=a$, $\overline{ED}=\overline{AD}=b$

이때 △ECD에서 $\angle EDC=110^\circ-55^\circ=55^\circ$이므로

$\angle ECD=\angle EDC$

즉 △ECD는 $\overline{EC}=\overline{ED}$인 이등변삼각형이므로

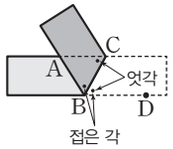
$\overline{EC}=\overline{ED}=b$

$\therefore \overline{BC}=\overline{BE}+\overline{EC}=a+b$

답 ①

유형 008 폭이 일정한 종이접기 본책 15쪽

오른쪽 그림과 같이 폭이 일정한 종이를 접으면



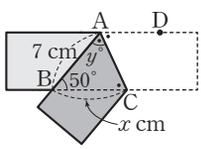
$\angle ABC=\angle CBD$ (접은 각),

$\angle ACB=\angle CBD$ (엇각)

이므로 $\angle ABC=\angle ACB$

➜ △ABC는 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이다.

036 오른쪽 그림에서



$\angle BAC=\angle DAC$ (접은 각),

$\angle BCA=\angle DAC$ (엇각)

이므로 $\angle BAC=\angle BCA$

따라서 △ABC는 $\overline{BA}=\overline{BC}$인 이등변삼각형이므로

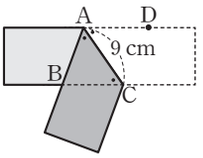
$\overline{BC}=\overline{BA}=7\ (\text{cm})$ $\therefore x=7$

$\angle BAC=\frac{1}{2}\times(180^\circ-50^\circ)=65^\circ$ $\therefore y=65$

$\therefore x+y=7+65=72$

답 72

037 오른쪽 그림에서



$\angle BAC=\angle DAC$ (접은 각),

$\angle BCA=\angle DAC$ (엇각)

이므로 $\angle BAC=\angle BCA$

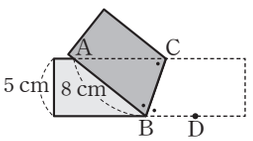
따라서 $\triangle ABC$는 $\overline{BA}=\overline{BC}$인 이등변삼각형이고, 둘레의 길이가 25 cm이므로

$\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA}=25$, $\overline{AB}+\overline{AB}+9=25$

$2\overline{AB}=16$ $\therefore \overline{AB}=8$ (cm)

답 8 cm

038 오른쪽 그림에서



$\angle ABC=\angle CBD$ (접은 각),

$\angle ACB=\angle CBD$ (엇각)

이므로 $\angle ABC=\angle ACB$

따라서 $\triangle ABC$는 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이므로

$\overline{AC}=\overline{AB}=8$ (cm) … 1단계

$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times 8\times 5=20$ (cm^2) … 2단계

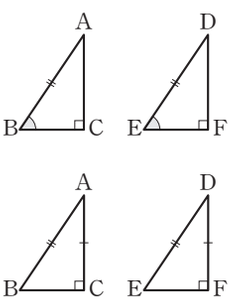
답 20 cm^2

단계	채점 요소	비율
1	$\overline{AC}$의 길이 구하기	80 %
2	$\triangle ABC$의 넓이 구하기	20 %

유형 009 직각삼각형의 합동 조건 본책 16쪽

(1) 빗변의 길이와 한 예각의 크기가 각각 같은 두 직각삼각형은 합동이다.
➜ RHA 합동

(2) 빗변의 길이와 다른 한 변의 길이가 각각 같은 두 직각삼각형은 합동이다.
➜ RHS 합동



039 $\triangle ABC$에서

$\angle B=180^\circ-(50^\circ+90^\circ)=40^\circ$

ㄷ. 빗변의 길이와 한 예각의 크기가 각각 같으므로 RHA 합동이다.

답 ㄷ, RHA 합동

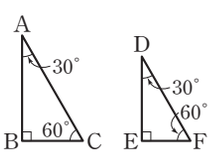
040 ① RHS 합동

② SAS 합동

③ RHA 합동

④ ASA 합동

⑤ 오른쪽 그림과 같은 두 직각삼각형 ABC와 DEF는 $\angle A=\angle D$, $\angle C=\angle F$이지만 합동이 아니다.



따라서 합동이 되는 조건이 아닌 것은 ⑤이다. 답 ⑤

만점 공략 노트

삼각형의 합동 조건

① 대응하는 세 변의 길이가 각각 같을 때 ➜ SSS 합동

② 대응하는 두 변의 길이가 각각 같고 그 끼인각의 크기가 같을 때 ➜ SAS 합동

③ 대응하는 한 변의 길이가 같고 그 양 끝 각의 크기가 각각 같을 때 ➜ ASA 합동

041 ⑤ (마) RHS

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다. 답 ⑤

042 답 (가) $\angle CDB$ (나) $\angle DCB$ (다) RHA

유형 010 직각삼각형의 합동 조건; RHA 합동 본책 17쪽

빗변의 길이가 같은 두 직각삼각형에서 한 예각의 크기가 같으면
➜ RHA 합동

043 $\triangle ADB$와 $\triangle CEA$에서

$\angle ADB=\angle CEA=90^\circ$, $\overline{AB}=\overline{CA}$,

$\angle DBA=90^\circ-\angle BAD=\angle EAC$

이므로 $\triangle ADB\equiv\triangle CEA$ (RHA 합동)

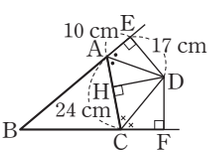
따라서 $\overline{DA}=\overline{EC}=5$ (cm), $\overline{AE}=\overline{BD}=7$ (cm)이므로

$\overline{DE}=\overline{DA}+\overline{AE}$

$=5+7=12$ (cm)

답 12 cm

044 오른쪽 그림과 같이 점 D에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\triangle DEA$와 $\triangle DHA$에서

$\angle DEA=\angle DHA=90^\circ$,

$\overline{DA}$는 공통, $\angle DAE=\angle DAH$

이므로 $\triangle DEA\equiv\triangle DHA$ (RHA 합동) … 1단계

$\therefore \overline{AH}=\overline{AE}=10$ (cm) … 2단계

$\triangle DHC$와 $\triangle DFC$에서

$\angle DHC=\angle DFC=90^\circ$, $\overline{DC}$는 공통, $\angle DCH=\angle DCF$

이므로 $\triangle DHC\equiv\triangle DFC$ (RHA 합동) … 3단계

$\therefore \overline{CF}=\overline{CH}=\overline{AC}-\overline{AH}$

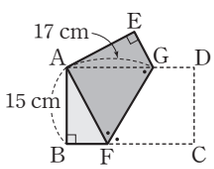
$=24-10=14$ (cm) … 4단계

답 14 cm

단계	채점 요소	비율
1	$\triangle DEA\equiv\triangle DHA$임을 알기	40 %
2	$\overline{AH}$의 길이 구하기	10 %
3	$\triangle DHC\equiv\triangle DFC$임을 알기	40 %
4	$\overline{CF}$의 길이 구하기	10 %

045 △ABD와 △CAE에서
$\angle ADB=\angle CEA=90^\circ$, $\overline{AB}=\overline{CA}$,
$\angle ABD=90^\circ-\angle BAD=\angle CAE$
이므로 △ABD≡△CAE (RHA 합동)
따라서 $\overline{AD}=\overline{CE}=14$ (cm), $\overline{AE}=\overline{BD}=9$ (cm)이므로
$\overline{DE}=\overline{AD}-\overline{AE}$
$=14-9=5$ (cm) 답 ②

046 △ABF와 △BCG에서
$\angle AFB=\angle BGC=90^\circ$, $\overline{AB}=\overline{BC}$,
$\angle BAF=90^\circ-\angle ABF=\angle CBG$
이므로 △ABF≡△BCG (RHA 합동)
$\therefore \overline{BF}=\overline{CG}=8$ (cm), $\overline{BG}=\overline{AF}=12$ (cm)
따라서 $\overline{FG}=\overline{BG}-\overline{BF}=12-8=4$ (cm)이므로
$\triangle AFG=\frac{1}{2}\times 4\times 12=24$ (cm^2) 답 ④

047 오른쪽 그림에서


$\angle AFG=\angle GFC$ (접은 각),
$\angle AGF=\angle GFC$ (엇각)
이므로 $\angle AFG=\angle AGF$
즉 △AFG는 $\overline{AF}=\overline{AG}$인 이등변삼각형이므로
$\overline{AF}=\overline{AG}=17$ (cm)
△ABF와 △AEG에서
$\angle ABF=\angle AEG=90^\circ$, $\overline{AF}=\overline{AG}$,
$\angle BAF=90^\circ-\angle FAG=\angle EAG$
이므로 △ABF≡△AEG (RHA 합동)
$\therefore \overline{BF}=\overline{EG}$
한편 $\overline{AB}:\overline{AD}=3:5$이므로
$15:(17+\overline{GD})=3:5$, $3(17+\overline{GD})=75$
$17+\overline{GD}=25$ $\therefore \overline{GD}=8$ (cm)
이때 $\overline{EG}=\overline{GD}$이므로
$\overline{BF}=\overline{EG}=8$ (cm)
$\therefore \triangle ABF=\frac{1}{2}\times 8\times 15=60$ (cm^2) 답 60 cm^2

다른 풀이 △ABF와 △AEG에서
$\overline{AB}=\overline{AE}$, $\angle ABF=\angle AEG$,
$\angle BAF=90^\circ-\angle FAG=\angle EAG$
이므로 △ABF≡△AEG (ASA 합동)
$\therefore \overline{AF}=\overline{AG}=17$ (cm)
$\overline{AB}:\overline{AD}=3:5$이므로
$15:\overline{AD}=3:5$, $3\overline{AD}=75$
$\therefore \overline{AD}=25$ (cm)
$\therefore \overline{BF}=\overline{BC}-\overline{FC}=\overline{AD}-\overline{AF}$
$=25-17=8$ (cm)
$\therefore \triangle ABF=\frac{1}{2}\times 8\times 15=60$ (cm^2)

유형 011 직각삼각형의 합동 조건; RHS 합동 본책 18쪽

빗변의 길이가 같은 두 직각삼각형에서 빗변을 제외한 나머지 변 중 어느 한 변의 길이가 같으면
➜ RHS 합동

048 △BMD와 △CME에서
$\angle BDM=\angle CEM=90^\circ$, $\overline{BM}=\overline{CM}$, $\overline{MD}=\overline{ME}$
이므로 △BMD≡△CME (RHS 합동)
$\therefore \angle C=\angle B=30^\circ$
따라서 △ABC에서
$\angle A=180^\circ-(30^\circ+30^\circ)=120^\circ$ 답 120°

049 △BDE와 △BCE에서
$\angle BDE=\angle BCE=90^\circ$, $\overline{BE}$는 공통, $\overline{BD}=\overline{BC}$
이므로 △BDE≡△BCE (RHS 합동)
$\therefore \overline{BD}=\overline{BC}=12$ (cm), $\overline{DE}=\overline{CE}$
$\therefore$ (△ADE의 둘레의 길이)
$=\overline{AD}+\overline{DE}+\overline{EA}$
$=(\overline{AB}-\overline{BD})+\overline{CE}+\overline{EA}$
$=(13-12)+\overline{AC}$
$=1+5=6$ (cm) 답 6 cm

050 △CBD와 △CED에서
$\angle CBD=\angle CED=90^\circ$, $\overline{CD}$는 공통, $\overline{CB}=\overline{CE}$
이므로 △CBD≡△CED (RHS 합동)
$\therefore \overline{DE}=\overline{DB}=4$ (cm) … 1단계
△DCF의 넓이가 10 cm^{2}이므로
$\frac{1}{2}\times\overline{CF}\times 4=10$ $\therefore \overline{CF}=5$ (cm) … 2단계
이때 $\overline{AF}:\overline{CF}=2:1$이므로
$\overline{AF}=2\overline{CF}=2\times 5=10$ (cm) … 3단계
답 10 cm

단계	채점 요소	비율
1	$\overline{DE}$의 길이 구하기	40 %
2	$\overline{CF}$의 길이 구하기	30 %
3	$\overline{AF}$의 길이 구하기	30 %

051 △DAE와 △DCF에서
$\angle DAE=\angle DCF=90^\circ$, $\overline{DE}=\overline{DF}$, $\overline{DA}=\overline{DC}$
이므로 △DAE≡△DCF (RHS 합동)
$\therefore \angle CDF=\angle ADE=24^\circ$
이때 $\angle EDC=90^\circ-24^\circ=66^\circ$이므로
$\angle EDF=\angle EDC+\angle CDF$
$=66^\circ+24^\circ=90^\circ$
△DEF에서 $\overline{DE}=\overline{DF}$이므로
$\angle DFE=\frac{1}{2}\times(180^\circ-90^\circ)=45^\circ$

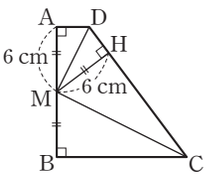
△DCF에서 ∠DFC=180°−(24°+90°)=66°이므로

∠BFE=∠DFC−∠DFE

=66°−45°=21°

답 ④

052 오른쪽 그림과 같이 $\overline{MC}$, $\overline{MD}$를 그으면 △MAD와 △MHD에서



∠MAD=∠MHD=90°,

$\overline{MD}$는 공통, $\overline{MA}=\overline{MH}$

이므로

△MAD≡△MHD (RHS 합동)

∴ $\overline{AD}=\overline{HD}$

△MBC와 △MHC에서

∠MBC=∠MHC=90°, $\overline{MC}$는 공통, $\overline{MB}=\overline{MH}$

이므로 △MBC≡△MHC (RHS 합동)

∴ $\overline{BC}=\overline{HC}$

사각형 ABCD의 넓이가 90 cm²이고,

$\overline{AB}=2\overline{AM}=2\times6=12$ (cm)이므로

$\frac{1}{2}\times(\overline{AD}+\overline{BC})\times12=90$

∴ $\overline{AD}+\overline{BC}=15$ (cm)

∴ $\overline{CD}=\overline{HD}+\overline{HC}=\overline{AD}+\overline{BC}=15$ (cm)

답 15 cm

053 △ADE와 △ACE에서

∠ADE=∠ACE=90°, $\overline{AE}$는 공통, $\overline{AD}=\overline{AC}$

이므로 △ADE≡△ACE (RHS 합동)

∴ $\overline{AD}=\overline{AC}=6$ (cm), $\overline{DE}=\overline{CE}$

∴ $\overline{DB}=\overline{AB}-\overline{AD}=10-6=4$ (cm)

이때 △ABC=△ABE+△AEC이므로

$\frac{1}{2}\times8\times6=\frac{1}{2}\times10\times\overline{DE}+\frac{1}{2}\times\overline{CE}\times6$

$24=5\overline{DE}+3\overline{CE}$, $24=5\overline{DE}+3\overline{DE}$

$24=8\overline{DE}$ ∴ $\overline{DE}=3$ (cm)

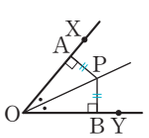
∴ $\triangle BED=\frac{1}{2}\times\overline{DB}\times\overline{DE}$

$=\frac{1}{2}\times4\times3=6$ (cm²)

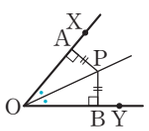
답 ①

유형 012 각의 이등분선의 성질 본책 19쪽

(1) ∠XOP=∠YOP이면 $\overline{PA}=\overline{PB}$



(2) $\overline{PA}=\overline{PB}$이면 ∠XOP=∠YOP



054 ⑤ △AOP와 △BOP에서

∠PAO=∠PBO=90°, $\overline{OP}$는 공통,

∠AOP=∠BOP

이므로 △AOP≡△BOP (RHA 합동)

①, ③, ④ △AOP≡△BOP이므로

$\overline{OA}=\overline{OB}$, $\overline{PA}=\overline{PB}$, ∠APO=∠BPO

따라서 옳지 않은 것은 ②이다.

답 ②

055 ㄱ. △AOP와 △BOP에서

∠PAO=∠PBO=90°, $\overline{OP}$는 공통, $\overline{PA}=\overline{PB}$

이므로 △AOP≡△BOP (RHS 합동)

ㄴ. △AOP≡△BOP이므로 $\overline{OA}=\overline{OB}$

이상에서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ이다.

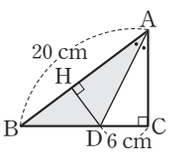
답 ①

유형 013 각의 이등분선의 성질의 응용 본책 19쪽

(1) 각의 이등분선 위의 한 점에서 그 각을 이루는 두 변까지의 거리는 같다.

(2) 각을 이루는 두 변에서 같은 거리에 있는 점은 그 각의 이등분선 위에 있다.

056 오른쪽 그림과 같이 점 D에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 $\overline{AD}$는 ∠A의 이등분선이므로



$\overline{DH}=\overline{DC}=6$ (cm)

∴ $\triangle ABD=\frac{1}{2}\times20\times6=60$ (cm²)

답 60 cm²

057 $\overline{PA}=\overline{PB}$이므로

$\angle AOP=\angle BOP=\frac{1}{2}\angle AOB=\frac{1}{2}\times80°=40°$ … 1단계

따라서 △AOP에서

∠APO=180°−(40°+90°)=50° … 2단계

답 50°

단계	채점 요소	비율
1	∠AOP의 크기 구하기	60 %
2	∠APO의 크기 구하기	40 %

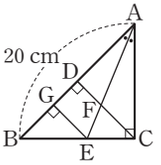
058 $\overline{DE}=\overline{DF}$이므로

∠EAD=∠FAD=180°−(55°+90°)=35°

∴ ∠BAC=35°+35°=70°

답 ④

059 오른쪽 그림과 같이 점 E에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 G라 하면 △ABE의 넓이가 60 cm²이므로



$\frac{1}{2}\times20\times\overline{EG}=60$ ∴ $\overline{EG}=6$ (cm)

$\overline{AE}$는 $\angle A$의 이등분선이므로

$\overline{EC}=\overline{EG}=6\,(\text{cm})$

또 $\angle GEA=\angle CEA$이고 $\overline{CD}/\!/\overline{EG}$이므로

$\angle GEF=\angle CFE$ (엇각)

즉 $\angle CEF=\angle CFE$이므로 $\triangle CFE$는 $\overline{CE}=\overline{CF}$인 이등변삼각형이다.

$\therefore \overline{CF}=\overline{CE}=6\,(\text{cm})$ 답 ③

만점 유형 도전하기

본책 20~21쪽

060 전략 $\triangle AEF$에서 크기가 같은 각을 찾아본다.

$\angle ABE=\angle EBD=\angle a$라 하면 $\triangle ABF$에서

$\angle AFB=90^\circ-\angle a$ …… ㉠

$\triangle BDE$에서

$\angle BED=90^\circ-\angle a$

$\therefore \angle AEF=\angle BED=90^\circ-\angle a$ (맞꼭지각) …… ㉡

㉠, ㉡에서 $\angle AFE=\angle AEF$이므로 $\triangle AEF$는 $\overline{AE}=\overline{AF}$인 이등변삼각형이다. 답 풀이 참조

061 전략 접은 각의 크기가 같고, 이등변삼각형의 두 밑각의 크기가 같음을 이용한다.

$\angle CFG=\angle DFG=36^\circ$ (접은 각)이므로

$\angle CFD=36^\circ+36^\circ=72^\circ$

$\triangle FCD$에서 $\overline{FC}=\overline{FD}$이므로

$\angle FCD=\angle FDC=\frac{1}{2}\times(180^\circ-72^\circ)=54^\circ$

또 $\angle A=\angle FCD=54^\circ$이고 $\triangle ABC$에서 $\overline{AB}=\overline{AC}$이므로

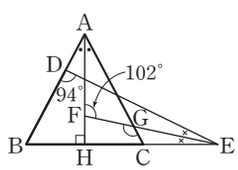
$\angle B=\angle ACB=\frac{1}{2}\times(180^\circ-54^\circ)=63^\circ$

$\therefore \angle BCE=\angle ACB-\angle FCD$

$=63^\circ-54^\circ=9^\circ$ 답 9°

062 전략 $\overline{AF}$는 이등변삼각형 ABC의 꼭지각의 이등분선임을 이용한다.

$\overline{AF}$는 이등변삼각형 ABC의 꼭지각의 이등분선이므로 오른쪽 그림과 같이 그 연장선이 $\overline{BC}$와 만나는 점을 H라 하면



$\overline{AH}\perp\overline{BC}$

$\triangle FHE$에서 $\angle FEH=102^\circ-90^\circ=12^\circ$

$\angle DEB=2\angle FEH=2\times12^\circ=24^\circ$이므로 $\triangle DBE$에서

$\angle B=180^\circ-(94^\circ+24^\circ)=62^\circ$

$\triangle ABC$에서 $\overline{AB}=\overline{AC}$이므로

$\angle ACB=\angle B=62^\circ$

$\therefore \angle GCE=180^\circ-62^\circ=118^\circ$

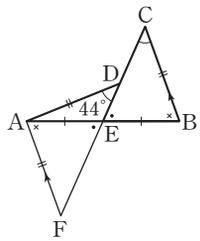
따라서 $\triangle GCE$에서

$\angle FGC=\angle GCE+\angle GEC$

$=118^\circ+12^\circ=130^\circ$ 답 130°

063 전략 합동인 삼각형을 찾을 수 있도록 보조선을 긋는다.

오른쪽 그림과 같이 점 A를 지나면서 $\overline{BC}$에 평행한 직선과 $\overline{CE}$의 연장선의 교점을 F라 하면 $\triangle AFE$와 $\triangle BCE$에서



$\overline{AE}=\overline{BE}$,

$\angle AEF=\angle BEC$ (맞꼭지각),

$\angle FAE=\angle CBE$ (엇각)

이므로 $\triangle AFE\equiv\triangle BCE$ (ASA 합동)

$\therefore \overline{AF}=\overline{BC}$

따라서 $\triangle AFD$는 $\overline{AF}=\overline{AD}$인 이등변삼각형이므로

$\angle F=\angle ADF=44^\circ$

$\therefore \angle C=\angle F=44^\circ$ 답 44°

064 전략 평행선의 성질을 이용하여 크기가 같은 각을 찾는다.

$\angle ABC=\angle AB'C'$이고, $\overline{AB}/\!/\overline{C'B'}$이므로

$\angle BAB'=\angle AB'C'$ (엇각)

$\therefore \angle ABD=\angle BAD$

즉 $\triangle ABD$는 $\overline{AD}=\overline{BD}$인 이등변삼각형이다.

또 $\angle ABE=\angle BEB'$ (엇각)이므로

$\angle DB'E=\angle DEB'$

즉 $\triangle DB'E$는 $\overline{DB'}=\overline{DE}$인 이등변삼각형이다.

따라서

$\overline{BE}=\overline{BD}+\overline{DE}=\overline{AD}+\overline{DB'}$

$=\overline{AB'}=\overline{AB}=9\,(\text{cm})$

이므로

$\overline{CE}=\overline{BC}-\overline{BE}$

$=12-9=3\,(\text{cm})$ 답 3 cm

065 전략 합동인 직각삼각형을 찾아 변의 길이를 구한다.

$\triangle ABD$와 $\triangle CAE$에서

$\angle ADB=\angle CEA=90^\circ$, $\overline{AB}=\overline{CA}$,

$\angle ABD=90^\circ-\angle DAB=\angle CAE$

이므로 $\triangle ABD\equiv\triangle CAE$ (RHA 합동)

$\therefore \overline{AE}=\overline{BD}=7\,(\text{m})$, $\overline{AD}=\overline{CE}=3\,(\text{m})$

$\therefore \overline{DE}=\overline{AE}-\overline{AD}$

$=7-3=4\,(\text{m})$

따라서 구하는 길의 폭은 4 m이다. 답 4 m

066 전략 합동인 삼각형을 찾아 변의 길이를 구한다.

$\triangle AED$와 $\triangle AFD$에서

$\angle AED=\angle AFD=90^\circ$, $\overline{AD}$는 공통, $\angle EAD=\angle FAD$

이므로 $\triangle AED\equiv\angle AFD$ (RHA 합동)

$\therefore \overline{DF}=\overline{DE}=6\,(\text{cm})$, $\overline{AE}=\overline{AF}=8\,(\text{cm})$

△DBM과 △DCM에서

$\overline{BM}=\overline{CM}$, $\overline{MD}$는 공통, $\angle BMD=\angle CMD$

이므로 △DBM≡△DCM (SAS 합동)

$\therefore \overline{BD}=\overline{CD}$

△BDE와 △CDF에서

$\angle DEB=\angle DFC=90^\circ$, $\overline{BD}=\overline{CD}$, $\overline{DE}=\overline{DF}$

이므로 △BDE≡△CDF (RHS 합동)

$\therefore \overline{CF}=\overline{BE}=\overline{AB}-\overline{AE}$

$=10-8=2\ (\text{cm})$

따라서 $\overline{AC}=\overline{AF}-\overline{CF}=8-2=6\ (\text{cm})$이므로

$\triangle ADC=\frac{1}{2}\times\overline{AC}\times\overline{DF}$

$=\frac{1}{2}\times6\times6=18\ (\text{cm}^2)$ 답 $18\ \text{cm}^2$

067 전략 두 내각의 크기가 같은 삼각형은 이등변삼각형임을 이용한다.

△AEF에서 $\overline{AE}=\overline{AF}$이므로

$\angle AEF=\angle AFE=\frac{1}{2}\times(180^\circ-24^\circ)=78^\circ$

$\therefore x=78$

△GFC에서 $\overline{GF}=\overline{GC}$이므로

$\angle GFC=\angle GCF=\frac{1}{2}\times(180^\circ-112^\circ)=34^\circ$

$\therefore \angle AFG=180^\circ-(78^\circ+34^\circ)=68^\circ$

$\therefore y=68$

또 $\angle AGF=180^\circ-112^\circ=68^\circ$이므로 △AFG에서

$\angle AFG=\angle AGF$

즉 △AFG는 $\overline{AF}=\overline{AG}$인 이등변삼각형이므로

$\overline{AG}=\overline{AF}=\overline{AE}=6\ (\text{m})$

$\therefore z=6$

$\therefore x-y-z=78-68-6=4$ 답 4

시험 만점 완성하기

본책 22~25쪽

068 전략 이등변삼각형의 두 밑각의 크기는 같음을 이용한다.

$\overline{AB}=\overline{AC}$이므로

$\angle C=\angle B=6\angle x-15^\circ$

이때 $3\angle x+(6\angle x-15^\circ)+(6\angle x-15^\circ)=180^\circ$이므로

$15\angle x=210^\circ$ $\therefore \angle x=14^\circ$ 답 ④

069 전략 $\angle BAD=\angle a$, $\angle B=\angle b$라 하고 삼각형의 세 내각의 크기의 합과 삼각형의 내각과 외각 사이의 관계를 이용하여 식을 세운다.

$\angle BAD=\angle a$, $\angle B=\angle b$라 하면 △ABD에서

$\angle ADC=\angle a+\angle b$

△CED에서

$17^\circ+90^\circ+(\angle a+\angle b)=180^\circ$

$\therefore \angle a+\angle b=73^\circ$ …… ㉠

△ABC에서 $\overline{AB}=\overline{AC}$이므로

$\angle ACB=\angle B=\angle b$

또 $\angle BAC=3\angle BAD=3\angle a$이므로

$3\angle a+\angle b+\angle b=180^\circ$

$\therefore 3\angle a+2\angle b=180^\circ$ …… ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면

$\angle a=34^\circ$, $\angle b=39^\circ$

$\therefore \angle DAC=2\angle a=2\times34^\circ=68^\circ$ 답 ④

070 전략 삼각형의 내각과 외각 사이의 관계와 이등변삼각형의 성질을 이용하여 각의 크기를 구한다.

△ABC에서 $\overline{AB}=\overline{BC}$이므로

$\angle BCA=\angle A=\angle x$

$\therefore \angle CBD=\angle x+\angle x=2\angle x$

△BCD에서 $\overline{BC}=\overline{CD}$이므로

$\angle CDB=\angle CBD=2\angle x$

△ACD에서

$\angle DCE=\angle x+2\angle x=3\angle x$

△CDE에서 $\overline{CD}=\overline{DE}$이므로

$\angle DEC=\angle DCE=3\angle x$

△ADE에서

$\angle EDF=\angle x+3\angle x=4\angle x$

△DEF에서 $\overline{DE}=\overline{EF}$이므로

$\angle EFD=\angle EDF=4\angle x$

△AEF에서

$\angle FEG=\angle x+4\angle x=5\angle x$

따라서 $5\angle x=80^\circ$이므로 $\angle x=16^\circ$ 답 ②

071 전략 $\angle ADB=\angle a$, $\angle BDC=\angle b$라 하고 삼각형의 세 내각의 크기의 합을 이용하여 식을 세운다.

△ABC에서 $\overline{AC}=\overline{BC}$이므로

$\angle CAB=\angle CBA=\frac{1}{2}\times(180^\circ-62^\circ)=59^\circ$

$\angle ADB=\angle a$, $\angle BDC=\angle b$라 하면 △CDB에서 $\overline{CB}=\overline{CD}$이므로

$\angle CBD=\angle CDB=\angle b$

$\therefore \angle ABD=59^\circ-\angle b$

△ACD에서 $\overline{CA}=\overline{CD}$이므로

$\angle CAD=\angle CDA=\angle a+\angle b$

$\therefore \angle BAD=59^\circ+\angle a+\angle b$

따라서 △ABD에서

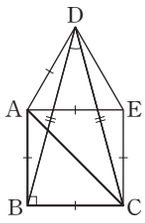
$(59^\circ+\angle a+\angle b)+(59^\circ-\angle b)+\angle a=180^\circ$

$2\angle a=62^\circ$ $\therefore \angle a=31^\circ$

$\therefore \angle ADB=31^\circ$ 답 ①

072 전략 사각형 ABCE가 정사각형이 되도록 점 E를 정한 후 합동인 삼각형을 찾는다.

오른쪽 그림과 같이 사각형 ABCE가 정사각형이 되도록 점 E를 정하면 △ABD와 △ECD에서



$\overline{AB}=\overline{EC}$, $\overline{BD}=\overline{CD}$,

$\angle ABD=90^\circ-\angle DBC$

$=90^\circ-\angle DCB=\angle ECD$

이므로 △ABD≡△ECD (SAS 합동)

$\therefore \overline{AD}=\overline{ED}$

즉 $\overline{AD}=\overline{ED}=\overline{AE}$에서 △AED는 정삼각형이므로

$\angle DAE=60^\circ$

$\therefore \angle BAD=90^\circ+60^\circ=150^\circ$

△ABD에서 $\overline{AB}=\overline{AD}$이므로

$\angle ADB=\frac{1}{2}\times(180^\circ-150^\circ)=15^\circ$

이때 $\angle EDC=\angle ADB=15^\circ$이므로

$\angle BDC=60^\circ-(15^\circ+15^\circ)=30^\circ$ 답 ③

073 전략 두 내각의 크기가 같은 삼각형은 이등변삼각형임을 이용하여 변의 길이를 구한다.

$\angle BAC=3\angle C$에서 $\angle C=\frac{1}{3}\angle BAC=\angle EAC$이므로

△AEC는 $\overline{EA}=\overline{EC}$인 이등변삼각형이다.

$\angle EAC=\angle C=\angle a$라 하면 △AEC에서

$\angle AEB=\angle a+\angle a=2\angle a$

즉 △ABE에서 $\angle BAE=\angle AEB$이므로

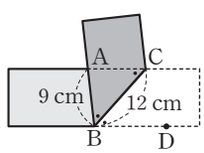
$\overline{BE}=\overline{BA}=7$ (cm)

$\therefore \overline{EC}=\overline{BC}-\overline{BE}=11-7=4$ (cm)

$\therefore \overline{AE}=\overline{EC}=4$ (cm) 답 ②

074 전략 두 내각의 크기가 같은 삼각형은 이등변삼각형임을 이용하여 변의 길이를 구한다.

오른쪽 그림에서



$\angle ABC=\angle CBD$ (접은 각),

$\angle ACB=\angle CBD$ (엇각)

이므로 $\angle ABC=\angle ACB$

따라서 △ABC는 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이므로

$\overline{AC}=\overline{AB}=9$ (cm)

$\therefore$ (△ABC의 둘레의 길이)

$=\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA}$

$=9+12+9=30$ (cm) 답 ①

075 전략 합동인 직각삼각형을 찾아 변의 길이를 구한다.

△ADC와 △CEB에서

$\angle ADC=\angle CEB=90^\circ$, $\overline{AC}=\overline{CB}$,

$\angle CAD=90^\circ-\angle ACD=\angle BCE$

이므로 △ADC≡△CEB (RHA 합동)

$\therefore \overline{CE}=\overline{AD}=16$ (cm), $\overline{CD}=\overline{BE}=10$ (cm)

$\therefore \overline{DE}=\overline{CE}-\overline{CD}=16-10=6$ (cm) 답 ①

076 전략 합동인 직각삼각형을 찾아 각의 크기를 구한다.

△BMD와 △CME에서

$\angle BDM=\angle CEM=90^\circ$, $\overline{BM}=\overline{CM}$, $\overline{MD}=\overline{ME}$

이므로 △BMD≡△CME (RHS 합동)

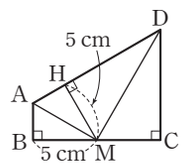
$\therefore \angle B=\angle C=\frac{1}{2}\times(180^\circ-58^\circ)=61^\circ$

따라서 △BMD에서

$\angle BMD=180^\circ-(90^\circ+61^\circ)=29^\circ$ 답 ⑤

077 전략 사각형 ABCD의 둘레의 길이를 이용하여 $\overline{AB}+\overline{CD}$의 길이를 구한다.

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AM}$, $\overline{DM}$을 그으면



△ABM과 △AHM에서

$\angle ABM=\angle AHM=90^\circ$,

$\overline{AM}$은 공통, $\overline{BM}=\overline{HM}$

이므로 △ABM≡△AHM (RHS 합동)

$\therefore \overline{AB}=\overline{AH}$

△DCM과 △DHM에서

$\angle DCM=\angle DHM=90^\circ$, $\overline{DM}$은 공통, $\overline{CM}=\overline{HM}$

이므로 △DCM≡△DHM (RHS 합동)

$\therefore \overline{DC}=\overline{DH}$

이때 $\overline{BC}=\overline{BM}+\overline{CM}=5+5=10$ (cm)이고

$\overline{AB}=\overline{AH}=a$ cm, $\overline{DC}=\overline{DH}=b$ cm라 하면 사각형 ABCD의 둘레의 길이가 34 cm이므로

$10+2a+2b=34$ $\therefore a+b=12$

$\therefore \overline{AD}=\overline{AH}+\overline{DH}=a+b=12$ (cm) 답 ②

078 전략 합동인 직각삼각형을 찾아 각의 크기를 구한다.

△ABC와 △EBD에서

$\angle ABC=\angle EBD=90^\circ$, $\overline{BC}=\overline{BD}$, $\overline{AC}=\overline{ED}$

이므로 △ABC≡△EBD (RHS 합동)

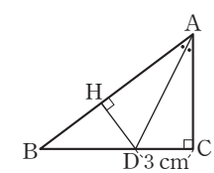
$\therefore \angle EDB=\angle ACB=180^\circ-(90^\circ+32^\circ)=58^\circ$

따라서 사각형 BCFD에서

$\angle DFC=360^\circ-(58^\circ+90^\circ+58^\circ)=154^\circ$ 답 ③

079 전략 점 D에서 $\overline{AB}$에 수선을 긋고 각의 이등분선의 성질을 이용한다.

오른쪽 그림과 같이 점 D에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 $\overline{AD}$는 $\angle A$의 이등분선이므로



$\overline{DH}=\overline{DC}=3$ (cm)

이때 △ABD의 넓이가 15 cm^2이므로

$\frac{1}{2}\times\overline{AB}\times3=15$ $\therefore \overline{AB}=10$ (cm) 답 ①

080 전략 이등변삼각형의 두 밑각의 크기는 같음을 이용한다.

$\angle B=\angle CDB=\angle x$라 하면 $\triangle BCD$에서

$\angle BCD=180^\circ-2\angle x$

$\therefore \angle ACB=27^\circ+(180^\circ-2\angle x)$

$=207^\circ-2\angle x$

$\triangle ABC$에서 $\overline{AB}=\overline{AC}$이므로

$\angle B=\angle ACB$

따라서 $\angle x=207^\circ-2\angle x$이므로

$3\angle x=207^\circ$ $\therefore \angle x=69^\circ$

$\therefore \angle CDE=69^\circ$ 답 69°

081 전략 이등변삼각형의 두 밑각의 크기는 같음을 이용한다.

$\triangle ABC$에서 $\overline{AB}=\overline{AC}$이므로

$\angle ABC=\angle ACB=70^\circ$

$\therefore \angle A=180^\circ-(70^\circ+70^\circ)=40^\circ$

$\triangle DAB$에서 $\overline{AD}=\overline{BD}$이므로

$\angle ABD=\angle A=40^\circ$

$\therefore \angle DBC=\angle ABC-\angle ABD$

$=70^\circ-40^\circ=30^\circ$

$\triangle CEB$에서 $\overline{CB}=\overline{CE}$이므로

$\angle E=\angle CBE=30^\circ$

$\therefore \angle BCE=180^\circ-(30^\circ+30^\circ)=120^\circ$

$\therefore \angle ACE=\angle BCE-\angle BCA$

$=120^\circ-70^\circ=50^\circ$ 답 50°

082 전략 평행선의 성질을 이용하여 크기가 같은 각을 찾는다.

$\angle GFD=\angle a$라 하면 $\triangle GFD$에서 $\overline{GF}=\overline{GD}$이므로

$\angle GDF=\angle GFD=\angle a$

$\therefore \angle DGB=\angle a+\angle a=2\angle a$

$\triangle DBG$에서 $\overline{DB}=\overline{DG}$이므로

$\angle DBG=\angle DGB=2\angle a$

$\overline{AF}/\!/\overline{BC}$이므로

$\angle FBC=\angle AFB=\angle a$ (엇각),

$\angle DBC=\angle ADB=48^\circ$ (엇각)

이때 $\angle DBC=\angle DBE+\angle EBC=2\angle a+\angle a=3\angle a=48^\circ$이므로

$\angle a=16^\circ$ $\therefore \angle EBC=16^\circ$

따라서 $\triangle EBC$에서 $\angle BEC=180^\circ-(16^\circ+90^\circ)=74^\circ$이므로

$\angle DEF=\angle BEC=74^\circ$ (맞꼭지각) 답 74°

083 전략 합동인 삼각형을 찾아 각의 크기를 구한다.

$\triangle ABC$에서 $\overline{AB}=\overline{AC}$이므로

$\angle ABC=\angle ACB=\frac{1}{2}\times(180^\circ-40^\circ)=70^\circ$

$\therefore \angle EBC=\angle ABC-\angle ABE$

$=70^\circ-31^\circ=39^\circ$

또 $\triangle BCD$와 $\triangle CBE$에서

$\overline{BD}=\overline{AB}-\overline{AD}=\overline{AC}-\overline{AE}=\overline{CE}$,

$\overline{BC}$는 공통, $\angle DBC=\angle ECB$

이므로 $\triangle BCD\equiv\triangle CBE$ (SAS 합동)

$\therefore \angle BCD=\angle CBE=39^\circ$

따라서 $\triangle FBC$에서

$\angle EFC=39^\circ+39^\circ=78^\circ$ 답 78°

다른 풀이 $\triangle ABE$에서 $\angle BEC=31^\circ+40^\circ=71^\circ$

$\triangle ABE$와 $\triangle ACD$에서

$\overline{AB}=\overline{AC}$, $\overline{AE}=\overline{AD}$, $\angle A$는 공통

이므로 $\triangle ABE\equiv\triangle ACD$ (SAS 합동)

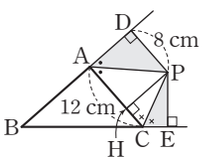
$\therefore \angle ACD=\angle ABE=31^\circ$

따라서 $\triangle CEF$에서

$\angle EFC=180^\circ-(71^\circ+31^\circ)=78^\circ$

084 전략 합동인 직각삼각형을 찾을 수 있도록 보조선을 긋는다.

오른쪽 그림과 같이 점 P에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 $\triangle PDA$와 $\triangle PHA$에서



$\angle PDA=\angle PHA=90^\circ$,

$\overline{PA}$는 공통, $\angle PAD=\angle PAH$

이므로 $\triangle PDA\equiv\triangle PHA$ (RHA 합동)

$\therefore \overline{PH}=\overline{PD}=8$ (cm)

또 $\triangle PHC$와 $\triangle PEC$에서

$\angle PHC=\angle PEC=90^\circ$, $\overline{PC}$는 공통, $\angle PCH=\angle PCE$

이므로 $\triangle PHC\equiv\triangle PEC$ (RHA 합동)

따라서 색칠한 부분의 넓이는

$\triangle PDA+\triangle PEC=\triangle PHA+\triangle PHC$

$=\triangle PAC$

$=\frac{1}{2}\times\overline{AC}\times\overline{PH}$

$=\frac{1}{2}\times12\times8$

$=48$ (cm^2) 답 48 cm^2

085 전략 합동인 삼각형을 찾아 각의 크기를 $\angle x$에 대한 식으로 나타낸다.

$\triangle ADE$와 $\triangle CDE$에서

$\overline{AD}=\overline{CD}$, $\overline{DE}$는 공통, $\angle ADE=\angle CDE$

이므로 $\triangle ADE\equiv\triangle CDE$ (SAS 합동)

$\therefore \angle DAE=\angle DCE=\angle x$

또 $\triangle ABE$와 $\triangle ADE$에서

$\angle ABE=\angle ADE=90^\circ$, $\overline{AE}$는 공통, $\overline{BE}=\overline{DE}$

이므로 $\triangle ABE\equiv\triangle ADE$ (RHS 합동)

$\therefore \angle BAE=\angle DAE=\angle x$

따라서 $\triangle ABC$에서

$2\angle x+90^\circ+\angle x=180^\circ$, $3\angle x=90^\circ$

$\therefore \angle x=30^\circ$ 답 30°

086 전략 이등변삼각형의 두 밑각의 크기는 같음을 이용한다.

$\triangle ABD$에서 $\overline{AD}=\overline{AB}$이므로

$\angle ABD=\frac{1}{2}\times(180^\circ-22^\circ)=79^\circ$ … 1단계

$\triangle CEB$에서 $\overline{CE}=\overline{CB}$이므로

$\angle CBE=\frac{1}{2}\times(180^\circ-46^\circ)=67^\circ$ … 2단계

$\therefore \angle DBE=180^\circ-79^\circ-67^\circ=34^\circ$ … 3단계

답 34°

단계	채점 요소	배점
1	$\angle ABD$의 크기 구하기	1점
2	$\angle CBE$의 크기 구하기	1점
3	$\angle DBE$의 크기 구하기	1점

087 전략 정오각형의 한 내각의 크기를 먼저 구한 후 이등변삼각형의 성질을 이용한다.

정오각형의 한 내각의 크기는

$\frac{180^\circ\times(5-2)}{5}=108^\circ$ … 1단계

$\triangle BCD$에서 $\overline{CB}=\overline{CD}$이므로

$\angle CDB=\frac{1}{2}\times(180^\circ-108^\circ)=36^\circ$ … 2단계

$\triangle CDE$에서 같은 방법으로 하면

$\angle ECD=36^\circ$ … 3단계

따라서 $\triangle FCD$에서

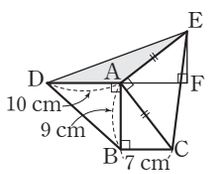
$\angle CFD=180^\circ-(36^\circ+36^\circ)=108^\circ$ … 4단계

답 108°

단계	채점 요소	배점
1	정오각형의 한 내각의 크기 구하기	1점
2	$\angle CDB$의 크기 구하기	2점
3	$\angle ECD$의 크기 구하기	2점
4	$\angle CFD$의 크기 구하기	1점

088 전략 $\triangle EDA$의 높이를 그려 직각삼각형 ABC와 합동인 직각삼각형을 찾는다.

오른쪽 그림과 같이 점 E에서 $\overline{AD}$의 연장선에 내린 수선의 발을 F라 하면



$\triangle ABC$와 $\triangle AFE$에서

$\angle ABC=\angle AFE=90^\circ$,

$\overline{AC}=\overline{AE}$,

$\angle BAC=90^\circ-\angle CAF=\angle FAE$

이므로 $\triangle ABC\equiv\triangle AFE$ (RHA 합동) … 1단계

$\therefore \overline{EF}=\overline{CB}=7\ (\text{cm})$ … 2단계

$\therefore \triangle EDA=\frac{1}{2}\times\overline{DA}\times\overline{EF}$

$=\frac{1}{2}\times10\times7=35\ (\text{cm}^2)$ … 3단계

답 $35\ \text{cm}^2$

단계	채점 요소	배점
1	점 E에서 $\overline{AD}$의 연장선에 내린 수선의 발을 F라 하고 $\triangle ABC\equiv\triangle AFE$임을 알기	4점
2	$\overline{EF}$의 길이 구하기	1점
3	$\triangle EDA$의 넓이 구하기	1점

089 전략 합동인 직각삼각형을 찾아 변의 길이를 구한다.

$\triangle ABD$와 $\triangle CED$에서

$\angle ADB=\angle CDE=90^\circ$, $\overline{AB}=\overline{CE}$, $\overline{BD}=\overline{ED}$

이므로 $\triangle ABD\equiv\triangle CED$ (RHS 합동) … 1단계

$\therefore \overline{AD}=\overline{CD}=13\ (\text{cm})$, $\overline{ED}=\overline{BD}=7\ (\text{cm})$ … 2단계

$\therefore \overline{AE}=\overline{AD}-\overline{ED}=13-7=6\ (\text{cm})$ … 3단계

답 6 cm

단계	채점 요소	배점
1	$\triangle ABD\equiv\triangle CED$임을 알기	3점
2	$\overline{AD}$, $\overline{ED}$의 길이 구하기	1점
3	$\overline{AE}$의 길이 구하기	1점

02 삼각형의 외심과 내심

셀프 CHECK

본책 26~27쪽

A (1) $\overline{OC}=\overline{OB}=10$ (cm)이므로
$x=10$
$\overline{CD}=\overline{BD}=8$ (cm)이므로
$y=8$
(2) △OAB에서 $\overline{OA}=\overline{OB}$이므로
$\angle OBA=\angle OAB=30^\circ$
$\therefore x=30$
△OBC에서 $\overline{OB}=\overline{OC}$이므로
$\angle OBC=\frac{1}{2}\times(180^\circ-100^\circ)=40^\circ$
$\therefore y=40$
답 (1) $x=10$, $y=8$ (2) $x=30$, $y=40$

B $\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}$이므로
$\overline{OC}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times12=6$ (cm)
$\therefore x=6$
△OBC에서 $\overline{OB}=\overline{OC}$이므로
$\angle OCB=\angle OBC=50^\circ$
$\therefore \angle BOC=180^\circ-(50^\circ+50^\circ)=80^\circ$
$\therefore y=80$
답 $x=6$, $y=80$

C (1) $32^\circ+\angle x+24^\circ=90^\circ$
$\therefore \angle x=34^\circ$
(2) $\angle x=2\angle A=2\times65^\circ=130^\circ$
답 (1) 34° (2) 130°

D (1) $\angle IBA=\angle IBC=38^\circ$
$\therefore x=38$
(2) $\overline{IE}=\overline{ID}=7$ (cm)
$\therefore x=7$
답 (1) 38 (2) 7

E (1) $\angle x+33^\circ+25^\circ=90^\circ$
$\therefore \angle x=32^\circ$
(2) $\angle x=90^\circ+\frac{1}{2}\angle A=90^\circ+\frac{1}{2}\times74^\circ=127^\circ$
답 (1) 32° (2) 127°

F $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times2\times(6+10+8)=24$ (cm^2) 답 24 cm^2

G $\overline{BE}=\overline{BD}=6$ (cm)
$\therefore x=6$
답 6

내신 유형 다지기

본책 28~35쪽

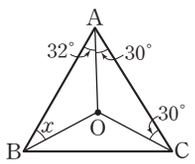
유형 014 삼각형의 외심

본책 28쪽

(1) 삼각형의 외심: 삼각형의 세 변의 수직이등분선의 교점
(2) 삼각형의 외심에서 세 꼭짓점에 이르는 거리는 같다.
➡ $\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}$
=(외접원 O의 반지름의 길이)

090 ① 삼각형의 외심에서 세 꼭짓점에 이르는 거리는 같으므로 $\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}$
② 삼각형의 외심은 세 변의 수직이등분선의 교점이므로
$\overline{AF}=\overline{CF}$
③ △OAB에서 $\overline{OA}=\overline{OB}$이므로 $\angle OAD=\angle OBD$
⑤ △OBE와 △OCE에서
$\angle OEB=\angle OEC=90^\circ$, $\overline{OB}=\overline{OC}$, $\overline{OE}$는 공통
이므로 △OBE≡△OCE (RHS 합동)
따라서 옳지 않은 것은 ④이다. 답 ④

091 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$를 그으면
$\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}$이므로
$\angle OAC=\angle OCA=30^\circ$
따라서
$\angle OAB=\angle BAC-\angle OAC$
$=62^\circ-30^\circ=32^\circ$
이므로 $\angle x=\angle OAB=32^\circ$ 답 32°



092 점 O가 △ABC의 외심이므로
$\overline{OA}=\overline{OB}$
△OAB의 둘레의 길이가 36 cm이므로
$\overline{OA}+\overline{AB}+\overline{OB}=36$, $2\overline{OA}+16=36$
$2\overline{OA}=20$ $\therefore \overline{OA}=10$ (cm)
따라서 △ABC의 외접원의 반지름의 길이는 10 cm이므로 외접원의 둘레의 길이는
$2\pi\times10=20\pi$ (cm) 답 ②

093 점 O가 △ABC의 외심이므로
△OAD≡△OBD (RHS 합동),
△OBE≡△OCE (RHS 합동),
△OAF≡△OCF (RHS 합동)
$\therefore$ △ABC=△OAB+△OBC+△OCA
=2(△OAD+△OEC+△OCF)
=2{△OAD+(사각형 OECF의 넓이)}
$=2\times\left(\frac{1}{2}\times5\times3+\frac{33}{2}\right)$
$=48$ (cm^2) 답 48 cm^2

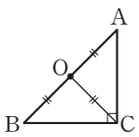
유형 015 직각삼각형의 외심 본책 28쪽

(1) 직각삼각형의 외심은 빗변의 중점이다.

(2) (△ABC의 외접원 O의 반지름의 길이)

$=\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}$

$=\frac{1}{2}\times$(빗변의 길이)$=\frac{1}{2}\overline{AB}$



094 직각삼각형의 외심은 빗변의 중점이므로 △ABC의 외접원의 반지름의 길이는

$\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times 20=10\ (\text{cm})$

따라서 △ABC의 외접원의 넓이는

$\pi\times 10^2=100\pi\ (\text{cm}^2)$ 답 $100\pi\ \text{cm}^2$

095 점 M은 △ABC의 외심이므로

$\overline{BM}=\overline{AM}=\overline{CM}=\frac{1}{2}\overline{AC}$

$=\frac{1}{2}\times 26=13\ (\text{cm})$ … 1단계

따라서 △ABM의 둘레의 길이는

$10+13+13=36\ (\text{cm})$ … 2단계

답 36 cm

단계	채점 요소	비율
1	$\overline{AM}$, $\overline{BM}$의 길이 구하기	60 %
2	△ABM의 둘레의 길이 구하기	40 %

096 점 O가 △ABC의 외심이므로

$\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}$

이때 $\triangle ABO=\triangle AOC$이므로

$\triangle ABO=\frac{1}{2}\triangle ABC=\frac{1}{2}\times\left(\frac{1}{2}\times 24\times 7\right)=42\ (\text{cm}^2)$

답 ②

097 점 M은 △ABC의 외심이므로

$\overline{AM}=\overline{BM}=\overline{CM}$

$\therefore \angle MBC=\angle C=33^\circ$

△MBC에서

$\angle AMB=33^\circ+33^\circ=66^\circ$

따라서 △HBM에서

$\angle HBM=180^\circ-(90^\circ+66^\circ)=24^\circ$ 답 24°

098 점 M은 △ABC의 외심이므로

$\overline{AM}=\overline{BM}=\overline{CM}=\frac{1}{2}\overline{BC}$

$=\frac{1}{2}\times 25=\frac{25}{2}\ (\text{cm})$

$\therefore \overline{DM}=\overline{BM}-\overline{BD}$

$=\frac{25}{2}-9=\frac{7}{2}\ (\text{cm})$

△ABC의 넓이에서

$\frac{1}{2}\times\overline{AB}\times\overline{AC}=\frac{1}{2}\times\overline{BC}\times\overline{AD}$

$\frac{1}{2}\times 15\times 20=\frac{1}{2}\times 25\times\overline{AD}$

$\therefore \overline{AD}=12\ (\text{cm})$

△ADM의 넓이에서

$\frac{1}{2}\times\overline{AD}\times\overline{DM}=\frac{1}{2}\times\overline{AM}\times\overline{DE}$

$\frac{1}{2}\times 12\times\frac{7}{2}=\frac{1}{2}\times\frac{25}{2}\times\overline{DE}$

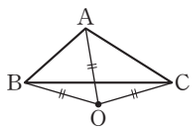
$\therefore \overline{DE}=\frac{84}{25}\ (\text{cm})$ 답 ②

유형 016 둔각삼각형의 외심 본책 29쪽

(1) 둔각삼각형의 외심은 삼각형의 외부에 위치한다.

(2) 점 O가 둔각삼각형 ABC의 외심이면

$\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}$



099 △OAB에서 $\overline{OA}=\overline{OB}$이므로

$\angle OBA=\frac{1}{2}\times(180^\circ-40^\circ)=70^\circ$

△OBC에서 $\overline{OB}=\overline{OC}$이므로

$\angle OBC=\frac{1}{2}\times(180^\circ-70^\circ)=55^\circ$

$\therefore \angle ABC=\angle OBA+\angle OBC$

$=70^\circ+55^\circ=125^\circ$ 답 ②

100 △OAC에서 $\overline{OA}=\overline{OC}$이므로

$\angle OAC=\angle OCA=40^\circ$

$\therefore \angle AOC=180^\circ-(40^\circ+40^\circ)=100^\circ$ … 1단계

△OAB에서 $\overline{OA}=\overline{OB}$이므로

$\angle OAB=\angle OBA=50^\circ$

$\therefore \angle AOB=180^\circ-(50^\circ+50^\circ)=80^\circ$ … 2단계

$\therefore \angle BOC=\angle AOC-\angle AOB$

$=100^\circ-80^\circ=20^\circ$ … 3단계

답 20°

단계	채점 요소	비율
1	∠AOC의 크기 구하기	40 %
2	∠AOB의 크기 구하기	40 %
3	∠BOC의 크기 구하기	20 %

101 △OBC에서 $\overline{OB}=\overline{OC}$이므로

$\angle OCB=\angle OBC=\angle x$

△OAB에서 $\overline{OA}=\overline{OB}$이므로

$\angle OAB=\angle OBA=28^\circ+\angle x$

△OAC에서 $\overline{OA}=\overline{OC}$이므로

$\angle OAC=\angle OCA=32^\circ+\angle x$

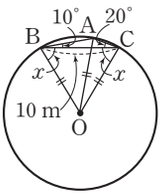
따라서 △ABC에서

$(28^\circ+\angle x)+(32^\circ+\angle x)+28^\circ+32^\circ=180^\circ$

$2\angle x=60^\circ \quad \therefore \angle x=30^\circ$

답 ②

102 오른쪽 그림과 같이 원 모양의 쓰레기 더미의 중심, 즉 △ABC의 외심을 O라 하면 $\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}$



$\angle OBC=\angle OCB=\angle x$라 하면

$\angle OAB=\angle OBA=10^\circ+\angle x$,

$\angle OAC=\angle OCA=20^\circ+\angle x$

이때 $\angle BAC=180^\circ-(10^\circ+20^\circ)=150^\circ$이고

$\angle BAC=\angle OAB+\angle OAC$이므로

$150^\circ=(10^\circ+\angle x)+(20^\circ+\angle x)$

$2\angle x=120^\circ \quad \therefore \angle x=60^\circ$

△BOC에서

$\angle BOC=180^\circ-(60^\circ+60^\circ)=60^\circ$

즉 △BOC는 정삼각형이므로

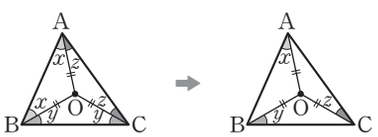
$\overline{OB}=\overline{BC}=10\ (\mathrm{m})$

따라서 쓰레기 더미의 넓이는

$\pi\times10^2=100\pi\ (\mathrm{m}^2)$

답 $100\pi\ \mathrm{m}^2$

유형 017 삼각형의 외심이 주어질 때, 각의 크기 구하기 (1) 본책 30쪽



점 O가 △ABC의 외심일 때, $\angle x+\angle y+\angle z=90^\circ$

103 △OBC에서 $\overline{OB}=\overline{OC}$이므로

$\angle OCB=\frac{1}{2}\times(180^\circ-118^\circ)=31^\circ$

$27^\circ+\angle x+31^\circ=90^\circ$이므로

$\angle x=32^\circ$

답 32°

104 $3\angle x+2\angle x+4\angle x=90^\circ$이므로

$9\angle x=90^\circ \quad \therefore \angle x=10^\circ$

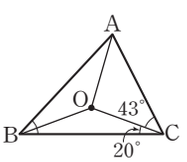
△OAC에서 $\overline{OA}=\overline{OC}$이므로

$\angle OAC=\angle OCA=4\times10^\circ=40^\circ$

$\therefore \angle AOC=180^\circ-(40^\circ+40^\circ)=100^\circ$

답 ①

105 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$, $\overline{OB}$를 그으면 $\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}$이므로



$\angle OBC=\angle OCB=20^\circ$ … 1단계

$\angle OBA+20^\circ+43^\circ=90^\circ$이므로

$\angle OBA=27^\circ$ … 2단계

$\therefore \angle B=\angle OBA+\angle OBC$

$=27^\circ+20^\circ=47^\circ$ … 3단계

답 47°

단계	채점 요소	비율
1	∠OBC의 크기 구하기	30 %
2	∠OBA의 크기 구하기	50 %
3	∠B의 크기 구하기	20 %

106 $24^\circ+18^\circ+\angle OCA=90^\circ$이므로

$\angle OCA=48^\circ$

△OBC에서 $\overline{OB}=\overline{OC}$이므로

$\angle OCB=\angle OBC=18^\circ$

$\therefore \angle ACB=\angle OCA+\angle OCB$

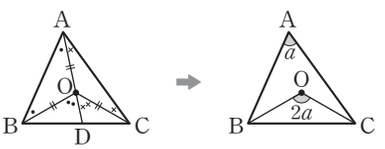
$=48^\circ+18^\circ=66^\circ$

따라서 △AHC에서

$\angle CAH=180^\circ-(90^\circ+66^\circ)=24^\circ$

답 ⑤

유형 018 삼각형의 외심이 주어질 때, 각의 크기 구하기 (2) 본책 30쪽



점 O가 △ABC의 외심일 때, $\angle BOC=2\angle A$

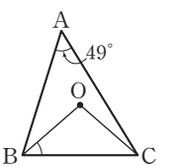
107 $\angle AOC=2\angle B=2\times62^\circ=124^\circ$

△OAC에서 $\overline{OA}=\overline{OC}$이므로

$\angle x=\frac{1}{2}\times(180^\circ-124^\circ)=28^\circ$

답 28°

108 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OC}$를 그으면



$\angle BOC=2\angle A=2\times49^\circ=98^\circ$

△OBC에서 $\overline{OB}=\overline{OC}$이므로

$\angle OBC=\frac{1}{2}\times(180^\circ-98^\circ)=41^\circ$

답 ①

109 $\angle BOC=2\angle A=2\times52^\circ=104^\circ$ … 1단계

△OBC에서 $\overline{OB}=\overline{OC}$이므로

$\angle OBC=\angle OCB=\frac{1}{2}\times(180^\circ-104^\circ)=38^\circ$ … 2단계

△BCD에서 $\overline{BC}=\overline{CD}$이므로

$\angle DBC=\frac{1}{2}\times(180^\circ-38^\circ)=71^\circ$ … 3단계

$\therefore \angle ABO=\angle DBC-\angle OBC$

$=71^\circ-38^\circ=33^\circ$ … 4단계

답 33°

단계	채점 요소	비율
1	∠BOC의 크기 구하기	30 %
2	∠OBC, ∠OCB의 크기 구하기	30 %
3	∠DBC의 크기 구하기	30 %
4	∠ABO의 크기 구하기	10 %

110 △O′OC에서 $\overline{O'O}=\overline{O'C}$이므로

$\angle O'OC=\angle O'CO=34^\circ$

$\therefore \angle OO'C=180^\circ-(34^\circ+34^\circ)=112^\circ$

$\therefore \angle OAC=\frac{1}{2}\angle OO'C=\frac{1}{2}\times 112^\circ=56^\circ$

이때 외심 O가 $\overline{BC}$ 위에 있으므로 △ABC는 $\angle BAC=90^\circ$인 직각삼각형이다.

$\therefore \angle OAB=\angle BAC-\angle OAC$

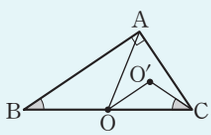
$=90^\circ-56^\circ=34^\circ$

△OAB에서 $\overline{OA}=\overline{OB}$이므로

$\angle B=\angle OAB=34^\circ$ 답 34°

만점 공략 노트

오른쪽 그림과 같이 $\angle A=90^\circ$인 직각삼각형 ABC에서 점 O는 △ABC의 외심이고, 점 O′은 △AOC의 외심일 때, $\angle O'CO=\angle B$이다.



➡ $\angle O'CO=\angle x$라 하면 $\angle OO'C=180^\circ-2\angle x$이므로

$\angle OAC=90^\circ-\angle x$

$\therefore \angle B=\angle OAB=90^\circ-(90^\circ-\angle x)=\angle x$

$\therefore \angle O'CO=\angle B$

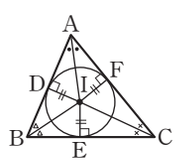
유형 019 삼각형의 내심 본책 31쪽

(1) 삼각형의 내심: 삼각형의 세 내각의 이등분선의 교점

(2) 삼각형의 내심에서 세 변에 이르는 거리는 같다.

➡ $\overline{ID}=\overline{IE}=\overline{IF}$

=(내접원 I의 반지름의 길이)



111 ① 삼각형의 내심에서 세 변에 이르는 거리는 같으므로 $\overline{ID}=\overline{IE}=\overline{IF}$

③ 삼각형의 내심은 세 내각의 이등분선의 교점이므로 $\angle IBD=\angle IBE$

따라서 옳은 것은 ①, ③이다. 답 ①, ③

112 점 I는 △ABC의 내심이므로

$\angle IAC=\angle IAB=33^\circ$

따라서 △ICA에서

$\angle ICA=180^\circ-(33^\circ+120^\circ)=27^\circ$

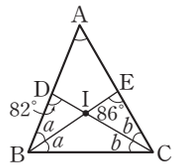
$\therefore \angle ICB=\angle ICA=27^\circ$ 답 27°

113 점 I가 △ABC의 내심이므로

$\angle IBA=\angle IBC=\angle a$,

$\angle ICA=\angle ICB=\angle b$

라 하자.



△DBC에서 $82^\circ+2\angle a+\angle b=180^\circ$이므로

$2\angle a+\angle b=98^\circ$ …… ㉠

△EBC에서 $86^\circ+\angle a+2\angle b=180^\circ$이므로

$\angle a+2\angle b=94^\circ$ …… ㉡

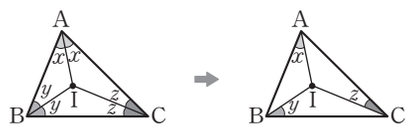
㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $\angle a=34^\circ$, $\angle b=30^\circ$

따라서 △ABC에서

$\angle A=180^\circ-(2\angle a+2\angle b)$

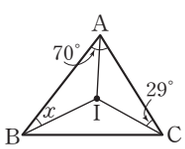
$=180^\circ-(68^\circ+60^\circ)=52^\circ$ 답 ①

유형 020 삼각형의 내심이 주어질 때, 각의 크기 구하기 (1) 본책 32쪽



점 I가 △ABC의 내심일 때, $\angle x+\angle y+\angle z=90^\circ$

114 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AI}$를 그으면



$\angle IAB=\frac{1}{2}\angle A=\frac{1}{2}\times 70^\circ=35^\circ$

$35^\circ+\angle x+29^\circ=90^\circ$이므로

$\angle x=26^\circ$

답 26°

115 $\angle x=\angle IBA=27^\circ$

또 $23^\circ+27^\circ+\angle y=90^\circ$이므로 $\angle y=40^\circ$

$\therefore \angle y-\angle x=40^\circ-27^\circ=13^\circ$ 답 ③

116 $\angle BAI+36^\circ+25^\circ=90^\circ$이므로 $\angle BAI=29^\circ$

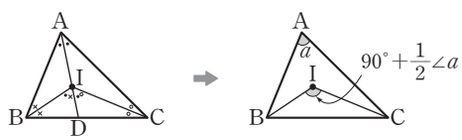
$\angle ABC=2\angle IBC=2\times 36^\circ=72^\circ$이므로 △ABH에서

$\angle BAH=180^\circ-(72^\circ+90^\circ)=18^\circ$

$\therefore \angle HAI=\angle BAI-\angle BAH$

$=29^\circ-18^\circ=11^\circ$ 답 11°

유형 021 삼각형의 내심이 주어질 때, 각의 크기 구하기 (2) 본책 32쪽



점 I가 △ABC의 내심일 때, $\angle BIC=90^\circ+\frac{1}{2}\angle A$

117 $\angle AIC=90^\circ+\frac{1}{2}\angle ABC$이므로

$116^\circ=90^\circ+\frac{1}{2}\angle ABC$ $\therefore \angle ABC=52^\circ$

$\therefore \angle x=\frac{1}{2}\angle ABC=\frac{1}{2}\times 52^\circ=26^\circ$ 답 ⑤

118 $\overline{AB}=\overline{AC}$이므로

$\angle B=\frac{1}{2}\times(180^\circ-88^\circ)=46^\circ$ … 1단계

$\therefore \angle AIC=90^\circ+\frac{1}{2}\angle B$

$=90^\circ+\frac{1}{2}\times 46^\circ=113^\circ$ … 2단계

답 113°

단계	채점 요소	비율
1	$\angle B$의 크기 구하기	40 %
2	$\angle AIC$의 크기 구하기	60 %

119 $\triangle ABD$에서 $\angle BAD+50^\circ=96^\circ$이므로

$\angle BAD=46^\circ$

점 E는 $\triangle ABC$의 내심이므로

$\angle CAD=\angle BAD=46^\circ$

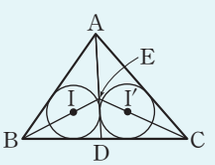
따라서 $\angle BAC=46^\circ+46^\circ=92^\circ$이므로

$\angle BEC=90^\circ+\frac{1}{2}\angle BAC$

$=90^\circ+\frac{1}{2}\times 92^\circ=136^\circ$ 답 ④

만점 공략 노트

오른쪽 그림에서 두 점 I, I′이 각각 $\triangle ABD$, $\triangle ACD$의 내심이고 $\overline{BI}$의 연장선과 $\overline{CI'}$의 연장선이 $\overline{AD}$ 위의 한 점 E에서 만나면 $\overline{BE}$는 $\angle B$의 이등분선이고 $\overline{CE}$는 $\angle C$의 이등분선이므로 점 E는 $\triangle ABC$의 두 내각의 이등분선의 교점이다. 따라서 점 E는 $\triangle ABC$의 내심이다.



120 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이므로

$\angle IBA=\angle IBC=28^\circ$

$\triangle DBC$에서 $\angle BI'C=90^\circ+\frac{1}{2}\angle BDC=132^\circ$이므로

$\angle BDC=84^\circ$

$\triangle ABD$에서 $\angle A+28^\circ=84^\circ$이므로

$\angle A=56^\circ$ 답 56°

다른 풀이 $\angle II'B=180^\circ-132^\circ=48^\circ$

점 I′은 $\triangle DBC$의 내심이므로

$\angle I'BD=\angle I'BC=\frac{1}{2}\times 28^\circ=14^\circ$

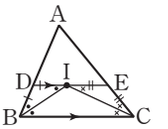
$\triangle IBI'$에서 $\angle BIC=180^\circ-(14^\circ+48^\circ)=118^\circ$

$\triangle ABC$에서 $\angle BIC=90^\circ+\frac{1}{2}\angle A=118^\circ$이므로

$\angle A=56^\circ$

유형 022 삼각형의 내심과 평행선 본책 33쪽

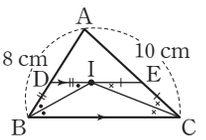
점 I가 $\triangle ABC$의 내심이고 $\overline{DE}/\!/\overline{BC}$일 때



(1) $\angle DBI=\angle IBC=\angle DIB$,
$\angle ECI=\angle ICB=\angle EIC$
➜ $\overline{DB}=\overline{DI}$, $\overline{EC}=\overline{EI}$

(2) ($\triangle ADE$의 둘레의 길이)$=\overline{AD}+(\overline{DI}+\overline{EI})+\overline{EA}$
$=(\overline{AD}+\overline{DB})+(\overline{EC}+\overline{EA})$
$=\overline{AB}+\overline{AC}$

121 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BI}$, $\overline{CI}$를 그으면 점 I가 $\triangle ABC$의 내심이므로



$\angle DBI=\angle IBC$, $\angle ECI=\angle ICB$

$\overline{DE}/\!/\overline{BC}$이므로

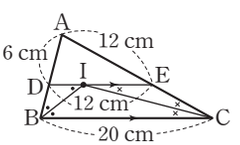
$\angle DIB=\angle IBC$ (엇각), $\angle EIC=\angle ICB$ (엇각)

$\therefore \angle DBI=\angle DIB$, $\angle ECI=\angle EIC$

즉 $\overline{DB}=\overline{DI}$, $\overline{EC}=\overline{EI}$이므로

($\triangle ADE$의 둘레의 길이)$=\overline{AD}+\overline{DE}+\overline{EA}$
$=\overline{AD}+(\overline{DI}+\overline{EI})+\overline{EA}$
$=(\overline{AD}+\overline{DB})+(\overline{EC}+\overline{EA})$
$=\overline{AB}+\overline{AC}$
$=8+10=18$ (cm) 답 ⑤

122 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BI}$, $\overline{CI}$를 그으면 점 I가 $\triangle ABC$의 내심이므로



$\angle DBI=\angle IBC$,
$\angle ECI=\angle ICB$

$\overline{DE}/\!/\overline{BC}$이므로

$\angle DIB=\angle IBC$ (엇각), $\angle EIC=\angle ICB$ (엇각)

$\therefore \angle DBI=\angle DIB$, $\angle ECI=\angle EIC$ … 1단계

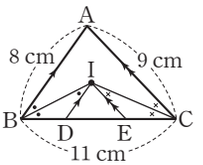
즉 $\overline{DB}=\overline{DI}$, $\overline{EC}=\overline{EI}$이므로

($\triangle ABC$의 둘레의 길이)
$=(\overline{AD}+\overline{DB})+\overline{BC}+(\overline{EC}+\overline{EA})$
$=\overline{AD}+\overline{DI}+\overline{BC}+\overline{EI}+\overline{EA}$
$=\overline{AD}+(\overline{DI}+\overline{EI})+\overline{BC}+\overline{EA}$
$=\overline{AD}+\overline{DE}+\overline{BC}+\overline{EA}$
$=6+12+20+12=50$ (cm) … 2단계

답 50 cm

단계	채점 요소	비율
1	$\angle DBI=\angle DIB$, $\angle ECI=\angle EIC$임을 알기	50 %
2	$\triangle ABC$의 둘레의 길이 구하기	50 %

123 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BI}$, $\overline{CI}$를 그으면 점 I가 $\triangle ABC$의 내심이므로



$\angle ABI=\angle IBD$, $\angle ACI=\angle ICE$

$\overline{AB}/\!/\overline{ID}$, $\overline{AC}/\!/\overline{IE}$이므로

$\angle ABI=\angle BID$ (엇각),
$\angle ACI=\angle CIE$ (엇각)

$\therefore \angle IBD=\angle BID,\ \angle ICE=\angle CIE$

즉 $\overline{DB}=\overline{DI},\ \overline{EC}=\overline{EI}$이므로

$(\triangle IDE의\ 둘레의\ 길이)=\overline{ID}+\overline{DE}+\overline{EI}$

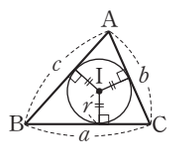
$=\overline{BD}+\overline{DE}+\overline{EC}$

$=\overline{BC}=11\ (cm)$ 답 ②

유형 023 삼각형의 넓이와 내접원의 반지름의 길이 본책 33쪽

$\triangle ABC$의 내접원의 반지름의 길이를 r라 하면

$\triangle ABC=\frac{1}{2}r(a+b+c)$



124 $\triangle ABC$의 내접원의 반지름의 길이를 r cm라 하면 $\triangle ABC$의 넓이가 48 cm^2이므로

$\frac{1}{2}\times r\times(10+12+10)=48$

$16r=48 \quad \therefore r=3$

따라서 $\triangle ABC$의 내접원의 반지름의 길이는 3 cm이다.

답 3 cm

125 $\triangle ABC$의 내접원의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$\frac{1}{2}\times r\times(13+12+5)=\frac{1}{2}\times 12\times 5$

$15r=30 \quad \therefore r=2$

$\therefore \triangle IBC=\frac{1}{2}\times 12\times 2=12\ (cm^2)$ 답 ①

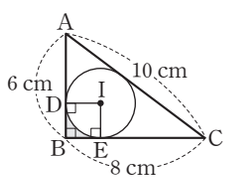
126 $\triangle ABC$의 내접원의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$\frac{1}{2}\times r\times(6+8+10)=\frac{1}{2}\times 8\times 6$

$12r=24 \quad \therefore r=2$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$와 내접원의 접점을 각각 D, E라 하면 사각형 DBEI는 한 변의 길이가 2 cm인 정사각형이므로 구하는 넓이는

$2\times 2-\pi\times 2^2\times\frac{90}{360}=4-\pi\ (cm^2)$



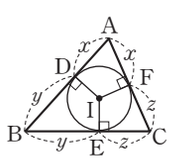
답 ①

유형 024 삼각형의 내접원과 접선의 길이 본책 34쪽

$\triangle ABC$의 내접원과 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CA}$의 접점을 D, E, F라 하면

$\overline{AD}=\overline{AF}=x,\ \overline{BD}=\overline{BE}=y,$

$\overline{CE}=\overline{CF}=z$



127 $\overline{AD}=\overline{AF}=x$ cm라 하면

$\overline{BE}=\overline{BD}=8-x\ (cm),\ \overline{CE}=\overline{CF}=7-x\ (cm)$

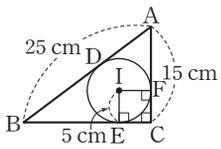
이때 $\overline{BC}=\overline{BE}+\overline{CE}$이므로

$9=(8-x)+(7-x), \quad 2x=6 \quad \therefore x=3$

$\therefore \overline{AD}=3\ (cm)$ 답 3 cm

128 오른쪽 그림과 같이 $\overline{IF}$를 그으면 사각형 IECF는 정사각형이다.

$\therefore \overline{CE}=\overline{CF}=\overline{IE}=5\ (cm)$ … 1단계



$\overline{AD}=\overline{AF}=15-5=10\ (cm)$이므로

$\overline{BE}=\overline{BD}=25-10=15\ (cm)$ … 2단계

$\therefore \overline{BC}=\overline{BE}+\overline{CE}=15+5=20\ (cm)$ … 3단계

답 20 cm

단계	채점 요소	비율
1	$\overline{CE}$의 길이 구하기	40 %
2	$\overline{BE}$의 길이 구하기	40 %
3	$\overline{BC}$의 길이 구하기	20 %

129 $\overline{AD}=\overline{AF},\ \overline{BD}=\overline{BE},\ \overline{CF}=\overline{CE}$이므로

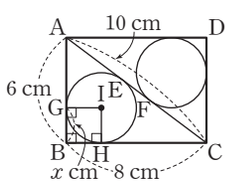
$(\triangle ABC의\ 둘레의\ 길이)=2(\overline{AF}+\overline{BE}+\overline{CF})$

$=2(\overline{AC}+5)=2\overline{AC}+10$

이때 $\triangle ABC$의 둘레의 길이가 36 cm이므로

$2\overline{AC}+10=36 \quad \therefore \overline{AC}=13\ (cm)$ 답 ④

130 오른쪽 그림과 같이 $\triangle ABC$의 내심을 I라 하고 내심 I에서 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 각각 G, H라 하면 사각형 GBHI는 정사각형이다.



$\overline{BG}=\overline{BH}=x$ cm라 하면

$\overline{AE}=\overline{AG}=6-x\ (cm),\ \overline{CE}=\overline{CH}=8-x\ (cm)$

$\overline{AE}+\overline{CE}=\overline{AC}$이므로

$(6-x)+(8-x)=10, \quad 2x=4 \quad \therefore x=2$

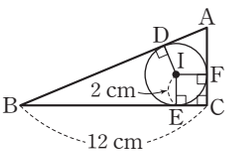
$\therefore \overline{AE}=6-2=4\ (cm)$

같은 방법으로 하면 $\triangle ACD$에서 $\overline{CF}=4$ cm이므로

$\overline{EF}=\overline{AC}-\overline{AE}-\overline{CF}$

$=10-4-4=2\ (cm)$ 답 2 cm

131 오른쪽 그림과 같이 $\triangle ABC$의 세 변과 내접원 I의 접점을 D, E, F라 하면 사각형 IECF는 정사각형이다.



$\overline{CE}=\overline{CF}=\overline{IE}=2\ (cm)$이므로

$\overline{BD}=\overline{BE}=12-2=10\ (cm)$

$\overline{AD}=\overline{AF}=x$ cm라 하면

$\overline{AB}=\overline{AD}+\overline{BD}=x+10\ (cm),$

$\overline{AC}=\overline{AF}+\overline{CF}=x+2\ (cm)$

$\triangle ABC$의 내접원 I의 반지름의 길이가 2 cm이므로

$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times 2\times\{(x+10)+12+(x+2)\}$

$=2x+24\ (\text{cm}^2)$

또 $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times 12\times(x+2)=6x+12\ (\text{cm}^2)$이므로

$2x+24=6x+12,\quad 4x=12\quad \therefore x=3$

$\therefore \overline{AB}=3+10=13\ (\text{cm})$

따라서 직각삼각형 ABC의 외접원의 반지름의 길이는

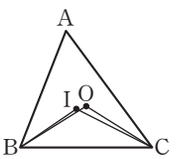
$\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{13}{2}\ (\text{cm})$

이므로 외접원의 둘레의 길이는

$2\pi\times\frac{13}{2}=13\pi\ (\text{cm})$ 답 13π cm

유형 025 삼각형의 외심과 내심 본책 35쪽

두 점 O, I가 각각 △ABC의 외심과 내심일 때



(1) $\angle BOC=2\angle A$

$\angle BIC=90^\circ+\frac{1}{2}\angle A$

(2) $\angle OBC=\angle OCB$

$\angle IBA=\angle IBC,\ \angle ICA=\angle ICB$

참고 이등변삼각형의 외심과 내심은 꼭지각의 이등분선 위에 있고, 정삼각형의 외심과 내심은 일치한다.

132 점 O가 △ABC의 외심이므로

$\angle A=\frac{1}{2}\angle BOC=\frac{1}{2}\times 76^\circ=38^\circ$

점 I가 △ABC의 내심이므로

$\angle BIC=90^\circ+\frac{1}{2}\angle A=90^\circ+\frac{1}{2}\times 38^\circ=109^\circ$ 답 ④

133 점 O가 △ABC의 외심이므로

$\angle BOC=2\angle A=2\times 28^\circ=56^\circ$

△OBC에서 $\overline{OB}=\overline{OC}$이므로

$\angle OCB=\frac{1}{2}\times(180^\circ-56^\circ)=62^\circ$

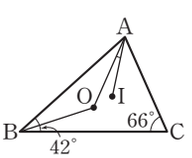
△ABC에서 $\overline{AB}=\overline{AC}$이므로

$\angle ACB=\frac{1}{2}\times(180^\circ-28^\circ)=76^\circ$

$\therefore \angle ICB=\frac{1}{2}\angle ACB=\frac{1}{2}\times 76^\circ=38^\circ$

$\therefore \angle OCI=\angle OCB-\angle ICB=62^\circ-38^\circ=24^\circ$ 답 24°

134 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OB}$를 그으면 점 O가 △ABC의 외심이므로



$\angle AOB=2\angle C=2\times 66^\circ=132^\circ$

△OAB에서 $\overline{OA}=\overline{OB}$이므로

$\angle OAB=\frac{1}{2}\times(180^\circ-132^\circ)=24^\circ$ … 1단계

한편 △ABC에서

$\angle BAC=180^\circ-(42^\circ+66^\circ)=72^\circ$

점 I가 △ABC의 내심이므로

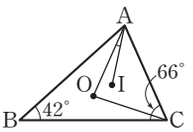
$\angle IAB=\frac{1}{2}\angle BAC=\frac{1}{2}\times 72^\circ=36^\circ$ … 2단계

$\therefore \angle OAI=\angle IAB-\angle OAB=36^\circ-24^\circ=12^\circ$ … 3단계

답 12°

단계	채점 요소	비율
1	∠OAB의 크기 구하기	40 %
2	∠IAB의 크기 구하기	40 %
3	∠OAI의 크기 구하기	20 %

다른 풀이 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OC}$를 그으면 점 O가 △ABC의 외심이므로



$\angle AOC=2\angle B=2\times 42^\circ=84^\circ$

△OAC에서 $\overline{OA}=\overline{OC}$이므로

$\angle OAC=\frac{1}{2}\times(180^\circ-84^\circ)=48^\circ$

한편 △ABC에서

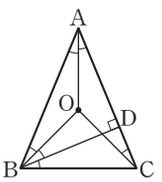
$\angle BAC=180^\circ-(42^\circ+66^\circ)=72^\circ$

점 I가 △ABC의 내심이므로

$\angle IAC=\frac{1}{2}\angle BAC=\frac{1}{2}\times 72^\circ=36^\circ$

$\therefore \angle OAI=\angle OAC-\angle IAC=48^\circ-36^\circ=12^\circ$

135 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$, $\overline{OB}$, $\overline{OC}$를 그으면 점 O는 △ABD의 내심이므로



$\angle OAB=\angle OAD,$

$\angle OBA=\angle OBD$ …… ㉠

또 점 O는 △ABC의 외심이므로

$\angle OAB=\angle OBA$ …… ㉡

㉠, ㉡에서 $\angle OAB=\angle OAD=\angle OBA=\angle OBD=\angle x$라 하면 △ABD에서

$4\angle x+90^\circ=180^\circ\quad \therefore \angle x=22.5^\circ$

$\angle BOC=2\angle A=2\times 45^\circ=90^\circ$이고, $\overline{OB}=\overline{OC}$이므로

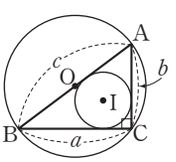
$\angle OBC=\frac{1}{2}\times(180^\circ-90^\circ)=45^\circ$

$\therefore \angle DBC=\angle OBC-\angle OBD$

$=45^\circ-22.5^\circ=22.5^\circ$ 답 ②

유형 026 직각삼각형의 외접원과 내접원 본책 35쪽

두 점 O, I가 각각 $\angle C=90^\circ$인 직각삼각형 ABC의 외심과 내심일 때



(1) 외접원의 반지름의 길이를 R라 하면

➡ $R=\frac{1}{2}\times$(빗변의 길이)$=\frac{1}{2}c$

(2) 내접원의 반지름의 길이를 r라 하면

➡ $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times r\times$(△ABC의 둘레의 길이)

➡ $\frac{1}{2}ab=\frac{1}{2}r(a+b+c)$

136 △ABC의 외접원의 반지름의 길이는

$\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times 20=10\,(\text{cm})$

△ABC의 내접원의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$\frac{1}{2}\times r\times(20+12+16)=\frac{1}{2}\times 12\times 16$

$24r=96 \quad \therefore r=4$

따라서 구하는 합은

$10+4=14\,(\text{cm})$ 답 14 cm

137 △ABC의 외접원의 반지름의 길이는

$\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\times 26=13\,(\text{cm})$

즉 외접원의 넓이는

$\pi\times 13^2=169\pi\,(\text{cm}^2)$

△ABC의 내접원의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$\frac{1}{2}\times r\times(24+26+10)=\frac{1}{2}\times 24\times 10$

$30r=120 \quad \therefore r=4$

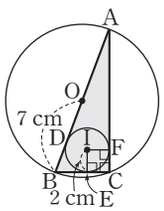
즉 내접원의 넓이는

$\pi\times 4^2=16\pi\,(\text{cm}^2)$

따라서 색칠한 부분의 넓이는

$169\pi-16\pi=153\pi\,(\text{cm}^2)$ 답 ②

138 오른쪽 그림과 같이 $\overline{IF}$를 그으면 사각형 IECF는 정사각형이다.



$\overline{BC}=x$ cm, $\overline{AC}=y$ cm라 하면

$\overline{BD}=\overline{BE}=x-2\,(\text{cm})$,

$\overline{AD}=\overline{AF}=y-2\,(\text{cm})$

이때 $\overline{AB}=2\overline{OB}=2\times 7=14\,(\text{cm})$이고

$\overline{AB}=\overline{AD}+\overline{BD}$이므로

$14=(y-2)+(x-2) \quad \therefore x+y=18$

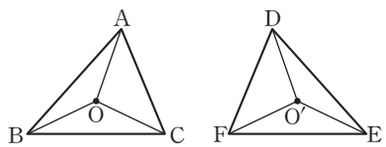
$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times 2\times(x+y+14)$

$=\frac{1}{2}\times 2\times 32=32\,(\text{cm}^2)$ 답 32 cm²

만점 유형 도전하기

본책 36~37쪽

139 전략 삼각형의 외심에서 세 꼭짓점에 이르는 거리는 서로 같음을 이용하여 합동인 삼각형을 찾을 수 있는 방법을 생각해 본다.



위의 그림과 같이 △ABC와 △DEF의 외심을 각각 O, O′이라 하면

$\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}=\overline{O'D}=\overline{O'E}=\overline{O'F}$

△OAB와 △O′ED에서

$\overline{AB}=\overline{ED}$, $\overline{OA}=\overline{O'E}$, $\overline{OB}=\overline{O'D}$

이므로 △OAB≡△O′ED (SSS 합동)

같은 방법으로 하면

△OBC≡△O′FE (SSS 합동),

△OCA≡△O′DF (SSS 합동)

따라서 △ABC의 외심을 찾은 후 외심과 세 꼭짓점을 이은 선분을 따라 삼각형 모양의 세 조각으로 나누면 된다.

답 풀이 참조

140 전략 삼각형의 내심은 세 내각의 이등분선의 교점임을 이용하여 ∠ADB, ∠DAE, ∠BDE의 크기를 구한다.

$\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로

∠ADB=∠DBC (엇각)

△ABD에서 $\overline{AB}=\overline{AD}$이므로

∠ABD=∠ADB

$\therefore$ ∠ABD=∠DBC …… ㉠

두 점 I, I′은 각각 △ABD, △BCD의 내심이므로

∠IBA=∠IBD, ∠I′BD=∠I′BC …… ㉡

㉠, ㉡에서

$\angle IBA=\angle IBD=\angle I'BD=\angle I'BC=\frac{1}{2}\times 44^\circ=22^\circ$

△ABD에서 ∠ABD=∠ADB=44°이므로

∠BAD=180°−(44°+44°)=92°

$\therefore \angle DAE=\frac{1}{2}\angle BAD=\frac{1}{2}\times 92^\circ=46^\circ$

△BCD에서 ∠DBC=44°이고 $\overline{BC}=\overline{BD}$이므로

$\angle BCD=\angle BDC=\frac{1}{2}\times(180^\circ-44^\circ)=68^\circ$

$\therefore \angle BDE=\frac{1}{2}\angle BDC=\frac{1}{2}\times 68^\circ=34^\circ$

$\therefore$ ∠ADE=∠ADB+∠BDE

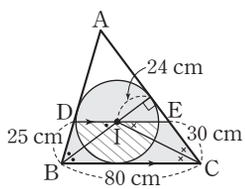
=44°+34°=78°

따라서 △AED에서

∠AED=180°−(46°+78°)=56° 답 56°

141 전략 색칠한 부분 중에서 반원과 넓이가 같은 부분을 찾고 삼각형의 내심과 평행선 사이의 관계를 이용한다.

오른쪽 그림과 같이 $\overline{BI}$, $\overline{CI}$를 그으면 점 I가 △ABC의 내심이므로



∠DBI=∠IBC,

∠ECI=∠ICB

$\overline{DE}/\!/\overline{BC}$이므로

∠DIB=∠IBC (엇각), ∠EIC=∠ICB (엇각)

$\therefore$ ∠DBI=∠DIB, ∠ECI=∠EIC

즉 $\overline{DI}=\overline{DB}=25\,(\text{cm})$, $\overline{EI}=\overline{EC}=30\,(\text{cm})$이므로

$\overline{DE}=\overline{DI}+\overline{EI}=25+30=55\,(\text{cm})$

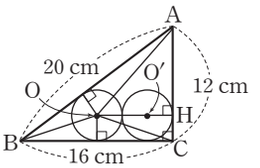
이때 색칠한 부분의 넓이 중에서 반원의 넓이는 빗금 친 부분의 넓이와 같으므로 구하는 넓이는 사다리꼴 DBCE의 넓이와 같다.

따라서 구하는 넓이는

$\frac{1}{2}\times(55+80)\times 24=1620\ (\text{cm}^2)$ 답 1620 cm²

142 전략 한 원의 반지름의 길이를 r cm라 하고 원의 중심에서 세 변에 수선을 그은 후 삼각형의 넓이를 이용하여 r의 값을 구한다.

오른쪽 그림과 같이 왼쪽에 있는 원의 중심을 O, 오른쪽에 있는 원의 중심을 O′이라 하자.



원의 반지름의 길이를 r cm, 점 O에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 점 O′은 $\overline{OH}$ 위에 있고

$\overline{OH}=\overline{OO'}+\overline{O'H}=2r+r=3r\ (\text{cm})$이므로

$\triangle OAB=\frac{1}{2}\times 20\times r=10r\ (\text{cm}^2)$,

$\triangle OBC=\frac{1}{2}\times 16\times r=8r\ (\text{cm}^2)$,

$\triangle OCA=\frac{1}{2}\times 12\times 3r=18r\ (\text{cm}^2)$

이때 $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times 16\times 12=96\ (\text{cm}^2)$이므로

$10r+8r+18r=96$

$36r=96 \quad \therefore r=\frac{8}{3}$

따라서 원의 반지름의 길이는 $\frac{8}{3}$ cm이다. 답 $\frac{8}{3}$ cm

143 전략 $\triangle ABC=\triangle ABQ+\triangle ACQ-\triangle BQC$와 같이 구할 수 있음을 이용하여 삼각형의 넓이와 세 변의 길이의 합 사이의 관계를 먼저 구한다.

$\triangle ABC$의 세 변 BC, CA, AB의 길이를 각각 a cm, b cm, c cm라 하고 내접원 I의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$\triangle ABC=\triangle ABQ+\triangle ACQ-\triangle BQC$

$=\frac{1}{2}\times c\times 6+\frac{1}{2}\times b\times 6-\frac{1}{2}\times a\times 6$

$=3c+3b-3a$

$=3(c+b-a)$ ····· ㉠

$\triangle ABC=\triangle BCP+\triangle BAP-\triangle CPA$

$=\frac{1}{2}\times a\times 4+\frac{1}{2}\times c\times 4-\frac{1}{2}\times b\times 4$

$=2a+2c-2b$

$=2(a+c-b)$ ····· ㉡

$\triangle ABC=\triangle CAO+\triangle CBO-\triangle AOB$

$=\frac{1}{2}\times b\times 4+\frac{1}{2}\times a\times 4-\frac{1}{2}\times c\times 4$

$=2b+2a-2c$

$=2(b+a-c)$ ····· ㉢

$\frac{1}{3}\times$㉠$+\frac{1}{2}\times$㉡$+\frac{1}{2}\times$㉢을 하면

$\frac{4}{3}\triangle ABC=a+b+c$

$\therefore \triangle ABC=\frac{3}{4}(a+b+c)$

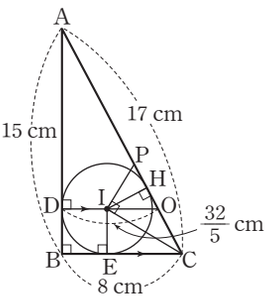
또 $\triangle ABC=\frac{1}{2}r(a+b+c)$이므로

$\frac{1}{2}r(a+b+c)=\frac{3}{4}(a+b+c) \quad \therefore r=\frac{3}{2}$

따라서 내접원 I의 반지름의 길이는 $\frac{3}{2}$ cm이다. 답 $\frac{3}{2}$ cm

144 전략 삼각형의 넓이를 이용하여 내접원의 반지름의 길이를 먼저 구하고, 점 H는 내접원과 $\overline{AC}$의 접점임을 이용하여 $\overline{CH}$의 길이를 구한다.

오른쪽 그림과 같이 $\triangle ABC$의 내접원과 $\overline{BC}$의 접점을 E라 하자.



이때 $\overline{DO}/\!/\overline{BC}$에서

$\angle ADO=\angle ABC=90°$ (동위각)

이므로 점 D는 $\overline{AB}$와 내접원의 접점이다.

내접원의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$\frac{1}{2}\times r\times(15+8+17)=\frac{1}{2}\times 8\times 15$

$20r=60 \quad \therefore r=3$

즉 $\overline{BE}=\overline{DI}=3\ (\text{cm})$이므로

$\overline{CH}=\overline{CE}=\overline{BC}-\overline{BE}$

$=8-3=5\ (\text{cm})$

점 I가 $\triangle ABC$의 내심이므로 $\angle OCI=\angle ICB$

$\overline{DO}/\!/\overline{BC}$이므로 $\angle OIC=\angle ICB$ (엇각)

즉 $\angle OCI=\angle OIC$이므로

$\overline{OC}=\overline{OI}=\overline{DO}-\overline{DI}$

$=\frac{32}{5}-3=\frac{17}{5}\ (\text{cm})$

점 O가 $\triangle PIC$의 외심이므로

$\overline{PC}=2\overline{OC}=2\times\frac{17}{5}=\frac{34}{5}\ (\text{cm})$

$\therefore \overline{PH}=\overline{PC}-\overline{CH}$

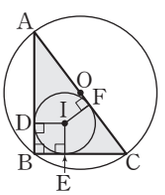
$=\frac{34}{5}-5=\frac{9}{5}\ (\text{cm})$ 답 $\frac{9}{5}$ cm

145 전략 $\triangle ABC$의 내접원의 반지름의 길이를 r cm라 하고 외접원의 반지름의 길이와 각 선분의 길이를 r에 대한 식으로 나타내어 본다.

$\triangle ABC$의 내접원의 반지름의 길이를 r cm라 하면 외접원의 반지름의 길이는 $(r+2)$ cm이고 외심은 빗변, 즉 $\overline{AC}$의 중점이므로

$\overline{AC}=2(r+2)=2r+4\ (\text{cm})$

오른쪽 그림과 같이 $\triangle ABC$의 세 변과 내접원 I의 접점을 D, E, F라 하고 $\overline{ID}$, $\overline{IE}$, $\overline{IF}$를 그으면 사각형 DBEI는 정사각형이므로



$\overline{BD}=\overline{BE}=r\ (\text{cm})$

이때

$\overline{AF}=\overline{AD}=\overline{AB}-r\ (\text{cm})$,

$\overline{CF}=\overline{CE}=\overline{BC}-r\ (\text{cm})$

이고, $\overline{AF}+\overline{CF}=\overline{AC}$이므로

$(\overline{AB}-r)+(\overline{BC}-r)=2r+4$

$\therefore \overline{AB}+\overline{BC}=4r+4\ (\text{cm})$

△ABC의 둘레의 길이가 14 cm이므로

$\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA}=14$

$4r+4+2r+4=14$

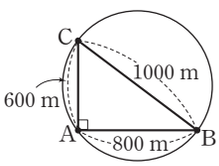
$6r=6 \quad \therefore r=1$

따라서 △ABC의 내접원의 반지름의 길이는 1 cm이므로

$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times 1\times 14=7\ (\text{cm}^2)$ 답 7 cm^2

146 전략 △ABC는 $\angle A=90^\circ$인 직각삼각형임을 이용한다.

오른쪽 그림과 같이 세 출입구 A, B, C를 연결하면 △ABC는 $\angle A=90^\circ$인 직각삼각형이고, 원 모양의 트랙은 △ABC의 외접원이 된다.



이때 직각삼각형의 외심은 빗변의 중점이므로 원 모양의 트랙의 반지름의 길이는

$\frac{1000}{2}=500\ (\text{m})$

따라서 트랙의 길이는

$2\pi\times 500=1000\pi\ (\text{m})$ 답 1000π m

참고 출입구 B는 출입구 A의 동쪽에 있고, 출입구 C는 출입구 A의 북쪽에 있으므로 $\angle CAB=90^\circ$이다.

시험 만점 완성하기

본책 38~41쪽

147 전략 삼각형의 외심에서 세 꼭짓점에 이르는 거리는 모두 같음을 이용한다.

원의 중심은 원 위의 세 점을 꼭짓점으로 하는 삼각형의 외심이므로 원 모양의 받침대의 중심을 찾는 데 이용할 수 있는 것은 ②이다. 답 ②

148 전략 직각삼각형의 외심은 빗변의 중점임을 이용한다.

점 O가 △ABC의 외심이므로

$\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}$

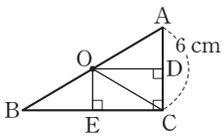
이때 $\triangle AOC=\triangle OBC$이므로

$\triangle ABC=15+15=30\ (\text{cm}^2)$

즉 $\frac{1}{2}\times\overline{BC}\times 6=30$이므로

$\overline{BC}=10\ (\text{cm})$ 답 ①

다른 풀이 오른쪽 그림과 같이 점 O에서 $\overline{AC}$, $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 각각 D, E라 하면 △AOC의 넓이가 15 cm^2이므로



$\frac{1}{2}\times 6\times\overline{OD}=15 \quad \therefore \overline{OD}=5\ (\text{cm})$

이때 사각형 OECD는 직사각형이므로

$\overline{EC}=\overline{OD}=5\ (\text{cm})$

한편 점 O가 △ABC의 외심이므로 $\overline{OB}=\overline{OC}$

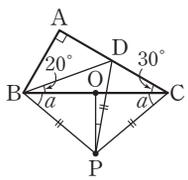
즉 △OBC는 이등변삼각형이므로

$\overline{BE}=\overline{EC}=5\ (\text{cm})$

$\therefore \overline{BC}=\overline{BE}+\overline{EC}=5+5=10\ (\text{cm})$

149 전략 $\overline{PB}$, $\overline{PC}$를 긋고 이등변삼각형은 두 밑각의 크기가 같음을 이용한다.

오른쪽 그림과 같이 $\overline{PB}$, $\overline{PC}$를 그으면 점 P가 △DBC의 외심이므로



$\overline{PB}=\overline{PC}=\overline{PD}$

$\angle PBC=\angle PCB=\angle a$라 하면

$\angle PDB=\angle PBD=20^\circ+\angle a$,

$\angle PDC=\angle PCD=30^\circ+\angle a$

△DBC에서

$20^\circ+(20^\circ+\angle a)+(30^\circ+\angle a)+30^\circ=180^\circ$

$2\angle a=80^\circ \quad \therefore \angle a=40^\circ$

즉 $\angle PDC=\angle PCD=30^\circ+40^\circ=70^\circ$이므로 △PCD에서

$\angle DPC=180^\circ-(70^\circ+70^\circ)=40^\circ$

$\overline{OP}$는 $\overline{BC}$의 수직이등분선이므로

$\angle POC=90^\circ$

△OPC에서

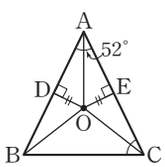
$\angle OPC=180^\circ-(90^\circ+40^\circ)=50^\circ$

$\therefore \angle OPD=\angle OPC-\angle DPC$

$=50^\circ-40^\circ=10^\circ$ 답 ②

150 전략 $\overline{OA}$, $\overline{OB}$, $\overline{OC}$를 긋고 합동인 삼각형을 찾아 각의 크기를 구한다.

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$, $\overline{OB}$, $\overline{OC}$를 그으면



$\angle OAB+\angle OCB+\angle OAC=90^\circ$

$\angle OCB+\angle BAC=90^\circ$

$\angle OCB+52^\circ=90^\circ$

$\therefore \angle OCB=38^\circ$

△OAD와 △OAE에서

$\angle ODA=\angle OEA=90^\circ$, $\overline{OA}$는 공통, $\overline{OD}=\overline{OE}$

이므로 $\triangle OAD\equiv\triangle OAE$ (RHS 합동)

$\therefore \angle OAD=\angle OAE=\frac{1}{2}\times 52^\circ=26^\circ$

△OAC에서 $\overline{OA}=\overline{OC}$이므로

$\angle OCA=\angle OAC=26^\circ$

$\therefore \angle C=\angle OCA+\angle OCB=26^\circ+38^\circ=64^\circ$ 답 ④

151 전략 $\angle BAC$의 크기를 구한 후 $\angle BOC=2\angle BAC$임을 이용한다.

△OAB에서 $\overline{OA}=\overline{OB}$이므로

$\angle OAB=\angle OBA=25^\circ$

$\triangle OAC$에서 $\overline{OA}=\overline{OC}$이므로

$\angle OAC=\angle OCA=35^\circ$

따라서 $\angle BAC=\angle OAB+\angle OAC=25^\circ+35^\circ=60^\circ$이므로

$\angle x=2\angle BAC=2\times60^\circ=120^\circ$ 답 ①

152 전략 이등변삼각형의 밑각의 크기를 구한 후 삼각형의 내심의 성질을 이용한다.

$\overline{AB}=\overline{AC}$이므로

$\angle ABC=\frac{1}{2}\times(180^\circ-52^\circ)=64^\circ$

점 I가 $\triangle ABC$의 내심이므로

$\angle IBC=\frac{1}{2}\angle ABC=\frac{1}{2}\times64^\circ=32^\circ$

점 I′이 $\triangle IBC$의 내심이므로

$\angle I'BC=\frac{1}{2}\angle IBC=\frac{1}{2}\times32^\circ=16^\circ$ 답 ③

다른 풀이 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이므로

$\angle BIC=90^\circ+\frac{1}{2}\angle A=90^\circ+\frac{1}{2}\times52^\circ=116^\circ$

점 I′은 $\triangle IBC$의 내심이므로

$\angle BI'C=90^\circ+\frac{1}{2}\angle BIC=90^\circ+\frac{1}{2}\times116^\circ=148^\circ$

이등변삼각형의 내심은 꼭지각의 이등분선 위에 있으므로

$\overline{IB}=\overline{IC}$, $\overline{I'B}=\overline{I'C}$이다.

따라서 $\triangle I'BC$에서

$\angle I'BC=\frac{1}{2}\times(180^\circ-148^\circ)=16^\circ$

153 전략 삼각형의 내심은 세 내각의 이등분선의 교점임을 이용한다.

$\angle ICB=\frac{1}{2}\angle ACB=\frac{1}{2}\times52^\circ=26^\circ$

$\angle x+37^\circ+26^\circ=90^\circ$이므로 $\angle x=27^\circ$

$\triangle IBC$에서 $\angle y=180^\circ-(37^\circ+26^\circ)=117^\circ$

$\therefore \angle x+\angle y=27^\circ+117^\circ=144^\circ$ 답 ②

154 전략 삼각형의 세 내각의 크기의 합은 180°임을 이용하여 $\angle A$의 크기를 먼저 구한다.

$\angle A:\angle ABC:\angle BCA=2:3:4$이므로

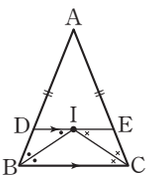
$\angle A=180^\circ\times\frac{2}{2+3+4}=40^\circ$

$\therefore \angle BIC=90^\circ+\frac{1}{2}\angle A=90^\circ+\frac{1}{2}\times40^\circ=110^\circ$ 답 ③

155 전략 $\overline{IB}$, $\overline{IC}$를 긋고 길이가 같은 선분을 찾는다.

오른쪽 그림과 같이 $\overline{IB}$, $\overline{IC}$를 그으면 점 I가 $\triangle ABC$의 내심이므로

$\angle DBI=\angle IBC$, $\angle ECI=\angle ICB$



$\overline{DE}/\!/\overline{BC}$이므로

$\angle DIB=\angle IBC$ (엇각),

$\angle EIC=\angle ICB$ (엇각)

$\therefore \angle DBI=\angle DIB$, $\angle ECI=\angle EIC$

즉 $\overline{DB}=\overline{DI}$, $\overline{EC}=\overline{EI}$이므로 $\triangle ADE$의 둘레의 길이는

$\overline{AD}+\overline{DE}+\overline{AE}=\overline{AD}+(\overline{DI}+\overline{EI})+\overline{AE}$

$=(\overline{AD}+\overline{DB})+(\overline{EC}+\overline{AE})$

$=\overline{AB}+\overline{AC}=2\overline{AB}$

따라서 $2\overline{AB}=40$ (cm)이므로

$\overline{AB}=20$ (cm) 답 ③

156 전략 $\triangle ABC$의 넓이를 이용하여 내접원의 반지름의 길이를 구하고, 삼각형의 내심의 성질을 이용하여 $\angle BIC$의 크기를 구한다.

$\triangle ABC$의 내접원의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$\frac{1}{2}\times r\times(15+17+8)=\frac{1}{2}\times15\times8$

$20r=60$ $\therefore r=3$

점 I가 $\triangle ABC$의 내심이므로

$\angle BIC=90^\circ+\frac{1}{2}\angle A=90^\circ+\frac{1}{2}\times90^\circ=135^\circ$

따라서 구하는 넓이는

$\pi\times3^2\times\frac{135}{360}=\frac{27}{8}\pi$ (cm^2) 답 ④

만점 공략 노트

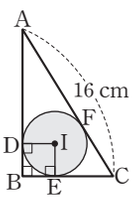
반지름의 길이가 r, 중심각의 크기가 x°인 부채꼴의 호의 길이를 l, 넓이를 S라 하면

(1) $l=2\pi r\times\frac{x}{360}$

(2) $S=\pi r^2\times\frac{x}{360}$

157 전략 $\triangle ABC$의 내접원의 반지름의 길이를 r cm라 하고 $\overline{AC}$의 길이를 r에 대한 식으로 나타내어 본다.

오른쪽 그림과 같이 $\triangle ABC$의 세 변과 내접원 I의 접점을 D, E, F라 하고 $\overline{ID}$, $\overline{IE}$를 그으면 사각형 DBEI는 정사각형이다.



$\triangle ABC$의 내접원의 반지름의 길이를 r cm라 하면 $\overline{BD}=\overline{BE}=r$ (cm)이므로

$\overline{AF}=\overline{AD}=\overline{AB}-r$ (cm),

$\overline{CF}=\overline{CE}=\overline{BC}-r$ (cm)

이때 $\overline{AC}=16$ cm이고, $\overline{AB}+\overline{BC}=22$ (cm)이므로

$\overline{AC}=\overline{AF}+\overline{CF}=(\overline{AB}-r)+(\overline{BC}-r)$

$=(\overline{AB}+\overline{BC})-2r=22-2r=16$

$2r=6$ $\therefore r=3$

따라서 내접원 I의 넓이는

$\pi\times3^2=9\pi$ (cm^2) 답 ③

158 전략 $\triangle PMB$에서 삼각형의 외심과 내심의 성질을 이용하여 $\angle ABI$와 $\angle OMB$의 크기를 먼저 구한다.

$\triangle ABC$에서 $\overline{AB}=\overline{AC}$이므로

$\angle ABC=\frac{1}{2}\times(180^\circ-76^\circ)=52^\circ$

점 I가 △ABC의 내심이므로

$\angle ABI=\frac{1}{2}\angle ABC=\frac{1}{2}\times 52^\circ=26^\circ$

점 O가 △ABC의 외심이므로

$\angle OMB=90^\circ$

따라서 △PMB에서

$\angle MPB=180^\circ-(90^\circ+26^\circ)=64^\circ$ 답 ⑤

159 전략 삼각형의 외심에서 세 꼭짓점에 이르는 거리는 같음을 이용한다.

점 O가 △ABC의 외심이므로

$\overline{OB}=\overline{OC}$, $\overline{CD}=\overline{BD}=6$ (cm)

△OBC의 둘레의 길이가 30 cm이므로

$\overline{OB}+\overline{BC}+\overline{OC}=30$, $2\overline{OB}+12=30$

$\therefore \overline{OB}=9$ (cm)

따라서 △ABC의 외접원의 반지름의 길이는 9 cm이다.

답 9 cm

160 전략 ∠AOC의 크기를 먼저 구한 후 $\overline{OA}=\overline{OC}$임을 이용하여 ∠C의 크기를 구한다.

$\angle AOB:\angle AOC=3:2$이므로

$\angle AOC=180^\circ\times\frac{2}{3+2}=72^\circ$

이때 점 O가 △ABC의 외심이므로

$\overline{OA}=\overline{OC}$

따라서 △AOC에서

$\angle C=\frac{1}{2}\times(180^\circ-72^\circ)=54^\circ$ 답 54°

161 전략 $\overline{OA}$를 긋고 $\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}$임을 이용하여 각의 크기를 구한다.

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$를 그으면

$\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}$이므로

$\angle OAB=\angle OBA=21^\circ$

또 $21^\circ+41^\circ+\angle OAC=90^\circ$이므로

$\angle OAC=28^\circ$

$\therefore \angle x=\angle OAB+\angle OAC$

$=21^\circ+28^\circ=49^\circ$ 답 49°

다른 풀이 △OBC에서 $\overline{OB}=\overline{OC}$이므로

$\angle BOC=180^\circ-(41^\circ+41^\circ)=98^\circ$

$\therefore \angle x=\frac{1}{2}\angle BOC=\frac{1}{2}\times 98^\circ=49^\circ$

162 전략 ∠ABO의 크기를 먼저 구한 후 삼각형의 세 내각의 크기의 합은 180°임을 이용한다.

$\angle AOB=2\angle C=2\times 56^\circ=112^\circ$

△OAB에서 $\overline{OA}=\overline{OB}$이므로

$\angle OBA=\frac{1}{2}\times(180^\circ-112^\circ)=34^\circ$

따라서 △ABC에서

$70^\circ+(34^\circ+\angle x)+56^\circ=180^\circ$

$\therefore \angle x=20^\circ$ 답 20°

다른 풀이 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OC}$를 그으면

$\angle BOC=2\angle A=2\times 70^\circ=140^\circ$

△OBC에서 $\overline{OB}=\overline{OC}$이므로

$\angle x=\frac{1}{2}\times(180^\circ-140^\circ)=20^\circ$

163 전략 $\angle IAB+\angle IBC+\angle ICA=90^\circ$임을 이용하여 $\angle x$의 크기를 먼저 구한다.

$\frac{1}{2}\angle x+26^\circ+30^\circ=90^\circ$이므로

$\frac{1}{2}\angle x=34^\circ$ $\therefore \angle x=68^\circ$

$\therefore \angle y=90^\circ+\frac{1}{2}\angle x=90^\circ+\frac{1}{2}\times 68^\circ=124^\circ$

$\therefore \angle y-\angle x=124^\circ-68^\circ=56^\circ$ 답 56°

다른 풀이 $\angle ICB=\angle ICA=30^\circ$이므로 △IBC에서

$\angle y=180^\circ-(26^\circ+30^\circ)=124^\circ$

$\angle y=90^\circ+\frac{1}{2}\angle x$이므로

$124^\circ=90^\circ+\frac{1}{2}\angle x$ $\therefore \angle x=68^\circ$

$\therefore \angle y-\angle x=124^\circ-68^\circ=56^\circ$

164 전략 삼각형의 외심의 성질을 이용하여 ∠OCE, ∠EBA의 크기를 구하고, 삼각형의 내심의 성질을 이용하여 ∠AIE의 크기를 구한다.

$\angle OCE+32^\circ+24^\circ=90^\circ$이므로

$\angle OCE=34^\circ$

$\therefore \angle ECD=\angle OCE+\angle OCD$

$=34^\circ+32^\circ=66^\circ$

$l /\!/ m$이므로

$\angle ABE=\angle ECD=66^\circ$ (엇각)

점 I가 △AEB의 내심이므로

$\angle AIE=90^\circ+\frac{1}{2}\angle ABE$

$=90^\circ+\frac{1}{2}\times 66^\circ=123^\circ$ 답 123°

165 전략 $\overline{OC}$를 긋고 $\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}$임을 이용하여 각의 크기를 구한다.

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OC}$를 그으면

$\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}$이므로

$\angle OCB=\angle OBC=26^\circ$ … 1단계

$\therefore \angle OCA=\angle ACB-\angle OCB$

$=70^\circ-26^\circ=44^\circ$ … 2단계

이때 $\angle OAC=\angle OCA=44^\circ$이므로 △ODA에서

$\angle AOD=180^\circ-(44^\circ+90^\circ)=46^\circ$ … 3단계

답 46°

단계	채점 요소	배점
1	∠OCB의 크기 구하기	1점
2	∠OCA의 크기 구하기	1점
3	∠AOD의 크기 구하기	2점

166 전략 △OBC의 세 내각의 크기를 구하여 어떤 삼각형인지 알아본다.

점 O가 △ABC의 외심이므로

$\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}$

△OBC에서

$\angle OCB=\angle B=60^\circ$

$\therefore \angle BOC=180^\circ-(60^\circ+60^\circ)=60^\circ$ … 1단계

즉 △OBC는 정삼각형이므로

$\overline{OB}=\overline{OC}=\overline{BC}=4\,(\text{cm})$ … 2단계

따라서 △ABC의 외접원의 넓이는

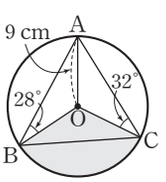
$\pi\times4^2=16\pi\,(\text{cm}^2)$ … 3단계

답 $16\pi\ \text{cm}^2$

단계	채점 요소	배점
1	∠BOC의 크기 구하기	1점
2	$\overline{OB}$의 길이 구하기	2점
3	△ABC의 외접원의 넓이 구하기	1점

167 전략 $\overline{BC}$를 긋고 삼각형의 외심의 성질을 이용하여 ∠BOC의 크기를 구한다.

오른쪽 그림과 같이 $\overline{BC}$를 그으면 점 O가 △ABC의 외심이므로



$\overline{OB}=\overline{OC}=\overline{OA}=9\,(\text{cm})$

△OAB에서 $\overline{OA}=\overline{OB}$이므로

$\angle OAB=\angle OBA=28^\circ$

△OAC에서 $\overline{OA}=\overline{OC}$이므로

$\angle OAC=\angle OCA=32^\circ$ … 1단계

이때 $\angle BAC=\angle OAB+\angle OAC=28^\circ+32^\circ=60^\circ$이므로

$\angle BOC=2\angle BAC=2\times60^\circ=120^\circ$ … 2단계

따라서 부채꼴 BOC의 넓이는

$\pi\times9^2\times\frac{120}{360}=27\pi\,(\text{cm}^2)$ … 3단계

답 $27\pi\ \text{cm}^2$

단계	채점 요소	배점
1	∠OAB, ∠OAC의 크기 각각 구하기	2점
2	∠BOC의 크기 구하기	2점
3	부채꼴 BOC의 넓이 구하기	1점

168 전략 ∠CFE, ∠AFD의 크기를 먼저 구한 후 $\angle DFE=180^\circ-\angle CFE-\angle AFD$임을 이용한다.

△ABC에서

$\angle C=180^\circ-(90^\circ+42^\circ)=48^\circ$

$\overline{CE}=\overline{CF}$이므로

$\angle CFE=\frac{1}{2}\times(180^\circ-48^\circ)=66^\circ$ … 1단계

$\overline{AD}=\overline{AF}$이므로

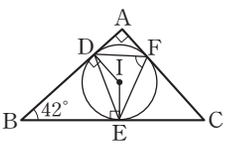
$\angle AFD=\frac{1}{2}\times(180^\circ-90^\circ)=45^\circ$ … 2단계

$\therefore \angle DFE=180^\circ-(66^\circ+45^\circ)=69^\circ$ … 3단계

답 69°

단계	채점 요소	배점
1	∠CFE의 크기 구하기	3점
2	∠AFD의 크기 구하기	2점
3	∠DFE의 크기 구하기	1점

다른 풀이 오른쪽 그림과 같이 $\overline{ID}$, $\overline{IE}$를 그으면 사각형 DBEI에서



$\angle DIE$

$=360^\circ-(42^\circ+90^\circ+90^\circ)$

$=138^\circ$

이때 점 I는 △DEF의 외심이므로

$\angle DFE=\frac{1}{2}\angle DIE=\frac{1}{2}\times138^\circ=69^\circ$

03 평행사변형

셀프 CHECK

본책 44쪽

A (1) $\overline{BC}=\overline{AD}=13\,(\text{cm})$이므로 $x=13$
$\overline{DC}=\overline{AB}=8\,(\text{cm})$이므로 $y=8$
(2) $\angle A=\angle C=130^\circ$이므로 $x=130$
$\angle B+\angle C=180^\circ$이므로 $\angle B+130^\circ=180^\circ$
$\angle B=50^\circ$ $\therefore y=50$
(3) $\overline{AO}=\overline{CO}=5\,(\text{cm})$이므로 $x=5$
$\overline{BO}=\frac{1}{2}\overline{BD}=\frac{1}{2}\times14=7\,(\text{cm})$이므로 $y=7$
답 (1) $x=13$, $y=8$ (2) $x=130$, $y=50$ (3) $x=5$, $y=7$

B (1) 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같아야 하므로
$\overline{AB}=\boxed{\overline{DC}}$, $\overline{AD}=\boxed{\overline{BC}}$
(2) 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분해야 하므로
$\overline{AO}=\boxed{\overline{CO}}$, $\overline{BO}=\boxed{\overline{DO}}$
답 (1) $\overline{DC}$, $\overline{BC}$ (2) $\overline{CO}$, $\overline{DO}$

C (1) $\triangle ABC=2\triangle ABO=2\times6=12\,(\text{cm}^2)$
(2) $\triangle AOD=\triangle ABO=6\,(\text{cm}^2)$
(3) $\square ABCD=4\triangle ABO=4\times6=24\,(\text{cm}^2)$
답 (1) $12\,\text{cm}^2$ (2) $6\,\text{cm}^2$ (3) $24\,\text{cm}^2$

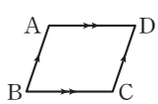
내신 유형 다지기

본책 45~53쪽

유형 027 평행사변형의 뜻

본책 45쪽

평행사변형은 두 쌍의 대변이 각각 평행한 사각형이다.
➡ $\overline{AB}/\!/\overline{DC}$, $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$



169 $\overline{AB}/\!/\overline{DC}$이므로
$\angle ABD=\angle BDC=29^\circ$ (엇각)
따라서 $\triangle OAB$에서
$\angle BOC=48^\circ+29^\circ=77^\circ$
답 ②

170 $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로
$\angle ADB=\angle DBC=30^\circ$ (엇각)
따라서 $\triangle ACD$에서
$\angle x+65^\circ+(30^\circ+\angle y)=180^\circ$
$\therefore \angle x+\angle y=85^\circ$
답 85°

171 $\overline{AB}/\!/\overline{DE}$이므로
$\angle BAE=\angle E=43^\circ$ (엇각)
$\therefore \angle CAE=\angle BAE=43^\circ$
따라서 $\triangle CAE$에서
$\angle ACE=180^\circ-(43^\circ+43^\circ)=94^\circ$ … 1단계
또 $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로
$\angle BCE=\angle D=62^\circ$ (동위각) … 2단계
$\therefore \angle ACB=\angle ACE-\angle BCE$
$=94^\circ-62^\circ=32^\circ$ … 3단계
답 32°

단계	채점 요소	비율
1	$\angle ACE$의 크기 구하기	50 %
2	$\angle BCE$의 크기 구하기	30 %
3	$\angle ACB$의 크기 구하기	20 %

유형 028 평행사변형의 성질의 증명

본책 45쪽

평행사변형의 뜻과 삼각형의 합동 조건을 이용하여 평행사변형의 성질을 증명한다.

172 답 (가) $\overline{AC}$ (나) $\angle CAD$ (다) ASA

173 ② (나) $\angle CDO$
따라서 옳지 않은 것은 ②이다.
답 ②

유형 029 평행사변형의 성질

본책 46쪽

평행사변형에서
(1) 두 쌍의 대변의 길이는 각각 같다.
(2) 두 쌍의 대각의 크기는 각각 같다.
(3) 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.

174 ③ 평행사변형의 두 대각선은 서로를 이등분하므로
$\overline{AO}=\overline{CO}$, $\overline{BO}=\overline{DO}$
⑤ $\triangle AOD$와 $\triangle COB$에서
$\overline{AD}=\overline{CB}$, $\angle ADO=\angle CBO$ (엇각),
$\angle DAO=\angle BCO$ (엇각)
이므로 $\triangle AOD\equiv\triangle COB$ (ASA 합동)
따라서 옳지 않은 것은 ③이다.
답 ③

175 ㄱ. $\overline{DC}=\overline{AB}=4\,(\text{cm})$
ㄹ. $\angle ABC+\angle BCD=180^\circ$이므로
$\angle BCD=180^\circ-50^\circ=130^\circ$
이상에서 옳은 것은 ㄱ, ㄹ이다.
답 ㄱ, ㄹ

176 $\overline{BC}=\overline{AD}=6$ (cm)이므로

$x=6$ … 1단계

$\overline{BO}=\frac{1}{2}\overline{BD}=\frac{1}{2}\times10=5$ (cm)이므로

$y=5$ … 2단계

$\angle BCD+\angle CDA=180^\circ$이므로

$\angle BCD+70^\circ=180^\circ$ $\therefore \angle BCD=110^\circ$

$\therefore z=110$ … 3단계

$\therefore x+y+z=6+5+110=121$ … 4단계

답 121

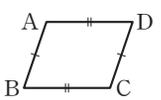
단계	채점 요소	비율
1	x의 값 구하기	30 %
2	y의 값 구하기	30 %
3	z의 값 구하기	30 %
4	$x+y+z$의 값 구하기	10 %

유형 030 평행사변형의 성질의 응용 ; 대변의 길이

본책 46쪽

평행사변형에서 두 쌍의 대변의 길이는 각각 같다.

➡ $\overline{AB}=\overline{DC}$, $\overline{AD}=\overline{BC}$



177 $\overline{BE}/\!/\overline{CD}$이므로

$\angle BEC=\angle ECD$ (엇각)

$\angle BCE=\angle ECD$이므로

$\angle BCE=\angle BEC$

즉 $\triangle BCE$는 이등변삼각형이므로

$\overline{BE}=\overline{BC}=9$ (cm)

이때 $\overline{BA}=\overline{CD}=6$ (cm)이므로

$\overline{AE}=\overline{BE}-\overline{BA}=9-6=3$ (cm) 답 ③

178 점 D의 y좌표는 점 A의 y좌표와 같으므로 점 D의 좌표를 $(a, 3)$이라 하면

$\overline{AD}=a$, $\overline{BC}=4-(-2)=6$

이때 $\overline{AD}=\overline{BC}$이므로 $a=6$

따라서 점 D의 좌표는 $(6, 3)$이다. 답 ①

179 $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로

$\angle BEA=\angle DAE$ (엇각)

$\angle BAE=\angle DAE$이므로

$\angle BAE=\angle BEA$

즉 $\triangle ABE$는 이등변삼각형이므로

$\overline{BE}=\overline{BA}=7$ (cm)

이때 $\overline{BC}=\overline{AD}=11$ (cm)이므로

$\overline{EC}=\overline{BC}-\overline{BE}=11-7=4$ (cm) 답 4 cm

180 $\triangle ABE$와 $\triangle DFE$에서

$\overline{AE}=\overline{DE}$, $\angle BAE=\angle FDE$ (엇각),

$\angle AEB=\angle DEF$ (맞꼭지각)

이므로 $\triangle ABE\equiv\triangle DFE$ (ASA 합동)

$\therefore \overline{DF}=\overline{AB}=8$ (cm)

이때 $\overline{CD}=\overline{AB}=8$ (cm)이므로

$\overline{CF}=\overline{CD}+\overline{DF}=8+8=16$ (cm) 답 ③

181 $\triangle ABC$에서 $\overline{AB}=\overline{AC}$이므로

$\angle B=\angle C$

이때 $\overline{AC}/\!/\overline{DE}$이므로

$\angle C=\angle DEB$ (동위각)

$\therefore \angle B=\angle DEB$

즉 $\triangle DBE$는 이등변삼각형이므로

$\overline{DE}=\overline{DB}$

따라서 $\square ADEF$의 둘레의 길이는

$2(\overline{AD}+\overline{DE})=2(\overline{AD}+\overline{DB})$

$=2\times16=32$ (cm) 답 32 cm

182 $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로

$\angle CED=\angle ADE$ (엇각)

$\therefore \angle CDE=\angle CED$

즉 $\triangle CDE$는 이등변삼각형이므로

$\overline{CE}=\overline{CD}=\overline{AB}=9$ (cm)

$\angle ADE=\angle CDE=\angle a$라 하면 $\triangle AFD$에서

$\angle DAF=90^\circ-\angle a$

$\therefore \angle AGB=\angle DAF=90^\circ-\angle a$ (엇각) …… ㉠

$\angle BAD+\angle ADC=180^\circ$이므로

$\angle BAF+(90^\circ-\angle a)+2\angle a=180^\circ$

$\therefore \angle BAF=90^\circ-\angle a$ …… ㉡

㉠, ㉡에서 $\angle AGB=\angle BAF$

즉 $\triangle BGA$는 이등변삼각형이므로

$\overline{BG}=\overline{BA}=9$ (cm)

이때 $\overline{BC}=\overline{BG}+\overline{CE}-\overline{EG}$이므로

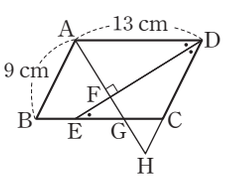
$13=9+9-\overline{EG}$ $\therefore \overline{EG}=5$ (cm) 답 5 cm

다른 풀이 $\triangle CDE$는 이등변삼각형이므로

$\overline{CE}=\overline{CD}=9$ (cm)

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AG}$의 연장선과 $\overline{DC}$의 연장선의 교점을 H라 하면

$\triangle DAF$와 $\triangle DHF$에서



$\overline{DF}$는 공통, $\angle ADF=\angle HDF$,

$\angle DFA=\angle DFH=90^\circ$

이므로 $\triangle DAF\equiv\triangle DHF$ (ASA 합동)

$\therefore \overline{DH}=\overline{DA}=13$ (cm)

또 $\angle H=\angle DAG$이고 $\angle CGH=\angle DAG$ (동위각)이므로

$\angle H=\angle CGH$

따라서 $\triangle CGH$는 이등변삼각형이므로

$\overline{CG}=\overline{CH}=\overline{DH}-\overline{DC}=13-9=4$ (cm)

$\therefore \overline{EG}=\overline{CE}-\overline{CG}=9-4=5$ (cm)

유형 031 평행사변형의 성질의 응용 ; 대각의 크기

본책 47쪽

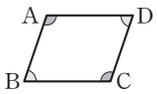
평행사변형에서

① 두 쌍의 대각의 크기는 각각 같다.

➜ $\angle A=\angle C$, $\angle B=\angle D$

② 이웃하는 두 내각의 크기의 합은 180°이다.

➜ $\angle A+\angle B=\angle B+\angle C=\angle C+\angle D$
$=\angle D+\angle A=180^\circ$



183 $\angle A+\angle B=180^\circ$이고 $\angle A:\angle B=7:5$이므로

$\angle B=180^\circ\times\frac{5}{7+5}=75^\circ$

$\therefore \angle D=\angle B=75^\circ$ 답 ②

184 $\angle BAD=\angle C=124^\circ$이므로

$\angle EAD=\frac{1}{2}\angle BAD=\frac{1}{2}\times124^\circ=62^\circ$

$\triangle AFD$에서

$\angle FDA=180^\circ-(62^\circ+90^\circ)=28^\circ$

$\angle C+\angle CDA=180^\circ$이므로

$\angle CDA=180^\circ-124^\circ=56^\circ$

$\therefore \angle CDF=\angle CDA-\angle FDA$
$=56^\circ-28^\circ=28^\circ$ 답 ④

185 $\triangle ABC$에서

$\angle B=180^\circ-(90^\circ+65^\circ)=25^\circ$ … 1단계

$\triangle DBE$에서

$\angle DEF=30^\circ+25^\circ=55^\circ$ … 2단계

$\therefore \angle DGF=\angle DEF=55^\circ$ … 3단계

답 55°

단계	채점 요소	비율
1	$\angle B$의 크기 구하기	30 %
2	$\angle DEF$의 크기 구하기	30 %
3	$\angle DGF$의 크기 구하기	40 %

186 $\overline{AD}/\!/\overline{BE}$이므로

$\angle DAE=\angle E=38^\circ$ (엇각)

$\therefore \angle DAC=2\angle DAE=2\times38^\circ=76^\circ$

이때 $\angle D=\angle B=64^\circ$이므로 $\triangle ACD$에서

$\angle ACD=180^\circ-(76^\circ+64^\circ)=40^\circ$ 답 40°

다른 풀이 $\overline{AD}/\!/\overline{BE}$이므로

$\angle DAE=\angle E=38^\circ$ (엇각)

$\therefore \angle CAE=\angle DAE=38^\circ$

$\triangle ACE$에서

$\angle ACE=180^\circ-(38^\circ+38^\circ)=104^\circ$

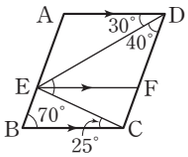
이때 $\angle DCE=\angle B=64^\circ$ (동위각)이므로

$\angle ACD=\angle ACE-\angle DCE$
$=104^\circ-64^\circ=40^\circ$

187 $\angle ADC=\angle B=70^\circ$이므로

$\angle ADE=70^\circ-40^\circ=30^\circ$

오른쪽 그림과 같이 점 E를 지나고 $\overline{AD}$에 평행한 직선이 $\overline{DC}$와 만나는 점을 F라 하면 $\overline{AD}/\!/\overline{EF}/\!/\overline{BC}$이므로



$\angle FED=\angle ADE=30^\circ$ (엇각),

$\angle FEC=\angle BCE=25^\circ$ (엇각)

$\therefore \angle DEC=\angle FED+\angle FEC$
$=30^\circ+25^\circ=55^\circ$ 답 55°

다른 풀이 $\angle B+\angle BCD=180^\circ$이므로

$70^\circ+\angle BCD=180^\circ$ $\therefore \angle BCD=110^\circ$

$\angle ECD=110^\circ-25^\circ=85^\circ$이므로 $\triangle ECD$에서

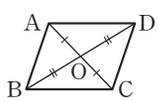
$\angle DEC=180^\circ-(40^\circ+85^\circ)=55^\circ$

유형 032 평행사변형의 성질의 응용 ; 대각선의 성질

본책 48쪽

평행사변형에서 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.

➜ $\overline{AO}=\overline{CO}$, $\overline{BO}=\overline{DO}$



188 $\triangle OBC$의 둘레의 길이가 26 cm이므로

$\overline{OB}+11+\overline{OC}=26$, $\overline{OB}+\overline{OC}=15$

$2\overline{OB}+2\overline{OC}=30$ $\therefore \overline{BD}+\overline{AC}=30$ (cm)

따라서 평행사변형 ABCD의 두 대각선의 길이의 합은 30 cm이다. 답 30 cm

189 $\triangle OPA$와 $\triangle OQC$에서

$\angle OPA=\angle OQC=90^\circ$ (엇각), $\overline{AO}=\overline{CO}$,

$\angle AOP=\angle COQ$ (맞꼭지각)

이므로 $\triangle OPA\equiv\triangle OQC$ (RHA 합동) … 1단계

따라서

$\overline{AP}=\overline{CQ}=\overline{BC}-\overline{BQ}=10-6=4$ (cm),

$\overline{OP}=\overline{OQ}=5$ (cm) … 2단계

이므로

$\triangle OPA=\frac{1}{2}\times4\times5=10$ (cm^2) … 3단계

답 $10\ cm^2$

단계	채점 요소	비율
1	$\triangle OPA\equiv\triangle OQC$임을 알기	40 %
2	$\overline{AP}$, $\overline{OP}$의 길이 구하기	40 %
3	$\triangle OPA$의 넓이 구하기	20 %

190 $\overline{AE}/\!/\overline{BC}$이므로

$\angle AEB=\angle EBC$ (엇각)

이때 $\angle DBE=\angle EBC$이므로

$\angle AEB=\angle DBE$

따라서 △DBE는 이등변삼각형이므로
$\overline{DE}=\overline{DB}=2\overline{BO}=2\times9=18\,(\text{cm})$ 답 ⑤

유형 033 평행사변형이 되는 조건의 증명 본책 48쪽

사각형이 평행사변형이 되는 조건을 증명할 때, 다음을 이용한다.
(1) 평행사변형은 두 쌍의 대변이 각각 평행한 사각형이다.
(2) 동위각 또는 엇각의 크기가 각각 같으면 두 직선은 평행하다.

191 ① (가) ∠COD ② (나) SAS
③ (다) // ⑤ (마) 평행
따라서 옳은 것은 ④이다. 답 ④

192 답 (가) $\overline{DA}$ (나) ∠BCA (다) 평행

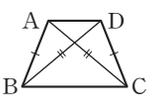
유형 034 평행사변형이 되는 조건 본책 49쪽

변의 길이 또는 각의 크기가 주어진 사각형이 평행사변형인지 판별하려면 주어진 조건이 평행사변형이 되는 조건 중 하나를 만족시키는지 확인한다.

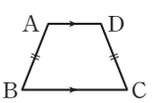
193 ① 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같으므로 □ABCD는 평행사변형이다.
② 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같으므로 □ABCD는 평행사변형이다.
③ 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하므로 □ABCD는 평행사변형이다.
④ 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같으므로 □ABCD는 평행사변형이다.
따라서 □ABCD가 평행사변형이 되지 않는 것은 ⑤이다. 답 ⑤

194 ② $\overline{AD}=\overline{BC}=15\,(\text{cm})$
∠DAC = ∠ACB = 40° (엇각)이므로 $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$
즉 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같으므로 □ABCD는 평행사변형이다.
따라서 □ABCD가 평행사변형이 되기 위한 조건은 ②이다. 답 ②

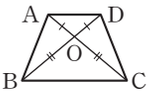
195 ① 오른쪽 그림의 □ABCD는 $\overline{AB}=\overline{DC}$, $\overline{AC}=\overline{BD}$이지만 평행사변형이 아니다.



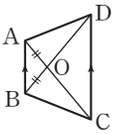
② 오른쪽 그림의 □ABCD는 $\overline{AB}=\overline{DC}$, $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이지만 평행사변형이 아니다.



③ 오른쪽 그림의 □ABCD는 $\overline{AO}=\overline{DO}$, $\overline{BO}=\overline{CO}$이지만 평행사변형이 아니다.

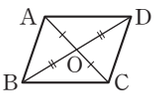


④ 오른쪽 그림의 □ABCD는 $\overline{AO}=\overline{BO}$, $\overline{AB}/\!/\overline{DC}$이지만 평행사변형이 아니다.

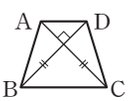


⑤ ∠OAB = ∠OCD, ∠ODA = ∠OBC에서 엇각의 크기가 같으므로
$\overline{AB}/\!/\overline{DC}$, $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$
즉 두 쌍의 대변이 각각 평행하므로 □ABCD는 평행사변형이다.
따라서 □ABCD가 평행사변형이 되는 것은 ⑤이다. 답 ⑤

196 ㄱ. △AOD≡△COB에서
$\overline{AO}=\overline{CO}$, $\overline{DO}=\overline{BO}$
즉 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하므로 □ABCD는 평행사변형이다.

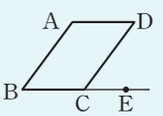


ㄴ. 오른쪽 그림의 □ABCD는
$\overline{AC}=\overline{BD}$, $\overline{AC}\perp\overline{BD}$
이지만 평행사변형이 아니다.



ㄷ. ∠ABC + ∠BCD = 180°에서
$\overline{AB}/\!/\overline{DC}$
또 $\overline{AB}=\overline{DC}$에서 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같으므로 □ABCD는 평행사변형이다.
이상에서 □ABCD가 평행사변형이 되는 것은 ㄱ, ㄷ이다. 답 ④

만점 공략 노트
오른쪽 그림과 같은 □ABCD에서
∠DCE = 180° − ∠BCD …… ㉠
이때 ∠ABC + ∠BCD = 180°이면
∠ABC = 180° − ∠BCD …… ㉡
㉠, ㉡에서 ∠ABC = ∠DCE (동위각)이므로
$\overline{AB}/\!/\overline{DC}$



유형 035 평행사변형이 되도록 하는 미지수의 값 구하기 본책 49쪽

사각형이 다음 중 어느 한 조건을 만족시키면 그 사각형은 평행사변형이 된다.
(1) 두 쌍의 대변이 각각 평행하다. ← 평행사변형의 뜻
(2) 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.
(3) 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.
(4) 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.
(5) 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같다.

197 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같아야 하므로
$\angle BAD=\angle C$, $\angle B=\angle D=76^\circ$
$\therefore \angle y=76^\circ$
$\angle BAD+\angle D=180^\circ$이어야 하므로
$\angle BAD=180^\circ-76^\circ=104^\circ$
$\triangle BEA$는 $\overline{BA}=\overline{BE}$인 이등변삼각형이므로
$\angle BAE=\frac{1}{2}\times(180^\circ-76^\circ)=52^\circ$
$\therefore \angle x=\angle BAD-\angle BAE=104^\circ-52^\circ=52^\circ$
$\therefore \angle x+\angle y=52^\circ+76^\circ=128^\circ$ 답 128°

198 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같아야 한다.
$\overline{AD}=\overline{BC}$이어야 하므로
$x=12$
$\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이어야 하므로
$\angle EBC=\angle AEB=40^\circ$ (엇각)
$\therefore \angle ABE=\angle EBC=40^\circ$
이때 $\triangle ABE$에서
$\angle A=180^\circ-(40^\circ+40^\circ)=100^\circ$
$\therefore y=100$
$\therefore x+y=12+100=112$ 답 ②

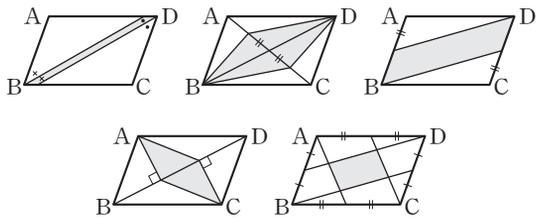
199 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같아야 한다.
$\overline{AB}/\!/\overline{DC}$이어야 하므로
$\angle ABF=\angle BFC=44^\circ$ (엇각)
$\overline{AB}=\overline{DC}=\overline{AE}$이어야 하므로 $\triangle ABE$는 $\overline{AB}=\overline{AE}$인 이등변삼각형이다.
$\therefore \angle y=\angle ABE=44^\circ$ … 1단계
따라서 $\triangle ABE$에서
$\angle x=180^\circ-(44^\circ+44^\circ)=92^\circ$ … 2단계
$\therefore \angle x-\angle y=92^\circ-44^\circ=48^\circ$ … 3단계
답 48°

단계	채점 요소	비율
1	$\angle y$의 크기 구하기	50 %
2	$\angle x$의 크기 구하기	40 %
3	$\angle x-\angle y$의 크기 구하기	10 %

200 □ABCD가 평행사변형이므로 $\overline{AP}/\!/\overline{CQ}$
이때 $\overline{AP}=\overline{CQ}$이면 □APCQ는 평행사변형이 된다.
점 Q가 점 C를 출발한 지 x초 후 두 점 P, Q가 움직인 거리는 각각
$\overline{AP}=3(x+4)$ cm, $\overline{CQ}=6x$ cm
$\overline{AP}=\overline{CQ}$이어야 하므로
$3(x+4)=6x$, $3x+12=6x$
$3x=12$ $\therefore x=4$
따라서 □APCQ가 평행사변형이 되는 것은 점 Q가 출발한 지 4초 후이다. 답 4초

유형 036 평행사변형이 되는 조건의 응용 (1) 본책 50쪽

□ABCD가 평행사변형일 때, 다음 그림의 색칠한 사각형은 모두 평행사변형이다.



201 답 (가) $\overline{DF}$ (나) $\overline{EB}$ (다) 평행

202 답 (가) $\overline{CF}$ (나) $\overline{CB}$ (다) $\overline{AE}$

203 □AQCS에서 $\overline{AS}/\!/\overline{QC}$, $\overline{AS}=\overline{QC}$
즉 □AQCS는 평행사변형이므로 $\overline{AE}/\!/\overline{FC}$ …… ㉠
□APCR에서 $\overline{AP}/\!/\overline{RC}$, $\overline{AP}=\overline{RC}$
즉 □APCR는 평행사변형이므로 $\overline{AF}/\!/\overline{EC}$ …… ㉡
㉠, ㉡에서 두 쌍의 대변이 각각 평행하므로 □AECF는 평행사변형이다.
따라서 평행사변형임을 증명할 때 이용되는 조건은 ①이다.
답 ①

204 ① (가) $\overline{CM}$
따라서 옳지 않은 것은 ①이다. 답 ①

유형 037 평행사변형이 되는 조건의 응용 (2) 본책 51쪽

평행사변형이 되는 조건을 이용하여 새로운 사각형이 평행사변형임을 보인 후 문제의 조건에 맞는 답을 구한다.

205 ① $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로
$\angle AEB=\angle EBF$ (엇각)
이때 $\angle ABE=\angle EBF$이므로
$\angle AEB=\angle ABE$
따라서 $\triangle ABE$는 $\overline{AB}=\overline{AE}$인 이등변삼각형이다.
③, ④, ⑤ □ABCD가 평행사변형이므로
$\angle ABC=\angle ADC$
$\therefore \angle EBF=\frac{1}{2}\angle ABC=\frac{1}{2}\angle ADC=\angle EDF$
이때
$\angle AEB=\angle EBF$ (엇각), $\angle EDF=\angle DFC$ (엇각)
이므로 $\angle AEB=\angle DFC$
$\therefore \angle BED=180^\circ-\angle AEB$
$=180^\circ-\angle DFC=\angle BFD$
따라서 □EBFD는 평행사변형이므로
$\overline{BF}=\overline{DE}$
따라서 옳지 않은 것은 ②이다. 답 ②

206 □ABCD가 평행사변형이므로

$\overline{AO}=\overline{CO}$, $\overline{BO}=\overline{DO}$

이때 $\overline{AE}=\overline{CF}$이므로

$\overline{EO}=\overline{AO}-\overline{AE}=\overline{CO}-\overline{CF}=\overline{FO}$

따라서 $\overline{EO}=\overline{FO}$, $\overline{BO}=\overline{DO}$, 즉 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하므로 □EBFD는 평행사변형이다. … 1단계

△BFD에서

$\angle BFD=180^\circ-(25^\circ+21^\circ)=134^\circ$ … 2단계

□EBFD는 평행사변형이므로

$\angle BED=\angle BFD=134^\circ$ … 3단계

답 134°

단계	채점 요소	비율
1	□EBFD가 평행사변형임을 알기	40 %
2	∠BFD의 크기 구하기	30 %
3	∠BED의 크기 구하기	30 %

207 □ABCD가 평행사변형이므로

$\overline{AO}=\frac{1}{2}\overline{AC}=\frac{1}{2}\times 24=12\ (\text{cm})$

□OCDE가 평행사변형이므로 $\overline{ED}/\!/\overline{AC}$에서

$\overline{ED}/\!/\overline{AO}$

또 $\overline{ED}=\overline{CO}=\overline{AO}$이므로 □AODE는 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같다. 즉 □AODE는 평행사변형이다.

$\therefore \overline{AF}=\frac{1}{2}\overline{AD}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\times 18=9\ (\text{cm})$,

$\overline{FO}=\frac{1}{2}\overline{EO}=\frac{1}{2}\overline{DC}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times 14=7\ (\text{cm})$

따라서 △AOF의 둘레의 길이는

$\overline{AO}+\overline{AF}+\overline{FO}=12+9+7=28\ (\text{cm})$ 답 28 cm

208 $\overline{AE}/\!/\overline{FC}$, $\overline{AE}=\overline{FC}$이므로 □AFCE는 평행사변형이다.

$\therefore \overline{GF}/\!/\overline{EH}$

또 $\overline{ED}/\!/\overline{BF}$, $\overline{ED}=\overline{BF}$이므로 □EBFD도 평행사변형이다.

$\therefore \overline{EG}/\!/\overline{HF}$

즉 □GFHE는 두 쌍의 대변이 각각 평행하므로 평행사변형이다. 이때

$\angle EDF=\angle DFC=40^\circ$ (엇각),

$\angle DEC=\angle EAF=60^\circ$ (동위각)

이므로 △EHD에서

$\angle EHF=40^\circ+60^\circ=100^\circ$

$\therefore \angle EGF=\angle EHF=100^\circ$ 답 100°

다른 풀이 $\overline{ED}/\!/\overline{BF}$, $\overline{ED}=\overline{BF}$이므로 □EBFD는 평행사변형이다. 즉 $\overline{EB}/\!/\overline{DF}$이므로

$\angle EBF=\angle DFC=40^\circ$ (동위각)

□ABCD는 평행사변형이므로 $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이다.

$\therefore \angle AFB=\angle EAF=60^\circ$ (엇각)

따라서 △GBF에서

$\angle EGF=40^\circ+60^\circ=100^\circ$

209 □ADGH, □DEFI는 두 쌍의 대변이 각각 평행하므로 모두 평행사변형이다.

$\therefore \overline{AD}=\overline{HG}$, $\overline{AH}=\overline{DG}$, $\overline{DE}=\overline{IF}$, $\overline{DI}=\overline{EF}$

따라서 △EBF, △IFG, △HGC의 둘레의 길이의 합은

$(\overline{EB}+\overline{BF}+\overline{EF})+(\overline{IF}+\overline{FG}+\overline{IG})+(\overline{HG}+\overline{GC}+\overline{HC})$

$=(\overline{EB}+\overline{IF}+\overline{HG})+(\overline{BF}+\overline{FG}+\overline{GC})+(\overline{EF}+\overline{IG}+\overline{HC})$

$=(\overline{EB}+\overline{DE}+\overline{AD})+\overline{BC}+\{(\overline{DI}+\overline{IG})+\overline{HC}\}$

$=\overline{AB}+\overline{BC}+(\overline{DG}+\overline{HC})$

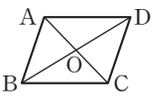
$=\overline{AB}+\overline{BC}+(\overline{AH}+\overline{HC})$

$=\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{AC}$

$=15+18+12=45\ (\text{cm})$ 답 45 cm

유형 038 평행사변형과 넓이 ; 대각선에 의해 나누어지는 경우 본책 52쪽

평행사변형 ABCD에서



(1) $\triangle ABC=\triangle BCD=\triangle CDA$

$=\triangle DAB=\frac{1}{2}\square ABCD$

(2) $\triangle ABO=\triangle BCO=\triangle CDO=\triangle DAO=\frac{1}{4}\square ABCD$

210 $\overline{AM}/\!/\overline{BN}$, $\overline{AM}=\overline{BN}$이므로 □ABNM은 평행사변형이고, $\overline{MD}/\!/\overline{NC}$, $\overline{MD}=\overline{NC}$이므로 □MNCD도 평행사변형이다.

따라서 $\triangle MPN=\frac{1}{4}\square ABNM$, $\triangle MNQ=\frac{1}{4}\square MNCD$이므로

$\square MPNQ=\triangle MPN+\triangle MNQ$

$=\frac{1}{4}\square ABNM+\frac{1}{4}\square MNCD$

$=\frac{1}{4}(\square ABNM+\square MNCD)$

$=\frac{1}{4}\square ABCD$

$=\frac{1}{4}\times 28=7\ (\text{cm}^2)$ 답 $7\ \text{cm}^2$

211 △OAP와 △OCQ에서

$\overline{AO}=\overline{CO}$, $\angle AOP=\angle COQ$ (맞꼭지각),

$\angle PAO=\angle QCO$ (엇각)

이므로 △OAP≡△OCQ (ASA 합동) … 1단계

따라서 색칠한 부분의 넓이는

$\triangle ODP+\triangle OCQ=\triangle ODP+\triangle OAP$

$=\triangle ODA=\frac{1}{4}\square ABCD$

$=\frac{1}{4}\times 52=13\ (\text{cm}^2)$ … 2단계

답 $13\ \text{cm}^2$

단계	채점 요소	비율
1	△OAP≡△OCQ임을 알기	50 %
2	색칠한 부분의 넓이 구하기	50 %

212 $\overline{BC}=\overline{CE}$, $\overline{DC}=\overline{CF}$이므로 □BFED는 평행사변형이다.

$\therefore$ □BFED$=4\triangle BCD=4\triangle ABC$

$=4\times4=16\ (cm^2)$ 답 ③

213 △ABG와 △DFG에서

$\overline{AB}=\overline{DF}$, $\angle ABG=\angle DFG$ (엇각),

$\angle BAG=\angle FDG$ (엇각)

이므로 △ABG≡△DFG (ASA 합동)

$\therefore \overline{AG}=\overline{DG}=\frac{1}{2}\overline{AD}=\overline{AB}$

△ABH와 △ECH에서

$\overline{AB}=\overline{EC}$, $\angle ABH=\angle ECH$ (엇각),

$\angle BAH=\angle CEH$ (엇각)

이므로 △ABH≡△ECH (ASA 합동)

$\therefore \overline{BH}=\overline{CH}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\overline{AB}$

즉 $\overline{AG}/\!/\overline{BH}$, $\overline{AG}=\overline{BH}$이므로 □ABHG는 평행사변형이다.

이때 $\triangle ABH=\triangle ABG=\frac{1}{2}$□ABHG이므로

$\triangle DFG=\triangle ECH=\frac{1}{2}$□ABHG$=\frac{1}{2}\times20=10\ (cm^2)$

□GHCD=□ABHG$=20\ (cm^2)$

$\triangle PHG=\frac{1}{4}$□ABHG$=\frac{1}{4}\times20=5\ (cm^2)$

$\therefore$ △EFP=△PHG+□GHCD+△ECH+△DFG

$=5+20+10+10=45\ (cm^2)$ 답 45 cm²

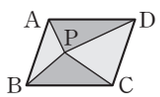
유형 039 평행사변형과 넓이 ; 내부의 한 점이 주어지는 경우

본책 53쪽

평행사변형 ABCD의 내부의 한 점 P에 대하여

△PAB+△PCD

$=\triangle PDA+\triangle PBC=\frac{1}{2}$□ABCD



214 △PAB+△PCD=△PDA+△PBC이므로

$15+\triangle PCD=18+24$

$\therefore \triangle PCD=27\ (cm^2)$ 답 27 cm²

215 □ABCD$=8\times6=48\ (cm^2)$

$\triangle PDA+\triangle PBC=\frac{1}{2}$□ABCD이므로

$14+\triangle PBC=\frac{1}{2}\times48$

$\therefore \triangle PBC=10\ (cm^2)$ 답 ③

216 $\triangle PAB+\triangle PCD=\frac{1}{2}$□ABCD

$=\frac{1}{2}\times50=25\ (cm^2)$

이때 △PAB : △PCD=3 : 2이므로

$\triangle PAB=25\times\frac{3}{3+2}=15\ (cm^2)$ 답 15 cm²

217 $\triangle PAB+\triangle PCD=\frac{1}{2}$□ABCD,

$\triangle BCD=\frac{1}{2}$□ABCD이므로

△PAB+△PCD=△BCD

이때 △BCD=△PBC+△PCD+△PDB이므로

$38+\triangle PCD=20+\triangle PCD+\triangle PDB$

$\therefore \triangle PDB=18\ (cm^2)$ 답 18 cm²

유형 040 평행사변형의 응용 ; 두 내각의 이등분선이 주어진 경우

본책 53쪽

평행사변형의 두 내각의 이등분선이 주어진 경우 다음 성질을 이용하여 변의 길이 또는 각의 크기를 구한다.

(1) 두 직선이 평행하면 동위각 또는 엇각의 크기가 각각 같다.

(2) 두 내각의 크기가 같은 삼각형은 이등변삼각형이다.

218 $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로

$\angle BEA=\angle DAE$ (엇각)

$\therefore \angle BAE=\angle BEA$

즉 △BEA는 이등변삼각형이므로

$\overline{BE}=\overline{BA}=10$ (cm)

또 $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로

$\angle CFD=\angle ADF$ (엇각)

$\therefore \angle CDF=\angle CFD$

즉 △CDF는 이등변삼각형이므로

$\overline{CF}=\overline{CD}=\overline{AB}=10$ (cm)

이때 $\overline{BC}=\overline{AD}=12$ (cm)이고 $\overline{BC}=\overline{BE}+\overline{CF}-\overline{FE}$이므로

$12=10+10-\overline{FE}$

$\therefore \overline{FE}=8$ (cm) 답 8 cm

219 $\angle AFB=180^\circ-145^\circ=35^\circ$

$\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로

$\angle EBF=\angle AFB=35^\circ$ (엇각)

$\therefore \angle ABE=2\angle EBF=2\times35^\circ=70^\circ$ … 1단계

또 $\angle BAF+\angle ABE=180^\circ$이므로

$\angle BAF=180^\circ-70^\circ=110^\circ$

$\therefore \angle BAE=\frac{1}{2}\angle BAF=\frac{1}{2}\times110^\circ=55^\circ$ … 2단계

따라서 △ABE에서

$\angle AEC=55^\circ+70^\circ=125^\circ$ … 3단계

답 125°

단계	채점 요소	비율
1	∠ABE의 크기 구하기	40 %
2	∠BAE의 크기 구하기	40 %
3	∠AEC의 크기 구하기	20 %

220 $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로

$\angle AFB=\angle EBF$ (엇각)

이때 $\angle ABF=\angle EBF$이므로

$\angle ABF=\angle AFB$

$\therefore \overline{AF}=\overline{AB}=10\,(\text{cm})$

또 $\angle BEA=\angle FAE$ (엇각)이고 $\angle BAE=\angle FAE$이므로

$\angle BAE=\angle BEA$

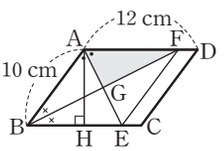
$\therefore \overline{BE}=\overline{BA}=10\,(\text{cm})$

따라서 $\overline{AF}/\!/\overline{BE}$, $\overline{AF}=\overline{BE}$이므로 □ABEF는 평행사변형이다.

$\therefore \square ABEF=\frac{10}{12}\square ABCD=\frac{10}{12}\times 96=80\,(\text{cm}^2)$

$\therefore \triangle AGF=\frac{1}{4}\square ABEF=\frac{1}{4}\times 80=20\,(\text{cm}^2)$ 답 ②

다른 풀이 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 □ABCD의 넓이가 96 cm^2이므로



$12\times\overline{AH}=96$

$\therefore \overline{AH}=8\,(\text{cm})$

이때 □ABEF는 평행사변형이고 $\overline{AF}=10$ cm이므로

$\square ABEF=10\times 8=80\,(\text{cm}^2)$

$\therefore \triangle AGF=\frac{1}{4}\square ABEF=\frac{1}{4}\times 80=20\,(\text{cm}^2)$

만점 유형 도전하기

본책 54~55쪽

221 전략 점 P가 점 B에 있을 때와 점 C에 있을 때로 나누어 생각한다.

$\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로

$\angle DAQ=\angle PQA$ (엇각)

또 $\angle PAQ=\angle DAQ$이므로

$\angle PAQ=\angle PQA$

즉 △PQA는 $\overline{PA}=\overline{PQ}$인 이등변삼각형이다.

(i) 점 P가 점 B에 있을 때,

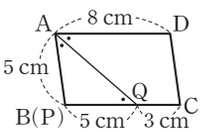
오른쪽 그림에서

$\overline{PQ}=\overline{PA}=5\,(\text{cm})$

이므로

$\overline{QC}=\overline{PC}-\overline{PQ}$

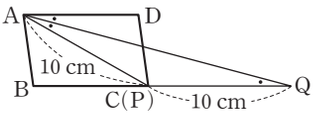
$=8-5=3\,(\text{cm})$



(ii) 점 P가 점 C에 있을 때,

오른쪽 그림에서

$\overline{PQ}=\overline{PA}=10\,(\text{cm})$



(i), (ii)에서 점 Q가 움직인 거리는

$3+10=13\,(\text{cm})$ 답 13 cm

222 전략 평행사변형에서 두 쌍의 대각의 크기는 각각 같음을 이용한다.

$\angle BAG=\angle DAG=\angle a$, $\angle GCF=\angle ECF=\angle b$라 하면

$\angle BCD=\angle BAD=2\angle a$

$\angle BCD+\angle DCE=180^\circ$이므로

$2\angle a+2\angle b=180^\circ$

$\therefore \angle a+\angle b=90^\circ$

또 $\overline{AB}/\!/\overline{DC}$이므로

$\angle DGA=\angle BAG=\angle a$ (엇각)

$\therefore \angle CGF=\angle DGA=\angle a$ (맞꼭지각)

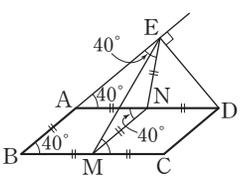
따라서 △GCF에서

$\angle GFC=180^\circ-(\angle a+\angle b)$

$=180^\circ-90^\circ=90^\circ$ 답 90°

223 전략 직각삼각형의 빗변의 중점은 외심임을 이용한다.

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}$의 중점을 N이라 하면 $\overline{AN}/\!/\overline{BM}$, $\overline{AN}=\overline{BM}$이므로 □ABMN은 평행사변형이다.



$\therefore \overline{AB}=\overline{NM}$

점 N은 직각삼각형 ADE의 빗변의 중점이므로 외심이고,

$\overline{AB}:\overline{AD}=1:2$이므로

$\overline{NE}=\overline{NA}=\overline{ND}=\overline{NM}$

$\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로

$\angle NAE=\angle B=40^\circ$ (동위각)

△NEA에서 $\overline{NA}=\overline{NE}$이므로

$\angle NEA=\angle NAE=40^\circ$

$\therefore \angle ANE=180^\circ-(40^\circ+40^\circ)=100^\circ$

△NEM에서 $\overline{NM}=\overline{NE}$이므로

$\angle NME=\angle NEM=\frac{1}{2}\times\{180^\circ-(100^\circ+40^\circ)\}=20^\circ$

또 $\overline{AB}/\!/\overline{NM}$이므로

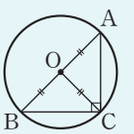
$\angle NMC=\angle B=40^\circ$ (동위각)

$\therefore \angle EMC=\angle EMN+\angle NMC$

$=20^\circ+40^\circ=60^\circ$ 답 60°

만점 공략 노트

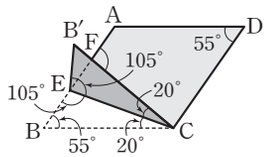
삼각형의 세 변의 수직이등분선은 한 점(외심)에서 만나고, 삼각형의 외심에서 세 꼭짓점에 이르는 거리는 모두 같다. 이때 직각삼각형의 외심은 빗변의 중점과 일치한다.



224 전략 평행사변형의 두 쌍의 대각의 크기는 각각 같고, 접은 각의 크기가 같음을 이용한다.

$\angle B=\angle D=55^\circ$,
$\angle BEC=\angle B'EC=105^\circ$ (접은 각)
이므로 $\triangle EBC$에서

$\angle ECB=180^\circ-(105^\circ+55^\circ)$
$=20^\circ$



이때 $\angle B'CE=\angle ECB=20^\circ$ (접은 각),
$\angle FEC=180^\circ-105^\circ=75^\circ$이므로 $\triangle FEC$에서

$\angle AFC=75^\circ+20^\circ=95^\circ$

답 95°

225 전략 평행사변형은 두 쌍의 대변이 각각 평행하고, 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같음을 이용한다.

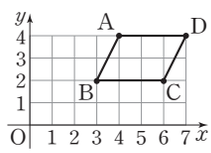
(i) □ABCD가 평행사변형일 때,
오른쪽 그림에서 점 D의 y좌표는 점 A의 y좌표와 같으므로 점 D의 좌표를 $(a, 4)$라 하면

$\overline{AD}=a-4$,
$\overline{BC}=6-3=3$

이때 $\overline{AD}=\overline{BC}$이므로

$a-4=3$ $\therefore a=7$

즉 점 D의 좌표는 $(7, 4)$이다.



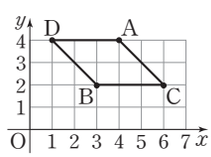
(ii) □ADBC가 평행사변형일 때,
오른쪽 그림에서 점 D의 y좌표는 점 A의 y좌표와 같으므로 점 D의 좌표를 $(b, 4)$라 하면

$\overline{AD}=4-b$,
$\overline{BC}=6-3=3$

이때 $\overline{AD}=\overline{BC}$이므로

$4-b=3$ $\therefore b=1$

즉 점 D의 좌표는 $(1, 4)$이다.



(iii) □ABDC가 평행사변형일 때,
오른쪽 그림에서 $\overline{AB}/\!/\overline{CD}$이므로 점 D의 좌표를 (c, d)라 하면

$\dfrac{4-2}{4-3}=\dfrac{2-d}{6-c}$

$\therefore 2c-d=10$ ····· ㉠

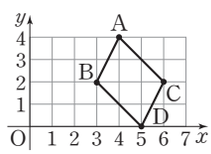
또 $\overline{AC}/\!/\overline{BD}$이므로

$\dfrac{2-4}{6-4}=\dfrac{d-2}{c-3}$

$\therefore c+d=5$ ····· ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $c=5$, $d=0$

즉 점 D의 좌표는 $(5, 0)$이다.



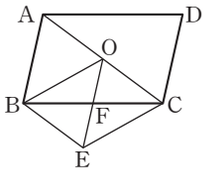
이상에서 점 D의 좌표는 $(7, 4)$, $(1, 4)$, $(5, 0)$이다.

답 $(7, 4)$, $(1, 4)$, $(5, 0)$

226 전략 $\overline{OB}$, $\overline{OC}$, $\overline{CE}$를 긋고 □BECO가 어떤 사각형인지 생각해 본다.

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OB}$, $\overline{OC}$, $\overline{CE}$를 그으면 $\overline{AC}/\!/\overline{BE}$이고 $\overline{AO}=\overline{BE}$,
$\overline{AO}=\overline{CO}$에서 $\overline{BE}=\overline{CO}$이다.
즉 □BECO는 평행사변형이므로

$\overline{BF}=\overline{CF}$, $\overline{EF}=\overline{OF}$



한편 □ABCD의 둘레의 길이가 60 cm이므로

$\overline{AB}+\overline{BC}=\dfrac{1}{2}\times 60=30$ (cm)

$\therefore \overline{EF}+\overline{CF}=\dfrac{1}{2}\overline{EO}+\dfrac{1}{2}\overline{BC}=\dfrac{1}{2}\overline{AB}+\dfrac{1}{2}\overline{BC}$

$=\dfrac{1}{2}(\overline{AB}+\overline{BC})=\dfrac{1}{2}\times 30=15$ (cm)

답 15 cm

227 전략 합동인 삼각형을 찾고, □AFED가 어떤 사각형인지 생각해 본다.

ㄴ, ㄷ. $\triangle ABC$와 $\triangle DBE$에서

$\overline{AB}=\overline{DB}$, $\overline{BC}=\overline{BE}$,
$\angle ABC=60^\circ-\angle EBA=\angle DBE$

이므로 $\triangle ABC\equiv\triangle DBE$ (SAS 합동) ····· ㉠

또 $\triangle ABC$와 $\triangle FEC$에서

$\overline{BC}=\overline{EC}$, $\overline{AC}=\overline{FC}$,
$\angle ACB=60^\circ-\angle ECA=\angle FCE$

이므로 $\triangle ABC\equiv\triangle FEC$ (SAS 합동) ····· ㉡

㉠, ㉡에서 $\triangle DBE\equiv\triangle FEC$이므로

$\overline{DB}=\overline{FE}$, $\angle BDE=\angle EFC$

ㄹ. $\overline{DA}=\overline{BD}=\overline{EF}$, $\overline{DE}=\overline{FC}=\overline{AF}$
즉 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같으므로 □AFED는 평행사변형이다.
이때 $\angle BAC=100^\circ$이면

$\angle DAF=360^\circ-(100^\circ+60^\circ+60^\circ)=140^\circ$

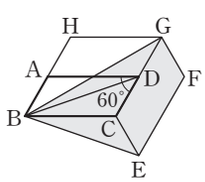
$\therefore \angle DEF=\angle DAF=140^\circ$

이상에서 옳은 것은 ㄴ, ㄷ, ㄹ이다. 답 ㄴ, ㄷ, ㄹ

다른 풀이 ㄹ. $\angle DEF=\angle DEB+\angle BEC+\angle FEC$
$=\angle ACB+60^\circ+\angle ABC$
$=(180^\circ-100^\circ)+60^\circ$
$=140^\circ$

228 전략 점 G를 지나고 $\overline{BC}$에 평행한 직선과 $\overline{BA}$의 연장선을 긋고 $\triangle BCG$, $\triangle BCE$, □CEFG의 넓이를 각각 구해 본다.

오른쪽 그림과 같이 점 G를 지나고 $\overline{BC}$에 평행한 직선이 $\overline{BA}$의 연장선과 만나는 점을 H라 하면 □HBCG는 평행사변형이고 그 넓이는 □ABCD의 넓이의 2배이다.



이때 $\overline{BG}$는 □HBCG의 대각선이므로

$\triangle BCG=\dfrac{1}{2}\square HBCG=\dfrac{1}{2}\times 2\square ABCD$

$=\square ABCD=10$ (cm^2)

또 $\overline{BD}$를 그으면 △BCD와 △BCE에서

$\overline{CD}=\overline{CE}$, $\overline{BC}$는 공통,

$\angle BCE=360^\circ-\angle BCD-\angle ECD$

$=360^\circ-120^\circ-120^\circ=120^\circ=\angle BCD$

이므로 △BCD≡△BCE (SAS 합동)

$\therefore$ △BCE=△BCD=$\frac{1}{2}$□ABCD

$=\frac{1}{2}\times 10=5\ (\text{cm}^2)$

$\therefore$ □BEFG=△BCG+△BCE+□CEFG

$=10+5+10=25\ (\text{cm}^2)$ 답 25 cm²

시험 만점 완성하기

본책 56~59쪽

229 전략 평행사변형의 두 쌍의 대변은 각각 평행함을 이용한다.

$\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로

$\angle ACB=\angle DAC=49^\circ$ (엇각)

$\overline{AB}/\!/\overline{DC}$이므로

$\angle BDC=\angle ABD=36^\circ$ (엇각)

따라서 △BCD에서

$\angle x+(49^\circ+\angle y)+36^\circ=180^\circ$

$\therefore\ \angle x+\angle y=95^\circ$ 답 ⑤

다른 풀이 $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로

$\angle ACB=\angle DAC=49^\circ$ (엇각)

$\angle ABC+\angle BCD=180^\circ$이므로

$(36^\circ+\angle x)+(49^\circ+\angle y)=180^\circ$

$\therefore\ \angle x+\angle y=95^\circ$

230 전략 엇각의 성질을 이용하여 평행사변형의 성질을 증명한다.

② (나) 엇각

따라서 옳지 않은 것은 ②이다. 답 ②

231 전략 평행사변형의 두 쌍의 대변의 길이는 각각 같음을 이용하여 x의 값을 구한다.

$\overline{AD}=\overline{BC}$이므로

$x+3=2x-4$ $\therefore\ x=7$

따라서 $\overline{BD}=3\times 7-1=20$이므로

$\overline{BO}=\frac{1}{2}\overline{BD}=\frac{1}{2}\times 20=10$ 답 ③

232 전략 합동인 두 삼각형을 찾은 후 평행사변형의 두 쌍의 대변의 길이는 각각 같음을 이용한다.

△AED와 △FEC에서

$\overline{DE}=\overline{CE}$, $\angle ADE=\angle FCE$ (엇각),

$\angle AED=\angle FEC$ (맞꼭지각)

이므로 △AED≡△FEC (ASA 합동)

$\therefore\ \overline{AD}=\overline{FC}$

또 $\overline{AD}=\overline{BC}$이므로 $\overline{BC}=\overline{FC}$

$\therefore\ \overline{AD}=\frac{1}{2}\overline{BF}=\frac{1}{2}\times 12=6\ (\text{cm})$ 답 ①

233 전략 평행사변형에서 이웃하는 두 내각의 크기의 합은 180°이고, 두 쌍의 대각의 크기는 각각 같음을 이용한다.

$\angle A+\angle B=180^\circ$이고 $\angle A:\angle B=5:4$이므로

$\angle B=180^\circ\times\frac{4}{5+4}=80^\circ$

$\therefore\ \angle D=\angle B=80^\circ$

△DEC에서 $\overline{DC}=\overline{DE}$이므로

$\angle DEC=\frac{1}{2}\times(180^\circ-80^\circ)=50^\circ$

이때 $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로

$\angle BCE=\angle DEC=50^\circ$ (엇각) 답 ③

234 전략 평행사변형에서 이웃하는 두 내각의 크기의 합은 180°임을 이용한다.

$\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로

$\angle EBC=\angle AEB=48^\circ$ (엇각)

$\therefore\ \angle ABC=2\angle EBC=2\times 48^\circ=96^\circ$

$\angle ABC+\angle C=180^\circ$이므로

$\angle C=180^\circ-96^\circ=84^\circ$ 답 ⑤

235 전략 평행사변형의 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분함을 이용한다.

$\overline{OC}=\overline{OA}=5\ (\text{cm})$

$\overline{CD}=\overline{AB}=12\ (\text{cm})$

$\overline{DO}=\frac{1}{2}\overline{BD}=\frac{1}{2}\times 18=9\ (\text{cm})$

따라서 △OCD의 둘레의 길이는

$\overline{OC}+\overline{CD}+\overline{DO}=5+12+9=26\ (\text{cm})$ 답 ③

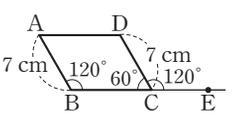
236 전략 평행사변형이 되는 조건을 생각해 본다.

② $\angle A=\angle C$, $\angle B=\angle D$에서 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같으므로 □ABCD는 평행사변형이다.

③ $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$, $\overline{AD}=\overline{BC}$에서 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같으므로 □ABCD는 평행사변형이다.

④ $\overline{AO}=\overline{CO}$, $\overline{BO}=\overline{DO}$에서 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하므로 □ABCD는 평행사변형이다.

⑤ 오른쪽 그림에서 $\angle B=\angle DCE$이므로 $\overline{AB}/\!/\overline{DC}$이다.



즉 $\overline{AB}/\!/\overline{DC}$, $\overline{AB}=\overline{DC}$에서 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같으므로 □ABCD는 평행사변형이다.

따라서 □ABCD가 평행사변형이 되지 않는 것은 ①이다.

답 ①

237 전략 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같은 사각형은 평행사변형임을 이용한다.

□ABCD가 평행사변형이 되려면 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같아야 한다.

△ABC에서

$\angle BAC=180^\circ-(70^\circ+45^\circ)=65^\circ$

$\overline{AB}/\!/\overline{DC}$이어야 하므로

$\angle ACD=\angle BAC=65^\circ$ (엇각) $\therefore x=65$

또 $\overline{AB}=\overline{DC}$이어야 하므로

$\overline{DC}=\overline{AB}=6$ (cm) $\therefore y=6$

$\therefore x+y=65+6=71$ 답 ③

238 전략 □EFGH가 평행사변형이 되는 조건을 생각해 본다.

□ABCD가 평행사변형이므로

$\overline{AO}=\overline{CO}$, $\overline{BO}=\overline{DO}$

$\therefore \overline{EO}=\frac{1}{2}\overline{AO}=\frac{1}{2}\overline{CO}=\overline{GO}$,

$\overline{FO}=\frac{1}{2}\overline{BO}=\frac{1}{2}\overline{DO}=\overline{HO}$

따라서 □EFGH는 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하므로 평행사변형이다.

따라서 이용되는 조건으로 가장 알맞은 것은 ④이다. 답 ④

239 전략 □AECF가 어떤 사각형인지 생각해 본다.

① $\overline{EO}=\overline{BO}-\overline{BE}=\overline{DO}-\overline{DF}=\overline{FO}$

③, ④ $\overline{AO}=\overline{CO}$, $\overline{EO}=\overline{FO}$

즉 □AECF는 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하므로 평행사변형이다.

$\overline{AE}/\!/\overline{FC}$이므로

$\angle ACF=\angle EAC=38^\circ$ (엇각)

$\overline{AF}/\!/\overline{EC}$이므로

$\angle FAC=\angle ACE=32^\circ$ (엇각)

⑤ △AEC에서

$\angle AEC=180^\circ-(38^\circ+32^\circ)=110^\circ$

□AECF는 평행사변형이므로

$\angle AFC=\angle AEC=110^\circ$

따라서 옳지 않은 것은 ②이다. 답 ②

240 전략 □GFHE가 어떤 사각형인지 생각해 본다.

$\overline{AE}/\!/\overline{FC}$, $\overline{AE}=\overline{FC}$이므로 □AFCE는 평행사변형이다.

$\therefore \overline{GF}/\!/\overline{EH}$

또 $\overline{ED}/\!/\overline{BF}$, $\overline{ED}=\overline{BF}$이므로 □EBFD는 평행사변형이다.

$\therefore \overline{EG}/\!/\overline{HF}$

즉 □GFHE는 두 쌍의 대변이 각각 평행하므로 평행사변형이다.

$\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로

$\angle HFC=\angle HDE=42^\circ$ (엇각)

따라서 △HFC에서

$\angle EHF=42^\circ+65^\circ=107^\circ$

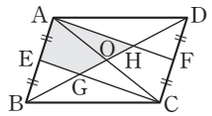
□GFHE가 평행사변형이므로

$\angle EGF=\angle EHF=107^\circ$ 답 ③

241 전략 $\overline{AC}$를 긋고 합동인 삼각형을 찾는다.

$\overline{AE}/\!/\overline{FC}$, $\overline{AE}=\overline{FC}$이므로 □AECF는 평행사변형이다.

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$를 긋고 $\overline{AC}$와 $\overline{BD}$의 교점을 O라 하면 △AOH와 △COG에서



$\overline{AO}=\overline{CO}$, $\angle HAO=\angle GCO$ (엇각),

$\angle AOH=\angle COG$ (맞꼭지각)

이므로 △AOH≡△COG (ASA 합동)

$\therefore$ □AEGH=△AOH+□AEGO

$=$△COG+□AEGO

$=$△AEC$=\frac{1}{2}$△ABC

$=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}$□ABCD

$=\frac{1}{4}$□ABCD

$=\frac{1}{4}\times 60=15$ (cm^2) 답 ④

242 전략 평행사변형의 이웃하는 두 내각의 크기의 합은 180°임을 이용한다.

$\angle B+\angle C=180^\circ$이므로

$\angle y=180^\circ-68^\circ=112^\circ$

$\angle BAD=\angle C=112^\circ$이므로

$\angle DAE=\frac{1}{2}\angle BAD=\frac{1}{2}\times 112^\circ=56^\circ$

$\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로

$\angle BEA=\angle DAE=56^\circ$ (엇각)

$\therefore \angle x=180^\circ-56^\circ=124^\circ$

$\therefore \angle x-\angle y=124^\circ-112^\circ=12^\circ$ 답 ①

243 전략 접은 각의 크기와 엇각의 크기가 같음을 이용하여 크기가 같은 각을 찾는다.

$\angle FDB=\angle CDB=\angle x$ (접은 각),

$\angle FBD=\angle CDB=\angle x$ (엇각)

따라서 △FBD에서

$86^\circ+\angle x+\angle x=180^\circ$

$2\angle x=94^\circ$ $\therefore \angle x=47^\circ$ 답 47°

244 전략 평행사변형의 두 쌍의 대변의 길이는 각각 같음을 이용한다.

$2(\overline{AB}+\overline{BC})=40$ (cm)이므로

$\overline{AB}+\overline{BC}=20$ (cm)

이때 $\overline{AB}:\overline{BC}=2:3$이므로

$\overline{BC}=20\times\frac{3}{2+3}=12$ (cm)

$\therefore \overline{AD}=\overline{BC}=12$ (cm) 답 12 cm

245 전략 평행사변형에서 이웃하는 두 내각의 크기의 합은 180°이고, 두 쌍의 대각의 크기는 각각 같음을 이용한다.

$\angle BAD+\angle D=180^\circ$이므로

$\angle BAD=180^\circ-74^\circ=106^\circ$

$\therefore \angle BAP=\frac{1}{2}\angle BAD=\frac{1}{2}\times 106^\circ=53^\circ$

이때 $\triangle ABP$에서

$\angle ABP=180^\circ-(90^\circ+53^\circ)=37^\circ$

$\angle ABC=\angle D=74^\circ$이므로

$\angle PBC=\angle ABC-\angle ABP$

$=74^\circ-37^\circ=37^\circ$ 답 37°

246 전략 $\angle B$의 크기는 정오각형의 한 내각의 크기와 같고, $\angle BAF+\angle B=180^\circ$임을 이용한다.

정오각형의 한 내각의 크기는

$\frac{180^\circ\times(5-2)}{5}=108^\circ$

즉 $\angle B=108^\circ$이고 $\square ABCD$는 평행사변형이므로

$\angle BAF=180^\circ-108^\circ=72^\circ$

$\triangle BAE$에서 $\overline{BA}=\overline{BE}$이므로

$\angle BAE=\frac{1}{2}\times(180^\circ-108^\circ)=36^\circ$

$\therefore \angle x=\angle BAF-\angle BAE$

$=72^\circ-36^\circ=36^\circ$ 답 36°

만점 공략 노트

정n각형의 한 내각의 크기는

$\frac{180^\circ\times(n-2)}{n}$

다른 풀이 $\angle B=108^\circ$이고 $\triangle BAE$에서 $\overline{BA}=\overline{BE}$이므로

$\angle BEA=\frac{1}{2}\times(180^\circ-108^\circ)=36^\circ$

$\overline{AF}/\!/\overline{BE}$이므로

$\angle x=\angle BEA=36^\circ$ (엇각)

247 전략 평행사변형의 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분하고, 직각삼각형의 빗변의 중점은 외심임을 이용한다.

$\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로

$\angle BCA=\angle DAC=40^\circ$

이때 평행사변형 ABCD에서 $\overline{AO}=\overline{CO}$이므로 점 O는 직각삼각형 AHC의 외심이다.

$\therefore \overline{OH}=\overline{OC}$

따라서 $\triangle OHC$는 이등변삼각형이므로

$\angle OHC=\angle OCH=40^\circ$

$\therefore \angle HOC=180^\circ-(40^\circ+40^\circ)=100^\circ$ 답 100°

248 전략 $\triangle AQD=\frac{1}{2}\square ABCD$이고

$\triangle PBC+\triangle PDA=\frac{1}{2}\square ABCD$임을 이용한다.

$\triangle PDA=x\ \text{cm}^2$라 하면 $\triangle PQD=2x\ \text{cm}^2$이므로

$\triangle AQD=\triangle PDA+\triangle PQD$

$=x+2x=3x\ (\text{cm}^2)$

이때 $\triangle AQD=\frac{1}{2}\square ABCD$이고

$\triangle PBC+\triangle PDA=\frac{1}{2}\square ABCD$이므로

$\triangle AQD=\triangle PBC+\triangle PDA$

$3x=24+x,\quad 2x=24$

$\therefore x=12$

따라서 $\triangle PBC+\triangle PDA=24+12=36\ (\text{cm}^2)$이므로

$\square ABCD=2(\triangle PBC+\triangle PDA)$

$=2\times 36=72\ (\text{cm}^2)$ 답 $72\ \text{cm}^2$

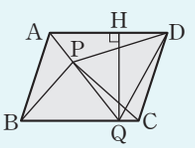
만점 공략 노트

점 Q에서 $\overline{AD}$에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\square ABCD=\overline{AD}\times\overline{QH}$

$\triangle AQD=\frac{1}{2}\times\overline{AD}\times\overline{QH}$

$\therefore \triangle AQD=\frac{1}{2}\square ABCD$



249 전략 평행사변형의 두 쌍의 대변의 길이는 각각 같고, 두 쌍의 대각의 크기는 각각 같음을 이용한다.

$\overline{AD}=\overline{BC}$이므로

$2x+5=4x-3,\quad 2x=8\quad \therefore x=4$ … 1단계

$\triangle ACD$에서

$\angle D=180^\circ-(63^\circ+57^\circ)=60^\circ$

이므로 $\angle B=\angle D=60^\circ\quad \therefore y=60$ … 2단계

$\therefore xy=4\times 60=240$ … 3단계

답 240

단계	채점 요소	배점
1	x의 값 구하기	1점
2	y의 값 구하기	2점
3	xy의 값 구하기	1점

250 전략 평행사변형에서 두 쌍의 대각의 크기는 각각 같음을 이용한다.

$\angle BAD=\angle C=120^\circ$이므로

$\angle BAE=\angle DAE=\frac{1}{2}\times 120^\circ=60^\circ$

$\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로

$\angle AEB=\angle DAE=60^\circ$ (엇각)

$\triangle ABE$에서

$\angle B=180^\circ-(60^\circ+60^\circ)=60^\circ$

즉 $\triangle ABE$는 정삼각형이므로 … 1단계

$\overline{BE}=\overline{AE}=\overline{AB}=8\ (\text{cm})$

$\overline{AD}=\overline{BC}=\overline{BE}+\overline{EC}=8+2=10\ (\text{cm})$

$\overline{DC}=\overline{AB}=8\ (\text{cm})$

따라서 □AECD의 둘레의 길이는
$\overline{AE}+\overline{EC}+\overline{CD}+\overline{AD}$
$=8+2+8+10=28\,(\text{cm})$ … 2단계

답 28 cm

단계	채점 요소	배점
1	△ABE가 정삼각형임을 알기	2점
2	□AECD의 둘레의 길이 구하기	3점

251 전략 □EBFD가 어떤 사각형인지 생각해 본다.

△ABE와 △CDF에서
$\angle AEB=\angle CFD=90^\circ$, $\overline{AB}=\overline{CD}$,
$\angle BAE=\angle DCF$ (엇각)
이므로 △ABE≡△CDF (RHA 합동)
$\therefore \overline{BE}=\overline{DF}$
또 $\angle BEF=\angle DFE$ (엇각)이므로
$\overline{BE}/\!/\overline{DF}$
즉 □EBFD는 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같으므로 평행사변형이다. … 1단계
△DEF에서
$\angle EDF=180^\circ-(90^\circ+55^\circ)=35^\circ$
이므로 $\angle EBF=\angle EDF=35^\circ$ … 2단계

답 35°

단계	채점 요소	배점
1	□EBFD가 평행사변형임을 알기	2점
2	∠EBF의 크기 구하기	2점

252 전략 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같은 사각형은 평행사변형임을 이용한다.

$\angle ADC=\angle B=60^\circ$이므로
$\angle EDA=\angle EDC-\angle ADC=110^\circ-60^\circ=50^\circ$
이때 $\angle EDA=\angle CAD$ (엇각)이므로
$\overline{ED}/\!/\overline{AC}$
즉 $\overline{ED}/\!/\overline{OC}$, $\overline{ED}=\overline{OC}$에서 □EOCD는 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같으므로 평행사변형이다. … 1단계
$\therefore \overline{EO}=\overline{DC}=\overline{AB}=14\,(\text{cm})$ … 2단계
△DEF와 △AOF에서
$\overline{ED}=\overline{OA}$, $\angle EDF=\angle OAF$ (엇각),
$\angle DEF=\angle AOF$ (엇각)
이므로 △DEF≡△AOF (ASA 합동)
$\therefore \overline{EF}=\overline{OF}$
$\therefore \overline{EF}=\frac{1}{2}\overline{EO}=\frac{1}{2}\times14=7\,(\text{cm})$ … 3단계

답 7 cm

단계	채점 요소	배점
1	□EOCD가 평행사변형임을 알기	3점
2	$\overline{EO}$의 길이 구하기	1점
3	$\overline{EF}$의 길이 구하기	2점

04 여러 가지 사각형

본책 60~61쪽

셀프 CHECK

A $\overline{AO}=\frac{1}{2}\overline{AC}=\frac{1}{2}\times10=5\,(\text{cm})$ $\therefore x=5$
△BCD에서 $\angle BCD=90^\circ$이므로
$\angle DBC=180^\circ-(55^\circ+90^\circ)=35^\circ$ $\therefore y=35$

답 $x=5$, $y=35$

B (1) $\overline{BO}=\overline{DO}=3\,(\text{cm})$ $\therefore x=3$
(2) △ABC는 $\overline{BA}=\overline{BC}$인 이등변삼각형이므로
$\angle BCA=\angle BAC=25^\circ$
△OBC에서 $\angle BOC=90^\circ$이므로
$\angle OBC=180^\circ-(90^\circ+25^\circ)=65^\circ$ $\therefore x=65$

답 (1) 3 (2) 65

C (1) $\overline{BD}=\overline{AC}=2\overline{AO}=2\times4=8\,(\text{cm})$ $\therefore x=8$
(2) $\angle DOC=90^\circ$이므로 $x=90$

답 (1) 8 (2) 90

D $\overline{DC}=\overline{AB}=9\,(\text{cm})$ $\therefore x=9$
$\angle DBC=\angle ADB=45^\circ$ (엇각)이므로
$\angle ABC=35^\circ+45^\circ=80^\circ$
$\therefore \angle C=\angle ABC=80^\circ$ $\therefore y=80$

답 $x=9$, $y=80$

E 답 (1) ㄷ, ㅁ (2) ㄹ, ㅁ

F 답 (1) 평행사변형 (2) 평행사변형 (3) 마름모
(4) 직사각형 (5) 정사각형

G (1) $\triangle DBC=\triangle ABC=30\,(\text{cm}^2)$
(2) $\triangle DPC=\frac{1}{2+1}\triangle DBC=\frac{1}{3}\times30=10\,(\text{cm}^2)$

답 (1) 30 cm² (2) 10 cm²

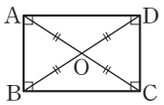
내신 유형 다지기

본책 62~71쪽

유형 041 직사각형의 뜻과 성질

본책 62쪽

(1) 직사각형: 네 내각의 크기가 모두 같은 사각형
(2) 직사각형의 성질: 두 대각선은 길이가 같고, 서로 다른 것을 이등분한다.



253 $\overline{DO}=\frac{1}{2}\overline{BD}=\frac{1}{2}\overline{AC}=\frac{1}{2}\times16=8\,(\text{cm})$ $\therefore x=8$

$\triangle OCD$에서 $\overline{OC}=\overline{OD}$이므로

$\angle ODC=\angle OCD=50^\circ$

이때 $\angle ADC=90^\circ$이므로

$\angle ADO=90^\circ-50^\circ=40^\circ$ $\therefore y=40$

$\therefore x+y=8+40=48$ 답 ①

254 $\angle AOB=\angle DOC=40^\circ$ (맞꼭지각)

$\triangle OAB$에서 $\overline{OA}=\overline{OB}$이므로

$\angle x=\angle OBA=\frac{1}{2}\times(180^\circ-40^\circ)=70^\circ$

또 $\angle ABC=90^\circ$이므로

$\angle y=90^\circ-70^\circ=20^\circ$

$\therefore \angle x-\angle y=70^\circ-20^\circ=50^\circ$ 답 ⑤

255 ㄴ. 직사각형의 네 내각의 크기는 모두 같으므로

$\angle DAB=\angle ADC$

ㄷ. $\triangle ABC$와 $\triangle DCB$에서

$\overline{AB}=\overline{DC}$, $\angle ABC=\angle DCB$, $\overline{BC}$는 공통

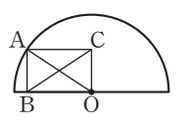
이므로 $\triangle ABC\equiv\triangle DCB$ (SAS 합동)

ㄹ. 직사각형의 두 대각선은 길이가 같고 서로 다른 것을 이등분하므로

$\overline{AO}=\overline{BO}=\overline{CO}=\overline{DO}$

이상에서 옳은 것은 ㄴ, ㄷ, ㄹ이다. 답 ⑤

256 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$를 그으면 $\overline{OA}$는 반원 O의 반지름이다.



$\overline{OA}=r$ cm라 하면

$\frac{1}{2}\times\pi r^2=18\pi$, $r^2=36$

$\therefore r=6$ … 1단계

이때 □ABOC가 직사각형이므로

$\overline{BC}=\overline{OA}=6\,(\text{cm})$ … 2단계

답 6 cm

단계	채점 요소	비율
1	반원 O의 반지름의 길이 구하기	50 %
2	$\overline{BC}$의 길이 구하기	50 %

257 $\angle BDE=\angle EDF=\angle FDC=\angle a$라 하면 $\triangle BED$에서 $\overline{BE}=\overline{DE}$이므로

$\angle EBD=\angle BDE=\angle a$

$\triangle BCD$에서 $\angle C=90^\circ$이므로

$3\angle a+\angle a+90^\circ=180^\circ$, $4\angle a=90^\circ$

$\therefore \angle a=22.5^\circ$

따라서 $\triangle DFC$에서

$\angle DFC=180^\circ-(90^\circ+22.5^\circ)=67.5^\circ$ 답 67.5°

258 $\angle DBE=\angle EBC=\angle a$라 하면 $\triangle OBC$에서 $\overline{OB}=\overline{OC}$이므로

$\angle OCB=2\angle a$

$\angle AFB=180^\circ-105^\circ=75^\circ$이므로 $\triangle FBC$에서

$\angle a+2\angle a=75^\circ$, $3\angle a=75^\circ$

$\therefore \angle a=25^\circ$

따라서 $\triangle OBF$에서

$\angle AOB=25^\circ+75^\circ=100^\circ$ 답 ②

유형 042 평행사변형이 직사각형이 되는 조건 본책 63쪽

평행사변형에서 한 내각이 직각이거나 두 대각선의 길이가 같으면 직사각형이 된다.

259 ①, ② $\overline{AO}=\overline{BO}$이면 $\overline{AC}=2\overline{AO}=2\overline{BO}=\overline{BD}$

$\overline{AO}=\overline{DO}$이면 $\overline{AC}=2\overline{AO}=2\overline{DO}=\overline{BD}$

즉 두 대각선의 길이가 같으므로 □ABCD는 직사각형이다.

④ $\angle ABC=\angle BCD$이면 $\angle ABC+\angle BCD=180^\circ$에서

$2\angle ABC=180^\circ$ $\therefore \angle ABC=90^\circ$

즉 한 내각이 직각이므로 □ABCD는 직사각형이다.

따라서 □ABCD가 직사각형이 되는 조건이 아닌 것은 ③, ⑤이다. 답 ③, ⑤

260 답 (가) 직사각형 (나) $\overline{BC}$ (다) SSS (라) $\angle DCB$

261 $\triangle OAB$에서 $\angle OAB=\angle OBA$이므로

$\overline{AO}=\overline{BO}$ …… ㉠

그런데 □ABCD가 평행사변형이므로

$\overline{AO}=\overline{CO}$, $\overline{BO}=\overline{DO}$ …… ㉡

㉠, ㉡에서 $\overline{AO}=\overline{BO}=\overline{CO}=\overline{DO}$

$\therefore \overline{AC}=\overline{BD}$

따라서 두 대각선의 길이가 같으므로 □ABCD는 직사각형이다.

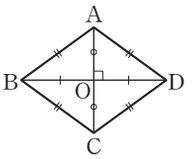
이때 직사각형의 네 내각은 모두 직각이므로

$\angle BCD=90^\circ$ 답 90°

유형 043 마름모의 뜻과 성질 본책 63쪽

(1) 마름모: 네 변의 길이가 모두 같은 사각형

(2) 마름모의 성질: 두 대각선은 서로 다른 것을 수직이등분한다.



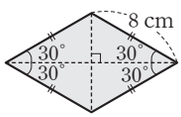
262 $\overline{AB}=\overline{BC}$이므로

$3x+4=13$ $\therefore x=3$

$\angle BOC=90^\circ$이고 $\angle DBC=\angle ADB=62^\circ$ (엇각)이므로
$\triangle OBC$에서
$\angle OCB=180^\circ-(90^\circ+62^\circ)=28^\circ$ $\therefore y=28$
$\therefore x+y=3+28=31$ 답 ②

263 ②, ③ 마름모의 두 대각선은 서로 다른 것을 수직이등분하므로
$\overline{BO}=\overline{DO}$, $\overline{AC}\perp\overline{BD}$
④ $\triangle DAC$에서 $\overline{DA}=\overline{DC}$이므로
$\angle DAO=\angle DCO$
⑤ $\triangle ABO$와 $\triangle CDO$에서
$\overline{AB}=\overline{CD}$, $\overline{AO}=\overline{CO}$, $\overline{BO}=\overline{DO}$
이므로 $\triangle ABO\equiv\triangle CDO$ (SSS 합동)
따라서 옳지 않은 것은 ①이다. 답 ①

264 종이를 펼쳤을 때 생기는 도형은 오른쪽 그림과 같은 마름모이다.



① 한 변의 길이가 8 cm인 마름모의 둘레의 길이는 $8\times4=32$ (cm)이다.
② 마름모의 내각의 크기는 60°, 60°, 120°, 120°이다.
④ 마름모의 두 대각선의 길이가 항상 같은 것은 아니다.
따라서 옳지 않은 것은 ②, ④이다. 답 ②, ④

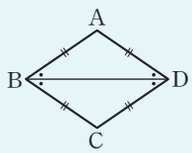
265 $\triangle CBD$에서 $\overline{CB}=\overline{CD}$이므로
$\angle CDB=\angle CBD=30^\circ$
$\triangle OCD$에서 $\angle COD=90^\circ$이므로
$\angle x=180^\circ-(30^\circ+90^\circ)=60^\circ$
또 $\triangle DFE$에서 $\angle DFE=180^\circ-(30^\circ+90^\circ)=60^\circ$이므로
$\angle y=\angle DFE=60^\circ$ (맞꼭지각)
$\therefore \angle x+\angle y=60^\circ+60^\circ=120^\circ$ 답 120°

266 $\angle BAD+\angle ADC=180^\circ$이므로
$\angle BAD=180^\circ-84^\circ=96^\circ$
$\triangle APD$가 정삼각형이므로 $\angle PAD=60^\circ$
$\therefore \angle BAP=\angle BAD-\angle PAD=96^\circ-60^\circ=36^\circ$
$\overline{AB}=\overline{AD}$, $\overline{AD}=\overline{AP}$이므로
$\overline{AB}=\overline{AP}$
따라서 $\triangle ABP$에서
$\angle ABP=\frac{1}{2}\times(180^\circ-36^\circ)=72^\circ$
$\therefore \angle PBC=\angle ABC-\angle ABP$
$=84^\circ-72^\circ=12^\circ$ 답 ③

267 □AFCE가 마름모이므로 $\overline{EA}=\overline{EC}$
$\therefore \angle EAC=\angle ECA$ … 1단계
또 $\overline{AE}/\!/\overline{FC}$이므로 $\angle EAC=\angle FCA$ (엇각)
즉 $\angle FCA=\angle ACE=\angle ECD$이므로
$\angle ACE=\frac{1}{3}\angle DCF=\frac{1}{3}\times90^\circ=30^\circ$ … 2단계
따라서 $\triangle EAC$에서
$\angle AEC=180^\circ-(30^\circ+30^\circ)=120^\circ$ … 3단계
답 120°

단계	채점 요소	비율
1	$\angle EAC=\angle ECA$임을 알기	30 %
2	$\angle ACE$의 크기 구하기	40 %
3	$\angle AEC$의 크기 구하기	30 %

만점 공략 노트
마름모 ABCD에서
$\overline{AB}=\overline{AD}$이므로 $\angle ABD=\angle ADB$
$\overline{CB}=\overline{CD}$이므로 $\angle CBD=\angle CDB$
이때 $\angle ABD=\angle CDB$ (엇각)이므로
$\angle ABD=\angle ADB=\angle CBD=\angle CDB$
즉 대각선 BD는 $\angle B$, $\angle D$를 각각 이등분한다.



268 $\triangle ABE$에서
$\angle BAE=180^\circ-(46^\circ+90^\circ)=44^\circ$
$\triangle ABE$와 $\triangle ADF$에서
$\angle AEB=\angle AFD=90^\circ$, $\overline{AB}=\overline{AD}$, $\angle B=\angle D$
이므로 $\triangle ABE\equiv\triangle ADF$ (RHA 합동)
$\therefore \overline{AE}=\overline{AF}$, $\angle DAF=\angle BAE=44^\circ$
이때 $\angle B+\angle BAD=180^\circ$이므로
$\angle BAD=180^\circ-46^\circ=134^\circ$
$\therefore \angle EAF=134^\circ-(44^\circ+44^\circ)=46^\circ$
$\triangle AEF$는 $\overline{AE}=\overline{AF}$인 이등변삼각형이므로
$\angle x=\frac{1}{2}\times(180^\circ-46^\circ)=67^\circ$ 답 67°

유형 044 평행사변형이 마름모가 되는 조건 본책 64쪽

평행사변형에서 이웃하는 두 변의 길이가 같거나 두 대각선이 서로 수직이면 마름모가 된다.

269 ① 이웃하는 두 변의 길이가 같으므로 □ABCD는 마름모이다.
② 두 대각선이 서로 수직이므로 □ABCD는 마름모이다.
③ $\angle BCD=\angle CDA$이면 $\angle BCD+\angle CDA=180^\circ$에서
$\angle BCD=\angle CDA=90^\circ$
즉 한 내각이 직각이므로 □ABCD는 직사각형이다.
④ $\angle CBD=\angle CDB$이면 $\overline{CB}=\overline{CD}$
즉 이웃하는 두 변의 길이가 같으므로 □ABCD는 마름모이다.
따라서 □ABCD가 마름모가 되는 조건이 아닌 것은 ③, ⑤이다. 답 ③, ⑤

270 답 (가) 평행사변형 (나) $\angle AOD$ (다) SAS (라) $\overline{AD}$

271 $\overline{AB}=\overline{DC}$이므로

$3x-4=8-x$, $4x=12$

$\therefore x=3$

이때

$\overline{AB}=3x-4=3\times3-4=5$,

$\overline{AD}=5x-10=5\times3-10=5$

이므로 $\overline{AB}=\overline{AD}$

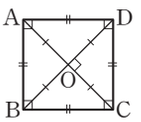
따라서 □ABCD는 마름모이므로 $\overline{AC}\perp\overline{BD}$

$\therefore \angle AOD=90^\circ$ 답 90°

유형 045 정사각형의 뜻과 성질 본책 65쪽

(1) 정사각형: 네 변의 길이가 모두 같고, 네 내각의 크기가 모두 같은 사각형

(2) 정사각형의 성질: 두 대각선은 길이가 같고, 서로 다른 것을 수직이등분한다.



272 △AED와 △CED에서

$\overline{AD}=\overline{CD}$, $\overline{DE}$는 공통, $\angle ADE=\angle CDE=45^\circ$

이므로 △AED≡△CED (SAS 합동)

따라서 $\angle DCE=\angle DAE=20^\circ$이므로 △CED에서

$\angle BEC=\angle CDE+\angle DCE$

$=45^\circ+20^\circ=65^\circ$ 답 65°

273 답 (가) 직사각형 (나) 마름모 (다) ⊥

274 △CDE에서 $\overline{CD}=\overline{CE}$이므로

$\angle CED=\angle CDE=76^\circ$

$\therefore \angle DCE=180^\circ-(76^\circ+76^\circ)=28^\circ$

이때 $\angle BCD=90^\circ$이므로

$\angle BCE=90^\circ+28^\circ=118^\circ$

$\overline{BC}=\overline{CD}=\overline{CE}$에서 △CEB는 이등변삼각형이므로

$\angle CBE=\frac{1}{2}\times(180^\circ-118^\circ)=31^\circ$

$\therefore \angle ABE=90^\circ-31^\circ=59^\circ$ 답 ②

275 △OBH와 △OCI에서

$\overline{OB}=\overline{OC}$, $\angle OBH=\angle OCI=45^\circ$,

$\angle BOH=90^\circ-\angle HOC=\angle COI$

이므로 △OBH≡△OCI (ASA 합동) … 1단계

$\therefore$ △OBH=△OCI … 2단계

$\therefore$ □OHCI=△OHC+△OCI

=△OHC+△OBH

=△OBC=$\frac{1}{4}$□ABCD

=$\frac{1}{4}\times10\times10=25\ (\text{cm}^2)$ … 3단계

답 $25\ \text{cm}^2$

단계	채점 요소	비율
1	△OBH≡△OCI임을 알기	50 %
2	△OBH=△OCI임을 알기	20 %
3	□OHCI의 넓이 구하기	30 %

276 △ABE와 △CDF에서

$\overline{AB}=\overline{CD}$, $\angle BAE=\angle DCF=90^\circ$, $\overline{AE}=\overline{CF}$

이므로 △ABE≡△CDF (SAS 합동)

$\therefore \angle ABE=\angle CDF=24^\circ$

또 $\angle BAG=45^\circ$이므로 △ABG에서

$\angle BGC=\angle ABG+\angle BAG$

$=24^\circ+45^\circ=69^\circ$ 답 ③

277 △ABP와 △CBP에서

$\overline{AB}=\overline{CB}$, $\overline{BP}$는 공통, $\angle ABP=\angle CBP=45^\circ$

이므로 △ABP≡△CBP (SAS 합동)

$\therefore \angle PAB=\angle PCB=57^\circ$

따라서 $\angle DAP=90^\circ-57^\circ=33^\circ$이고, $\overline{AD}/\!/\overline{BQ}$이므로

$\angle AQB=\angle DAP=33^\circ$ (엇각) 답 33°

다른 풀이 △ABP≡△CBP (SAS 합동)이므로

$\angle PAB=\angle PCB=57^\circ$

△ABQ는 $\angle ABQ=90^\circ$인 직각삼각형이므로

$\angle AQB=180^\circ-(90^\circ+57^\circ)=33^\circ$

유형 046 정사각형이 되는 조건 본책 66쪽

(1) 직사각형에서 이웃하는 두 변의 길이가 같거나 두 대각선이 서로 수직이면 정사각형이 된다.

(2) 마름모에서 한 내각이 직각이거나 두 대각선의 길이가 같으면 정사각형이 된다.

278 ①, ④ 평행사변형이 마름모가 되는 조건이다.

③, ⑤ 평행사변형이 직사각형이 되는 조건이다.

따라서 □ABCD가 정사각형이 되는 조건은 ②이다. 답 ②

279 $\overline{AO}=\overline{BO}=\overline{CO}=\overline{DO}$이면 $\overline{AC}=\overline{BD}$, 즉 두 대각선의 길이가 같으므로 □ABCD는 직사각형이다.

④ 직사각형 ABCD에서 $\overline{BC}=\overline{CD}$이면 이웃하는 두 변의 길이가 같으므로 □ABCD는 정사각형이다.

따라서 □ABCD가 정사각형이 되는 조건은 ④이다. 답 ④

280 ㄱ. $\overline{AC}=2\overline{AO}=2\overline{DO}=\overline{BD}$, 즉 두 대각선의 길이가 같으므로 □ABCD는 정사각형이다.

ㄹ. $\angle BCD=2\angle BCO=2\times45^\circ=90^\circ$

즉 한 내각이 직각이므로 □ABCD는 정사각형이다.

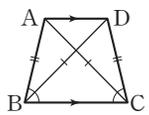
ㅁ. $\angle BCD=\angle CDA$이면 $\angle BCD+\angle CDA=180^\circ$에서
$\angle BCD=\angle CDA=90^\circ$
즉 한 내각이 직각이므로 □ABCD는 정사각형이다.
이상에서 □ABCD가 정사각형이 되는 조건은 ㄱ, ㄹ, ㅁ이다.

답 ㄱ, ㄹ, ㅁ

유형 047 등변사다리꼴의 뜻과 성질

본책 66쪽

(1) 사다리꼴: 한 쌍의 대변이 평행한 사각형
(2) 등변사다리꼴: 아랫변의 양 끝 각의 크기가 같은 사다리꼴
(3) 등변사다리꼴의 성질
① 평행하지 않은 한 쌍의 대변의 길이가 같다.
② 두 대각선의 길이가 같다.



281 $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로
$\angle DBC=\angle ADB=42^\circ$ (엇각)
△DBC에서 $\angle x=180^\circ-(42^\circ+85^\circ)=53^\circ$
$\angle ABC=\angle C=85^\circ$이므로
$\angle y=85^\circ-42^\circ=43^\circ$
$\therefore \angle x-\angle y=53^\circ-43^\circ=10^\circ$

답 10°

282 ②, ⑤ △ABC와 △DCB에서
$\overline{AB}=\overline{DC}$, $\overline{BC}$는 공통, $\angle ABC=\angle DCB$
이므로 △ABC≡△DCB (SAS 합동)
$\therefore \overline{AC}=\overline{DB}$
③ $\angle BDA=\angle DBC$ (엇각), $\angle CAD=\angle ACB$ (엇각)
이때 △DCB≡△ABC에서 $\angle DBC=\angle ACB$이므로
$\angle BDA=\angle CAD$
따라서 옳지 않은 것은 ①, ④이다.

답 ①, ④

283 $\overline{AB}=\overline{DC}=\overline{EB}$이므로 △BEA는 $\overline{BE}=\overline{BA}$인 이등변삼각형이다. … 1단계
$\angle BEA=\angle A=\angle C=74^\circ$이므로
$\angle ABE=180^\circ-(74^\circ+74^\circ)=32^\circ$
이때 $\angle ABC=180^\circ-74^\circ=106^\circ$이고
$\angle EBF=\angle ABE=32^\circ$ (접은 각)이므로
$\angle FBC=106^\circ-(32^\circ+32^\circ)=42^\circ$ … 2단계
따라서 △BCF에서
$\angle BFC=180^\circ-(42^\circ+74^\circ)=64^\circ$ … 3단계

답 64°

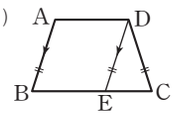
단계	채점 요소	비율
1	△BEA가 이등변삼각형임을 알기	30 %
2	∠FBC의 크기 구하기	50 %
3	∠BFC의 크기 구하기	20 %

유형 048 등변사다리꼴의 성질의 응용

본책 67쪽

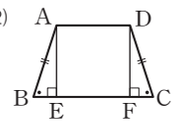
$\overline{AD}/\!/\overline{BC}$인 등변사다리꼴 ABCD에서

(1)



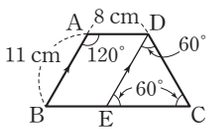
➜ □ABED는 평행사변형
△DEC는 이등변삼각형

(2)



➜ △ABE≡△DCF (RHA 합동)

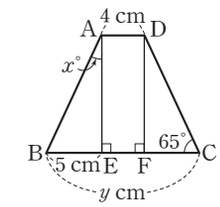
284 오른쪽 그림과 같이 점 D를 지나고 $\overline{AB}$에 평행한 직선을 그어 $\overline{BC}$와 만나는 점을 E라 하면 □ABED는 평행사변형이므로



$\overline{BE}=\overline{AD}=8$ (cm)
또 $\angle C=\angle B=180^\circ-120^\circ=60^\circ$이고 $\overline{AB}/\!/\overline{DE}$이므로
$\angle DEC=\angle B=60^\circ$ (동위각)
즉 △DEC는 정삼각형이므로
$\overline{EC}=\overline{DC}=\overline{AB}=11$ (cm)
$\therefore \overline{BC}=\overline{BE}+\overline{EC}=8+11=19$ (cm)
따라서 □ABCD의 둘레의 길이는
$\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CD}+\overline{DA}$
$=11+19+11+8=49$ (cm)

답 49 cm

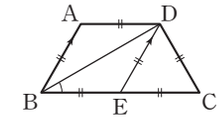
285 $\angle B=\angle C=65^\circ$이므로 △ABE에서
$\angle BAE=180^\circ-(90^\circ+65^\circ)=25^\circ$
$\therefore x=25$
오른쪽 그림과 같이 점 D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 F라 하면



$\overline{EF}=\overline{AD}=4$ (cm)
△ABE와 △DCF에서
$\angle AEB=\angle DFC=90^\circ$,
$\overline{AB}=\overline{DC}$, $\angle B=\angle C$
이므로 △ABE≡△DCF (RHA 합동)
$\therefore \overline{CF}=\overline{BE}=5$ (cm)
따라서
$\overline{BC}=\overline{BE}+\overline{EF}+\overline{FC}=5+4+5=14$ (cm)
이므로 $y=14$
$\therefore x+y=25+14=39$

답 ②

286 오른쪽 그림과 같이 점 D를 지나고 $\overline{AB}$에 평행한 직선을 그어 $\overline{BC}$와 만나는 점을 E라 하면 □ABED는 평행사변형이므로



$\overline{AD}=\overline{BE}$, $\overline{AB}=\overline{DE}$
$\overline{AD}=\frac{1}{2}\overline{BC}$이므로 $\overline{BE}=\frac{1}{2}\overline{BC}$
$\therefore \overline{BE}=\overline{EC}$

따라서 $\overline{DE}=\overline{EC}=\overline{CD}$이므로 $\triangle DEC$는 정삼각형이다.

$\therefore \angle ABC=\angle C=60^\circ$

$\therefore \angle DBC=\frac{1}{2}\angle ABC=\frac{1}{2}\times 60^\circ=30^\circ$ 답 30°

유형 049 여러 가지 사각형의 판별 (1) 본책 67쪽

여러 가지 사각형의 뜻과 성질을 이용하여 주어진 사각형이 어떤 사각형인지 확인한다.

287 $\square ABCD$는 평행사변형이므로

$\angle BAD+\angle ABC=180^\circ$

$\therefore \angle EAB+\angle EBA=\frac{1}{2}(\angle BAD+\angle ABC)$

$=\frac{1}{2}\times 180^\circ=90^\circ$

$\triangle ABE$에서 $\angle AEB=180^\circ-90^\circ=90^\circ$

$\therefore \angle HEF=\angle AEB=90^\circ$ (맞꼭지각)

같은 방법으로 하면

$\angle EFG=\angle FGH=\angle GHE=90^\circ$

즉 $\square EFGH$는 네 내각의 크기가 모두 같으므로 직사각형이다.

② 직사각형의 두 대각선이 항상 수직인 것은 아니다.

따라서 옳지 않은 것은 ②이다. 답 ②

288 $\triangle ABE$와 $\triangle CDF$에서

$\angle A=\angle C=90^\circ$, $\overline{BE}=\overline{DF}$, $\overline{AB}=\overline{CD}$

이므로 $\triangle ABE\equiv\triangle CDF$ (RHS 합동) … 1단계

즉 $\overline{AE}=\overline{CF}$이므로

$\overline{ED}=\overline{AD}-\overline{AE}=\overline{BC}-\overline{CF}=\overline{BF}$ … 2단계

따라서 $\square EBFD$는 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같으므로 평행사변형이다. … 3단계

답 평행사변형

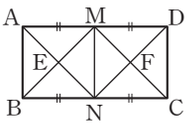
단계	채점 요소	비율
1	$\triangle ABE\equiv\triangle CDF$임을 알기	40 %
2	$\overline{ED}=\overline{BF}$임을 알기	40 %
3	$\square EBFD$가 평행사변형임을 알기	20 %

289 $\overline{AM}=\overline{MD}=\overline{BN}=\overline{NC}$이므로 $\square ANCM$, $\square MBND$는 평행사변형이다.

따라서 $\overline{EN}/\!/\overline{MF}$, $\overline{EM}/\!/\overline{NF}$이므로 $\square MENF$는 평행사변형이다.

오른쪽 그림과 같이 $\overline{MN}$을 그으면

$\overline{AM}=\frac{1}{2}\overline{AD}=\overline{AB}$이므로 $\square ABNM$은 정사각형이다.



이때 점 E는 정사각형의 두 대각선의 교점이므로

$\overline{EM}=\overline{EN}$, $\angle MEN=90^\circ$

따라서 $\square MENF$는 한 내각이 직각이고, 이웃하는 두 변의 길이가 같으므로 정사각형이다. 답 정사각형

유형 050 여러 가지 사각형의 판별 (2) 본책 68쪽

여러 가지 사각형의 뜻과 성질을 이용하여 주어진 사각형이 어떤 사각형인지 확인한 후 문제의 조건에 맞는 답을 구한다.

290 $\overline{AF}/\!/\overline{BE}$이므로 $\angle AFB=\angle EBF$ (엇각)

즉 $\triangle ABF$에서 $\angle ABF=\angle AFB$이므로

$\overline{AB}=\overline{AF}$ …… ㉠

또 $\overline{AF}/\!/\overline{BE}$이므로 $\angle BEA=\angle FAE$ (엇각)

즉 $\triangle BEA$에서 $\angle BAE=\angle BEA$이므로

$\overline{AB}=\overline{BE}$ …… ㉡

㉠, ㉡에서 $\overline{AF}=\overline{BE}$이고, $\overline{AF}/\!/\overline{BE}$이므로 $\square ABEF$는 평행사변형이다.

이때 ㉠에서 이웃하는 두 변의 길이가 같으므로 평행사변형 ABEF는 마름모이다.

또 한 변의 길이가 9 cm이므로 구하는 둘레의 길이는

$9\times 4=36$ (cm) 답 마름모, 36 cm

291 $\triangle AOE$와 $\triangle COF$에서

$\angle EAO=\angle FCO$ (엇각), $\overline{AO}=\overline{CO}$,

$\angle AOE=\angle COF=90^\circ$

이므로 $\triangle AOE\equiv\triangle COF$ (ASA 합동)

$\therefore \overline{AE}=\overline{CF}$, $\overline{EO}=\overline{FO}$

따라서 $\overline{AE}/\!/\overline{FC}$, $\overline{AE}=\overline{FC}$이므로 $\square AFCE$는 평행사변형이고, 이때 두 대각선이 서로 다른 것을 수직이등분하므로 평행사변형 AFCE는 마름모이다. … 1단계

$\therefore \overline{AF}=\overline{FC}=\overline{BC}-\overline{BF}$

$=13-4=9$ (cm) … 2단계

답 9 cm

단계	채점 요소	비율
1	$\square AFCE$가 마름모임을 알기	60 %
2	$\overline{AF}$의 길이 구하기	40 %

292 $\angle AEP=\angle AFP=45^\circ+45^\circ=90^\circ$

또 $\overline{AE}=\overline{PE}$이므로 $\overline{AE}=\overline{AF}=\overline{PE}=\overline{PF}$

즉 $\square AEPF$는 네 내각의 크기가 모두 같고 네 변의 길이가 모두 같으므로 정사각형이다.

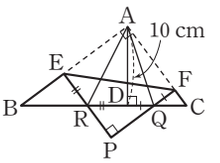
오른쪽 그림과 같이 $\overline{AR}$, $\overline{AQ}$를 그으면

$\triangle AER\equiv\triangle ADR$ (RHS 합동)이므로

$\overline{ER}=\overline{DR}$

$\triangle ADQ\equiv\triangle AFQ$ (RHS 합동)이므로

$\overline{DQ}=\overline{FQ}$



따라서 $\triangle PQR$의 둘레의 길이는

$\overline{RP}+\overline{PQ}+\overline{QR}=\overline{RP}+\overline{PQ}+(\overline{DR}+\overline{DQ})$

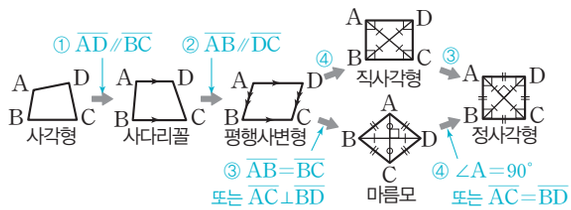
$=\overline{RP}+\overline{PQ}+(\overline{ER}+\overline{FQ})$

$=(\overline{RP}+\overline{ER})+(\overline{PQ}+\overline{FQ})$

$=\overline{EP}+\overline{PF}$

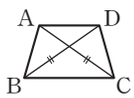
$=10+10=20$ (cm) 답 ④

유형 051 여러 가지 사각형 사이의 관계 본책 68쪽



293 ① $\angle A=90^\circ$이면 한 내각이 직각이므로 평행사변형 ABCD는 직사각형이다.

② 오른쪽 그림에서 $\overline{AC}=\overline{BD}$이지만 사각형 ABCD는 직사각형이 아니다.



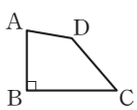
③ $\overline{AC}\perp\overline{BD}$이면 두 대각선이 서로 수직이므로 직사각형 ABCD는 정사각형이다.

④ $\overline{AC}\perp\overline{BD}$이면 두 대각선이 서로 수직이므로 평행사변형 ABCD는 마름모이다.

⑤ $\overline{AB}=\overline{BC}$이면 이웃하는 두 변의 길이가 같으므로 평행사변형 ABCD는 마름모이고, $\overline{AC}=\overline{BD}$이면 두 대각선의 길이가 같으므로 마름모 ABCD는 정사각형이다.

이상에서 옳은 것은 ③, ⑤이다. 답 ③, ⑤

294 ㄷ. 오른쪽 그림의 사각형 ABCD는 한 내각의 크기가 90°이지만 직사각형이 아니다.



ㄹ. 두 대각선이 서로 수직인 평행사변형은 마름모이다.

따라서 옳지 않은 것은 ㄷ, ㄹ이다. 답 ㄷ, ㄹ

참고 ㄷ. 한 내각의 크기가 90°인 평행사변형은 직사각형이다.

295 ① 평행하지 않은 다른 한 쌍의 대변이 평행하다.

따라서 옳지 않은 것은 ①이다. 답 ①

유형 052 여러 가지 사각형의 대각선의 성질 본책 69쪽

성질 / 사각형	서로를 이등분한다.	길이가 같다.	서로 수직이다.
평행사변형	○	×	×
직사각형	○	○	×
마름모	○	×	○
정사각형	○	○	○
등변사다리꼴	×	○	×

296 두 대각선의 길이가 같고 서로 다른 것을 이등분하는 사각형은 직사각형, 정사각형이다. 답 ④, ⑤

297 두 대각선의 길이가 같은 사각형은 ㄷ, ㅁ, ㅂ의 3개이므로 $a=3$ … 1단계

두 대각선이 서로 수직인 사각형은 ㄹ, ㅂ의 2개이므로 $b=2$ … 2단계

두 대각선이 서로 다른 것을 수직이등분하는 사각형은 ㄹ, ㅂ의 2개이므로 $c=2$ … 3단계

$\therefore a+b-c=3+2-2=3$ … 4단계

답 3

단계	채점 요소	비율
1	a의 값 구하기	30 %
2	b의 값 구하기	30 %
3	c의 값 구하기	30 %
4	$a+b-c$의 값 구하기	10 %

298 ① 두 대각선의 길이가 같은 사각형은 (다), (마), (바)의 3개이다.

② 두 대각선이 서로 수직인 사각형은 (라), (바)의 2개이다.

③ 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하는 사각형은 (나), (라), (마), (바)의 4개이다.

④ 두 대각선이 서로 다른 것을 수직이등분하는 사각형은 (라), (바)의 2개이다.

⑤ 두 대각선의 길이가 같고, 서로 수직인 사각형은 (바)의 1개이다.

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다. 답 ⑤

유형 053 사각형의 각 변의 중점을 연결하여 만든 사각형 본책 69쪽

사각형의 각 변의 중점을 연결하여 만든 사각형은 다음과 같다.

① 사각형, 평행사변형 ➜ 평행사변형

② 직사각형, 등변사다리꼴 ➜ 마름모

③ 마름모 ➜ 직사각형

④ 정사각형 ➜ 정사각형

299 마름모의 네 변의 중점을 연결하여 만든 사각형은 직사각형이므로 □EFGH는 직사각형이다.

따라서 직사각형에 대한 설명으로 옳지 않은 것은 ①, ⑤이다. 답 ①, ⑤

300 평행사변형 ABCD의 한 내각이 직각이므로 □ABCD는 직사각형이다.

따라서 직사각형 ABCD의 각 변의 중점을 연결하여 만든 사각형은 마름모이다. 답 마름모

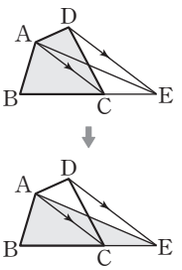
301 답 (가) 평행사변형 (나) SAS (다) $\overline{GF}$ (라) SAS (마) $\overline{FE}$

유형 054 평행선과 삼각형의 넓이 본책 70쪽

□ABCD의 꼭짓점 D를 지나고 $\overline{AC}$에 평행한 직선이 $\overline{BC}$의 연장선과 만나는 점을 E라 할 때

① △ACD=△ACE

② □ABCD=△ABC+△ACD
=△ABC+△ACE
=△ABE



302 $\overline{AE}/\!/\overline{DB}$이므로
△DEB=△DAB
∴ □ABCD=△DAB+△DBC
=△DEB+△DBC
=16+48=64 (cm^2) 답 64 cm^2

303 $\overline{AC}/\!/\overline{DE}$이므로
△DAC=△EAC
따라서
□ABCD=△ABC+△DAC
=△ABC+△EAC
=△ABE=56 (cm^2)
이므로
△AFD=□ABCD−□ABCF
=56−38=18 (cm^2) 답 ③

다른 풀이 $\overline{AC}/\!/\overline{DE}$이므로
△DAC=△EAC
△DAF+△FAC=△EFC+△FAC
∴ △DAF=△EFC=△ABE−□ABCF
=56−38=18 (cm^2)

304 $\overline{AB}/\!/\overline{CD}$이므로
△CAB=△OAB
따라서 색칠한 부분의 넓이는 부채꼴 AOB의 넓이와 같으므로 원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$\pi r^2\times\frac{1}{4}=9\pi$, $r^2=36$
∴ $r=6$

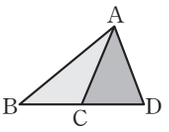
따라서 원의 반지름의 길이는 6 cm이다. 답 ①

만점 공략 노트

한 원에서
① 부채꼴의 호의 길이는 중심각의 크기에 정비례한다.
② 부채꼴의 넓이는 중심각의 크기에 정비례한다.
➜ 부채꼴의 호의 길이가 원주의 $\frac{1}{4}$이면 부채꼴의 넓이는 원의 넓이의 $\frac{1}{4}$이다.

유형 055 높이가 같은 두 삼각형의 넓이 본책 70쪽

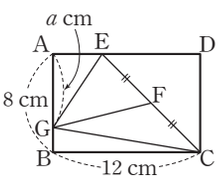
높이가 같은 두 삼각형의 넓이의 비는 밑변의 길이의 비와 같다.
➜ $\overline{BC}:\overline{CD}=m:n$이면
△ABC : △ACD=$m:n$



305 $\overline{BD}=\overline{DC}$이므로
△ABD=△ADC
∴ △ABD=$\frac{1}{2}$△ABC=$\frac{1}{2}\times42=21$ (cm^2)
$\overline{AP}:\overline{PD}=2:1$이므로
△ABP : △PBD=2 : 1
∴ △PBD=$\frac{1}{3}$△ABD=$\frac{1}{3}\times21=7$ (cm^2) 답 ③

306 $\overline{AQ}:\overline{QP}=1:3$이므로
$\overline{AP}:\overline{QP}=4:3$
즉 △ABP : △QBP=4 : 3이므로
△ABP=$\frac{4}{3}$△QBP=$\frac{4}{3}\times15=20$ (cm^2)
$\overline{BP}:\overline{PC}=2:3$이므로
$\overline{BP}:\overline{BC}=2:5$
즉 △ABP : △ABC=2 : 5이므로
△ABC=$\frac{5}{2}$△ABP=$\frac{5}{2}\times20=50$ (cm^2) 답 ⑤

307 $\overline{GF}$가 □ABCE의 넓이를 이등분하므로
□AGFE=□GBCF
이때 오른쪽 그림과 같이 $\overline{GE}$, $\overline{GC}$를 그으면 △GFE=△GCF이므로
△AGE=△GBC …… ㉠
… 1단계



$\overline{AE}:\overline{ED}=1:2$이므로
$\overline{AE}=\frac{1}{3}\overline{AD}=\frac{1}{3}\times12=4$ (cm)
$\overline{AG}=a$ cm라 하면 $\overline{GB}=(8-a)$ cm이므로 ㉠에서
$\frac{1}{2}\times4\times a=\frac{1}{2}\times12\times(8-a)$
$2a=48-6a$, $8a=48$
∴ $a=6$
따라서 $\overline{AG}$의 길이는 6 cm이다. … 2단계
답 6 cm

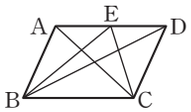
단계	채점 요소	비율
1	△AGE=△GBC임을 알기	50 %
2	$\overline{AG}$의 길이 구하기	50 %

유형 056 평행사변형에서 높이가 같은 두 삼각형의 넓이

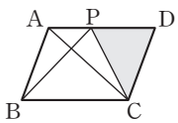
본책 71쪽

평행사변형 ABCD에서

$\triangle ABC=\triangle EBC=\triangle DBC$
$=\triangle ABD=\triangle ACD$
$=\frac{1}{2}\square ABCD$



308 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$를 그으면



$\triangle ACD=\frac{1}{2}\square ABCD$
$=\frac{1}{2}\times 70=35\ (\text{cm}^2)$

$\overline{AP}:\overline{PD}=2:3$이므로

$\triangle ACP:\triangle PCD=2:3$

$\therefore \triangle PCD=\frac{3}{5}\triangle ACD$
$=\frac{3}{5}\times 35=21\ (\text{cm}^2)$

답 $21\ \text{cm}^2$

309 $\triangle ACD=\frac{1}{2}\square ABCD=\frac{1}{2}\times 36=18\ (\text{cm}^2)$

$\overline{DM}=\overline{MC}$이므로

$\triangle AMD=\frac{1}{2}\triangle ACD=\frac{1}{2}\times 18=9\ (\text{cm}^2)$

$\overline{AN}:\overline{NM}=2:1$이므로

$\triangle AND=\frac{2}{3}\triangle AMD=\frac{2}{3}\times 9=6\ (\text{cm}^2)$

$\triangle AOD=\frac{1}{4}\square ABCD=\frac{1}{4}\times 36=9\ (\text{cm}^2)$이므로

$\triangle AON=\triangle AOD-\triangle AND$
$=9-6=3\ (\text{cm}^2)$

답 ②

310 $\triangle EBD=\triangle EBC$이므로

$\triangle EFD=\triangle EBD-\triangle EBF$
$=\triangle EBC-\triangle EBF$
$=\triangle FBC$

이때 $\triangle ABD=\triangle BCD$이므로

$\triangle AED+\triangle EFD+\triangle EBF=\triangle DFC+\triangle FBC$

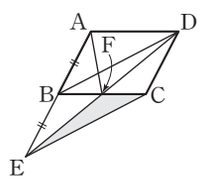
$\triangle AED+\triangle EBF=\triangle DFC$

$21+\triangle EBF=27$

$\therefore \triangle EBF=6\ (\text{cm}^2)$

답 $6\ \text{cm}^2$

311 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BD}$를 그으면



$\triangle ABD=\triangle AFD=16\ (\text{cm}^2)$

$\overline{AB}=\overline{BE}$이므로

$\triangle BEC=\triangle ABD=16\ (\text{cm}^2)$

또 $\overline{BE}/\!/\overline{DC}$, $\overline{BE}=\overline{DC}$이므로 □BECD는 평행사변형이다.

즉 $\overline{BF}=\overline{FC}$이므로

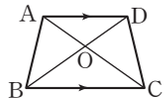
$\triangle FEC=\frac{1}{2}\triangle BEC=\frac{1}{2}\times 16=8\ (\text{cm}^2)$

답 $8\ \text{cm}^2$

유형 057 사다리꼴에서 높이가 같은 두 삼각형의 넓이

본책 71쪽

$\overline{AD}/\!/\overline{BC}$인 사다리꼴 ABCD에서



① $\triangle ABC=\triangle DBC$이므로
$\triangle ABO=\triangle DOC$

② $\triangle ABO:\triangle OBC$
$=\triangle AOD:\triangle DOC$
$=\overline{AO}:\overline{OC}$

312 $\overline{AO}:\overline{OC}=4:9$이므로

$\triangle ABO:\triangle OBC=4:9$

즉 $\triangle ABO:54=4:9$이므로

$\triangle ABO=24\ (\text{cm}^2)$

$\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로

$\triangle DBC=\triangle ABC=\triangle ABO+\triangle OBC$
$=24+54=78\ (\text{cm}^2)$

답 ④

313 $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로

$\triangle ABD=\triangle ACD$

$\therefore \triangle DOC=\triangle ACD-\triangle AOD$
$=\triangle ABD-\triangle AOD$
$=\triangle ABO=12\ (\text{cm}^2)$ … 1단계

이때 $\triangle ABO:\triangle OBC=12:16=3:4$이므로

$\overline{AO}:\overline{OC}=3:4$ … 2단계

따라서 $\triangle AOD:\triangle DOC=3:4$이므로

$\triangle AOD:12=3:4$

$\therefore \triangle AOD=9\ (\text{cm}^2)$ … 3단계

$\therefore \square ABCD=\triangle AOD+\triangle ABO+\triangle OBC+\triangle DOC$
$=9+12+16+12=49\ (\text{cm}^2)$ … 4단계

답 $49\ \text{cm}^2$

단계	채점 요소	비율
1	△DOC의 넓이 구하기	30 %
2	$\overline{AO}:\overline{OC}$ 구하기	20 %
3	△AOD의 넓이 구하기	30 %
4	□ABCD의 넓이 구하기	20 %

314 $\overline{BO}:\overline{OD}=4:1$이므로

$\triangle ABO:\triangle AOD=4:1$

이때 $\triangle AOD=a\ \text{cm}^2$라 하면

$\triangle ABO=4a\ \text{cm}^2$

$\therefore \triangle DOC=\triangle ACD-\triangle AOD$
$=\triangle ABD-\triangle AOD$
$=\triangle ABO=4a\ (\text{cm}^2)$

또 $\triangle DOC:\triangle OBC=1:4$이므로

$4a:\triangle OBC=1:4$

$\therefore \triangle OBC=16a\ (\text{cm}^2)$

따라서

$\square ABCD=\triangle AOD+\triangle ABO+\triangle OBC+\triangle DOC$

$=a+4a+16a+4a=25a\ (\text{cm}^2)$

이므로

$25a=50 \quad \therefore a=2$

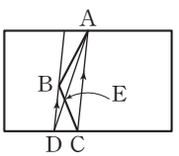
즉 $\triangle AOD$의 넓이는 2 cm^2이다. 답 ②

만점 유형 도전하기

본책 72~73쪽

315 전략 점 B를 지나고 $\overline{AC}$와 평행한 직선을 긋고, 평행선과 삼각형의 넓이를 이용하여 넓이가 같은 두 삼각형을 찾는다.

오른쪽 그림과 같이 점 B를 지나고 $\overline{AC}$에 평행한 직선 BD를 긋고, $\overline{AD}$와 $\overline{BC}$의 교점을 E라 하자.



$\overline{AC}/\!/\overline{BD}$이므로

$\triangle ABC=\triangle ADC$

즉 $\triangle ABE+\triangle AEC=\triangle EDC+\triangle AEC$이므로

$\triangle ABE=\triangle EDC$

따라서 새로운 경계선을 $\overline{AD}$로 하면 두 구역의 넓이는 모두 변하지 않는다. 답 풀이 참조

316 전략 두 대각선의 길이를 이용하여 $\square ABCD$의 넓이를 구한 후 $\square ABCD=\triangle PAB+\triangle PBC+\triangle PCD+\triangle PDA$임을 이용한다.

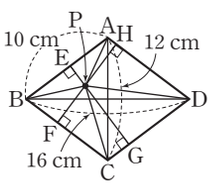
마름모의 두 대각선은 서로 수직이므로

$\square ABCD=\frac{1}{2}\times 16\times 12=96\ (\text{cm}^2)$

또 마름모는 네 변의 길이가 모두 같으므로

$\overline{BC}=\overline{CD}=\overline{DA}=\overline{AB}=10\ (\text{cm})$

오른쪽 그림과 같이 점 P에서 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$, $\overline{DA}$에 내린 수선의 발을 각각 E, F, G, H라 하면



$\square ABCD$

$=\triangle PAB+\triangle PBC+\triangle PCD$

$\quad+\triangle PDA$

$=\frac{1}{2}\times 10\times\overline{PE}+\frac{1}{2}\times 10\times\overline{PF}$

$\quad+\frac{1}{2}\times 10\times\overline{PG}+\frac{1}{2}\times 10\times\overline{PH}$

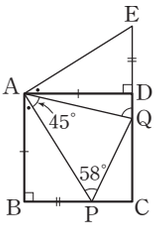
$=5\times(\overline{PE}+\overline{PF}+\overline{PG}+\overline{PH})=96$

$\therefore \overline{PE}+\overline{PF}+\overline{PG}+\overline{PH}=\frac{96}{5}\ (\text{cm})$

따라서 점 P에서 $\square ABCD$의 네 변에 이르는 거리의 합은 $\frac{96}{5}$ cm이다. 답 $\frac{96}{5}$ cm

317 전략 보조선을 긋고 정사각형의 성질을 이용하여 합동인 두 삼각형을 찾는다.

오른쪽 그림과 같이 $\overline{CD}$의 연장선 위에 $\overline{BP}=\overline{DE}$인 점 E를 잡자.



$\triangle ADE$와 $\triangle ABP$에서

$\overline{AD}=\overline{AB}$, $\overline{DE}=\overline{BP}$,

$\angle ADE=\angle ABP=90^\circ$

이므로 $\triangle ADE\equiv\triangle ABP$ (SAS 합동)

$\therefore \overline{AE}=\overline{AP}$, $\angle EAD=\angle PAB$ ····· ㉠

또 $\angle PAQ=45^\circ$이므로

$\angle PAB+\angle DAQ=45^\circ$ ····· ㉡

㉠, ㉡에서 $\angle EAQ=45^\circ$

$\therefore \angle EAQ=\angle PAQ$

$\triangle EAQ$와 $\triangle PAQ$에서

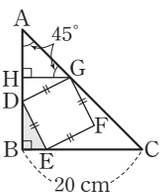
$\overline{AE}=\overline{AP}$, $\overline{AQ}$는 공통, $\angle EAQ=\angle PAQ$

이므로 $\triangle EAQ\equiv\triangle PAQ$ (SAS 합동)

$\therefore \angle AQD=\angle AQP=180^\circ-(45^\circ+58^\circ)=77^\circ$ 답 77°

318 전략 점 G에서 $\overline{AB}$에 수선의 발을 내린 후 정사각형의 뜻을 이용하여 합동인 두 삼각형을 찾는다.

오른쪽 그림과 같이 점 G에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\angle AGH=\angle C=45^\circ$ (동위각)이므로

$\angle A=\angle AGH$

즉 $\triangle AHG$는 $\overline{AH}=\overline{GH}$인 이등변삼각형이다.

$\triangle GHD$와 $\triangle DBE$에서

$\angle GHD=\angle DBE=90^\circ$, $\overline{GD}=\overline{DE}$,

$\angle GDH=90^\circ-\angle EDB=\angle DEB$

이므로 $\triangle GHD\equiv\triangle DBE$ (RHA 합동)

$\therefore \overline{HD}=\overline{BE}$

이때 $\overline{BD}+\overline{DH}=\overline{BD}+\overline{BE}=12\ (\text{cm})$이므로

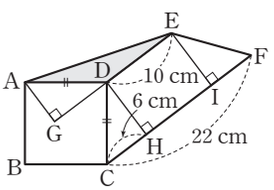
$\overline{AH}=20-12=8\ (\text{cm})$

$\therefore \overline{DB}=\overline{GH}=\overline{AH}=8\ (\text{cm})$, $\overline{BE}=12-8=4\ (\text{cm})$

$\therefore \triangle DBE=\frac{1}{2}\times 4\times 8=16\ (\text{cm}^2)$ 답 16 cm^2

319 전략 $\triangle ADE$에서 $\overline{DE}$를 밑변으로 생각하고 점 A에서 $\overline{ED}$의 연장선에 수선을 그어 높이를 구한다. 이때 삼각형의 합동 조건을 이용할 수 있도록 보조선을 긋는다.

오른쪽 그림과 같이 점 A에서 $\overline{ED}$의 연장선에 내린 수선의 발을 G, 점 D와 E에서 $\overline{CF}$에 내린 수선의 발을 각각 H, I라 하면



$\overline{CH}=\overline{FI}$, $\overline{HI}=\overline{DE}=10\ (\text{cm})$이므로

$\overline{CH}=\frac{1}{2}\times(22-10)=6\ (\text{cm})$

또 $\triangle AGD$와 $\triangle CHD$에서

$\angle AGD=\angle CHD=90^\circ$, $\overline{AD}=\overline{CD}$,

$\angle ADG=90^\circ-\angle GDC=\angle CDH$

이므로 $\triangle AGD \equiv \triangle CHD$ (RHA 합동)

$\therefore \overline{AG}=\overline{CH}=6$ (cm)

$\therefore \triangle ADE=\frac{1}{2}\times\overline{DE}\times\overline{AG}$

$=\frac{1}{2}\times 10\times 6=30$ (cm^2) 답 30 cm^2

320 전략 □ABHG가 어떤 사각형인지 생각해 본다.

△ABG와 △DFG에서

$\overline{AB}=\overline{DF}$, $\angle ABG=\angle DFG$ (엇각),

$\angle BAG=\angle FDG$ (엇각)

이므로 $\triangle ABG \equiv \triangle DFG$ (ASA 합동)

$\therefore \overline{AG}=\overline{DG}$ …… ㉠

같은 방법으로 하면 $\triangle ABH \equiv \triangle ECH$ (ASA 합동)이므로

$\overline{BH}=\overline{CH}$ …… ㉡

그런데 $\overline{AD}=\overline{BC}$이므로 ㉠, ㉡에서

$\overline{AG}=\overline{BH}$

따라서 $\overline{AG}/\!/\overline{BH}$이고 $\overline{AG}=\overline{BH}$, 즉 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같으므로 □ABHG는 평행사변형이다.

이때 $\overline{AD}=2\overline{AB}$에서 $\overline{AG}=\overline{AB}$, 즉 이웃하는 두 변의 길이가 같으므로 평행사변형 ABHG는 마름모이다.

$\therefore \angle GPH=90^\circ$

$\angle DFG=\angle ABG=37^\circ$ (엇각)이고 $\triangle DFG$는 $\overline{DF}=\overline{DG}$인 이등변삼각형이므로

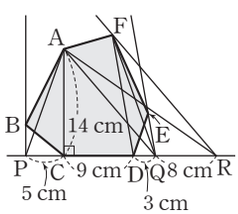
$\angle DGF=\angle DFG=37^\circ$

$\therefore \angle FDG=180^\circ-(37^\circ+37^\circ)=106^\circ$

$\therefore \angle FDG+\angle GPH=106^\circ+90^\circ=196^\circ$ 답 196°

321 전략 육각형 ABCDEF의 넓이를 2개의 삼각형과 1개의 사각형의 넓이의 합으로 생각하고 평행선과 삼각형의 넓이를 이용한다.

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AP}$, $\overline{FQ}$, $\overline{AR}$를 그으면 $\overline{AC}/\!/\overline{BP}$이므로



$\triangle ABC=\triangle APC$

$\overline{FD}/\!/\overline{EQ}$이므로

$\triangle FDE=\triangle FDQ$

따라서 육각형 ABCDEF의 넓이는

$\triangle ABC+\square ACDF+\triangle FDE$

$=\triangle APC+\square ACDF+\triangle FDQ$

$=\square APQF$

이때 $\overline{AQ}/\!/\overline{FR}$이므로

$\triangle FAQ=\triangle RAQ$

$\therefore \square APQF=\triangle APQ+\triangle FAQ$

$=\triangle APQ+\triangle RAQ$

$=\triangle APR$

$=\frac{1}{2}\times(5+9+3+8)\times 14$

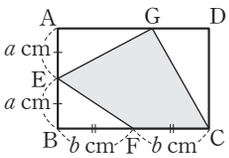
$=\frac{1}{2}\times 25\times 14=175$ (cm^2) 답 175 cm^2

322 전략 $\overline{AE}=a$ cm, $\overline{BF}=b$ cm라 하고 주어진 넓이와 직사각형의 성질을 이용하여 △EBF, △GCD의 넓이를 구한다.

$\overline{AE}=a$ cm, $\overline{BF}=b$ cm라 하면

$\overline{AB}=2\overline{AE}=2a$ (cm),

$\overline{BC}=2\overline{BF}=2b$ (cm)



이므로

□ABCD=$2a\times 2b=4ab$ (cm^2)

즉 $4ab=128$이므로 $ab=32$

따라서 $\triangle EBF=\frac{1}{2}ab=\frac{1}{2}\times 32=16$ (cm^2)이고, △AEG와 △EBF에서 $\overline{AE}=\overline{EB}$이므로

$\overline{AG}:\overline{BF}=\triangle AEG:\triangle EBF=20:16=5:4$

즉 $\overline{AG}:b=5:4$에서 $\overline{AG}=\frac{5}{4}b$ (cm)이므로

$\overline{GD}=2b-\frac{5}{4}b=\frac{3}{4}b$ (cm)

$\therefore \triangle GCD=\frac{1}{2}\times\frac{3}{4}b\times 2a=\frac{3}{4}ab$

$=\frac{3}{4}\times 32=24$ (cm^2)

$\therefore \square GEFC=\square ABCD-(\triangle AEG+\triangle EBF+\triangle GCD)$

$=128-(20+16+24)=68$ (cm^2)

답 68 cm^2

참고 △AEG와 △EBF의 밑변을 각각 $\overline{AG}$, $\overline{BF}$라 하면 두 삼각형의 높이가 같으므로 두 삼각형의 밑변의 길이의 비는 넓이의 비와 같다.

시험 만점 완성하기

본책 74~77쪽

323 전략 평행사변형에서 한 내각이 직각이거나 두 대각선의 길이가 같으면 직사각형이 된다.

① 이웃하는 두 변의 길이가 같으므로 □ABCD는 마름모이다.

③ $\overline{BD}=2\overline{DO}=2\times 6=12$ (cm)

즉 두 대각선의 길이가 같으므로 □ABCD는 직사각형이다.

④ 두 대각선이 서로 수직이므로 □ABCD는 마름모이다.

⑤ $\angle ABC=\angle BCD$이면 $\angle ABC+\angle BCD=180^\circ$에서

$2\angle ABC=180^\circ$ $\therefore \angle ABC=90^\circ$

즉 한 내각이 직각이므로 □ABCD는 직사각형이다.

따라서 □ABCD가 직사각형이 되는 조건은 ③, ⑤이다.

답 ③, ⑤

324 전략 두 대각선의 길이를 이용하여 □ABCD의 넓이를 나타낸 후 $\square ABCD=\triangle PAB+\triangle PBC+\triangle PCD+\triangle PDA$임을 이용한다.

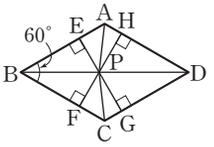
마름모의 두 대각선은 서로 수직이므로

$\square ABCD=\frac{1}{2}\times\overline{AC}\times\overline{BD}$ …… ㉠

또 마름모는 네 변의 길이가 모두 같으므로

$\overline{AB}=\overline{BC}=\overline{CD}=\overline{DA}$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{PA}$, $\overline{PC}$를 그으면



$\square ABCD$
$=\triangle PAB+\triangle PBC$
$+\triangle PCD+\triangle PDA$
$=\frac{1}{2}\times\overline{AB}\times\overline{PE}+\frac{1}{2}\times\overline{BC}\times\overline{PF}$
$+\frac{1}{2}\times\overline{CD}\times\overline{PG}+\frac{1}{2}\times\overline{DA}\times\overline{PH}$
$=\frac{1}{2}\times\overline{AB}\times(\overline{PE}+\overline{PF}+\overline{PG}+\overline{PH})$ ····· ㉡

이때 $\overline{AB}=\overline{BC}$, $\angle ABC=60^\circ$에서 $\triangle ABC$는 정삼각형이므로
$\overline{AB}=\overline{AC}$

㉠, ㉡에서
$\frac{1}{2}\times\overline{AC}\times\overline{BD}=\frac{1}{2}\times\overline{AB}\times(\overline{PE}+\overline{PF}+\overline{PG}+\overline{PH})$

이므로 $\overline{PE}+\overline{PF}+\overline{PG}+\overline{PH}=\overline{BD}$ 답 ②

325 전략 마름모의 성질을 이용하여 $\angle ABC$, $\angle C$의 크기를 먼저 구한다.

$\angle ABC:\angle C=2:3$이므로
$\angle ABC=180^\circ\times\frac{2}{2+3}=72^\circ$, $\angle C=180^\circ\times\frac{3}{2+3}=108^\circ$

두 점 I, I′이 각각 $\triangle ABF$, $\triangle AED$의 내심이므로
$\angle BAE=\angle EAF$, $\angle EAF=\angle FAD$
$\therefore \angle BAE=\angle EAF=\angle FAD$
$=\frac{1}{3}\angle BAD=\frac{1}{3}\angle C$
$=\frac{1}{3}\times108^\circ=36^\circ$

$\angle D=\angle B=72^\circ$이므로 $\triangle AFD$에서
$\angle AFC=36^\circ+72^\circ=108^\circ$ 답 ⑤

326 전략 정사각형의 두 대각선은 길이가 같고, 서로 다른 것을 수직이등분함을 이용한다.

$\overline{BO}=\overline{CO}=\frac{1}{2}\overline{AC}=\frac{1}{2}\times16=8\,(\text{cm})$

$\angle BOC=90^\circ$이므로
$\triangle OBC=\frac{1}{2}\times8\times8=32\,(\text{cm}^2)$ 답 ①

327 전략 정사각형의 성질을 이용하여 합동인 두 삼각형을 찾는다.

$\triangle ABF$와 $\triangle DAE$에서
$\overline{AB}=\overline{DA}$, $\angle ABF=\angle DAE=90^\circ$, $\overline{BF}=\overline{AE}$
이므로 $\triangle ABF\equiv\triangle DAE$ (SAS 합동)
$\therefore \angle BAF=\angle ADE$

또 $\triangle AED$에서 $\angle AED+\angle ADE=90^\circ$이므로
$\angle AED+\angle BAF=90^\circ$

따라서 $\triangle AEO$에서 $\angle AOE=180^\circ-90^\circ=90^\circ$
$\therefore \angle DOF=\angle AOE=90^\circ$ (맞꼭지각)

$\square OFCD$에서 네 내각의 크기의 합은 360°이므로
$\angle ODC+\angle OFC=360^\circ-(90^\circ+90^\circ)=180^\circ$ 답 ⑤

다른 풀이 $\angle ODC=\angle DEA$ (엇각)
$\triangle ABF\equiv\triangle DAE$에서 $\angle AFB=\angle DEA$
따라서 $\angle ODC=\angle AFB$이므로
$\angle ODC+\angle OFC=\angle AFB+\angle OFC=180^\circ$

328 전략 두 쌍의 대변이 각각 평행한 사각형은 평행사변형이므로 평행사변형이 정사각형이 되는 조건을 찾는다.

$\overline{AB}/\!/\overline{DC}$, $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로 $\square ABCD$는 평행사변형이다.
① $\angle BAD=\angle ADC=90^\circ$, $\angle ABC=\angle BCD=90^\circ$이므로 $\square ABCD$는 직사각형이다.
② 두 대각선의 길이가 같으므로 $\square ABCD$는 직사각형이다.
③ 한 내각이 직각이고 두 대각선이 서로 수직이므로 $\square ABCD$는 정사각형이다.
④ 두 대각선의 길이가 같고 한 내각이 직각이므로 $\square ABCD$는 직사각형이다.
⑤ 이웃하는 두 변의 길이가 같으므로 $\square ABCD$는 마름모이다.
따라서 $\square ABCD$가 정사각형이 되는 조건은 ③이다. 답 ③

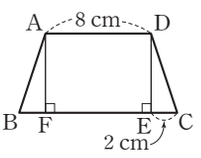
329 전략 등변사다리꼴은 아랫변의 양 끝 각의 크기가 같은 사다리꼴임을 이용한다.

$\triangle OBC$에서 $\angle BOC=90^\circ$, $\overline{OB}=\overline{OC}$이므로
$\angle OBC=\angle OCB=45^\circ$
이때 $\angle DCB=\angle ABC=72^\circ$이므로
$\angle OCF=\angle DCB-\angle OCB=72^\circ-45^\circ=27^\circ$
$\triangle OCF$에서 $\angle COF=180^\circ-(90^\circ+27^\circ)=63^\circ$
$\therefore \angle AOE=\angle COF=63^\circ$ (맞꼭지각) 답 ③

만점 공략 노트
$\triangle ABC$와 $\triangle DCB$에서
$\overline{AB}=\overline{DC}$, $\overline{BC}$는 공통, $\angle ABC=\angle DCB$
이므로 $\triangle ABC\equiv\triangle DCB$ (SAS 합동)
$\therefore \angle ACB=\angle DBC$
따라서 $\triangle OBC$에서 두 밑각의 크기가 같으므로
$\overline{OB}=\overline{OC}$

330 전략 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 수선의 발을 내리고 등변사다리꼴의 성질을 이용하여 $\overline{BC}$의 길이를 구한다.

오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 F라 하면



$\overline{FE}=\overline{AD}=8\,(\text{cm})$
$\triangle ABF$와 $\triangle DCE$에서
$\angle AFB=\angle DEC=90^\circ$, $\overline{AB}=\overline{DC}$, $\angle B=\angle C$
이므로 $\triangle ABF\equiv\triangle DCE$ (RHA 합동)
$\therefore \overline{BF}=\overline{CE}=2\,(\text{cm})$
따라서 $\overline{BC}=2+8+2=12\,(\text{cm})$이고, $\square ABCD$의 넓이가 $60\,\text{cm}^2$이므로
$\frac{1}{2}\times(8+12)\times\overline{DE}=60$, $10\overline{DE}=60$
$\therefore \overline{DE}=6\,(\text{cm})$ 답 ④

331 전략 여러 가지 사각형 사이의 관계를 생각해 본다.

① 두 대각선이 서로 수직이므로 □ABCD는 마름모이다.

② $\overline{AO}=\overline{BO}=\overline{CO}=\overline{DO}$이면 $\overline{AC}=\overline{BD}$이다.
즉 두 대각선의 길이가 같으므로 □ABCD는 직사각형이다.

③ $\angle ABC=\angle BCD$이면 $\angle ABC+\angle BCD=180^\circ$에서
$2\angle ABC=180^\circ \quad \therefore \angle ABC=90^\circ$
즉 한 내각이 직각이므로 □ABCD는 직사각형이다.

④ $\angle OAD=\angle OCD$이면 $\overline{AD}=\overline{DC}$이다.
즉 이웃하는 두 변의 길이가 같으므로 □ABCD는 마름모이다.

⑤ $\angle OAB=\angle OBA=45^\circ$이면 $\overline{AO}=\overline{BO}$에서 $\overline{AC}=\overline{BD}$이고, $\angle AOB=90^\circ$이다.
즉 두 대각선의 길이가 같고 두 대각선이 서로 수직이므로 □ABCD는 정사각형이다.

따라서 옳지 않은 것은 ④이다. 답 ④

332 전략 여러 가지 사각형의 대각선의 성질을 이용한다.

㈎ 두 대각선의 길이가 같고 서로를 수직이등분하는 사각형은 정사각형이다.

따라서 옳지 않은 것은 ①이다. 답 ①

333 전략 여러 가지 사각형에서 각 변의 중점을 연결하여 만든 사각형이 무엇인지 생각해 본다.

⑤ 마름모의 각 변의 중점을 연결하여 만든 사각형은 직사각형이다.

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다. 답 ⑤

334 전략 평행사변형에서 높이가 같은 두 삼각형의 넓이의 비를 생각한다.

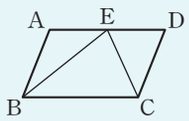
$\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로 $\triangle DFC=\triangle AFC$
$\overline{AC}/\!/\overline{EF}$이므로 $\triangle AFC=\triangle AEC$
이때
$\triangle AEC=\triangle ABC-\triangle EBC$
$=\frac{1}{2}\square ABCD-\triangle EBC$
$=\frac{1}{2}\times 42-7=14\ (\text{cm}^2)$
이므로
$\triangle DFC=\triangle AFC=\triangle AEC=14\ (\text{cm}^2)$ 답 ①

다른 풀이 $\overline{AC}/\!/\overline{EF}$이므로
$\triangle ABF=\triangle EBF+\triangle EFA$
$=\triangle EBF+\triangle EFC$
$=\triangle EBC=7\ (\text{cm}^2)$
이때 $\triangle ABF+\triangle DFC=\frac{1}{2}\square ABCD$이므로
$7+\triangle DFC=\frac{1}{2}\times 42$
$\therefore \triangle DFC=14\ (\text{cm}^2)$

만점 공략 노트

평행사변형 ABCD에서 $\overline{AD}$ 위의 점 E에 대하여 $\triangle EBC=\frac{1}{2}\square ABCD$이므로

$\triangle ABE+\triangle ECD=\frac{1}{2}\square ABCD$



335 전략 평행사변형의 성질을 이용하여 합동인 두 삼각형을 찾는다.

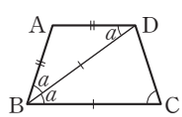
$\triangle AED$와 $\triangle BEC$에서
$\overline{AD}=\overline{BC}$, $\overline{AE}=\overline{BE}$, $\overline{DE}=\overline{CE}$
이므로 $\triangle AED\equiv\triangle BEC$ (SSS 합동)
$\therefore \angle ADE=\angle BCE$
이때 $\angle ADE+\angle BCE=180^\circ$이므로
$\angle ADE=\angle BCE=90^\circ$
즉 평행사변형 ABCD의 한 내각이 직각이므로 □ABCD는 직사각형이다. 답 직사각형

336 전략 두 대각선이 서로 수직인 평행사변형은 마름모임을 이용한다.

$\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로 $\angle ADB=\angle CBD=34^\circ$ (엇각)
$\triangle AOD$에서
$\angle AOD=180^\circ-(56^\circ+34^\circ)=90^\circ$
즉 평행사변형의 두 대각선이 서로 수직이므로 □ABCD는 마름모이다.
$\overline{AB}=\overline{AD}=9\ (\text{cm})$이므로 $x=9$
$\overline{CB}=\overline{CD}$에서 $\angle CDB=\angle CBD=34^\circ$이므로 $y=34$
$\therefore x+y=9+34=43$ 답 43

337 전략 등변사다리꼴에서 평행하지 않은 한 쌍의 대변의 길이는 같음을 이용한다.

$\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로 $\angle ADB=\angle a$라 하면
$\angle DBC=\angle ADB=\angle a$ (엇각)
$\triangle ABD$에서 $\overline{AB}=\overline{AD}$이므로
$\angle ABD=\angle ADB=\angle a$
$\therefore \angle C=\angle ABC=2\angle a$
$\triangle BCD$는 $\overline{BC}=\overline{BD}$인 이등변삼각형이므로
$\angle BDC=\angle C=2\angle a$
이때 $\angle ADC+\angle C=180^\circ$이므로
$\angle a+2\angle a+2\angle a=180^\circ, \quad 5\angle a=180^\circ$
$\therefore \angle a=36^\circ$
$\therefore \angle C=2\angle a=2\times 36^\circ=72^\circ$ 답 72°



338 전략 높이가 같은 삼각형의 넓이의 비는 밑변의 길이의 비와 같음을 이용한다.

$\overline{BF}:\overline{FE}=1:1$이므로
$\triangle EBD=2\triangle FBD=2\times 6=12\ (\text{cm}^2)$
$\overline{AE}:\overline{ED}=2:3$이므로
$\triangle ABD=\frac{5}{3}\triangle EBD=\frac{5}{3}\times 12=20\ (\text{cm}^2)$

$\overline{BD}:\overline{DC}=2:1$이므로

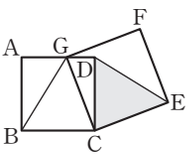
$\triangle ABC=\frac{3}{2}\triangle ABD=\frac{3}{2}\times 20=30\ (cm^2)$ 답 30 cm^2

339 전략 $\overline{BG}$를 긋고 합동인 두 삼각형을 찾는다.

오른쪽 그림과 같이 $\overline{BG}$를 그으면 $\triangle BCG$와 $\triangle DCE$에서

$\overline{BC}=\overline{DC}$, $\overline{CG}=\overline{CE}$,

$\angle BCG=90^\circ-\angle GCD=\angle DCE$



이므로 $\triangle BCG\equiv\triangle DCE$ (SAS 합동)

$\therefore \triangle DCE=\triangle BCG=\frac{1}{2}\square ABCD$

$=\frac{1}{2}\times 28=14\ (cm^2)$ 답 14 cm^2

340 전략 사다리꼴에서 높이가 같은 두 삼각형의 넓이의 비를 생각한다.

$\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로 $\triangle ABC=\triangle DBC$

또 $\overline{BO}:\overline{OD}=3:2$이므로

$\triangle OBC:\triangle DOC=3:2$

$30:\triangle DOC=3:2$

$\therefore \triangle DOC=20\ (cm^2)$

$\therefore \triangle ABO=\triangle ABC-\triangle OBC$

$=\triangle DBC-\triangle OBC$

$=\triangle DOC=20\ (cm^2)$ 답 20 cm^2

341 전략 직사각형의 뜻과 접은 각, 엇각의 성질을 이용한다.

$\angle BAF=90^\circ$이므로

$\angle EAF=90^\circ-22^\circ=68^\circ$ … 1단계

$\angle AEF=\angle CEF$ (접은 각), $\angle AFE=\angle CEF$ (엇각)이므로

$\angle AEF=\angle AFE$ … 2단계

따라서 $\triangle AEF$에서

$\angle AFE=\frac{1}{2}\times(180^\circ-68^\circ)=56^\circ$ … 3단계

답 56°

단계	채점 요소	배점
1	$\angle EAF$의 크기 구하기	1점
2	$\angle AEF=\angle AFE$임을 알기	2점
3	$\angle AFE$의 크기 구하기	1점

342 전략 마름모는 평행사변형이므로 대변이 평행함을 이용하여 크기가 같은 각을 찾는다.

$\triangle BFE$에서 $\overline{BE}=\overline{BF}$이므로

$\angle BEF=\angle BFE$

이때 $\angle CFD=\angle BFE$ (맞꼭지각), $\angle FCD=\angle BEF$ (엇각)이므로 $\angle CFD=\angle FCD$ … 1단계

즉 $\triangle DFC$는 $\overline{DF}=\overline{DC}$인 이등변삼각형이고

$\overline{DC}=\overline{BC}=19$ (cm)이므로 $\overline{DF}=19$ cm … 2단계

따라서 $\overline{BD}=\overline{BF}+\overline{DF}=11+19=30$ (cm)이므로

$\overline{OD}=\frac{1}{2}\overline{BD}=\frac{1}{2}\times 30=15$ (cm) … 3단계

답 15 cm

단계	채점 요소	배점
1	$\angle CFD=\angle FCD$임을 알기	2점
2	$\overline{DF}$의 길이 구하기	2점
3	$\overline{OD}$의 길이 구하기	2점

343 전략 정사각형의 성질을 이용하여 합동인 네 삼각형을 찾는다.

$\triangle AEH$, $\triangle BFE$, $\triangle CGF$, $\triangle DHG$에서

$\overline{AE}=\overline{BF}=\overline{CG}=\overline{DH}$, $\overline{AH}=\overline{BE}=\overline{CF}=\overline{DG}$,

$\angle A=\angle B=\angle C=\angle D=90^\circ$

이므로

$\triangle AEH\equiv\triangle BFE\equiv\triangle CGF\equiv\triangle DHG$ (SAS 합동) … 1단계

$\therefore \overline{HE}=\overline{EF}=\overline{FG}=\overline{GH}$ …… ㉠ … 2단계

이때 $\angle AEH+\angle AHE=90^\circ$이고 $\angle AHE=\angle BEF$이므로

$\angle AEH+\angle BEF=90^\circ$

$\therefore \angle HEF=90^\circ$

같은 방법으로 하면

$\angle HEF=\angle EFG=\angle FGH=\angle GHE=90^\circ$ …… ㉡ … 3단계

따라서 ㉠, ㉡에서 □EFGH는 네 변의 길이가 모두 같고 네 내각의 크기가 모두 같으므로 정사각형이다. … 4단계

답 정사각형

단계	채점 요소	배점
1	$\triangle AEH\equiv\triangle BFE\equiv\triangle CGF\equiv\triangle DHG$임을 알기	2점
2	□EFGH의 네 변의 길이가 모두 같음을 알기	1점
3	□EFGH의 네 내각의 크기가 모두 같음을 알기	1점
4	□EFGH가 어떤 사각형인지 구하기	1점

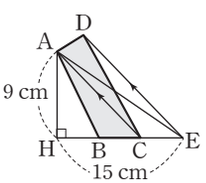
344 전략 평행선 사이에 있는 밑변이 공통인 삼각형의 넓이는 같음을 이용한다.

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AE}$를 그으면

$\square ABCD=\triangle ABC+\triangle ACD$

$=\triangle ABC+\triangle ACE$

$=\triangle ABE$ … 1단계



$\overline{HB}:\overline{BE}=1:2$이고 $\overline{HE}=15$ cm이므로

$\overline{BE}=15\times\frac{2}{1+2}=10$ (cm) … 2단계

$\therefore \square ABCD=\triangle ABE=\frac{1}{2}\times 10\times 9=45\ (cm^2)$ … 3단계

답 45 cm^2

단계	채점 요소	배점
1	□ABCD=△ABE임을 알기	3점
2	$\overline{BE}$의 길이 구하기	2점
3	□ABCD의 넓이 구하기	1점

Ⅲ. 도형의 닮음과 피타고라스 정리

05 도형의 닮음

셀프 CHECK

본책 80~81쪽

A 답 (1) 점 H (2) $\overline{FG}$ (3) $\angle C$

B (1) $\overline{AB} : \overline{DE} = 4 : 6 = 2 : 3$

(2) $\angle E = \angle B = 70^\circ$

(3) $\triangle ABC$와 $\triangle DEF$의 닮음비가 2 : 3이므로

$6 : \overline{EF} = 2 : 3$, $2\overline{EF} = 18$

$\therefore \overline{EF} = 9\,(\text{cm})$

답 (1) 2 : 3 (2) 70° (3) 9 cm

C (1) $\overline{AD} : \overline{EH} = 10 : 8 = 5 : 4$

(2) $5^2 : 4^2 = 25 : 16$

(3) $5^3 : 4^3 = 125 : 64$

(4) 삼각뿔 E-FGH의 부피를 $x\ \text{cm}^3$라 하면

$250 : x = 125 : 64$

$\therefore x = 128$

따라서 삼각뿔 E-FGH의 부피는 $128\ \text{cm}^3$이다.

답 (1) 5 : 4 (2) 25 : 16 (3) 125 : 64 (4) $128\ \text{cm}^3$

D (1) $\triangle ABC$와 $\triangle CBD$에서

$\overline{AB} : \overline{CB} = 16 : 20 = 4 : 5$,

$\overline{BC} : \overline{BD} = 20 : 25 = 4 : 5$,

$\overline{AC} : \overline{CD} = 12 : 15 = 4 : 5$

이므로 $\triangle ABC \backsim \triangle CBD$ (SSS 닮음)

(2) $\triangle AEB$와 $\triangle DEC$에서

$\overline{AE} : \overline{DE} = 4 : 6 = 2 : 3$,

$\overline{BE} : \overline{CE} = 6 : 9 = 2 : 3$,

$\angle AEB = \angle DEC$ (맞꼭지각)

이므로 $\triangle AEB \backsim \triangle DEC$ (SAS 닮음)

(3) $\triangle ABC$와 $\triangle AED$에서

$\angle ABC = \angle AED = 60^\circ$, $\angle A$는 공통

이므로 $\triangle ABC \backsim \triangle AED$ (AA 닮음)

답 풀이 참조

E (1) $\overline{AB}^2 = \overline{BD} \times \overline{BC}$이므로

$4^2 = 2x$ $\therefore x = 8$

(2) $\overline{AC}^2 = \overline{CD} \times \overline{CB}$이므로

$x^2 = 8 \times 18 = 144$ $\therefore x = 12$

(3) $\overline{AD}^2 = \overline{DB} \times \overline{DC}$이므로

$12^2 = 16x$ $\therefore x = 9$

답 (1) 8 (2) 12 (3) 9

내신 유형 다지기

본책 82~93쪽

유형 058 닮은 도형

본책 82쪽

(1) $\triangle ABC$와 $\triangle DEF$가 닮은 도형일 때

➜ $\triangle ABC \backsim \triangle DEF$ → 꼭짓점은 대응하는 순서대로 쓴다.

(2) 항상 닮은 도형

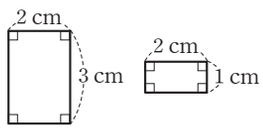
① 평면도형: 두 원, 중심각의 크기가 같은 두 부채꼴, 두 직각이등변삼각형, 변의 개수가 같은 두 정다각형 등

② 입체도형: 두 구, 면의 개수가 같은 두 정다면체 등

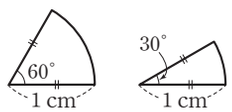
345 $\overline{BE}$에 대응하는 모서리는 $\overline{HK}$이고, 면 GJLI에 대응하는 면은 면 ADFC이다. 답 ④

346 다음의 경우에는 닮은 도형이 아니다.

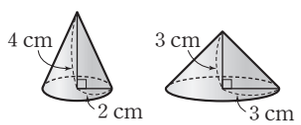
ㄱ.



ㄴ.



ㅂ.



이상에서 항상 닮은 도형인 것은 ㄷ, ㄹ, ㅁ이다. 답 ③

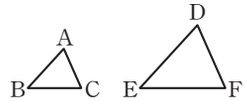
유형 059 평면도형에서 닮음의 성질

본책 82쪽

$\triangle ABC \backsim \triangle DEF$일 때

(1) 대응변의 길이의 비는 일정하다.

➜ $\overline{AB} : \overline{DE} = \overline{BC} : \overline{EF} = \overline{CA} : \overline{FD}$



(2) 대응각의 크기는 각각 같다.

➜ $\angle A = \angle D$, $\angle B = \angle E$, $\angle C = \angle F$

347 ① $\triangle ABC$와 $\triangle DEF$의 닮음비는

$\overline{AC} : \overline{DF} = 9 : 3 = 3 : 1$

② $\angle C = \angle F = 35^\circ$

③ $\angle D = \angle A = 180^\circ - (70^\circ + 35^\circ) = 75^\circ$

④ $\overline{AB} : \overline{DE} = 3 : 1$에서

$6 : \overline{DE} = 3 : 1$, $3\overline{DE} = 6$

$\therefore \overline{DE} = 2\,(\text{cm})$

따라서 옳지 않은 것은 ①, ③이다. 답 ①, ③

348 □ABCD와 □EFGH의 닮음비는

$\overline{BC}:\overline{FG}=12:9=4:3$

즉 $\overline{AB}:\overline{EF}=4:3$이므로 $8:x=4:3$

$4x=24$ $\therefore x=6$

$\angle D=\angle H=90^\circ$이므로 $y=90$

$\therefore xy=6\times90=540$ 답 540

349 $\overline{AB}:20=3:4$이므로 $4\overline{AB}=60$

$\therefore \overline{AB}=15\,(\text{cm})$ … 1단계

$\overline{AC}:24=3:4$이므로 $4\overline{AC}=72$

$\therefore \overline{AC}=18\,(\text{cm})$ … 2단계

$\therefore$ (△ABC의 둘레의 길이)$=15+21+18$

$=54\,(\text{cm})$ … 3단계

답 54 cm

단계	채점 요소	비율
1	$\overline{AB}$의 길이 구하기	40 %
2	$\overline{AC}$의 길이 구하기	40 %
3	△ABC의 둘레의 길이 구하기	20 %

350 △ABC와 △AED의 닮음비는

$\overline{AC}:\overline{AD}=(3+5):4=2:1$

즉 $\overline{AB}:\overline{AE}=2:1$이므로

$\overline{AB}:3=2:1$ $\therefore \overline{AB}=6\,(\text{cm})$

$\therefore \overline{DB}=\overline{AB}-\overline{AD}=6-4=2\,(\text{cm})$ 답 2 cm

351 □ABCD와 □DEFC의 닮음비는

$\overline{AD}:\overline{DC}=40:30=4:3$

즉 $\overline{AB}:\overline{DE}=4:3$이므로

$30:(40-x)=4:3$, $160-4x=90$

$4x=70$ $\therefore x=\frac{35}{2}$

□ABCD와 □AGHE의 닮음비는

$\overline{AD}:\overline{AE}=40:\frac{35}{2}=16:7$

즉 $\overline{DC}:\overline{EH}=16:7$이므로

$30:y=16:7$, $16y=210$ $\therefore y=\frac{105}{8}$

$\therefore x+4y=\frac{35}{2}+4\times\frac{105}{8}=70$ 답 70

352 사분원의 중심각의 크기는 90°이므로 주어진 사분원은 모두 닮은 도형이다.

호의 길이가 l_1, l_2, l_3, …, l_6인 사분원을 차례대로 S_1, S_2, S_3, …, S_6이라 하고, S_1의 반지름의 길이를 r라 하자.

S_1, S_2, S_3, …, S_6의 반지름의 길이를 차례대로 나열하면

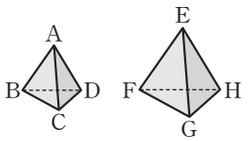
r, r, $r+r=2r$, $2r+r=3r$, $3r+2r=5r$, $5r+3r=8r$

따라서 S_3과 S_6의 닮음비가 $2r:8r=1:4$이므로

$l_3:l_6=1:4$ $\therefore \frac{l_6}{l_3}=\frac{4}{1}=4$ 답 4

유형 060 입체도형에서 닮음의 성질 본책 83쪽

두 삼각뿔 A-BCD와 E-FGH가 닮은 도형일 때



(1) 대응하는 모서리의 길이의 비는 일정하다.

➜ $\overline{AB}:\overline{EF}=\overline{AC}:\overline{EG}=\cdots$

(2) 대응하는 면은 닮은 도형이다.

➜ △ABC∽△EFG, △ABD∽△EFH, …

353 두 직육면체의 닮음비는

$\overline{BF}:\overline{JN}=15:10=3:2$

$\overline{GH}:\overline{OP}=3:2$이므로 $x:6=3:2$

$2x=18$ $\therefore x=9$

$\overline{FG}:\overline{NO}=3:2$이므로 $12:y=3:2$

$3y=24$ $\therefore y=8$

$\therefore x+y=9+8=17$ 답 17

354 ㄱ. $\overline{AD}:\overline{EH}=\overline{AB}:\overline{EF}=7:14=1:2$

ㄴ. △BCD∽△FGH, △ACD∽△EGH

ㄷ. $\overline{CD}:\overline{GH}=1:2$이므로 $\overline{CD}:8=1:2$

$2\overline{CD}=8$ $\therefore \overline{CD}=4\,(\text{cm})$

ㄹ. $\overline{BC}:\overline{FG}=1:2$이므로 $5:\overline{FG}=1:2$

$\therefore \overline{FG}=10\,(\text{cm})$

이상에서 옳은 것은 ㄱ, ㄹ이다. 답 ③

355 두 정팔면체 A와 B의 닮음비가 4 : 7이므로 정팔면체 B의 한 모서리의 길이를 x cm라 하면

$8:x=4:7$, $4x=56$

$\therefore x=14$

즉 정팔면체 B의 한 모서리의 길이는 14 cm이다. … 1단계

이때 정팔면체의 모서리는 12개이므로 모든 모서리의 길이의 합은

$14\times12=168\,(\text{cm})$ … 2단계

답 168 cm

단계	채점 요소	비율
1	정팔면체 B의 한 모서리의 길이 구하기	70 %
2	모든 모서리의 길이의 합 구하기	30 %

유형 061 입체도형에서 닮음의 성질; 회전체 본책 83쪽

(1) 닮은 두 원기둥, 두 원뿔의 닮음비

➜ 높이의 비

➜ 밑면의 반지름의 길이의 비

➜ 모선의 길이의 비

(2) 닮은 두 구의 닮음비 ➜ 반지름의 길이의 비

356 원뿔 B의 밑면의 반지름의 길이를 r cm라 하면 둘레의 길이가 12π cm이므로

$2\pi r=12\pi$ $\therefore r=6$

즉 두 원뿔 A, B의 닮음비는 $4:6=2:3$이고 모선의 길이의 비는 닮음비와 같으므로

$x:12=2:3$, $3x=24$

$\therefore x=8$ 답 8

357 두 원기둥 P, Q의 닮음비는 높이의 비와 같으므로

$21:15=7:5$

원기둥 Q의 밑면의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$14:r=7:5$, $7r=70$ $\therefore r=10$

따라서 원기둥 Q의 밑면의 지름의 길이는

$2\times10=20$ (cm) 답 20 cm

358 구 O'의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$6:r=3:4$, $3r=24$ $\therefore r=8$

따라서 구 O'의 겉넓이는

$4\pi\times8^2=256\pi$ (cm^2) 답 256π cm^2

만점 공략 노트

반지름의 길이가 r인 구의 겉넓이를 S, 부피를 V라 하면

① $S=4\pi r^2$ ② $V=\frac{4}{3}\pi r^3$

359 처음 원뿔과 밑면에 평행한 평면으로 잘라서 생긴 작은 원뿔의 닮음비는

$10:6=5:3$ … 1단계

처음 원뿔의 높이를 h cm라 하면 두 원뿔의 높이의 비는 닮음비와 같으므로

$h:(h-8)=5:3$, $3h=5h-40$

$2h=40$ $\therefore h=20$

따라서 처음 원뿔의 높이는 20 cm이다. … 2단계

답 20 cm

단계	채점 요소	비율
1	처음 원뿔과 잘라서 생긴 작은 원뿔의 닮음비 구하기	50 %
2	처음 원뿔의 높이 구하기	50 %

유형 062 닮은 두 평면도형의 넓이의 비 본책 84쪽

닮은 두 평면도형의 닮음비가 $m:n$이면

(1) 둘레의 길이의 비는 $m:n$

(2) 넓이의 비는 $m^2:n^2$

360 □ABCD와 □GBEF의 닮음비는

$\overline{BC}:\overline{BE}=8:18=4:9$

이므로 넓이의 비는 $4^2:9^2=16:81$

이때 □ABCD의 넓이가 48 cm^2이므로

$48:$ □GBEF$=16:81$

16□GBEF$=48\times81$

$\therefore$ □GBEF$=\frac{48\times81}{16}=243$ (cm^2) 답 243 cm^2

참고 비례식의 성질에 의하여

$16:81=(16\times3):(81\times3)=48:243$

이므로 $48:$ □GBEF$=16:81$에서

$48:$ □GBEF$=48:243$

으로 바꾸어 계산하면 편리하다.

361 △ABC와 △ADE의 닮음비는

$\overline{AC}:\overline{AE}=8:5$

이므로 넓이의 비는 $8^2:5^2=64:25$

이때 △ABC의 넓이가 16 cm^2이므로

$16:$ △ADE$=64:25$

64△ADE$=16\times25$

$\therefore$ △ADE$=\frac{16\times25}{64}=\frac{25}{4}$ (cm^2)

$\therefore$ □DBCE$=$△ABC$-$△ADE

$=16-\frac{25}{4}=\frac{39}{4}$ (cm^2) 답 ⑤

다른 풀이 △ABC와 △ADE의 넓이의 비가 $64:25$이므로 △ABC와 □DBCE의 넓이의 비는

$64:(64-25)=64:39$

이때 △ABC의 넓이가 16 cm^2이므로

$16:$ □DBCE$=64:39$

64□DBCE$=16\times39$

$\therefore$ □DBCE$=\frac{16\times39}{64}=\frac{39}{4}$ (cm^2)

362 세 원 A, B, C의 반지름의 길이의 비가 $1:2:4$이므로 넓이의 비는

$1^2:2^2:4^2=1:4:16$

원 A와 색칠한 부분의 넓이의 비는

$1:(16-4)=1:12$

이므로 원 A의 넓이를 x cm^2라 하면

$x:36\pi=1:12$, $12x=36\pi$

$\therefore x=3\pi$

따라서 원 A의 넓이는 3π cm^2이다. 답 ⑤

유형 063 닮은 두 입체도형의 겉넓이의 비 본책 85쪽

닮은 두 입체도형의 닮음비가 $m:n$이면

옆넓이의 비, 밑넓이의 비, 겉넓이의 비 → $m^2:n^2$

363 두 사각기둥 A, B의 닮음비가 3 : 2이므로 겉넓이의 비는

$3^2 : 2^2 = 9 : 4$

사각기둥 B의 겉넓이를 x cm^{2}라 하면

$63 : x = 9 : 4$, $9x = 252$

$\therefore x = 28$

따라서 사각기둥 B의 겉넓이는 28 cm^{2}이다. 답 28 cm^2

364 ③ 밑면의 둘레의 길이의 비는 닮음비와 같으므로

$8 : 10 = 4 : 5$이다.

따라서 옳지 않은 것은 ③이다. 답 ③

365 두 정사면체의 겉넓이의 비가

$1 : 16 = 1^2 : 4^2$

이므로 닮음비는 $1 : 4$

즉 큰 정사면체의 한 모서리의 길이는 작은 정사면체의 한 모서리의 길이의 4배이므로 $a = 4$ 답 4

유형 064 닮은 두 입체도형의 부피의 비 본책 85쪽

닮은 두 입체도형의 닮음비가 $m : n$이면 부피의 비는

$m^3 : n^3$

366 두 원기둥의 부피의 비가

$27 : 64 = 3^3 : 4^3$

이므로 닮음비는 $3 : 4$

$9 : r = 3 : 4$에서 $3r = 36$ $\therefore r = 12$

$h : 28 = 3 : 4$에서 $4h = 84$ $\therefore h = 21$

$\therefore r + h = 12 + 21 = 33$ 답 ②

367 두 직육면체 A, B의 밑넓이의 비가

$6 : 24 = 1 : 4 = 1^2 : 2^2$

이므로 닮음비는 $1 : 2$ … 1단계

부피의 비는 $1^3 : 2^3 = 1 : 8$ … 2단계

직육면체 B의 부피를 x cm^{3}라 하면

$12 : x = 1 : 8$ $\therefore x = 96$

따라서 직육면체 B의 부피는 96 cm^{3}이다. … 3단계

답 96 cm^3

단계	채점 요소	비율
1	두 직육면체의 닮음비 구하기	30 %
2	두 직육면체의 부피의 비 구하기	30 %
3	직육면체 B의 부피 구하기	40 %

368 두 사각뿔 A－BCDE, A－FGHI의 닮음비가

$1 : \frac{3}{2} = 2 : 3$

이므로 부피의 비는 $2^3 : 3^3 = 8 : 27$

사각뿔 A－BCDE의 부피를 x cm^{3}라 하면

$x : (x + 95) = 8 : 27$, $27x = 8x + 760$

$19x = 760$ $\therefore x = 40$

따라서 사각뿔 A－BCDE의 부피는 40 cm^{3}이다. 답 40 cm^3

369 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$, $\overline{AD}$를 각각 모선으로 하는 세 원뿔의 모선의 길이의 비가

$3 : (3+2) : (3+2+1) = 3 : 5 : 6$

이므로 부피의 비는

$3^3 : 5^3 : 6^3 = 27 : 125 : 216$

따라서 두 원뿔대 P, Q의 부피의 비는

$(125 - 27) : (216 - 125) = 98 : 91$

$= 14 : 13$ 답 ④

유형 065 닮은 두 평면도형의 넓이의 비의 활용 본책 86쪽

❶ 닮음비를 이용하여 두 평면도형의 넓이의 비를 구한다.

❷ 비례식을 이용하여 넓이를 구한다.

370 1.2 m = 120 cm이고, 게시판과 영화 포스터의 닮음비가

$120 : 15 = 8 : 1$

이므로 넓이의 비는 $8^2 : 1^2 = 64 : 1$

따라서 64장의 영화 포스터가 필요하다. 답 ⑤

371 처음에 구입한 엽서와 180 %로 확대한 크기의 엽서의 닮음비는

$100 : 180 = 5 : 9$

이므로 넓이의 비는 $5^2 : 9^2 = 25 : 81$

180 %로 확대한 크기의 엽서의 가격을 x원이라 하면

$500 : x = 25 : 81$, $25x = 500 \times 81$

$\therefore x = 1620$

따라서 구하는 가격은 1620원이다. 답 1620원

372 구하는 두 용지의 넓이의 비가 $16 : 1 = 4^2 : 1^2$이므로 닮음비는 4 : 1이어야 한다.

A0 용지의 짧은 변의 길이를 a라 하면 A2 용지의 짧은 변의 길이는 $\frac{1}{2}a$, A4 용지의 짧은 변의 길이는 $\frac{1}{4}a$, A6 용지의 짧은 변의 길이는 $\frac{1}{8}a$이다.

따라서 A2 용지와 A6 용지의 닮음비는

$\frac{1}{2}a : \frac{1}{8}a = 4 : 1$

이므로 A2 용지와 A6 용지를 선택하면 된다. 답 ⑤

참고 용지를 반으로 자를 때마다 넓이는 $\frac{1}{2}$로 줄어들므로 주어진 용지의 넓이의 비를 구하면 다음과 같다.

① A3 용지의 넓이는 A0 용지의 넓이의 $\left(\frac{1}{2}\right)^3$이므로 넓이의 비는

$1:\left(\frac{1}{2}\right)^3=8:1$이다.

② A5 용지의 넓이는 A0 용지의 넓이의 $\left(\frac{1}{2}\right)^5$이므로 넓이의 비는

$1:\left(\frac{1}{2}\right)^5=32:1$이다.

③ A3 용지의 넓이는 A1 용지의 넓이의 $\left(\frac{1}{2}\right)^2$이므로 넓이의 비는

$1:\left(\frac{1}{2}\right)^2=4:1$이다.

④ A4 용지의 넓이는 A1 용지의 넓이의 $\left(\frac{1}{2}\right)^3$이므로 넓이의 비는

$1:\left(\frac{1}{2}\right)^3=8:1$이다.

373 원 모양의 구멍 1개와 원판의 닮음비가

$\frac{1}{5}:1=1:5$ … 1단계

이므로 넓이의 비는 $1^2:5^2=1:25$ … 2단계

구멍 1개의 넓이를 $x\ \text{cm}^2$라 하면

$x:105\pi=1:25,\quad 25x=105\pi$

$\therefore x=\frac{21}{5}\pi$

즉 구멍 1개의 넓이는 $\frac{21}{5}\pi\ \text{cm}^2$이다. … 3단계

따라서 남은 부분의 넓이는

$105\pi-5\times\frac{21}{5}\pi=84\pi\ (\text{cm}^2)$ … 4단계

답 $84\pi\ \text{cm}^2$

단계	채점 요소	비율
1	구멍 1개와 원판의 닮음비 구하기	20 %
2	구멍 1개와 원판의 넓이의 비 구하기	20 %
3	구멍 1개의 넓이 구하기	30 %
4	남은 부분의 넓이 구하기	30 %

유형 066 닮은 두 입체도형의 겉넓이의 비의 활용 본책 86쪽

❶ 닮음비를 이용하여 두 입체도형의 겉넓이의 비를 구한다.
❷ 비례식을 이용하여 겉넓이를 구한다.

374 두 조형물 A, B의 닮음비가

$80:96=5:6$

이므로 겉넓이의 비는 $5^2:6^2=25:36$

조형물 B의 겉면을 모두 칠하는 데 필요한 페인트의 양을 x mL라 하면

$750:x=25:36,\quad 25x=750\times36$

$\therefore x=1080$

따라서 필요한 페인트의 양은 1080 mL이다. 답 1080 mL

375 두 양초 A, B의 닮음비가

$\frac{4}{3}:1=4:3$

이므로 겉넓이의 비는 $4^2:3^2=16:9$

양초 A의 겉면을 싸는 데 필요한 포장지의 넓이를 $x\ \text{cm}^2$라 하면

$x:27=16:9,\quad 9x=27\times16$

$\therefore x=48$

따라서 필요한 포장지의 넓이는 48 cm^2이다. 답 48 cm^2

376 두 블록은 닮은 도형이고 겉넓이의 비가

$8:18=4:9=2^2:3^2$

이므로 닮음비는 $2:3$

즉 $100:(100+x)=2:3$이므로

$300=200+2x,\quad 2x=100$

$\therefore x=50$ 답 ⑤

377 상자 A에 들어 있는 공의 반지름의 길이를 r라 하면 상자 B에 들어 있는 공 1개의 반지름의 길이는 $\frac{r}{2}$이므로 닮음비는

$r:\frac{r}{2}=2:1$

따라서 상자 A에 들어 있는 공 1개와 상자 B에 들어 있는 공 1개의 겉넓이의 비는

$2^2:1^2=4:1$

이므로 두 상자 A, B에 들어 있는 공 전체의 겉넓이의 비는

$(4\times1):(1\times8)=1:2$ 답 1 : 2

유형 067 닮은 두 입체도형의 부피의 비의 활용 본책 87쪽

❶ 닮음비를 이용하여 두 입체도형의 부피의 비를 구한다.
❷ 비례식을 이용하여 부피를 구한다.

378 반지름의 길이가 2 cm인 쇠구슬과 반지름의 길이가 8 cm인 쇠구슬의 닮음비는

$2:8=1:4$

이므로 부피의 비는 $1^3:4^3=1:64$

따라서 반지름의 길이가 2 cm인 쇠구슬은 64개 필요하다.

답 64개

379 높이가 12 cm인 용기와 높이가 16 cm인 용기의 닮음비는

$12:16=3:4$ … 1단계

이므로 부피의 비는 $3^3:4^3=27:64$ … 2단계

용기의 높이가 16 cm인 아이스크림의 가격을 x원이라 하면

$5400:x=27:64,\quad 27x=5400\times64$

$\therefore x=12800$

따라서 용기의 높이가 16 cm인 아이스크림의 가격은 12800원으로 정해야 한다. … 3단계

답 12800원

단계	채점 요소	비율
1	두 용기의 닮음비 구하기	30 %
2	두 용기의 부피의 비 구하기	30 %
3	용기의 높이가 16 cm인 아이스크림의 가격 구하기	40 %

380 두 컵 A, B의 닮음비는

$9 : 15 = 3 : 5$

이므로 부피의 비는 $3^3 : 5^3 = 27 : 125$

따라서 컵 B의 부피는 컵 A의 부피의 $\frac{125}{27} = 4.62\cdots$ (배)이므로 물을 적어도 5번 부어야 한다. 답 ③

381 16초 동안 채운 물과 그릇의 닮음비는

$\frac{2}{5} : 1 = 2 : 5$

이므로 부피의 비는 $2^3 : 5^3 = 8 : 125$

즉 16초 동안 채운 물과 그릇의 비어 있는 부분의 부피의 비는

$8 : (125-8) = 8 : 117$

물을 가득 채울 때까지 더 걸리는 시간을 x초라 하면

$16 : x = 8 : 117$, $8x = 16 \times 117$

$\therefore x = 234$

따라서 물을 가득 채울 때까지 234초, 즉 3분 54초가 더 걸린다. 답 ②

유형 068 삼각형의 닮음 조건 본책 88쪽

다음과 같은 세 가지 경우에 두 삼각형은 닮음이다.

(1) SSS 닮음: 세 쌍의 대응변의 길이의 비가 같을 때

(2) SAS 닮음: 두 쌍의 대응변의 길이의 비가 같고, 그 끼인각의 크기가 같을 때

(3) AA 닮음: 두 쌍의 대응각의 크기가 각각 같을 때

382 $\angle A = 180^\circ - (90^\circ + 30^\circ) = 60^\circ$

③ SAS 닮음

④ AA 닮음

따라서 $\triangle ABC$와 닮음인 것은 ③, ④이다. 답 ③, ④

383 ① SSS 닮음

② SAS 닮음

④ AA 닮음

⑤ $a : d = b : e = c : f = 2 : 3$이므로 SSS 닮음

따라서 $\triangle ABC$와 $\triangle DEF$가 닮은 도형이 되는 경우가 아닌 것은 ③이다. 답 ③

384 ㄴ에서 나머지 한 각의 크기는

$180^\circ - (60^\circ + 80^\circ) = 40^\circ$

따라서 ㄴ과 ㅂ의 삼각형은 두 쌍의 대응각의 크기가 각각 같으므로 닮은 삼각형이다. (AA 닮음) 답 ④

유형 069 두 삼각형이 닮은 도형이 되기 위한 조건 본책 88쪽

(1) 두 쌍의 대응변의 길이의 비가 같을 때

① 나머지 한 쌍의 대응변의 길이의 비가 같으면 ➜ SSS 닮음

② 그 끼인각의 크기가 같으면 ➜ SAS 닮음

(2) 한 쌍의 대응각의 크기가 같을 때

① 다른 한 쌍의 대응각의 크기가 같으면 ➜ AA 닮음

② 그 각을 끼인각으로 하는 두 쌍의 대응변의 길이의 비가 같으면 ➜ SAS 닮음

385 ⑤ $\triangle ABC$에서 $\angle C = 65^\circ$이면

$\angle A = 180^\circ - (70^\circ + 65^\circ) = 45^\circ$

이때 $\triangle DEF$에서 $\angle D = 70^\circ$이면 $\angle A = \angle E$, $\angle B = \angle D$이므로

$\triangle ABC \backsim \triangle EDF$ (AA 닮음)

따라서 추가해야 하는 조건은 ⑤이다. 답 ⑤

386 $a = 2d$, 즉 $\overline{BC} = 2\overline{EF}$이므로

$\overline{BC} : \overline{EF} = 2 : 1$

$b = 2e$, 즉 $\overline{AC} = 2\overline{DF}$이므로

$\overline{AC} : \overline{DF} = 2 : 1$

④ $\overline{BC} : \overline{EF} = \overline{AC} : \overline{DF}$이고 $\angle C = \angle F$이면

$\triangle ABC \backsim \triangle DEF$ (SAS 닮음)

따라서 추가할 수 있는 조건은 ④이다. 답 ④

387 ② $\triangle ABC \backsim \triangle DEF$ (AA 닮음)

⑤ $\overline{AB} : \overline{DE} = \overline{BC} : \overline{EF} = \overline{CA} : \overline{FD} = 3 : 4$이므로

$\triangle ABC \backsim \triangle DEF$ (SSS 닮음)

따라서 닮은 도형이 되도록 하는 조건은 ②, ⑤이다. 답 ②, ⑤

유형 070 삼각형의 닮음을 이용하여 변의 길이 구하기; SAS 닮음 본책 89쪽

❶ 한 각의 크기가 같은 두 삼각형을 찾는다.

❷ ❶의 각을 끼인각으로 하는 두 쌍의 대응변을 찾는다.

❸ 닮음비를 이용하여 변의 길이를 구한다.

388 $\triangle ABC$와 $\triangle EBD$에서

$\overline{AB} : \overline{EB} = 12 : 6 = 2 : 1$,

$\overline{BC} : \overline{BD} = 8 : 4 = 2 : 1$,

$\angle B$는 공통

이므로 $\triangle ABC \backsim \triangle EBD$ (SAS 닮음)

$\overline{CA} : \overline{DE} = 2 : 1$이므로

$10 : \overline{DE} = 2 : 1$, $2\overline{DE} = 10$

$\therefore \overline{DE} = 5$ (cm) 답 5 cm

389 △ABC와 △DAC에서
$\overline{AC}:\overline{DC}=12:9=4:3$,
$\overline{BC}:\overline{AC}=16:12=4:3$,
∠C는 공통
이므로 △ABC∽△DAC (SAS 닮음)
$\overline{BA}:\overline{AD}=4:3$이므로
$14:\overline{AD}=4:3$, $4\overline{AD}=42$
$\therefore \overline{AD}=\frac{21}{2}$ (cm) 답 $\frac{21}{2}$ cm

390 $\overline{AD}=\overline{CD}=\overline{DE}=\frac{1}{2}\overline{AC}=\frac{1}{2}\times 24=12$ (cm)
△ABC와 △EDC에서
$\overline{AC}:\overline{EC}=24:8=3:1$,
$\overline{BC}:\overline{DC}=36:12=3:1$,
∠C는 공통
이므로 △ABC∽△EDC (SAS 닮음) … 1단계
$\overline{AB}:\overline{ED}=3:1$이므로
$\overline{AB}:12=3:1$ $\therefore \overline{AB}=36$ (cm) … 2단계
답 36 cm

단계	채점 요소	비율
1	△ABC∽△EDC임을 알기	60 %
2	$\overline{AB}$의 길이 구하기	40 %

유형 071 삼각형의 닮음을 이용하여 변의 길이 구하기; AA 닮음 본책 89쪽

❶ 두 각의 크기가 각각 같은 두 삼각형을 찾는다.
❷ 닮음비를 이용하여 변의 길이를 구한다.

391 ①, ②, ③ △ABC와 △DAC에서
∠B=∠CAD, ∠C는 공통
이므로 △ABC∽△DAC (AA 닮음)
$\therefore$ ∠BAC=∠ADC, $\overline{AC}:\overline{DC}=\overline{BC}:\overline{AC}$
④ $\overline{AB}:\overline{DA}=\overline{BC}:\overline{AC}=18:12=3:2$
⑤ $\overline{AC}:\overline{DC}=3:2$이므로 $12:\overline{DC}=3:2$
$3\overline{DC}=24$ $\therefore \overline{DC}=8$ (cm)
$\therefore \overline{BD}=\overline{BC}-\overline{DC}=18-8=10$ (cm)
따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다. 답 ⑤

392 △AED와 △CDB에서
∠ADE=∠CBD (엇각),
∠AED=∠CDB (엇각)
이므로 △AED∽△CDB (AA 닮음)
$\overline{AD}:\overline{CB}=\overline{DE}:\overline{BD}$이므로
$18:24=21:\overline{BD}$, $3:4=21:\overline{BD}$
$3\overline{BD}=84$ $\therefore \overline{BD}=28$ (cm)
$\therefore \overline{BE}=\overline{BD}-\overline{DE}=28-21=7$ (cm) 답 7 cm

393 □ABCD는 평행사변형이므로 $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$
△AQD와 △PQB에서
∠DAQ=∠BPQ (엇각),
∠AQD=∠PQB (맞꼭지각)
이므로 △AQD∽△PQB (AA 닮음)
$\overline{DQ}:\overline{BQ}=\overline{AD}:\overline{PB}=\overline{BC}:\overline{PB}=3:2$이므로
$\overline{BQ}=\frac{2}{5}\overline{BD}=\frac{2}{5}\times 30=12$ (cm) 답 12 cm

394 □ABCD는 마름모이므로
$\overline{AB}=\overline{BC}=12$ (cm), $\overline{AB}/\!/\overline{DE}$
△ABF와 △ECF에서
∠ABF=∠ECF (엇각),
∠AFB=∠EFC (맞꼭지각)
이므로 △ABF∽△ECF (AA 닮음) … 1단계
$\overline{AB}:\overline{EC}=\overline{BF}:\overline{CF}$이므로
$12:\overline{EC}=9:3$, $12:\overline{EC}=3:1$
$3\overline{EC}=12$ $\therefore \overline{EC}=4$ (cm) … 2단계
$\therefore \overline{DE}=\overline{DC}+\overline{EC}=12+4=16$ (cm) … 3단계
답 16 cm

단계	채점 요소	비율
1	△ABF∽△ECF임을 알기	40 %
2	$\overline{EC}$의 길이 구하기	30 %
3	$\overline{DE}$의 길이 구하기	30 %

다른 풀이 △ECF와 △EDA에서
∠E는 공통, ∠ECF=∠EDA (동위각)
이므로 △ECF∽△EDA (AA 닮음)
$\overline{CE}:\overline{DE}=\overline{FC}:\overline{AD}$이므로
$(\overline{DE}-12):\overline{DE}=3:12$
$(\overline{DE}-12):\overline{DE}=1:4$
$4(\overline{DE}-12)=\overline{DE}$, $3\overline{DE}=48$
$\therefore \overline{DE}=16$ (cm)

395 △ABD와 △DCE에서
∠B=∠C=60°,
∠BAD=120°−∠BDA=∠CDE
이므로 △ABD∽△DCE (AA 닮음)
$\overline{AB}:\overline{DC}=\overline{BD}:\overline{CE}$이고 $\overline{DC}=25-10=15$ (cm)이므로
$25:15=10:\overline{CE}$, $5:3=10:\overline{CE}$
$5\overline{CE}=30$ $\therefore \overline{CE}=6$ (cm)
$\therefore \overline{AE}=\overline{AC}-\overline{CE}=25-6=19$ (cm) 답 ①

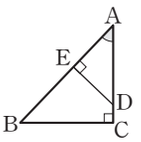
396 △DEF와 △ABC에서
∠EDF=∠BAD+∠ABD
=∠BAD+∠CAF
=∠BAC,

$\angle DEF=\angle CBE+\angle BCE$
$=\angle CBE+\angle ABD$
$=\angle ABC$
이므로 $\triangle DEF\backsim\triangle ABC$ (AA 닮음)
두 삼각형의 닮음비는 $\overline{DF}:\overline{AC}=9:18=1:2$이므로
$\overline{DE}:\overline{AB}=1:2$에서 $\overline{DE}:12=1:2$
$2\overline{DE}=12$ $\therefore \overline{DE}=6$ (cm)
$\overline{EF}:\overline{BC}=1:2$에서 $\overline{EF}:16=1:2$
$2\overline{EF}=16$ $\therefore \overline{EF}=8$ (cm)
$\therefore$ ($\triangle DEF$의 둘레의 길이)
$=\overline{DE}+\overline{EF}+\overline{FD}$
$=6+8+9=23$ (cm) 답 23 cm

다른 풀이 $\triangle DEF$와 $\triangle ABC$의 닮음비가 1 : 2이므로 둘레의 길이의 비도 1 : 2이다.
$\triangle ABC$의 둘레의 길이는
$12+16+18=46$ (cm)
$\triangle DEF$의 둘레의 길이를 x cm라 하면
$x:46=1:2$, $2x=46$ $\therefore x=23$
따라서 $\triangle DEF$의 둘레의 길이는 23 cm이다.

유형 072 직각삼각형의 닮음 본책 90쪽

한 예각의 크기가 같은 두 직각삼각형은 닮은 도형이다.
예 $\triangle ABC$와 $\triangle ADE$에서
$\angle A$는 공통,
$\angle C=\angle AED=90^\circ$
$\therefore \triangle ABC\backsim\triangle ADE$ (AA 닮음)



397 $\triangle ABC$와 $\triangle ADM$에서
$\angle C=\angle AMD=90^\circ$, $\angle A$는 공통
이므로 $\triangle ABC\backsim\triangle ADM$ (AA 닮음)
$\overline{AB}:\overline{AD}=\overline{AC}:\overline{AM}$이므로
$36:24=\overline{AC}:18$, $3:2=\overline{AC}:18$
$2\overline{AC}=54$ $\therefore \overline{AC}=27$ (cm)
$\therefore \overline{CD}=\overline{AC}-\overline{AD}=27-24=3$ (cm) 답 ③

398 $\triangle ABC$와 $\triangle FMC$에서
$\angle ABC=\angle FMC=90^\circ$, $\angle ACB$는 공통
이므로 $\triangle ABC\backsim\triangle FMC$ (AA 닮음)
$\overline{AB}:\overline{FM}=\overline{BC}:\overline{MC}$이므로
$12:\overline{FM}=16:10$, $12:\overline{FM}=8:5$
$8\overline{FM}=60$ $\therefore \overline{FM}=\frac{15}{2}$ (cm)
이때 $\triangle AME\equiv\triangle CMF$ (ASA 합동)이므로
$\overline{EM}=\overline{FM}=\frac{15}{2}$ (cm)
$\therefore \overline{EF}=\overline{EM}+\overline{FM}=\frac{15}{2}+\frac{15}{2}=15$ (cm) 답 15 cm

399 $\triangle BED\equiv\triangle BCD$ (RHA 합동)이므로
$\overline{BE}=\overline{BC}=12$ (cm) … 1단계
또 $\triangle ABC$와 $\triangle ADE$에서
$\angle C=\angle AED=90^\circ$, $\angle A$는 공통
이므로 $\triangle ABC\backsim\triangle ADE$ (AA 닮음) … 2단계
$\overline{AB}:\overline{AD}=\overline{AC}:\overline{AE}$이므로
$20:10=\overline{AC}:8$, $2:1=\overline{AC}:8$
$\therefore \overline{AC}=16$ (cm)
$\therefore \overline{CD}=\overline{AC}-\overline{AD}=16-10=6$ (cm) … 3단계
답 6 cm

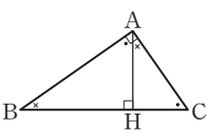
단계	채점 요소	비율
1	$\overline{BE}$의 길이 구하기	20 %
2	$\triangle ABC\backsim\triangle ADE$임을 알기	30 %
3	$\overline{CD}$의 길이 구하기	50 %

400 $\triangle ABC$와 $\triangle DPC$에서
$\angle ACB=\angle DCP=90^\circ$, $\angle A=90^\circ-\angle B=\angle D$
이므로 $\triangle ABC\backsim\triangle DPC$ (AA 닮음)
$\overline{BC}:\overline{PC}=\overline{AC}:\overline{DC}$이므로
$16:12=\overline{AC}:16$, $4:3=\overline{AC}:16$
$3\overline{AC}=64$ $\therefore \overline{AC}=\frac{64}{3}$ (cm)
$\therefore \overline{AP}=\overline{AC}-\overline{PC}=\frac{64}{3}-12=\frac{28}{3}$ (cm) 답 ③

401 $\triangle ABC$와 $\triangle ADF$에서
$\angle ACB=\angle AFD=90^\circ$, $\angle A$는 공통
이므로 $\triangle ABC\backsim\triangle ADF$ (AA 닮음)
이때 정사각형 DECF의 한 변의 길이를 x cm라 하면
$\overline{AC}:\overline{AF}=\overline{BC}:\overline{DF}$이므로
$20:(20-x)=30:x$, $20x=30(20-x)$
$50x=600$ $\therefore x=12$
$\therefore \square DECF=12\times12=144$ (cm^2) 답 144 cm^2

유형 073 직각삼각형의 닮음의 응용 본책 91쪽

$\angle A=90^\circ$인 직각삼각형 ABC의 꼭짓점 A에서 빗변 BC에 내린 수선의 발을 H라 할 때
(1) $\overline{AB}^2=\overline{BH}\times\overline{BC}$
(2) $\overline{AC}^2=\overline{CH}\times\overline{CB}$
(3) $\overline{AH}^2=\overline{HB}\times\overline{HC}$



402 $\overline{AB}^2=\overline{BH}\times\overline{BC}$이므로
$10^2=\overline{BH}\times20$ $\therefore \overline{BH}=5$ (cm)
$\therefore \overline{CH}=\overline{BC}-\overline{BH}=20-5=15$ (cm) 답 15 cm

403 직각삼각형 ACD에서 $\overline{DA}^2=\overline{AH}\times\overline{AC}$이므로

$20^2=16\times\overline{AC}$ $\therefore \overline{AC}=25\,(\text{cm})$

$\therefore \overline{HC}=\overline{AC}-\overline{AH}=25-16=9\,(\text{cm})$

또 $\overline{DC}^2=\overline{CH}\times\overline{CA}$이므로

$\overline{DC}^2=9\times25=225$ $\therefore \overline{DC}=15\,(\text{cm})$ 답 15 cm

404 $\overline{AH}^2=\overline{HB}\times\overline{HC}$이므로

$8^2=\overline{HB}\times4$ $\therefore \overline{HB}=16\,(\text{cm})$

$\therefore \overline{BC}=\overline{HB}+\overline{HC}=16+4=20\,(\text{cm})$

점 O는 직각삼각형 ABC의 외심이므로

$\overline{OC}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\times20=10\,(\text{cm})$

$\therefore \overline{OH}=\overline{OC}-\overline{HC}=10-4=6\,(\text{cm})$

$\therefore \triangle AOH=\frac{1}{2}\times6\times8=24\,(\text{cm}^2)$ 답 $24\,\text{cm}^2$

405 △ABC에서 $\overline{BD}^2=\overline{DA}\times\overline{DC}$이므로

$\overline{BD}^2=9\times4=36$ $\therefore \overline{BD}=6\,(\text{cm})$

점 M은 직각삼각형 ABC의 외심이므로

$\overline{AM}=\overline{BM}=\overline{CM}=\frac{1}{2}\overline{AC}=\frac{13}{2}\,(\text{cm})$

$\therefore \overline{DM}=\overline{DA}-\overline{AM}=9-\frac{13}{2}=\frac{5}{2}\,(\text{cm})$

△BDM에서 $\overline{BD}\times\overline{DM}=\overline{BM}\times\overline{DE}$이므로

$6\times\frac{5}{2}=\frac{13}{2}\times\overline{DE}$ $\therefore \overline{DE}=\frac{30}{13}\,(\text{cm})$ 답 ③

406 $\overline{AB}^2=\overline{BD}\times\overline{BC}$, $\overline{AC}^2=\overline{CD}\times\overline{BC}$이므로

$36=\overline{BD}\times\overline{BC}$, $16=\overline{CD}\times\overline{BC}$

$\therefore \overline{BD}:\overline{CD}=(\overline{BD}\times\overline{BC}):(\overline{CD}\times\overline{BC})$

$=36:16=9:4$ 답 9 : 4

다른 풀이 △ABD∽△CAD (AA 닮음)이고 닮음비는

$\overline{AB}:\overline{CA}=6:4=3:2$

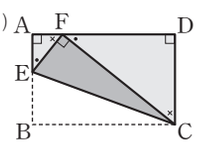
이므로 넓이의 비는 $3^2:2^2=9:4$

이때 △ABD와 △CAD의 밑변을 각각 $\overline{BD}$, $\overline{DC}$라 하면 두 삼각형은 높이가 $\overline{AD}$로 같으므로 밑변의 길이의 비가 넓이의 비와 같다.

$\therefore \overline{BD}:\overline{DC}=9:4$

유형 074 접은 도형에서의 닮은 삼각형 본책 92쪽

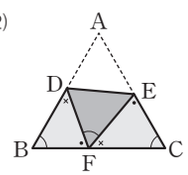
(1)



직사각형 ABCD에서

△AEF∽△DFC

(2)



정삼각형 ABC에서

△BFD∽△CEF

407 △BFD와 △CEF에서

$\angle B=\angle C=60^\circ$,

$\angle BDF=120^\circ-\angle DFB=\angle CFE$

이므로 △BFD∽△CEF (AA 닮음)

$\overline{BF}:\overline{CE}=\overline{FD}:\overline{EF}$이므로

$6:9=\overline{FD}:21$, $2:3=\overline{FD}:21$

$3\overline{FD}=42$ $\therefore \overline{FD}=14\,(\text{cm})$

$\therefore \overline{AD}=\overline{FD}=14\,(\text{cm})$ 답 14 cm

408 △AEB′과 △DB′C에서

$\angle A=\angle D=90^\circ$,

$\angle AEB'=90^\circ-\angle AB'E=\angle DB'C$

이므로 △AEB′∽△DB′C (AA 닮음)

두 삼각형의 닮음비는 $\overline{AB'}:\overline{DC}=6:18=1:3$

즉 $\overline{AE}:\overline{DB'}=1:3$이므로 $\overline{AE}=x$ cm, $\overline{DB'}=3x$ cm라 하면

$\overline{EB'}=\overline{EB}=18-x\,(\text{cm})$,

$\overline{B'C}=\overline{BC}=\overline{AD}=6+3x\,(\text{cm})$

이때 $\overline{EB'}:\overline{B'C}=1:3$이므로

$(18-x):(6+3x)=1:3$

$3(18-x)=6+3x$

$6x=48$ $\therefore x=8$

따라서 $\overline{AE}$의 길이는 8 cm이다. 답 8 cm

409 $\overline{BD}=\frac{2}{3}\overline{AB}=\frac{2}{3}\times18=12\,(\text{cm})$

△ABC와 △HBD에서

$\angle A=\angle BHD=90^\circ$, $\angle B$는 공통

이므로 △ABC∽△HBD (AA 닮음) … 1단계

$\overline{AB}:\overline{HB}=\overline{BC}:\overline{BD}$이므로

$18:\overline{HB}=32:12$, $18:\overline{HB}=8:3$

$8\overline{HB}=54$ $\therefore \overline{HB}=\frac{27}{4}\,(\text{cm})$ … 2단계

따라서 $\overline{HB'}=\overline{HB}=\frac{27}{4}\,(\text{cm})$이므로

$\overline{B'C}=32-\left(\frac{27}{4}+\frac{27}{4}\right)=\frac{37}{2}\,(\text{cm})$ … 3단계

답 $\frac{37}{2}$ cm

단계	채점 요소	비율
1	△ABC∽△HBD임을 알기	40 %
2	$\overline{HB}$의 길이 구하기	30 %
3	$\overline{B'C}$의 길이 구하기	30 %

410 정사각형 ABCD의 한 변의 길이가 24 cm이므로

$\overline{EM}=\overline{AE}=24-9=15\,(\text{cm})$,

$\overline{BM}=\overline{CM}=\frac{1}{2}\times24=12\,(\text{cm})$,

$\overline{MH}=\overline{AD}=24\,(\text{cm})$

△EBM과 △MCF에서

$\angle B=\angle C=90^\circ$,

$\angle BEM=90^\circ-\angle EMB=\angle CMF$

이므로 △EBM∽△MCF (AA 닮음)

$\overline{EM}:\overline{MF}=\overline{EB}:\overline{MC}$이므로

$15:\overline{MF}=9:12$, $15:\overline{MF}=3:4$

$3\overline{MF}=60$ $\therefore \overline{MF}=20$ (cm)

$\therefore \overline{FH}=\overline{MH}-\overline{MF}=24-20=4$ (cm)

$\overline{BM}:\overline{CF}=\overline{EB}:\overline{MC}$이므로

$12:\overline{CF}=9:12$, $12:\overline{CF}=3:4$

$3\overline{CF}=48$ $\therefore \overline{CF}=16$ (cm)

△MCF와 △GHF에서

$\angle C=\angle H=90^\circ$, $\angle MFC=\angle GFH$ (맞꼭지각)

이므로 △MCF∽△GHF (AA 닮음)

$\overline{MF}:\overline{GF}=\overline{CF}:\overline{HF}$이므로

$20:\overline{GF}=16:4$, $20:\overline{GF}=4:1$

$4\overline{GF}=20$ $\therefore \overline{GF}=5$ (cm) 답 5 cm

다른 풀이 △EBM∽△MCF, △MCF∽△GHF에서

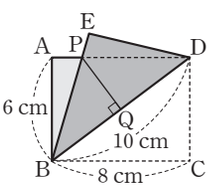
△EBM∽△GHF

$\overline{EM}:\overline{GF}=\overline{MB}:\overline{FH}$이므로

$15:\overline{GF}=12:4$, $15:\overline{GF}=3:1$

$3\overline{GF}=15$ $\therefore \overline{GF}=5$ (cm)

411 오른쪽 그림과 같이 점 P에서 $\overline{BD}$에 내린 수선의 발을 Q라 하자.



$\angle PBD=\angle DBC$ (접은 각),

$\angle PDB=\angle DBC$ (엇각)이므로

$\angle PBD=\angle PDB$

따라서 △PBD는 이등변삼각형이므로

$\overline{BQ}=\overline{DQ}=\frac{1}{2}\overline{BD}=\frac{1}{2}\times 10=5$ (cm)

또 △PQD와 △DCB에서

$\angle PDQ=\angle DBC$, $\angle PQD=\angle C=90^\circ$

이므로 △PQD∽△DCB (AA 닮음)

$\overline{PD}:\overline{DB}=\overline{DQ}:\overline{BC}$이므로

$\overline{PD}:10=5:8$, $8\overline{PD}=50$

$\therefore \overline{PD}=\frac{25}{4}$ (cm) 답 ②

412 △ABC와 △ADE에서

$\angle ABC=\angle ADE=90^\circ$, $\angle A$는 공통

이므로 △ABC∽△ADE (AA 닮음)

$\overline{AB}:\overline{AD}=\overline{BC}:\overline{DE}$이므로

$3.2:9.6=2:\overline{DE}$

$1:3=2:\overline{DE}$ $\therefore \overline{DE}=6$ (m)

따라서 건물의 높이는 6 m이다. 답 6 m

413 △ABC와 △ADE에서

$\angle ABC=\angle ADE$ (동위각), $\angle A$는 공통

이므로 △ABC∽△ADE (AA 닮음)

$\overline{AB}:\overline{AD}=\overline{BC}:\overline{DE}$이므로

$\overline{AB}:(\overline{AB}+1)=4:5$

$5\overline{AB}=4\overline{AB}+4$ $\therefore \overline{AB}=4$ (cm)

따라서 두 지점 A, B 사이의 실제 거리는

$4\times 5000=20000$ (cm)$=200$ (m) 답 200 m

414 △ABC와 △DGC에서

$\angle B=\angle G=90^\circ$, $\angle ACB=\angle DCG$

이므로 △ABC∽△DGC (AA 닮음)

$\overline{AB}:\overline{DG}=\overline{BC}:\overline{GC}$이므로

$1.5:\overline{DG}=3:5$, $3\overline{DG}=7.5$

$\therefore \overline{DG}=2.5$ (m)

△ABE와 △FGE에서

$\angle B=\angle G=90^\circ$, $\angle AEB=\angle FEG$

이므로 △ABE∽△FGE (AA 닮음)

$\overline{AB}:\overline{FG}=\overline{BE}:\overline{GE}$이므로

$1.5:\overline{FG}=6:2$, $1.5:\overline{FG}=3:1$

$3\overline{FG}=1.5$ $\therefore \overline{FG}=0.5$ (m)

$\therefore \overline{DF}=\overline{DG}-\overline{FG}$

$=2.5-0.5=2$ (m) 답 2 m

415 집과 학교 사이의 실제 거리는

$5\times 26000=130000$ (cm)$=1.3$ (km) … 1단계

집에서 학교까지 20분, 즉 $\frac{1}{3}$시간이 걸렸으므로 지영이의 속력을 시속 x km라 하면

$x=1.3\div\frac{1}{3}=1.3\times 3=3.9$

따라서 지영이의 속력은 시속 3.9 km이다. … 2단계

답 시속 3.9 km

단계	채점 요소	비율
1	집과 학교 사이의 실제 거리 구하기	40 %
2	지영이의 속력 구하기	60 %

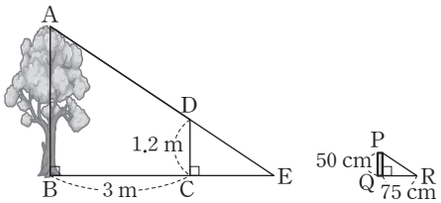
참고 (속력)$=\frac{(\text{거리})}{(\text{시간})}$, (거리)=(속력)×(시간), (시간)$=\frac{(\text{거리})}{(\text{속력})}$

유형 075 닮음의 활용 본책 93쪽

(1) 닮은 두 도형을 찾고 닮음비를 이용하여 비례식을 세운다.

(2) (축척)$=\frac{(\text{축도에서의 길이})}{(\text{실제 길이})}$이므로 축척이 $\frac{1}{n}$인 축도에서 두 지점 A, B 사이의 거리가 l일 때, 두 지점 A, B 사이의 실제 거리는 $l\times n$

416



위의 그림과 같이 벽이 그림자를 가리지 않았다고 할 때, $\overline{AD}$의 연장선과 $\overline{BC}$의 연장선의 교점을 E라 하자.

△DCE와 △PQR에서

$\angle DCE=\angle Q=90^\circ$, $\angle E=\angle R$

이므로 △DCE∽△PQR (AA 닮음)

$\overline{DC}:\overline{PQ}=\overline{CE}:\overline{QR}$이므로

$1.2:0.5=\overline{CE}:0.75$, $12:5=\overline{CE}:\frac{3}{4}$

$5\overline{CE}=9$ $\therefore \overline{CE}=1.8$ (m)

또 △ABE와 △DCE에서

$\angle ABE=\angle DCE=90^\circ$, $\angle E$는 공통

이므로 △ABE∽△DCE (AA 닮음)

$\overline{AB}:\overline{DC}=\overline{BE}:\overline{CE}$이므로

$\overline{AB}:1.2=4.8:1.8$, $\overline{AB}:1.2=8:3$

$3\overline{AB}=9.6$ $\therefore \overline{AB}=3.2$ (m)

따라서 나무의 높이는 3.2 m이다. 답 ②

만점 유형 도전하기

본책 94~95쪽

417 전략 닮음비를 이용하여 겉넓이의 비와 부피의 비를 계산한다.

지훈: 소인국 사람과 걸리버의 닮음비가 1 : 12이므로 소인국 사람의 키를 x cm라 하면

$x:180=1:12$

$12x=180$ $\therefore x=15$

즉 소인국 사람의 키는 15 cm이다.

성재: 소인국 사람과 걸리버의 겉넓이의 비는

$1^2:12^2=1:144$

이므로 걸리버가 입을 수 있는 옷을 만들기 위해서는 소인국 사람 1명에게 필요한 옷감의 144배가 필요하다.

윤수: 소인국 사람과 걸리버의 부피의 비는

$1^3:12^3=1:1728$

이고 식사량이 부피에 정비례하므로 걸리버에게 1728인분의 식사를 주는 것이 옳다.

따라서 잘못 말한 사람은 성재, 윤수이다. 답 풀이 참조

418 전략 $\overline{BH}$, $\overline{CH}$, $\overline{AH}$의 길이를 구한 후 △ABH, △AHC의 내접원의 반지름의 길이를 각각 구한다.

△ABC에서 $\overline{AB}^2=\overline{BH}\times\overline{BC}$이므로

$20^2=\overline{BH}\times25$ $\therefore \overline{BH}=16$ (cm)

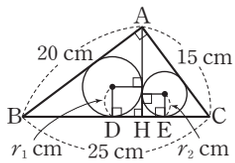
$\therefore \overline{CH}=\overline{BC}-\overline{BH}$

$=25-16=9$ (cm)

$\overline{AB}\times\overline{AC}=\overline{AH}\times\overline{BC}$이므로

$20\times15=\overline{AH}\times25$ $\therefore \overline{AH}=12$ (cm)

오른쪽 그림과 같이 △ABH의 내접원의 반지름의 길이를 r_1 cm라 하면



△ABH

$=\frac{1}{2}\times r_1\times(20+16+12)$

$=24r_1$ (cm^2)

△ABH$=\frac{1}{2}\times16\times12=96$ (cm^2)이므로

$24r_1=96$ $\therefore r_1=4$

△AHC의 내접원의 반지름의 길이를 r_2 cm라 하면

△AHC$=\frac{1}{2}\times r_2\times(12+9+15)$

$=18r_2$ (cm^2)

△AHC$=\frac{1}{2}\times9\times12=54$ (cm^2)이므로

$18r_2=54$ $\therefore r_2=3$

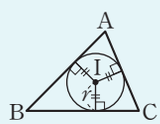
$\therefore \overline{DE}=\overline{DH}+\overline{EH}=r_1+r_2$

$=4+3=7$ (cm) 답 7 cm

만점 공략 노트

△ABC의 내접원의 반지름의 길이를 r라 하면

△ABC$=\frac{1}{2}r(\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA})$



다른 풀이 △ABH의 내접원의 반지름의 길이를 r_1 cm라 하면

$(16-r_1)+(12-r_1)=20$, $2r_1=8$

$\therefore r_1=4$

△AHC의 내접원의 반지름의 길이를 r_2 cm라 하면

$(9-r_2)+(12-r_2)=15$, $2r_2=6$

$\therefore r_2=3$

419 전략 네 종류의 피자의 지름의 길이의 비를 이용하여 넓이의 비를 구한 후 각 구성에 대한 피자의 넓이의 합을 비교한다.

원 모양의 네 피자의 지름의 길이의 비가

$18:24:30:36=3:4:5:6$이므로 넓이의 비는

$3^2:4^2:5^2:6^2=9:16:25:36$

네 피자의 넓이를 각각 $9A$, $16A$, $25A$, $36A$라 하고 각 구성에 대한 피자의 넓이의 합을 구하면 다음과 같다.

① $36A+16A+9A=61A$

② $25A\times2+16A=66A$

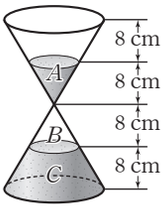
③ $25A+16A+9A\times2=59A$

④ $16A\times4=64A$

⑤ $16A+9A\times4=52A$

따라서 ②의 구성으로 사는 것이 가장 유리하다. 답 ②

420 전략 아래쪽 원뿔에서 비어 있는 부분과 모래가 쌓여 있는 부분의 부피의 비를 구한다.



오른쪽 그림과 같이 위쪽 원뿔에서 모래가 남아 있는 부분을 A, 아래쪽 원뿔에서 비어 있는 부분과 모래가 쌓여 있는 부분을 각각 B, C라 하면 A와 B는 합동인 원뿔이고 C는 원뿔대이다.

아래쪽 원뿔 전체와 원뿔 B는 닮은 도형이고 높이가 각각 16 cm, 8 cm이므로 닮음비는

$16 : 8 = 2 : 1$

부피의 비는 $2^3 : 1^3 = 8 : 1$

즉 원뿔 B와 원뿔대 C의 부피의 비는

$1 : (8-1) = 1 : 7$

위쪽 원뿔에 남은 모래가 모두 아래쪽 원뿔로 떨어질 때까지 더 걸리는 시간을 x분이라 하면

$x : 42 = 1 : 7$, $7x = 42$ $\therefore x = 6$

따라서 모래가 모두 떨어질 때까지 6분이 더 걸린다. 답 6분

421 전략 크기가 같은 각을 이용하여 닮은 두 삼각형을 찾는다.

$\overline{BP} : \overline{PC} = 1 : 2$이므로 $\overline{BP} = k$, $\overline{PC} = 2k$라 하면

$\overline{BC} = k + 2k = 3k$

$\overline{AB} : \overline{BC} = 3 : 2$이므로

$\overline{AB} : 3k = 3 : 2$, $2\overline{AB} = 9k$ $\therefore \overline{AB} = \frac{9}{2}k$

△ABP와 △PCQ에서

$\angle B = \angle C$,

$\angle BAP = 180^\circ - (\angle B + \angle APB)$

$= 180^\circ - (\angle APQ + \angle APB)$

$= \angle CPQ$

이므로 △ABP∽△PCQ (AA 닮음)

$\overline{AB} : \overline{PC} = \overline{BP} : \overline{CQ}$이므로

$\frac{9}{2}k : 2k = k : \overline{CQ}$, $9 : 4 = k : \overline{CQ}$

$9\overline{CQ} = 4k$ $\therefore \overline{CQ} = \frac{4}{9}k$

$\therefore \overline{AQ} = \overline{AC} - \overline{CQ} = \frac{9}{2}k - \frac{4}{9}k = \frac{73}{18}k$

$\therefore \overline{AQ} : \overline{CQ} = \frac{73}{18}k : \frac{4}{9}k = 73 : 8$ 답 73 : 8

422 전략 평행선에서 엇각의 크기가 같음을 이용하여 닮은 두 삼각형을 찾는다.

△BCQ와 △SDQ에서

$\overline{CQ} = \overline{DQ}$, $\angle BCQ = \angle SDQ$ (엇각),

$\angle BQC = \angle SQD$ (맞꼭지각)

이므로 △BCQ≡△SDQ (ASA 합동)

$\therefore \overline{BC} = \overline{SD}$, $\overline{BQ} = \overline{SQ}$

△BPR와 △SAR에서

$\angle BPR = \angle SAR$ (엇각),

$\angle BRP = \angle SRA$ (맞꼭지각)

이므로 △BPR∽△SAR (AA 닮음)

△BPR와 △SAR의 닮음비는

$\overline{BP} : \overline{SA} = \frac{1}{2}\overline{BC} : (\overline{AD} + \overline{SD}) = \frac{1}{2}\overline{BC} : 2\overline{BC} = 1 : 4$

즉 $\overline{BR} : \overline{SR} = 1 : 4$이므로 $\overline{BR} = k$, $\overline{SR} = 4k$라 하면

$\overline{BS} = k + 4k = 5k$, $\overline{BQ} = \overline{QS} = \frac{1}{2}\overline{BS} = \frac{5}{2}k$,

$\overline{RQ} = \overline{BQ} - \overline{BR} = \frac{5}{2}k - k = \frac{3}{2}k$

$\therefore \overline{BR} : \overline{RQ} : \overline{QS} = k : \frac{3}{2}k : \frac{5}{2}k = 2 : 3 : 5$

따라서 $a = 3$, $b = 5$이므로

$ab = 3 \times 5 = 15$ 답 15

423 전략 두 쌍의 닮은 삼각형을 각각 찾고 대응변의 길이의 비를 이용한다.

△ABE와 △AQF에서

$\angle B = \angle AQF = 90^\circ$,

$\angle BAE = 45^\circ - \angle EAP = \angle QAF$

이므로 △ABE∽△AQF (AA 닮음)

$\therefore \overline{AB} : \overline{AQ} = \overline{AE} : \overline{AF}$ …… ㉠

△AEP와 △AFD에서

$\angle APE = \angle D = 90^\circ$,

$\angle EAP = 45^\circ - \angle QAF = \angle FAD$

이므로 △AEP∽△AFD (AA 닮음)

$\therefore \overline{AP} : \overline{AD} = \overline{AE} : \overline{AF}$ …… ㉡

㉠, ㉡에서 $\overline{AB} : \overline{AQ} = \overline{AP} : \overline{AD}$이므로

$\overline{AB} \times \overline{AD} = \overline{AP} \times \overline{AQ}$

이때 $\overline{AB} \times \overline{AD} = 48$이므로

$48 = 6 \times \overline{AQ}$ $\therefore \overline{AQ} = 8$ (cm)

$\therefore \overline{PQ} = \overline{AQ} - \overline{AP} = 8 - 6 = 2$ (cm) 답 2 cm

424 전략 두 사람이 걸어간 거리를 각각 x, y에 대한 식으로 나타내고 닮음인 두 삼각형의 닮음비를 이용하여 관계식을 구한다.

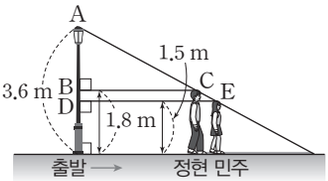
오른쪽 그림에서

$\overline{AB} = 3.6 - 1.8$

$= 1.8$ (m),

$\overline{AD} = 3.6 - 1.5$

$= 2.1$ (m)



정현이가 움직인 거리는 $45y$ m, 민주가 움직인 거리는 $60x$ m이므로

$\overline{BC} = 45y$ (m), $\overline{DE} = 60x$ (m)

△ABC와 △ADE에서

$\angle ABC = \angle ADE = 90^\circ$, $\angle A$는 공통

이므로 △ABC∽△ADE (AA 닮음)

$\overline{AB} : \overline{AD} = \overline{BC} : \overline{DE}$이므로

$1.8 : 2.1 = 45y : 60x$

$6 : 7 = 3y : 4x$, $24x = 21y$

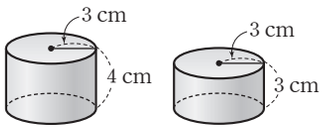
$\therefore \frac{y}{x} = \frac{24}{21} = \frac{8}{7}$ 답 $\frac{8}{7}$

시험 만점 완성하기

본책 96~99쪽

425 전략 닮은 도형은 크기에 관계없이 모양이 항상 같다.

⑤ 다음의 경우에는 닮은 도형이 아니다.



따라서 항상 닮은 도형이라고 할 수 없는 것은 ⑤이다. 답 ⑤

참고 두 원기둥의 밑면의 반지름의 길이의 비와 높이의 비가 서로 같아야 닮음이다.

426 전략 닮음인 두 삼각형의 대응변의 길이의 비는 모두 같다.

$\overline{AB}:\overline{DE}=\overline{BC}:\overline{EC}$이므로

$\overline{AB}:3=6:4$, $\overline{AB}:3=3:2$

$2\overline{AB}=9$ $\therefore \overline{AB}=\frac{9}{2}$ (cm) 답 ③

427 전략 넓이의 비가 $a^2:b^2$ $(a>0,\ b>0)$인 닮은 두 평면도형의 닮음비 ➡ $a:b$

□ABCD와 □BCFE의 넓이의 비가 $25:9=5^2:3^2$이므로 닮음비는

$5:3$

즉 $\overline{AB}:\overline{BC}=5:3$이므로

$\overline{AB}:15=5:3$, $3\overline{AB}=75$

$\therefore \overline{AB}=25$ (cm)

또 $\overline{AD}:\overline{BE}=5:3$이므로

$15:\overline{BE}=5:3$, $5\overline{BE}=45$

$\therefore \overline{BE}=9$ (cm)

$\therefore \overline{AE}=\overline{AB}-\overline{BE}=25-9=16$ (cm) 답 ②

428 전략 닮음인 두 사각기둥에서 대응하는 모서리의 길이의 비가 닮음비이다.

② $\overline{AE}:\overline{IM}=10:15=2:3$

③ $\overline{AB}:9=2:3$에서 $3\overline{AB}=18$

$\therefore \overline{AB}=6$ (cm)

④ □EFGH와 □MNOP의 닮음비가 2 : 3이므로 넓이의 비는

$2^2:3^2=4:9$

즉 □EFGH : □MNOP = 4 : 9이므로

$4\square MNOP=9\square EFGH$

$\therefore \square MNOP=\frac{9}{4}\square EFGH$

⑤ 두 사각기둥의 닮음비가 2 : 3이므로 부피의 비는

$2^3:3^3=8:27$

따라서 옳지 않은 것은 ④이다. 답 ④

429 전략 처음 풍선과 바람을 넣은 풍선이 닮음임을 이용한다.

처음 풍선과 바람을 넣은 풍선은 닮은 도형이고 닮음비가

$1:\frac{5}{3}=3:5$

이므로 부피의 비는 $3^3:5^3=27:125$

처음 풍선의 부피를 x cm^{3}라 하면

$x:625=27:125$, $125x=625\times 27$

$\therefore x=135$

따라서 처음 풍선의 부피는 135 cm^{3}이다. 답 ①

430 전략 조건을 추가하였을 때, 삼각형의 닮음 조건을 만족시키는지 확인한다.

⑤ △ABC에서 $\angle A=45^\circ$이면

$\angle B=180^\circ-(45^\circ+75^\circ)=60^\circ$

이때 △DEF에서 $\angle E=75^\circ$이면 $\angle C=\angle E$, $\angle B=\angle F$이므로

△ABC∽△DFE (AA 닮음)

따라서 추가해야 하는 조건은 ⑤이다. 답 ⑤

431 전략 ∠A와 ∠BCD를 끼인각으로 하는 두 쌍의 대응변의 길이의 비를 확인한다.

△ABC와 △CBD에서

$\overline{AB}:\overline{CB}=9:12=3:4$,

$\overline{AC}:\overline{CD}=6:8=3:4$,

$\angle A=\angle BCD$

이므로 △ABC∽△CBD (SAS 닮음)

따라서 $\overline{BC}:\overline{BD}=3:4$이므로

$12:\overline{BD}=3:4$, $3\overline{BD}=48$

$\therefore \overline{BD}=16$ (cm) 답 ②

432 전략 크기가 같은 각을 이용하여 닮은 두 삼각형을 찾는다.

① △ABC와 △AED에서

∠A는 공통, $\angle B=\angle AED$

이므로 △ABC∽△AED (AA 닮음)

두 삼각형의 닮음비는

$\overline{AC}:\overline{AD}=20:10=2:1$

④ $\overline{AB}:\overline{AE}=2:1$이므로

$\overline{AB}:16=2:1$ $\therefore \overline{AB}=32$ (cm)

$\therefore \overline{BD}=\overline{AB}-\overline{AD}=32-10=22$ (cm)

⑤ △ABC와 △ADE의 닮음비가 2 : 1이므로 넓이의 비는

$2^2:1^2=4:1$

△ADE와 □BCED의 넓이의 비는

$1:(4-1)=1:3$

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다. 답 ⑤

433 전략 크기가 같은 각을 이용하여 닮은 두 삼각형을 찾는다.

△ABC와 △BCD에서

$\angle A=\angle DBC$, $\angle ACB=\angle D$

이므로 △ABC∽△BCD (AA 닮음)

$\overline{AB}:\overline{BC}=\overline{BC}:\overline{CD}$이므로

$\overline{AB}:24=24:32$, $\overline{AB}:24=3:4$

$4\overline{AB}=72$ $\therefore \overline{AB}=18\,(\text{cm})$ 답 ②

434 전략 닮음인 두 삼각형을 찾고, 닮음비를 이용하여 비례식을 세운다.

□ADEF는 마름모이므로 $\overline{AB}/\!/\overline{FE}$

△ABC와 △FEC에서

∠C는 공통, ∠ABC=∠FEC (동위각)

이므로 △ABC∽△FEC (AA 닮음)

□ADEF의 한 변의 길이를 x cm라 하면

$\overline{AB}:\overline{FE}=\overline{AC}:\overline{FC}$에서

$9:x=6:(6-x)$, $6x=54-9x$

$15x=54$ $\therefore x=\frac{18}{5}$

따라서 $\overline{EF}$의 길이는 $\frac{18}{5}$ cm이다. 답 ③

435 전략 세 직각을 이용하여 크기가 같은 각을 찾는다.

△ADB와 △BEC에서

∠D=∠E=90°,

∠BAD=90°−∠ABD=∠CBE

이므로 △ADB∽△BEC (AA 닮음)

$\overline{AD}:\overline{BE}=\overline{DB}:\overline{EC}$이므로

$6:\overline{BE}=9:18$, $6:\overline{BE}=1:2$

$\therefore \overline{BE}=12\,(\text{cm})$

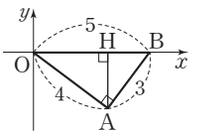
$\therefore \overline{DE}=9+12=21\,(\text{cm})$

$\therefore$ □ADEC$=\frac{1}{2}\times(6+18)\times 21$

$=252\,(\text{cm}^2)$ 답 ④

436 전략 점 A에서 x축에 내린 수선의 발을 H라 하고 직각삼각형의 닮음의 성질을 이용하여 $\overline{OH}$와 $\overline{HA}$의 길이를 각각 구한다.

오른쪽 그림과 같이 점 A에서 x축에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{AO}^2=\overline{OH}\times\overline{OB}$이므로

$4^2=\overline{OH}\times 5$ $\therefore \overline{OH}=\frac{16}{5}$

$\overline{AO}\times\overline{AB}=\overline{OB}\times\overline{HA}$이므로

$4\times 3=5\times\overline{HA}$ $\therefore \overline{HA}=\frac{12}{5}$

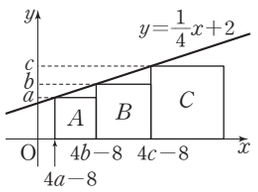
따라서 점 A의 좌표는 $\left(\frac{16}{5},\ -\frac{12}{5}\right)$이므로

$p=\frac{16}{5}$, $q=-\frac{12}{5}$

$\therefore p+q=\frac{16}{5}+\left(-\frac{12}{5}\right)=\frac{4}{5}$ 답 ③

437 전략 세 정사각형이 주어진 직선과 만나는 점의 y좌표가 각 정사각형의 한 변의 길이임을 이용한다.

오른쪽 그림과 같이 세 정사각형이 직선 $y=\frac{1}{4}x+2$와 만나는 점의 y좌표를 각각 a, b, c라 하면 x좌표는 각각 $4a-8$, $4b-8$, $4c-8$이다.



정사각형 A의 한 변의 길이는

$(4b-8)-(4a-8)=a$

$4b=5a$ $\therefore a=\frac{4}{5}b$

정사각형 B의 한 변의 길이는

$(4c-8)-(4b-8)=b$

$4c=5b$ $\therefore c=\frac{5}{4}b$

따라서 세 정사각형 A, B, C의 닮음비는

$a:b:c=\frac{4}{5}b:b:\frac{5}{4}b=16:20:25$ 답 16 : 20 : 25

다른 풀이 정사각형 A가 직선 $y=\frac{1}{4}x+2$와 만나는 점의 x좌표를 a라 하면 y좌표는 $\frac{1}{4}a+2$

즉 정사각형 A의 한 변의 길이는 $\frac{1}{4}a+2$이므로 정사각형 B가 직선 $y=\frac{1}{4}x+2$와 만나는 점의 x좌표는

$a+\left(\frac{1}{4}a+2\right)=\frac{5}{4}a+2$

정사각형 B가 직선 $y=\frac{1}{4}x+2$와 만나는 점의 y좌표는

$\frac{1}{4}\left(\frac{5}{4}a+2\right)+2=\frac{5}{16}a+\frac{5}{2}$

즉 정사각형 B의 한 변의 길이는 $\frac{5}{16}a+\frac{5}{2}$이므로 정사각형 C가 직선 $y=\frac{1}{4}x+2$와 만나는 점의 x좌표는

$\left(\frac{5}{4}a+2\right)+\left(\frac{5}{16}a+\frac{5}{2}\right)=\frac{25}{16}a+\frac{9}{2}$

정사각형 C가 직선 $y=\frac{1}{4}x+2$와 만나는 점의 y좌표는

$\frac{1}{4}\left(\frac{25}{16}a+\frac{9}{2}\right)+2=\frac{25}{64}a+\frac{25}{8}$

즉 정사각형 C의 한 변의 길이는 $\frac{25}{64}a+\frac{25}{8}$이다.

따라서 세 정사각형 A, B, C의 닮음비는

$\left(\frac{1}{4}a+2\right):\left(\frac{5}{16}a+\frac{5}{2}\right):\left(\frac{25}{64}a+\frac{25}{8}\right)$

$=\frac{1}{4}(a+8):\frac{5}{16}(a+8):\frac{25}{64}(a+8)$

$=\frac{1}{4}:\frac{5}{16}:\frac{25}{64}=16:20:25$

438 전략 물통과 닮음인 부분을 찾아 물통과 물의 부피의 비를 구한다.

처음 물통과 물이 들어 있지 않은 부분은 닮은 도형이고 닮음비가

$10:(10-2)=5:4$

이므로 부피의 비는 $5^3:4^3=125:64$

즉 처음 물통과 물의 부피의 비는
$125 : (125-64) = 125 : 61$
물통을 거꾸로 세웠을 때의 물통과 물은 닮은 도형이고 닮음비가 $10 : h$이므로 부피의 비는
$10^3 : h^3$
이때 물의 양은 변하지 않으므로
$10^3 : h^3 = 125 : 61$, $125h^3 = 10^3 \times 61$
$\therefore h^3 = 488$ 답 488

439 전략 크기가 같은 각을 이용하여 닮은 두 삼각형을 찾는다.
$\triangle ABE$와 $\triangle CBD$에서
$\angle ABE = \angle CBD$, $\angle A = \angle C$
이므로 $\triangle ABE \backsim \triangle CBD$ (AA 닮음)
$\overline{AB} : \overline{CB} = \overline{AE} : \overline{CD}$이므로
$7 : \overline{CB} = 4 : 7$, $4\overline{CB} = 49$
$\therefore \overline{CB} = \frac{49}{4}$ (cm)
$\therefore \overline{ED} = \overline{AD} - \overline{AE} = \overline{CB} - \overline{AE}$
$= \frac{49}{4} - 4 = \frac{33}{4}$ (cm) 답 $\frac{33}{4}$ cm

440 전략 평행선에서 엇각의 크기가 같음을 이용하여 닮은 두 삼각형을 찾는다.
$\triangle AED$와 $\triangle FEB$에서
$\angle DAE = \angle BFE$ (엇각),
$\angle AED = \angle FEB$ (맞꼭지각)
이므로 $\triangle AED \backsim \triangle FEB$ (AA 닮음)
$\overline{BE} : \overline{EO} = 2 : 3$이므로 $\overline{BE} = 2k$ cm, $\overline{EO} = 3k$ cm라 하면
$\overline{DO} = \overline{BO} = 5k$ (cm)
$\therefore \overline{ED} = \overline{EO} + \overline{DO} = 3k + 5k = 8k$ (cm)
$\overline{AD} : \overline{FB} = \overline{ED} : \overline{EB}$이므로
$20 : \overline{FB} = 8k : 2k$, $20 : \overline{FB} = 4 : 1$
$4\overline{FB} = 20$ $\therefore \overline{FB} = 5$ (cm)
$\therefore \overline{FC} = \overline{BC} - \overline{FB} = 20 - 5 = 15$ (cm) 답 15 cm

441 전략 직각삼각형의 닮음의 응용을 이용하여 $\overline{DC}$의 길이를 구한다.
$\overline{AC}^2 = \overline{CD} \times \overline{CB}$이므로
$20^2 = \overline{CD} \times 25$ $\therefore \overline{CD} = 16$ (cm)
$\triangle ABC$와 $\triangle EDC$에서
$\angle BAC = \angle DEC = 90^\circ$, $\angle C$는 공통
이므로 $\triangle ABC \backsim \triangle EDC$ (AA 닮음)
$\overline{BA} : \overline{DE} = \overline{BC} : \overline{DC}$이므로
$15 : \overline{DE} = 25 : 16$, $25\overline{DE} = 15 \times 16$
$\therefore \overline{DE} = \frac{48}{5}$ (cm) 답 $\frac{48}{5}$ cm

다른 풀이 $\overline{CD} = 16$ cm이므로
$\overline{BD} = \overline{BC} - \overline{CD} = 25 - 16 = 9$ (cm)
$\overline{AD}^2 = \overline{BD} \times \overline{CD}$이므로
$\overline{AD}^2 = 9 \times 16 = 144$ $\therefore \overline{AD} = 12$ (cm)
$\overline{AD} \times \overline{CD} = \overline{AC} \times \overline{DE}$이므로
$12 \times 16 = 20 \times \overline{DE}$ $\therefore \overline{DE} = \frac{48}{5}$ (cm)

442 전략 (실제 거리)=(축도에서의 길이)÷(축척)임을 이용하여 두 지점 사이의 실제 거리를 구한다.
이 지도의 축척은 $\frac{8}{1000000} = \frac{1}{125000}$
지도에서의 거리가 12 cm인 두 지점 사이의 실제 거리는
$12 \times 125000 = 1500000$ (cm) $= 15$ (km) 답 15 km

443 전략 변의 길이와 공통인 각을 이용하여 닮은 두 삼각형을 찾는다.
$\triangle ABC$와 $\triangle DAC$에서
$\overline{BC} : \overline{AC} = 9 : 6 = 3 : 2$,
$\overline{AC} : \overline{DC} = 6 : 4 = 3 : 2$,
$\angle C$는 공통
이므로 $\triangle ABC \backsim \triangle DAC$ (SAS 닮음) … 1단계
$\overline{AB} : \overline{DA} = 3 : 2$이므로
$\overline{AB} : 8 = 3 : 2$, $2\overline{AB} = 24$
$\therefore \overline{AB} = 12$ (cm) … 2단계
답 12 cm

단계	채점 요소	배점
1	$\triangle ABC \backsim \triangle DAC$임을 알기	2점
2	$\overline{AB}$의 길이 구하기	2점

444 전략 정삼각형의 한 내각의 크기는 60°임을 이용하여 닮은 두 삼각형을 찾는다.
$\overline{BC} = \overline{AB} = 16$ cm이고 $\overline{BD} : \overline{DC} = 5 : 3$이므로
$\overline{BD} = 16 \times \frac{5}{8} = 10$ (cm),
$\overline{DC} = 16 \times \frac{3}{8} = 6$ (cm) … 1단계
$\triangle ABD$와 $\triangle DCF$에서
$\angle B = \angle C = 60^\circ$,
$\angle BAD = 120^\circ - \angle ADB = \angle CDF$
이므로 $\triangle ABD \backsim \triangle DCF$ (AA 닮음)
$\overline{AB} : \overline{DC} = \overline{BD} : \overline{CF}$이므로
$16 : 6 = 10 : \overline{CF}$, $8 : 3 = 10 : \overline{CF}$
$8\overline{CF} = 30$ $\therefore \overline{CF} = \frac{15}{4}$ (cm)
$\therefore \overline{AF} = \overline{AC} - \overline{CF} = 16 - \frac{15}{4} = \frac{49}{4}$ (cm) … 2단계
$\triangle ABD$와 $\triangle AEF$에서
$\angle B = \angle E = 60^\circ$,
$\angle BAD = 60^\circ - \angle DAC = \angle EAF$

이므로 $\triangle ABD \backsim \triangle AEF$ (AA 닮음)

$\overline{AB} : \overline{AE} = \overline{AD} : \overline{AF}$이고 $\overline{AD} = \overline{AE}$이므로

$16 : \overline{AE} = \overline{AE} : \frac{49}{4}$

$\overline{AE}^2 = 196$ $\therefore \overline{AE} = 14\,(\text{cm})$ … 3단계

답 14 cm

단계	채점 요소	배점
1	$\overline{BD}$, $\overline{DC}$의 길이 구하기	1점
2	$\overline{AF}$의 길이 구하기	2점
3	$\overline{AE}$의 길이 구하기	3점

445 전략 닮은 두 직각삼각형을 이용한다.

$\triangle BDF$와 $\triangle ADC$에서

$\angle BDF = \angle ADC = 90^\circ$,

$\angle FBD = 90^\circ - \angle BFD$

$= 90^\circ - \angle AFE = \angle FAE$

이므로 $\triangle BDF \backsim \triangle ADC$ (AA 닮음) … 1단계

$\overline{BD} : \overline{AD} = \overline{DF} : \overline{DC}$이므로

$12 : \overline{AD} = 6 : 8$, $12 : \overline{AD} = 3 : 4$

$3\overline{AD} = 48$ $\therefore \overline{AD} = 16\,(\text{cm})$

$\therefore \overline{AF} = \overline{AD} - \overline{FD} = 16 - 6 = 10\,(\text{cm})$ … 2단계

답 10 cm

단계	채점 요소	배점
1	$\triangle BDF \backsim \triangle ADC$임을 알기	3점
2	$\overline{AF}$의 길이 구하기	2점

446 전략 크기가 같은 각을 이용하여 닮은 두 직각삼각형을 찾는다.

$\triangle ABF$와 $\triangle GFD$에서

$\angle BAF = \angle FGD = 90^\circ$,

$\angle ABF = 90^\circ - \angle AFB = \angle GFD$

이므로 $\triangle ABF \backsim \triangle GFD$ (AA 닮음) … 1단계

$\overline{FA} : \overline{DG} = \overline{BF} : \overline{FD}$이고 $\overline{BF} = \overline{BC} = 50\,(\text{cm})$,

$\overline{FD} = 50 - 40 = 10\,(\text{cm})$이므로

$40 : \overline{DG} = 50 : 10$, $40 : \overline{DG} = 5 : 1$

$5\overline{DG} = 40$ $\therefore \overline{DG} = 8\,(\text{cm})$ … 2단계

답 8 cm

단계	채점 요소	배점
1	$\triangle ABF \backsim \triangle GFD$임을 알기	3점
2	$\overline{DG}$의 길이 구하기	3점

다른 풀이 $\triangle ABF$와 $\triangle DFE$에서

$\angle BAF = \angle FDE = 90^\circ$,

$\angle ABF = 90^\circ - \angle AFB = \angle DFE$

이므로 $\triangle ABF \backsim \triangle DFE$ (AA 닮음)

$\overline{AB} : \overline{DF} = \overline{AF} : \overline{DE}$이므로

$30 : 10 = 40 : \overline{DE}$, $3 : 1 = 40 : \overline{DE}$

$3\overline{DE} = 40$ $\therefore \overline{DE} = \frac{40}{3}\,(\text{cm})$

또 $\overline{AB} : \overline{DF} = \overline{BF} : \overline{FE}$이므로

$30 : 10 = 50 : \overline{FE}$, $3 : 1 = 50 : \overline{FE}$

$3\overline{FE} = 50$ $\therefore \overline{FE} = \frac{50}{3}\,(\text{cm})$

$\triangle DFE$에서 $\overline{DF} \times \overline{DE} = \overline{FE} \times \overline{DG}$이므로

$10 \times \frac{40}{3} = \frac{50}{3} \times \overline{DG}$

$\therefore \overline{DG} = 8\,(\text{cm})$

Ⅲ. 도형의 닮음과 피타고라스 정리

06 평행선 사이의 선분의 길이의 비

본책 100~101쪽

셀프 CHECK

A (1) $\overline{AD}:\overline{DB}=\overline{AE}:\overline{EC}$이므로

$12:9=10:x$, $4:3=10:x$

$4x=30$ $\therefore x=\frac{15}{2}$

(2) $\overline{AC}:\overline{AE}=\overline{BC}:\overline{DE}$이므로

$14:(14+7)=12:x$, $2:3=12:x$

$2x=36$ $\therefore x=18$

(3) $\overline{AD}:\overline{AB}=\overline{DE}:\overline{BC}$이므로

$(24-15):24=x:30$, $3:8=x:30$

$8x=90$ $\therefore x=\frac{45}{4}$

(4) $\overline{AD}:\overline{DB}=\overline{AE}:\overline{EC}$이므로

$4:10=6:x$, $2:5=6:x$

$2x=30$ $\therefore x=15$

답 (1) $\frac{15}{2}$ (2) 18 (3) $\frac{45}{4}$ (4) 15

B (1) $\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{BD}:\overline{CD}$이므로

$14:12=7:x$, $7:6=7:x$

$\therefore x=6$

(2) $\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{BD}:\overline{CD}$이므로

$x:8=16:(16-6)$, $x:8=8:5$

$5x=64$ $\therefore x=\frac{64}{5}$

답 (1) 6 (2) $\frac{64}{5}$

C (1) $5:7=x:(18-x)$이므로

$5(18-x)=7x$, $12x=90$ $\therefore x=\frac{15}{2}$

(2) $6:x=5:15$이므로

$6:x=1:3$ $\therefore x=18$

답 (1) $\frac{15}{2}$ (2) 18

D (1) $\overline{GF}=\overline{HC}=\overline{AD}=18$

△ABH에서 $\overline{EG}/\!/\overline{BH}$이므로

$\overline{AE}:\overline{AB}=\overline{EG}:\overline{BH}$

$12:(12+6)=\overline{EG}:(24-18)$

$2:3=\overline{EG}:6$, $3\overline{EG}=12$ $\therefore \overline{EG}=4$

(2) $\overline{EF}=\overline{EG}+\overline{GF}=4+18=22$

답 (1) 4 (2) 22

E (1) △ABE∽△CDE (AA 닮음)이므로

$\overline{BE}:\overline{DE}=\overline{AB}:\overline{CD}=9:6=3:2$

△BCD에서 $\overline{EF}/\!/\overline{DC}$이므로

$\overline{BF}:\overline{FC}=\overline{BE}:\overline{ED}=3:2$

(2) △BCD에서

$\overline{EF}:\overline{DC}=\overline{BE}:\overline{BD}$

$\overline{EF}:6=3:(3+2)$, $5\overline{EF}=18$

$\therefore \overline{EF}=\frac{18}{5}$

답 (1) 3 : 2 (2) $\frac{18}{5}$

내신 유형 다지기

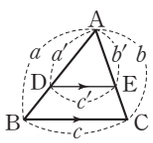
본책 102~109쪽

유형 076 삼각형에서 평행선 사이의 선분의 길이의 비 (1)

본책 102쪽

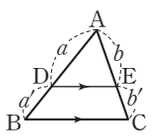
△ABC에서 두 변 AB, AC 또는 그 연장선 위에 각각 점 D, E가 있을 때, $\overline{BC}/\!/\overline{DE}$이면

(1)

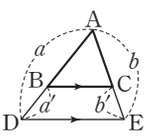


→ $a:a'=b:b'=c:c'$

(2)



→ $a:a'=b:b'$



447 $\overline{AD}:\overline{DB}=\overline{AE}:\overline{EC}$이므로

$8:12=x:15$, $2:3=x:15$

$3x=30$ $\therefore x=10$

$\overline{AD}:\overline{AB}=\overline{DE}:\overline{BC}$이므로

$8:(8+12)=10:y$, $2:5=10:y$

$2y=50$ $\therefore y=25$

$\therefore x+y=10+25=35$

답 35

448 △AFD에서 $\overline{AD}/\!/\overline{EC}$이므로

$\overline{FC}:\overline{FD}=\overline{EC}:\overline{AD}$

$3:(3+6)=\overline{EC}:9$, $1:3=\overline{EC}:9$

$3\overline{EC}=9$ $\therefore \overline{EC}=3$ (cm)

$\therefore \overline{BE}=\overline{BC}-\overline{EC}=9-3=6$ (cm)

답 6 cm

449 마름모 DBFE의 한 변의 길이를 x cm라 하면 △ABC에서 $\overline{BC}/\!/\overline{DE}$이므로

$\overline{AD}:\overline{AB}=\overline{DE}:\overline{BC}$

$(14-x):14=x:10$, $14x=140-10x$

$24x=140$ $\therefore x=\frac{35}{6}$

즉 □DBFE의 한 변의 길이는 $\frac{35}{6}$ cm이다. … 1단계

$\therefore$ (□DBFE의 둘레의 길이)

$=4\times\frac{35}{6}=\frac{70}{3}$ (cm) … 2단계

답 $\frac{70}{3}$ cm

단계	채점 요소	비율
1	□DBFE의 한 변의 길이 구하기	70 %
2	□DBFE의 둘레의 길이 구하기	30 %

450 △ABC에서 $\overline{DE}/\!/\overline{BC}$이므로

$\overline{AD}:\overline{AB}=\overline{DE}:\overline{BC}$

$2:(2+5)=\overline{DE}:35$, $7\overline{DE}=70$

$\therefore \overline{DE}=10\,(\text{cm})$

□DBGE와 □DFCE는 평행사변형이므로

$\overline{BG}=\overline{FC}=\overline{DE}=10\,(\text{cm})$

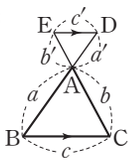
$\therefore \overline{GF}=\overline{BC}-\overline{BG}-\overline{FC}$

$=35-10-10=15\,(\text{cm})$ 답 ⑤

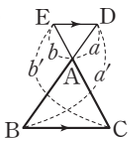
유형 077 삼각형에서 평행선 사이의 선분의 길이의 비 (2)

본책 102쪽

△ABC에서 두 변 AB, AC의 연장선 위에 각각 점 D, E가 있을 때, $\overline{BC}/\!/\overline{DE}$이면

(1) 

➡ $a:a'=b:b'=c:c'$

(2) 

➡ $a:a'=b:b'$

451 $\overline{AE}:\overline{AC}=\overline{DE}:\overline{BC}$이므로

$5:15=x:18$, $1:3=x:18$

$3x=18$ $\therefore x=6$

$\overline{AB}:\overline{BD}=\overline{AC}:\overline{CE}$이므로

$10:y=15:(15+5)$, $10:y=3:4$

$3y=40$ $\therefore y=\frac{40}{3}$

$\therefore xy=6\times\frac{40}{3}=80$ 답 80

452 $\overline{FG}:\overline{DE}=\overline{AG}:\overline{AE}$이므로

$x:8=3:4$, $4x=24$ $\therefore x=6$

$\overline{DE}:\overline{BC}=\overline{AE}:\overline{AC}$이므로

$8:z=4:(4+2)$, $8:z=2:3$

$2z=24$ $\therefore z=12$

$\overline{AD}:\overline{DB}=\overline{AE}:\overline{EC}$이므로

$\overline{AD}:5=4:2$, $\overline{AD}:5=2:1$

$\therefore \overline{AD}=10\,(\text{cm})$

$\overline{AF}:\overline{AD}=\overline{AG}:\overline{AE}$이므로

$y:10=3:4$, $4y=30$ $\therefore y=\frac{15}{2}$

$\therefore xy+z=6\times\frac{15}{2}+12=57$ 답 57

453 $\overline{AB}/\!/\overline{CD}$이므로

$\overline{GA}:\overline{GD}=\overline{BA}:\overline{CD}$

$15:\overline{GD}=18:(20+4)$, $15:\overline{GD}=3:4$

$3\overline{GD}=60$ $\therefore \overline{GD}=20\,(\text{cm})$

$\overline{GD}/\!/\overline{EF}$이므로

$\overline{EF}:\overline{GD}=\overline{CF}:\overline{CD}$

$\overline{EF}:20=20:(20+4)$, $\overline{EF}:20=5:6$

$6\overline{EF}=100$ $\therefore \overline{EF}=\frac{50}{3}\,(\text{cm})$ 답 ④

454 $\overline{DF}:\overline{CF}=\overline{DE}:\overline{BC}=\overline{AD}:\overline{AB}$

$=4:(4+10)=2:7$

$\therefore \overline{CF}=\frac{7}{9}\overline{DC}=\frac{7}{9}\times12=\frac{28}{3}\,(\text{cm})$ 답 $\frac{28}{3}$ cm

유형 078 삼각형에서 평행선 사이의 선분의 길이의 비의 응용 (1)

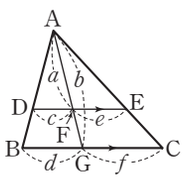
본책 103쪽

△ABC에서 $\overline{BC}/\!/\overline{DE}$일 때,

△ABG에서 $c:d=a:b$

△AGC에서 $e:f=a:b$

➡ $a:b=c:d=e:f$



455 $\overline{AD}:\overline{AB}=\overline{DG}:\overline{BF}$이므로

$10:(10+5)=x:12$, $2:3=x:12$

$3x=24$ $\therefore x=8$

$\overline{AD}:\overline{AB}=\overline{AG}:\overline{AF}=\overline{GE}:\overline{FC}$이므로

$10:(10+5)=4:y$, $2:3=4:y$

$2y=12$ $\therefore y=6$

$\therefore x+y=8+6=14$ 답 14

456 $\overline{DG}:\overline{BF}=\overline{AG}:\overline{AF}=\overline{GE}:\overline{FC}$이므로 … 1단계

$6:\overline{BF}=15:(28-\overline{BF})$, $15\overline{BF}=6(28-\overline{BF})$

$21\overline{BF}=168$ $\therefore \overline{BF}=8\,(\text{cm})$ … 2단계

답 8 cm

단계	채점 요소	비율
1	$\overline{DG}:\overline{BF}=\overline{GE}:\overline{FC}$임을 알기	50 %
2	$\overline{BF}$의 길이 구하기	50 %

457 $\overline{DG}:\overline{BF}=\overline{AG}:\overline{AF}=\overline{GE}:\overline{FC}$이므로

$2:3=6:\overline{FC}$, $2\overline{FC}=18$

$\therefore \overline{FC}=9\,(\text{cm})$

$\overline{BF}:\overline{FC}=1:2$이므로

$\overline{BF}:9=1:2$, $2\overline{BF}=9$

$\therefore \overline{BF}=\frac{9}{2}\,(\text{cm})$

$\therefore \overline{BC}=\overline{BF}+\overline{FC}=\frac{9}{2}+9=\frac{27}{2}\,(\text{cm})$ 답 $\frac{27}{2}$ cm

유형 079 삼각형에서 평행선 사이의 선분의 길이의 비의 응용 (2)

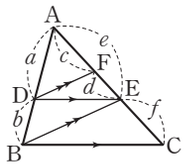
본책 103쪽

△ABC에서 $\overline{BC}/\!/\overline{DE}$, $\overline{BE}/\!/\overline{DF}$ 일 때,

△ABE에서 $a:b=c:d$

△ABC에서 $a:b=e:f$

➡ $a:b=c:d=e:f$



458 △ABC에서 $\overline{BC}/\!/\overline{DE}$이므로

$\overline{AE}:\overline{EC}=\overline{AD}:\overline{DB}=8:4=2:1$

△ADC에서 $\overline{DC}/\!/\overline{FE}$이므로

$\overline{AF}:\overline{FD}=\overline{AE}:\overline{EC}=2:1$

$\therefore \overline{DF}=\frac{1}{3}\overline{AD}=\frac{1}{3}\times 8=\frac{8}{3}$ (cm)

답 ②

459 △ABE에서 $\overline{BE}/\!/\overline{DF}$이므로

$\overline{AD}:\overline{DB}=\overline{AF}:\overline{FE}$ …… ㉠

△ABC에서 $\overline{BC}/\!/\overline{DE}$이므로

$\overline{AD}:\overline{DB}=\overline{AE}:\overline{EC}$ …… ㉡

㉠, ㉡에서 $\overline{AF}:\overline{FE}=\overline{AE}:\overline{EC}$이므로 … 1단계

$\overline{AF}:3=(\overline{AF}+3):4$

$4\overline{AF}=3(\overline{AF}+3)$

$\therefore \overline{AF}=9$ (cm) … 2단계

답 9 cm

단계	채점 요소	비율
1	$\overline{AF}:\overline{FE}=\overline{AE}:\overline{EC}$임을 알기	50 %
2	$\overline{AF}$의 길이 구하기	50 %

460 △ADC에서 $\overline{DC}/\!/\overline{FE}$이므로

$\overline{AF}:\overline{AD}=\overline{FE}:\overline{DC}$

$25:\overline{AD}=20:28$, $25:\overline{AD}=5:7$

$5\overline{AD}=175$ $\therefore \overline{AD}=35$ (cm)

또 $\overline{AE}:\overline{AC}=\overline{FE}:\overline{DC}=5:7$이므로

$\overline{AE}:\overline{EC}=5:(7-5)=5:2$

△ABC에서 $\overline{BC}/\!/\overline{DE}$이므로

$\overline{AD}:\overline{DB}=\overline{AE}:\overline{EC}=5:2$

$35:\overline{DB}=5:2$, $5\overline{DB}=70$

$\therefore \overline{DB}=14$ (cm)

답 ②

461 △ADC에서 $\overline{AD}/\!/\overline{EF}$이므로

$\overline{AE}:\overline{EC}=\overline{DF}:\overline{FC}=2:3$

△ABC에서 $\overline{AB}/\!/\overline{ED}$이므로

$\overline{BD}:\overline{DC}=\overline{AE}:\overline{EC}=2:3$

$\therefore \overline{BD}=\frac{2}{3}\overline{DC}$

이때 $\overline{FC}=\frac{3}{5}\overline{DC}$이므로

$\overline{BD}:\overline{FC}=\frac{2}{3}\overline{DC}:\frac{3}{5}\overline{DC}=\frac{2}{3}:\frac{3}{5}=10:9$

따라서 $a=10$, $b=9$이므로

$a+b=10+9=19$

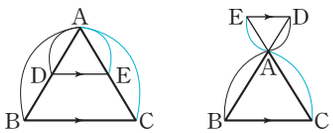
답 19

유형 080 삼각형에서 평행한 선분 찾기

본책 104쪽

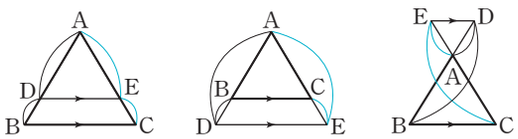
△ABC에서 두 점 D, E가 각각 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 또는 그 연장선 위의 점일 때

(1)



$\overline{AB}:\overline{AD}=\overline{AC}:\overline{AE}$이면 $\overline{BC}/\!/\overline{DE}$

(2)



$\overline{AD}:\overline{DB}=\overline{AE}:\overline{EC}$이면 $\overline{BC}/\!/\overline{DE}$

462 ① $\overline{AE}:\overline{EC}=5:3$,

$\overline{AD}:\overline{DB}=6:4=3:2$

이므로 $\overline{AE}:\overline{EC}\neq\overline{AD}:\overline{DB}$

즉 $\overline{BC}$와 $\overline{DE}$는 평행하지 않다.

② $\overline{AD}:\overline{DB}=(12-7):7=5:7$,

$\overline{AE}:\overline{EC}=3:6=1:2$

이므로 $\overline{AD}:\overline{DB}\neq\overline{AE}:\overline{EC}$

즉 $\overline{BC}$와 $\overline{DE}$는 평행하지 않다.

③ $\overline{AB}:\overline{BD}=7:(9-7)=7:2$,

$\overline{AC}:\overline{CE}=14:4=7:2$

이므로 $\overline{AB}:\overline{BD}=\overline{AC}:\overline{CE}$

$\therefore \overline{BC}/\!/\overline{DE}$

④ $\overline{AB}:\overline{AE}=(18-10):10=4:5$,

$\overline{AC}:\overline{AD}=5:4$

이므로 $\overline{AB}:\overline{AE}\neq\overline{AC}:\overline{AD}$

즉 $\overline{BC}$와 $\overline{DE}$는 평행하지 않다.

⑤ $\overline{AB}:\overline{AD}=12:9=4:3$,

$\overline{AC}:\overline{AE}=16:12=4:3$

이므로 $\overline{AB}:\overline{AD}=\overline{AC}:\overline{AE}$

$\therefore \overline{BC}/\!/\overline{DE}$

따라서 $\overline{BC}/\!/\overline{DE}$인 것은 ③, ⑤이다.

답 ③, ⑤

463 ① $\overline{OA}:\overline{OD}=(5+5):(4+6)=1:1$,

$\overline{OB}:\overline{OC}=(6+5):(6+6)=11:12$

이므로 $\overline{OA}:\overline{OD}\neq\overline{OB}:\overline{OC}$

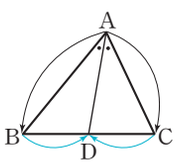
즉 $\overline{AB}$와 $\overline{CD}$는 평행하지 않다.

② $\overline{OA}:\overline{OH}=(5+5):4=5:2$,
$\overline{OB}:\overline{OG}=(6+5):6=11:6$
이므로 $\overline{OA}:\overline{OH}\neq\overline{OB}:\overline{OG}$
즉 $\overline{AB}$와 $\overline{GH}$는 평행하지 않다.
③ $\overline{OE}:\overline{OH}=5:4$,
$\overline{OF}:\overline{OG}=6:6=1:1$
이므로 $\overline{OE}:\overline{OH}\neq\overline{OF}:\overline{OG}$
즉 $\overline{EF}$와 $\overline{GH}$는 평행하지 않다.
④ $\overline{OE}:\overline{OD}=5:(4+6)=1:2$,
$\overline{OF}:\overline{OC}=6:(6+6)=1:2$
이므로 $\overline{OE}:\overline{OD}=\overline{OF}:\overline{OC}$
$\therefore \overline{EF}/\!/\overline{CD}$
⑤ $\overline{OG}:\overline{GC}=6:6=1:1$,
$\overline{OH}:\overline{HD}=4:6=2:3$
이므로 $\overline{OG}:\overline{GC}\neq\overline{OH}:\overline{HD}$
즉 $\overline{GH}$와 $\overline{CD}$는 평행하지 않다.
따라서 서로 평행한 선분끼리 짝 지은 것은 ④이다. 답 ④

464 ㄱ. $\overline{CF}:\overline{FA}=4:2.4=5:3$,
$\overline{CE}:\overline{EB}=4:6=2:3$
이므로 $\overline{CF}:\overline{FA}\neq\overline{CE}:\overline{EB}$
즉 $\overline{AB}$와 $\overline{FE}$는 평행하지 않다.
ㄴ. $\overline{AD}:\overline{DB}=3:5$,
$\overline{AF}:\overline{FC}=2.4:4=3:5$
이므로 $\overline{AD}:\overline{DB}=\overline{AF}:\overline{FC}$
$\therefore \overline{BC}/\!/\overline{DF}$
ㄷ, ㄹ. $\overline{BD}:\overline{DA}=5:3$,
$\overline{BE}:\overline{EC}=6:4=3:2$
이므로 $\overline{BD}:\overline{DA}\neq\overline{BE}:\overline{EC}$
즉 $\overline{AC}$와 $\overline{DE}$는 평행하지 않으므로
$\angle C\neq\angle BED$
ㅁ, ㅂ. △ABC와 △ADF에서
$\angle B=\angle ADF$ (동위각), $\angle A$는 공통
이므로 △ABC∽△ADF (AA 닮음)
$\overline{AD}:\overline{AB}=\overline{DF}:\overline{BC}$이므로
$3:(3+5)=\overline{DF}:(6+4)$, $8\overline{DF}=30$
$\therefore \overline{DF}=\frac{15}{4}$ (cm)
이상에서 옳은 것은 ㄴ, ㅁ이다. 답 ㄴ, ㅁ

유형 081 삼각형의 내각의 이등분선의 성질 본책 105쪽

△ABC에서 $\angle A$의 이등분선이 $\overline{BC}$와 만나는 점을 D라 하면
$\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{BD}:\overline{CD}$



465 $\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{BD}:\overline{CD}$이므로
$10:14=(16-\overline{CD}):\overline{CD}$
$5:7=(16-\overline{CD}):\overline{CD}$, $5\overline{CD}=7(16-\overline{CD})$
$12\overline{CD}=112$ $\therefore \overline{CD}=\frac{28}{3}$ (cm) 답 $\frac{28}{3}$ cm

466 ②, ③ $\angle BAD=\angle AEC$ (동위각),
$\angle DAC=\angle ACE$ (엇각)
이므로 $\angle BAD=\angle DAC=\angle AEC=\angle ACE$
즉 △ACE는 $\overline{AC}=\overline{AE}$인 이등변삼각형이므로
$\overline{AC}=\overline{AE}=25$ (cm)
④ $\overline{BD}:\overline{DC}=\overline{BA}:\overline{AE}=15:25=3:5$이므로
$\overline{DC}=\frac{5}{8}\overline{BC}=\frac{5}{8}\times32=20$ (cm)
⑤ $\overline{AD}:\overline{EC}=\overline{BA}:\overline{BE}=15:(15+25)=3:8$
따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다. 답 ⑤

467 △ABC에서 $\overline{BA}:\overline{BC}=\overline{AE}:\overline{CE}$이므로
$\overline{AE}:\overline{CE}=12:15=4:5$
$\therefore \overline{AE}=\frac{4}{9}\overline{AC}=\frac{4}{9}\times18=8$ (cm)
△DAC에서 $\overline{DA}:\overline{DC}=\overline{AF}:\overline{CF}$이므로
$\overline{AF}:\overline{CF}=15:12=5:4$
$\therefore \overline{AF}=\frac{5}{9}\overline{AC}=\frac{5}{9}\times18=10$ (cm)
$\therefore \overline{EF}=\overline{AF}-\overline{AE}=10-8=2$ (cm) 답 2 cm

468 △ABC에서 $\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{BD}:\overline{CD}$이므로
$\overline{BD}:\overline{CD}=5:4$ … 1단계
$\overline{AC}/\!/\overline{ED}$이므로 $\overline{ED}:\overline{AC}=\overline{BD}:\overline{BC}$
$\overline{ED}:4=5:(5+4)$, $9\overline{ED}=20$
$\therefore \overline{ED}=\frac{20}{9}$ (cm) … 2단계
답 $\frac{20}{9}$ cm

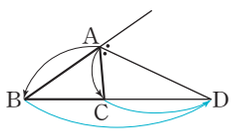
단계	채점 요소	비율
1	$\overline{BD}:\overline{CD}$ 구하기	40 %
2	$\overline{ED}$의 길이 구하기	60 %

469 $\overline{AD}$는 $\angle A$의 이등분선이므로
$\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{BD}:\overline{CD}$
$\overline{AB}:24=9:12$, $\overline{AB}:24=3:4$
$4\overline{AB}=72$ $\therefore \overline{AB}=18$ (cm)
$\overline{CE}$는 $\angle C$의 이등분선이므로
$\overline{CA}:\overline{CB}=\overline{AE}:\overline{BE}$
$24:(12+9)=\overline{AE}:(18-\overline{AE})$
$8:7=\overline{AE}:(18-\overline{AE})$
$7\overline{AE}=8(18-\overline{AE})$
$15\overline{AE}=144$ $\therefore \overline{AE}=\frac{48}{5}$ (cm) 답 $\frac{48}{5}$ cm

470 △ABC와 △CBD에서
∠B는 공통, ∠A=∠BCD
이므로 △ABC∽△CBD (AA 닮음)
즉 $\overline{AB}:\overline{CB}=\overline{CB}:\overline{DB}$이므로
$15:9=9:\overline{DB}$, $5:3=9:\overline{DB}$
$5\overline{DB}=27$ $\therefore \overline{DB}=\frac{27}{5}$ (cm)
$\therefore \overline{AD}=\overline{AB}-\overline{DB}=15-\frac{27}{5}=\frac{48}{5}$ (cm)
$\overline{AC}:\overline{CB}=\overline{AD}:\overline{DB}$이므로
$\overline{AC}:9=\frac{48}{5}:\frac{27}{5}$, $\overline{AC}:9=16:9$
$\therefore \overline{AC}=16$ (cm) 답 16 cm

유형 082 삼각형의 외각의 이등분선의 성질 본책 106쪽

△ABC에서 ∠A의 외각의 이등분선이 $\overline{BC}$의 연장선과 만나는 점을 D라 하면
$\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{BD}:\overline{CD}$



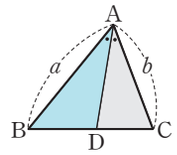
471 $\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{BD}:\overline{CD}$이므로
$7:\overline{AC}=(4+10):10$, $7:\overline{AC}=7:5$
$\therefore \overline{AC}=5$ (cm) 답 5 cm

472 $\overline{AC}:\overline{AB}=\overline{CD}:\overline{BD}$이므로
$\overline{CD}:\overline{BD}=9:6=3:2$
즉 $\overline{BD}:\overline{BC}=2:(3-2)=2:1$이므로
$\frac{\overline{BD}}{\overline{BC}}=\frac{2}{1}=2$ 답 2
다른 풀이 $\overline{AC}:\overline{AB}=\overline{CD}:\overline{BD}$이므로
$9:6=(\overline{BC}+\overline{BD}):\overline{BD}$
$3:2=(\overline{BC}+\overline{BD}):\overline{BD}$
$3\overline{BD}=2(\overline{BC}+\overline{BD})$
$\overline{BD}=2\overline{BC}$
$\therefore \frac{\overline{BD}}{\overline{BC}}=2$

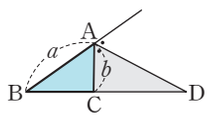
473 $\overline{AD}$는 ∠A의 이등분선이므로
$\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{BD}:\overline{CD}$
$15:9=5:\overline{CD}$, $5:3=5:\overline{CD}$
$\therefore \overline{CD}=3$ (cm)
$\overline{AE}$는 ∠A의 외각의 이등분선이므로
$\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{BE}:\overline{CE}$
$15:9=(8+\overline{CE}):\overline{CE}$
$5:3=(8+\overline{CE}):\overline{CE}$
$5\overline{CE}=3(8+\overline{CE})$
$2\overline{CE}=24$ $\therefore \overline{CE}=12$ (cm) 답 12 cm

유형 083 삼각형의 각의 이등분선과 넓이 본책 106쪽

(1) △ABC에서 ∠A의 이등분선이 $\overline{BC}$와 만나는 점을 D라 하면
$\triangle ABD:\triangle ADC=\overline{BD}:\overline{CD}$
$=\overline{AB}:\overline{AC}$
$=a:b$



(2) △ABC에서 ∠A의 외각의 이등분선이 $\overline{BC}$의 연장선과 만나는 점을 D라 하면
$\triangle ABD:\triangle ACD=\overline{BD}:\overline{CD}$
$=\overline{AB}:\overline{AC}$
$=a:b$



474 $\triangle ABD:\triangle ADC=\overline{BD}:\overline{CD}=\overline{AB}:\overline{AC}$
$=10:18=5:9$
이므로 $\triangle ABD:54=5:9$
$9\triangle ABD=270$
$\therefore \triangle ABD=30$ (cm^2) 답 30 cm^2

475 △ABC는 ∠BAC=90°인 직각삼각형이므로
$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times12\times15=90$ (cm^2) … 1단계
$\overline{AD}$는 ∠BAC의 이등분선이므로
$\triangle ABD:\triangle ADC=\overline{BD}:\overline{CD}=\overline{AB}:\overline{AC}$
$=12:15=4:5$ … 2단계
$\therefore \triangle ABD=\frac{4}{9}\triangle ABC$
$=\frac{4}{9}\times90=40$ (cm^2) … 3단계
답 40 cm^2

단계	채점 요소	비율
1	△ABC의 넓이 구하기	20 %
2	△ABD : △ADC 구하기	40 %
3	△ABD의 넓이 구하기	40 %

476 $\overline{BC}:\overline{CD}=\triangle ABC:\triangle ACD=1:3$이므로
$\overline{BD}:\overline{CD}=(1+3):3=4:3$
따라서 $\overline{AB}:\overline{AC}=4:3$이므로
$8:\overline{AC}=4:3$, $4\overline{AC}=24$
$\therefore \overline{AC}=6$ (cm) 답 ④

477 $\overline{BP}:\overline{CP}=\overline{AB}:\overline{AC}=35:14=5:2$이므로
$\overline{BP}=\frac{5}{7}\overline{BC}=\frac{5}{7}\times35=25$ (cm)
$\overline{BE}=\overline{BD}=x$ cm라 하면
$\overline{AF}=\overline{AD}=\overline{AB}-\overline{BD}=35-x$ (cm),
$\overline{CF}=\overline{CE}=\overline{BC}-\overline{BE}=35-x$ (cm)

이때 $\overline{AF}+\overline{CF}=\overline{AC}$이므로

$(35-x)+(35-x)=14$

$2x=56$ $\therefore x=28$

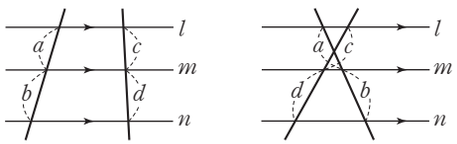
$\therefore \overline{BE}=28\,(\text{cm})$

$\therefore \overline{PE}=\overline{BE}-\overline{BP}=28-25=3\,(\text{cm})$

따라서 $\triangle ABP : \triangle APE=\overline{BP} : \overline{PE}=25 : 3$이므로

$\dfrac{\triangle ABP}{\triangle APE}=\dfrac{25}{3}$ 답 $\dfrac{25}{3}$

유형 084 평행선 사이의 선분의 길이의 비 본책 107쪽



➔ $l \parallel m \parallel n$이면

① $a : b=c : d$

② $a : (a+b)=c : (c+d)$

③ $b : (a+b)=d : (c+d)$

478 $8 : (20-8)=12 : x$이므로

$2 : 3=12 : x$, $2x=36$

$\therefore x=18$ 답 18

479 $30 : x=(15+10) : 10$이므로

$30 : x=5 : 2$, $5x=60$

$\therefore x=12$ … 1단계

$12 : 16=10 : y$이므로

$3 : 4=10 : y$, $3y=40$

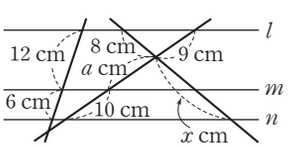
$\therefore y=\dfrac{40}{3}$ … 2단계

$\therefore xy=12\times\dfrac{40}{3}=160$ … 3단계

답 160

단계	채점 요소	비율
1	x의 값 구하기	40 %
2	y의 값 구하기	40 %
3	xy의 값 구하기	20 %

480 오른쪽 그림에서



$12 : 6=(9+a) : 10$이므로

$2 : 1=(9+a) : 10$

$9+a=20$ $\therefore a=11$

$8 : x=9 : (11+10)$이므로

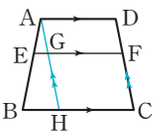
$8 : x=3 : 7$, $3x=56$

$\therefore x=\dfrac{56}{3}$ 답 $\dfrac{56}{3}$

유형 085 사다리꼴에서 평행선 사이의 선분의 길이의 비 본책 107쪽

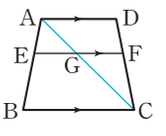
사다리꼴 ABCD에서 $\overline{AD} \parallel \overline{EF} \parallel \overline{BC}$일 때, $\overline{EF}$의 길이는 다음과 같이 보조선을 그어 구한다.

방법 ① 평행선 긋기



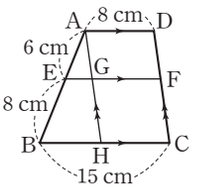
➔ $\overline{EF}=\overline{EG}+\overline{GF}$

방법 ② 대각선 긋기



➔ $\overline{EF}=\overline{EG}+\overline{GF}$

481 오른쪽 그림과 같이 점 A를 지나고 $\overline{DC}$에 평행한 $\overline{AH}$를 긋고, $\overline{AH}$와 $\overline{EF}$의 교점을 G라 하면



$\overline{GF}=\overline{HC}=\overline{AD}=8\,(\text{cm})$

$\therefore \overline{BH}=\overline{BC}-\overline{HC}$

$=15-8=7\,(\text{cm})$

$\triangle ABH$에서 $\overline{EG} \parallel \overline{BH}$이므로

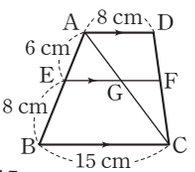
$\overline{AE} : \overline{AB}=\overline{EG} : \overline{BH}$

$6 : (6+8)=\overline{EG} : 7$, $3 : 7=\overline{EG} : 7$

$\therefore \overline{EG}=3\,(\text{cm})$

$\therefore \overline{EF}=\overline{EG}+\overline{GF}=3+8=11\,(\text{cm})$ 답 11 cm

다른 풀이 오른쪽 그림과 같이 대각선 AC를 긋고 $\overline{AC}$와 $\overline{EF}$의 교점을 G라 하면



$\triangle ABC$에서 $\overline{EG} \parallel \overline{BC}$이므로

$\overline{AE} : \overline{AB}=\overline{EG} : \overline{BC}$

$6 : (6+8)=\overline{EG} : 15$, $3 : 7=\overline{EG} : 15$

$7\overline{EG}=45$ $\therefore \overline{EG}=\dfrac{45}{7}\,(\text{cm})$

$\triangle ACD$에서 $\overline{GF} \parallel \overline{AD}$이므로

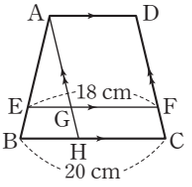
$\overline{GF} : \overline{AD}=\overline{CG} : \overline{CA}=\overline{BE} : \overline{BA}$

$\overline{GF} : 8=8 : (8+6)$, $\overline{GF} : 8=4 : 7$

$7\overline{GF}=32$ $\therefore \overline{GF}=\dfrac{32}{7}\,(\text{cm})$

$\therefore \overline{EF}=\overline{EG}+\overline{GF}=\dfrac{45}{7}+\dfrac{32}{7}=11\,(\text{cm})$

482 오른쪽 그림과 같이 점 A를 지나고 $\overline{DC}$에 평행한 $\overline{AH}$를 긋고, $\overline{AH}$와 $\overline{EF}$의 교점을 G라 하자.



$\overline{AD}=x$ cm라 하면

$\overline{GF}=\overline{HC}=\overline{AD}=x\,(\text{cm})$,

$\overline{EG}=\overline{EF}-\overline{GF}=18-x\,(\text{cm})$,

$\overline{BH}=\overline{BC}-\overline{HC}=20-x\,(\text{cm})$

$\triangle ABH$에서 $\overline{EG} \parallel \overline{BH}$이므로

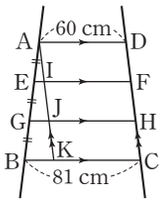
$\overline{AE} : \overline{AB}=\overline{EG} : \overline{BH}$

$3 : (3+1)=(18-x) : (20-x)$

$3(20-x)=4(18-x)$ $\therefore x=12$

$\therefore \overline{AD}=12\,(\text{cm})$ 답 ①

483 오른쪽 그림과 같이 점 A를 지나고 $\overline{DC}$에 평행한 $\overline{AK}$를 긋고, $\overline{AK}$와 $\overline{EF}$, $\overline{GH}$의 교점을 각각 I, J라 하면



$\overline{IF}=\overline{JH}=\overline{KC}=\overline{AD}=60\,(\text{cm})$

$\therefore \overline{BK}=\overline{BC}-\overline{KC}$

$=81-60=21\,(\text{cm})$

△ABK에서 $\overline{EI}/\!/\overline{BK}$이므로

$\overline{AE}:\overline{AB}=\overline{EI}:\overline{BK}$

$1:3=\overline{EI}:21,\quad 3\overline{EI}=21\quad \therefore \overline{EI}=7\,(\text{cm})$

$\therefore \overline{EF}=\overline{EI}+\overline{IF}=7+60=67\,(\text{cm})$

또 △ABK에서 $\overline{GJ}/\!/\overline{BK}$이므로

$\overline{AG}:\overline{AB}=\overline{GJ}:\overline{BK}$

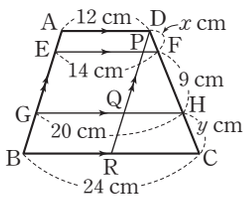
$2:3=\overline{GJ}:21,\quad 3\overline{GJ}=42\quad \therefore \overline{GJ}=14\,(\text{cm})$

$\therefore \overline{GH}=\overline{GJ}+\overline{JH}=14+60=74\,(\text{cm})$

따라서 새로 만들 다리의 길이의 합은

$\overline{EF}+\overline{GH}=67+74=141\,(\text{cm})$ 답 141 cm

484 오른쪽 그림과 같이 점 D를 지나고 $\overline{AB}$에 평행한 $\overline{DR}$를 긋고, $\overline{DR}$와 $\overline{EF}$, $\overline{GH}$의 교점을 각각 P, Q라 하면



$\overline{EP}=\overline{GQ}=\overline{BR}=\overline{AD}$

$=12\,(\text{cm})$

$\therefore \overline{PF}=\overline{EF}-\overline{EP}=14-12=2\,(\text{cm})$,

$\overline{QH}=\overline{GH}-\overline{GQ}=20-12=8\,(\text{cm})$,

$\overline{RC}=\overline{BC}-\overline{BR}=24-12=12\,(\text{cm})$

△DQH에서 $\overline{PF}/\!/\overline{QH}$이므로

$\overline{DF}:\overline{DH}=\overline{PF}:\overline{QH}$

$x:(x+9)=2:8,\quad x:(x+9)=1:4$

$4x=x+9,\quad 3x=9\quad \therefore x=3$

△DRC에서 $\overline{QH}/\!/\overline{RC}$이므로

$\overline{DH}:\overline{DC}=\overline{QH}:\overline{RC}$

$12:(12+y)=8:12,\quad 12:(12+y)=2:3$

$36=2(12+y),\quad 2y=12\quad \therefore y=6$

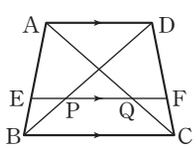
$\therefore xy=3\times 6=18$ 답 18

유형 086 사다리꼴에서 평행선과 두 대각선 본책 108쪽

사다리꼴 ABCD에서 $\overline{AD}/\!/\overline{EF}/\!/\overline{BC}$일 때, $\overline{PQ}$의 길이는 다음과 같은 순서로 구한다.

❶ △ABC에서 $\overline{EQ}$, △ABD에서 $\overline{EP}$의 길이를 각각 구한다.

❷ $\overline{PQ}=\overline{EQ}-\overline{EP}$임을 이용한다.



485 △DBC에서 $\overline{PF}/\!/\overline{BC}$이므로

$\overline{DF}:\overline{DC}=\overline{PF}:\overline{BC}$

$8:(8+4)=\overline{PF}:15,\quad 2:3=\overline{PF}:15$

$3\overline{PF}=30\quad \therefore \overline{PF}=10\,(\text{cm})$

△ACD에서 $\overline{QF}/\!/\overline{AD}$이므로

$\overline{CF}:\overline{CD}=\overline{QF}:\overline{AD}$

$4:(4+8)=\overline{QF}:9,\quad 1:3=\overline{QF}:9$

$3\overline{QF}=9\quad \therefore \overline{QF}=3\,(\text{cm})$

$\therefore \overline{PQ}=\overline{PF}-\overline{QF}=10-3=7\,(\text{cm})$ 답 7 cm

486 $\overline{AE}:\overline{EB}=3:2$이고 △ABD에서 $\overline{EP}/\!/\overline{AD}$이므로

$\overline{BE}:\overline{BA}=\overline{EP}:\overline{AD}$

$2:(2+3)=\overline{EP}:10,\quad 5\overline{EP}=20$

$\therefore \overline{EP}=4\,(\text{cm})$ … 1단계

$\overline{PQ}=\overline{EP}=4\,(\text{cm})$이므로 $\overline{EQ}=4+4=8\,(\text{cm})$ … 2단계

△ABC에서 $\overline{EQ}/\!/\overline{BC}$이므로

$\overline{AE}:\overline{AB}=\overline{EQ}:\overline{BC}$

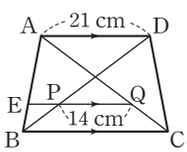
$3:(3+2)=8:\overline{BC},\quad 3\overline{BC}=40$

$\therefore \overline{BC}=\frac{40}{3}\,(\text{cm})$ … 3단계

답 $\frac{40}{3}$ cm

단계	채점 요소	비율
1	$\overline{EP}$의 길이 구하기	40 %
2	$\overline{EQ}$의 길이 구하기	10 %
3	$\overline{BC}$의 길이 구하기	50 %

487 오른쪽 그림과 같이 $\overline{PQ}$의 연장선과 $\overline{AB}$의 교점을 E라 하자.



$\overline{BP}:\overline{BD}=2:7$이고 △ABD에서 $\overline{EP}/\!/\overline{AD}$이므로

$\overline{BP}:\overline{BD}=\overline{EP}:\overline{AD}$

$2:7=\overline{EP}:21,\quad 7\overline{EP}=42$

$\therefore \overline{EP}=6\,(\text{cm})$

$\overline{AE}:\overline{AB}=\overline{DP}:\overline{DB}=(7-2):7=5:7$이고 △ABC에서 $\overline{EQ}/\!/\overline{BC}$이므로

$\overline{AE}:\overline{AB}=\overline{EQ}:\overline{BC}$

$5:7=(6+14):\overline{BC},\quad 5\overline{BC}=140$

$\therefore \overline{BC}=28\,(\text{cm})$ 답 28 cm

유형 087 사다리꼴의 두 대각선의 교점을 지나는 평행선 본책 108쪽

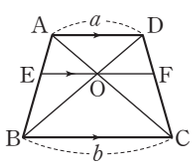
사다리꼴 ABCD에서 $\overline{AD}/\!/\overline{EF}/\!/\overline{BC}$이고, 두 대각선의 교점이 O일 때,

△AOD∽△COB (AA 닮음)

(1) $\overline{AD}:\overline{CB}=\overline{AO}:\overline{CO}$

$=\overline{DO}:\overline{BO}=a:b$

(2) $\overline{AE}:\overline{EB}=\overline{DF}:\overline{FC}=a:b$



488 △AOD∽△COB (AA 닮음)이므로

$\overline{DO}:\overline{BO}=\overline{AD}:\overline{CB}=6:14=3:7$

△ABD에서 $\overline{EO}/\!/\overline{AD}$이므로

$\overline{BO}:\overline{BD}=\overline{EO}:\overline{AD}$

$7:(7+3)=\overline{EO}:6,\quad 10\overline{EO}=42$

$\therefore \overline{EO}=\frac{21}{5}$ (cm)

△DBC에서 $\overline{OF}/\!/\overline{BC}$이므로

$\overline{DO}:\overline{DB}=\overline{OF}:\overline{BC}$

$3:(3+7)=\overline{OF}:14,\quad 10\overline{OF}=42$

$\therefore \overline{OF}=\frac{21}{5}$ (cm)

$\therefore \overline{EF}=\overline{EO}+\overline{OF}=\frac{21}{5}+\frac{21}{5}=\frac{42}{5}$ (cm) 답 $\frac{42}{5}$ cm

489 △ABC에서 $\overline{EO}/\!/\overline{BC}$이므로

$\overline{AO}:\overline{OC}=\overline{AE}:\overline{EB}=12:18=2:3$

△AOD∽△COB (AA 닮음)이므로

$\overline{AD}:\overline{CB}=\overline{AO}:\overline{CO}$

$\overline{AD}:30=2:3,\quad 3\overline{AD}=60$

$\therefore \overline{AD}=20$ (cm) 답 20 cm

다른 풀이 △ABC에서 $\overline{EO}/\!/\overline{BC}$이므로

$\overline{AE}:\overline{AB}=\overline{EO}:\overline{BC}$

$12:(12+18)=\overline{EO}:30,\quad 2:5=\overline{EO}:30$

$5\overline{EO}=60\quad \therefore \overline{EO}=12$ (cm)

△ABD에서 $\overline{EO}/\!/\overline{AD}$이므로

$\overline{BE}:\overline{BA}=\overline{EO}:\overline{AD}$

$18:(18+12)=12:\overline{AD},\quad 3:5=12:\overline{AD}$

$3\overline{AD}=60\quad \therefore \overline{AD}=20$ (cm)

490 △AOD∽△COB (AA 닮음)이고 두 삼각형의 넓이의 비가 4 : 16 = 1 : 4이므로 닮음비는 1 : 2이다. … 1단계

즉 $\overline{AD}:\overline{BC}=1:2$이고 $\overline{AD}+\overline{BC}=12$ (cm)이므로

$\overline{AD}=12\times\frac{1}{3}=4$ (cm) … 2단계

$\overline{DO}:\overline{BO}=1:2$이고 △ABD에서 $\overline{EO}/\!/\overline{AD}$이므로

$\overline{BO}:\overline{BD}=\overline{EO}:\overline{AD}$

$2:(2+1)=\overline{EO}:4,\quad 3\overline{EO}=8$

$\therefore \overline{EO}=\frac{8}{3}$ (cm) … 3단계

답 $\frac{8}{3}$ cm

단계	채점 요소	비율
1	△AOD와 △COB의 닮음비 구하기	20 %
2	$\overline{AD}$의 길이 구하기	30 %
3	$\overline{EO}$의 길이 구하기	50 %

491 △AOD∽△COB (AA 닮음)이므로

$\overline{DO}:\overline{BO}=\overline{AD}:\overline{CB}=12:24=1:2$

△ABD에서 $\overline{EO}/\!/\overline{AD}$이므로

$\overline{BO}:\overline{BD}=\overline{EO}:\overline{AD}$

$2:(2+1)=\overline{EO}:12,\quad 3\overline{EO}=24$

$\therefore \overline{EO}=8$ (cm)

△EGO∽△CGB (AA 닮음)이므로

$\overline{EG}:\overline{CG}=\overline{EO}:\overline{CB}=8:24=1:3$

△ECO에서 $\overline{GH}/\!/\overline{EO}$이므로

$\overline{CG}:\overline{CE}=\overline{GH}:\overline{EO}$

$3:(3+1)=\overline{GH}:8,\quad 4\overline{GH}=24$

$\therefore \overline{GH}=6$ (cm) 답 6 cm

유형 088 평행선 사이의 선분의 길이의 비의 응용 본책 109쪽

$\overline{AB}/\!/\overline{EF}/\!/\overline{DC}$일 때,

(1) △ABE∽△CDE (AA 닮음)

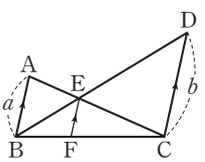
➜ 닮음비는 $a:b$

(2) △CEF∽△CAB (AA 닮음)

➜ 닮음비는 $b:(a+b)$

(3) △BFE∽△BCD (AA 닮음)

➜ 닮음비는 $a:(a+b)$



492 △ABE∽△CDE (AA 닮음)이므로

$\overline{BE}:\overline{DE}=\overline{AB}:\overline{CD}=15:10=3:2$

△BCD에서 $\overline{BE}:\overline{ED}=\overline{BF}:\overline{FC}$이므로

$3:2=x:8,\quad 2x=24$

$\therefore x=12$

$\overline{BE}:\overline{BD}=\overline{EF}:\overline{DC}$이므로

$3:(3+2)=y:10,\quad 5y=30$

$\therefore y=6$

$\therefore x+y=12+6=18$ 답 18

493 ∠ABC = ∠EFC = ∠DCB = 90°이므로

$\overline{AB}/\!/\overline{EF}/\!/\overline{DC}$

△ABE∽△CDE (AA 닮음)이므로

$\overline{BE}:\overline{DE}=\overline{AB}:\overline{CD}=9:18=1:2$

△BCD에서 $\overline{BE}:\overline{BD}=\overline{EF}:\overline{DC}$이므로

$1:(1+2)=\overline{EF}:18,\quad 3\overline{EF}=18$

$\therefore \overline{EF}=6$ (cm)

또 $\overline{BF}:\overline{FC}=\overline{BE}:\overline{ED}=1:2$이므로

$\overline{FC}=\frac{2}{3}\overline{BC}=\frac{2}{3}\times 27=18$ (cm)

$\therefore$ △CEF $=\frac{1}{2}\times 18\times 6=54$ (cm²) 답 54 cm²

다른 풀이 $\overline{AE}:\overline{CE}=\overline{AB}:\overline{CD}=9:18=1:2$

△CEF와 △CAB에서

∠C는 공통, ∠EFC = ∠ABC = 90°

이므로 △CEF∽△CAB (AA 닮음)

두 삼각형의 닮음비는
$\overline{CE}:\overline{CA}=2:(2+1)=2:3$
이므로 넓이의 비는 $2^2:3^2=4:9$
이때 $\triangle CAB=\frac{1}{2}\times 27\times 9=\frac{243}{2}\,(\text{cm}^2)$이므로
$\triangle CEF:\frac{243}{2}=4:9,\quad 9\triangle CEF=486$
$\therefore \triangle CEF=54\,(\text{cm}^2)$

494 ③ $\triangle ABD$에서
$\overline{AB}:\overline{EB}=\overline{AD}:\overline{EF}=16:10=8:5$
④ $\overline{DF}:\overline{FB}=\overline{AE}:\overline{EB}=(8-5):5=3:5$
⑤ $\overline{DF}:\overline{FB}=\overline{AD}:\overline{BC}$이므로
$3:5=16:\overline{BC},\quad 3\overline{BC}=80$
$\therefore \overline{BC}=\frac{80}{3}\,(\text{cm})$
따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다. 답 ⑤

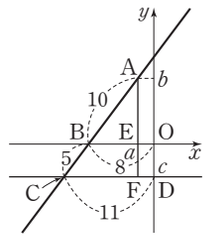
495 $\triangle ABE\backsim\triangle CDE$ (AA 닮음)이므로
$\overline{BE}:\overline{DE}=\overline{AB}:\overline{CD}=21:28=3:4$
$\overline{EF}/\!/\overline{DC}$이므로
$\overline{BF}:\overline{FC}=\overline{BE}:\overline{ED}=3:4$
이때 $\overline{FQ}=\overline{QC}=\frac{1}{2}\overline{FC}$이므로
$\overline{BF}:\overline{FQ}:\overline{QC}=3:2:2$
$\therefore \overline{BQ}:\overline{BC}=(3+2):(3+2+2)=5:7$
$\triangle BCD$에서 $\overline{BQ}:\overline{BC}=\overline{PQ}:\overline{DC}$이므로
$5:7=\overline{PQ}:28,\quad 7\overline{PQ}=140$
$\therefore \overline{PQ}=20\,(\text{cm})$ 답 20 cm

만점 유형 도전하기

본책 110~111쪽

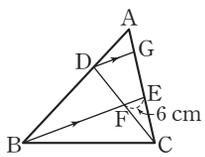
496 전략 $\triangle ADQ$와 $\triangle ABR$에서 평행선 사이의 선분의 길이의 비를 이용한다.
(1) B, $\overline{PQ}$, $\overline{QR}$, $\overline{RB}$
(2) $\triangle ADQ$에서 $\overline{PC}/\!/\overline{QD}$이므로
$\overline{AC}:\overline{CD}=\overline{AP}:\overline{PQ}=1:1$ …… ㉠
$\triangle ABR$에서 $\overline{QD}/\!/\overline{RB}$이므로
$\overline{AD}:\overline{DB}=\overline{AQ}:\overline{QR}=2:1$ …… ㉡
㉠, ㉡에서 $\overline{AC}:\overline{CD}:\overline{DB}=1:1:1$이므로
$\overline{AC}=\overline{CD}=\overline{DB}$
답 풀이 참조

497 전략 평행한 두 직선 $y=0$, $y=c$ 사이의 선분의 길이의 비를 이용한다.
오른쪽 그림과 같이 점 A를 지나고 y축에 평행한 직선이 두 직선 $y=0$, $y=c$와 만나는 점을 각각 E, F라 하자.



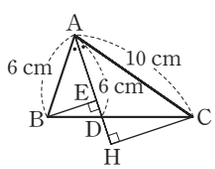
$\overline{EO}=\overline{FD}=-a$이므로
$\overline{BE}=8-(-a)=8+a$,
$\overline{CF}=11-(-a)=11+a$
$\triangle ACF$에서 $\overline{BE}/\!/\overline{CF}$이므로
$\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{BE}:\overline{CF}$
$10:(10+5)=(8+a):(11+a)$
$2:3=(8+a):(11+a)$
$2(11+a)=3(8+a)\quad \therefore a=-2$
또 $\overline{AB}:\overline{BC}=\overline{AE}:\overline{EF}$이므로
$10:5=b:(-c),\quad 2:1=b:(-c)$
$b=-2c\quad \therefore b+2c=0$
$\therefore a+b+2c=-2+0=-2$ 답 -2

498 전략 점 D를 지나고 $\overline{BE}$에 평행한 직선을 그은 후 삼각형에서 평행선 사이의 선분의 길이의 비를 이용한다.
오른쪽 그림과 같이 점 D를 지나고 $\overline{BE}$에 평행한 직선과 $\overline{AC}$의 교점을 G라 하자.



$\triangle ABE$에서
$\overline{AG}:\overline{GE}=\overline{AD}:\overline{DB}=1:2$
이때 $\overline{AE}:\overline{EC}=3:2$이므로
$\overline{AG}:\overline{GE}:\overline{EC}=1:2:2$
즉 $\overline{GE}=\overline{EC}$이므로 $\triangle DCG$에서
$\overline{FE}:\overline{DG}=\overline{CE}:\overline{CG}=1:2$
$6:\overline{DG}=1:2\quad \therefore \overline{DG}=12\,(\text{cm})$
$\triangle ABE$에서 $\overline{DG}:\overline{BE}=\overline{AD}:\overline{AB}=1:3$이므로
$12:\overline{BE}=1:3\quad \therefore \overline{BE}=36\,(\text{cm})$
$\therefore \overline{BF}=\overline{BE}-\overline{EF}=36-6=30\,(\text{cm})$ 답 30 cm

499 전략 삼각형의 내각의 이등분선의 성질을 이용하여 $\overline{BD}$와 $\overline{CD}$의 길이의 비를 구한다.
$\triangle ABC$에서
$\overline{BD}:\overline{CD}=\overline{AB}:\overline{AC}=6:10=3:5$
오른쪽 그림과 같이 점 B에서 $\overline{AD}$에 내린 수선의 발을 E라 하면



$\triangle BDE\backsim\triangle CDH$ (AA 닮음)이므로
$\overline{ED}:\overline{HD}=\overline{BD}:\overline{CD}=3:5$
$\overline{ED}=3a$ cm, $\overline{HD}=5a$ cm라 하면
$\overline{AE}=6-3a\,(\text{cm})$, $\overline{AH}=6+5a\,(\text{cm})$
이때 $\triangle ABE\backsim\triangle ACH$ (AA 닮음)이므로
$\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{AE}:\overline{AH}$
$3:5=(6-3a):(6+5a),\quad 3(6+5a)=5(6-3a)$
$30a=12\quad \therefore a=\frac{2}{5}$
$\therefore \overline{DH}=5a=5\times\frac{2}{5}=2\,(\text{cm})$ 답 2 cm

500 전략 직각삼각형의 닮음과 삼각형의 내각의 이등분선의 성질을 이용하여 $\overline{BD}:\overline{DC}$, $\overline{BE}:\overline{CE}$를 차례대로 구한다.

$\triangle ABD \backsim \triangle BCD$ (AA 닮음)이고 닮음비는 $\overline{AB}:\overline{BC}=1:2$이므로 넓이의 비는 $1^2:2^2=1:4$이다.

$\therefore \triangle BCD=\frac{4}{5}\triangle ABC=\frac{4}{5}\times 60=48\ (\text{cm}^2)$

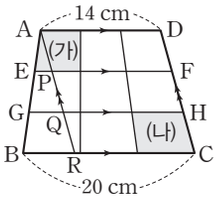
또 $\overline{DB}:\overline{DC}=\overline{AB}:\overline{BC}=1:2$이므로 $\triangle DBC$에서

$\overline{BE}:\overline{CE}=\overline{DB}:\overline{DC}=1:2$

$\therefore \triangle DEC=\frac{2}{3}\triangle BCD=\frac{2}{3}\times 48=32\ (\text{cm}^2)$ 답 $32\ \text{cm}^2$

501 전략 9개의 사각형은 모두 높이가 같은 사다리꼴이므로 사다리꼴에서 평행선 사이의 선분의 길이의 비를 이용하여 윗변의 길이와 아랫변의 길이를 구한 후 넓이를 구한다.

오른쪽 그림과 같이 점 A를 지나고 $\overline{DC}$에 평행한 $\overline{AR}$를 긋고, $\overline{AR}$와 $\overline{EF}$, $\overline{GH}$의 교점을 각각 P, Q라 하면



$\overline{PF}=\overline{QH}=\overline{RC}=\overline{AD}=14\ (\text{cm})$

$\therefore \overline{BR}=20-14=6\ (\text{cm})$

$\triangle ABR$에서 $\overline{AE}:\overline{AB}=\overline{EP}:\overline{BR}$이므로

$1:3=\overline{EP}:6,\quad 3\overline{EP}=6$

$\therefore \overline{EP}=2\ (\text{cm})$

또 $\overline{AG}:\overline{AB}=\overline{GQ}:\overline{BR}$이므로

$2:3=\overline{GQ}:6,\quad 3\overline{GQ}=12$

$\therefore \overline{GQ}=4\ (\text{cm})$

$\therefore \overline{EF}=\overline{EP}+\overline{PF}=2+14=16\ (\text{cm}),$

$\overline{GH}=\overline{GQ}+\overline{QH}=4+14=18\ (\text{cm})$

9개의 사각형은 모두 높이가 같은 사다리꼴이므로 높이를 h cm라 하면

사각형 (가)의 넓이는 $\frac{1}{2}\times h\times\left(\frac{14}{3}+\frac{16}{3}\right)=5h\ (\text{cm}^2)$

사각형 (나)의 넓이는 $\frac{1}{2}\times h\times\left(6+\frac{20}{3}\right)=\frac{19}{3}h\ (\text{cm}^2)$

따라서 두 사각형 (가), (나)의 넓이의 비는

$5h:\frac{19}{3}h=15:19$ 답 $15:19$

502 전략 $\overline{EG}=8k$ cm, $\overline{GF}=3k$ cm로 놓고 $\triangle ABC$, $\triangle ACD$에서 각각 $\overline{AG}$, $\overline{GC}$의 길이를 k를 이용하여 나타낸다.

$\overline{EG}:\overline{GF}=8:3$이므로 $\overline{EG}=8k$ cm, $\overline{GF}=3k$ cm라 하면

$\triangle ABC$에서 $\overline{EG}/\!/\overline{BC}$이므로

$\overline{AG}:\overline{AC}=\overline{EG}:\overline{BC}$

$\overline{AG}:20=8k:18,\quad \overline{AG}:20=4k:9$

$9\overline{AG}=80k\quad \therefore \overline{AG}=\frac{80}{9}k\ (\text{cm})$

$\triangle ACD$에서 $\overline{AD}/\!/\overline{GF}$이므로

$\overline{GC}:\overline{AC}=\overline{GF}:\overline{AD}$

$\overline{GC}:20=3k:12,\quad \overline{GC}:20=k:4$

$4\overline{GC}=20k\quad \therefore \overline{GC}=5k\ (\text{cm})$

$\therefore \overline{AG}:\overline{GC}=\frac{80}{9}k:5k=16:9$

따라서 $a=16$, $b=9$이므로

$a+b=16+9=25$ 답 25

503 전략 $\overline{PF}=a$ cm, $\overline{FQ}=b$ cm로 놓고 $\overline{BC}$의 길이를 a, b를 이용하여 나타낸다.

$\overline{PF}=a$ cm, $\overline{FQ}=b$ cm라 하자.

$\triangle ABQ$에서 $\overline{AB}:\overline{EF}=\overline{BQ}:\overline{FQ}$이므로

$30:8=\overline{BQ}:b,\quad 15:4=\overline{BQ}:b$

$4\overline{BQ}=15b\quad \therefore \overline{BQ}=\frac{15}{4}b\ (\text{cm})$

$\therefore \overline{BF}=\overline{BQ}-\overline{FQ}=\frac{15}{4}b-b=\frac{11}{4}b\ (\text{cm})$

$\triangle PCD$에서 $\overline{DC}:\overline{EF}=\overline{PC}:\overline{PF}$이므로

$30:8=\overline{PC}:a,\quad 15:4=\overline{PC}:a$

$4\overline{PC}=15a\quad \therefore \overline{PC}=\frac{15}{4}a\ (\text{cm})$

$\therefore \overline{FC}=\overline{PC}-\overline{PF}=\frac{15}{4}a-a=\frac{11}{4}a\ (\text{cm})$

$\overline{BC}=\overline{BF}+\overline{FC}$이므로

$44=\frac{11}{4}b+\frac{11}{4}a\quad \therefore a+b=16$

$\therefore \overline{PQ}=\overline{PF}+\overline{FQ}=a+b=16\ (\text{cm})$ 답 16 cm

시험 만점 완성하기

본책 112~115쪽

504 전략 삼각형에서 평행선 사이의 선분의 길이의 비를 이용하여 $\overline{AD}$, $\overline{DE}$의 길이를 각각 구한다.

$\overline{AB}:\overline{AD}=\overline{AC}:\overline{AE}$이므로

$8:\overline{AD}=12:4,\quad 8:\overline{AD}=3:1$

$3\overline{AD}=8\quad \therefore \overline{AD}=\frac{8}{3}\ (\text{cm})$

$\overline{BC}:\overline{DE}=\overline{AC}:\overline{AE}$이므로

$16:\overline{DE}=12:4,\quad 16:\overline{DE}=3:1$

$3\overline{DE}=16\quad \therefore \overline{DE}=\frac{16}{3}\ (\text{cm})$

$\therefore$ ($\triangle ADE$의 둘레의 길이)

$=4+\frac{8}{3}+\frac{16}{3}=12\ (\text{cm})$ 답 ②

505 전략 $\triangle ABQ$와 $\triangle ABC$에서 평행선 사이의 선분의 길이의 비를 이용한다.

$\overline{AB}:\overline{AD}=\overline{BQ}:\overline{DP}$이므로

$(5+2):5=x:3,\quad 5x=21\quad \therefore x=\frac{21}{5}$

$\overline{AB}:\overline{AD}=\overline{AC}:\overline{AE}$이므로

$(5+2):5=y:7,\quad 5y=49\quad \therefore y=\frac{49}{5}$

$\therefore x+y=\frac{21}{5}+\frac{49}{5}=14$ 답 ④

506 전략 △BGF, △BHF, △BHA, △BCA에서 차례대로 평행선 사이의 선분의 길이의 비를 이용한다.

△BGF에서 $\overline{DE}/\!/\overline{FG}$이므로

$\overline{BD}:\overline{DF}=\overline{BE}:\overline{EG}=4:2=2:1$

△BHF에서 $\overline{DG}/\!/\overline{FH}$이므로

$\overline{BG}:\overline{GH}=\overline{BD}:\overline{DF}$

$(4+2):\overline{GH}=2:1,\quad 2\overline{GH}=6$

$\therefore \overline{GH}=3\,(\text{cm})$

△BHA에서 $\overline{FG}/\!/\overline{AH}$이므로

$\overline{BF}:\overline{FA}=\overline{BG}:\overline{GH}=2:1$

△BCA에서 $\overline{FH}/\!/\overline{AC}$이므로

$\overline{BH}:\overline{HC}=\overline{BF}:\overline{FA}$

$(4+2+3):\overline{HC}=2:1,\quad 2\overline{HC}=9$

$\therefore \overline{HC}=\frac{9}{2}\,(\text{cm})$ 답 ③

507 전략 먼저 △ADC에서 $\overline{AD}/\!/\overline{EF}$임을 이용하여 $\overline{CD}$의 길이를 구한다.

$\overline{AE}=\overline{AB}=18$ cm이므로

$\overline{CE}=24-18=6\,(\text{cm})$

△CAD에서 $\overline{CA}:\overline{CE}=\overline{CD}:\overline{CF}$이므로

$24:6=\overline{CD}:4,\quad 4:1=\overline{CD}:4$

$\therefore \overline{CD}=16\,(\text{cm})$

△ABC에서 $\overline{AD}$는 ∠BAC의 이등분선이므로

$\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{BD}:\overline{CD}$

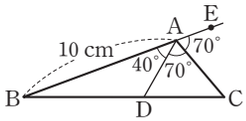
$18:24=\overline{BD}:16,\quad 3:4=\overline{BD}:16$

$4\overline{BD}=48\quad \therefore \overline{BD}=12\,(\text{cm})$

$\therefore \overline{BC}=\overline{BD}+\overline{CD}=12+16=28\,(\text{cm})$ 답 ③

508 전략 △ABD에서 ∠BAD의 외각의 이등분선의 성질을 이용한다.

오른쪽 그림과 같이 $\overline{BA}$의 연장선 위에 점 E를 잡으면



$\angle EAC=180^\circ-(40^\circ+70^\circ)$

$=70^\circ$

이때 $\angle DAC=\angle EAC$이므로 △ABD에서 $\overline{AC}$는 ∠BAD의 외각의 이등분선이다.

따라서 $\overline{AB}:\overline{AD}=\overline{BC}:\overline{DC}$이므로

$10:\overline{AD}=(3+2):2,\quad 5\overline{AD}=20$

$\therefore \overline{AD}=4\,(\text{cm})$ 답 ⑤

509 전략 삼각형의 외각의 이등분선의 성질을 이용하여 $\overline{BD}:\overline{BC}$를 구한다.

$\overline{AD}$가 ∠A의 외각의 이등분선이므로

$\overline{BD}:\overline{CD}=\overline{AB}:\overline{AC}=7:5$

$\therefore \overline{BD}:\overline{BC}=7:(7-5)=7:2$

따라서 △ABD : △ABC = 7 : 2이므로

△ABD : 20 = 7 : 2, $2\triangle ABD=140$

$\therefore \triangle ABD=70\,(\text{cm}^2)$ 답 ⑤

510 전략 평행선 사이의 선분의 길이의 비의 성질을 알아본다.

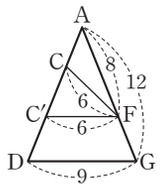
⑤ 오른쪽 그림에서

$\overline{CF}:\overline{DG}=6:9=2:3,$

$\overline{AF}:\overline{AG}=8:12=2:3$

이지만 두 직선 CF, DG는 평행하지 않다.

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.



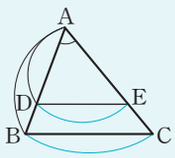
답 ⑤

만점 공략 노트

△ADE와 △ABC에서

$\overline{AD}:\overline{AB}=\overline{DE}:\overline{BC}$이어도 두 삼각형의 공통인 각 A가 끼인각이 아니므로 삼각형의 닮음 조건을 만족시키지 않는다.

즉 $\angle ADE=\angle ABC$인지 알 수 없으므로 $\overline{DE}/\!/\overline{BC}$인지 알 수 없다.



511 전략 평행한 세 직선이 다른 두 직선과 만날 때, 평행선 사이의 선분의 길이의 비는 같음을 이용한다.

$6:x=8:12$이므로 $\quad 6:x=2:3$

$2x=18\quad \therefore x=9$

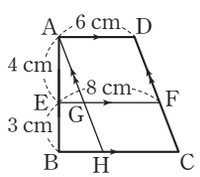
$y:25=8:(8+12)$이므로 $\quad y:25=2:5$

$5y=50\quad \therefore y=10$

$\therefore x+y=9+10=19$ 답 ①

512 전략 점 A를 지나고 $\overline{DC}$에 평행한 선분을 긋고, 평행선 사이의 선분의 길이의 비를 이용한다.

오른쪽 그림과 같이 점 A를 지나고 $\overline{DC}$에 평행한 $\overline{AH}$를 긋고, $\overline{AH}$와 $\overline{EF}$의 교점을 G라 하면



$\overline{GF}=\overline{HC}=\overline{AD}=6\,(\text{cm})$

이므로 $\quad \overline{EG}=8-6=2\,(\text{cm})$

△ABH에서 $\overline{AE}:\overline{AB}=\overline{EG}:\overline{BH}$이므로

$4:(4+3)=2:\overline{BH}$

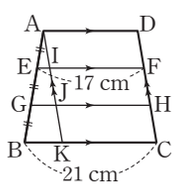
$4:7=2:\overline{BH},\quad 4\overline{BH}=14$

$\therefore \overline{BH}=\frac{7}{2}\,(\text{cm})$

$\therefore \overline{BC}=\overline{BH}+\overline{HC}=\frac{7}{2}+6=\frac{19}{2}\,(\text{cm})$ 답 ②

513 전략 점 A를 지나고 $\overline{DC}$에 평행한 선분을 긋고, 평행선 사이의 선분의 길이의 비를 이용한다.

오른쪽 그림과 같이 점 A를 지나고 $\overline{DC}$에 평행한 $\overline{AK}$를 긋고, $\overline{AK}$와 $\overline{EF}$, $\overline{GH}$의 교점을 각각 I, J라 하자.



$\overline{AD}=\overline{IF}=\overline{JH}=\overline{KC}=x$ cm라 하면

$\overline{EI}=17-x\,(\text{cm}),\ \overline{BK}=21-x\,(\text{cm})$

△ABK에서 $\overline{AE}:\overline{AB}=\overline{EI}:\overline{BK}$이므로

$1:3=(17-x):(21-x)$

$21-x=3(17-x)$, $2x=30$

$\therefore x=15$

$\therefore \overline{BK}=21-15=6\,(\text{cm})$

$\overline{AG}:\overline{AB}=\overline{GJ}:\overline{BK}$이므로

$2:3=\overline{GJ}:6$, $3\overline{GJ}=12$

$\therefore \overline{GJ}=4\,(\text{cm})$

$\therefore \overline{AD}+\overline{GH}=15+(4+15)=34\,(\text{cm})$ 답 ②

514 전략 먼저 △ABD에서 $\overline{AB}:\overline{EB}$를 구하고, 이를 이용하여 △ABC에서 $\overline{EQ}$의 길이를 구한다.

△ABD에서 $\overline{EP}/\!/\overline{AD}$이므로

$\overline{AB}:\overline{EB}=\overline{AD}:\overline{EP}=12:4=3:1$

△ABC에서 $\overline{EQ}/\!/\overline{BC}$이므로

$\overline{AE}:\overline{AB}=\overline{EQ}:\overline{BC}$

$(3-1):3=\overline{EQ}:18$, $3\overline{EQ}=36$

$\therefore \overline{EQ}=12\,(\text{cm})$

$\therefore \overline{PQ}=\overline{EQ}-\overline{EP}=12-4=8\,(\text{cm})$ 답 ⑤

515 전략 △ABE∽△CDE임을 이용하여 평행선 사이의 선분의 길이의 비를 구한다.

△ABE∽△CDE (AA 닮음)이므로

$\overline{BE}:\overline{DE}=\overline{AB}:\overline{CD}=a:b$

△BCD에서 $\overline{BE}:\overline{BD}=\overline{EF}:\overline{DC}$이므로

$a:(a+b)=\overline{EF}:b$, $(a+b)\overline{EF}=ab$

$\therefore \overline{EF}=\dfrac{ab}{a+b}$ 답 ⑤

516 전략 △ABC에서 $\overline{DG}/\!/\overline{BC}$임을 이용하여 $\overline{BC}$의 길이를 먼저 구한다.

$\overline{DG}/\!/\overline{BC}$이므로 $\overline{DG}:\overline{BC}=\overline{AD}:\overline{AB}$

$10:\overline{BC}=5:(5+2)$

$5\overline{BC}=70$ $\therefore \overline{BC}=14\,(\text{cm})$

□DBFG와 □DECG는 평행사변형이므로

$\overline{BF}=\overline{EC}=\overline{DG}=10\,(\text{cm})$

$\therefore \overline{BE}=\overline{BC}-\overline{EC}=14-10=4\,(\text{cm})$

$\therefore \overline{EF}=\overline{BF}-\overline{BE}=10-4=6\,(\text{cm})$ 답 6 cm

517 전략 $\overline{DE}/\!/\overline{BC}$임을 이용하여 $\overline{AE}:\overline{AC}$를 구한다.

$\overline{AE}:\overline{AC}=\overline{AD}:\overline{AB}=12:(12+4)=3:4$

△AGC에서 $\overline{AE}:\overline{AC}=\overline{FE}:\overline{GC}$

$3:4=\overline{FE}:8$, $4\overline{FE}=24$

$\therefore \overline{FE}=6\,(\text{cm})$ 답 6 cm

518 전략 삼각형의 내각의 이등분선의 성질을 이용한다.

△ABC에서

$\overline{BD}:\overline{CD}=\overline{AB}:\overline{AC}=9:16$

△BDE∽△CDF (AA 닮음)이므로

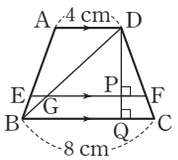
$\overline{BD}:\overline{CD}=\overline{DE}:\overline{DF}$

$9:16=\dfrac{3}{2}:\overline{DF}$, $9\overline{DF}=24$

$\therefore \overline{DF}=\dfrac{8}{3}\,(\text{cm})$ 답 $\dfrac{8}{3}$ cm

519 전략 보조선을 긋고 사다리꼴에서 평행선 사이의 선분의 길이의 비를 이용한다.

오른쪽 그림과 같이 $\overline{BD}$를 긋고, $\overline{BD}$와 $\overline{EF}$의 교점을 G라 하면 △ABD에서 $\overline{EG}/\!/\overline{AD}$이므로



$\overline{EG}:\overline{AD}=\overline{BE}:\overline{BA}$

$\overline{EG}:4=1:(1+3)$

$\therefore \overline{EG}=1\,(\text{cm})$

△BCD에서 $\overline{GF}/\!/\overline{BC}$이므로

$\overline{GF}:\overline{BC}=\overline{DF}:\overline{DC}=\overline{AE}:\overline{AB}$

$\overline{GF}:8=3:(3+1)$, $4\overline{GF}=24$

$\therefore \overline{GF}=6\,(\text{cm})$

$\therefore \overline{EF}=\overline{EG}+\overline{GF}=1+6=7\,(\text{cm})$

점 D에서 $\overline{BC}$에 수선을 그어 $\overline{EF}$, $\overline{BC}$와의 교점을 각각 P, Q라 하자.

$\overline{DP}:\overline{PQ}=\overline{AE}:\overline{EB}=3:1$이므로 $\overline{DP}=3h$ cm, $\overline{PQ}=h$ cm라 하면

$\square AEFD=\dfrac{1}{2}\times(4+7)\times 3h=\dfrac{33}{2}h\,(\text{cm}^2)$,

$\square EBCF=\dfrac{1}{2}\times(7+8)\times h=\dfrac{15}{2}h\,(\text{cm}^2)$

따라서 두 사각형의 넓이의 비는

$\dfrac{33}{2}h:\dfrac{15}{2}h=11:5$ 답 11 : 5

520 전략 △DBC에서 $\overline{OF}/\!/\overline{BC}$임을 이용하여 $\overline{DO}:\overline{DB}$를 구하고, △AOD∽△COB임을 이용한다.

△DBC에서 $\overline{OF}/\!/\overline{BC}$이므로

$\overline{DO}:\overline{DB}=\overline{OF}:\overline{BC}=10:25=2:5$

△AOD∽△COB (AA 닮음)이므로

$\overline{AD}:\overline{CB}=\overline{DO}:\overline{BO}$

$\overline{AD}:25=2:(5-2)$, $3\overline{AD}=50$

$\therefore \overline{AD}=\dfrac{50}{3}\,(\text{cm})$ 답 $\dfrac{50}{3}$ cm

다른 풀이 △DBC에서 $\overline{OF}/\!/\overline{BC}$이므로

$\overline{DF}:\overline{DC}=\overline{OF}:\overline{BC}=10:25=2:5$

△ACD에서 $\overline{OF}/\!/\overline{AD}$이므로

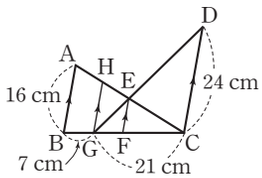
$\overline{CF}:\overline{CD}=\overline{OF}:\overline{AD}$

$3:(3+2)=10:\overline{AD}$, $3\overline{AD}=50$

$\therefore \overline{AD}=\dfrac{50}{3}\,(\text{cm})$

521 전략 점 G를 지나고 $\overline{AB}$에 평행한 직선을 그어 평행선 사이의 선분의 길이의 비를 이용한다.

오른쪽 그림과 같이 점 G를 지나고 $\overline{AB}$에 평행한 직선과 $\overline{AC}$의 교점을 H라 하면 △ABC에서



$\overline{AB}/\!/\overline{HG}$이므로

$\overline{AB}:\overline{HG}=\overline{BC}:\overline{GC}$

$16:\overline{HG}=(7+21):21$

$16:\overline{HG}=4:3,\quad 4\overline{HG}=48$

$\therefore \overline{HG}=12\ (\text{cm})$

△HGE∽△CDE (AA 닮음)이므로

$\overline{GE}:\overline{DE}=\overline{HG}:\overline{CD}=12:24=1:2$

△GCD에서 $\overline{EF}/\!/\overline{DC}$이므로

$\overline{EF}:\overline{DC}=\overline{GE}:\overline{GD}$

$\overline{EF}:24=1:(1+2),\quad 3\overline{EF}=24$

$\therefore \overline{EF}=8\ (\text{cm})$

답 8 cm

522 전략 △ADF와 △BCE에서 평행선 사이의 선분의 길이의 비를 이용한다.

△ADF에서 $\overline{GE}/\!/\overline{DF}$이므로

$\overline{AE}:\overline{EF}=\overline{AG}:\overline{GD}$

$30:\overline{EF}=3:2,\quad 3\overline{EF}=60$

$\therefore \overline{EF}=20\ (\text{cm})$ … 1단계

△BCE에서 $\overline{BE}/\!/\overline{DF}$이므로

$\overline{CF}:\overline{FE}=\overline{CD}:\overline{DB}$

$\overline{CF}:20=2:5,\quad 5\overline{CF}=40$

$\therefore \overline{CF}=8\ (\text{cm})$ … 2단계

답 8 cm

단계	채점 요소	배점
1	$\overline{EF}$의 길이 구하기	2점
2	$\overline{CF}$의 길이 구하기	3점

523 전략 삼각형의 외각의 이등분선의 성질과 평행선 사이의 선분의 길이의 비를 이용한다.

△ABC에서 $\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{BD}:\overline{CD}$이므로

$8:5=(6+x):x,\quad 8x=5(6+x)$

$3x=30\quad \therefore x=10$ … 1단계

△ABD에서 $\overline{EC}/\!/\overline{AD}$이므로

$\overline{BA}:\overline{BE}=\overline{BD}:\overline{BC}$

$8:y=(6+10):6,\quad 8:y=8:3$

$\therefore y=3$ … 2단계

$\therefore x+y=10+3=13$ … 3단계

답 13

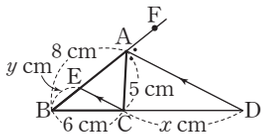
단계	채점 요소	배점
1	x의 값 구하기	2점
2	y의 값 구하기	1점
3	$x+y$의 값 구하기	1점

다른 풀이 ∠ECA=∠CAD (엇각),

∠AEC=∠FAD (동위각)이고

∠CAD=∠FAD이므로

∠ECA=∠AEC



즉 △AEC는 이등변삼각형이므로

$\overline{AE}=\overline{AC}=5\ (\text{cm})$

$\therefore \overline{BE}=\overline{AB}-\overline{AE}=8-5=3\ (\text{cm})$

$\therefore y=3$

524 전략 삼각형의 내각의 이등분선의 성질을 이용하여 △ABD와 △ADC의 넓이의 비를 구한다.

$\triangle ABD:\triangle ADC=\overline{BD}:\overline{DC}=\overline{AB}:\overline{AC}=5:3$ … 1단계

이때 △ADE≡△ADC (RHA 합동)이므로

△ADE=△ADC

즉 △ABD=△BDE+△ADE=16+△ADC이므로

$(16+\triangle ADC):\triangle ADC=5:3$

$3(16+\triangle ADC)=5\triangle ADC$

$2\triangle ADC=48$

$\therefore \triangle ADC=24\ (\text{cm}^2)$ … 2단계

답 24 cm^2

단계	채점 요소	배점
1	△ABD와 △ADC의 넓이의 비 구하기	2점
2	△ADC의 넓이 구하기	3점

다른 풀이 △ADE≡△ADC (RHA 합동)이므로

$\overline{AE}=\overline{AC}$

$\overline{AB}:\overline{AC}=5:3$에서 $\overline{AB}:\overline{AE}=5:3$

$\therefore \overline{AE}:\overline{EB}=3:(5-3)=3:2$

$\triangle ADE:\triangle BDE=\overline{AE}:\overline{EB}=3:2$이므로

$\triangle ADE:16=3:2,\quad 2\triangle ADE=48$

$\therefore \triangle ADE=24\ (\text{cm}^2)$

$\therefore \triangle ADC=\triangle ADE=24\ (\text{cm}^2)$

525 전략 사다리꼴에서 평행선 사이의 선분의 길이의 비를 이용한다.

(1) △ABD에서 $\overline{MP}/\!/\overline{AD}$이므로

$\overline{BM}:\overline{BA}=\overline{MP}:\overline{AD}$

$1:(1+2+1)=\overline{MP}:12$

$4\overline{MP}=12\quad \therefore \overline{MP}=3\ (\text{cm})$

$\therefore \overline{MQ}=\overline{MP}+\overline{PQ}=3+10=13\ (\text{cm})$ … 1단계

△ABC에서 $\overline{MQ}/\!/\overline{BC}$이므로

$\overline{AM}:\overline{AB}=\overline{MQ}:\overline{BC}$

$(1+2):(1+2+1)=13:\overline{BC}$

$3\overline{BC}=52\quad \therefore \overline{BC}=\frac{52}{3}\ (\text{cm})$ … 2단계

(2) △BHE에서 $\overline{MP}/\!/\overline{EH}$이므로

$\overline{BM}:\overline{BE}=\overline{MP}:\overline{EH}$

$1:(1+2)=3:\overline{EH}\quad \therefore \overline{EH}=9\ (\text{cm})$ … 3단계

△AMQ에서 $\overline{EG}/\!/\overline{MQ}$이므로

$\overline{AE}:\overline{AM}=\overline{EG}:\overline{MQ}$

$1:(1+2)=\overline{EG}:13$

$3\overline{EG}=13 \quad \therefore \overline{EG}=\frac{13}{3}\,(\text{cm})$ … 4단계

$\therefore \overline{GH}=\overline{EH}-\overline{EG}=9-\frac{13}{3}=\frac{14}{3}\,(\text{cm})$ … 5단계

답 (1) $\frac{52}{3}$ cm (2) $\frac{14}{3}$ cm

단계	채점 요소	배점
1	$\overline{MQ}$의 길이 구하기	2점
2	$\overline{BC}$의 길이 구하기	1점
3	$\overline{EH}$의 길이 구하기	1점
4	$\overline{EG}$의 길이 구하기	1점
5	$\overline{GH}$의 길이 구하기	1점

07 삼각형의 무게중심

셀프 CHECK

본책 116쪽

A $\overline{AM}=\overline{MB}$, $\overline{AN}=\overline{NC}$이므로

$\overline{MN}/\!/\overline{BC}$, $\overline{MN}=\frac{1}{2}\overline{BC}$

$\angle AMN=\angle B=45^\circ$ (동위각) $\quad \therefore x=45$

$\overline{MN}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\times 12=6 \quad \therefore y=6$ 답 $x=45$, $y=6$

B $\overline{AM}=\overline{MB}$, $\overline{MN}/\!/\overline{BC}$이므로

$\overline{AN}=\overline{NC}=4 \quad \therefore y=4$

$\overline{BC}=2\overline{MN}=2\times 5=10 \quad \therefore x=10$ 답 $x=10$, $y=4$

C $\overline{AG}:\overline{GD}=2:1$이므로

$6:x=2:1, \quad 2x=6 \quad \therefore x=3$

$\overline{BD}=\overline{DC}=7 \quad \therefore y=7$ 답 $x=3$, $y=7$

D $\triangle AGC=\triangle AGE+\triangle GCE=\frac{1}{6}\triangle ABC+\frac{1}{6}\triangle ABC$

$=\frac{1}{3}\triangle ABC=\frac{1}{3}\times 24=8\,(\text{cm}^2)$ 답 8 cm²

내신 유형 다지기

본책 117~127쪽

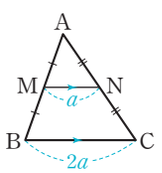
유형 089 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질 (1)

본책 117쪽

△ABC에서

$\overline{AM}=\overline{MB}$, $\overline{AN}=\overline{NC}$

➜ $\overline{MN}/\!/\overline{BC}$, $\overline{MN}=\frac{1}{2}\overline{BC}$



526 $\overline{AM}=\overline{MB}$, $\overline{AN}=\overline{NC}$이므로

$\overline{BC}=2\overline{MN}=2\times 9=18\,(\text{cm}) \quad \therefore x=18$

$\overline{MN}/\!/\overline{BC}$이므로

$\angle AMN=\angle B=60^\circ$ (동위각)

△AMN에서

$\angle ANM=180^\circ-(70^\circ+60^\circ)=50^\circ \quad \therefore y=50$

$\therefore x+y=18+50=68$ 답 68

527 △ABC에서 $\overline{AM}=\overline{MB}$, $\overline{AN}=\overline{NC}$이므로

$\overline{BC}=2\overline{MN}=2\times 4=8\,(\text{cm})$

△DBC에서 $\overline{DP}=\overline{PB}$, $\overline{DQ}=\overline{QC}$이므로

$\overline{PQ}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\times 8=4\,(\text{cm})$ 답 4 cm

528 $\overline{AP}=\overline{PC}$, $\overline{BQ}=\overline{QC}$, $\overline{BR}=\overline{RD}$, $\overline{AS}=\overline{SD}$이므로

△ABC에서 $\overline{PQ}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times 12=6\,(\text{cm})$

△BCD에서 $\overline{QR}=\frac{1}{2}\overline{CD}=\frac{1}{2}\times 12=6\,(\text{cm})$

△ABD에서 $\overline{RS}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times 12=6\,(\text{cm})$

△ACD에서 $\overline{SP}=\frac{1}{2}\overline{CD}=\frac{1}{2}\times 12=6\,(\text{cm})$

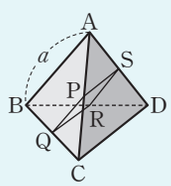
∴ (□PQRS의 둘레의 길이)

$=6+6+6+6=24\,(\text{cm})$ 답 24 cm

만점 공략 노트

정사면체의 모든 면은 합동인 정삼각형이므로 각 면에서 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 길이는 모두 같다.

즉 오른쪽 그림에서 $\overline{PQ}=\overline{QR}=\overline{RS}=\overline{SP}$이므로 □PQRS는 한 변의 길이가 $\frac{1}{2}a$인 마름모이다.



529 △ABD에서 $\overline{DE}=\overline{EA}$, $\overline{DG}=\overline{GB}$이므로

$\overline{EG}/\!/\overline{AB}$, $\overline{EG}=\frac{1}{2}\overline{AB}$ …… ㉠

∴ $\angle EGD=\angle ABD=38^\circ$ (동위각)

△DBC에서 $\overline{BG}=\overline{GD}$, $\overline{BF}=\overline{FC}$이므로

$\overline{GF}/\!/\overline{DC}$, $\overline{GF}=\frac{1}{2}\overline{DC}$ …… ㉡

$\angle BGF=\angle BDC=78^\circ$ (동위각)이므로

$\angle DGF=180^\circ-\angle BGF=180^\circ-78^\circ=102^\circ$

∴ $\angle EGF=\angle EGD+\angle DGF$

$=38^\circ+102^\circ=140^\circ$

이때 $\overline{AB}=\overline{DC}$이므로 ㉠, ㉡에서 $\overline{EG}=\overline{GF}$

따라서 △EGF는 이등변삼각형이므로

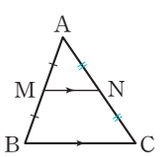
$\angle GEF=\frac{1}{2}\times(180^\circ-140^\circ)=20^\circ$ 답 20°

유형 090 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질 (2) 본책 117쪽

△ABC에서

$\overline{AM}=\overline{MB}$, $\overline{MN}/\!/\overline{BC}$

➡ $\overline{AN}=\overline{NC}$



530 $\overline{AM}=\overline{MB}$, $\overline{MN}/\!/\overline{AC}$이므로

$\overline{BC}=2\overline{BN}=2\times 7=14\,(\text{cm})$ ∴ $x=14$

또 $\overline{MN}=\frac{1}{2}\overline{AC}=\frac{1}{2}\times 10=5\,(\text{cm})$이므로 $y=5$

∴ $x-y=14-5=9$ 답 ②

531 $\overline{BD}=\overline{DA}$, $\overline{DF}/\!/\overline{AC}$이므로

$\overline{FC}=\overline{BF}=8\,(\text{cm})$, $\overline{DF}=\frac{1}{2}\overline{AC}=\frac{1}{2}\times 18=9\,(\text{cm})$

□DFCE는 평행사변형이므로

$\overline{DE}=\overline{FC}=8\,(\text{cm})$, $\overline{EC}=\overline{DF}=9\,(\text{cm})$

∴ $\overline{DE}+\overline{EC}=8+9=17\,(\text{cm})$ 답 17 cm

다른 풀이 $\overline{AD}=\overline{DB}$, $\overline{DE}/\!/\overline{BC}$이므로

$\overline{DE}=\frac{1}{2}\overline{BC}$, $\overline{EC}=\overline{AE}=\frac{1}{2}\overline{AC}=\frac{1}{2}\times 18=9\,(\text{cm})$

□DFCE는 평행사변형이므로

$\overline{DE}=\overline{FC}=\overline{BF}=8\,(\text{cm})$

∴ $\overline{DE}+\overline{EC}=8+9=17\,(\text{cm})$

532 △ABD에서 $\overline{BM}=\overline{MA}$, $\overline{BN}=\overline{ND}$이므로

$\overline{MN}/\!/\overline{AD}$, $\overline{MN}=\frac{1}{2}\overline{AD}=\frac{1}{2}\times 3=\frac{3}{2}\,(\text{cm})$ … 1단계

즉 △ABC에서 $\overline{AM}=\overline{MB}$, $\overline{MP}/\!/\overline{BC}$이므로

$\overline{MP}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\times 7=\frac{7}{2}\,(\text{cm})$ … 2단계

∴ $\overline{NP}=\overline{MP}-\overline{MN}=\frac{7}{2}-\frac{3}{2}=2\,(\text{cm})$ … 3단계

답 2 cm

단계	채점 요소	비율
1	$\overline{MN}$의 길이 구하기	40 %
2	$\overline{MP}$의 길이 구하기	40 %
3	$\overline{NP}$의 길이 구하기	20 %

533 $\overline{AD}$가 $\angle A$의 이등분선이고 $\overline{AC}=2\overline{AB}$이므로

$\overline{BD}:\overline{DC}=\overline{AB}:\overline{AC}=1:2$

∴ $\overline{DC}=\frac{2}{3}\overline{BC}=\frac{2}{3}\times 24=16\,(\text{cm})$

△ADC에서 $\overline{AE}=\overline{EC}$, $\overline{AD}/\!/\overline{EF}$이므로

$\overline{FC}=\frac{1}{2}\overline{DC}=\frac{1}{2}\times 16=8\,(\text{cm})$ 답 8 cm

유형 091 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질의 응용 (1) 본책 118쪽

△ABC에서 $\overline{AE}=\overline{EF}=\overline{FB}$, $\overline{BD}=\overline{DC}$일 때

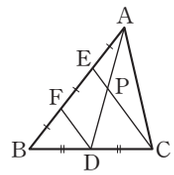
(1) △EBC에서

$\overline{FD}/\!/\overline{EC}$, $\overline{EC}=2\overline{FD}$

(2) △AFD에서

$\overline{AP}=\overline{PD}$, $\overline{FD}=2\overline{EP}$

(3) $\overline{PC}=\overline{EC}-\overline{EP}=2\overline{FD}-\frac{1}{2}\overline{FD}=\frac{3}{2}\overline{FD}$



534 △ABF에서 $\overline{AD}=\overline{DB}$, $\overline{AE}=\overline{EF}$이므로

$\overline{DE}/\!/\overline{BF}$, $\overline{DE}=\frac{1}{2}\overline{BF}=\frac{1}{2}\times16=8$ (cm)

△CED에서 $\overline{CF}=\overline{FE}$, $\overline{GF}/\!/\overline{DE}$이므로

$\overline{GF}=\frac{1}{2}\overline{DE}=\frac{1}{2}\times8=4$ (cm) 답 4 cm

535 △AEC에서 $\overline{AD}=\overline{DE}$, $\overline{AF}=\overline{FC}$이므로

$\overline{DF}/\!/\overline{EC}$, $\overline{EC}=2\overline{DF}=2\times5=10$ (cm)

△BGD에서 $\overline{BE}=\overline{ED}$, $\overline{EC}/\!/\overline{DG}$이므로

$\overline{DG}=2\overline{EC}=2\times10=20$ (cm)

$\therefore \overline{FG}=\overline{DG}-\overline{DF}$

$=20-5=15$ (cm) 답 15 cm

536 △BCD에서 $\overline{BE}=\overline{ED}$, $\overline{BF}=\overline{FC}$이므로

$\overline{EF}/\!/\overline{DC}$

$\overline{DC}=x$ cm라 하면

$\overline{EF}=\frac{1}{2}\overline{DC}=\frac{1}{2}x$ (cm)

△AEG에서 $\overline{AD}=\overline{DE}$, $\overline{DC}/\!/\overline{EG}$이므로

$\overline{EG}=2\overline{DC}=2x$ (cm)

이때 $\overline{EG}=\overline{EF}+\overline{FG}$이므로

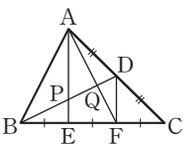
$2x=\frac{1}{2}x+21$, $\frac{3}{2}x=21$

$\therefore x=14$

따라서 $\overline{DC}$의 길이는 14 cm이다. 답 14 cm

537 (1) 오른쪽 그림과 같이 $\overline{DF}$를 그으면 △AEC에서 $\overline{CD}=\overline{DA}$, $\overline{CF}=\overline{FE}$이므로

$\overline{AE}/\!/\overline{DF}$



$\overline{DF}=a$라 하면

$\overline{AE}=2\overline{DF}=2a$

△BFD에서 $\overline{BE}=\overline{EF}$, $\overline{PE}/\!/\overline{DF}$이므로

$\overline{PE}=\frac{1}{2}\overline{DF}=\frac{1}{2}a$

$\therefore \overline{AP}=\overline{AE}-\overline{PE}$

$=2a-\frac{1}{2}a=\frac{3}{2}a$

△APQ와 △FDQ에서

$\angle AQP=\angle FQD$ (맞꼭지각),

$\angle PAQ=\angle DFQ$ (엇각)

이므로 △APQ∽△FDQ (AA 닮음)

따라서 $\overline{AQ}:\overline{FQ}=\overline{AP}:\overline{FD}$이므로

$\overline{AQ}:\overline{FQ}=\frac{3}{2}a:a=3:2$

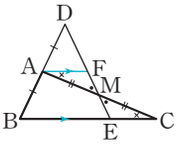
(2) $\overline{PQ}:\overline{DQ}=\overline{AQ}:\overline{FQ}=3:2$이고 △BFD에서 $\overline{BP}=\overline{PD}$이므로

$\overline{BP}:\overline{DQ}=\overline{PD}:\overline{DQ}=(3+2):2=5:2$

답 (1) 3 : 2 (2) 5 : 2

유형 092 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질의 응용 (2) 본책 119쪽

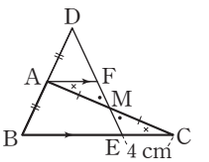
△ABC에서 $\overline{AB}$의 연장선 위의 점 D에 대하여 $\overline{DA}=\overline{AB}$, $\overline{AM}=\overline{MC}$일 때, $\overline{AF}/\!/\overline{BC}$가 되도록 하는 $\overline{AF}$를 그으면



△AMF≡△CME (ASA 합동)

따라서 $\overline{AF}=\overline{CE}$이므로 $\overline{BE}=2\overline{AF}=2\overline{CE}$

538 오른쪽 그림과 같이 점 A를 지나고 $\overline{BC}$에 평행한 직선을 긋고, 이 직선과 $\overline{DE}$의 교점을 F라 하자.



△AMF와 △CME에서

$\overline{AM}=\overline{CM}$, $\angle FAM=\angle ECM$ (엇각),

$\angle AMF=\angle CME$ (맞꼭지각)

이므로 △AMF≡△CME (ASA 합동)

$\therefore \overline{AF}=\overline{CE}=4$ (cm)

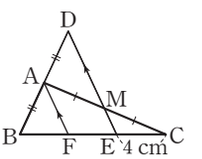
△DBE에서 $\overline{DA}=\overline{AB}$, $\overline{AF}/\!/\overline{BE}$이므로

$\overline{BE}=2\overline{AF}=2\times4=8$ (cm)

$\therefore \overline{BC}=\overline{BE}+\overline{EC}$

$=8+4=12$ (cm) 답 12 cm

다른 풀이 오른쪽 그림과 같이 점 A를 지나고 $\overline{DE}$에 평행한 직선을 긋고, 이 직선과 $\overline{BC}$의 교점을 F라 하자.



△CAF에서 $\overline{CM}=\overline{MA}$, $\overline{AF}/\!/\overline{ME}$이므로

$\overline{FE}=\overline{EC}=4$ (cm)

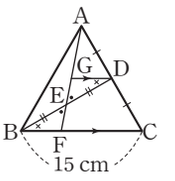
△BED에서 $\overline{BA}=\overline{AD}$, $\overline{AF}/\!/\overline{DE}$이므로

$\overline{BF}=\overline{FE}=4$ (cm)

$\therefore \overline{BC}=\overline{BF}+\overline{FE}+\overline{EC}$

$=4+4+4=12$ (cm)

539 오른쪽 그림과 같이 점 D를 지나고 $\overline{BC}$에 평행한 직선을 긋고, 이 직선과 $\overline{AF}$의 교점을 G라 하자.



△FEB와 △GED에서

$\overline{BE}=\overline{DE}$, $\angle EBF=\angle EDG$ (엇각),

$\angle FEB=\angle GED$ (맞꼭지각)

이므로 △FEB≡△GED (ASA 합동)

$\therefore \overline{BF}=\overline{DG}$

△AFC에서 $\overline{AD}=\overline{DC}$, $\overline{GD}/\!/\overline{FC}$이므로

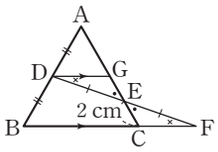
$\overline{GD}=\frac{1}{2}\overline{FC}$

이때 $\overline{BC}=\overline{BF}+\overline{FC}$이므로

$15=\frac{1}{2}\overline{FC}+\overline{FC}$

$\frac{3}{2}\overline{FC}=15$ $\therefore \overline{FC}=10$ (cm) 답 10 cm

540 오른쪽 그림과 같이 점 D를 지나고 $\overline{BC}$에 평행한 직선을 긋고, 이 직선과 $\overline{AC}$의 교점을 G라 하자.



△DEG와 △FEC에서

$\overline{ED}=\overline{EF}$, ∠EDG=∠EFC (엇각),

∠DEG=∠FEC (맞꼭지각)

이므로 △DEG≡△FEC (ASA 합동)

∴ $\overline{GE}=\overline{CE}=2$ (cm)

△ABC에서 $\overline{AD}=\overline{DB}$, $\overline{DG}/\!/\overline{BC}$이므로

$\overline{AG}=\overline{GC}=\overline{GE}+\overline{EC}=2+2=4$ (cm)

∴ $\overline{AE}=\overline{AG}+\overline{GE}$

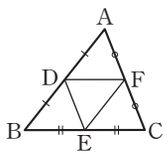
$=4+2=6$ (cm)

답 ⑤

유형 093 삼각형의 세 변의 중점을 연결하여 만든 삼각형

본책 119쪽

△ABC에서 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CA}$의 중점을 각각 D, E, F라 하면



(1) $\overline{AB}/\!/\overline{FE}$, $\overline{FE}=\frac{1}{2}\overline{AB}$

$\overline{BC}/\!/\overline{DF}$, $\overline{DF}=\frac{1}{2}\overline{BC}$

$\overline{CA}/\!/\overline{ED}$, $\overline{ED}=\frac{1}{2}\overline{CA}$

(2) (△DEF의 둘레의 길이)$=\frac{1}{2}\times$(△ABC의 둘레의 길이)

541 $\overline{BD}=\overline{DA}$, $\overline{BE}=\overline{EC}$이므로

$\overline{DE}=\frac{1}{2}\overline{AC}=\frac{1}{2}\times12=6$ (cm)

$\overline{CF}=\overline{FA}$, $\overline{CE}=\overline{EB}$이므로

$\overline{EF}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times16=8$ (cm)

$\overline{AD}=\overline{DB}$, $\overline{AF}=\overline{FC}$이므로

$\overline{DF}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\times18=9$ (cm)

∴ (△DEF의 둘레의 길이)$=\overline{DE}+\overline{EF}+\overline{DF}$

$=6+8+9=23$ (cm)

답 23 cm

542 ①, ⑤ $\overline{AD}=\overline{DB}$, $\overline{AF}=\overline{FC}$이므로

$\overline{DF}/\!/\overline{BC}$, $\overline{BC}=2\overline{DF}$ ∴ $\overline{DF}:\overline{BC}=1:2$

② $\overline{CF}=\overline{FA}$, $\overline{CE}=\overline{EB}$이므로 $\overline{FE}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\overline{AD}$

③ $\overline{BD}=\overline{DA}$, $\overline{BE}=\overline{EC}$이므로 $\overline{DE}/\!/\overline{AC}$

∴ ∠BDE=∠A (동위각)

이때 $\overline{AB}/\!/\overline{FE}$이므로 ∠A=∠EFC (동위각)

∴ ∠BDE=∠EFC

④ □DECF는 평행사변형이므로 ∠C=∠FDE

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

답 ⑤

543 (△DEF의 둘레의 길이)$=2\times$(△GHI의 둘레의 길이)

$=2\times9=18$ (cm) … 1단계

∴ (△ABC의 둘레의 길이)$=2\times$(△DEF의 둘레의 길이)

$=2\times18=36$ (cm) … 2단계

답 36 cm

단계	채점 요소	비율
1	△DEF의 둘레의 길이 구하기	50 %
2	△ABC의 둘레의 길이 구하기	50 %

544 $\overline{AD}=\overline{DB}$, $\overline{BE}=\overline{EC}$, $\overline{CF}=\overline{FA}$이므로

$\overline{DE}=\frac{1}{2}\overline{AC}$, $\overline{FE}=\frac{1}{2}\overline{AB}$, $\overline{DF}=\frac{1}{2}\overline{BC}$

즉 $\overline{DE}=\overline{AF}=\overline{FC}$, $\overline{FE}=\overline{AD}=\overline{DB}$, $\overline{DF}=\overline{BE}=\overline{EC}$이므로

△ADF≡△DBE≡△FEC≡△EFD (SSS 합동)

∴ △ABC$=4$△DEF$=4\times15=60$ (cm^2)

답 60 cm^2

다른 풀이 $\overline{DE}=\frac{1}{2}\overline{AC}$, $\overline{FE}=\frac{1}{2}\overline{AB}$, $\overline{DF}=\frac{1}{2}\overline{BC}$이므로

△ABC∽△EFD (SSS 닮음)

두 삼각형의 닮음비가 2 : 1이므로 넓이의 비는

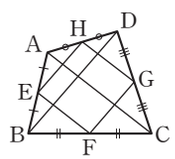
$2^2:1^2=4:1$

∴ △ABC$=4$△DEF$=4\times15=60$ (cm^2)

유형 094 사각형의 네 변의 중점을 연결하여 만든 사각형

본책 120쪽

□ABCD에서 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$, $\overline{DA}$의 중점을 각각 E, F, G, H라 하면



(1) $\overline{AC}/\!/\overline{EF}/\!/\overline{HG}$,

$\overline{EF}=\overline{HG}=\frac{1}{2}\overline{AC}$

(2) $\overline{BD}/\!/\overline{EH}/\!/\overline{FG}$, $\overline{EH}=\overline{FG}=\frac{1}{2}\overline{BD}$

(3) (□EFGH의 둘레의 길이)$=\overline{AC}+\overline{BD}$

545 $\overline{EH}=\overline{FG}=\frac{1}{2}\overline{BD}=\frac{1}{2}\times11=\frac{11}{2}$ (cm)

$\overline{EF}=\overline{HG}=\frac{1}{2}\overline{AC}=\frac{1}{2}\times14=7$ (cm)

∴ (□EFGH의 둘레의 길이)

$=\overline{EF}+\overline{FG}+\overline{GH}+\overline{HE}$

$=7+\frac{11}{2}+7+\frac{11}{2}=25$ (cm)

답 25 cm

546 ㄷ. $\overline{EF}=\frac{1}{2}\overline{AC}$, $\overline{FG}=\frac{1}{2}\overline{BD}$

이때 $\overline{AC}$와 $\overline{BD}$의 길이는 알 수 없으므로 $\overline{EF}$와 $\overline{FG}$의 길이가 같은지 알 수 없다.

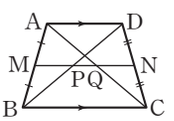
ㄹ. □EFGH는 평행사변형이므로
$\angle EHG=\angle EFG$
이상에서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄹ이다. 답 ④

547 $\overline{PQ}=\overline{SR}=\frac{1}{2}\overline{AC}$, $\overline{PS}=\overline{QR}=\frac{1}{2}\overline{BD}$이므로
(□PQRS의 둘레의 길이)
$=\overline{PQ}+\overline{QR}+\overline{RS}+\overline{SP}$
$=\frac{1}{2}\overline{AC}+\frac{1}{2}\overline{BD}+\frac{1}{2}\overline{AC}+\frac{1}{2}\overline{BD}$
$=\overline{AC}+\overline{BD}$
이때 등변사다리꼴의 두 대각선의 길이는 같으므로
$\overline{AC}=\overline{BD}$
따라서 $2\overline{AC}=30$이므로 $\overline{AC}=15$ (cm) 답 15 cm
다른 풀이 등변사다리꼴의 네 변의 중점을 연결하여 만든 사각형은 마름모이므로 □PQRS는 마름모이다.
이때 □PQRS의 둘레의 길이는
$4\overline{PQ}=4\times\frac{1}{2}\overline{AC}=2\overline{AC}$
따라서 $2\overline{AC}=30$이므로 $\overline{AC}=15$ (cm)

548 마름모의 네 변의 중점을 연결하여 만든 사각형은 직사각형이므로 □PQRS는 직사각형이다. … 1단계
$\overline{PQ}=\frac{1}{2}\overline{AC}=\frac{1}{2}\times18=9$ (cm),
$\overline{PS}=\frac{1}{2}\overline{BD}=\frac{1}{2}\times24=12$ (cm) … 2단계
$\therefore$ □PQRS$=\overline{PQ}\times\overline{PS}$
$=9\times12=108$ (cm^2) … 3단계
답 108 cm^2

단계	채점 요소	비율
1	□PQRS가 직사각형임을 알기	30 %
2	$\overline{PQ}$, $\overline{PS}$의 길이 구하기	50 %
3	□PQRS의 넓이 구하기	20 %

유형 095 사다리꼴의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질 본책 120쪽

$\overline{AD}/\!/\overline{BC}$인 사다리꼴 ABCD에서 $\overline{AB}$, $\overline{DC}$의 중점을 각각 M, N이라 할 때


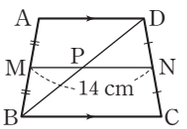
(1) $\overline{AD}/\!/\overline{MN}/\!/\overline{BC}$
(2) $\overline{MN}=\overline{MQ}+\overline{QN}=\frac{1}{2}(\overline{AD}+\overline{BC})$
(3) $\overline{PQ}=\overline{MQ}-\overline{MP}=\frac{1}{2}(\overline{BC}-\overline{AD})$ (단, $\overline{BC}>\overline{AD}$)

549 $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$, $\overline{AM}=\overline{MB}$, $\overline{DN}=\overline{NC}$이므로
$\overline{AD}/\!/\overline{MN}/\!/\overline{BC}$
△ABC에서 $\overline{MQ}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\times12=6$ (cm)
△ABD에서 $\overline{MP}=\frac{1}{2}\overline{AD}=\frac{1}{2}\times8=4$ (cm)
$\therefore \overline{PQ}=\overline{MQ}-\overline{MP}=6-4=2$ (cm) 답 ②
다른 풀이 $\overline{PQ}=\frac{1}{2}(\overline{BC}-\overline{AD})=\frac{1}{2}\times(12-8)=2$ (cm)

550 ③ △AND와 △ENC에서
$\overline{DN}=\overline{CN}$, $\angle AND=\angle ENC$ (맞꼭지각),
$\angle ADN=\angle ECN$ (엇각)
이므로 △AND≡△ENC (ASA 합동)
$\therefore$ (다) ASA
따라서 옳지 않은 것은 ③이다. 답 ③

551 $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$, $\overline{AM}=\overline{MB}$, $\overline{DN}=\overline{NC}$이므로
$\overline{AD}/\!/\overline{MN}/\!/\overline{BC}$
△ABC에서
$\overline{MQ}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\times22=11$ (cm) … 1단계
$\therefore \overline{MP}=\overline{MQ}-\overline{PQ}=11-5=6$ (cm) … 2단계
따라서 △ABD에서
$\overline{AD}=2\overline{MP}=2\times6=12$ (cm) … 3단계
답 12 cm

단계	채점 요소	비율
1	$\overline{MQ}$의 길이 구하기	40 %
2	$\overline{MP}$의 길이 구하기	20 %
3	$\overline{AD}$의 길이 구하기	40 %

552 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BD}$를 긋고, $\overline{BD}$와 $\overline{MN}$의 교점을 P라 하자.


$\overline{AD}/\!/\overline{BC}$, $\overline{AM}=\overline{MB}$, $\overline{DN}=\overline{NC}$이므로
$\overline{AD}/\!/\overline{MN}/\!/\overline{BC}$
$\overline{AD}:\overline{BC}=3:4$이므로 $\overline{AD}=3x$ cm, $\overline{BC}=4x$ cm라 하면
△ABD에서
$\overline{MP}=\frac{1}{2}\overline{AD}=\frac{1}{2}\times3x=\frac{3}{2}x$ (cm)
△BCD에서
$\overline{PN}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\times4x=2x$ (cm)
$\overline{MN}=\overline{MP}+\overline{PN}$이므로
$\frac{3}{2}x+2x=14$, $\frac{7}{2}x=14$ $\therefore x=4$
$\therefore \overline{BC}=4x=4\times4=16$ (cm) 답 16 cm
다른 풀이 $\overline{MN}=\frac{1}{2}(\overline{AD}+\overline{BC})$이므로
$\overline{AD}+\overline{BC}=2\overline{MN}=2\times14=28$ (cm)
이때 $\overline{AD}:\overline{BC}=3:4$이므로
$\overline{BC}=\frac{4}{7}\times28=16$ (cm)

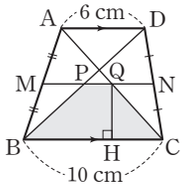
553 $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$, $\overline{AM}=\overline{MB}$, $\overline{DN}=\overline{NC}$이므로
$\overline{AD}/\!/\overline{MN}/\!/\overline{BC}$

△DBC에서 $\overline{PN}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\times10=5\,(\text{cm})$

△ACD에서 $\overline{QN}=\frac{1}{2}\overline{AD}=\frac{1}{2}\times6=3\,(\text{cm})$

$\therefore \overline{PQ}=\overline{PN}-\overline{QN}=5-3=2\,(\text{cm})$

오른쪽 그림과 같이 점 Q에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하자.



$\triangle QCN=\frac{1}{2}\times\overline{QN}\times\overline{QH}$에서

$6=\frac{1}{2}\times3\times\overline{QH}$

$\therefore \overline{QH}=4\,(\text{cm})$

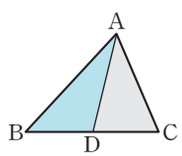
$\therefore \square PBCQ=\frac{1}{2}\times(\overline{PQ}+\overline{BC})\times\overline{QH}$

$=\frac{1}{2}\times(2+10)\times4=24\,(\text{cm}^2)$ 답 ④

유형 096 삼각형의 중선의 성질 본책 121쪽

$\overline{AD}$가 △ABC의 중선일 때, $\overline{BD}=\overline{DC}$이므로

$\triangle ABD=\triangle ADC=\frac{1}{2}\triangle ABC$



554 $\triangle ABC=2\triangle AMC=2\times2\triangle APC$

$=4\triangle APC=4\times7=28\,(\text{cm}^2)$ 답 $28\,\text{cm}^2$

555 $\triangle ABM=\frac{1}{2}\triangle ABC=\frac{1}{2}\times40=20\,(\text{cm}^2)$

$\triangle PBM=\triangle PMC=12\,(\text{cm}^2)$

$\therefore \triangle ABP=\triangle ABM-\triangle PBM$

$=20-12=8\,(\text{cm}^2)$ 답 ①

556 $\triangle EBF=\frac{1}{3}\triangle ABD=\frac{1}{3}\triangle ADC=\triangle EFC$

따라서 색칠한 부분의 넓이는

$\triangle AEC+\triangle EBF+\triangle FDC$

$=\triangle AEC+\triangle EFC+\triangle FDC$

$=\triangle ADC=\frac{1}{2}\triangle ABC$

$=\frac{1}{2}\times26=13\,(\text{cm}^2)$ 답 $13\,\text{cm}^2$

557 $\overline{BM}$은 △ABC의 중선이므로

$\overline{AM}=\frac{1}{2}\overline{AC}$

$\overline{BD}$는 ∠B의 이등분선이므로

$\overline{DA}:\overline{DC}=\overline{BA}:\overline{BC}=20:30=2:3$

$\therefore \overline{DA}=\frac{2}{5}\overline{AC}$

$\therefore \overline{DM}=\overline{AM}-\overline{AD}=\frac{1}{2}\overline{AC}-\frac{2}{5}\overline{AC}=\frac{1}{10}\overline{AC}$

$\therefore \triangle BMD=\frac{1}{10}\triangle ABC$

$=\frac{1}{10}\times\left(\frac{1}{2}\times20\times30\right)=30\,(\text{cm}^2)$

답 $30\,\text{cm}^2$

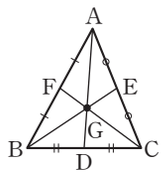
유형 097 삼각형의 무게중심의 성질 본책 122쪽

점 G가 △ABC의 무게중심일 때

(1) $\overline{AG}:\overline{GD}=\overline{BG}:\overline{GE}=\overline{CG}:\overline{GF}$

$=2:1$

(2) $\overline{AG}=\frac{2}{3}\overline{AD}$, $\overline{GD}=\frac{1}{3}\overline{AD}$



558 점 G가 △ABC의 무게중심이므로

$\overline{AG}=\frac{2}{3}\overline{AD}=\frac{2}{3}\times9=6\,(\text{cm})$ $\therefore x=6$

$\overline{DC}=\overline{BD}=5\,(\text{cm})$ $\therefore y=5$

$\therefore x+y=6+5=11$ 답 11

559 점 G가 △ABC의 무게중심이므로

$\overline{GD}=\frac{1}{3}\overline{BD}=\frac{1}{3}\times15=5\,(\text{cm})$

$\overline{GC}=2\overline{EG}=2\times4=8\,(\text{cm})$

$\overline{DC}=\frac{1}{2}\overline{AC}=\frac{1}{2}\times14=7\,(\text{cm})$

$\therefore$ (△GCD의 둘레의 길이)$=\overline{GC}+\overline{CD}+\overline{DG}$

$=8+7+5=20\,(\text{cm})$

답 ⑤

560 점 G가 △ABC의 무게중심이므로

$\overline{AG}=2\overline{GD}=2\times6=12\,(\text{cm})$ … 1단계

정삼각형의 무게중심과 외심은 일치하므로 점 G는 △ABC의 외심이고 $\overline{AG}$는 외접원의 반지름이다.

따라서 △ABC의 외접원의 넓이는

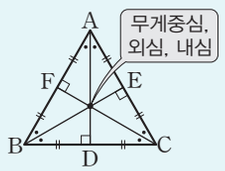
$\pi\times12^2=144\pi\,(\text{cm}^2)$ … 2단계

답 $144\pi\,\text{cm}^2$

단계	채점 요소	비율
1	$\overline{AG}$의 길이 구하기	40 %
2	△ABC의 외접원의 넓이 구하기	60 %

만점 공략 노트

정삼각형의 중선은 변의 수직이등분선이면서 내각의 이등분선이므로 정삼각형의 무게중심, 외심, 내심은 일치한다.



561 △ABP와 △DEP에서

$\overline{AB}=\overline{DE}$, $\angle ABP=\angle DEP$ (엇각),

$\angle BAP=\angle EDP=90^\circ$

이므로 △ABP≡△DEP (ASA 합동)

$\therefore \overline{AP}=\overline{DP}$

점 O는 직사각형 ABCD의 두 대각선의 교점이므로

$\overline{BO}=\overline{DO}$

즉 △ABD에서 $\overline{BP}$와 $\overline{AO}$는 중선이고 점 Q는 무게중심이므로

$\overline{QO}=\frac{1}{3}\overline{AO}=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\overline{AC}=\frac{1}{6}\overline{AC}$

따라서 $\overline{AC}=6\overline{QO}$이므로 $k=6$ 답 6

다른 풀이 △EBC에서 $\overline{ED}=\overline{DC}$, $\overline{PD}/\!/\overline{BC}$이므로

$\overline{PD}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\overline{AD}$

$\therefore \overline{AP}=\overline{DP}$

562 정삼각형의 무게중심과 외심은 일치하므로 점 G는 △ABC의 무게중심이자 외심이다.

즉 두 원의 반지름의 길이는 각각 $\overline{AG}=2\overline{GD}$, $\frac{1}{2}\overline{GD}$이므로 두 원의 닮음비는

$2\overline{GD}:\frac{1}{2}\overline{GD}=4:1$

따라서 두 원의 넓이의 비는 $4^2:1^2=16:1$이므로

$S_1:S_2=16:1$

$\therefore \frac{S_1}{S_2}=\frac{16}{1}=16$ 답 16

유형 098 두 삼각형의 무게중심; 길이 본책 123쪽

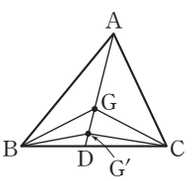
두 점 G, G′이 각각 △ABC, △GBC의 무게중심일 때, $\overline{G'D}=a$라 하면

$\overline{GG'}=2\overline{G'D}=2a$,

$\overline{AG}=2\overline{GD}=2(\overline{GG'}+\overline{G'D})$

$=2(2a+a)=6a$

이므로 $\overline{AG}:\overline{GG'}:\overline{G'D}=6a:2a:a=6:2:1$



563 점 G는 △ABC의 무게중심이므로

$\overline{GD}=\frac{1}{3}\overline{AD}=\frac{1}{3}\times18=6$ (cm)

점 G′은 △GBC의 무게중심이므로

$\overline{G'D}=\frac{1}{3}\overline{GD}=\frac{1}{3}\times6=2$ (cm) 답 ①

564 $\overline{DG'}=a$라 하면 점 G′은 △ABG의 무게중심이므로

$\overline{DG}=3\overline{DG'}=3a$

점 G는 △ABC의 무게중심이므로

$\overline{DC}=3\overline{DG}=3\times3a=9a$

$\therefore \overline{G'C}=\overline{DC}-\overline{DG'}=9a-a=8a$

$\therefore \overline{DG}:\overline{G'C}=3a:8a=3:8$ 답 3 : 8

565 점 G′은 △GBC의 무게중심이므로

$\overline{GD}=\frac{3}{2}\overline{GG'}=\frac{3}{2}\times3=\frac{9}{2}$ (cm) … 1단계

점 G는 △ABC의 무게중심이므로

$\overline{AD}=3\overline{GD}=3\times\frac{9}{2}=\frac{27}{2}$ (cm) … 2단계

△ABC는 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이고 $\overline{BD}=\overline{DC}$이므로

$\overline{AD}\perp\overline{BC}$

즉 △ABC의 높이가 $\frac{27}{2}$ cm이므로

$\frac{1}{2}\times\overline{BC}\times\frac{27}{2}=81$ $\therefore \overline{BC}=12$ (cm) … 3단계

답 12 cm

단계	채점 요소	비율
1	$\overline{GD}$의 길이 구하기	30 %
2	$\overline{AD}$의 길이 구하기	30 %
3	$\overline{BC}$의 길이 구하기	40 %

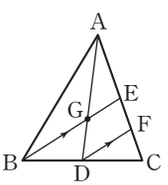
유형 099 삼각형의 무게중심의 응용 (1) 본책 123쪽

점 G가 △ABC의 무게중심이고 $\overline{BE}/\!/\overline{DF}$일 때

(1) $\overline{BG}=2\overline{GE}$이므로

$\overline{BE}=\overline{BG}+\overline{GE}=3\overline{GE}$

(2) $\overline{DF}=\frac{1}{2}\overline{BE}=\frac{3}{2}\overline{GE}$



566 점 G는 △ABC의 무게중심이므로

$\overline{AG}=2\overline{GD}=2\times3=6$ (cm) $\therefore y=6$

△BDA에서 $\overline{BE}=\overline{EA}$, $\overline{EF}/\!/\overline{AD}$이므로

$\overline{EF}=\frac{1}{2}\overline{AD}=\frac{1}{2}\times(6+3)=\frac{9}{2}$ (cm) $\therefore x=\frac{9}{2}$

$\therefore xy=\frac{9}{2}\times6=27$ 답 27

567 △BCE에서 $\overline{BD}=\overline{DC}$, $\overline{EF}=\overline{FC}$이므로

$\overline{BE}=2\overline{DF}=2\times8=16$ (cm)

점 G는 △ABC의 무게중심이므로

$\overline{BG}=\frac{2}{3}\overline{BE}=\frac{2}{3}\times16=\frac{32}{3}$ (cm) 답 ③

568 △ADC에서 $\overline{AE}=\overline{EC}$, $\overline{AD}/\!/\overline{EF}$이므로

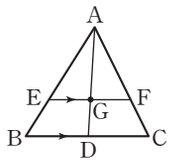
$\overline{DC}=2\overline{DF}=2\times2=4$ (cm)

△ABC에서 $\overline{BD}=\overline{DC}$이므로

$\overline{BC}=2\overline{DC}=2\times4=8$ (cm) 답 8 cm

유형 100 삼각형의 무게중심의 응용 (2) 본책 124쪽

점 G가 △ABC의 무게중심이고 $\overline{EF}/\!/\overline{BC}$일 때

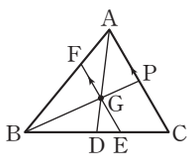


(1) △AEG∽△ABD (AA 닮음)
➜ $\overline{EG}:\overline{BD}=\overline{AG}:\overline{AD}=2:3$

(2) △AGF∽△ADC (AA 닮음)
➜ $\overline{GF}:\overline{DC}=\overline{AG}:\overline{AD}=2:3$

569 $\overline{AD}$가 △ABC의 중선이므로
$\overline{BC}=2\overline{BD}=2\times9=18$ (cm)
△ABC에서 $\overline{EF}/\!/\overline{BC}$이므로
$\overline{EF}:\overline{BC}=\overline{AE}:\overline{AB}=\overline{AG}:\overline{AD}=2:3$
$\overline{EF}:18=2:3$, $3\overline{EF}=36$
∴ $\overline{EF}=12$ (cm) 답 12 cm

570 ① 오른쪽 그림과 같이 △ABC의 중선 BP를 그으면 △ABP에서 $\overline{FG}/\!/\overline{AP}$이므로



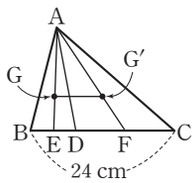
$\overline{BF}:\overline{FA}=\overline{BG}:\overline{GP}=2:1$
② △ABP에서 $\overline{FG}:\overline{AP}=\overline{BG}:\overline{BP}=2:3$이므로
$\overline{FG}=\frac{2}{3}\overline{AP}$
△BCP에서 $\overline{GE}:\overline{PC}=\overline{BG}:\overline{BP}=2:3$이므로
$\overline{GE}=\frac{2}{3}\overline{PC}$
이때 $\overline{AP}=\overline{PC}$이므로 $\overline{FG}=\overline{GE}$
④ △ADC에서 $\overline{GE}/\!/\overline{AC}$이므로
$\overline{GE}:\overline{AC}=\overline{DG}:\overline{DA}=1:3$
⑤ △ADC에서 $\overline{DE}:\overline{EC}=\overline{DG}:\overline{GA}=1:2$이므로
$\overline{DE}=\frac{1}{3}\overline{DC}=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{6}\overline{BC}$
따라서 옳지 않은 것은 ③, ④이다. 답 ③, ④

571 점 G는 △ABC의 무게중심이므로
$\overline{AG}=\frac{2}{3}\overline{AD}=\frac{2}{3}\times24=16$ (cm) … 1단계
△ABD에서 $\overline{AE}=\overline{EB}$, $\overline{EF}/\!/\overline{BD}$이므로
$\overline{AF}=\frac{1}{2}\overline{AD}=\frac{1}{2}\times24=12$ (cm) … 2단계
∴ $\overline{FG}=\overline{AG}-\overline{AF}=16-12=4$ (cm) … 3단계
답 4 cm

단계	채점 요소	비율
1	$\overline{AG}$의 길이 구하기	40 %
2	$\overline{AF}$의 길이 구하기	40 %
3	$\overline{FG}$의 길이 구하기	20 %

572 △ADC에서 $\overline{GF}/\!/\overline{DC}$이므로
$\overline{GF}:\overline{DC}=\overline{AG}:\overline{AD}=2:3$
△HBD와 △HFG에서
∠BHD=∠FHG (맞꼭지각), ∠BDH=∠FGH (엇각)
이므로 △HBD∽△HFG (AA 닮음)
∴ $\overline{HG}:\overline{HD}=\overline{GF}:\overline{DB}=\overline{GF}:\overline{DC}=2:3$
$\overline{HG}=2a$, $\overline{HD}=3a$라 하면
$\overline{AG}=2\overline{GD}=2(\overline{HG}+\overline{HD})$
$=2\times(2a+3a)=10a$
∴ $\frac{\overline{AG}}{\overline{HD}}=\frac{10a}{3a}=\frac{10}{3}$ 답 ③

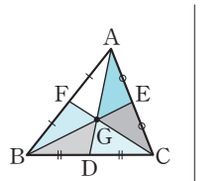
573 오른쪽 그림과 같이 △ABD의 중선 AE와 △ADC의 중선 AF를 그으면 $\overline{BE}=\overline{ED}$, $\overline{DF}=\overline{FC}$이므로



$\overline{EF}=\overline{ED}+\overline{DF}=\frac{1}{2}\overline{BD}+\frac{1}{2}\overline{DC}$
$=\frac{1}{2}(\overline{BD}+\overline{DC})=\frac{1}{2}\overline{BC}$
$=\frac{1}{2}\times24=12$ (cm)
△AGG′과 △AEF에서
$\overline{AG}:\overline{AE}=\overline{AG'}:\overline{AF}=2:3$, ∠A는 공통
이므로 △AGG′∽△AEF (SAS 닮음)
따라서 $\overline{GG'}:\overline{EF}=2:3$이므로
$\overline{GG'}:12=2:3$, $3\overline{GG'}=24$
∴ $\overline{GG'}=8$ (cm) 답 8 cm

유형 101 삼각형의 무게중심과 넓이 본책 125쪽

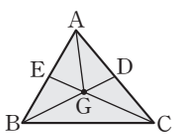
점 G가 △ABC의 무게중심일 때



(1) △GAF=△GFB=△GBD
=△GDC=△GCE
=△GEA=$\frac{1}{6}$△ABC

(2) △GAB=△GBC=△GCA=$\frac{1}{3}$△ABC

574 점 G는 △ABC의 무게중심이므로 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AG}$를 그으면



□AEGD=△AEG+△AGD
$=\frac{1}{6}$△ABC+$\frac{1}{6}$△ABC
$=\frac{1}{3}$△ABC
∴ △ABC=3□AEGD=3×10=30 (cm²) 답 30 cm²

575 ① △ABE=△AFC=$\frac{1}{2}$△ABC
② △GBD=△GDC=$\frac{1}{6}$△ABC

④ $\triangle ABD=\frac{1}{2}\triangle ABC$, $\triangle AGE=\frac{1}{6}\triangle ABC$

$\therefore \triangle ABD=3\triangle AGE$

⑤ $\square BDGF=\triangle BGF+\triangle BDG$

$=\frac{1}{6}\triangle ABC+\frac{1}{6}\triangle ABC$

$=\frac{1}{3}\triangle ABC$

$\triangle AGC=\triangle AGE+\triangle GCE$

$=\frac{1}{6}\triangle ABC+\frac{1}{6}\triangle ABC$

$=\frac{1}{3}\triangle ABC$

$\therefore \square BDGF=\triangle AGC$

따라서 옳지 않은 것은 ④이다. 답 ④

576 $\triangle ABE=\frac{2}{3}\triangle ABC=\frac{2}{3}\times 36=24\ (\text{cm}^2)$ … 1단계

점 G는 $\triangle ABE$의 무게중심이므로

$\triangle AGF=\frac{1}{6}\triangle ABE=\frac{1}{6}\times 24=4\ (\text{cm}^2)$ … 2단계

답 4 cm²

단계	채점 요소	비율
1	$\triangle ABE$의 넓이 구하기	50 %
2	$\triangle AGF$의 넓이 구하기	50 %

577 점 G는 $\triangle ABC$의 무게중심이므로

$\overline{BG}:\overline{GD}=\overline{CG}:\overline{GE}=2:1$

$\therefore \triangle GBC=2\triangle EBG=2\times 2\triangle EGD$

$=4\triangle EGD=4\times 8=32\ (\text{cm}^2)$ 답 32 cm²

다른 풀이 $\triangle GDE$와 $\triangle GBC$에서

$\overline{GD}:\overline{GB}=\overline{GE}:\overline{GC}=1:2$,

$\angle DGE=\angle BGC$ (맞꼭지각)

이므로 $\triangle GDE\backsim\triangle GBC$ (SAS 닮음)

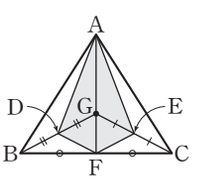
두 삼각형의 닮음비는 1 : 2이므로 넓이의 비는

$1^2:2^2=1:4$

따라서 $\triangle GDE:\triangle GBC=1:4$이므로

$8:\triangle GBC=1:4$ $\therefore \triangle GBC=32\ (\text{cm}^2)$

578 오른쪽 그림과 같이 $\triangle ABC$의 중선 AF를 그으면



(색칠한 부분의 넓이)

$=\triangle ADG+\triangle AGE+\triangle GDF+\triangle GFE$

$=\frac{1}{2}\triangle ABG+\frac{1}{2}\triangle AGC+\frac{1}{2}\triangle GBF+\frac{1}{2}\triangle GFC$

$=\frac{1}{2}(\triangle ABG+\triangle AGC+\triangle GBF+\triangle GFC)$

$=\frac{1}{2}\triangle ABC$

$=\frac{1}{2}\times 14=7\ (\text{cm}^2)$ 답 7 cm²

579 $\triangle BDE$에서 $\overline{FG}/\!/\overline{DE}$이므로

$\overline{BF}:\overline{FD}=\overline{BG}:\overline{GE}=2:1$

즉 $\triangle GBF=2\triangle GFD=2\times 4=8\ (\text{cm}^2)$이므로

$\triangle GBD=\triangle GBF+\triangle GFD$

$=8+4=12\ (\text{cm}^2)$

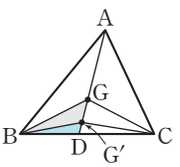
$\therefore \triangle ABC=6\triangle GBD=6\times 12=72\ (\text{cm}^2)$

$\therefore \triangle EDC=\frac{1}{2}\triangle ADC=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\triangle ABC$

$=\frac{1}{4}\triangle ABC=\frac{1}{4}\times 72=18\ (\text{cm}^2)$ 답 18 cm²

유형 102 두 삼각형의 무게중심; 넓이 본책 126쪽

두 점 G, G′이 각각 $\triangle ABC$, $\triangle GBC$의 무게중심일 때



(1) $\triangle GBG'=\frac{2}{3}\triangle GBD$

$=\frac{2}{3}\times\frac{1}{6}\triangle ABC$

$=\frac{1}{9}\triangle ABC$

(2) $\triangle G'BD=\frac{1}{3}\triangle GBD=\frac{1}{3}\times\frac{1}{6}\triangle ABC=\frac{1}{18}\triangle ABC$

580 $\triangle ABD=\frac{1}{2}\triangle ABC=\frac{1}{2}\times 24=12\ (\text{cm}^2)$

두 점 G, G′이 각각 $\triangle ABC$, $\triangle GBC$의 무게중심이므로

$\triangle G'BD=\frac{1}{3}\triangle GBD=\frac{1}{3}\times\frac{1}{6}\triangle ABC$

$=\frac{1}{18}\triangle ABC=\frac{1}{18}\times 24=\frac{4}{3}\ (\text{cm}^2)$

$\therefore \triangle ABG'=\triangle ABD-\triangle G'BD$

$=12-\frac{4}{3}=\frac{32}{3}\ (\text{cm}^2)$ 답 $\frac{32}{3}$ cm²

다른 풀이 $\overline{G'D}=a$ cm라 하면 점 G′은 $\triangle GBC$의 무게중심이므로

$\overline{GG'}=2\overline{G'D}=2a\ (\text{cm})$

점 G는 $\triangle ABC$의 무게중심이므로

$\overline{AG}=2\overline{GD}=2(\overline{GG'}+\overline{G'D})=2(2a+a)=6a\ (\text{cm})$

따라서 $\overline{AG'}:\overline{G'D}=(6a+2a):a=8:1$이므로

$\triangle ABG'=\frac{8}{9}\triangle ABD=\frac{8}{9}\times\frac{1}{2}\triangle ABC$

$=\frac{4}{9}\triangle ABC=\frac{4}{9}\times 24=\frac{32}{3}\ (\text{cm}^2)$

581 ㄱ. 점 G′이 $\triangle GBC$의 무게중심이므로

$\overline{GG'}:\overline{G'D}=2:1$

ㄴ. $\overline{G'D}=\frac{1}{3}\overline{GD}=\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}\overline{AD}=\frac{1}{9}\overline{AD}$

$\therefore \overline{AD}:\overline{G'D}=\overline{AD}:\frac{1}{9}\overline{AD}=9:1$

ㄷ. $\triangle GG'C=\frac{2}{3}\triangle GDC=\frac{2}{3}\times\frac{1}{3}\triangle ADC=\frac{2}{9}\triangle ADC$

이때 $\triangle ABD=\triangle ADC$이므로

$\triangle GG'C=\frac{2}{9}\triangle ABD$

ㄹ. $\triangle G'BC=\frac{1}{3}\triangle GBC=\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}\triangle ABC=\frac{1}{9}\triangle ABC$

이상에서 옳은 것은 ㄱ, ㄹ이다. 답 ③

582 점 G′이 $\triangle GBC$의 무게중심이므로

$\triangle GBC=3\triangle GBG'=3\times5=15\ (cm^2)$ … 1단계

점 G가 $\triangle ABC$의 무게중심이므로

$\triangle ABC=3\triangle GBC=3\times15=45\ (cm^2)$ … 2단계

답 $45\ cm^2$

단계	채점 요소	비율
1	$\triangle GBC$의 넓이 구하기	50 %
2	$\triangle ABC$의 넓이 구하기	50 %

유형 103 평행사변형에서 삼각형의 무게중심의 응용 (1)

본책 126쪽

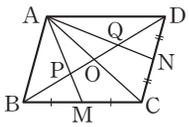
평행사변형 ABCD에서 두 점 M, N이 각각 $\overline{BC}$, $\overline{CD}$의 중점일 때

(1) 점 P는 $\triangle ABC$의 무게중심이다.

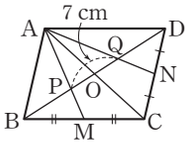
(2) 점 Q는 $\triangle ACD$의 무게중심이다.

(3) $\overline{BP}=\overline{PQ}=\overline{QD}=\frac{1}{3}\overline{BD}$

(4) $\overline{PO}=\overline{QO}=\frac{1}{6}\overline{BD}$



583 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$를 긋고 $\overline{AC}$와 $\overline{BD}$의 교점을 O라 하면 두 점 P, Q는 각각 $\triangle ABC$, $\triangle ACD$의 무게중심이므로



$\overline{PQ}=\overline{PO}+\overline{QO}=\frac{1}{3}\overline{BO}+\frac{1}{3}\overline{DO}$

$=\frac{1}{3}(\overline{BO}+\overline{DO})=\frac{1}{3}\overline{BD}$

$\therefore \overline{BD}=3\overline{PQ}=3\times7=21\ (cm)$ 답 21 cm

584 점 Q는 $\triangle ACD$의 무게중심이므로

$\overline{DO}=\frac{3}{2}\overline{DQ}=\frac{3}{2}\times10=15\ (cm)$

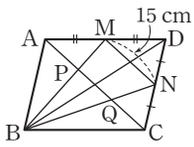
점 P는 $\triangle ABC$의 무게중심이고 $\overline{BO}=\overline{DO}=15\ (cm)$이므로

$\overline{PO}=\frac{1}{3}\overline{BO}=\frac{1}{3}\times15=5\ (cm)$ 답 5 cm

585 $\triangle ACD$에서 $\overline{DM}=\overline{MA}$, $\overline{DN}=\overline{NC}$이므로

$\overline{AC}=2\overline{MN}=2\times15=30\ (cm)$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{BD}$를 그으면 두 점 P, Q는 각각 $\triangle ABD$, $\triangle BCD$의 무게중심이므로



$\overline{AP}=\overline{PQ}=\overline{QC}$

$\therefore \overline{PQ}=\frac{1}{3}\overline{AC}=\frac{1}{3}\times30=10\ (cm)$ 답 10 cm

다른 풀이 $\triangle BQP$와 $\triangle BNM$에서

$\overline{BP}:\overline{BM}=\overline{BQ}:\overline{BN}=2:3$, $\angle B$는 공통

이므로 $\triangle BQP\backsim\triangle BNM$ (SAS 닮음)

따라서 $\overline{PQ}:\overline{MN}=2:3$이므로

$\overline{PQ}:15=2:3$, $3\overline{PQ}=30$

$\therefore \overline{PQ}=10\ (cm)$

유형 104 평행사변형에서 삼각형의 무게중심의 응용 (2)

본책 127쪽

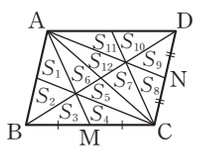
평행사변형 ABCD에서 $\overline{BC}$, $\overline{CD}$의 중점을 각각 M, N이라 할 때

(1) $S_1=S_2=\cdots=S_6=\frac{1}{6}\triangle ABC$,

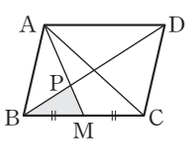
$S_7=S_8=\cdots=S_{12}=\frac{1}{6}\triangle ACD$

(2) $\triangle ABC=\triangle ACD=\frac{1}{2}\square ABCD$이므로

$S_1=S_2=S_3=\cdots=S_{12}=\frac{1}{12}\square ABCD$



586 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$를 그으면



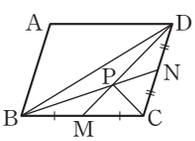
$\triangle ABC=\frac{1}{2}\square ABCD$

$=\frac{1}{2}\times48=24\ (cm^2)$

점 P는 $\triangle ABC$의 무게중심이므로

$\triangle PBM=\frac{1}{6}\triangle ABC=\frac{1}{6}\times24=4\ (cm^2)$ 답 ②

587 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BD}$, $\overline{PC}$를 그으면 점 P는 $\triangle BCD$의 무게중심이므로



$\square PMCN=\triangle PMC+\triangle PCN$

$=\frac{1}{6}\triangle BCD+\frac{1}{6}\triangle BCD$

$=\frac{1}{3}\triangle BCD$

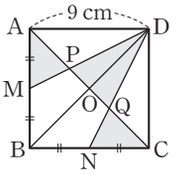
$=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\square ABCD$

$=\frac{1}{6}\square ABCD$

따라서 $\square ABCD$의 넓이는 $\square PMCN$의 넓이의 6배이다.

답 6배

588 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BD}$를 긋고 $\overline{BD}$와 $\overline{AC}$의 교점을 O라 하면 두 점 P, Q는 각각 △ABD, △BCD의 무게중심이므로

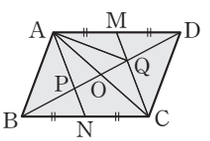


$$\triangle AMP=\triangle POD=\frac{1}{6}\triangle ABD$$
$$=\frac{1}{6}\times\frac{1}{2}\square ABCD=\frac{1}{12}\square ABCD$$
$$=\frac{1}{12}\times 9^2=\frac{27}{4}\ (\text{cm}^2) \quad \cdots \text{1단계}$$
$$\triangle QNC=\triangle DOQ=\frac{1}{6}\triangle BCD$$
$$=\frac{1}{6}\times\frac{1}{2}\square ABCD=\frac{1}{12}\square ABCD$$
$$=\frac{1}{12}\times 9^2=\frac{27}{4}\ (\text{cm}^2) \quad \cdots \text{2단계}$$
$$\therefore \text{(색칠한 부분의 넓이)}$$
$$=\triangle AMP+\triangle POD+\triangle DOQ+\triangle QNC$$
$$=4\times\frac{27}{4}=27\ (\text{cm}^2) \quad \cdots \text{3단계}$$

답 27 cm^2

단계	채점 요소	비율
1	△AMP와 △POD의 넓이 구하기	40 %
2	△QNC와 △DOQ의 넓이 구하기	40 %
3	색칠한 부분의 넓이 구하기	20 %

589 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$, $\overline{AQ}$를 긋고 $\overline{BD}$와 $\overline{AC}$의 교점을 O라 하면 두 점 P, Q는 각각 △ABC, △ACD의 무게중심이므로



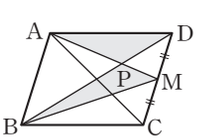
$$\triangle APO=\frac{1}{6}\triangle ABC=\frac{1}{6}\times\frac{1}{2}\square ABCD$$
$$=\frac{1}{12}\square ABCD$$
$$\triangle AOQ=\triangle AQM=\frac{1}{6}\triangle ACD$$
$$=\frac{1}{6}\times\frac{1}{2}\square ABCD=\frac{1}{12}\square ABCD$$
$$\therefore \square APQM=\triangle APO+\triangle AOQ+\triangle AQM$$
$$=3\times\frac{1}{12}\square ABCD$$
$$=\frac{1}{4}\square ABCD$$

즉 $\frac{1}{4}\square ABCD=5$이므로

$$\square ABCD=4\times 5=20\ (\text{cm}^2)$$

답 20 cm^2

590 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$를 그으면 점 P는 △ACD의 무게중심이므로



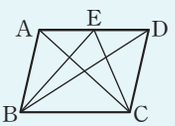
$$\triangle APD=\frac{1}{3}\triangle ACD$$
$$=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\square ABCD=\frac{1}{6}\square ABCD$$
$$=\frac{1}{6}\times 42=7\ (\text{cm}^2)$$
$$\triangle BMP=\triangle BMD-\triangle PMD$$
$$=\frac{1}{2}\triangle BCD-\frac{1}{6}\triangle ACD$$
$$=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\square ABCD-\frac{1}{6}\times\frac{1}{2}\square ABCD$$
$$=\frac{1}{6}\square ABCD=\frac{1}{6}\times 42=7\ (\text{cm}^2)$$
$$\therefore \text{(색칠한 부분의 넓이)}=\triangle APD+\triangle BMP$$
$$=7+7=14\ (\text{cm}^2)$$

답 14 cm^2

다른 풀이 $\triangle APD=\frac{1}{3}\triangle ACD=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\square ABCD$
$$=\frac{1}{6}\square ABCD=\frac{1}{6}\times 42=7\ (\text{cm}^2)$$
$$\triangle BMP=\triangle BMD-\triangle PMD$$
$$=\triangle AMD-\triangle PMD$$
$$=\triangle APD=7\ (\text{cm}^2)$$
$$\therefore \text{(색칠한 부분의 넓이)}=\triangle APD+\triangle BMP$$
$$=7+7=14\ (\text{cm}^2)$$

만점 공략 노트

평행사변형 ABCD에서



(1) $\triangle ABC=\triangle EBC=\triangle DBC$
$$=\frac{1}{2}\square ABCD$$
(2) $\triangle ABE=\triangle ACE$, $\triangle EBD=\triangle ECD$

만점 유형 도전하기

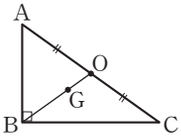
본책 128~129쪽

591 전략 삼각형의 무게중심의 뜻과 성질을 알아본다.

효연: 이등변삼각형의 꼭지각의 이등분선은 중선과 같으므로 무게중심은 꼭지각의 이등분선 위에 있다.

지수: 삼각형의 세 중선은 모두 삼각형의 내부에 있으므로 세 중선의 교점도 삼각형의 내부에 있다.

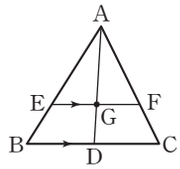
정아: 직각삼각형의 외심은 빗변의 중점과 같으므로 오른쪽 그림과 같이 ∠B=90°인 직각삼각형 ABC의 외심을 O, 무게중심을 G라 하면



$$\overline{GO}=\frac{1}{3}\overline{BO}=\frac{1}{3}\overline{AO}$$
$$=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\overline{AC}=\frac{1}{6}\overline{AC}$$

경민: 정삼각형의 무게중심은 내심과 일치하므로 무게중심에서 세 변에 이르는 거리는 모두 같다.

규리: 오른쪽 그림과 같이 점 G가 △ABC의 무게중심이고 $\overline{EF}/\!/\overline{BC}$일 때, △AEF∽△ABC이고 닮음비는 $\overline{AE}:\overline{AB}=\overline{AG}:\overline{AD}=2:3$이므로 넓이의 비는



$2^2 : 3^2 = 4 : 9$

$\therefore$ $\triangle AEF : \square EBCF = 4 : (9-4) = 4 : 5$

즉 $\overline{EF}$는 $\triangle ABC$의 넓이를 이등분하지 않는다.

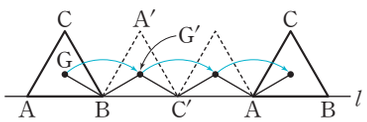
따라서 잘못 말한 사람은 지수, 규리이다. 답 풀이 참조

만점 공략 노트

삼각형의 한 중선은 그 삼각형의 넓이를 이등분하지만, 무게중심을 지나는 직선이 항상 그 삼각형의 넓이를 이등분하는 것은 아님에 주의한다.

592 전략 정삼각형의 무게중심과 내심은 일치함을 이용한다.

$\triangle ABC$가 정삼각형이므로 점 G가 움직인 거리는 다음 그림에서 부채꼴 GBG′의 호의 길이의 3배와 같다.



정삼각형의 무게중심과 내심은 일치하므로 두 점 G, G′은 각각 $\triangle ABC$, $\triangle A'BC'$의 내심이다. 즉

$\angle GBA = \frac{1}{2}\angle ABC = \frac{1}{2}\times 60^\circ = 30^\circ$,

$\angle G'BC' = \frac{1}{2}\angle A'BC' = \frac{1}{2}\times 60^\circ = 30^\circ$

이므로 $\angle GBG' = 180^\circ - (30^\circ + 30^\circ) = 120^\circ$

또 $\triangle ABC$의 한 중선의 길이가 12 cm이므로

$\overline{BG} = \frac{2}{3}\times 12 = 8\ (\text{cm})$

$\therefore \overset{\frown}{GG'} = 2\pi\times 8\times\frac{120}{360} = \frac{16}{3}\pi\ (\text{cm})$

따라서 점 G가 움직인 거리는

$3\overset{\frown}{GG'} = 3\times\frac{16}{3}\pi = 16\pi\ (\text{cm})$ 답 16π cm

만점 공략 노트

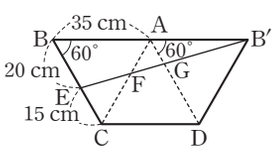
반지름의 길이가 r, 중심각의 크기가 x°인 부채꼴의 호의 길이를 l, 넓이를 S라 하면

(1) $l = 2\pi r\times\frac{x}{360}$

(2) $S = \pi r^2\times\frac{x}{360}$

593 전략 정사면체의 전개도에서 $\overline{BC}\parallel\overline{AD}$임을 이용하여 선분의 길이를 구한다.

정사면체 A-BCD의 전개도의 일부를 나타내면 오른쪽 그림과 같다.



$\angle B = \angle DAB' = 60^\circ$이므로

$\overline{BC}\parallel\overline{AD}$

$\triangle B'BE$에서 $\overline{B'A} = \overline{AB}$, $\overline{BE}\parallel\overline{AG}$이므로

$\overline{AG} = \frac{1}{2}\overline{BE} = \frac{1}{2}\times 20 = 10\ (\text{cm})$

$\therefore \overline{GD} = \overline{AD} - \overline{AG} = 35 - 10 = 25\ (\text{cm})$

$\triangle FEC$와 $\triangle FGA$에서

$\angle EFC = \angle GFA$ (맞꼭지각), $\angle ECF = \angle GAF = 60^\circ$

이므로 $\triangle FEC \backsim \triangle FGA$ (AA 닮음)

따라서 $\overline{FC} : \overline{FA} = \overline{EC} : \overline{GA} = 15 : 10 = 3 : 2$이므로

$\overline{FC} = \frac{3}{5}\overline{AC} = \frac{3}{5}\times 35 = 21\ (\text{cm})$

답 $\overline{GD} = 25$ cm, $\overline{FC} = 21$ cm

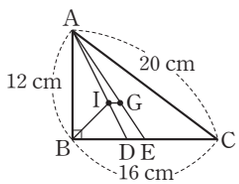
594 전략 삼각형의 내각의 이등분선의 성질을 이용하여 $\overline{AI} : \overline{ID}$를 구하고, 이를 이용하여 $\triangle AIG$와 $\triangle ADE$가 닮음임을 알아낸다.

(1) 점 I가 $\triangle ABC$의 내심이므로 $\overline{AD}$는 $\angle A$의 이등분선이다.

즉 $\overline{BD} : \overline{CD} = \overline{AB} : \overline{AC} = 12 : 20 = 3 : 5$이므로

$\overline{BD} = \frac{3}{8}\overline{BC} = \frac{3}{8}\times 16 = 6\ (\text{cm})$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{BI}$를 그으면 $\overline{BI}$는 $\angle B$의 이등분선이므로



$\triangle ABD$에서

$\overline{AI} : \overline{ID} = \overline{BA} : \overline{BD}$

$= 12 : 6 = 2 : 1$

(2) $\overline{AE}$는 $\triangle ABC$의 중선이므로

$\overline{BE} = \frac{1}{2}\overline{BC} = \frac{1}{2}\times 16 = 8\ (\text{cm})$

$\therefore \overline{DE} = \overline{BE} - \overline{BD} = 8 - 6 = 2\ (\text{cm})$

$\triangle AIG$와 $\triangle ADE$에서

$\overline{AI} : \overline{AD} = \overline{AG} : \overline{AE} = 2 : 3$, $\angle A$는 공통

이므로 $\triangle AIG \backsim \triangle ADE$ (SAS 닮음)

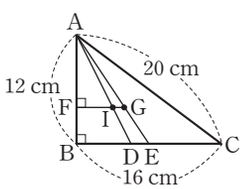
즉 $\overline{IG} : \overline{DE} = 2 : 3$이므로

$\overline{IG} : 2 = 2 : 3$, $3\overline{IG} = 4$

$\therefore \overline{IG} = \frac{4}{3}\ (\text{cm})$

답 (1) 2 : 1 (2) $\frac{4}{3}$ cm

다른 풀이 (1) 오른쪽 그림과 같이 점 I에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 F라 하고 $\overline{FI} = a$ cm라 하면 $\triangle ABC$의 내접원의 반지름의 길이가 a cm이므로 $\triangle ABC$의 넓이는



$\frac{1}{2}\times 16\times 12 = \frac{1}{2}\times a\times(12+16+20)$

$\therefore a = 4$

$\therefore \overline{FI} = 4\ (\text{cm})$

$\triangle ABD$와 $\triangle AFI$에서

$\angle ABD = \angle AFI = 90^\circ$, $\angle BAD$는 공통

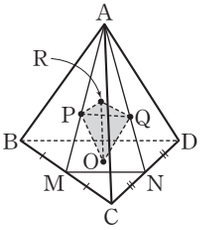
이므로 $\triangle ABD \backsim \triangle AFI$ (AA 닮음)

$\therefore \overline{AI} : \overline{AD} = \overline{FI} : \overline{BD} = 4 : 6 = 2 : 3$

$\therefore \overline{AI} : \overline{ID} = 2 : (3-2) = 2 : 1$

595 전략 삼각형의 무게중심의 성질을 이용하여 사면체 O-PQR의 각 모서리의 길이와 정사면체 A-BCD의 각 모서리의 길이 사이의 관계를 구해 본다.

오른쪽 그림과 같이 $\overline{BC}$, $\overline{CD}$의 중점을 각각 M, N이라 하면 △CDB에서 $\overline{CM}=\overline{MB}$, $\overline{CN}=\overline{ND}$이므로



$$\overline{MN}=\frac{1}{2}\overline{BD}$$

△APQ와 △AMN에서

$\overline{AP}:\overline{AM}=\overline{AQ}:\overline{AN}=2:3$,

∠A는 공통

이므로 △APQ∽△AMN (SAS 닮음)

즉 $\overline{PQ}:\overline{MN}=2:3$이므로

$$\overline{PQ}=\frac{2}{3}\overline{MN}=\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}\overline{BD}=\frac{1}{3}\overline{BD}$$

같은 방법으로 하면

$$\overline{QR}=\frac{1}{3}\overline{CB},\ \overline{RP}=\frac{1}{3}\overline{DC},\ \overline{OP}=\frac{1}{3}\overline{DA},$$

$$\overline{OQ}=\frac{1}{3}\overline{BA},\ \overline{OR}=\frac{1}{3}\overline{CA}$$

즉 정사면체 A－BCD의 모든 모서리의 길이를 $\frac{1}{3}$배 하면 사면체 O－PQR가 되므로 두 사면체는 닮음이다.

두 사면체 A－BCD와 O－PQR의 닮음비는

$$\overline{BD}:\overline{PQ}=\overline{BD}:\frac{1}{3}\overline{BD}=3:1$$

이므로 부피의 비는

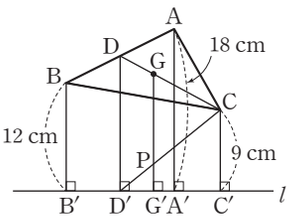
$$3^3:1^3=27:1$$

$$\therefore \text{(사면체 O－PQR의 부피)}=108\times\frac{1}{27}=4\ (\text{cm}^3)$$

답 $4\ \text{cm}^3$

596 전략 먼저 사다리꼴 ABB′A′을 이용하여 점 D에서 직선 l에 그은 수선의 길이를 구한다.

오른쪽 그림과 같이 점 D에서 직선 l에 내린 수선의 발을 D′이라 하면 $\overline{AD}=\overline{DB}$이고 $\overline{BB'}/\!/\overline{DD'}/\!/\overline{AA'}$이므로 사다리꼴 ABB′A′에서



$$\overline{DD'}=\frac{1}{2}(\overline{BB'}+\overline{AA'})$$

$$=\frac{1}{2}\times(12+18)=15\ (\text{cm})$$

점 G는 △ABC의 무게중심이고 $\overline{DD'}/\!/\overline{GG'}/\!/\overline{CC'}$이므로

$\overline{C'G'}:\overline{G'D'}=\overline{CG}:\overline{GD}=2:1$

$\overline{CD'}$과 $\overline{GG'}$의 교점을 P라 하면 △CDD′에서

$\overline{GP}:\overline{DD'}=\overline{CG}:\overline{CD}$

이므로 $\overline{GP}:15=2:3$

$3\overline{GP}=30$ $\therefore \overline{GP}=10\ (\text{cm})$

△CD′C′에서

$\overline{PG'}:\overline{CC'}=\overline{D'G'}:\overline{D'C'}$

이므로 $\overline{PG'}:9=1:3$

$3\overline{PG'}=9$ $\therefore \overline{PG'}=3\ (\text{cm})$

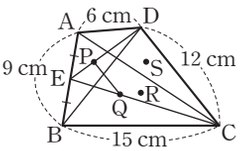
$\therefore \overline{GG'}=\overline{GP}+\overline{PG'}=10+3=13\ (\text{cm})$

답 13 cm

597 전략 $\overline{AB}$의 중점을 E라 하고 △EQP와 닮음인 삼각형을 이용하여 $\overline{PQ}$의 길이를 구한다.

(i) $\overline{PQ}$의 길이 구하기

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB}$의 중점을 E라 하면 $\overline{DE}$와 $\overline{CE}$는 각각 △ABD, △ABC의 중선이므로



$\overline{DP}:\overline{PE}=\overline{CQ}:\overline{QE}=2:1$

△EQP와 △ECD에서

$\overline{EP}:\overline{ED}=\overline{EQ}:\overline{EC}=1:3$, ∠E는 공통

이므로 △EQP∽△ECD (SAS 닮음)

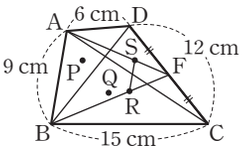
따라서 $\overline{PQ}:\overline{DC}=1:3$이므로

$\overline{PQ}:12=1:3$, $3\overline{PQ}=12$

$\therefore \overline{PQ}=4\ (\text{cm})$

(ii) $\overline{SR}$의 길이 구하기

오른쪽 그림과 같이 $\overline{CD}$의 중점을 F라 하면 $\overline{AF}$와 $\overline{BF}$는 각각 △ACD, △BCD의 중선이므로



$\overline{AS}:\overline{SF}=\overline{BR}:\overline{RF}=2:1$

△FSR와 △FAB에서

$\overline{FS}:\overline{FA}=\overline{FR}:\overline{FB}=1:3$, ∠F는 공통

이므로 △FSR∽△FAB (SAS 닮음)

따라서 $\overline{SR}:\overline{AB}=1:3$이므로

$\overline{SR}:9=1:3$, $3\overline{SR}=9$

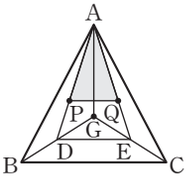
$\therefore \overline{SR}=3\ (\text{cm})$

(i), (ii)에서 $\overline{PQ}+\overline{SR}=4+3=7\ (\text{cm})$

답 7 cm

598 전략 △ABG, △AGC의 각 중선을 이용하여 △APQ와 닮음인 삼각형을 찾는다.

오른쪽 그림과 같이 △ABG, △AGC의 중선 AD, AE를 그으면



$$\triangle ADG=\frac{1}{2}\triangle ABG$$

$$=\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}\triangle ABC$$

$$=\frac{1}{6}\triangle ABC=\frac{1}{6}\times108=18\ (\text{cm}^2)$$

$$\triangle AGE=\frac{1}{2}\triangle AGC=\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}\triangle ABC$$

$$=\frac{1}{6}\triangle ABC=\frac{1}{6}\times108=18\ (\text{cm}^2)$$

△GDE와 △GBC에서

$\overline{GD}:\overline{GB}=\overline{GE}:\overline{GC}=1:2$, ∠G는 공통

이므로 △GDE∽△GBC (SAS 닮음)

이때 두 삼각형의 닮음비는 1 : 2이므로 넓이의 비는

$1^2:2^2=1:4$

$$\therefore \triangle GDE=\frac{1}{4}\triangle GBC=\frac{1}{4}\times\frac{1}{3}\triangle ABC$$

$$=\frac{1}{12}\triangle ABC=\frac{1}{12}\times108=9\ (\text{cm}^2)$$

$$\therefore \triangle ADE=\triangle ADG+\triangle AGE+\triangle GDE$$

$$=18+18+9=45\ (\text{cm}^2)$$

두 점 P, Q는 각각 △ABG, △AGC의 무게중심이므로
△APQ와 △ADE에서
$\overline{AP}:\overline{AD}=\overline{AQ}:\overline{AE}=2:3$, ∠A는 공통
∴ △APQ∽△ADE (SAS 닮음)
이때 두 삼각형의 닮음비가 2 : 3이므로 넓이의 비는
$2^2:3^2=4:9$
즉 △APQ : △ADE = 4 : 9이므로
△APQ : 45 = 4 : 9, 9△APQ = 180
∴ △APQ = 20 (cm^2) 답 20 cm^2

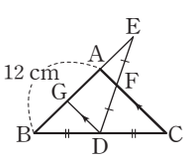
시험 만점 완성하기

본책 130~133쪽

599 전략 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질을 이용한다.
△DBC에서 $\overline{BM}=\overline{MD}$, $\overline{BN}=\overline{NC}$이므로
$\overline{MN}/\!/\overline{DC}$, $\overline{MN}=\frac{1}{2}\overline{DC}=\frac{1}{2}\times15=\frac{15}{2}$ (cm)
△ABC에서 $\overline{BN}=\overline{NC}$, $\overline{AB}/\!/\overline{PN}$이므로
$\overline{PN}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times11=\frac{11}{2}$ (cm)
∴ $\overline{MP}=\overline{MN}-\overline{PN}=\frac{15}{2}-\frac{11}{2}=2$ (cm) 답 ①

600 전략 △ABF와 △CED에서 각각 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질을 이용한다.
△ABF에서 $\overline{AD}=\overline{DB}$, $\overline{AE}=\overline{EF}$이므로
$\overline{DE}/\!/\overline{BF}$
△CED에서 $\overline{CF}=\overline{FE}$, $\overline{DE}/\!/\overline{GF}$이므로
$\overline{DE}=2\overline{GF}=2\times9=18$ (cm)
따라서 △ABF에서
$\overline{BF}=2\overline{DE}=2\times18=36$ (cm) 답 ⑤

601 전략 점 D를 지나고 $\overline{AC}$에 평행한 직선을 긋고, 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질을 이용한다.
오른쪽 그림과 같이 점 D를 지나고 $\overline{AC}$에 평행한 직선을 긋고, 이 직선과 $\overline{AB}$의 교점을 G라 하자.



△ABC에서 $\overline{BD}=\overline{DC}$, $\overline{GD}/\!/\overline{AC}$이므로
$\overline{AG}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times12=6$ (cm),
$\overline{GD}=\frac{1}{2}\overline{AC}=\frac{1}{2}\times12=6$ (cm)
△EGD에서 $\overline{EF}=\overline{FD}$, $\overline{AF}/\!/\overline{GD}$이므로
$\overline{EA}=\overline{AG}=6$ (cm),
$\overline{AF}=\frac{1}{2}\overline{GD}=\frac{1}{2}\times6=3$ (cm)
∴ $\overline{FC}=\overline{AC}-\overline{AF}=12-3=9$ (cm)
∴ $\overline{AE}+\overline{FC}=6+9=15$ (cm) 답 ④

602 전략 직사각형의 네 변의 중점을 연결하여 만든 사각형은 마름모임을 이용한다.
직사각형의 네 변의 중점을 연결하여 만든 사각형은 마름모이므로 □PQRS는 마름모이다.
△ABD에서 $\overline{AP}=\overline{PB}$, $\overline{AS}=\overline{SD}$이므로
$\overline{PS}=\frac{1}{2}\overline{BD}=\frac{1}{2}\times8=4$ (cm)
∴ (□PQRS의 둘레의 길이) = $4\overline{PS}$
$=4\times4=16$ (cm) 답 ③

603 전략 삼각형의 중선은 그 삼각형의 넓이를 이등분한다.
$\triangle ABD=\frac{1}{2}\triangle ABC=\frac{1}{2}\times28=14$ (cm^2)
$\triangle ABE=\frac{1}{2}\triangle ABD=\frac{1}{2}\times14=7$ (cm^2)
∴ $\triangle AFE=\frac{1}{2}\triangle ABE=\frac{1}{2}\times7=\frac{7}{2}$ (cm^2) 답 ②

604 전략 먼저 △ABC에서 무게중심의 성질을 이용하여 $\overline{BD}$의 길이를 구한다.
점 G는 △ABC의 무게중심이므로
$\overline{BD}=\frac{3}{2}\overline{BG}=\frac{3}{2}\times4=6$ (cm)
△ABC는 직각삼각형이고 $\overline{AD}=\overline{DC}$이므로 점 D는 △ABC의 외심이다.
즉 $\overline{AD}=\overline{DC}=\overline{BD}=6$ (cm)이므로
$\overline{AC}=2\overline{AD}=2\times6=12$ (cm) 답 ①

605 전략 삼각형의 무게중심의 성질과 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질을 이용한다.
점 G는 △ABC의 무게중심이므로
$\overline{GE}=\frac{1}{2}\overline{BG}=\frac{1}{2}\times6=3$ (cm) ∴ $y=3$
△CEB에서 $\overline{CD}=\overline{DB}$, $\overline{BE}/\!/\overline{DF}$이므로
$\overline{EC}=2\overline{EF}=2\times3=6$ (cm)
$\overline{BE}$가 △ABC의 중선이므로
$\overline{AC}=2\overline{EC}=2\times6=12$ (cm)
이때 △ABD와 △ACD에서
$\overline{BD}=\overline{CD}$, $\overline{AD}$는 공통, ∠ADB = ∠ADC = 90°
이므로 △ABD≡△ACD (SAS 합동)
∴ $\overline{AB}=\overline{AC}=12$ (cm) ∴ $x=12$
∴ $x+y=12+3=15$ 답 ③

606 전략 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질을 이용한다.
① $\overline{AF}=\overline{FB}$, $\overline{AE}=\overline{EC}$이므로
$\overline{FE}/\!/\overline{BC}$
② $\overline{CE}=\overline{EA}$, $\overline{CD}=\overline{DB}$이므로
$\overline{AB}=2\overline{ED}$

③, ⑤ △BEA에서 $\overline{BF}=\overline{FA}$, $\overline{FI}/\!/\overline{AE}$이므로

$\overline{FI}=\frac{1}{2}\overline{AE}$

△BCE에서 $\overline{BD}=\overline{DC}$, $\overline{ID}/\!/\overline{EC}$이므로

$\overline{ID}=\frac{1}{2}\overline{EC}$

$\overline{BE}$가 △ABC의 중선이므로

$\overline{AE}=\overline{EC}$ $\therefore \overline{FI}=\overline{ID}$

같은 방법으로 하면 $\overline{FH}=\overline{HE}$, $\overline{DJ}=\overline{JE}$

즉 $\overline{DH}$, $\overline{EI}$, $\overline{FJ}$가 모두 △DEF의 중선이므로 점 G는 △DEF의 무게중심이다.

④ 점 G가 △DEF의 무게중심이므로

$\overline{GD}=2\overline{HG}$

또 점 G가 △ABC의 무게중심이므로

$\overline{AG}=2\overline{GD}=2\times2\overline{HG}=4\overline{HG}$

이때 $\overline{AH}=\overline{AG}-\overline{HG}=4\overline{HG}-\overline{HG}=3\overline{HG}$이므로

$\overline{AH}:\overline{HG}=3:1$

따라서 옳지 않은 것은 ④이다. 답 ④

607 전략 높이가 같은 두 삼각형의 넓이의 비는 밑변의 길이의 비와 같다.

점 G는 △ABC의 무게중심이므로

$\overline{AG}:\overline{GD}=2:1$

$\therefore$ △AGF$=2$△GDF$=2\times3=6$ (cm^2)

△ADC에서 $\overline{GF}/\!/\overline{DC}$이므로

$\overline{AF}:\overline{FC}=\overline{AG}:\overline{GD}=2:1$

$\therefore$ △DCF$=\frac{1}{2}$△ADF$=\frac{1}{2}\times(6+3)=\frac{9}{2}$ (cm^2) 답 ②

다른 풀이 △AGF와 △ADC에서

∠AGF$=$∠ADC (동위각), ∠A는 공통

이므로 △AGF∽△ADC (AA 닮음)

$\therefore \overline{GF}:\overline{DC}=\overline{AG}:\overline{AD}=2:3$

△GDF와 △DCF의 밑변의 길이의 비가 2 : 3이고 높이가 같으므로 넓이의 비는 2 : 3이다.

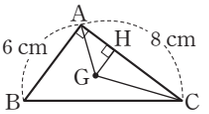
따라서 △GDF : △DCF$=2:3$이므로

$3:$△DCF$=2:3$, 2△DCF$=9$

$\therefore$ △DCF$=\frac{9}{2}$ (cm^2)

608 전략 $\overline{GA}$, $\overline{GC}$를 긋고 △GCA의 넓이를 이용하여 $\overline{GH}$의 길이를 구한다.

오른쪽 그림과 같이 $\overline{GA}$, $\overline{GC}$를 그으면



△GCA$=\frac{1}{3}$△ABC

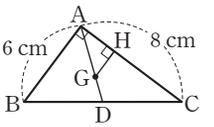
$=\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}\times6\times8\right)$

$=8$ (cm^2)

따라서 $\frac{1}{2}\times8\times\overline{GH}=8$이므로

$\overline{GH}=2$ (cm) 답 ③

다른 풀이 오른쪽 그림과 같이 △ABC의 중선 AD를 그으면 △ABC는 직각삼각형이고 $\overline{BD}=\overline{DC}$이므로 점 D는 △ABC의 외심이다.



즉 $\overline{AD}=\overline{BD}=\overline{DC}=\frac{1}{2}\overline{BC}$이므로

$\overline{AG}=\frac{2}{3}\overline{AD}=\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{3}\overline{BC}$

△ABC와 △HGA에서

∠BAC$=$∠GHA$=90^\circ$,

∠BCA$=$∠GAH ($\because \overline{DA}=\overline{DC}$)

이므로 △ABC∽△HGA (AA 닮음)

따라서 $\overline{BA}:\overline{GH}=\overline{BC}:\overline{GA}=\overline{BC}:\frac{1}{3}\overline{BC}=3:1$이므로

$6:\overline{GH}=3:1$, $3\overline{GH}=6$

$\therefore \overline{GH}=2$ (cm)

609 전략 두 점 Q, R가 각각 △EBC, △ADC의 무게중심임을 이용하여 $\overline{DQ}$, $\overline{QR}$, $\overline{RE}$의 길이의 비를 구한다.

두 점 Q, R가 각각 △EBC, △ADC의 무게중심이므로

$\overline{EQ}:\overline{QD}=2:1$, $\overline{DR}:\overline{RE}=2:1$

$\therefore \overline{DQ}:\overline{QR}:\overline{RE}=1:1:1$

즉 $\overline{DE}=3\overline{QR}$이므로

△PDE$=3$△PQR$=3\times2=6$ (cm^2)

점 P는 △ABC의 무게중심이므로 $\overline{AP}:\overline{PD}=2:1$

$\therefore$ △APE$=2$△PDE$=2\times6=12$ (cm^2)

$\therefore$ △ABC$=6$△APE$=6\times12=72$ (cm^2) 답 ⑤

610 전략 점 P가 △ABC의 무게중심임을 이용한다.

① 점 P가 △ABC의 무게중심이므로

$\overline{AP}=2\overline{PM}$

② $\overline{PO}=\frac{1}{3}\overline{BO}=\frac{1}{3}\overline{OD}$이므로

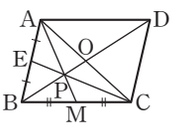
$\overline{PO}:\overline{OD}=1:3$

③ △BMP$=\frac{1}{6}$△ABC$=\frac{1}{6}$△BCD이므로

△BMP : △BCD$=1:6$

④ △APO$=$△BMP$=\frac{1}{6}$△ABC

⑤ 오른쪽 그림과 같이 △ABC의 중선 CE를 그으면



△ABP$=$△PAE$+$△PEB

$=\frac{1}{6}$△ABC$+\frac{1}{6}$△ABC

$=\frac{1}{3}$△ABC

□PMCO$=$△PMC$+$△PCO

$=\frac{1}{6}$△ABC$+\frac{1}{6}$△ABC

$=\frac{1}{3}$△ABC

$\therefore$ △ABP$=$□PMCO

따라서 옳은 것은 ④, ⑤이다. 답 ④, ⑤

611 전략 △ACD와 △CAB에서 각각 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질을 이용한다.

△ACD에서 $\overline{AP}=\overline{PD}$, $\overline{AQ}=\overline{QC}$이므로

$\overline{PQ}=\frac{1}{2}\overline{DC}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times 6=3\,(\text{cm})$

△CAB에서 $\overline{CQ}=\overline{QA}$, $\overline{CR}=\overline{RB}$이므로

$\overline{QR}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times 6=3\,(\text{cm})$

$\therefore \overline{PQ}+\overline{QR}=3+3=6\,(\text{cm})$ 답 6 cm

612 전략 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질을 이용한다.

$\overline{BD}=\overline{DA}$, $\overline{BE}=\overline{EC}$이므로 $\overline{DE}=\frac{1}{2}\overline{AC}$

$\overline{CF}=\overline{FA}$, $\overline{CE}=\overline{EB}$이므로 $\overline{EF}=\frac{1}{2}\overline{AB}$

$\overline{AD}=\overline{DB}$, $\overline{AF}=\overline{FC}$이므로 $\overline{DF}=\frac{1}{2}\overline{BC}$

$\therefore$ (△DEF의 둘레의 길이)

$=\overline{DE}+\overline{EF}+\overline{DF}$

$=\frac{1}{2}\overline{AC}+\frac{1}{2}\overline{AB}+\frac{1}{2}\overline{BC}$

$=\frac{1}{2}(\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA})$

$=\frac{1}{2}\times$(△ABC의 둘레의 길이)

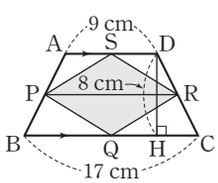
$=\frac{1}{2}\times 14=7\,(\text{cm})$ 답 7 cm

613 전략 $\overline{PR}$를 긋고 사다리꼴의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질을 이용한다.

오른쪽 그림과 같이 $\overline{PR}$를 그으면

$\overline{AD}/\!/\overline{BC}$, $\overline{AP}=\overline{PB}$, $\overline{DR}=\overline{RC}$이므로

$\overline{AD}/\!/\overline{PR}/\!/\overline{BC}$



$\therefore \overline{PR}=\frac{1}{2}(\overline{AD}+\overline{BC})$

$=\frac{1}{2}\times(9+17)=13\,(\text{cm})$

등변사다리꼴의 네 변의 중점을 연결하여 만든 사각형은 마름모이고 $\overline{SQ}=\overline{DH}=8\,(\text{cm})$이므로

$\square PQRS=\frac{1}{2}\times 13\times 8=52\,(\text{cm}^2)$ 답 52 cm²

614 전략 먼저 점 D는 직각삼각형 GBC의 외심임을 이용하여 $\overline{GD}$의 길이를 구한다.

점 D는 직각삼각형 GBC의 빗변의 중점, 즉 외심이므로

$\overline{GD}=\overline{BD}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\times 15=\frac{15}{2}\,(\text{cm})$

점 G′은 △GBC의 무게중심이므로

$\overline{GG'}=\frac{2}{3}\overline{GD}=\frac{2}{3}\times\frac{15}{2}=5\,(\text{cm})$

또 점 G는 △ABC의 무게중심이므로

$\overline{AG}=2\overline{GD}=2\times\frac{15}{2}=15\,(\text{cm})$

$\therefore \overline{AG'}=\overline{AG}+\overline{GG'}$

$=15+5=20\,(\text{cm})$ 답 20 cm

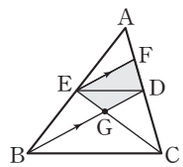
615 전략 $\overline{ED}$를 긋고 △EGD와 △EDF의 넓이를 각각 구한다.

점 G는 △ABC의 무게중심이므로 $\overline{CG}:\overline{GE}=2:1$

$\therefore \triangle EBG=\frac{1}{2}\triangle GBC=\frac{1}{2}\times 16=8\,(\text{cm}^2)$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{ED}$를 그으면

$\overline{BG}:\overline{GD}=2:1$이므로



$\triangle EGD=\frac{1}{2}\triangle EBG$

$=\frac{1}{2}\times 8=4\,(\text{cm}^2)$

△BDA에서 $\overline{AE}=\overline{EB}$, $\overline{EF}/\!/\overline{BD}$이므로

$\overline{AF}=\overline{FD}$

$\therefore \triangle EDF=\frac{1}{2}\triangle AED=\frac{1}{2}\triangle EBD$

$=\frac{1}{2}\times(8+4)=6\,(\text{cm}^2)$

$\therefore \square EGDF=\triangle EGD+\triangle EDF$

$=4+6=10\,(\text{cm}^2)$ 답 10 cm²

다른 풀이 $\triangle GCD=\frac{1}{2}\triangle GBC=\frac{1}{2}\times 16=8\,(\text{cm}^2)$

△CDG와 △CFE에서

∠C는 공통, ∠DGC=∠FEC (동위각)

이므로 △CDG∽△CFE (AA 닮음)

두 삼각형의 닮음비는 $\overline{CG}:\overline{CE}=2:3$이므로 넓이의 비는

$2^2:3^2=4:9$

즉 8 : △CFE=4 : 9이므로

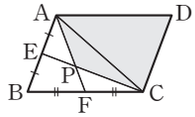
$4\triangle CFE=72$ $\therefore \triangle CFE=18\,(\text{cm}^2)$

$\therefore \square EGDF=\triangle CFE-\triangle CDG$

$=18-8=10\,(\text{cm}^2)$

616 전략 평행사변형의 대각선을 긋고, 삼각형의 무게중심의 성질을 이용한다.

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$를 그으면



$\triangle ACD=\triangle ABC$

$=\frac{1}{2}\square ABCD$

$=\frac{1}{2}\times 54=27\,(\text{cm}^2)$

점 P는 △ABC의 무게중심이므로

$\triangle APC=\frac{1}{3}\triangle ABC=\frac{1}{3}\times 27=9\,(\text{cm}^2)$

$\therefore \square APCD=\triangle ACD+\triangle APC$

$=27+9=36\,(\text{cm}^2)$ 답 36 cm²

617 전략 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질을 이용한다.

$\overline{AB}$, $\overline{EG}$, $\overline{DF}$가 모두 $\overline{BC}$에 수직이므로

$\overline{AB}/\!/\overline{EG}/\!/\overline{DF}$

△BFD에서 $\overline{BE}=\overline{ED}$, $\overline{EG}/\!/\overline{DF}$이므로

$\overline{DF}=2\overline{EG}=2\times2=4\ (\text{cm})$ … 1단계

△ABC에서 $\overline{CD}=\overline{DA}$, $\overline{AB}/\!/\overline{DF}$이므로

$\overline{AB}=2\overline{DF}=2\times4=8\ (\text{cm})$ … 2단계

답 8 cm

단계	채점 요소	배점
1	$\overline{DF}$의 길이 구하기	2점
2	$\overline{AB}$의 길이 구하기	2점

618 전략 삼각형의 무게중심은 중선의 길이를 꼭짓점으로부터 2 : 1로 나눈다.

점 G는 △ABC의 무게중심이므로

$\overline{AG}:\overline{GM}=2:1$

점 G′은 △DBC의 무게중심이므로

$\overline{DG'}:\overline{G'M}=2:1$

△MG′G와 △MDA에서

$\overline{MG}:\overline{MA}=\overline{MG'}:\overline{MD}=1:3$, ∠M은 공통

이므로 △MG′G∽△MDA (SAS 닮음) … 1단계

따라서 $\overline{GG'}:\overline{AD}=1:3$이므로

$\overline{GG'}:9=1:3$, $3\overline{GG'}=9$

$\therefore \overline{GG'}=3\ (\text{cm})$ … 2단계

답 3 cm

단계	채점 요소	배점
1	△MG′G∽△MDA임을 알기	3점
2	$\overline{GG'}$의 길이 구하기	2점

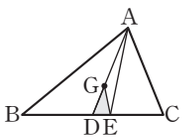
619 전략 $\overline{BE}$, $\overline{BD}$의 길이를 $\overline{BC}$를 이용하여 나타낸다.

(1) $\overline{BE}=\frac{5}{8}\overline{BC}$, $\overline{BD}=\frac{1}{2}\overline{BC}$이므로

$\overline{DE}=\overline{BE}-\overline{BD}=\frac{5}{8}\overline{BC}-\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{8}\overline{BC}$

$\therefore k=\frac{1}{8}$ … 1단계

(2) 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AE}$를 그으면



$\triangle ADE=\frac{1}{8}\triangle ABC$

$=\frac{1}{8}\times48=6\ (\text{cm}^2)$

점 G는 △ABC의 무게중심이므로

$\overline{GD}:\overline{AD}=1:3$

$\therefore \triangle GDE=\frac{1}{3}\triangle ADE$

$=\frac{1}{3}\times6=2\ (\text{cm}^2)$ … 2단계

답 (1) $\frac{1}{8}$ (2) 2 cm²

단계	채점 요소	배점
1	k의 값 구하기	3점
2	△GDE의 넓이 구하기	3점

620 전략 점 P가 △ABD의 무게중심임을 이용한다.

$\overline{AM}=\frac{1}{2}\overline{AD}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\times26=13\ (\text{cm})$ … 1단계

점 P가 △ABD의 무게중심이므로

$\overline{AP}=\frac{2}{3}\overline{AO}=\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}\overline{AC}$

$=\frac{1}{3}\overline{AC}=\frac{1}{3}\times30=10\ (\text{cm})$ … 2단계

$\overline{MD}/\!/\overline{BN}$, $\overline{MD}=\overline{BN}$이므로 □MBND는 평행사변형이다.

$\therefore \overline{PM}=\frac{1}{3}\overline{MB}=\frac{1}{3}\overline{DN}$

$=\frac{1}{3}\times24=8\ (\text{cm})$ … 3단계

$\therefore$ (△APM의 둘레의 길이)

$=\overline{AP}+\overline{PM}+\overline{MA}$

$=10+8+13=31\ (\text{cm})$ … 4단계

답 31 cm

단계	채점 요소	배점
1	$\overline{AM}$의 길이 구하기	1점
2	$\overline{AP}$의 길이 구하기	1점
3	$\overline{PM}$의 길이 구하기	1점
4	△APM의 둘레의 길이 구하기	1점

08 피타고라스 정리

Ⅲ. 도형의 닮음과 피타고라스 정리

셀프 CHECK

본책 134~135쪽

A (1) $5^2+12^2=x^2$이므로 $x^2=169$ $\therefore x=13$
(2) $x^2+8^2=10^2$이므로 $x^2=36$ $\therefore x=6$

답 (1) 13 (2) 6

B □LMGB=□BHIC=$4^2=16$ (cm^2) 답 16 cm^2

C △EBF에서 $15^2+8^2=\overline{EF}^2$
$\overline{EF}^2=289$ $\therefore \overline{EF}=17$ (cm)
4개의 직각삼각형이 모두 합동이므로 □EFGH는 정사각형이다.
$\therefore$ □EFGH=$17\times17=289$ (cm^2) 답 289 cm^2

D $x^2=12^2+16^2=400$이어야 하므로 $x=20$ 답 20

E (1) ㄴ. $7^2<4^2+6^2$이므로 예각삼각형이다.
ㅂ. $13^2<9^2+11^2$이므로 예각삼각형이다.
(2) ㄹ. $25^2=7^2+24^2$이므로 직각삼각형이다.
ㅁ. $17^2=8^2+15^2$이므로 직각삼각형이다.
(3) ㄱ. $5^2>3^2+3^2$이므로 둔각삼각형이다.
ㄷ. $10^2>5^2+8^2$이므로 둔각삼각형이다.

답 (1) ㄴ, ㅂ (2) ㄹ, ㅁ (3) ㄱ, ㄷ

F (1) $8^2+3^2=6^2+x^2$이므로 $x^2=37$
(2) $12^2+x^2=9^2+13^2$이므로 $x^2=106$
(3) $7^2+3^2=x^2+4^2$이므로 $x^2=42$

답 (1) 37 (2) 106 (3) 42

G (1) (색칠한 부분의 넓이)=30+18=48 (cm^2)
(2) (색칠한 부분의 넓이)=△ABC=$\frac{1}{2}\times12\times6=36$ (cm^2)

답 (1) 48 cm^2 (2) 36 cm^2

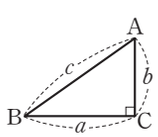
내신 유형 다지기

본책 136~147쪽

유형 105 직각삼각형의 변의 길이

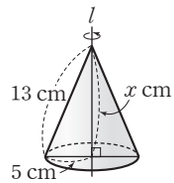
본책 136쪽

직각삼각형 ABC에서 직각을 낀 두 변의 길이를 각각 a, b라 하고, 빗변의 길이를 c라 하면
$a^2+b^2=c^2$



621 $\overline{AB}^2=10^2-6^2=64$ $\therefore \overline{AB}=8$ (cm)
$\therefore$ △ABC=$\frac{1}{2}\times8\times6=24$ (cm^2) 답 ③

622 주어진 직각삼각형을 직선 l을 회전축으로 하여 1회전 시킬 때 생기는 입체도형은 오른쪽 그림과 같은 원뿔이다.



원뿔의 높이를 x cm라 하면
$x^2=13^2-5^2=144$ $\therefore x=12$
따라서 원뿔의 부피는
$\frac{1}{3}\times\pi\times5^2\times12=100\pi$ (cm^3) 답 100π cm^3

623 △ABC에서 $\overline{BC}^2=18^2+24^2=900$
$\therefore \overline{BC}=30$ (cm) … 1단계
점 D는 직각삼각형 ABC의 외심이므로
$\overline{AD}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\times30=15$ (cm) … 2단계
$\therefore \overline{AG}=\frac{2}{3}\overline{AD}=\frac{2}{3}\times15=10$ (cm) … 3단계

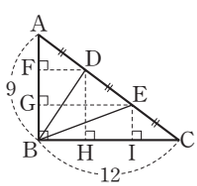
답 10 cm

단계	채점 요소	비율
1	$\overline{BC}$의 길이 구하기	30 %
2	$\overline{AD}$의 길이 구하기	40 %
3	$\overline{AG}$의 길이 구하기	30 %

624 $\overline{BC}=\overline{AD}=12$ (cm)이므로 △BCE에서
$\overline{CE}^2=15^2-12^2=81$ $\therefore \overline{CE}=9$ (cm)
$\therefore \overline{DE}=\overline{DC}-\overline{CE}=12-9=3$ (cm)
△DEF∽△CEB (AA 닮음)이므로
$\overline{DE}:\overline{CE}=\overline{DF}:\overline{CB}$
$3:9=\overline{DF}:12$, $1:3=\overline{DF}:12$
$3\overline{DF}=12$ $\therefore \overline{DF}=4$ (cm)
$\therefore$ △DEF=$\frac{1}{2}\times4\times3=6$ (cm^2) 답 ②

625 △ABC에서 $\overline{AD}$가 ∠A의 이등분선이므로
$\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{BD}:\overline{CD}=6:10=3:5$
$\overline{AB}=3k$ cm, $\overline{AC}=5k$ cm라 하면 △ABC에서
$(5k)^2=(3k)^2+16^2$, $16k^2=256$
$k^2=16$ $\therefore k=4$
따라서 $\overline{AB}=12$ cm, $\overline{AC}=20$ cm이므로
$\overline{AB}+\overline{AC}=12+20=32$ (cm) 답 ⑤

626 오른쪽 그림과 같이 점 D, E에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 각각 F, G, $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 각각 H, I라 하자. 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질에 의하여



$\overline{AF}=\overline{FG}=\overline{GB}=\frac{1}{3}\overline{AB}=\frac{1}{3}\times 9=3$

$\overline{BH}=\overline{HI}=\overline{IC}=\frac{1}{3}\overline{BC}=\frac{1}{3}\times 12=4$

△DBH에서

$\overline{BD}^2=\overline{BH}^2+\overline{DH}^2=\overline{BH}^2+\overline{FB}^2=4^2+6^2=52$

△EBI에서

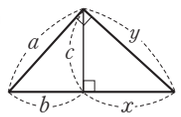
$\overline{BE}^2=\overline{BI}^2+\overline{EI}^2=\overline{BI}^2+\overline{GB}^2=8^2+3^2=73$

$\therefore \overline{BD}^2+\overline{BE}^2=52+73=125$ 답 125

유형 106 삼각형에서 피타고라스 정리의 이용 본책 137쪽

직각삼각형을 찾아 피타고라스 정리를 이용한다.

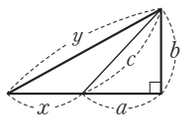
(1)



➔ $b^2+c^2=a^2$

$x^2+c^2=y^2$

(2)



➔ $a^2+b^2=c^2$

$(x+a)^2+b^2=y^2$

627 △ABD에서 $\overline{BD}^2=20^2-12^2=256$

$\therefore \overline{BD}=16\ (\text{cm})$

$\therefore \overline{CD}=\overline{BC}-\overline{BD}=25-16=9\ (\text{cm})$

△ADC에서 $\overline{AC}^2=12^2+9^2=225$

$\therefore \overline{AC}=15\ (\text{cm})$ 답 15 cm

628 △ABC에서 $\overline{AC}^2=17^2-(9+6)^2=64$

$\therefore \overline{AC}=8\ (\text{cm})$

△ADC에서 $\overline{AD}^2=8^2+6^2=100$

$\therefore \overline{AD}=10\ (\text{cm})$ 답 10 cm

629 △ADB의 넓이가 24 cm^2이므로

$\frac{1}{2}\times 6\times\overline{AD}=24$ $\therefore \overline{AD}=8\ (\text{cm})$

$\overline{AB}^2=8^2+6^2=100$이므로 $\overline{AB}=10\ (\text{cm})$

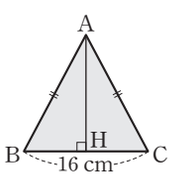
$\overline{BC}=\overline{AB}=10\ (\text{cm})$이므로 △ADC에서

$\overline{AC}^2=8^2+(6+10)^2=320$ 답 ④

630 △ABC의 둘레의 길이가 50 cm이므로

$\overline{AB}=\overline{AC}=\frac{1}{2}\times(50-16)=17\ (\text{cm})$ … 1단계

오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{BH}=\overline{CH}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\times 16=8\ (\text{cm})$

△ABH에서 $\overline{AH}^2=17^2-8^2=225$

$\therefore \overline{AH}=15\ (\text{cm})$ … 2단계

$\therefore$ △ABC$=\frac{1}{2}\times 16\times 15=120\ (\text{cm}^2)$ … 3단계

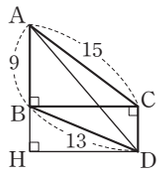
답 120 cm^2

단계	채점 요소	비율
1	$\overline{AB}$, $\overline{AC}$의 길이 구하기	30 %
2	△ABC의 높이 구하기	40 %
3	△ABC의 넓이 구하기	30 %

631 △ABC에서 $\overline{BC}^2=15^2-9^2=144$

$\therefore \overline{BC}=12$

오른쪽 그림과 같이 점 D에서 $\overline{AB}$의 연장선에 내린 수선의 발을 H라 하면



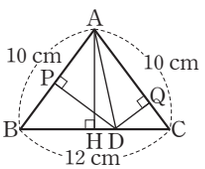
$\overline{HD}=\overline{BC}=12$

△BHD에서 $\overline{BH}^2=13^2-12^2=25$

$\therefore \overline{BH}=5$

△AHD에서 $\overline{AD}^2=(9+5)^2+12^2=340$ 답 ①

632 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}$를 긋고 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{BH}=\overline{CH}=\frac{1}{2}\overline{BC}$

$=\frac{1}{2}\times 12=6\ (\text{cm})$

이므로 △AHC에서

$\overline{AH}^2=10^2-6^2=64$ $\therefore \overline{AH}=8\ (\text{cm})$

이때

$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times\overline{BC}\times\overline{AH}=\frac{1}{2}\times 12\times 8=48\ (\text{cm}^2)$

이고 △ABC=△ABD+△ADC이므로

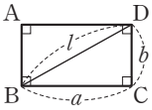
$48=\frac{1}{2}\times 10\times\overline{DP}+\frac{1}{2}\times 10\times\overline{DQ}$

$48=5\times(\overline{DP}+\overline{DQ})$

$\therefore \overline{DP}+\overline{DQ}=\frac{48}{5}\ (\text{cm})$ 답 ③

유형 107 직사각형의 대각선의 길이 본책 138쪽

직사각형 ABCD에서 가로의 길이를 a, 세로의 길이를 b, 대각선의 길이를 l이라 하면



$a^2+b^2=l^2$

633 $\overline{AB}=3k$ cm, $\overline{BC}=4k$ cm라 하면 △ABC에서

$(3k)^2+(4k)^2=30^2$, $25k^2=900$

$k^2=36$ $\therefore k=6$

$\therefore \overline{AB}=3k=3\times 6=18\ (\text{cm})$ 답 18 cm

634 직사각형의 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분하므로

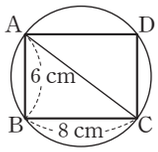
$3x-2=2x+2$ $\therefore x=4$

$\therefore \overline{AC}=(3x-2)+(2x+2)=5x=5\times 4=20$

△ACD에서 $\overline{CD}^2=20^2-16^2=144$

$\therefore \overline{CD}=12$ 답 ③

635 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$를 그으면



△ABC에서

$\overline{AC}^2=6^2+8^2=100$

$\therefore \overline{AC}=10\ (\text{cm})$ … 1단계

따라서

$(\text{원의 넓이})=\pi\times\left(\frac{\overline{AC}}{2}\right)^2=\pi\times\left(\frac{10}{2}\right)^2=25\pi\ (\text{cm}^2)$

이므로 $a=25$ … 2단계

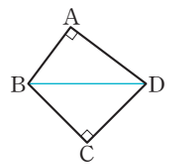
답 25

단계	채점 요소	비율
1	$\overline{AC}$의 길이 구하기	50 %
2	a의 값 구하기	50 %

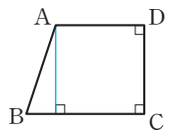
유형 108 사각형에서 피타고라스 정리의 이용 본책 138쪽

적당한 보조선을 그어 직각삼각형을 만든 후 피타고라스 정리를 이용한다.

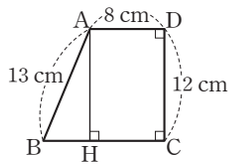
(1) 사각형에서 한 쌍의 대각이 직각인 경우 ➡ 대각선 긋기



(2) 사다리꼴인 경우 ➡ 수선 긋기



636 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{HC}=\overline{AD}=8\ (\text{cm})$,

$\overline{AH}=\overline{DC}=12\ (\text{cm})$

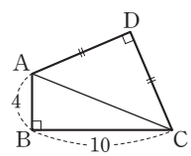
△ABH에서 $\overline{BH}^2=13^2-12^2=25$

$\therefore \overline{BH}=5\ (\text{cm})$

$\therefore \overline{BC}=\overline{BH}+\overline{HC}=5+8=13\ (\text{cm})$

답 ③

637 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$를 그으면



△ABC에서

$\overline{AC}^2=4^2+10^2=116$

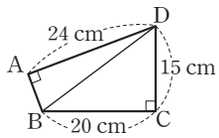
$\overline{AD}=\overline{DC}$이므로 △ACD에서

$\overline{AD}^2+\overline{AD}^2=116$, $2\overline{AD}^2=116$

$\therefore \overline{AD}^2=58$

답 58

638 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BD}$를 그으면 △BCD에서



$\overline{BD}^2=20^2+15^2=625$

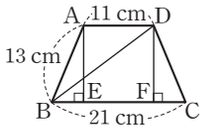
$\therefore \overline{BD}=25\ (\text{cm})$

△ABD에서 $\overline{AB}^2=25^2-24^2=49$

$\therefore \overline{AB}=7\ (\text{cm})$

답 ④

639 오른쪽 그림과 같이 두 꼭짓점 A, D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 각각 E, F라 하면



$\overline{EF}=\overline{AD}=11\ (\text{cm})$

□ABCD가 등변사다리꼴이므로

$\overline{BE}=\overline{FC}=\frac{1}{2}\times(21-11)=5\ (\text{cm})$ … 1단계

△DFC에서 $\overline{DF}^2=13^2-5^2=144$

$\therefore \overline{DF}=12\ (\text{cm})$ … 2단계

$\overline{BF}=\overline{BC}-\overline{FC}=21-5=16\ (\text{cm})$이므로 △DBF에서

$\overline{BD}^2=16^2+12^2=400$ $\therefore \overline{BD}=20\ (\text{cm})$ … 3단계

답 20 cm

단계	채점 요소	비율
1	$\overline{BE}$, $\overline{FC}$의 길이 구하기	20 %
2	$\overline{DF}$의 길이 구하기	40 %
3	$\overline{BD}$의 길이 구하기	40 %

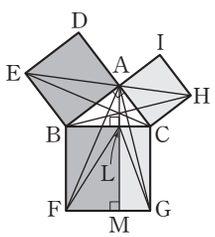
유형 109 피타고라스 정리의 증명 ; 유클리드의 방법 본책 139쪽

(1) △EBA=△EBC=△ABF
=△LBF

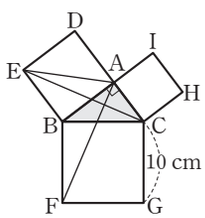
(2) △HAC=△HBC=△AGC
=△LGC

(3) □ADEB=□BFML
□ACHI=□LMGC

(4) □ADEB+□ACHI=□BFGC
➡ $\overline{AB}^2+\overline{AC}^2=\overline{BC}^2$



640 오른쪽 그림과 같이 $\overline{EA}$, $\overline{EC}$를 그으면 △EBC와 △ABF에서



$\overline{EB}=\overline{AB}$, $\overline{BC}=\overline{BF}$,

$\angle EBC=90^\circ+\angle ABC=\angle ABF$

이므로 △EBC≡△ABF (SAS 합동)

$\therefore$ △EBC=△ABF=32 (cm^2)

또 $\overline{DC}/\!/\overline{EB}$이므로

△EBA=△EBC=32 (cm^2)

따라서 □ADEB=2△EBA=2×32=64 (cm^2)이므로

$\overline{AB}=8\ (\text{cm})$

△ABC에서 $\overline{AC}^2=10^2-8^2=36$

$\therefore \overline{AC}=6\ (\text{cm})$

$\therefore$ △ABC=$\frac{1}{2}\times8\times6=24\ (\text{cm}^2)$

답 24 cm^2

641 ① △EAB≡△CAF (SAS 합동)이므로

$\overline{BE}=\overline{FC}$

② $\triangle CAF=\triangle EAB=\triangle EAC=\frac{1}{2}\square EACD$

$=\frac{1}{2}\times 12^2=72\ (\text{cm}^2)$

③ $\square LMGB=2\triangle LGB=2\triangle CGB=2\triangle HAB$

$=2\triangle HCB=\square CBHI=9^2=81\ (\text{cm}^2)$

④ $\triangle ABC$에서 $\overline{AB}^2=12^2+9^2=225$

$\therefore \overline{AB}=15\ (\text{cm})$

$\therefore \triangle AMB=\frac{1}{2}\square AFGB=\frac{1}{2}\times 15^2=\frac{225}{2}\ (\text{cm}^2)$

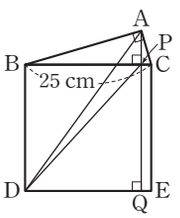
⑤ $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times 12\times 9=54\ (\text{cm}^2)$,

$\frac{1}{2}\square AFGB=\frac{225}{2}\ (\text{cm}^2)$

이므로 $\triangle ABC\neq\frac{1}{2}\square AFGB$

따라서 옳지 않은 것은 ③, ⑤이다. 답 ③, ⑤

642 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$, $\overline{DE}$에 내린 수선의 발을 각각 P, Q라 하고 $\overline{DP}$를 그으면



$\triangle PBD=\triangle ABD=288\ (\text{cm}^2)$

$\therefore \square BDQP=2\triangle PBD$

$=2\times 288=576\ (\text{cm}^2)$

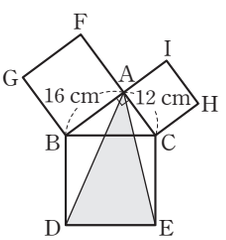
$\therefore \square PQEC=\square BDEC-\square BDQP$

$=25^2-576=49\ (\text{cm}^2)$

이때 $\square PQEC$의 넓이는 $\overline{AC}$를 한 변으로 하는 정사각형의 넓이와 같으므로

$\overline{AC}^2=49$ $\therefore \overline{AC}=7\ (\text{cm})$ 답 7 cm

643 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$를 각각 한 변으로 하는 두 정사각형을 그리면



$\triangle ABD=\triangle GBC=\triangle GBA$

$=\frac{1}{2}\square GBAF$

$=\frac{1}{2}\times 16^2=128\ (\text{cm}^2)$ … 1단계

$\triangle AEC=\triangle HBC=\triangle HAC$

$=\frac{1}{2}\square ACHI$

$=\frac{1}{2}\times 12^2=72\ (\text{cm}^2)$ … 2단계

$\triangle ABC$에서 $\overline{BC}^2=16^2+12^2=400$이므로

$\overline{BC}=20\ (\text{cm})$

이때 오각형 ABDEC의 넓이는

$\triangle ABC+\square BDEC=\frac{1}{2}\times 16\times 12+20^2$

$=496\ (\text{cm}^2)$ … 3단계

$\therefore \triangle ADE=$(오각형 ABDEC의 넓이)$-\triangle ABD-\triangle AEC$

$=496-128-72=296\ (\text{cm}^2)$ … 4단계

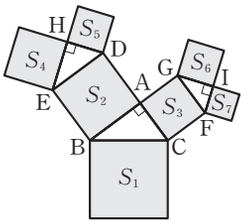
답 296 cm^2

단계	채점 요소	비율
1	$\triangle ABD$의 넓이 구하기	20 %
2	$\triangle AEC$의 넓이 구하기	20 %
3	오각형 ABDEC의 넓이 구하기	30 %
4	$\triangle ADE$의 넓이 구하기	30 %

644 $\triangle ABC$에서 $\overline{BC}^2=8^2+6^2=100$

$\therefore \overline{BC}=10\ (\text{cm})$

오른쪽 그림과 같이 색칠한 정사각형의 넓이를 각각 S_1, S_2, …, S_7이라 하자.



이때 $S_2+S_3=S_1$, $S_4+S_5=S_2$, $S_6+S_7=S_3$이므로 색칠한 부분의 넓이는

$S_1+S_2+S_3+S_4+S_5+S_6+S_7$

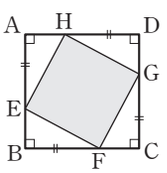
$=S_1+S_1+S_2+S_3=S_1+S_1+S_1$

$=3S_1=3\times 10^2=300\ (\text{cm}^2)$ 답 300 cm^2

유형 110 피타고라스 정리의 증명 ; 피타고라스의 방법 본책 140쪽

정사각형 ABCD에서

$\overline{AE}=\overline{BF}=\overline{CG}=\overline{DH}$일 때



① $\triangle AEH\equiv\triangle BFE\equiv\triangle CGF$

$\equiv\triangle DHG$ (SAS 합동)

② $\square EFGH$는 정사각형이다.

645 $\triangle AFE\equiv\triangle BGF\equiv\triangle CHG\equiv\triangle DEH$ (SAS 합동)이므로 $\square EFGH$는 정사각형이다.

$\overline{ED}=\overline{AD}-\overline{AE}=15-6=9\ (\text{cm})$이므로 $\triangle EHD$에서

$\overline{EH}^2=9^2+6^2=117$

$\therefore \square EFGH=\overline{EH}^2=117\ (\text{cm}^2)$ 답 117 cm^2

646 $\triangle AEH\equiv\triangle BFE\equiv\triangle CGF\equiv\triangle DHG$ (SAS 합동)이므로 $\square EFGH$는 정사각형이다.

$\square EFGH$의 둘레의 길이가 60 cm이므로

$4\overline{EH}=60$ $\therefore \overline{EH}=15\ (\text{cm})$

$\triangle AEH$에서 $\overline{AH}^2=15^2-12^2=81$

$\therefore \overline{AH}=9\ (\text{cm})$

따라서 $\square ABCD$의 한 변의 길이가 $9+12=21\ (\text{cm})$이므로

$\square ABCD=21^2=441\ (\text{cm}^2)$ 답 ④

647 $\triangle AEH\equiv\triangle DHG$ (RHA 합동)이므로

$\overline{AE}=\overline{DH}=7\ (\text{cm})$

$\triangle AEH$에서 $\overline{EH}^2=24^2+7^2=625$

$\therefore \overline{EH}=25\ (\text{cm})$ … 1단계

$\therefore \overline{HL}=\overline{EH}-\overline{EL}=25-15=10\,(\text{cm})$

$\triangle EIL \equiv \triangle HLK$ (RHA 합동)이므로

$\overline{EI}=\overline{HL}=10\,(\text{cm})$

$\triangle EIL$에서 $\overline{LI}^2=15^2+10^2=325$

$\therefore \square IJKL=\overline{LI}^2=325\,(\text{cm}^2)$ … 2단계

답 $325\,\text{cm}^2$

단계	채점 요소	비율
1	□EFGH의 한 변의 길이 구하기	40 %
2	□IJKL의 넓이 구하기	60 %

유형 111 피타고라스 정리의 응용

본책 140쪽

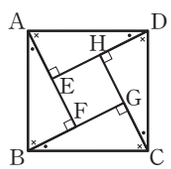
4개의 직각삼각형이 모두 합동일 때

➜ □ABCD, □EFGH는 정사각형이다.

➜ $\overline{EF}=\overline{FG}=\overline{GH}=\overline{HE}$

$=\overline{AF}-\overline{AE}$

$=\overline{AF}-\overline{BF}$



648 네 직각삼각형 ABF, BCG, CDH, DAE가 모두 합동이므로 □EFGH는 정사각형이다.

$\triangle AED$에서 $\overline{ED}^2=26^2-10^2=576$

$\therefore \overline{ED}=24\,(\text{cm})$

$\overline{DH}=\overline{AE}=10\,(\text{cm})$이므로

$\overline{EH}=\overline{ED}-\overline{DH}=24-10=14\,(\text{cm})$

$\therefore$ (□EFGH의 둘레의 길이)

$=4\times14=56\,(\text{cm})$

답 56 cm

649 네 직각삼각형 ABE, BCF, CDG, DAH가 모두 합동이므로 □ABCD, □EFGH는 모두 정사각형이다.

□EFGH의 넓이가 $36\,\text{cm}^2$이므로

$\overline{EH}^2=36$ $\therefore \overline{EH}=6\,(\text{cm})$

$\overline{AE}=\overline{AH}-\overline{EH}=12-6=6\,(\text{cm})$이고 $\overline{DH}=\overline{AE}=6\,(\text{cm})$이므로 $\triangle AHD$에서

$\overline{AD}^2=12^2+6^2=180$

$\therefore \square ABCD=\overline{AD}^2=180\,(\text{cm}^2)$

답 $180\,\text{cm}^2$

650 네 직각삼각형 ABE, BCF, CDG, DAH가 모두 합동이므로 □ABCD, □EFGH는 모두 정사각형이다.

$\overline{EH}=a$라 하면 $\overline{AE}=2a$, $\overline{BE}=3a$이므로 $\triangle ABE$에서

$\overline{AB}^2=(2a)^2+(3a)^2=13a^2$

따라서 $\square ABCD=\overline{AB}^2=13a^2$, $\square EFGH=\overline{EH}^2=a^2$이므로 □ABCD와 □EFGH의 넓이의 비는

$13a^2 : a^2=13 : 1$

답 ⑤

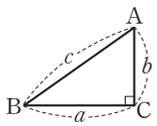
유형 112 직각삼각형이 되기 위한 조건

본책 141쪽

세 변의 길이가 각각 a, b, c인 $\triangle ABC$에서

$a^2+b^2=c^2$

이면 이 삼각형은 빗변의 길이가 c인 직각삼각형이다.



651 ① $3^2+5^2\neq6^2$이므로 직각삼각형이 아니다.

② $6^2+8^2=10^2$이므로 직각삼각형이다.

③ $7^2+24^2=25^2$이므로 직각삼각형이다.

④ $8^2+12^2\neq15^2$이므로 직각삼각형이 아니다.

⑤ $12^2+15^2\neq20^2$이므로 직각삼각형이 아니다.

따라서 직각삼각형인 것은 ②, ③이다.

답 ②, ③

652 (i) 가장 긴 빨대의 길이가 9 cm일 때,

$5^2+x^2=9^2$ $\therefore x^2=56$

(ii) 가장 긴 빨대의 길이가 x cm일 때,

$5^2+9^2=x^2$ $\therefore x^2=106$

(i), (ii)에서 가능한 모든 x^2의 값의 합은

$56+106=162$

답 162

653 $18^2+24^2=30^2$이므로 주어진 삼각형은 직각을 낀 두 변의 길이가 18, 24이고 빗변의 길이가 30인 직각삼각형이다. … 1단계

따라서 구하는 삼각형의 넓이는 $\frac{1}{2}\times18\times24=216$ … 2단계

답 216

단계	채점 요소	비율
1	주어진 삼각형의 종류 알기	50 %
2	삼각형의 넓이 구하기	50 %

유형 113 삼각형의 변의 길이와 각의 크기 사이의 관계

본책 141쪽

$\triangle ABC$에서 $\overline{AB}=c$, $\overline{BC}=a$, $\overline{CA}=b$이고 c가 가장 긴 변의 길이일 때

(1) $c^2<a^2+b^2$이면 $\angle C<90^\circ$ (예각삼각형)

(2) $c^2=a^2+b^2$이면 $\angle C=90^\circ$ (직각삼각형)

(3) $c^2>a^2+b^2$이면 $\angle C>90^\circ$ (둔각삼각형)

654 ① $3^2+7^2<9^2$이므로 둔각삼각형이다.

② $4^2+6^2>7^2$이므로 예각삼각형이다.

③ $8^2+15^2=17^2$이므로 직각삼각형이다.

④ $9^2+9^2<13^2$이므로 둔각삼각형이다.

⑤ $10^2+12^2>15^2$이므로 예각삼각형이다.

따라서 삼각형의 종류가 바르게 연결된 것은 ④이다.

답 ④

655 $7^2+8^2<12^2$, 즉 $\overline{AB}^2+\overline{BC}^2<\overline{CA}^2$이므로 $\triangle ABC$는 $\angle B>90^\circ$인 둔각삼각형이다. 답 ④

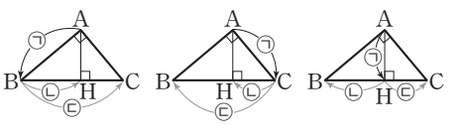
656 $90^\circ<\angle B<180^\circ$이므로 가장 긴 변의 길이가 x이다.
삼각형이 되기 위한 조건에 의하여
$8<x<5+8$ $\therefore 8<x<13$ …… ㉠
둔각삼각형이 되려면 $x^2>5^2+8^2$
$\therefore x^2>89$ …… ㉡
㉠, ㉡을 모두 만족시키는 자연수 x는 10, 11, 12이므로 구하는 합은 $10+11+12=33$ 답 ②

657 삼각형이 되기 위한 조건에 의하여
$12-9<a<12+9$ $\therefore 3<a<21$ …… ㉠ … 1단계
(i) $a\geq12$일 때,
둔각삼각형이 되려면 $a^2>9^2+12^2$
$\therefore a^2>225$ …… ㉡
㉠, ㉡을 모두 만족시키는 자연수 a는
16, 17, 18, 19, 20 … 2단계
(ii) $a<12$일 때,
둔각삼각형이 되려면 $12^2>9^2+a^2$
$\therefore a^2<63$ …… ㉢
㉠, ㉢을 모두 만족시키는 자연수 a는
4, 5, 6, 7 … 3단계
(i), (ii)에서 자연수 a의 개수는
$5+4=9$ … 4단계
답 9

단계	채점 요소	비율
1	삼각형이 되기 위한 조건 알기	30 %
2	$a\geq12$일 때 둔각삼각형이 되기 위한 자연수 a 구하기	30 %
3	$a<12$일 때 둔각삼각형이 되기 위한 자연수 a 구하기	30 %
4	자연수 a의 개수 구하기	10 %

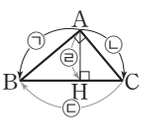
유형 114 직각삼각형의 닮음과 피타고라스 정리 본책 142쪽

$\angle A=90^\circ$인 직각삼각형 ABC의 꼭짓점 A에서 빗변 BC에 내린 수선의 발을 H라 하면 다음이 성립함을 이용한다.



➜ 직각삼각형의 닮음에 의하여
㉠ : ㉡ = ㉢ : ㉠ $\therefore$ ㉠^{2} = ㉡ × ㉢

참고 직각삼각형 ABC의 넓이에 의하여
㉠ × ㉡ = ㉢ × ㉣



658 $\triangle ABH$에서 $\overline{AH}^2=10^2-8^2=36$
$\therefore \overline{AH}=6$ (cm)
$\overline{AH}^2=\overline{BH}\times\overline{CH}$이므로 $6^2=8\times\overline{CH}$
$\therefore \overline{CH}=\frac{9}{2}$ (cm)
$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times\left(8+\frac{9}{2}\right)\times6=\frac{75}{2}$ (cm^2) 답 ④

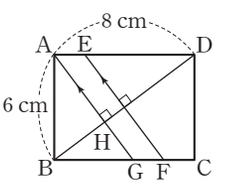
659 ③ (다) c^2
따라서 옳지 않은 것은 ③이다. 답 ③

660 일차방정식 $3x+4y-24=0$의 그래프에서 x절편은 8, y절편은 6이므로 $\overline{OA}=8$, $\overline{OB}=6$
$\triangle OAB$에서 $\overline{AB}^2=8^2+6^2=100$
$\therefore \overline{AB}=10$
$\overline{OA}\times\overline{OB}=\overline{AB}\times\overline{OH}$이므로
$8\times6=10\times\overline{OH}$ $\therefore \overline{OH}=\frac{24}{5}$ 답 $\frac{24}{5}$

661 $\triangle ABC$에서 $\overline{BC}^2=4^2+3^2=25$
$\therefore \overline{BC}=5$ (cm)
직각삼각형에서 빗변의 중점은 외심과 일치하므로
$\overline{AM}=\overline{BM}=\overline{CM}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\times5=\frac{5}{2}$ (cm)
$\overline{AC}^2=\overline{CH}\times\overline{CB}$이므로 $3^2=\overline{CH}\times5$
$\therefore \overline{CH}=\frac{9}{5}$ (cm)
$\therefore \overline{MH}=\overline{CM}-\overline{CH}=\frac{5}{2}-\frac{9}{5}=\frac{7}{10}$ (cm) 답 $\frac{7}{10}$ cm

662 $\triangle ABE$에서 $\overline{BE}^2=15^2-12^2=81$
$\therefore \overline{BE}=9$ (cm)
$\overline{AB}^2=\overline{BE}\times\overline{BD}$이므로 $15^2=9\times\overline{BD}$
$\therefore \overline{BD}=25$ (cm)
이때 $\triangle ABE\equiv\triangle CDF$ (RHA 합동)이므로
$\overline{DF}=\overline{BE}=9$ (cm)
$\therefore \overline{EF}=\overline{BD}-2\overline{BE}=25-2\times9=7$ (cm)
$\overline{AE}/\!/\overline{FC}$, $\overline{AE}=\overline{FC}$이므로 □AECF는 평행사변형이다.
$\therefore$ □AECF $=12\times7=84$ (cm^2) 답 84 cm^2

663 $\triangle ABD$에서 $\overline{BD}^2=6^2+8^2=100$
$\therefore \overline{BD}=10$ (cm)
오른쪽 그림과 같이 점 A를 지나고 $\overline{EF}$와 평행한 직선을 그어 $\overline{BC}$, $\overline{BD}$와 만나는 점을 각각 G, H라 하면 $\triangle ABD$에서
$\overline{AB}\times\overline{AD}=\overline{BD}\times\overline{AH}$이므로
$6\times8=10\times\overline{AH}$
$\therefore \overline{AH}=\frac{24}{5}$ (cm)



$\triangle ABG$에서 $\overline{AB}^2=\overline{AH}\times\overline{AG}$이므로
$6^2=\frac{24}{5}\times\overline{AG}$ $\therefore \overline{AG}=\frac{15}{2}$ (cm)

$\overline{AG}/\!/\overline{EF}$, $\overline{AE}/\!/\overline{GF}$이므로 □AGFE는 평행사변형이다.

$\therefore \overline{EF}=\overline{AG}=\frac{15}{2}$ (cm) 답 ③

다른 풀이 △ABD와 △BGA에서

$\angle DAB=\angle ABG=90^\circ$,

$\angle ABD=90^\circ-\angle HBG=\angle BGA$

이므로 △ABD∽△BGA (AA 닮음)

$\overline{AD}:\overline{BA}=\overline{DB}:\overline{AG}$이므로

$8:6=10:\overline{AG}$, $4:3=10:\overline{AG}$

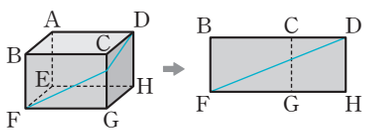
$4\overline{AG}=30$ $\therefore \overline{AG}=\frac{15}{2}$ (cm)

$\therefore \overline{EF}=\overline{AG}=\frac{15}{2}$ (cm)

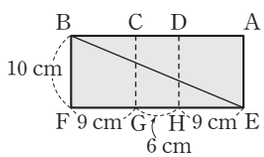
유형 115 입체도형에서의 최단 거리 본책 143쪽

입체도형에서의 최단 거리는 전개도를 이용하여 구한다.

예 꼭짓점 F에서 출발하여 겉면을 따라 모서리 CG를 지나 점 D에 이르는 최단 거리 구하기



664 오른쪽 그림의 전개도에서 구하는 최단 거리는 $\overline{BE}$의 길이이다.



$\overline{FE}=9+6+9=24$ (cm)이므로 △BFE에서

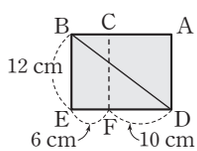
$\overline{BE}^2=24^2+10^2=676$ $\therefore \overline{BE}=26$ (cm)

따라서 구하는 최단 거리는 26 cm이다. 답 ④

665 △ABC에서 $\overline{BC}^2=10^2-8^2=36$

$\therefore \overline{BC}=6$ (cm)

오른쪽 그림의 전개도에서 구하는 최단 거리는 $\overline{BD}$의 길이이다.

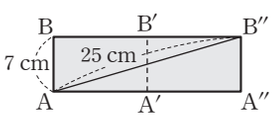


$\overline{ED}=6+10=16$ (cm)이므로 △BED에서

$\overline{BD}^2=16^2+12^2=400$ $\therefore \overline{BD}=20$ (cm)

따라서 구하는 최단 거리는 20 cm이다. 답 20 cm

666 오른쪽 그림의 전개도에서 $\overline{AB}=7$ cm, $\overline{AB''}=25$ cm이므로 △BAB″에서



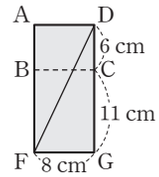
$\overline{BB''}^2=25^2-7^2=576$

$\therefore \overline{BB''}=24$ (cm)

$\overline{BB'}=\frac{1}{2}\overline{BB''}=\frac{1}{2}\times 24=12$ (cm)이므로 원기둥의 한 밑면의 둘레의 길이는 12 cm이다. 답 12 cm

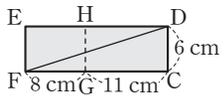
667 (i) $\overline{BC}$(또는 $\overline{EH}$)를 지나는 경우

$\overline{FD}^2=8^2+(6+11)^2=353$ … 1단계



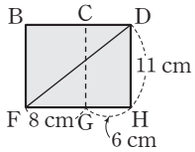
(ii) $\overline{GH}$(또는 $\overline{AB}$)를 지나는 경우

$\overline{FD}^2=(8+11)^2+6^2=397$ … 2단계



(iii) $\overline{CG}$(또는 $\overline{AE}$)를 지나는 경우

$\overline{FD}^2=(8+6)^2+11^2=317$ … 3단계



이상에서 $\overline{CG}$(또는 $\overline{AE}$)를 지날 때 $\overline{FD}^2$의 값이 가장 작으므로

$a^2=317$ … 4단계

답 317

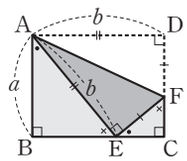
단계	채점 요소	비율
1	$\overline{BC}$ (또는 $\overline{EH}$)를 지나는 경우의 $\overline{FD}^2$의 값 구하기	30 %
2	$\overline{GH}$ (또는 $\overline{AB}$)를 지나는 경우의 $\overline{FD}^2$의 값 구하기	30 %
3	$\overline{CG}$ (또는 $\overline{AE}$)를 지나는 경우의 $\overline{FD}^2$의 값 구하기	30 %
4	a^2의 값 구하기	10 %

유형 116 피타고라스 정리; 종이접기 본책 143쪽

직사각형 모양의 종이 ABCD를 꼭짓점 D가 $\overline{BC}$ 위의 점 E에 오도록 접었을 때

① △ABE에서 $\overline{BE}^2=b^2-a^2$

② △ABE∽△ECF (AA 닮음)임을 이용한다.



668 $\overline{DE}=\overline{DA}=5$ (cm)이므로 △DEC에서

$\overline{EC}^2=5^2-4^2=9$ $\therefore \overline{EC}=3$ (cm)

$\therefore \overline{BE}=\overline{BC}-\overline{EC}=5-3=2$ (cm)

△FBE∽△ECD (AA 닮음)이므로

$\overline{FB}:\overline{EC}=\overline{BE}:\overline{CD}$

$\overline{FB}:3=2:4$, $\overline{FB}:3=1:2$

$2\overline{FB}=3$ $\therefore \overline{FB}=\frac{3}{2}$ (cm)

$\therefore$ △BEF $=\frac{1}{2}\times 2\times\frac{3}{2}=\frac{3}{2}$ (cm^2) 답 ①

669 $\overline{BC}=\overline{AD}=18$ (cm)이므로

$\overline{FC}=\overline{BC}-\overline{BF}=18-13=5$ (cm) … 1단계

$\overline{FG}=\overline{FC}=5$ (cm)이므로 △BGF에서

$\overline{BG}^2=13^2-5^2=144$ $\therefore \overline{BG}=12$ (cm) … 2단계

$\therefore \overline{AB}=\overline{DC}=\overline{BG}=12$ (cm) … 3단계

답 12 cm

단계	채점 요소	비율
1	$\overline{FC}$의 길이 구하기	40 %
2	$\overline{BG}$의 길이 구하기	40 %
3	$\overline{AB}$의 길이 구하기	20 %

670 $\overline{BE}=\overline{BC}=10$ (cm)이므로 $\triangle ABE$에서

$\overline{AE}^2=10^2-8^2=36$ $\therefore \overline{AE}=6$ (cm)

$\therefore \overline{ED}=\overline{AD}-\overline{AE}=10-6=4$ (cm)

$\triangle ABE \backsim \triangle HED$ (AA 닮음)이므로

$\overline{BA}:\overline{EH}=\overline{BE}:\overline{ED}$

$8:\overline{EH}=10:4$, $8:\overline{EH}=5:2$

$5\overline{EH}=16$ $\therefore \overline{EH}=\frac{16}{5}$ (cm) 답 $\frac{16}{5}$ cm

671 $\overline{FC}=\overline{FE}=5$ (cm)이므로

$\overline{BF}=\overline{BC}-\overline{FC}=9-5=4$ (cm)

$\triangle EBF$에서 $\overline{BE}^2=5^2-4^2=9$ $\therefore \overline{BE}=3$ (cm)

$\therefore \overline{AE}=\overline{AB}-\overline{BE}=9-3=6$ (cm)

$\triangle AEH \backsim \triangle BFE$ (AA 닮음)이므로

$\overline{AE}:\overline{BF}=\overline{AH}:\overline{BE}$

$6:4=\overline{AH}:3$, $3:2=\overline{AH}:3$

$2\overline{AH}=9$ $\therefore \overline{AH}=\frac{9}{2}$ (cm)

또 $\overline{AE}:\overline{BF}=\overline{EH}:\overline{FE}$이므로

$6:4=\overline{EH}:5$, $3:2=\overline{EH}:5$

$2\overline{EH}=15$ $\therefore \overline{EH}=\frac{15}{2}$ (cm)

$\overline{EI}=\overline{CD}=9$ (cm)이므로

$\overline{HI}=\overline{EI}-\overline{EH}=9-\frac{15}{2}=\frac{3}{2}$ (cm)

$\triangle AEH \backsim \triangle IGH$ (AA 닮음)이므로

$\overline{AH}:\overline{IH}=\overline{AE}:\overline{IG}$

$\frac{9}{2}:\frac{3}{2}=6:\overline{IG}$, $3:1=6:\overline{IG}$

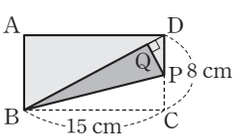
$3\overline{IG}=6$ $\therefore \overline{IG}=2$ (cm)

$\therefore \triangle IHG=\frac{1}{2}\times\frac{3}{2}\times 2=\frac{3}{2}$ (cm^2) 답 $\frac{3}{2}$ cm^2

672 $\triangle BCD$에서 $\overline{BD}^2=15^2+8^2=289$

$\therefore \overline{BD}=17$ (cm)

오른쪽 그림과 같이 점 C가 $\overline{BD}$와 만나는 점을 Q라 하면



$\triangle ABD \backsim \triangle QDP$ (AA 닮음)

이때 $\overline{DP}=a$ cm라 하면

$\overline{PQ}=\overline{PC}=8-a$ (cm)이고

$\overline{AD}:\overline{QP}=\overline{BD}:\overline{DP}$이므로

$15:(8-a)=17:a$, $15a=17(8-a)$

$\therefore a=\frac{17}{4}$

따라서 $\overline{DP}$의 길이는 $\frac{17}{4}$ cm이다. 답 $\frac{17}{4}$ cm

참고 $\overline{AB}/\!/\overline{DC}$이므로 $\angle ABD=\angle BDC$ (엇각)

따라서 $\triangle ABD$와 $\triangle QDP$에서

$\angle A=\angle Q=90^\circ$, $\angle ABD=\angle QDP$

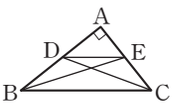
이므로 $\triangle ABD \backsim \triangle QDP$ (AA 닮음)

유형 117 피타고라스 정리를 이용한 직각삼각형의 성질

본책 144쪽

$\angle A=90^\circ$인 직각삼각형 ABC에서 두 점 D, E가 각각 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 위에 있을 때

$\overline{DE}^2+\overline{BC}^2=\overline{BE}^2+\overline{CD}^2$



673 $\overline{AB}^2+\overline{ED}^2=\overline{AD}^2+\overline{BE}^2$이므로

$20^2+8^2=13^2+\overline{BE}^2$

$\therefore \overline{BE}^2=295$ 답 295

674 $\triangle ABC$에서 $\overline{AD}=\overline{DB}$, $\overline{AE}=\overline{EC}$이므로

$\overline{BC}=2\overline{DE}$

이때 $\overline{DE}^2+\overline{BC}^2=\overline{BE}^2+\overline{CD}^2$이므로

$\overline{DE}^2+4\overline{DE}^2=7^2+11^2$, $5\overline{DE}^2=170$

$\therefore \overline{DE}^2=34$ 답 ②

675 $\triangle ABE$에서 $\overline{DF}/\!/\overline{BE}$이므로

$\overline{AD}:\overline{DB}=\overline{AF}:\overline{FE}=2:1$ … 1단계

$\triangle ABC$에서 $\overline{DE}/\!/\overline{BC}$이므로

$\overline{DE}:\overline{BC}=\overline{AD}:\overline{AB}$

$\overline{DE}:6=2:(2+1)$

$3\overline{DE}=12$ $\therefore \overline{DE}=4$ … 2단계

$\therefore \overline{BE}^2+\overline{CD}^2=\overline{DE}^2+\overline{BC}^2$

$=4^2+6^2=52$ … 3단계

답 52

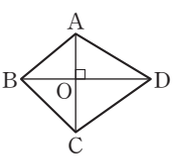
단계	채점 요소	비율
1	$\overline{AD}:\overline{DB}$ 구하기	40 %
2	$\overline{DE}$의 길이 구하기	40 %
3	$\overline{BE}^2+\overline{CD}^2$의 값 구하기	20 %

유형 118 피타고라스 정리를 이용한 사각형의 성질; 두 대각선이 직교하는 사각형

본책 145쪽

□ABCD에서 두 대각선이 직교할 때, 즉 $\overline{AC}\perp\overline{BD}$일 때

$\overline{AB}^2+\overline{CD}^2=\overline{AD}^2+\overline{BC}^2$



676 $\overline{AB}^2+\overline{CD}^2=\overline{AD}^2+\overline{BC}^2$이므로

$x^2+7^2=5^2+8^2$ $\therefore x^2=40$

답 ②

677 △OBC에서 $\overline{BC}^2=4^2+4^2=32$

$\overline{AB}^2+\overline{CD}^2=\overline{AD}^2+\overline{BC}^2$이고 $\overline{AB}=\overline{CD}$이므로

$2\overline{AB}^2=8+32$ $\therefore \overline{AB}^2=20$

답 ②

678 $\overline{AB}^2+\overline{CD}^2=\overline{AD}^2+\overline{BC}^2$이므로

$8^2+10^2=\overline{AD}^2+12^2$ $\therefore \overline{AD}^2=20$

△AOD에서 $\overline{AO}^2=20-4^2=4$

$\therefore \overline{AO}=2\,(\text{cm})$

$\therefore \triangle AOD=\frac{1}{2}\times 2\times 4=4\,(\text{cm}^2)$

답 4 cm^2

679 □DBCE에서 $\overline{DB}^2+\overline{EC}^2=\overline{DE}^2+\overline{BC}^2$이므로

$9^2+13^2=\overline{DE}^2+15^2$, $\overline{DE}^2=25$

$\therefore \overline{DE}=5$ … 1단계

$\overline{BC}/\!/\overline{DE}$이므로 △ADE∽△ABC (AA 닮음)

$\overline{AD}:(\overline{AD}+9)=5:15$에서 $\overline{AD}:(\overline{AD}+9)=1:3$

$3\overline{AD}=\overline{AD}+9$ $\therefore \overline{AD}=\frac{9}{2}$ … 2단계

또 $\overline{AE}:(\overline{AE}+13)=5:15$에서 $\overline{AE}:(\overline{AE}+13)=1:3$

$3\overline{AE}=\overline{AE}+13$ $\therefore \overline{AE}=\frac{13}{2}$ … 3단계

$\therefore$ (△ADE의 둘레의 길이)

$=\frac{9}{2}+5+\frac{13}{2}=16$ … 4단계

답 16

단계	채점 요소	비율
1	$\overline{DE}$의 길이 구하기	30 %
2	$\overline{AD}$의 길이 구하기	30 %
3	$\overline{AE}$의 길이 구하기	30 %
4	△ADE의 둘레의 길이 구하기	10 %

681 △ABC에서 $\overline{AC}^2=12^2+16^2=400$

$\therefore \overline{AC}=20$

이때 $\overline{AP}:\overline{PC}=3:7$이므로

$\overline{AP}=\frac{3}{10}\overline{AC}=\frac{3}{10}\times 20=6$,

$\overline{PC}=\frac{7}{10}\overline{AC}=\frac{7}{10}\times 20=14$

$\therefore \overline{BP}^2+\overline{DP}^2=\overline{AP}^2+\overline{PC}^2$

$=6^2+14^2=232$

답 ④

682 P 지점에서 B 지점까지 시속 6 km의 일정한 속력으로 걸으면 50분, 즉 $\frac{5}{6}$시간이 걸리므로

$\overline{BP}=6\times\frac{5}{6}=5\,(\text{km})$

이때 $\overline{AP}^2+\overline{CP}^2=\overline{BP}^2+\overline{DP}^2$이므로

$\overline{AP}^2+11^2=5^2+14^2$, $\overline{AP}^2=100$

$\therefore \overline{AP}=10\,(\text{km})$

따라서 P 지점에서 A 지점까지의 거리는 10 km이다.

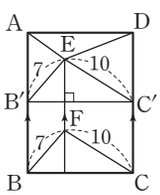
답 10 km

683 오른쪽 그림과 같이 △BCF를 △B′C′E로 평행이동하면 □AB′C′D는 직사각형이므로

$\overline{AE}^2+\overline{C'E}^2=\overline{B'E}^2+\overline{DE}^2$

$\overline{AE}^2+10^2=7^2+\overline{DE}^2$

$\therefore \overline{DE}^2-\overline{AE}^2=100-49=51$



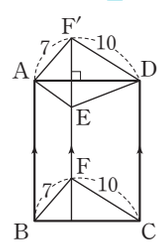
답 51

다른 풀이 오른쪽 그림과 같이 △BCF를 △ADF′으로 평행이동하면 □AEDF′에서 두 대각선이 직교하므로

$\overline{AF'}^2+\overline{DE}^2=\overline{AE}^2+\overline{F'D}^2$

$7^2+\overline{DE}^2=\overline{AE}^2+10^2$

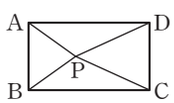
$\therefore \overline{DE}^2-\overline{AE}^2=100-49=51$



유형 119 피타고라스 정리를 이용한 사각형의 성질; 직사각형 내부의 한 점 본책 145쪽

직사각형 ABCD의 내부에 있는 점 P에 대하여

$\overline{AP}^2+\overline{CP}^2=\overline{BP}^2+\overline{DP}^2$



680 △PCD에서 $\overline{PD}^2=5^2-4^2=9$

$\therefore \overline{PD}=3$

$\overline{AP}^2+\overline{CP}^2=\overline{BP}^2+\overline{DP}^2$이므로

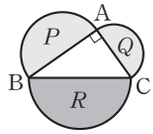
$\overline{AP}^2+4^2=6^2+3^2$ $\therefore \overline{AP}^2=29$

답 29

유형 120 직각삼각형에서 세 반원 사이의 관계 본책 146쪽

∠A=90°인 직각삼각형 ABC에서 세 변 AB, AC, BC를 각각 지름으로 하는 세 반원의 넓이를 각각 P, Q, R라 할 때,

$P+Q=R$



684 색칠한 부분의 넓이는 지름의 길이가 16 cm인 반원의 넓이와 같으므로

$\frac{1}{2}\times\pi\times 8^2=32\pi\,(\text{cm}^2)$

답 $32\pi\text{ cm}^2$

685 $\overline{AC}$를 지름으로 하는 반원의 넓이는

$\frac{1}{2}\times\pi\times4^2=8\pi\ (\text{cm}^2)$

따라서 $\overline{BC}$를 지름으로 하는 반원의 넓이는

$32\pi-8\pi=24\pi\ (\text{cm}^2)$ 답 $24\pi\ \text{cm}^2$

686 $\triangle ABC$에서 $\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA}=60$이므로

$\overline{BC}=60\times\frac{13}{5+13+12}=26$ … 1단계

이때 $S_1+S_2=S_3$이므로

$S_1+S_2=\frac{1}{2}\times\pi\times13^2=\frac{169}{2}\pi$ … 2단계

답 $\frac{169}{2}\pi$

단계	채점 요소	비율
1	$\overline{BC}$의 길이 구하기	50 %
2	S_1+S_2의 값 구하기	50 %

687 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{AC}$를 각각 지름으로 하는 세 반원의 넓이를 각각 P, Q, R라 하면 $P=Q+R$이므로 색칠한 부분의 넓이는

$P+R+\triangle ABC-Q=(Q+R)+R+\triangle ABC-Q$

$=2R+\triangle ABC$

$=2\times\left(\frac{1}{2}\times\pi\times4^2\right)+\frac{1}{2}\times14\times8$

$=16\pi+56\ (\text{cm}^2)$

답 $(16\pi+56)\ \text{cm}^2$

688 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$를 각각 한 변으로 하는 두 정사각형의 넓이의 합은 $\overline{BC}$를 한 변으로 하는 정사각형의 넓이와 같다.

또 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$를 각각 지름으로 하는 두 반원의 넓이의 합은 $\overline{BC}$를 지름으로 하는 반원의 넓이와 같다.

따라서 색칠한 부분의 넓이는

($\overline{BC}$를 한 변으로 하는 정사각형의 넓이)

$-$($\overline{BC}$를 지름으로 하는 반원의 넓이)

$=12^2-\frac{1}{2}\times\pi\times6^2$

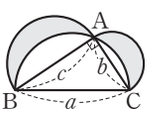
$=144-18\pi$ 답 $144-18\pi$

유형 121 히포크라테스의 원의 넓이 본책 147쪽

$\angle A=90^\circ$인 직각삼각형 ABC의 세 변을 각각 지름으로 하는 세 반원을 그렸을 때

(색칠한 부분의 넓이)$=\triangle ABC$

$=\frac{1}{2}bc$



689 (색칠한 부분의 넓이)$=\triangle ABC$

$=\frac{1}{2}\times\overline{AB}\times24=84\ (\text{cm}^2)$

이므로 $\overline{AB}=7\ (\text{cm})$

$\overline{BC}^2=7^2+24^2=625$이므로 $\overline{BC}=25\ (\text{cm})$ 답 25 cm

690 $\triangle ABC$에서 $\overline{AB}^2+\overline{AC}^2=12^2$

$\overline{AB}=\overline{AC}$이므로 $2\overline{AB}^2=12^2$ $\therefore\ \overline{AB}^2=72$

$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)$=\triangle ABC=\frac{1}{2}\times\overline{AB}^2$

$=\frac{1}{2}\times72=36\ (\text{cm}^2)$ 답 $36\ \text{cm}^2$

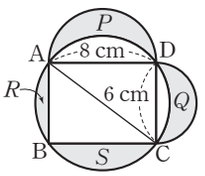
691 $\triangle ACD$에서 $\overline{AC}^2=8^2+6^2=100$

$\therefore\ \overline{AC}=10\ (\text{cm})$

오른쪽 그림과 같이 색칠한 부분의 넓이를 각각 P, Q, R, S라 하면

$P+Q=\triangle ACD$

$=\frac{1}{2}\times8\times6=24\ (\text{cm}^2)$



또

$R+S=$($\overline{AC}$를 지름으로 하는 반원의 넓이)$-\triangle ABC$

$=\frac{1}{2}\times\pi\times5^2-24$

$=\frac{25}{2}\pi-24\ (\text{cm}^2)$

$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)$=P+Q+R+S$

$=24+\left(\frac{25}{2}\pi-24\right)$

$=\frac{25}{2}\pi\ (\text{cm}^2)$ 답 $\frac{25}{2}\pi\ \text{cm}^2$

다른 풀이 $P+Q=\triangle ACD=\triangle ABC$이므로

(색칠한 부분의 넓이)

$=R+S+\triangle ABC$

$=$($\overline{AC}$를 지름으로 하는 반원의 넓이)

$=\frac{1}{2}\times\pi\times5^2=\frac{25}{2}\pi\ (\text{cm}^2)$

692 $\triangle ABC$의 외심 O가 $\overline{BC}$의 중점이므로 $\triangle ABC$는 $\angle BAC=90^\circ$인 직각삼각형이다. … 1단계

색칠한 부분의 넓이는 $\triangle ABC$의 넓이와 같으므로

$\triangle ABC=24\pi$ … 2단계

이때 $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times24\times\overline{AH}$이므로

$\frac{1}{2}\times24\times\overline{AH}=24\pi$ $\therefore\ \overline{AH}=2\pi$ … 3단계

답 2π

단계	채점 요소	비율
1	$\triangle ABC$가 $\angle BAC=90^\circ$인 직각삼각형임을 알기	40 %
2	색칠한 부분의 넓이가 $\triangle ABC$의 넓이와 같음을 알기	40 %
3	$\overline{AH}$의 길이 구하기	20 %

만점 유형 도전하기

본책 148~149쪽

693 전략 최대공약수와 최소공배수의 관계를 이용하여 두 자연수 A, B의 값을 구하고, $C^2=A^2+B^2$ 또는 $C^2=B^2-A^2$임을 이용한다.

조건 (가)에서 A, B의 최대공약수가 2이므로

$A=2a$, $B=2b$ (a와 b는 서로소, $a<b$)라 하자.

조건 (나)에서 A, B의 최소공배수가 24이므로

$2ab=24$ $\therefore ab=12$

(i) $a=1$, $b=12$일 때,

$A=2$, $B=24$이므로

$C^2=2^2+24^2=580$ 또는 $C^2=24^2-2^2=572$

(ii) $a=3$, $b=4$일 때,

$A=6$, $B=8$이므로

$C^2=6^2+8^2=100$ 또는 $C^2=8^2-6^2=28$

(i), (ii)에서 모든 C^2의 값의 합은

$580+572+100+28=1280$ 답 1280

참고 $a=2$, $b=6$, 즉 $A=4$, $B=12$이면 두 수의 최대공약수는 4이므로 주어진 조건을 만족시키지 않는다.

694 전략 삼각형에서 각의 이등분선의 성질과 $\triangle AEH$가 $\overline{AE}=\overline{EH}$인 이등변삼각형임을 이용하여 $\overline{GC}$와 $\overline{CH}$의 길이를 구한다.

$\overline{AF}$는 $\angle EAD$의 이등분선이므로

$\overline{AE}:\overline{AD}=\overline{EF}:\overline{FD}=5:4$

$\overline{AE}=5k$, $\overline{AD}=4k$라 하면 $\overline{AB}=\overline{AD}=4k$

$\triangle ABE$에서 $\overline{BE}^2=(5k)^2-(4k)^2=9k^2$

$\therefore \overline{BE}=3k$

이때 $\overline{BC}=\overline{BE}+\overline{EC}$이므로 $4k=3k+2$

$\therefore k=2$

$\overline{AD}/\!/\overline{EH}$에서 $\angle DAH=\angle EHA$ (엇각)이므로

$\angle EAH=\angle EHA$

즉 $\triangle AEH$는 이등변삼각형이므로

$\overline{EH}=\overline{EA}=5k=5\times2=10$

이때 $\overline{CH}=\overline{EH}-\overline{EC}=10-2=8$이므로

$\overline{BH}=4k+8=4\times2+8=16$

$\triangle ABH$와 $\triangle GCH$에서

$\angle ABH=\angle GCH=90^\circ$, $\angle H$는 공통

이므로 $\triangle ABH\backsim\triangle GCH$ (AA 닮음)

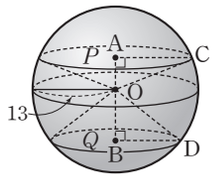
$\overline{AB}:\overline{GC}=\overline{BH}:\overline{CH}$이므로

$8:\overline{GC}=16:8$, $8:\overline{GC}=2:1$

$2\overline{GC}=8$ $\therefore \overline{GC}=4$

$\therefore \triangle CHG=\frac{1}{2}\times8\times4=16$ 답 16

695 전략 구와 단면의 반지름을 이용하여 직각삼각형을 만들고 피타고라스 정리를 이용하여 두 단면 P, Q의 넓이를 구한다.



오른쪽 그림과 같이 두 단면 P, Q의 중심을 각각 A, B라 하고 반지름을 각각 $\overline{AC}$, $\overline{BD}$라 하자.

두 단면 P, Q가 평행하고 $\overline{OA}$, $\overline{OB}$가 P, Q와 수직이므로 $\triangle OAC$, $\triangle OBD$는 모두 직각삼각형이다.

$\triangle OAC$에서 $\overline{AC}^2=13^2-5^2=144$

$\therefore$ (단면 P의 넓이)$=\pi\times\overline{AC}^2=144\pi$

즉 점 O를 꼭짓점으로 하고 단면 P를 밑면으로 하는 원뿔의 부피는

$\frac{1}{3}\times144\pi\times5=240\pi$

또 $\triangle OBD$에서 $\overline{BD}^2=13^2-8^2=105$

$\therefore$ (단면 Q의 넓이)$=\pi\times\overline{BD}^2=105\pi$

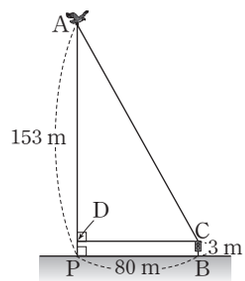
즉 점 O를 꼭짓점으로 하고 단면 Q를 밑면으로 하는 원뿔의 부피는

$\frac{1}{3}\times105\pi\times8=280\pi$

따라서 두 원뿔의 부피의 차는

$280\pi-240\pi=40\pi$ 답 40π

696 전략 각 위치를 점으로 나타내고 직각삼각형을 찾아 피타고라스 정리를 이용한다.



오른쪽 그림과 같이 새의 위치를 A, 신호등과 지면이 만나는 점을 B, 신호등 꼭대기를 C라 하자.

점 C에서 $\overline{AP}$에 내린 수선의 발을 D라 하면 $\overline{DP}=\overline{CB}=3$ (m)이므로

$\overline{AD}=\overline{AP}-\overline{DP}$

$=153-3=150$ (m)

$\overline{DC}=\overline{PB}=80$ (m)이므로 $\triangle ADC$에서

$\overline{AC}^2=150^2+80^2=28900$

$\therefore \overline{AC}=170$ (m)

따라서 새가 신호등 위에 앉을 때까지 걸리는 시간은

$\frac{170}{10}=17$ (초) 답 17초

697 전략 □PQRS, □A′B′C′D′이 정사각형임을 이용한다.

네 직각삼각형 APS, BQP, CRQ, DSR가 모두 합동이므로 □PQRS는 정사각형이다.

$\overline{AS}=x$ cm라 하면 $\overline{SD}=17-x$ (cm)

$\overline{A'S}=\overline{AS}$, $\overline{SD'}=\overline{SD}$이므로

$\overline{A'D'}=\overline{AS}-\overline{SD}=x-(17-x)=2x-17$ (cm)

네 직각삼각형 PQB′, QRC′, RSD′, SPA′이 모두 합동이므로 □A′B′C′D′은 정사각형이다.

□A′B′C′D′의 넓이가 49 cm²이므로 $\overline{A'D'}^2=49$

$\therefore \overline{A'D'}=7$ (cm)

즉 $2x-17=7$이므로 $2x=24$ $\therefore x=12$

$\overline{AS}=12$ cm, $\overline{AP}=\overline{SD}=5$ (cm)이므로 △APS에서

$\overline{PS}^2=12^2+5^2=169$

$\therefore$ □PQRS$=\overline{PS}^2=169$ (cm^2) 답 169 cm^2

698 전략 삼각형의 세 변의 길이가 a, b, c이고 가장 긴 변의 길이가 c이면 $a+b>c$이다. 이때 $a^2+b^2<c^2$이면 이 삼각형은 둔각삼각형이다.

삼각형의 가장 긴 변의 길이는 나머지 두 변의 길이의 합보다 작아야 하므로 삼각형이 만들어지는 세 변의 길이를 순서쌍으로 나타내면

(2, 3, 4), (2, 4, 5), (2, 5, 6), (3, 4, 5),

(3, 4, 6), (3, 5, 6), (4, 5, 6)

의 7가지이다.

$\therefore a=7$

이때 둔각삼각형이 되려면 가장 긴 변의 길이의 제곱이 나머지 두 변의 길이의 제곱의 합보다 커야 하므로

$2^2+3^2<4^2$, $2^2+4^2<5^2$, $2^2+5^2<6^2$,

$3^2+4^2<6^2$, $3^2+5^2<6^2$

의 5가지이다.

$\therefore b=5$

$\therefore a-b=7-5=2$ 답 2

699 전략 원뿔대의 옆면의 전개도를 그려 선이 지나는 최단 거리를 나타내어 본다.

오른쪽 그림에서

$\overline{OA}:\overline{OB}=\overline{AP}:\overline{BQ}=4:8=1:2$

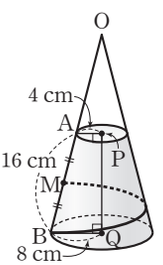
이므로

$\overline{OA}:(\overline{OA}+16)=1:2$

$2\overline{OA}=\overline{OA}+16$

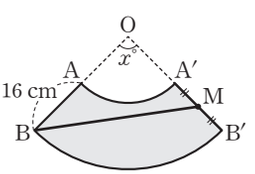
$\therefore \overline{OA}=16$ (cm),

$\overline{OB}=16+16=32$ (cm)



오른쪽 그림의 전개도에서 구하는 최단 거리는 $\overline{BM}$의 길이이다.

부채꼴 BOB′의 중심각의 크기를 x°라 하면 $\overset{\frown}{BB'}$의 길이는 원뿔대의 큰 밑면의 둘레의 길이와 같으므로



$2\pi\times32\times\frac{x}{360}=2\pi\times8$

$\therefore x=90$

즉 △OBM은 직각삼각형이고

$\overline{OB}=32$ (cm), $\overline{OM}=16+\frac{1}{2}\times16=24$ (cm)

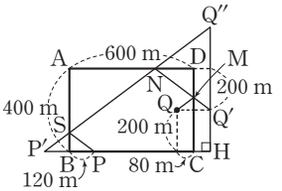
이므로

$\overline{BM}^2=32^2+24^2=1600$

$\therefore \overline{BM}=40$ (cm)

따라서 구하는 최단 거리는 40 cm이다. 답 40 cm

700 전략 두 점 P, Q와 대칭인 점을 이용하여 산책로와 길이가 같은 선분을 찾는다.



위의 그림과 같이 점 P와 $\overline{AB}$에 대하여 대칭인 점을 P′, 점 Q와 $\overline{CD}$에 대하여 대칭인 점을 Q′, 점 Q′과 직선 AD에 대하여 대칭인 점을 Q″이라 하면 산책로의 길이는

$\overline{PS}+\overline{SN}+\overline{NM}+\overline{MQ}=\overline{P'S}+\overline{SN}+\overline{NM}+\overline{MQ'}$

$=\overline{P'N}+\overline{NQ''}=\overline{P'Q''}$

이때 점 Q″에서 직선 BC에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\overline{P'H}=\overline{P'B}+\overline{BC}+\overline{CH}=120+600+80=800$ (m),

$\overline{Q''H}=\overline{Q''Q'}+\overline{Q'H}=(200+200)+200=600$ (m)

△P′HQ″에서

$\overline{P'Q''}^2=800^2+600^2=1000^2$

$\therefore \overline{P'Q''}=1000$ (m)

따라서 산책로의 길이는 1000 m이다. 답 1000 m

시험 만점 완성하기

본책 150~153쪽

701 전략 직각삼각형에서 직각을 낀 두 변의 길이를 각각 a, b, 빗변의 길이를 c라 하면 $a^2+b^2=c^2$임을 이용한다.

△ABC에서 $\overline{AC}^2=4^2+4^2=32$

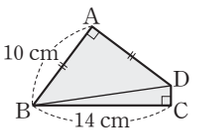
△ACD에서 $\overline{AD}^2=32+4^2=48$

△ADE에서 $\overline{AE}^2=48+4^2=64$

$\therefore \overline{AE}=8$ (cm) 답 ④

702 전략 $\overline{BD}$를 긋고 □ABCD=△ABD+△BCD임을 이용한다.

오른쪽 그림과 같이 $\overline{BD}$를 그으면



△ABD에서

$\overline{BD}^2=10^2+10^2=200$

△BCD에서

$\overline{CD}^2=200-14^2=4$

$\therefore \overline{CD}=2$ (cm)

$\therefore$ □ABCD=△ABD+△BCD

$=\frac{1}{2}\times10\times10+\frac{1}{2}\times14\times2$

$=50+14=64$ (cm^2) 답 ①

703 전략 삼각형의 합동과 평행선과 삼각형의 넓이를 이용하여 △ACH와 넓이가 같은 삼각형을 찾는다.

△ACH=△BCH=△AGC=△LGC이므로

□ACHI=2△ACH=2△BCH=2△AGC

=2△LGC=□LMGC

따라서 □ACHI와 넓이가 같은 것은 ㄴ, ㄷ, ㄹ이다. 답 ③

704 전략 △ABF≡△BCG≡△CDH≡△DAE이면 □EFGH가 정사각형임을 이용한다.

네 직각삼각형 ABF, BCG, CDH, DAE가 모두 합동이므로 □EFGH는 정사각형이다.

$\overline{BF}=\overline{AE}=9\,(\text{cm})$이므로 △ABF에서

$\overline{AF}^2=15^2-9^2=144 \quad \therefore \overline{AF}=12\,(\text{cm})$

$\overline{EF}=\overline{AF}-\overline{AE}=12-9=3\,(\text{cm})$이므로

$\square EFGH=3^2=9\,(\text{cm}^2)$ 답 ①

705 전략 삼각형의 변의 길이 사이의 관계를 이용하여 주어진 삼각형이 어떤 삼각형인지 알아본다.

$10^2+24^2=26^2$이므로 주어진 삼각형은 직각을 낀 두 변의 길이가 10 cm, 24 cm이고 빗변의 길이가 26 cm인 직각삼각형이다.

따라서 구하는 삼각형의 넓이는

$\frac{1}{2}\times 10\times 24=120\,(\text{cm}^2)$ 답 ③

706 전략 세 변의 길이가 a, b, c이고 가장 긴 변의 길이가 c인 삼각형에서 $c^2=a^2+b^2$이면 이 삼각형은 빗변의 길이가 c인 직각삼각형이다.

③ $a^2<b^2+c^2$이면 $\angle A<90^\circ$이므로 $\angle A$는 예각이다. 그러나 가장 긴 변의 길이가 a인지 알 수 없으므로 △ABC가 예각삼각형인지는 알 수 없다.

따라서 옳지 않은 것은 ③이다. 답 ③

707 전략 △ABD에서 피타고라스 정리를 이용하여 $\overline{BD}$의 길이를 구한 후 $\overline{AB}^2=\overline{BH}\times\overline{BD}$임을 이용한다.

△ABD에서 $\overline{BD}^2=6^2+8^2=100$

$\therefore \overline{BD}=10\,(\text{cm})$

$\overline{AB}^2=\overline{BH}\times\overline{BD}$이므로 $6^2=\overline{BH}\times 10$

$\therefore \overline{BH}=\frac{18}{5}\,(\text{cm})$ 답 ③

708 전략 $\overline{AB}=4k$ cm, $\overline{AC}=3k$ cm라 하고 $\overline{AB}\times\overline{AC}=\overline{BC}\times\overline{AH}$임을 이용하여 k의 값을 구한다.

$\overline{AB}=4k$ cm, $\overline{AC}=3k$ cm라 하면 △ABC에서

$\overline{BC}^2=(4k)^2+(3k)^2=25k^2$

$\therefore \overline{BC}=5k\,(\text{cm})$

$\overline{AB}\times\overline{AC}=\overline{BC}\times\overline{AH}$이므로

$4k\times 3k=5k\times 9 \quad \therefore k=\frac{15}{4}$

$\therefore \overline{AB}=4k=4\times\frac{15}{4}=15\,(\text{cm})$ 답 ②

709 전략 닮은 두 삼각형을 찾는다.

$\overline{AE}=\overline{AD}=17\,(\text{cm})$이므로 △ABE에서

$\overline{BE}^2=17^2-15^2=64 \quad \therefore \overline{BE}=8\,(\text{cm})$

$\therefore \overline{EC}=\overline{BC}-\overline{BE}=17-8=9\,(\text{cm})$

△ABE∽△ECF (AA 닮음)이므로

$\overline{AB}:\overline{EC}=\overline{BE}:\overline{CF}$

$15:9=8:\overline{CF}, \quad 5:3=8:\overline{CF}$

$5\overline{CF}=24 \quad \therefore \overline{CF}=\frac{24}{5}\,(\text{cm})$ 답 ②

710 전략 먼저 △ABC∽△ADE임을 이용하여 $\overline{BC}$의 길이를 구한다.

△ABC∽△ADE (AA 닮음)이므로

$\overline{AD}:\overline{AB}=\overline{DE}:\overline{BC}$

$4:(4+3)=8:\overline{BC}, \quad 4\overline{BC}=56$

$\therefore \overline{BC}=14$

이때 $\overline{DE}^2+\overline{BC}^2=\overline{BE}^2+\overline{DC}^2$이므로

$\overline{BE}^2+\overline{DC}^2=8^2+14^2=260$ 답 ⑤

711 전략 □ABED에서 $\overline{AB}^2+\overline{DE}^2=\overline{AD}^2+\overline{BE}^2$임을 이용한다.

△CDE∽△CAB (SAS 닮음)이므로

$\overline{DE}:\overline{AB}=\overline{CD}:\overline{CA}=1:2 \quad \therefore \overline{DE}=\frac{1}{2}\overline{AB}$

이때

$\overline{AD}=\frac{1}{2}\overline{AC}=\frac{1}{2}\times 20=10,$

$\overline{BE}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\times 30=15$

이고, □ABED에서 $\overline{AE}\perp\overline{BD}$이므로

$\overline{AB}^2+\overline{DE}^2=\overline{AD}^2+\overline{BE}^2$

$\overline{AB}^2+\left(\frac{1}{2}\overline{AB}\right)^2=10^2+15^2, \quad \frac{5}{4}\overline{AB}^2=325$

$\therefore \overline{AB}^2=260$ 답 ③

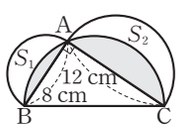
712 전략 △ABC와 넓이가 같은 부분을 찾아본다.

오른쪽 그림에서

$S_1+S_2=\triangle ABC$

$=\frac{1}{2}\times 8\times 12$

$=48\,(\text{cm}^2)$



따라서 색칠한 부분의 넓이는

$\frac{1}{2}\times\pi\times 4^2+\frac{1}{2}\times\pi\times 6^2-(S_1+S_2)$

$=8\pi+18\pi-48$

$=26\pi-48\,(\text{cm}^2)$ 답 ①

다른 풀이 △ABC에서 $\overline{BC}^2=8^2+12^2=208$

따라서 색칠한 부분의 넓이는

$\frac{1}{2}\times\pi\times\left(\frac{\overline{BC}}{2}\right)^2-\frac{1}{2}\times 8\times 12=26\pi-48\,(\text{cm}^2)$

713 전략 $\overline{EF}=x$ cm라 하고 △ADE∽△ABC임을 이용하여 x의 값을 구한다.

△ABC에서 $\overline{AC}^2=9^2+12^2=225$

$\therefore \overline{AC}=15\,(\text{cm})$

$\overline{DE}:\overline{EF}=2:1$이므로 $\overline{EF}=x$ cm, $\overline{DE}=2x$ cm라 하면

$\overline{DB}=\overline{EF}=x$ (cm),

$\overline{AD}=\overline{AB}-\overline{DB}=(9-x)$ cm

$\triangle ADE\backsim\triangle ABC$ (AA 닮음)이므로

$\overline{AD}:\overline{AB}=\overline{DE}:\overline{BC}$

$(9-x):9=2x:12$, $12(9-x)=18x$

$30x=108$ $\therefore x=\frac{18}{5}$

$\therefore \overline{AD}=9-\frac{18}{5}=\frac{27}{5}$ (cm)

$\overline{AE}:\overline{AC}=\overline{AD}:\overline{AB}$이므로

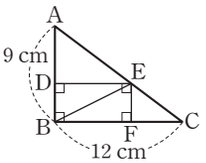
$\overline{AE}:15=\frac{27}{5}:9$, $\overline{AE}:15=3:5$

$5\overline{AE}=45$ $\therefore \overline{AE}=9$ (cm) 답 9 cm

다른 풀이 $\triangle ABC$에서 $\overline{AC}^2=9^2+12^2=225$

$\therefore \overline{AC}=15$ (cm)

오른쪽 그림과 같이 $\overline{BE}$를 그으면



$\triangle ABE=\frac{1}{2}\times 9\times\overline{ED}$

$=\frac{9}{2}\times 2\overline{EF}=9\overline{EF}$,

$\triangle EBC=\frac{1}{2}\times 12\times\overline{EF}=6\overline{EF}$

이때 $\triangle ABE$와 $\triangle EBC$의 밑변을 각각 $\overline{AE}$, $\overline{EC}$라 하면 두 삼각형은 높이가 같으므로 밑변의 길이의 비는 넓이의 비와 같다.

즉 $\overline{AE}:\overline{EC}=9\overline{EF}:6\overline{EF}=3:2$이므로

$\overline{AE}=\frac{3}{5}\overline{AC}=\frac{3}{5}\times 15=9$ (cm)

714 전략 피타고라스 정리를 이용하여 $\overline{BD}^2$, $\overline{BF}^2$, $\overline{BH}^2$의 값을 차례대로 구한다.

$\triangle BCD$에서 $\overline{BD}^2=2^2+2^2=8$

$\overline{BD}=\overline{BE}$이므로 $\overline{BE}^2=8$

$\triangle BEF$에서 $\overline{BF}^2=8+2^2=12$

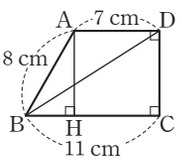
$\overline{BF}=\overline{BG}$이므로 $\overline{BG}^2=12$

$\triangle BGH$에서 $\overline{BH}^2=12+2^2=16$

$\therefore \overline{BH}=4$ (cm) 답 4 cm

715 전략 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 수선을 그어 직각삼각형을 만든다.

오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{HC}=\overline{AD}=7$ (cm)

$\therefore \overline{BH}=\overline{BC}-\overline{HC}$

$=11-7=4$ (cm)

$\triangle ABH$에서 $\overline{AH}^2=8^2-4^2=48$

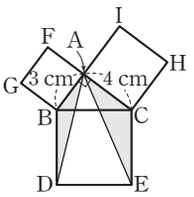
$\overline{DC}=\overline{AH}$이므로 $\triangle DBC$에서

$\overline{BD}^2=11^2+48=169$

$\therefore \overline{BD}=13$ (cm) 답 13 cm

716 전략 $\triangle ABD$, $\triangle AEC$와 넓이가 같은 도형을 찾는다.

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$를 각각 한 변으로 하는 두 정사각형을 그리면



$\triangle ABD=\triangle GBC=\triangle GBA$

$=\frac{1}{2}\square AFGB$

$=\frac{1}{2}\times 3^2=\frac{9}{2}$ (cm^2)

$\triangle AEC=\triangle HBC=\triangle HAC$

$=\frac{1}{2}\square ACHI$

$=\frac{1}{2}\times 4^2=8$ (cm^2)

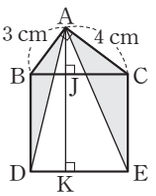
따라서 색칠한 부분의 넓이는

$\triangle ABD+\triangle AEC=\frac{9}{2}+8=\frac{25}{2}$ (cm^2) 답 $\frac{25}{2}$ cm^2

다른 풀이 $\triangle ABC$에서 $\overline{BC}^2=3^2+4^2=25$

$\therefore \overline{BC}=5$ (cm)

오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$, $\overline{DE}$에 내린 수선의 발을 각각 J, K라 하면



$\triangle ABD+\triangle AEC$

$=\triangle JBD+\triangle JEC$

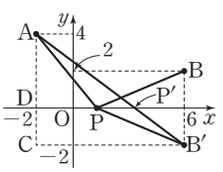
$=\frac{1}{2}\square BDKJ+\frac{1}{2}\square JKEC$

$=\frac{1}{2}\square BDEC$

$=\frac{1}{2}\times 5^2=\frac{25}{2}$ (cm^2)

717 전략 점 B와 x축에 대하여 대칭인 점을 B′이라 하고 $\overline{AP}+\overline{BP}\geq\overline{AB'}$임을 이용한다.

오른쪽 그림과 같이 점 B와 x축에 대하여 대칭인 점을 B′이라 하면



B′(6, −2)이므로

$\overline{AP}+\overline{BP}=\overline{AP}+\overline{B'P}\geq\overline{AB'}$

점 C(−2, −2)라 하면 $\triangle ACB'$에서

$\overline{AB'}^2=\overline{CB'}^2+\overline{AC}^2$

$=(2+6)^2+(4+2)^2=100$

$\therefore \overline{AB'}=10$

$\overline{AP}+\overline{BP}$의 길이가 최소일 때의 점 P의 위치를 P′이라 하고, 점 D(−2, 0)이라 하면 $\triangle ACB'$에서 $\overline{DP'}/\!/\overline{CB'}$이므로

$\overline{AP'}:\overline{AB'}=\overline{AD}:\overline{AC}$

$\overline{AP'}:10=4:6$, $\overline{AP'}:10=2:3$

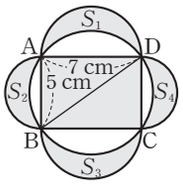
$3\overline{AP'}=20$ $\therefore \overline{AP'}=\frac{20}{3}$

따라서 $\overline{AP}+\overline{BP}$의 길이가 최소일 때의 $\overline{AP}$의 길이는 $\frac{20}{3}$이다.

답 $\frac{20}{3}$

718 전략 색칠한 부분과 넓이가 같은 부분을 찾는다.

오른쪽 그림과 같이 $\overline{BD}$를 그으면



$S_1+S_2=\triangle ABD$,

$S_3+S_4=\triangle DBC$

$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)

$=S_1+S_2+S_3+S_4+\square ABCD$

$=\triangle ABD+\triangle DBC+\square ABCD$

$=2\square ABCD$

$=2\times(5\times7)=70\ (cm^2)$

답 $70\ cm^2$

719 전략 직각삼각형의 빗변의 중점은 외심임을 이용하여 $\overline{BC}$의 길이를 구한다.

점 G는 $\triangle ABC$의 무게중심이므로

$\overline{AD}=\frac{3}{2}\overline{AG}=\frac{3}{2}\times10=15\ (cm)$ … 1단계

점 D는 직각삼각형 ABC의 외심이므로

$\overline{BD}=\overline{CD}=\overline{AD}=15\ (cm)$

$\therefore \overline{BC}=\overline{BD}+\overline{CD}=15+15=30\ (cm)$ … 2단계

따라서 $\triangle ABC$에서

$\overline{AB}^2=30^2-18^2=576$ $\therefore \overline{AB}=24\ (cm)$ … 3단계

답 $24\ cm$

단계	채점 요소	배점
1	$\overline{AD}$의 길이 구하기	1점
2	$\overline{BC}$의 길이 구하기	2점
3	$\overline{AB}$의 길이 구하기	1점

720 전략 이등변삼각형의 꼭지각의 꼭짓점과 밑변의 중점을 이은 선분은 밑변과 수직임을 이용한다.

$\triangle ABC$는 이등변삼각형이고 $\overline{BD}=\overline{CD}$이므로

$\overline{AD}\perp\overline{BC}$ … 1단계

$\overline{CD}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\times18=9\ (cm)$이므로 $\triangle ADC$에서

$\overline{AD}^2=15^2-9^2=144$ $\therefore \overline{AD}=12\ (cm)$

$\therefore \triangle ADC=\frac{1}{2}\times9\times12=54\ (cm^2)$ … 2단계

$\triangle ADC$에서 $\overline{DE}$는 $\angle ADC$의 이등분선이므로

$\overline{AE}:\overline{EC}=\overline{AD}:\overline{DC}=12:9=4:3$

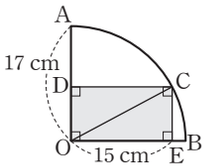
$\therefore \triangle EDC=\frac{3}{7}\triangle ADC=\frac{3}{7}\times54=\frac{162}{7}\ (cm^2)$ … 3단계

답 $\frac{162}{7}\ cm^2$

단계	채점 요소	배점
1	$\overline{AD}\perp\overline{BC}$임을 알기	1점
2	$\triangle ADC$의 넓이 구하기	2점
3	$\triangle EDC$의 넓이 구하기	2점

721 전략 □DOEC에 $\overline{OC}$를 긋고 피타고라스 정리를 이용한다.

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OC}$를 그으면



$\overline{OC}=\overline{OA}=17\ (cm)$이므로 $\triangle COE$에서

$\overline{CE}^2=17^2-15^2=64$

$\therefore \overline{CE}=8\ (cm)$ … 1단계

$\therefore \square DOEC=15\times8=120\ (cm^2)$ … 2단계

답 $120\ cm^2$

단계	채점 요소	배점
1	$\overline{CE}$의 길이 구하기	2점
2	□DOEC의 넓이 구하기	1점

722 전략 삼각형의 세 변의 길이가 a, b, c이고 c가 가장 긴 변의 길이일 때, $c^2<a^2+b^2$이면 예각삼각형이고 $c^2>a^2+b^2$이면 둔각삼각형이다.

삼각형이 되기 위한 조건에 의하여

$x+5>11$ $\therefore x>6$

이때 $x\le11$이므로

$6<x\le11$ …… ㉠ … 1단계

(1) 예각삼각형이 되려면

$11^2<5^2+x^2$ $\therefore x^2>96$ …… ㉡

㉠, ㉡을 모두 만족시키는 자연수 x는 10, 11이다. … 2단계

(2) 둔각삼각형이 되려면

$11^2>5^2+x^2$ $\therefore x^2<96$ …… ㉢

㉠, ㉢을 모두 만족시키는 자연수 x는 7, 8, 9이다. … 3단계

답 (1) 10, 11 (2) 7, 8, 9

단계	채점 요소	배점
1	삼각형이 되도록 하는 x의 값의 범위 구하기	2점
2	예각삼각형이 되도록 하는 자연수 x의 값 구하기	2점
3	둔각삼각형이 되도록 하는 자연수 x의 값 구하기	2점

09 경우의 수

셀프 CHECK

본책 156~157쪽

A (1) 일어나는 모든 경우는 1, 2, 3, 4, 5, 6의 6가지이다.
(2) 4 미만의 눈이 나오는 경우는 1, 2, 3의 3가지이다.
(3) 6의 약수의 눈이 나오는 경우는 1, 2, 3, 6의 4가지이다.

답 (1) 6 (2) 3 (3) 4

B (1) 3의 배수가 나오는 경우는 3, 6, 9, 12, 15, 18의 6가지이다.
(2) 7의 배수가 나오는 경우는 7, 14의 2가지이다.
(3) 6+2=8

답 (1) 6 (2) 2 (3) 8

C $5\times4=20$

답 20

D 동전 한 개를 던질 때 나오는 모든 경우는 앞면, 뒷면의 2가지이므로 구하는 경우의 수는

$2\times2\times2=8$

답 8

E (1) $5\times4\times3\times2\times1=120$
(2) $5\times4=20$
(3) $5\times4\times3=60$

답 (1) 120 (2) 20 (3) 60

F 어른 2명을 한 사람으로 생각하여 3명을 한 줄로 세우는 경우의 수는

$3\times2\times1=6$

이때 어른 2명이 자리를 바꾸는 경우의 수는 2이므로 구하는 경우의 수는

$6\times2=12$

답 12

G (1) 십의 자리에 올 수 있는 숫자는 6개, 일의 자리에 올 수 있는 숫자는 십의 자리의 숫자를 제외한 5개이다.
따라서 구하는 자연수의 개수는

$6\times5=30$

(2) 백의 자리에 올 수 있는 숫자는 6개, 십의 자리에 올 수 있는 숫자는 백의 자리의 숫자를 제외한 5개, 일의 자리에 올 수 있는 숫자는 백의 자리와 십의 자리의 숫자를 제외한 4개이다.
따라서 구하는 자연수의 개수는

$6\times5\times4=120$

답 (1) 30 (2) 120

H (1) 십의 자리에 올 수 있는 숫자는 0을 제외한 4개, 일의 자리에 올 수 있는 숫자는 십의 자리의 숫자를 제외한 4개이다.
따라서 구하는 자연수의 개수는

$4\times4=16$

(2) 백의 자리에 올 수 있는 숫자는 0을 제외한 4개, 십의 자리에 올 수 있는 숫자는 백의 자리의 숫자를 제외한 4개, 일의 자리에 올 수 있는 숫자는 백의 자리와 십의 자리의 숫자를 제외한 3개이다.
따라서 구하는 자연수의 개수는

$4\times4\times3=48$

답 (1) 16 (2) 48

I (1) $5\times4=20$

(2) $\dfrac{5\times4\times3}{3\times2\times1}=10$

답 (1) 20 (2) 10

내신 유형 다지기

본책 158~171쪽

유형 122 경우의 수; 수 뽑기

본책 158쪽

수를 뽑을 때 일어나는 사건의 경우의 수
➜ 조건에 맞는 수를 나열하여 구한다.

723 소수인 경우는

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19

의 8가지이므로 $a=8$

20의 약수인 경우는

1, 2, 4, 5, 10, 20

의 6가지이므로 $b=6$

$\therefore a+b=8+6=14$

답 ④

724 7의 배수인 경우는

14, 21, 28, …, 84

따라서 구하는 경우의 수는 11이다.

답 11

725 A, B, C 세 상자에서 꺼낸 쿠폰에 적힌 수를 순서쌍으로 나타내면 세 수의 합이 6인 경우는

(1, 2, 3), (1, 3, 2), (2, 1, 3), (2, 3, 1),
(3, 1, 2), (3, 2, 1), (2, 2, 2)

따라서 구하는 경우의 수는 7이다.

답 ②

유형 123 경우의 수; 동전 또는 주사위 던지기

본책 158쪽

동전 또는 주사위를 던질 때 일어나는 사건의 경우의 수
➜ 조건에 맞는 경우를 순서쌍으로 나타내어 구한다.

726 두 주사위에서 나오는 눈의 수를 순서쌍으로 나타내면 두 눈의 수의 차가 4인 경우는

(1, 5), (2, 6), (5, 1), (6, 2)

따라서 구하는 경우의 수는 4이다. 답 ①

727 동전 세 개를 던져서 나오는 면을 순서쌍으로 나타내면 뒷면이 1개 이하로 나오는 경우는

(뒤, 앞, 앞), (앞, 뒤, 앞), (앞, 앞, 뒤), (앞, 앞, 앞)

따라서 구하는 경우의 수는 4이다. 답 ②

728 $x>y+2$를 만족시키는 x, y를 순서쌍으로 나타내면

(4, 1), (5, 1), (5, 2), (6, 1), (6, 2), (6, 3)

따라서 구하는 경우의 수는 6이다. 답 6

729 두 직선이 평행하려면 기울기는 같고 y절편은 달라야 하므로

$a+1=b$, $a\neq 2$ … 1단계

이를 만족시키는 a, b를 순서쌍으로 나타내면

(1, 2), (3, 4), (4, 5), (5, 6)

따라서 구하는 경우의 수는 4이다. … 2단계

답 4

단계	채점 요소	비율
1	a, b의 조건 구하기	60 %
2	두 직선이 평행한 경우의 수 구하기	40 %

만점 공략 노트

두 직선 $y=mx+n$, $y=m'x+n'$이

① 평행하다. ➜ 기울기가 같고 y절편이 다르다.
➜ $m=m'$, $n\neq n'$

② 일치한다. ➜ 기울기와 y절편이 각각 같다.
➜ $m=m'$, $n=n'$

730 두 직선 $y=3ax$, $y=2x+b$의 교점의 x좌표가 2이므로

$6a=4+b$

이를 만족시키는 a, b를 순서쌍으로 나타내면

(1, 2), (2, 8)

따라서 구하는 경우의 수는 2이다. 답 ②

731 동전을 네 번 던져서 앞면과 뒷면이 나오는 횟수에 따라 점 P가 위치하는 점은 다음과 같다.

(i) 앞면이 4번 또는 뒷면이 4번이면 ➜ 점 A

(ii) 앞면이 3번, 뒷면이 1번이면 ➜ 점 D

(iii) 앞면이 2번, 뒷면이 2번이면 ➜ 점 C

(iv) 앞면이 1번, 뒷면이 3번이면 ➜ 점 B

이상에서 점 P가 점 A를 출발하여 점 C에 오는 경우는 앞면이 2번, 뒷면이 2번 나오는 경우이다.

동전을 네 번 던져서 나오는 면을 순서쌍으로 나타내면 앞면이 2번, 뒷면이 2번 나오는 경우는

(앞, 앞, 뒤, 뒤), (앞, 뒤, 앞, 뒤), (앞, 뒤, 뒤, 앞),
(뒤, 앞, 앞, 뒤), (뒤, 앞, 뒤, 앞), (뒤, 뒤, 앞, 앞)

따라서 구하는 경우의 수는 6이다. 답 6

유형 124 여러 가지 경우의 수

본책 159쪽

여러 가지 경우의 수
➜ 순서쌍, 나뭇가지 모양의 그림 등을 이용하여 나올 수 있는 모든 경우를 빠짐없이 중복되지 않게 구한다.

732 (i) 세 변의 길이가 4, 5, 6일 때,

$4^2+5^2>6^2$이므로 예각삼각형이다.

(ii) 세 변의 길이가 4, 5, 8일 때,

$4^2+5^2<8^2$이므로 둔각삼각형이다.

(iii) 세 변의 길이가 4, 6, 8일 때,

$4^2+6^2<8^2$이므로 둔각삼각형이다.

(iv) 세 변의 길이가 5, 6, 8일 때,

$5^2+6^2<8^2$이므로 둔각삼각형이다.

이상에서 둔각삼각형의 개수는 3이다. 답 3

만점 공략 노트

△ABC에서 세 변의 길이가 a, b, c이고 c가 가장 긴 변의 길이일 때

(1) 삼각형이 될 수 있는 조건 ➜ $a+b>c$

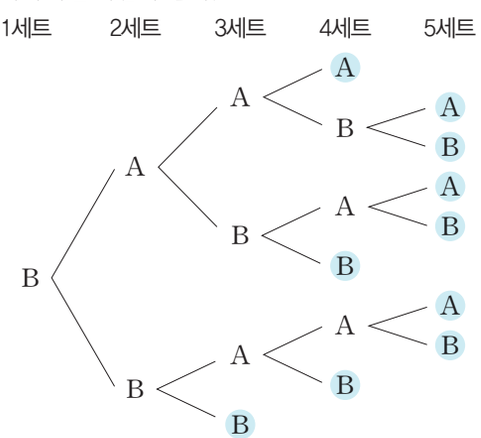
(2) 변의 길이와 삼각형의 모양 사이의 관계

① $a^2+b^2>c^2$ ➜ 예각삼각형

② $a^2+b^2=c^2$ ➜ 직각삼각형

③ $a^2+b^2<c^2$ ➜ 둔각삼각형

733 1세트에서 5세트까지 이기는 팀을 나뭇가지 모양의 그림으로 나타내면 다음과 같다.



따라서 구하는 경우의 수는 10이다. 답 10

734 세 명의 학생에게 나누어 주는 펜의 개수를 순서쌍으로 나타내면

(1, 1, 5), (1, 5, 1), (5, 1, 1), (1, 2, 4), (1, 4, 2),
(2, 1, 4), (2, 4, 1), (4, 1, 2), (4, 2, 1), (1, 3, 3),
(3, 1, 3), (3, 3, 1), (2, 2, 3), (2, 3, 2), (3, 2, 2)

따라서 구하는 경우의 수는 15이다. 답 ④

다른 풀이 먼저 세 명의 학생에게 펜을 1개씩 나누어 주고 남은 4개의 펜을 세 명의 학생에게 나누어 주는 경우의 수와 같다. 4개의 펜을 세 명의 학생에게 나누어 줄 때 펜의 개수를 순서쌍으로 나타내면

$(0, 0, 4), (0, 4, 0), (4, 0, 0), (0, 1, 3), (0, 3, 1),$
$(1, 0, 3), (1, 3, 0), (3, 0, 1), (3, 1, 0), (0, 2, 2),$
$(2, 0, 2), (2, 2, 0), (1, 1, 2), (1, 2, 1), (2, 1, 1)$

따라서 구하는 경우의 수는 15이다.

만점 공략 노트

7을 세 자연수의 합으로 나타내면

$7=1+1+5=1+2+4=1+3+3=2+2+3$

이므로 세 명의 학생에게 나누어 주는 펜의 개수는

1, 1, 5 또는 1, 2, 4 또는 1, 3, 3 또는 2, 2, 3

과 같이 생각할 수 있다.

이때 펜을 받지 못하는 학생이 없을 때에는 세 명의 학생에게 펜을 1개씩 나누어 주고 남은 펜의 개수 4에 대하여

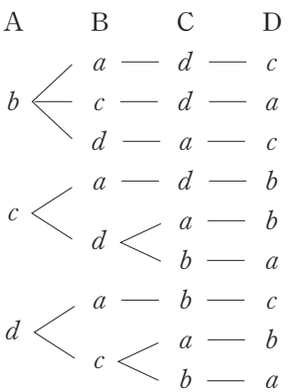
$4=1+3=2+2=1+1+2$

이므로 세 명의 학생에게 나누어 주는 펜의 개수를

0, 0, 4 또는 0, 1, 3 또는 0, 2, 2 또는 1, 1, 2

와 같이 생각할 수도 있다.

735 A, B, C, D 네 명의 학생의 이름표를 각각 a, b, c, d라 하고 네 명의 학생 누구도 자신의 이름표를 뽑지 않는 경우를 나뭇가지 모양의 그림으로 나타내면 다음과 같다.



따라서 구하는 경우의 수는 9이다. 답 ④

유형 125 돈을 지불하는 방법의 수 본책 160쪽

돈을 지불하는 방법의 수

➜ 표를 이용하여 금액이 큰 지폐의 장수 또는 동전의 개수를 정한 다음 지불하는 돈에 맞게 나머지 지폐의 장수 또는 동전의 개수를 구한다.

736 6000원을 지불하는 방법을 표로 나타내면 다음과 같다.

5000원(장)	1	1	0	0	0	0
1000원(장)	1	0	6	5	4	3
500원(개)	0	2	0	2	4	6

따라서 구하는 방법의 수는 6이다. 답 ③

737 900원을 지불하는 방법을 표로 나타내면 다음과 같다.

500원(개)	1	1	1	1	0	0	0	0
100원(개)	4	3	2	1	9	8	7	6
50원(개)	0	2	4	6	0	2	4	6

따라서 구하는 방법의 수는 8이다. 답 ③

738 지불할 수 있는 금액을 표로 나타내면 다음과 같다.

1000원(장)	1	1	2	2	3	3
500원(개)	1	2	1	2	1	2
금액(원)	1500	2000	2500	3000	3500	4000

따라서 지불할 수 있는 금액은 1500원, 2000원, 2500원, 3000원, 3500원, 4000원의 6가지이다. 답 6가지

739 4000원을 지불하는 방법을 표로 나타내면 다음과 같다.

1000원(장)	4	3	3	2	2	1	1	0
500원(개)	0	2	1	4	3	6	5	7
100원(개)	0	0	5	0	5	0	5	5

(1) 열쇠고리 값을 지불하는 방법의 수는 8이다.

(2) 1000원짜리 지폐를 1장 이상, 500원짜리와 100원짜리 동전을 각각 1개 이상 사용하여 열쇠고리 값을 지불하는 방법의 수는 3이다.

답 (1) 8 (2) 3

유형 126 경우의 수의 합 ; 수를 뽑거나 주사위를 던지는 경우 본책 160쪽

1부터 n까지의 자연수가 각각 하나씩 적힌 n장의 카드 중에서 한 장을 뽑을 때, a의 배수 또는 b의 배수가 적힌 카드가 나오는 경우의 수

(1) a, b의 공배수가 없는 경우

➜ (a의 배수의 개수)+(b의 배수의 개수)

(2) a, b의 공배수가 있는 경우

➜ (a의 배수의 개수)+(b의 배수의 개수)
−(a, b의 공배수의 개수)

740 16의 약수가 적힌 구슬이 나오는 경우는

1, 2, 4, 8, 16의 5가지

5의 배수가 적힌 구슬이 나오는 경우는

5, 10, 15의 3가지

따라서 구하는 경우의 수는

$5+3=8$ 답 8

741 주사위를 두 번 던져서 나오는 눈의 수를 순서쌍으로 나타내면 두 눈의 수의 합이 5인 경우는
$(1, 4), (2, 3), (3, 2), (4, 1)$의 4가지
두 눈의 수의 합이 10인 경우는
$(4, 6), (5, 5), (6, 4)$의 3가지
따라서 구하는 경우의 수는
$4+3=7$ 답 ②

742 꺼낸 공에 적힌 두 수 M, m을 순서쌍으로 나타내면
(i) $M-m=3$인 경우
$(4, 1), (5, 2), (6, 3)$의 3가지 … 1단계
(ii) $M-m=4$인 경우
$(5, 1), (6, 2)$의 2가지 … 2단계
(iii) $M-m=5$인 경우
$(6, 1)$의 1가지 … 3단계
이상에서 구하는 경우의 수는
$3+2+1=6$ … 4단계
답 6

단계	채점 요소	비율
1	$M-m=3$인 경우의 수 구하기	30 %
2	$M-m=4$인 경우의 수 구하기	30 %
3	$M-m=5$인 경우의 수 구하기	30 %
4	$M-m\geq 3$인 경우의 수 구하기	10 %

743 2의 배수가 나오는 경우는
$2, 4, 6, \cdots, 30$의 15가지
5의 배수가 나오는 경우는
$5, 10, 15, \cdots, 30$의 6가지
2와 5의 공배수, 즉 10의 배수가 나오는 경우는
$10, 20, 30$의 3가지
따라서 구하는 경우의 수는
$15+6-3=18$ 답 ③

744 약수의 개수가 홀수인 수가 나오는 경우는
$1^2=1, 2^2=4, 3^2=9, 4^2=16, 5^2=25, 6^2=36$의 6가지
13의 배수가 나오는 경우는
$13, 26, 39$의 3가지
따라서 구하는 경우의 수는
$6+3=9$ 답 ②

만점 공략 노트
① 약수의 개수가 홀수인 자연수 ➜ (자연수)^{2}의 꼴
② 약수의 개수가 3인 자연수 ➜ (소수)^{2}의 꼴

745 점 $\mathrm{P}(a, b)$가 직선 $x-y+1=0$ 위에 있는 경우, 즉 $a-b+1=0$을 만족시키는 경우를 순서쌍으로 나타내면
$(1, 2), (2, 3), (3, 4), (4, 5), (5, 6)$의 5가지
점 $\mathrm{P}(a, b)$가 직선 $x+y-6=0$ 위에 있는 경우, 즉 $a+b-6=0$을 만족시키는 경우를 순서쌍으로 나타내면
$(1, 5), (2, 4), (3, 3), (4, 2), (5, 1)$의 5가지
따라서 구하는 경우의 수는
$5+5=10$ 답 10

746 두 공에 적힌 수를 순서쌍으로 나타내면 $\frac{y}{x}$가 정수가 되는 경우는
$(2, 2), (5, 5), (7, 7), (11, 11), (17, 17),$
$(19, 19)$의 6가지
$\frac{y}{x}$가 정수가 아닌 유한소수가 되려면 $\frac{y}{x}$를 기약분수로 나타내었을 때 분모의 소인수가 2나 5뿐이어야 하므로 $x=2$ 또는 $x=5$이어야 한다. 즉 그 경우는
$(2, 5), (2, 7), (2, 11), (2, 17), (2, 19),$
$(5, 2), (5, 7), (5, 11), (5, 17), (5, 19)$의 10가지
따라서 구하는 경우의 수는
$6+10=16$ 답 16

만점 공략 노트
유한소수로 나타낼 수 있는 수
정수가 아닌 유리수를 기약분수로 나타내었을 때, 분모의 소인수가 2 또는 5뿐이면 그 분수는 유한소수로 나타낼 수 있다.

09 경우의 수

유형 127 경우의 수의 합 ; 교통수단 또는 물건을 선택하는 경우 본책 161쪽

A를 선택하는 경우가 m가지, B를 선택하는 경우가 n가지일 때, A 또는 B 중에서 한 가지를 선택하는 경우의 수
➜ $m+n$

747 버스로 가는 경우는 4가지, 기차로 가는 경우는 3가지이므로 구하는 경우의 수는
$4+3=7$ 답 7

748 14시 30분 이후에 수중 공연 관람을 하는 경우는 2가지이고, 먹이 주기 체험을 하는 경우는 3가지이므로 구하는 경우의 수는
$2+3=5$ 답 5

749 세 명의 학생이 정답을 맞힌 문제 수를 순서쌍으로 나타내면 정답을 맞힌 문제 수의 합이 5인 경우는
$(1, 1, 3), (1, 3, 1), (3, 1, 1),$
$(2, 2, 1), (2, 1, 2), (1, 2, 2)$의 6가지 … 1단계
정답을 맞힌 문제 수의 합이 8인 경우는
$(3, 3, 2), (3, 2, 3), (2, 3, 3)$의 3가지 … 2단계

따라서 구하는 경우의 수는

$6+3=9$ … 3단계

답 9

단계	채점 요소	비율
1	정답을 맞힌 문제 수의 합이 5인 경우의 수 구하기	40 %
2	정답을 맞힌 문제 수의 합이 8인 경우의 수 구하기	40 %
3	정답을 맞힌 문제 수의 합이 5 또는 8인 경우의 수 구하기	20 %

750 한 번에 오르는 계단 수를 순서쌍으로 나타내면 한 번에 1계단씩만 오르는 경우는

$(1, 1, 1, 1, 1)$의 1가지

한 번에 2계단을 한 번 오르는 경우는

$(2, 1, 1, 1)$, $(1, 2, 1, 1)$, $(1, 1, 2, 1)$,

$(1, 1, 1, 2)$의 4가지

한 번에 2계단을 두 번 오르는 경우는

$(2, 2, 1)$, $(2, 1, 2)$, $(1, 2, 2)$의 3가지

따라서 구하는 경우의 수는

$1+4+3=8$

답 8

유형 128 경우의 수의 곱; 길을 선택하는 경우 본책 162쪽

A 지점에서 B 지점까지 가는 경우가 m가지, B 지점에서 C 지점까지 가는 경우가 n가지일 때, A 지점에서 출발하여 B 지점을 거쳐 C 지점까지 가는 경우의 수

➡ $m \times n$

751 (i) 집 → 학교 → 서점으로 가는 경우의 수는

$3 \times 2=6$

(ii) 집 → 서점으로 가는 경우의 수는 2

(i), (ii)에서 구하는 경우의 수는

$6+2=8$

답 8

752 열람실에서 복도로 가는 경우는 4가지, 복도에서 매점으로 가는 경우는 3가지이므로 구하는 경우의 수는

$4 \times 3=12$

답 ⑤

753 B 지점과 D 지점 사이에 새로 만들어야 하는 길의 개수를 x라 하자.

(i) A → B → C로 가는 경우의 수는

$3 \times 3=9$

(ii) A → B → D → C로 가는 경우의 수는

$3 \times x \times 2=6x$

(iii) A → D → C로 가는 경우의 수는

$2 \times 2=4$

(iv) A → D → B → C로 가는 경우의 수는

$2 \times x \times 3=6x$

이상에서 A 지점에서 출발하여 C 지점까지 가는 경우의 수는

$9+6x+4+6x=12x+13$

이므로

$12x+13=49$, $12x=36$ $\therefore x=3$

따라서 새로 만들어야 하는 길의 개수는 3이다.

답 3

유형 129 경우의 수의 곱; 물건을 선택하는 경우 본책 163쪽

A를 선택하는 경우가 m가지, B를 선택하는 경우가 n가지일 때, A와 B를 각각 한 개씩 선택하는 경우의 수

➡ $m \times n$

754 자음 한 개를 선택하는 경우는 6가지, 모음 한 개를 선택하는 경우는 4가지이므로 만들 수 있는 글자의 개수는

$6 \times 4=24$

답 ④

755 연희가 수요일에 봉사 활동을 하는 날을 택하는 경우는

1일, 8일, 15일, 22일, 29일의 5가지

정수가 토요일에 봉사 활동을 하는 날을 택하는 경우는

4일, 11일, 18일, 25일의 4가지

따라서 구하는 경우의 수는

$5 \times 4=20$

답 20

756 (i) A 가방에서 짝수, B 가방에서 홀수가 적힌 종이를 꺼내는 경우의 수는

$4 \times 3=12$ … 1단계

(ii) A 가방에서 홀수, B 가방에서 짝수가 적힌 종이를 꺼내는 경우의 수는

$5 \times 2=10$ … 2단계

(iii) A 가방에서 짝수, B 가방에서 짝수가 적힌 종이를 꺼내는 경우의 수는

$4 \times 2=8$ … 3단계

이상에서 구하는 경우의 수는

$12+10+8=30$ … 4단계

답 30

단계	채점 요소	비율
1	A 가방에서 짝수, B 가방에서 홀수가 적힌 종이를 꺼내는 경우의 수 구하기	30 %
2	A 가방에서 홀수, B 가방에서 짝수가 적힌 종이를 꺼내는 경우의 수 구하기	30 %
3	A 가방에서 짝수, B 가방에서 짝수가 적힌 종이를 꺼내는 경우의 수 구하기	30 %
4	종이에 적힌 두 수의 곱이 2의 배수인 경우의 수 구하기	10 %

다른 풀이 (i) A 가방에서 짝수, B 가방에서 자연수가 적힌 종이를 꺼내는 경우의 수는

$4 \times 5=20$

(ii) A 가방에서 자연수, B 가방에서 짝수가 적힌 종이를 꺼내는 경우의 수는

$9\times2=18$

(iii) A 가방에서 짝수, B 가방에서 짝수가 적힌 종이를 꺼내는 경우의 수는

$4\times2=8$

이상에서 구하는 경우의 수는

$20+18-8=30$

유형 130 경우의 수의 곱 ; 동전 또는 주사위를 던지는 경우

본책 163쪽

(1) 서로 다른 동전 n개를 동시에 던질 때, 일어나는 모든 경우의 수

➡ $\underbrace{2\times2\times\cdots\times2}_{n\text{개}}=2^n$

(2) 서로 다른 주사위 n개를 동시에 던질 때, 일어나는 모든 경우의 수

➡ $\underbrace{6\times6\times\cdots\times6}_{n\text{개}}=6^n$

757 동전 2개를 던질 때 나오는 면을 순서쌍으로 나타내면 서로 다른 면이 나오는 경우는

(앞, 뒤), (뒤, 앞)의 2가지

주사위 1개를 던질 때 소수의 눈이 나오는 경우는

2, 3, 5의 3가지

따라서 구하는 경우의 수는

$2\times3=6$ 답 6

758 바닥에 오는 면에 적힌 수가 6과 서로소인 경우는

1, 5, 7, 11의 4가지

바닥에 오는 면에 적힌 수가 12의 약수인 경우는

1, 2, 3, 4, 6, 12의 6가지

따라서 구하는 경우의 수는

$4\times6=24$ 답 ③

759 $x+y$의 값이 홀수이려면 x, y 중에서 하나는 홀수, 나머지 하나는 짝수이어야 한다.

(i) x가 홀수이고 y가 짝수인 경우의 수는

$3\times3=9$

(ii) x가 짝수이고 y가 홀수인 경우의 수는

$3\times3=9$

(i), (ii)에서 구하는 경우의 수는

$9+9=18$ 답 18

만점 공략 노트

① (홀수)+(홀수)=(짝수)
② (홀수)+(짝수)=(홀수)
③ (짝수)+(짝수)=(짝수)

760 세 개의 주사위 중에서 다른 눈의 수가 나오는 주사위를 선택하는 경우의 수는 3

이 주사위의 눈의 수와 나머지 두 주사위의 눈의 수를 선택하는 경우의 수는

$6\times5=30$

따라서 구하는 경우의 수는

$3\times30=90$ 답 90

유형 131 한 줄로 세우는 경우의 수

본책 164쪽

(1) n명을 한 줄로 세우는 경우의 수

➡ $n\times(n-1)\times(n-2)\times\cdots\times2\times1$

(2) n명 중에서 2명을 뽑아 한 줄로 세우는 경우의 수

➡ $n\times(n-1)$

(3) n명 중에서 3명을 뽑아 한 줄로 세우는 경우의 수

➡ $n\times(n-1)\times(n-2)$

761 5개를 한 줄로 세우는 경우의 수와 같으므로

$5\times4\times3\times2\times1=120$ 답 ④

762 8개 중에서 3개를 뽑아 한 줄로 세우는 경우의 수와 같으므로

$8\times7\times6=336$ 답 336

763 6명을 한 줄로 세우는 경우의 수와 같으므로

$6\times5\times4\times3\times2\times1=720$ 답 720

유형 132 한 줄로 세우는 경우의 수 ; 자리를 고정하는 경우

본책 164쪽

A를 포함한 n명을 한 줄로 세울 때, A를 특정한 자리에 세우는 경우의 수

➡ A를 특정한 자리에 고정시킨 후 나머지 $(n-1)$명을 한 줄로 세우는 경우의 수와 같다.

764 중앙에 은서를 고정시키고 은서를 제외한 4명을 은서 양옆에 나란히 앉히면 되므로 구하는 경우의 수는

$4\times3\times2\times1=24$ 답 ②

765 부모님 두 분을 양 끝에 세우고 그 사이에 나머지 가족 3명을 한 줄로 세우는 경우의 수는

$3\times2\times1=6$

이때 부모님 두 분이 서로 자리를 바꾸는 경우의 수는 2이므로 구하는 경우의 수는

$6\times2=12$ 답 ①

766 (i) 수진이를 맨 앞에 세우는 경우

수진이를 제외한 3명을 일렬로 세우는 경우의 수는

$3\times2\times1=6$ … 1단계

(ii) 수진이를 두 번째에 세우는 경우

첫 번째에 세연 또는 민결이를 세우고 첫 번째에 선 사람과 수진이를 제외한 두 명을 세 번째, 네 번째 자리에 세우는 경우의 수는

$2\times(2\times1)=4$ … 2단계

(iii) 수진이를 세 번째에 세우는 경우

우주를 네 번째 자리에 세워야 하므로 나머지 두 명을 첫 번째, 두 번째 자리에 세우는 경우의 수는

$2\times1=2$ … 3단계

이상에서 구하는 경우의 수는

$6+4+2=12$ … 4단계

답 12

단계	채점 요소	비율
1	수진이를 맨 앞에 세우는 경우의 수 구하기	30 %
2	수진이를 두 번째에 세우는 경우의 수 구하기	30 %
3	수진이를 세 번째에 세우는 경우의 수 구하기	30 %
4	수진이를 우주보다 앞에 세우는 경우의 수 구하기	10 %

767 '중고중고중고'의 순서로 세울 때, 중학생 3명을 일렬로 세우는 경우의 수는

$3\times2\times1=6$

이때 고등학생 3명을 일렬로 세우는 경우의 수는

$3\times2\times1=6$

이므로 '중고중고중고'의 순서로 세우는 경우의 수는

$6\times6=36$

같은 방법으로 '고중고중고중'의 순서로 세우는 경우의 수도 36이다.

따라서 구하는 경우의 수는

$36+36=72$

답 ⑤

768 a, b로 시작하는 문자열의 개수는 각각

$4\times3\times2\times1=24$

또 ca, cb로 시작하는 문자열의 개수는 각각

$3\times2\times1=6$

또 cda로 시작하는 문자열은 $cdabe$, $cdaeb$의 2개이다.

따라서 $24+24+6+6+2=62$이므로 $cdaeb$는 62번째에 온다.

답 62번째

유형 133 한 줄로 세우는 경우의 수 ; 이웃하는 경우 본책 165쪽

한 줄로 세울 때 이웃하게 세우는 경우의 수

➜ (이웃하는 것을 하나로 묶어 한 줄로 세우는 경우의 수) × (묶음 안에서 자리를 바꾸는 경우의 수)

769 e, i, a를 한 문자로 생각하여 5개를 한 줄로 나열하는 경우의 수는

$5\times4\times3\times2\times1=120$

이때 e, i, a가 자리를 바꾸는 경우의 수는

$3\times2\times1=6$

따라서 구하는 경우의 수는

$120\times6=720$

답 ⑤

770 만화책 2권을 한 권으로 생각하여 4권을 한 줄로 꽂는 경우의 수는

$4\times3\times2\times1=24$

이때 만화책끼리 자리를 바꾸는 경우의 수는 2이므로 구하는 경우의 수는

$24\times2=48$

답 48

771 부모님 두 분과 함께 앞줄에 앉을 사람을 택하는 경우의 수는 4

부모님 두 분을 한 사람으로 생각하여 2명을 앞줄에 일렬로 앉히는 경우의 수는

$2\times1=2$

이때 부모님끼리 자리를 바꾸는 경우의 수는 2

즉 부모님 두 분을 포함하여 3명이 앞줄에 앉는 경우의 수는

$4\times2\times2=16$ … 1단계

또 나머지 3명이 뒷줄에 앉는 경우의 수는

$3\times2\times1=6$ … 2단계

따라서 구하는 경우의 수는

$16\times6=96$ … 3단계

답 96

단계	채점 요소	비율
1	부모님 두 분을 포함하여 3명이 앞줄에 앉는 경우의 수 구하기	50 %
2	나머지 3명이 뒷줄에 앉는 경우의 수 구하기	40 %
3	부모님 두 분이 앞줄에 이웃하여 앉는 경우의 수 구하기	10 %

772 중학생 2명을 한 사람으로 생각하고 고등학생 2명을 한 사람으로 생각하여 4명을 한 줄로 세우는 경우의 수는

$4\times3\times2\times1=24$

이때 중학생 2명이 자리를 바꾸는 경우의 수는 2

고등학생 2명이 자리를 바꾸는 경우의 수는 2

따라서 구하는 경우의 수는

$24\times2\times2=96$

답 ①

773 소은이와 유주를 제외한 4명 중에서 2명을 뽑아 소은이와 유주 사이에 일렬로 세우는 경우의 수는

$4\times3=12$

이때 소은이와 유주가 서로 자리를 바꾸는 경우의 수는 2

소은이와 유주 사이에 세운 2명과 소은, 유주의 4명을 한 사람으로 생각하여 3명을 일렬로 세우는 경우의 수는

$3\times2\times1=6$

따라서 구하는 경우의 수는
$12\times2\times6=144$ 답 ⑤

774 D를 3번째 자리에 세우고, 나머지 4명을 일렬로 세우는 경우의 수는
$4\times3\times2\times1=24$
이때 B, C를 1, 2번째 자리에 이웃하게 세우고, A, E를 4, 5번째 자리에 세우는 경우의 수는
$2\times2=4$
또 B, C를 4, 5번째 자리에 이웃하게 세우고, A, E를 1, 2번째 자리에 세우는 경우의 수는
$2\times2=4$
따라서 구하는 경우의 수는
$24-4-4=16$ 답 ⑤

만점 공략 노트
(사건 A가 일어나지 않는 경우의 수)
=(모든 경우의 수)−(사건 A가 일어나는 경우의 수)

다른 풀이 D를 3번째 자리에 세운 후
(i) B를 1, 2번째, C를 3, 4번째 자리에서 선택하여 세우고, A, E를 남은 자리에 세우는 경우의 수는
$2\times2\times2=8$
(ii) B를 3, 4번째, C를 1, 2번째 자리에서 선택하여 세우고, A, E를 남은 자리에 세우는 경우의 수는
$2\times2\times2=8$
(i), (ii)에서 구하는 경우의 수는
$8+8=16$

775 B와 C를 한 사람으로 생각하여 5명을 한 줄로 세우는 경우의 수는
$5\times4\times3\times2\times1=120$
이때 B가 C의 뒤에 서는 경우의 수는 1이므로 조건 (가), (나)를 만족시키는 경우의 수는
$120\times1=120$ … 1단계
또 B, C를 한 사람, A, F를 한 사람으로 생각하여 4명을 한 줄로 세우는 경우의 수는
$4\times3\times2\times1=24$
이때 A, F가 자리를 바꾸는 경우의 수는 2이므로 조건 (가), (나)를 만족시키면서 A와 F가 이웃하는 경우의 수는
$24\times2=48$ … 2단계
따라서 구하는 경우의 수는
$120-48=72$ … 3단계
답 72

단계	채점 요소	비율
1	조건 (가), (나)를 만족시키는 경우의 수 구하기	40 %
2	조건 (가), (나)를 만족시키면서 A와 F가 이웃하는 경우의 수 구하기	50 %
3	조건 (가), (나), (다)를 만족시키는 경우의 수 구하기	10 %

유형 134 색칠하는 경우의 수
본책 166쪽

(1) 각 부분에 모두 다른 색을 칠하는 경우
➜ 한 부분을 정하여 경우의 수를 구한 후 나머지 부분에도 이전에 칠한 색을 제외한 경우의 수를 구하여 곱한다.
(2) 같은 색을 여러 번 사용해도 좋으나 이웃하는 부분은 서로 다른 색을 칠하는 경우
➜ 각 부분에서 이웃하는 부분에 칠한 색을 제외한 경우의 수를 구하여 곱한다.

776 A에 칠할 수 있는 색은 4가지, B에 칠할 수 있는 색은 A에 칠한 색을 제외한 3가지, C에 칠할 수 있는 색은 A, B에 칠한 색을 제외한 2가지, D에 칠할 수 있는 색은 A, B, C에 칠한 색을 제외한 1가지이다.
따라서 구하는 경우의 수는
$4\times3\times2\times1=24$ 답 ②

777 A에 칠할 수 있는 색은 4가지, B에 칠할 수 있는 색은 A에 칠한 색을 제외한 3가지, C에 칠할 수 있는 색은 B에 칠한 색을 제외한 3가지이다.
따라서 구하는 경우의 수는
$4\times3\times3=36$ 답 36

778 C에 칠할 수 있는 색은 5가지, A에 칠할 수 있는 색은 C에 칠한 색을 제외한 4가지, B에 칠할 수 있는 색은 A, C에 칠한 색을 제외한 3가지, D에 칠할 수 있는 색은 C에 칠한 색을 제외한 4가지, E에 칠할 수 있는 색은 C, D에 칠한 색을 제외한 3가지이다.
따라서 구하는 경우의 수는
$5\times4\times3\times4\times3=720$ 답 ⑤

779 A에 색을 칠한 후 B와 D를 서로 다른 색으로 칠하면 C에 칠할 수 있는 색이 없으므로 B와 D는 같은 색으로 칠해야 한다.
A에 칠할 수 있는 색은 3가지, B에 칠할 수 있는 색은 A에 칠한 색을 제외한 2가지, C에 칠할 수 있는 색은 A, B에 칠한 색을 제외한 1가지, D에 칠할 수 있는 색은 B에 칠한 색과 같은 색인 1가지이다.
따라서 구하는 경우의 수는
$3\times2\times1\times1=6$ 답 6

780 A에 칠할 수 있는 색은 4가지, B에 칠할 수 있는 색은 A에 칠한 색을 제외한 3가지, C에 칠할 수 있는 색은 B에 칠한 색을 제외한 3가지, D에 칠할 수 있는 색은 B, C에 칠한 색을 제외한 2가지, E에 칠할 수 있는 색은 D에 칠한 색을 제외한 3가지이다.
따라서 구하는 경우의 수는
$4\times3\times3\times2\times3=216$ 답 216

유형 135 자연수의 개수 ; 0을 포함하지 않는 경우 본책 167쪽

0이 아닌 서로 다른 한 자리 숫자가 각각 하나씩 적힌 n장의 카드 중에서

(1) 2장을 뽑아 만들 수 있는 두 자리 자연수의 개수

➡ $n\times(n-1)$

(2) 3장을 뽑아 만들 수 있는 세 자리 자연수의 개수

➡ $n\times(n-1)\times(n-2)$

781 짝수가 되려면 일의 자리의 숫자가 4 또는 6 또는 8이어야 한다.

(i) □4인 경우: 십의 자리에 올 수 있는 숫자는 4를 제외한 4개이므로 4

(ii) □6인 경우: 십의 자리에 올 수 있는 숫자는 6을 제외한 4개이므로 4

(iii) □8인 경우: 십의 자리에 올 수 있는 숫자는 8을 제외한 4개이므로 4

이상에서 구하는 짝수의 개수는

4+4+4=12 답 ③

782 (i) 42□, 43□, 44□, 45□인 경우: 각 경우마다 일의 자리에 올 수 있는 숫자는 5개이므로 5×4=20

(ii) 5□□인 경우: 십의 자리와 일의 자리에 올 수 있는 숫자는 각각 5개이므로 5×5=25

(i), (ii)에서 구하는 자연수의 개수는

20+25=45 답 45

783 (i) 1□□인 경우: 일의 자리에 올 수 있는 숫자는 3, 5, 7의 3개이고 십의 자리에 올 수 있는 숫자는 1과 일의 자리 숫자를 제외한 5개이므로 5×3=15

(ii) 2□□인 경우: 일의 자리에 올 수 있는 숫자는 1, 3, 5, 7의 4개이고 십의 자리에 올 수 있는 숫자는 2와 일의 자리 숫자를 제외한 5개이므로 5×4=20

(iii) 3□□인 세 자리 자연수 중 홀수는 315, 317, …이므로 317은 2번째 수이다.

이상에서 15+20+2=37이므로 317은 37번째에 오는 수이다.

답 37번째

784 (i) 1을 두 번 사용하는 경우

천의 자리를 제외한 자리 중 숫자 1이 올 수 있는 자리는 백의 자리, 십의 자리, 일의 자리의 3가지이고, 1을 제외한 3개의 숫자 중 서로 다른 2개를 나머지 자리에 나열하는 경우의 수는 3×2=6이므로 네 자리 자연수의 개수는

3×6=18

(ii) 1이 아닌 숫자를 두 번 사용하는 경우

두 번 사용하는 숫자를 a라 하고 1과 a가 아닌 나머지 숫자를 b라 하면 네 자리 자연수는 1aab, 1aba, 1baa의 3가지 꼴이다. 이때 1이 아닌 서로 다른 두 자연수 a, b를 선택하는 경우의 수는 3×2=6이므로 네 자리 자연수의 개수는

3×6=18

(i), (ii)에서 구하는 자연수의 개수는

18+18=36 답 36

유형 136 자연수의 개수; 0을 포함하는 경우 본책 168쪽

0을 포함한 서로 다른 한 자리 숫자가 각각 하나씩 적힌 n장의 카드 중에서

(1) 2장을 뽑아 만들 수 있는 두 자리 자연수의 개수

➡ $(n-1)\times(n-1)$

(2) 3장을 뽑아 만들 수 있는 세 자리 자연수의 개수

➡ $(n-1)\times(n-1)\times(n-2)$

참고 맨 앞자리에는 0이 올 수 없다.

785 홀수가 되려면 일의 자리의 숫자가 1 또는 3 또는 5이어야 한다.

(i) □□1인 경우: 백의 자리에 올 수 있는 숫자는 0, 1을 제외한 4개, 십의 자리에 올 수 있는 숫자는 1과 백의 자리의 숫자를 제외한 4개이므로 4×4=16

(ii) □□3인 경우: 백의 자리에 올 수 있는 숫자는 0, 3을 제외한 4개, 십의 자리에 올 수 있는 숫자는 3과 백의 자리의 숫자를 제외한 4개이므로 4×4=16

(iii) □□5인 경우: 백의 자리에 올 수 있는 숫자는 0, 5를 제외한 4개, 십의 자리에 올 수 있는 숫자는 5와 백의 자리의 숫자를 제외한 4개이므로 4×4=16

이상에서 구하는 홀수의 개수는

16+16+16=48 답 48

786 천의 자리에 올 수 있는 숫자는 0을 제외한 9개, 백의 자리에 올 수 있는 숫자는 10개, 십의 자리에 올 수 있는 숫자는 10개, 일의 자리에 올 수 있는 숫자는 10개이다.

따라서 구하는 암호의 개수는

9×10×10×10=9000 답 ③

787 짝수가 되려면 일의 자리의 숫자가 0 또는 2 또는 4이어야 한다.

(i) □0인 경우: 십의 자리에 올 수 있는 숫자는 0을 제외한 4개이므로 4

(ii) □2인 경우: 십의 자리에 올 수 있는 숫자는 0과 2를 제외한 3개이므로 3

(iii) □4인 경우: 십의 자리에 올 수 있는 숫자는 0과 4를 제외한 3개이므로 3

이상에서 구하는 짝수의 개수는

4+3+3=10 답 10

788 (i) 2□□인 경우: 십의 자리에 올 수 있는 숫자는 2를 제외한 4개, 일의 자리에 올 수 있는 숫자는 2와 십의 자리의 숫자를 제외한 3개이므로 $4\times3=12$

(ii) 4□□인 경우: 십의 자리에 올 수 있는 숫자는 4를 제외한 4개, 일의 자리에 올 수 있는 숫자는 4와 십의 자리의 숫자를 제외한 3개이므로 $4\times3=12$

(iii) 60□인 경우: 일의 자리에 올 수 있는 숫자는 6과 0을 제외한 3개이므로 3

이상에서 620보다 작은 수의 개수는

$12+12+3=27$

답 ②

789 3의 배수이려면 각 자리의 숫자의 합이 3의 배수이어야 한다.

(i) 각 자리의 숫자의 합이 3인 경우

12, 21, 30의 3개 … 1단계

(ii) 각 자리의 숫자의 합이 6인 경우

15, 24, 42, 51, 60의 5개 … 2단계

(iii) 각 자리의 숫자의 합이 9인 경우

36, 45, 54, 63의 4개 … 3단계

이상에서 구하는 3의 배수의 개수는

$3+5+4=12$ … 4단계

답 12

단계	채점 요소	비율
1	각 자리의 숫자의 합이 3인 경우의 수 구하기	30 %
2	각 자리의 숫자의 합이 6인 경우의 수 구하기	30 %
3	각 자리의 숫자의 합이 9인 경우의 수 구하기	30 %
4	3의 배수의 개수 구하기	10 %

만점 공략 노트

배수의 판정

① 3의 배수: 각 자리의 숫자의 합이 3의 배수인 수

② 4의 배수: 끝의 두 자리의 수가 4의 배수인 수

③ 5의 배수: 끝의 한 자리의 숫자가 0 또는 5인 수

④ 9의 배수: 각 자리의 숫자의 합이 9의 배수인 수

790 (i) 1□□인 경우: 10□인 경우에는 일의 자리에 올 수 있는 숫자는 2, 3의 2개이므로 2

12□인 경우에는 일의 자리에 올 수 있는 숫자는 0, 3의 2개이므로 2

13□인 경우에는 일의 자리에 올 수 있는 숫자는 0, 2, 3의 3개이므로 3

따라서 1□□인 경우의 자연수의 개수는

$2+2+3=7$

(ii) 2□□인 경우: (i)과 같은 방법으로 2□□인 경우의 자연수의 개수는

$2+2+3=7$

(iii) 3□□인 경우: 십의 자리에 올 수 있는 숫자는 0, 1, 2, 3의 4개, 일의 자리에 올 수 있는 숫자는 0, 1, 2, 3 중 십의 자리의 숫자를 제외한 3개이므로

$4\times3=12$

이상에서 구하는 자연수의 개수는

$7+7+12=26$

답 26

유형 137 대표 뽑기; 자격이 다른 경우 본책 169쪽

n명 중에서 자격이 다른 r명을 뽑는 경우의 수

➡ n명 중에서 r명을 뽑아 한 줄로 세우는 경우의 수와 같다.

이때 자격이 다른 대표를 뽑는 경우는 순서와 관계가 있다.

791 6명 중에서 4명을 뽑아 한 줄로 세우는 경우의 수와 같으므로

$6\times5\times4\times3=360$

답 ④

792 승수를 제외한 9명 중에서 금상, 동상을 각각 1명씩 뽑으면 되므로 구하는 경우의 수는

$9\times8=72$

답 ④

793 (i) 대표를 남학생 중에서 뽑는 경우의 수는 6

이때 남학생 5명, 여학생 5명 중에서 부대표를 각각 1명씩 뽑는 경우의 수는

$5\times5=25$

즉 대표가 남학생이고 남자 부대표, 여자 부대표를 각각 1명씩 뽑는 경우의 수는

$6\times25=150$ … 1단계

(ii) 대표를 여학생 중에서 뽑는 경우의 수는 5

이때 남학생 6명, 여학생 4명 중에서 부대표를 각각 1명씩 뽑는 경우의 수는

$6\times4=24$

즉 대표가 여학생이고 남자 부대표, 여자 부대표를 각각 1명씩 뽑는 경우의 수는

$5\times24=120$ … 2단계

(i), (ii)에서 구하는 경우의 수는

$150+120=270$ … 3단계

답 270

단계	채점 요소	비율
1	대표가 남학생, 남, 여 부대표가 1명씩인 경우의 수 구하기	40 %
2	대표가 여학생, 남, 여 부대표가 1명씩인 경우의 수 구하기	40 %
3	대표 1명과 남, 여 부대표 1명씩 뽑는 경우의 수 구하기	20 %

다른 풀이 남학생 6명, 여학생 5명 중에서 부대표를 각각 1명씩 뽑는 경우의 수는

$6\times5=30$

부대표를 제외한 9명 중에서 대표를 뽑는 경우의 수는 9

따라서 구하는 경우의 수는

$30\times9=270$

유형 138 대표 뽑기; 자격이 같은 경우 본책 169쪽

(1) n명 중에서 자격이 같은 대표 2명을 뽑는 경우의 수
➡ $\frac{n\times(n-1)}{2}$

(2) n명 중에서 자격이 같은 대표 3명을 뽑는 경우의 수
➡ $\frac{n\times(n-1)\times(n-2)}{3\times2\times1}$

참고 자격이 같은 대표를 뽑는 경우는 순서와 관계가 없다.

794 서영이를 제외한 7명 중에서 본선 진출자 2명을 뽑으면 되므로 구하는 경우의 수는

$\frac{7\times6}{2}=21$ 답 ③

795 커피 맛과 포도 맛을 제외한 4가지 맛 중에서 2가지 맛을 택하면 되므로 구하는 경우의 수는

$\frac{4\times3}{2}=6$ 답 6

796 (i) 대표 2명이 모두 남학생인 경우의 수는

$\frac{5\times4}{2}=10$

(ii) 대표 2명이 모두 여학생인 경우의 수는

$\frac{7\times6}{2}=21$

(i), (ii)에서 구하는 경우의 수는

$10+21=31$ 답 ⑤

797 12명 중에서 자격이 같은 대표 2명을 뽑는 경우의 수와 같으므로

$\frac{12\times11}{2}=66$ 답 ④

798 (i) 3문제를 맞히는 경우의 수는

$\frac{5\times4\times3}{3\times2\times1}=10$

(ii) 4문제를 맞히는 경우의 수는 1문제를 틀리는 경우의 수와 같다. 즉 5문제 중에서 틀리는 1문제를 선택하면 되므로 그 경우의 수는

5

(iii) 5문제를 맞히는 경우의 수는 1

이상에서 구하는 경우의 수는

$10+5+1=16$ 답 ④

799 1부터 9까지 숫자 중에서 소수는 2, 3, 5, 7의 4개, 소수가 아닌 수는 1, 4, 6, 8, 9의 5개이다.

(i) 소수가 2개, 소수가 아닌 수가 2개인 경우의 수는

$\frac{4\times3}{2}\times\frac{5\times4}{2}=6\times10=60$ … 1단계

(ii) 소수가 1개, 소수가 아닌 수가 3개인 경우의 수는

$4\times\frac{5\times4\times3}{3\times2\times1}=4\times10=40$ … 2단계

(iii) 소수가 아닌 수가 4개인 경우의 수는 5개의 수 중에서 사용하지 않을 1개의 수를 선택하는 경우의 수와 같으므로

5 … 3단계

이상에서 구하는 비밀번호의 개수는

$60+40+5=105$ … 4단계

답 105

단계	채점 요소	비율
1	소수가 2개, 소수가 아닌 수가 2개인 경우의 수 구하기	30 %
2	소수가 1개, 소수가 아닌 수가 3개인 경우의 수 구하기	30 %
3	소수가 아닌 수가 4개인 경우의 수 구하기	30 %
4	비밀번호의 개수 구하기	10 %

800 각 조에 속한 8명이 리그전을 할 때, 각 조의 경기 수는

$\frac{8\times7}{2}=28$이므로 리그전의 경기 수는

$28\times2=56$

1, 2위전을 치르는 2명을 정하기 위하여 각 조에서 상위 2명이 한 번씩 경기하고, 1, 2위전과 3, 4위전을 각각 한 번씩 치르므로 리그전 이후부터 순위 결정전까지의 경기 수는

$2+2=4$

따라서 전체 탁구 경기 수는

$56+4=60$ 답 60

유형 139 선분 또는 삼각형의 개수 본책 170쪽

어느 세 점도 한 직선 위에 있지 않은 n $(n\geq3)$개의 점 중에서

(1) 두 점을 연결하여 만들 수 있는 선분의 개수
➡ n개의 점 중에서 순서와 관계없이 2개를 선택하는 경우의 수와 같다.
➡ $\frac{n\times(n-1)}{2}$

(2) 세 점을 연결하여 만들 수 있는 삼각형의 개수
➡ n개의 점 중에서 순서와 관계없이 3개를 선택하는 경우의 수와 같다.
➡ $\frac{n\times(n-1)\times(n-2)}{3\times2\times1}$

801 (1) 선분의 개수는 직선 l 위의 4개의 점 중에서 1개와 직선 m 위의 5개의 점 중에서 1개를 선택하는 경우의 수와 같으므로

$4\times5=20$

(2) 직선 l 위의 4개의 점 중에서 1개와 직선 m 위의 5개의 점 중에서 순서를 생각하지 않고 2개를 선택하는 경우의 수는

$4\times\frac{5\times4}{2}=40$

직선 l 위의 4개의 점 중에서 순서를 생각하지 않고 2개와 직선 m 위의 5개의 점 중에서 1개를 선택하는 경우의 수는

$$\frac{4\times3}{2}\times5=30$$

따라서 구하는 삼각형의 개수는

$$40+30=70$$

답 (1) 20 (2) 70

다른 풀이 (2) 9개의 점 중에서 순서를 생각하지 않고 3개를 선택하는 경우의 수는

$$\frac{9\times8\times7}{3\times2\times1}=84$$

이때 한 직선 위의 3개의 점을 선택하면 삼각형이 만들어지지 않는다.

직선 l 위의 4개의 점 중에서 순서를 생각하지 않고 3개를 선택하는 경우의 수는

$$\frac{4\times3\times2}{3\times2\times1}=4$$

직선 m 위의 5개의 점 중에서 순서를 생각하지 않고 3개를 선택하는 경우의 수는

$$\frac{5\times4\times3}{3\times2\times1}=10$$

따라서 구하는 삼각형의 개수는

$$84-4-10=70$$

802 8개의 점 중에서 순서를 생각하지 않고 3개를 선택하는 경우의 수와 같으므로

$$\frac{8\times7\times6}{3\times2\times1}=56$$

답 56

803 선분의 개수는 8개의 점 중에서 순서를 생각하지 않고 2개를 선택하는 경우의 수와 같으므로

$$\frac{8\times7}{2}=28 \quad \therefore a=28 \quad \cdots \text{1단계}$$

8개의 점 중에서 순서를 생각하지 않고 3개를 선택하는 경우의 수는

$$\frac{8\times7\times6}{3\times2\times1}=56$$

이때 지름 위의 5개의 점 중에서 3개를 선택하는 경우의 수는

$$\frac{5\times4\times3}{3\times2\times1}=10$$

이고, 이 경우는 삼각형이 만들어지지 않으므로 구하는 삼각형의 개수는

$$56-10=46 \quad \therefore b=46 \quad \cdots \text{2단계}$$

$$\therefore a+b=28+46=74 \quad \cdots \text{3단계}$$

답 74

단계	채점 요소	비율
1	a의 값 구하기	40 %
2	b의 값 구하기	50 %
3	$a+b$의 값 구하기	10 %

804 직사각형의 개수는 가로 방향의 4개의 직선 중에서 2개, 세로 방향의 6개의 직선 중에서 2개를 순서를 생각하지 않고 선택하는 경우의 수와 같으므로

$$\frac{4\times3}{2}\times\frac{6\times5}{2}=90$$

이때 격자 한 칸의 길이를 1이라 하면 정사각형의 개수는

한 변의 길이가 1인 경우 15

한 변의 길이가 2인 경우 8

한 변의 길이가 3인 경우 3

이므로

$$15+8+3=26$$

따라서 정사각형이 아닌 직사각형의 개수는

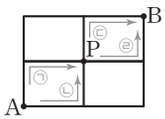
$$90-26=64$$

답 64

유형 140 최단 거리로 가는 경우의 수

본책 171쪽

A 지점에서 출발하여 P 지점을 거쳐 B 지점까지 최단 거리로 가는 경우의 수는 다음과 같은 순서로 구한다.



❶ A 지점에서 P 지점까지 최단 거리로 가는 경우는 ㉠, ㉡의 2가지

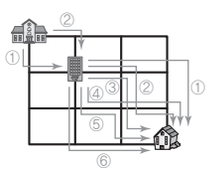
❷ P 지점에서 B 지점까지 최단 거리로 가는 경우는 ㉢, ㉣의 2가지

❸ ❶, ❷에서 구하는 경우의 수는 $2\times2=4$

805 학교에서 독서실까지 최단 거리로 가는 경우는 2가지, 독서실에서 집까지 최단 거리로 가는 경우는 6가지이다.

따라서 구하는 경우의 수는

$$2\times6=12$$

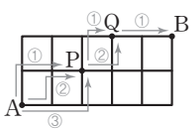


답 12

806 A 지점에서 P 지점까지 최단 거리로 가는 경우는 3가지, P 지점에서 Q 지점까지 최단 거리로 가는 경우는 2가지, Q 지점에서 B 지점까지 최단 거리로 가는 경우는 1가지이다.

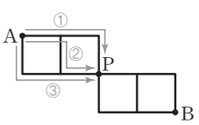
따라서 구하는 경우의 수는

$$3\times2\times1=6$$



답 ③

807 오른쪽 그림에서 A 지점에서 B 지점까지 최단 거리로 가려면 P 지점을 반드시 지나야 한다.



(i) A → P로 가는 경우의 수는 3

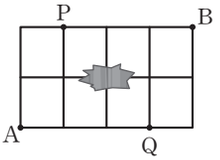
(ii) P → B로 가는 경우의 수는 3

(i), (ii)에서 구하는 경우의 수는

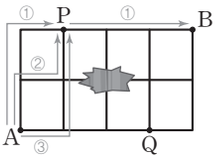
$$3\times3=9$$

답 9

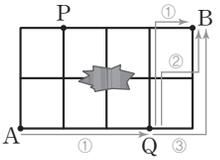
808 오른쪽 그림에서 A 지점에서 B 지점까지 최단 거리로 가려면 P 지점 또는 Q 지점을 반드시 지나야 한다.



(i) A → P → B로 가는 경우의 수는
$3\times1=3$



(ii) A → Q → B로 가는 경우의 수는
$1\times3=3$



(i), (ii)에서 구하는 경우의 수는
$3+3=6$ 답 6

만점 유형 도전하기

본책 172~173쪽

809 전략 나올 수 있는 모든 경우를 빠짐없이 중복되지 않게 구한다.

(가) 동전 세 개를 던져서 나오는 면을 순서쌍으로 나타내면 앞면이 1개 이하로 나오는 경우는
(앞, 뒤, 뒤), (뒤, 앞, 뒤), (뒤, 뒤, 앞), (뒤, 뒤, 뒤)
의 4가지

(나) 동전 한 개를 던질 때 나오는 모든 경우는
앞면, 뒷면의 2가지
주사위 한 개를 던질 때 나오는 모든 경우는
1, 2, 3, 4, 5, 6의 6가지
따라서 경우의 수는
$2\times2\times6=24$

(다) 가위, 바위, 보를 할 때 한 사람이 낼 수 있는 모든 경우는
가위, 바위, 보의 3가지
따라서 경우의 수는
$3\times3\times3=27$

(라) 백의 자리에 올 수 있는 숫자는 5가지, 십의 자리에 올 수 있는 숫자는 백의 자리의 숫자를 제외한 4가지, 일의 자리에 올 수 있는 숫자는 백의 자리와 십의 자리의 숫자를 제외한 3가지이다.
따라서 자연수의 개수는
$5\times4\times3=60$

(마) 8명의 학생 중에서 대표 3명을 뽑는 경우의 수는
$\frac{8\times7\times6}{3\times2\times1}=56$

이상에서 경우의 수가 작은 것부터 차례대로 나열하면
(가), (나), (다), (마), (라)
이다. 답 풀이 참조

810 전략 점 A가 x축의 방향으로 짝수만큼, y축의 방향으로 홀수만큼 움직일 수 있음을 이용하여 원점에서 출발하여 점 (4, 2)로 이동하기 위하여 나와야 하는 짝수의 눈과 홀수의 눈을 각각 생각한다.

점 A가 원점에서 출발하여 점 (4, 2)로 이동하려면 x축의 방향으로 4만큼, y축의 방향으로 2만큼 이동해야 한다.
이때 x축의 방향으로 이동하려면 주사위를 던져서 짝수의 눈이 나와야 하므로 주사위를 한 번 던져서 4의 눈이 나오거나 두 번 던져서 모두 2의 눈이 나와야 한다.
또 y축의 방향으로 이동하려면 주사위를 던져서 홀수의 눈이 나와야 하므로 주사위를 두 번 던져서 모두 1의 눈이 나와야 한다.
따라서 주사위를 던져서 나오는 눈의 수를 순서쌍으로 나타내면 점 A가 점 (4, 2)로 이동하는 경우는 다음과 같다.

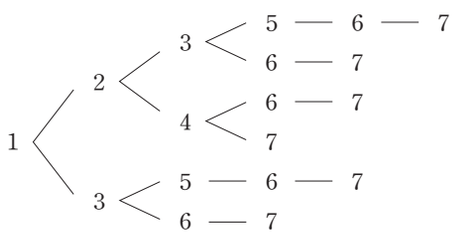
(i) 주사위를 3번 던져서 1의 눈이 2번, 4의 눈이 1번 나오는 경우
(1, 1, 4), (1, 4, 1), (4, 1, 1)의 3가지

(ii) 주사위를 4번 던져서 1의 눈이 2번, 2의 눈이 2번 나오는 경우
(1, 1, 2, 2), (1, 2, 1, 2), (1, 2, 2, 1),
(2, 1, 1, 2), (2, 1, 2, 1), (2, 2, 1, 1)의 6가지

(i), (ii)에서 구하는 경우의 수는
$3+6=9$ 답 9

811 전략 나뭇가지 모양의 그림을 이용하여 나올 수 있는 모든 경우를 빠짐없이 중복되지 않게 구한다.

1번 방에서 시작하여 7번 방을 탈출하는 경우를 나뭇가지 모양의 그림으로 나타내면 다음과 같다.



따라서 구하는 경우의 수는 6이다. 답 6

812 전략 한 개의 점으로 나타낼 수 있는 경우는 튀어나오거나 튀어나오지 않은 2가지임을 이용하여 a개의 점으로 나타낼 수 있는 경우의 수를 구한다.

한 개의 점으로 나타낼 수 있는 경우는 튀어나오거나 튀어나오지 않은 2가지이므로 a개의 점으로 나타낼 수 있는 문자의 개수는
$\underbrace{2\times2\times2\times\cdots\times2}_{a\text{개}}=2^a$
이때 a개의 점 중 어느 것도 튀어나오지 않은 경우는 문자로 생각하지 않으므로 a개의 점으로 나타낼 수 있는 문자의 개수는
2^a-1
127개의 문자를 나타내려면
$2^a-1=127$, $2^a=128$
이때 $2^7=128$이므로
$a=7$ 답 7

813 전략 A와 C에 같은 색을 칠하는 경우, A와 D에 같은 색을 칠하는 경우, A, C, D에 모두 다른 색을 칠하는 경우로 나누어 생각한다.

A와 C, A와 D에는 각각 같은 색을 칠해도 되므로 다음과 같이 나누어 생각한다.

(i) A와 C에 같은 색을 칠하는 경우

A와 C에 칠할 수 있는 색은 4가지, B에 칠할 수 있는 색은 A(C)에 칠한 색을 제외한 3가지, D에 칠할 수 있는 색은 C(A)에 칠한 색을 제외한 3가지, E에 칠할 수 있는 색은 A(C), D에 칠한 색을 제외한 2가지이므로

$4\times3\times3\times2=72$

(ii) A와 D에 같은 색을 칠하는 경우

A와 D에 칠할 수 있는 색은 4가지, B에 칠할 수 있는 색은 A(D)에 칠한 색을 제외한 3가지, C에 칠할 수 있는 색은 B, D(A)에 칠한 색을 제외한 2가지, E에 칠할 수 있는 색은 A(D)에 칠한 색을 제외한 3가지이므로

$4\times3\times2\times3=72$

(iii) A, C, D에 모두 다른 색을 칠하는 경우

A, C, D에 모두 다른 색을 칠하는 경우의 수는

$4\times3\times2=24$

이고 B에 칠할 수 있는 색은 A, C에 칠한 색을 제외한 2가지, E에 칠할 수 있는 색은 A, D에 칠한 색을 제외한 2가지이므로

$24\times2\times2=96$

이상에서 구하는 경우의 수는

$72+72+96=240$ 답 240

814 전략 네 자리의 대칭수는 천의 자리의 숫자와 일의 자리의 숫자가 같고, 백의 자리의 숫자와 십의 자리의 숫자가 같음을 이용한다.

네 자리의 대칭수는 천의 자리의 숫자와 일의 자리의 숫자가 같고 이 자리에 올 수 있는 숫자는 0을 제외한 1, 2, 3, …, 9의 9개이다.

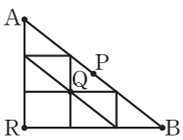
또 백의 자리의 숫자와 십의 자리의 숫자가 같고 이 자리에 올 수 있는 숫자는 0, 1, 2, …, 9의 10개이다.

따라서 네 자리의 대칭수의 개수는

$9\times10=90$ 답 90

815 전략 반드시 지나야 하는 지점을 먼저 찾는다.

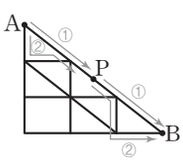
오른쪽 그림과 같이 A 지점에서 B 지점까지 가려면 P, Q, R 세 지점 중 어느 한 지점을 반드시 지나야 한다.



(i) P 지점을 지나는 경우

A → P → B로 가는 경우의 수는

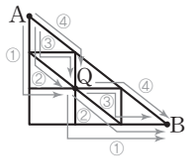
$2\times2=4$



(ii) Q 지점을 지나는 경우

A → Q → B로 가는 경우의 수는

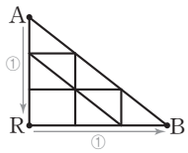
$4\times4=16$



(iii) R 지점을 지나는 경우

A → R → B로 가는 경우의 수는

$1\times1=1$



이상에서 구하는 경우의 수는

$4+16+1=21$ 답 21

816 전략 5개의 지점에 흰 돌 2개와 검은 돌 3개를 놓으려면 먼저 흰 돌을 놓을 지점 2개를 뽑고 나머지 3개의 지점에 검은 돌을 놓으면 되므로 5개 중에서 자격이 같은 2개를 뽑는 것과 같다.

첫 번째 가로줄에 흰 돌 2개, 검은 돌 3개를 놓는 경우의 수는 5개의 지점 중에서 흰 돌을 놓을 지점 2개를 뽑는 것과 같으므로

$\frac{5\times4}{2}=10$

두 번째 가로줄에는 첫 번째 가로줄의 흰 돌 바로 아래에는 검은 돌만 놓을 수 있으므로 검은 돌 2개의 자리는 정해진다. 이때 나머지 흰 돌 2개와 검은 돌 1개를 놓는 경우를 순서쌍으로 나타내면

(흰, 흰, 검), (흰, 검, 흰), (검, 흰, 흰)의 3가지

같은 방법으로 세 번째 가로줄과 네 번째 가로줄에 돌을 놓는 경우도 각각 3가지씩이다.

따라서 구하는 경우의 수는

$10\times3\times3\times3=270$ 답 270

시험 만점 완성하기

본책 174~177쪽

817 전략 조건에 맞는 수를 나열해 본다.

① 짝수는 2, 4, 6, …, 18의 9개이다.

② 18의 약수는 1, 2, 3, 6, 9, 18의 6개이다.

③ 4의 배수는 4, 8, 12, 16의 4개이다.

④ 10 이상인 수는 10, 11, 12, …, 18의 9개이다.

⑤ 6으로 나누었을 때 나머지가 1인 수는 1, 7, 13의 3개이다.

따라서 경우의 수가 가장 작은 사건은 ⑤이다. 답 ⑤

818 전략 3명이 가위바위보를 하여 한 명이 지는 경우를 생각해 본다.

A, B, C가 내는 가위바위보를 순서쌍으로 나타내면 A가 지는 경우는

(가위, 바위, 바위), (바위, 보, 보), (보, 가위, 가위)

따라서 구하는 경우의 수는 3이다. 답 ①

819 전략 두 눈의 수의 차가 0인 경우와 차가 1인 경우로 나누어 생각한다.

주사위를 두 번 던질 때, 바닥에 오는 면에 적힌 수를 순서쌍으로 나타내면 두 수의 차가 1 이하인 경우는 다음과 같다.

(i) 두 눈의 수의 차가 0인 경우

$(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4)$의 4가지

(ii) 두 눈의 수의 차가 1인 경우

$(1, 2), (2, 1), (2, 3), (3, 2),$
$(3, 4), (4, 3)$의 6가지

(i), (ii)에서 구하는 경우의 수는

$4+6=10$ 답 ①

820 전략 한 번 지나간 길은 다시 지나갈 수 없음에 주의한다.

A → B → C로 가는 경우의 수는

$3\times3=9$

C → B → A로 가는 경우의 수는

$(3-1)\times(3-1)=4$

따라서 구하는 경우의 수는

$9\times4=36$ 답 ②

821 전략 한 개의 전구로 만들 수 있는 신호는 켜거나 끄는 2가지임을 이용하여 네 개의 전구로 만들 수 있는 신호의 개수를 구한다.

한 개의 전구로 만들 수 있는 신호는 켜거나 끄는 2가지이므로 네 개의 전구로 만들 수 있는 신호의 개수는

$2\times2\times2\times2=16$

이때 전구가 모두 꺼진 경우는 신호로 생각하지 않으므로 구하는 신호의 개수는

$16-1=15$ 답 ④

822 전략 맨 앞에 자음, 맨 뒤에 모음이 오는 경우와 맨 앞에 모음, 맨 뒤에 자음이 오는 경우로 나누어 생각한다.

(i) 맨 앞에 자음, 맨 뒤에 모음이 오는 경우

맨 앞에 올 수 있는 문자는 g, r, c의 3개, 맨 뒤에 올 수 있는 문자는 a, e의 2개이고, 맨 앞과 맨 뒤에 오는 문자를 제외한 나머지 3개의 문자를 일렬로 나열하는 경우의 수는 $3\times2\times1=6$이므로

$3\times2\times6=36$

(ii) 맨 앞에 모음, 맨 뒤에 자음이 오는 경우

맨 앞에 올 수 있는 문자는 a, e의 2개, 맨 뒤에 올 수 있는 문자는 g, r, c의 3개이고, 맨 앞과 맨 뒤에 오는 문자를 제외한 나머지 3개의 문자를 일렬로 나열하는 경우의 수는 $3\times2\times1=6$이므로

$2\times3\times6=36$

(i), (ii)에서 구하는 경우의 수는

$36+36=72$ 답 ⑤

823 전략 지후와 세규의 자리를 정한 후 나머지 학생들의 자리를 정한다.

두 명씩 짝을 이루어 세 줄로 줄을 서므로 지후와 세규가 첫 번째, 두 번째, 세 번째 줄 중에서 한 곳에 줄을 서는 경우의 수는

3

이때 지후와 세규가 서로 자리를 바꾸는 경우의 수는

2

또 나머지 4명이 두 명씩 짝을 이루어 줄을 서는 경우의 수는 4명이 일렬로 서는 경우의 수와 같으므로

$4\times3\times2\times1=24$

따라서 구하는 경우의 수는

$3\times2\times24=144$ 답 ⑤

824 전략 각 부분에서 이웃하는 부분에 칠한 색을 제외한 경우의 수를 구하여 곱한다.

A에 칠할 수 있는 색은 5가지, B에 칠할 수 있는 색은 A에 칠한 색을 제외한 4가지, C에 칠할 수 있는 색은 A, B에 칠한 색을 제외한 3가지, D에 칠할 수 있는 색은 C에 칠한 색을 제외한 4가지이다.

따라서 구하는 경우의 수는

$5\times4\times3\times4=240$ 답 ⑤

825 전략 5의 배수가 되려면 일의 자리의 숫자가 0 또는 5이어야 함을 이용한다.

5의 배수가 되려면 일의 자리의 숫자가 0 또는 5이어야 한다.

(i) □□0인 경우: 백의 자리에 올 수 있는 숫자는 0을 제외한 5개, 십의 자리에 올 수 있는 숫자는 0과 백의 자리의 숫자를 제외한 4개이므로

$5\times4=20$

(ii) □□5인 경우: 백의 자리에 올 수 있는 숫자는 0과 5를 제외한 4개, 십의 자리에 올 수 있는 숫자는 5와 백의 자리의 숫자를 제외한 4개이므로

$4\times4=16$

(i), (ii)에서 5의 배수의 개수는

$20+16=36$ 답 ②

826 전략 한 학년에서 2명, 나머지 두 학년에서 각각 1명씩 선발한다.

(i) 1학년 2명, 2학년 1명, 3학년 1명을 뽑는 경우의 수는

$\frac{5\times4}{2}\times4\times3=120$

(ii) 1학년 1명, 2학년 2명, 3학년 1명을 뽑는 경우의 수는

$5\times\frac{4\times3}{2}\times3=90$

(iii) 1학년 1명, 2학년 1명, 3학년 2명을 뽑는 경우의 수는

$5\times4\times\frac{3\times2}{2}=60$

이상에서 구하는 경우의 수는
$120+90+60=270$ 답 ③

827 전략 1부터 10까지의 자연수 중에서 네 개의 수를 뽑았을 때, 두 번째로 큰 수가 9이면 가장 큰 수는 10이다.

꺼낸 구슬에 적힌 수 중에서 두 번째로 큰 수가 9이려면 9가 적힌 구슬과 10이 적힌 구슬을 반드시 꺼내야 한다.
즉 구하는 경우의 수는 9, 10이 적힌 구슬을 제외한 8개의 구슬 중에서 2개의 구슬을 꺼내는 경우의 수와 같으므로

$\frac{8\times7}{2}=28$ 답 ②

828 전략 B와 E를 제외한 4명 중에서 학생 대표 위원 2명을 뽑는 경우의 수를 생각한다.

B와 E를 제외한 4명 중에서 학생 대표 위원 2명을 뽑아야 하므로 구하는 경우의 수는

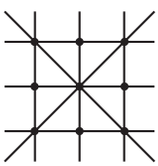
$\frac{4\times3}{2}=6$ 답 ①

829 전략 한 직선 위에 있는 세 점 중에서 어느 두 개의 점을 택하더라도 같은 직선임에 주의한다.

9개의 점 중에서 순서를 생각하지 않고 2개를 선택하는 경우의 수는

$\frac{9\times8}{2}=36$

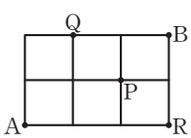
이때 한 직선 위에 있는 3개의 점 중에서 2개를 선택하는 경우의 수는 $\frac{3\times2}{2}=3$이고 이 경우는 모두 같은 직선이다.



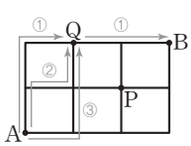
한 직선 위에 3개의 점이 있는 경우는 8가지이므로 두 점을 연결하여 직선을 만들 때 같은 직선이 생기는 경우의 수는
$3\times8=24$
따라서 구하는 직선의 개수는
$36-24+8=20$ 답 ③

830 전략 P 지점을 지나지 않기 위해서 반드시 지나야 하는 지점을 생각한다.

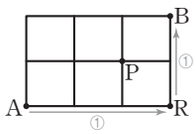
오른쪽 그림에서 A 지점에서 P 지점을 지나지 않고 B 지점까지 최단 거리로 가려면 Q 지점 또는 R 지점을 반드시 지나야 한다.



(i) A → Q → B로 가는 경우의 수는
$3\times1=3$



(ii) A → R → B로 가는 경우의 수는
$1\times1=1$



(i), (ii)에서 구하는 경우의 수는
$3+1=4$ 답 ②

831 전략 각 층에서 내리는 상자 수를 순서쌍으로 나타낸다.

각 층에서 내리는 상자 수를 순서쌍으로 나타내면 다음과 같다.
(i) 모든 층에서 1개씩 내리는 경우
(1, 1, 1, 1, 1, 1)의 1가지
(ii) 4개 층에서 1개씩, 1개 층에서 2개를 내리는 경우
(1, 1, 1, 1, 2), (1, 1, 1, 2, 1), (1, 1, 2, 1, 1),
(1, 2, 1, 1, 1), (2, 1, 1, 1, 1)의 5가지
(iii) 2개 층에서 1개씩, 2개 층에서 2개씩 내리는 경우
(1, 1, 2, 2), (1, 2, 1, 2), (1, 2, 2, 1),
(2, 1, 1, 2), (2, 1, 2, 1), (2, 2, 1, 1)의 6가지
(iv) 3개 층에서 2개씩 내리는 경우
(2, 2, 2)의 1가지
이상에서 구하는 경우의 수는
$1+5+6+1=13$ 답 13

832 전략 500원짜리 동전, 100원짜리 동전, 50원짜리 동전을 각각 지불하는 방법의 수를 먼저 생각한다.

500원짜리 동전 3개를 지불하는 방법은
0개, 1개, 2개, 3개의 4가지
100원짜리 동전 4개를 지불하는 방법은
0개, 1개, 2개, 3개, 4개의 5가지
50원짜리 동전 1개를 지불하는 방법은
0개, 1개의 2가지
즉 돈을 지불하는 방법의 수는
$4\times5\times2=40$
이때 0원을 지불하는 경우는 제외해야 하므로 구하는 방법의 수는
$40-1=39$ 답 39

833 전략 동전 2개를 던질 때의 사건과 주사위 2개를 던질 때의 사건을 각각 구한다.

동전 2개를 던질 때 나오는 면을 순서쌍으로 나타내면 서로 같은 면이 나오는 경우는
(앞, 앞), (뒤, 뒤)의 2가지
주사위 2개를 던질 때 모두 홀수의 눈이 나오는 경우의 수는
$3\times3=9$
따라서 구하는 경우의 수는
$2\times9=18$ 답 18

834 전략 백의 자리의 숫자가 1 또는 2인 자연수의 개수를 먼저 구해 본다.

(i) 1□□인 경우: 십의 자리와 일의 자리에 올 수 있는 숫자는 각각 7가지이므로
$7\times7=49$
(ii) 2□□인 경우: 십의 자리와 일의 자리에 올 수 있는 숫자는 각각 7가지이므로
$7\times7=49$

(i), (ii)에서 49+49=98이므로 99번째로 작은 수는 3□□인 수 중 가장 작은 수이다.

따라서 구하는 수는 311이다. 답 311

835 전략 먼저 5명 중에서 자신의 이름이 적힌 봉투를 선택하는 2명을 정하는 경우의 수를 구한다.

5명 중에서 자신의 이름이 적힌 봉투를 선택하는 2명을 정하는 경우의 수는

$$\frac{5\times4}{2}=10$$

나머지 3명을 A, B, C라 하고 3명 모두 다른 사람의 이름이 적힌 봉투를 선택하는 경우를 표로 나타내면 다음과 같다.

봉투에 적힌 이름	A	B	C
선택하는 사람	B	C	A
	C	A	B

즉 나머지 3명이 모두 다른 사람의 이름이 적힌 봉투를 선택하는 경우의 수는

2

따라서 구하는 경우의 수는

$10\times2=20$ 답 20

836 전략 자격이 같은 대표를 뽑는 경우의 수와 같음을 이용한다.

선분의 개수는 7개의 점 중에서 순서를 생각하지 않고 2개를 선택하는 경우의 수와 같으므로

$$\frac{7\times6}{2}=21 \quad \therefore a=21$$

이때 지름 위의 4개의 점 중에서 2개를 선택하는 경우의 수는

$$\frac{4\times3}{2}=6$$

이고, 이 경우는 모두 같은 직선이 만들어지므로 직선의 개수는

$21-6+1=16 \quad \therefore b=16$

$\therefore a+b=21+16=37$ 답 37

837 전략 직선이 x축과 만나지 않으려면 $y=k\,(k\neq0)$ 꼴이어야 한다.

직선 $y=(a-3)x+b-1$이 x축과 만나지 않으려면 직선의 방정식은 $y=k\,(k\neq0)$ 꼴이어야 한다.

즉 $a-3=0$, $b-1\neq0$이어야 하므로

$a=3$, $b\neq1$ … 1단계

이를 만족시키는 a, b를 순서쌍으로 나타내면

$(3, 2), (3, 3), (3, 4), (3, 5), (3, 6)$

따라서 구하는 경우의 수는 5이다. … 2단계

답 5

단계	채점 요소	배점
1	a, b의 조건 구하기	2점
2	경우의 수 구하기	2점

참고 $a=3$, $b=1$이면 주어진 직선의 방정식은 $y=0$이므로 x축이 된다.

838 전략 A와 D에 같은 색을 칠하는 경우와 다른 색을 칠하는 경우로 나누어 생각한다.

A와 D, B와 C에는 각각 같은 색을 칠해도 되므로 다음과 같이 나누어 생각한다.

(i) A와 D에 같은 색을 칠하는 경우

A에 칠할 수 있는 색은 5가지, B에 칠할 수 있는 색은 A에 칠한 색을 제외한 4가지, D에 칠할 수 있는 색은 A에 칠한 색과 같은 색인 1가지, C에 칠할 수 있는 색은 A(D)에 칠한 색을 제외한 4가지이므로

$5\times4\times1\times4=80$ … 1단계

(ii) A와 D에 다른 색을 칠하는 경우

A에 칠할 수 있는 색은 5가지, B에 칠할 수 있는 색은 A에 칠한 색을 제외한 4가지, D에 칠할 수 있는 색은 A와 B에 칠한 색을 제외한 3가지, C에 칠할 수 있는 색은 A와 D에 칠한 색을 제외한 3가지이므로

$5\times4\times3\times3=180$ … 2단계

(i), (ii)에서 구하는 경우의 수는

$80+180=260$ … 3단계

답 260

단계	채점 요소	배점
1	A와 D에 같은 색을 칠하는 경우의 수 구하기	2점
2	A와 D에 다른 색을 칠하는 경우의 수 구하기	2점
3	경우의 수 구하기	2점

839 전략 3명의 점수가 모두 다른 경우, 2명의 점수가 같은 경우, 3명의 점수가 모두 같은 경우로 나누어 생각한다.

(i) 3명의 점수가 모두 다른 경우

3명의 순위를 정하는 경우의 수는 3명을 한 줄로 세우는 경우의 수와 같으므로

$3\times2\times1=6$ … 1단계

(ii) 2명의 점수가 같은 경우

3명 중에서 점수가 같은 2명을 뽑는 경우의 수는

$$\frac{3\times2}{2}=3$$

3명의 순위를 정하는 경우의 수는 점수가 같은 2명을 1명으로 생각하여 2명을 한 줄로 세우는 경우의 수와 같으므로

2

그러므로 3명의 순위를 정하는 경우의 수는

$3\times2=6$ … 2단계

(iii) 3명의 점수가 모두 같은 경우의 수는 1 … 3단계

이상에서 구하는 경우의 수는

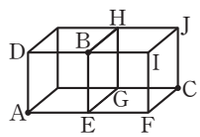
6+6+1=13 … 4단계

답 13

단계	채점 요소	배점
1	3명의 점수가 모두 다른 경우 순위를 정하는 경우의 수 구하기	2점
2	2명의 점수가 같은 경우 순위를 정하는 경우의 수 구하기	2점
3	3명의 점수가 모두 같은 경우 순위를 정하는 경우의 수 구하기	1점
4	경우의 수 구하기	1점

840 전략 최단 거리로 가기 위해 꼭 지나야 하는 점의 위치를 생각해 본다.

오른쪽 그림에서



(i) A → B로 가는 경우는

A → D → B, A → E → B의 2가지 … 1단계

(ii) B → C로 가는 경우는

B → E → F → C, B → E → G → C,

B → I → J → C, B → I → F → C,

B → H → J → C, B → H → G → C의 6가지 … 2단계

(i), (ii)에서 구하는 경우의 수는

2×6=12 … 3단계

답 12

단계	채점 요소	배점
1	A 지점에서 B 지점까지 최단 거리로 가는 경우의 수 구하기	2점
2	B 지점에서 C 지점까지 최단 거리로 가는 경우의 수 구하기	3점
3	경우의 수 구하기	1점

10 확률

Ⅳ. 확률

셀프 CHECK

본책 178~179쪽

A (1) 일어나는 모든 경우의 수는 10이다.

(2) 카드에 적힌 수가 9의 약수인 경우는 1, 3, 9의 3가지이다.

(3) 일어나는 모든 경우의 수가 10이고, 카드에 적힌 수가 9의 약수인 경우의 수가 3이므로 구하는 확률은 $\frac{3}{10}$

답 (1) 10 (2) 3 (3) $\frac{3}{10}$

B 모든 경우의 수는 3+2=5

(1) 남학생이 뽑히는 경우의 수는 3이므로 구하는 확률은 $\frac{3}{5}$

(2) 여학생이 뽑히는 경우의 수는 2이므로 구하는 확률은 $\frac{2}{5}$

답 (1) $\frac{3}{5}$ (2) $\frac{2}{5}$

C (1) 두 눈의 수의 합이 1인 경우는 없으므로 구하는 확률은 0이다.

(2) 두 눈의 수의 곱은 항상 36 이하이므로 구하는 확률은 1이다.

답 (1) 0 (2) 1

D 모든 경우의 수는 2×2=4

(1) 모두 뒷면이 나오는 경우는 (뒤, 뒤)의 1가지이므로 구하는 확률은 $\frac{1}{4}$

(2) (적어도 하나는 앞면이 나올 확률)

=1−(모두 뒷면이 나올 확률)

=$1-\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$

답 (1) $\frac{1}{4}$ (2) $\frac{3}{4}$

E 모든 경우의 수는 2+3+4=9

(1) 파란 공이 나오는 경우의 수는 2이므로 구하는 확률은 $\frac{2}{9}$

(2) 노란 공이 나오는 경우의 수는 3이므로 구하는 확률은 $\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$

(3) 파란 공이 나올 확률은 $\frac{2}{9}$, 노란 공이 나올 확률은 $\frac{1}{3}$이므로 구하는 확률은 $\frac{2}{9}+\frac{1}{3}=\frac{5}{9}$

답 (1) $\frac{2}{9}$ (2) $\frac{1}{3}$ (3) $\frac{5}{9}$

F 홀수의 눈은 1, 3, 5의 3가지이므로 첫 번째에 홀수의 눈이 나올 확률은 $\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$

소수의 눈은 2, 3, 5의 3가지이므로 두 번째에 소수의 눈이 나올 확률은 $\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$

따라서 구하는 확률은 $\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$ 답 $\frac{1}{4}$

G (1) 첫 번째에 당첨 제비를 뽑을 확률은 $\frac{4}{12}=\frac{1}{3}$이고, 두 번째에 당첨 제비를 뽑을 확률도 $\frac{4}{12}=\frac{1}{3}$이므로 구하는 확률은

$\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{9}$

(2) 첫 번째에 당첨 제비를 뽑을 확률은 $\frac{4}{12}=\frac{1}{3}$이고, 두 번째에 당첨 제비를 뽑을 확률은 $\frac{3}{11}$이므로 구하는 확률은

$\frac{1}{3}\times\frac{3}{11}=\frac{1}{11}$

답 (1) $\frac{1}{9}$ (2) $\frac{1}{11}$

내신 유형 다지기

본책 180~191쪽

유형 141 확률

본책 180쪽

(사건 A가 일어날 확률)$=\frac{\text{(사건 } A\text{가 일어나는 경우의 수)}}{\text{(일어나는 모든 경우의 수)}}$

841 모든 경우의 수는 $6\times6=36$

두 눈의 수의 합이 8인 경우는

$(2, 6), (3, 5), (4, 4), (5, 3), (6, 2)$

의 5가지

따라서 구하는 확률은 $\frac{5}{36}$ 답 ④

842 더 넣어야 하는 검은 바둑돌의 개수를 x라 하면

(흰 바둑돌이 나올 확률)$=\frac{6}{6+(4+x)}=\frac{3}{8}$

$30+3x=48$ $\therefore x=6$

따라서 더 넣어야 하는 검은 바둑돌의 개수는 6이다. 답 ④

유형 142 여러 가지 경우의 수를 이용한 확률

본책 180쪽

① n명을 일렬로 세우는 경우의 수

➡ $n\times(n-1)\times(n-2)\times\cdots\times2\times1$

② n명 중에서 자격이 같은 2명의 대표를 뽑는 경우의 수

➡ $\frac{n\times(n-1)}{2}$

③ n명 중에서 자격이 같은 3명의 대표를 뽑는 경우의 수

➡ $\frac{n\times(n-1)\times(n-2)}{3\times2\times1}$

843 모든 경우의 수는 $5\times4\times3\times2\times1=120$

B와 C를 이웃하게 세우는 경우의 수는

$(4\times3\times2\times1)\times2\times1=48$

따라서 구하는 확률은

$\frac{48}{120}=\frac{2}{5}$ 답 $\frac{2}{5}$

844 모든 경우의 수는 $\frac{7\times6}{2}=21$

모두 남학생이 뽑히는 경우의 수는

$\frac{3\times2}{2}=3$

따라서 구하는 확률은

$\frac{3}{21}=\frac{1}{7}$ 답 ②

845 모든 경우의 수는 $5\times4=20$

43 이하의 자연수가 되려면 십의 자리의 숫자가 2 또는 3 또는 4이어야 한다.

(i) 2□인 경우: 일의 자리에 올 수 있는 숫자는 4가지

(ii) 3□인 경우: 일의 자리에 올 수 있는 숫자는 4가지

(iii) 4□인 경우: 42, 43의 2가지

이상에서 43 이하인 경우의 수는

$4+4+2=10$

따라서 구하는 확률은

$\frac{10}{20}=\frac{1}{2}$ 답 ⑤

846 모든 경우의 수는 $\frac{5\times4\times3}{3\times2\times1}=10$

삼각형의 가장 긴 변의 길이는 나머지 두 변의 길이의 합보다 작아야 하므로 삼각형이 만들어지는 세 변의 길이는

$(2, 5, 6), (2, 9, 10), (5, 6, 9),$

$(5, 6, 10), (5, 9, 10), (6, 9, 10)$

의 6가지

따라서 구하는 확률은

$\frac{6}{10}=\frac{3}{5}$ 답 ③

847 모든 경우의 수는 $5\times5\times4=100$ … 1단계

5의 배수가 되려면 일의 자리의 숫자가 0 또는 5이어야 한다.

(i) □□0인 경우: 백의 자리에 올 수 있는 숫자는 0을 제외한 5가지, 십의 자리에 올 수 있는 숫자는 0과 백의 자리의 숫자를 제외한 4가지이므로

$5\times4=20$

(ii) □□5인 경우: 백의 자리에 올 수 있는 숫자는 0과 5를 제외한 4가지, 십의 자리에 올 수 있는 숫자는 5와 백의 자리의 숫자를 제외한 4가지이므로

$4\times4=16$

(i), (ii)에서 5의 배수의 개수는

$20+16=36$ … 2단계

따라서 구하는 확률은

$\frac{36}{100}=\frac{9}{25}$ … 3단계

답 $\frac{9}{25}$

단계	채점 요소	비율
1	모든 경우의 수 구하기	30 %
2	5의 배수의 개수 구하기	50 %
3	5의 배수일 확률 구하기	20 %

848 모든 경우의 수는 $\frac{6\times5\times4}{3\times2\times1}=20$

정삼각형이 만들어지는 세 점은

(A, C, E), (B, D, F)

의 2가지

따라서 구하는 확률은

$\frac{2}{20}=\frac{1}{10}$

답 ①

유형 143 방정식, 부등식에서의 확률

본책 181쪽

방정식, 부등식에서의 확률은 다음과 같은 순서로 구한다.

❶ 모든 경우의 수를 구한다.

❷ 주어진 방정식 또는 부등식의 해를 이용하여 조건을 만족시키는 경우의 수를 구한다.

❸ (확률)$=\frac{\text{(❷에서 구한 경우의 수)}}{\text{(❶에서 구한 경우의 수)}}$

849 모든 경우의 수는 $6\times6=36$

$x+2y=10$을 만족시키는 순서쌍 (x, y)는

(2, 4), (4, 3), (6, 2)

의 3가지

따라서 구하는 확률은

$\frac{3}{36}=\frac{1}{12}$

답 ③

850 모든 경우의 수는 $6\times6=36$

$a+3b<11$을 만족시키는 순서쌍 (a, b)는

(1, 1), (1, 2), (1, 3), (2, 1), (2, 2), (3, 1), (3, 2), (4, 1), (4, 2), (5, 1), (6, 1)

의 11가지

따라서 구하는 확률은 $\frac{11}{36}$

답 ①

851 모든 경우의 수는 $4\times4=16$

$ax-2b=0$의 해, 즉 $x=\frac{2b}{a}$가 자연수가 되도록 하는 순서쌍 (a, b)는

(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (3, 3), (4, 2), (4, 4)

의 11가지

따라서 구하는 확률은 $\frac{11}{16}$

답 $\frac{11}{16}$

852 모든 경우의 수는 $6\times6=36$ … 1단계

연립방정식 $\begin{cases}ax+by=1\\3x+y=7\end{cases}$의 해가 존재하지 않으려면

$\frac{a}{3}=\frac{b}{1}\neq\frac{1}{7}$이어야 한다.

$\therefore a=3b,\ b\neq\frac{1}{7}$

이를 만족시키는 순서쌍 (a, b)는

(3, 1), (6, 2)

의 2가지 … 2단계

따라서 구하는 확률은

$\frac{2}{36}=\frac{1}{18}$ … 3단계

답 $\frac{1}{18}$

단계	채점 요소	비율
1	모든 경우의 수 구하기	30 %
2	연립방정식의 해가 존재하지 않는 경우의 수 구하기	50 %
3	연립방정식의 해가 존재하지 않을 확률 구하기	20 %

만점 공략 노트

연립방정식 $\begin{cases}ax+by=c\\a'x+b'y=c'\end{cases}$에서

① 해가 무수히 많다. ➜ $\frac{a}{a'}=\frac{b}{b'}=\frac{c}{c'}$

② 해가 없다. ➜ $\frac{a}{a'}=\frac{b}{b'}\neq\frac{c}{c'}$

유형 144 좌표평면에서의 확률

본책 182쪽

좌표평면에서의 확률은 다음과 같은 순서로 구한다.

❶ 모든 경우의 수를 구한다.

❷ 그래프가 지나는 점의 좌표 또는 위치 관계 등을 이용하여 조건을 만족시키는 경우의 수를 구한다.

❸ (확률)$=\frac{\text{(❷에서 구한 경우의 수)}}{\text{(❶에서 구한 경우의 수)}}$

853 모든 경우의 수는 $9\times9=81$

일차함수 $y=ax-b$의 그래프가 점 (2, 1)을 지나므로

$2a-b=1$을 만족시키는 순서쌍 (a, b)는

(1, 1), (2, 3), (3, 5), (4, 7), (5, 9)

의 5가지

따라서 구하는 확률은 $\frac{5}{81}$

답 ②

854 모든 경우의 수는 $12\times12=144$

직선 AB의 기울기는 $\frac{6-2}{4-1}=\frac{4}{3}$

직선 $y=\frac{b}{a}x$가 직선 AB와 만나지 않으려면 두 직선은 평행해야 하므로 $\frac{b}{a}=\frac{4}{3}$를 만족시키는 순서쌍 (a, b)는

$(3, 4), (6, 8), (9, 12)$

의 3가지

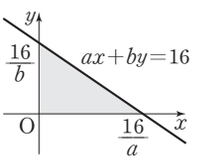
따라서 구하는 확률은

$\frac{3}{144}=\frac{1}{48}$

답 $\frac{1}{48}$

855 모든 경우의 수는 $4\times4=16$ … 1단계

일차방정식 $ax+by=16$의 그래프의 x절편은 $\frac{16}{a}$, y절편은 $\frac{16}{b}$이므로 오른쪽 그림에서 일차방정식 $ax+by=16$의 그래프와 x축, y축으로 둘러싸인 도형의 넓이는



$\frac{1}{2}\times\frac{16}{a}\times\frac{16}{b}=\frac{128}{ab}$

이때 $\frac{128}{ab}\le16$이므로 $\frac{8}{ab}\le1$ $\therefore ab\ge8$

$ab\ge8$을 만족시키는 순서쌍 (a, b)는

$(2, 4), (3, 3), (3, 4), (4, 2), (4, 3), (4, 4)$

의 6가지 … 2단계

따라서 구하는 확률은

$\frac{6}{16}=\frac{3}{8}$ … 3단계

답 $\frac{3}{8}$

단계	채점 요소	비율
1	모든 경우의 수 구하기	30 %
2	도형의 넓이가 16 이하인 경우의 수 구하기	50 %
3	도형의 넓이가 16 이하일 확률 구하기	20 %

유형 145 확률의 성질 본책 182쪽

(1) 어떤 사건이 일어날 확률을 p라 하면 $0\le p\le1$이다.
(2) 반드시 일어나는 사건의 확률은 1이다.
(3) 절대로 일어나지 않는 사건의 확률은 0이다.

856 ① 소수가 적힌 카드가 나오는 경우는 2의 1가지이므로 그 확률은 $\frac{1}{5}$이다.

② 10의 약수가 적힌 카드가 나오는 경우는 2, 10의 2가지이므로 그 확률은 $\frac{2}{5}$이다.

③ 10 이상의 자연수가 적힌 카드가 나오는 경우는 10의 1가지이므로 그 확률은 $\frac{1}{5}$이다.

⑤ 4와 서로소인 수가 적힌 카드가 나올 확률은 0이다.

따라서 옳은 것은 ④이다. 답 ④

857 각 경우의 확률은 다음과 같다.

①, ②, ③, ⑤ 1 ④ 0

따라서 확률이 0인 것은 ④이다. 답 ④

858 ㄱ. $0\le p\le1$

ㄷ. $q=0$이면 $p=1$이므로 사건 A는 반드시 일어난다.

따라서 옳은 것은 ㄴ, ㄹ이다. 답 ④

유형 146 어떤 사건이 일어나지 않을 확률 본책 183쪽

사건 A가 일어날 확률을 p라 하면
(사건 A가 일어나지 않을 확률)$=1-p$

859 모든 경우의 수는 $\frac{8\times7}{2}=28$

정희가 뽑히는 경우의 수는 정희를 제외한 7명 중에서 당번 1명을 뽑는 경우의 수와 같으므로 7

따라서 정희가 뽑힐 확률은 $\frac{7}{28}=\frac{1}{4}$

$\therefore$ (정희가 뽑히지 않을 확률)
$=1-$(정희가 뽑힐 확률)
$=1-\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$

답 ⑤

다른 풀이 모든 경우의 수는 $\frac{8\times7}{2}=28$

정희가 뽑히지 않는 경우의 수는 정희를 제외한 7명 중에서 당번 2명을 뽑는 경우의 수와 같으므로

$\frac{7\times6}{2}=21$

따라서 구하는 확률은

$\frac{21}{28}=\frac{3}{4}$

860 모든 경우의 수는 $7\times7=49$

승혜와 정우가 같은 여행지를 선택하는 경우의 수는 7이므로 그 확률은

$\frac{7}{49}=\frac{1}{7}$

$\therefore$ (서로 다른 여행지를 선택할 확률)
$=1-$(같은 여행지를 선택할 확률)
$=1-\frac{1}{7}=\frac{6}{7}$

답 $\frac{6}{7}$

861 모든 경우의 수는 $4\times4=16$

두 자리 자연수 중 소수인 경우는 17, 71의 2가지이므로 그 확률은

$\frac{2}{16}=\frac{1}{8}$

∴ (소수가 아닐 확률)=1−(소수일 확률)

$=1-\frac{1}{8}=\frac{7}{8}$ 답 $\frac{7}{8}$

862 모든 경우의 수는

$6\times5\times4\times3\times2\times1=720$ … 1단계

여학생 2명이 연속으로 발표하는 경우의 수는 여학생 2명을 이웃하여 세우는 경우의 수와 같으므로

$(5\times4\times3\times2\times1)\times2=240$

따라서 여학생 2명이 연속으로 발표할 확률은

$\frac{240}{720}=\frac{1}{3}$ … 2단계

∴ (여학생 2명이 연속으로 발표하지 않을 확률)

=1−(여학생 2명이 연속으로 발표할 확률)

$=1-\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$ … 3단계

답 $\frac{2}{3}$

단계	채점 요소	비율
1	모든 경우의 수 구하기	30 %
2	여학생 2명이 연속으로 발표할 확률 구하기	50 %
3	여학생 2명이 연속으로 발표하지 않을 확률 구하기	20 %

863 6개의 점 중에서 3개의 점을 택하는 경우의 수는

$\frac{6\times5\times4}{3\times2\times1}=20$

이때 한 직선 위에 있는 3개의 점을 택하면 삼각형이 만들어지지 않고, 한 직선 위에 3개의 점이 있는 경우는 다음과 같이 3가지이다.

따라서 6개의 점 중에서 3개의 점을 연결하여 만들 수 있는 삼각형의 개수는

$20-3=17$

이때 정삼각형이 되는 경우는 다음과 같이 5가지이다.

따라서 정삼각형일 확률은 $\frac{5}{17}$

∴ (정삼각형이 아닐 확률)=1−(정삼각형일 확률)

$=1-\frac{5}{17}=\frac{12}{17}$ 답 $\frac{12}{17}$

유형 147 적어도 하나는 ~일 확률 본책 183쪽

(적어도 하나는 ~일 확률)=1−(모두 ~가 아닐 확률)

참고 '적어도 하나는 ~일 확률', '~가 아닐 확률', '~을 못할 확률' 등의 표현이 있으면 어떤 사건이 일어나지 않을 확률을 이용한다.

864 모든 경우의 수는 $\frac{8\times7}{2}=28$

2개 모두 검은 구슬이 나오는 경우의 수는

$\frac{5\times4}{2}=10$

이므로 그 확률은 $\frac{10}{28}=\frac{5}{14}$

∴ (적어도 한 개는 흰 구슬이 나올 확률)

=1−(2개 모두 검은 구슬이 나올 확률)

$=1-\frac{5}{14}=\frac{9}{14}$ 답 ②

865 모든 경우의 수는 $2\times2\times2\times2=16$

4개 모두 앞면이 나오는 경우는

(앞, 앞, 앞, 앞)

의 1가지이므로 그 확률은 $\frac{1}{16}$

∴ (적어도 한 개는 뒷면이 나올 확률)

=1−(4개 모두 앞면이 나올 확률)

$=1-\frac{1}{16}=\frac{15}{16}$ 답 ⑤

866 모든 경우의 수는 $\frac{8\times7\times6}{3\times2\times1}=56$

3개 모두 콩고물 인절미가 나오는 경우의 수는

$\frac{4\times3\times2}{3\times2\times1}=4$

이므로 그 확률은 $\frac{4}{56}=\frac{1}{14}$

∴ (적어도 한 개는 흑임자 인절미가 나올 확률)

=1−(3개 모두 콩고물 인절미가 나올 확률)

$=1-\frac{1}{14}=\frac{13}{14}$ 답 $\frac{13}{14}$

867 모든 경우의 수는 $6\times5\times4\times3\times2\times1=720$

양 끝에 선 사람이 모두 여학생인 경우의 수는

$3\times2\times(4\times3\times2\times1)=144$

이므로 그 확률은 $\frac{144}{720}=\frac{1}{5}$

∴ (적어도 한 명은 남학생일 확률)

=1−(모두 여학생일 확률)

$=1-\frac{1}{5}=\frac{4}{5}$ 답 ④

868 모든 경우의 수는 $3\times2\times1=6$

A, B, C 세 학생의 시험지를 각각 a, b, c라 하고 세 학생이 받은 시험지를 순서쌍 (A, B, C)로 나타내면 모두 다른 학생의 시험지를 받는 경우는

(b, c, a), (c, a, b)

의 2가지이므로 그 확률은 $\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$

∴ (적어도 한 명은 자신의 시험지를 받을 확률)
=1−(모두 다른 학생의 시험지를 받을 확률)
$=1-\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$ 답 ④

유형 148 사건 A 또는 사건 B가 일어날 확률 본책 184쪽

두 사건 A, B가 동시에 일어나지 않을 때, 사건 A가 일어날 확률을 p, 사건 B가 일어날 확률을 q라 하면
(사건 A 또는 사건 B가 일어날 확률)$=p+q$

869 모든 경우의 수는 $5\times4=20$
(i) 두 자리 자연수가 25 이하인 경우
1□인 경우의 4가지, 2□인 경우의 4가지이므로 그 확률은
$\frac{8}{20}=\frac{2}{5}$
(ii) 두 자리 자연수가 43 이상인 경우
43, 45의 2가지, 5□인 경우의 4가지이므로 그 확률은
$\frac{6}{20}=\frac{3}{10}$
(i), (ii)에서 구하는 확률은
$\frac{2}{5}+\frac{3}{10}=\frac{7}{10}$ 답 ④

870 모든 경우의 수는 $6\times6=36$ … 1단계
(i) $ax-b=0$의 해가 $x=1$이면
$a-b=0$ $\therefore a=b$
$a=b$를 만족시키는 순서쌍 (a, b)는
$(1, 1), (2, 2), \cdots, (6, 6)$
의 6가지이므로 그 확률은 $\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$ … 2단계
(ii) $ax-b=0$의 해가 $x=4$이면
$4a-b=0$ $\therefore 4a=b$
$4a=b$를 만족시키는 순서쌍 (a, b)는
$(1, 4)$
의 1가지이므로 그 확률은 $\frac{1}{36}$ … 3단계
(i), (ii)에서 구하는 확률은
$\frac{1}{6}+\frac{1}{36}=\frac{7}{36}$ … 4단계
답 $\frac{7}{36}$

단계	채점 요소	비율
1	모든 경우의 수 구하기	20 %
2	방정식 $ax-b=0$의 해가 $x=1$일 확률 구하기	30 %
3	방정식 $ax-b=0$의 해가 $x=4$일 확률 구하기	30 %
4	방정식 $ax-b=0$의 해가 $x=1$ 또는 $x=4$일 확률 구하기	20 %

871 모든 경우의 수는 $5\times4\times3\times2\times1=120$
(i) 양 끝에 모음이 오는 경우의 수는
$2\times(3\times2\times1)=12$
이므로 그 확률은
$\frac{12}{120}=\frac{1}{10}$
(ii) 모음끼리 이웃하는 경우의 수는
$(4\times3\times2\times1)\times2=48$
이므로 그 확률은
$\frac{48}{120}=\frac{2}{5}$
(i), (ii)에서 구하는 확률은
$\frac{1}{10}+\frac{2}{5}=\frac{1}{2}$ 답 ⑤

872 모든 경우의 수는 $6\times6=36$
주사위를 두 번 던졌을 때, 점 P가 점 A에 오려면 두 눈의 수의 합이 5 또는 10이어야 한다.
(i) 두 눈의 수의 합이 5인 경우는
$(1, 4), (2, 3), (3, 2), (4, 1)$
의 4가지이므로 그 확률은
$\frac{4}{36}=\frac{1}{9}$
(ii) 두 눈의 수의 합이 10인 경우는
$(4, 6), (5, 5), (6, 4)$
의 3가지이므로 그 확률은
$\frac{3}{36}=\frac{1}{12}$
(i), (ii)에서 구하는 확률은
$\frac{1}{9}+\frac{1}{12}=\frac{7}{36}$ 답 $\frac{7}{36}$

유형 149 두 사건 A, B가 동시에 일어날 확률 본책 185쪽

두 사건 A, B가 서로 영향을 끼치지 않을 때, 사건 A가 일어날 확률을 p, 사건 B가 일어날 확률을 q라 하면
(두 사건 A, B가 동시에 일어날 확률)$=p\times q$

873 세준이가 스트라이크를 칠 확률은 $\frac{1}{4}$이고 연우가 스트라이크를 칠 확률은 $\frac{3}{8}$이므로 구하는 확률은
$\frac{1}{4}\times\frac{3}{8}=\frac{3}{32}$ 답 $\frac{3}{32}$

874 A 상자에서 불량품이 나오지 않을 확률은 $1-\frac{2}{8}=\frac{3}{4}$이고, B 상자에서 불량품이 나올 확률은 $\frac{4}{12}=\frac{1}{3}$이다.
따라서 구하는 확률은
$\frac{3}{4}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{4}$ 답 ②

875 월요일에 비가 오지 않을 확률은 $1-\frac{2}{7}=\frac{5}{7}$이고, 화요일에 비가 오지 않을 확률은 $1-\frac{4}{5}=\frac{1}{5}$이다.

따라서 구하는 확률은

$$\frac{5}{7}\times\frac{1}{5}=\frac{1}{7}$$

답 $\frac{1}{7}$

876 성민이가 자유투를 성공하지 못할 확률은

$$1-\frac{3}{5}=\frac{2}{5} \quad \cdots \text{1단계}$$

우희가 자유투를 성공할 확률을 x라 하면 성공하지 못할 확률은 $1-x$이고, 두 사람 모두 자유투를 성공하지 못할 확률이 $\frac{1}{10}$이므로

$$\frac{2}{5}\times(1-x)=\frac{1}{10} \quad \cdots \text{2단계}$$

$$1-x=\frac{1}{4} \qquad \therefore x=\frac{3}{4}$$

따라서 우희가 자유투를 성공할 확률은 $\frac{3}{4}$이다. … 3단계

답 $\frac{3}{4}$

단계	채점 요소	비율
1	성민이가 자유투를 성공하지 못할 확률 구하기	20 %
2	우희가 자유투를 성공할 확률을 x라 하고 방정식 세우기	40 %
3	우희가 자유투를 성공할 확률 구하기	40 %

877 A 버스가 오전 9시 전에 도착할 확률은

$$1-\frac{50}{100}-\frac{10}{100}=\frac{40}{100}=\frac{2}{5}$$

따라서 A 버스가 3일 연속 오전 9시 전에 도착할 확률은

$$\frac{2}{5}\times\frac{2}{5}\times\frac{2}{5}=\frac{8}{125}$$

답 ②

878 동전을 던진 지 네 번 만에 금고가 열리려면 세 번째, 네 번째에는 모두 앞면이 나오고, 두 번째에는 뒷면이 나오고, 첫 번째에는 앞면 또는 뒷면이 나오면 된다.

동전을 한 번 던져서 앞면, 뒷면이 나올 확률은 각각 $\frac{1}{2}$이므로 구하는 확률은

$$1\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{8}$$

답 $\frac{1}{8}$

879 (두 사람 중 적어도 한 명은 오디션에 합격할 확률)
=1−(두 명 모두 합격하지 못할 확률)

$$=1-\left(1-\frac{5}{6}\right)\times\left(1-\frac{3}{7}\right)$$

$$=1-\frac{1}{6}\times\frac{4}{7}$$

$$=1-\frac{2}{21}=\frac{19}{21}$$

답 ⑤

880 A 주머니에서 검은 공이 나올 확률은 $\frac{1}{5}$

B 주머니에서 검은 공이 나올 확률은 $\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$

C 주머니에서 검은 공이 나올 확률은 $\frac{3}{4}$

∴ (적어도 한 개는 흰 공이 나올 확률)
=1−(모두 검은 공이 나올 확률)

$$=1-\frac{1}{5}\times\frac{2}{3}\times\frac{3}{4}$$

$$=1-\frac{1}{10}=\frac{9}{10}$$

답 $\frac{9}{10}$

881 (일요일에 만나지 못할 확률)
=1−(두 사람 모두 약속을 지킬 확률)

$$=1-\frac{5}{8}\times\frac{2}{3}=1-\frac{5}{12}=\frac{7}{12}$$

답 ①

882 화살을 한 번 쏘아 색칠한 부분을 맞힐 확률은 $\frac{60}{360}=\frac{1}{6}$이므로 색칠한 부분을 맞히지 못할 확률은

$$1-\frac{1}{6}=\frac{5}{6} \quad \cdots \text{1단계}$$

∴ (적어도 한 번은 색칠한 부분을 맞힐 확률)
=1−(세 번 모두 색칠한 부분을 맞히지 못할 확률)

$$=1-\frac{5}{6}\times\frac{5}{6}\times\frac{5}{6}$$

$$=1-\frac{125}{216}=\frac{91}{216} \quad \cdots \text{2단계}$$

답 $\frac{91}{216}$

단계	채점 요소	비율
1	화살을 한 번 쏘아 색칠한 부분을 맞히지 못할 확률 구하기	50 %
2	적어도 한 번은 색칠한 부분을 맞힐 확률 구하기	50 %

유형 150 두 사건 A, B 중 적어도 하나가 일어날 확률 본책 186쪽

두 사건 A, B가 서로 영향을 끼치지 않을 때, 사건 A가 일어날 확률을 p, 사건 B가 일어날 확률을 q라 하면
(두 사건 A, B 중 적어도 하나가 일어날 확률)
$=1-(1-p)\times(1-q)$

유형 151 확률의 덧셈과 곱셈 본책 187쪽

확률의 곱셈을 이용하여 각 사건의 확률을 구한 후 각 확률을 더한다.

883 (i) 동전은 앞면, 주사위는 소수의 눈이 나올 확률은

$$\frac{1}{2}\times\frac{3}{6}=\frac{1}{4}$$

(ii) 동전은 뒷면, 주사위는 6의 약수의 눈이 나올 확률은

$$\frac{1}{2}\times\frac{4}{6}=\frac{1}{3}$$

(i), (ii)에서 구하는 확률은

$$\frac{1}{4}+\frac{1}{3}=\frac{7}{12}$$

답 ②

884 (i) A 상자에서는 빨간 구슬, B 상자에서는 파란 구슬이 나올 확률은

$$\frac{2}{6}\times\frac{2}{5}=\frac{2}{15}$$

(ii) A 상자에서는 파란 구슬, B 상자에서는 빨간 구슬이 나올 확률은

$$\frac{4}{6}\times\frac{3}{5}=\frac{2}{5}$$

(i), (ii)에서 구하는 확률은

$$\frac{2}{15}+\frac{2}{5}=\frac{8}{15}$$

답 ③

다른 풀이 (i) A, B 두 상자에서 모두 빨간 구슬이 나올 확률은

$$\frac{2}{6}\times\frac{3}{5}=\frac{1}{5}$$

(ii) A, B 두 상자에서 모두 파란 구슬이 나올 확률은

$$\frac{4}{6}\times\frac{2}{5}=\frac{4}{15}$$

(i), (ii)에서 서로 같은 색의 구슬이 나올 확률은

$$\frac{1}{5}+\frac{4}{15}=\frac{7}{15}$$

따라서 구하는 확률은

$$1-\frac{7}{15}=\frac{8}{15}$$

885 (i) A 봉투를 선택하여 크림빵을 꺼낼 확률은

$$\frac{1}{2}\times\frac{3}{8}=\frac{3}{16}$$ … 1단계

(ii) B 봉투를 선택하여 크림빵을 꺼낼 확률은

$$\frac{1}{2}\times\frac{4}{8}=\frac{1}{4}$$ … 2단계

(i), (ii)에서 구하는 확률은

$$\frac{3}{16}+\frac{1}{4}=\frac{7}{16}$$ … 3단계

답 $\frac{7}{16}$

단계	채점 요소	비율
1	A 봉투를 선택하여 크림빵을 꺼낼 확률 구하기	40 %
2	B 봉투를 선택하여 크림빵을 꺼낼 확률 구하기	40 %
3	크림빵을 꺼낼 확률 구하기	20 %

886 오지선다형 한 문제를 맞힐 확률은 $\frac{1}{5}$이다.

(i) A, B 두 문제만 맞힐 확률은

$$\frac{1}{5}\times\frac{1}{5}\times\left(1-\frac{1}{5}\right)=\frac{4}{125}$$

(ii) A, C 두 문제만 맞힐 확률은

$$\frac{1}{5}\times\left(1-\frac{1}{5}\right)\times\frac{1}{5}=\frac{4}{125}$$

(iii) B, C 두 문제만 맞힐 확률은

$$\left(1-\frac{1}{5}\right)\times\frac{1}{5}\times\frac{1}{5}=\frac{4}{125}$$

이상에서 구하는 확률은

$$\frac{4}{125}+\frac{4}{125}+\frac{4}{125}=\frac{12}{125}$$

답 $\frac{12}{125}$

887 (i) A 바구니에서 빨간색 볼펜을 꺼내 B 바구니에 넣고, B 바구니에서 파란색 볼펜을 꺼낼 확률은

$$\frac{6}{8}\times\frac{4}{10}=\frac{3}{10}$$

(ii) A 바구니에서 파란색 볼펜을 꺼내 B 바구니에 넣고, B 바구니에서 파란색 볼펜을 꺼낼 확률은

$$\frac{2}{8}\times\frac{5}{10}=\frac{1}{8}$$

(i), (ii)에서 구하는 확률은

$$\frac{3}{10}+\frac{1}{8}=\frac{17}{40}$$

답 $\frac{17}{40}$

888 (i) 과녁 A에서 화살이 맞힌 부분에 적힌 수가 3이고, 과녁 B에서 화살이 맞힌 부분에 적힌 수가 1 또는 2일 확률은

$$\frac{3}{6}\times\frac{2}{6}=\frac{1}{6}$$

(ii) 과녁 A에서 화살이 맞힌 부분에 적힌 수가 4이고, 과녁 B에서 화살이 맞힌 부분에 적힌 수가 1 또는 2 또는 3일 확률은

$$\frac{2}{6}\times\frac{3}{6}=\frac{1}{6}$$

(iii) 과녁 A에서 화살이 맞힌 부분에 적힌 수가 5이고, 과녁 B에서 화살이 맞힌 부분에 적힌 수가 1 또는 2 또는 3 또는 4일 확률은

$$\frac{1}{6}\times\frac{4}{6}=\frac{1}{9}$$

이상에서 구하는 확률은

$$\frac{1}{6}+\frac{1}{6}+\frac{1}{9}=\frac{4}{9}$$

답 $\frac{4}{9}$

889 주사위 한 개를 던져서 소수의 눈이 나올 확률은

$$\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$$

주사위를 3번 던졌을 때, 소수의 눈이 나오는 횟수를 x라 하면 소수가 아닌 눈이 나오는 횟수는 $3-x$이므로

$$2x-(3-x)=0 \qquad \therefore x=1$$

즉 소수의 눈이 1번 나오고 소수가 아닌 눈이 2번 나와야 한다.

(i) 첫 번째만 소수의 눈이 나올 확률은

$$\frac{1}{2}\times\left(1-\frac{1}{2}\right)\times\left(1-\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{8}$$

(ii) 두 번째만 소수의 눈이 나올 확률은

$$\left(1-\frac{1}{2}\right)\times\frac{1}{2}\times\left(1-\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{8}$$

(iii) 세 번째만 소수의 눈이 나올 확률은

$$\left(1-\frac{1}{2}\right)\times\left(1-\frac{1}{2}\right)\times\frac{1}{2}=\frac{1}{8}$$

이상에서 구하는 확률은

$$\frac{1}{8}+\frac{1}{8}+\frac{1}{8}=\frac{3}{8}$$

답 $\frac{3}{8}$

유형 152 연속하여 꺼내는 경우의 확률 ; 꺼낸 것을 다시 넣는 경우

본책 188쪽

꺼낸 것을 다시 넣는 경우에는 처음 사건이 나중 사건에 영향을 주지 않는다.

➜ (처음 꺼낼 때의 전체 개수)=(나중에 꺼낼 때의 전체 개수)

890 우석이가 당첨 제비를 뽑지 않을 확률은

$$\frac{14}{18}=\frac{7}{9}$$

혜윤이가 당첨 제비를 뽑을 확률은

$$\frac{4}{18}=\frac{2}{9}$$

따라서 구하는 확률은

$$\frac{7}{9}\times\frac{2}{9}=\frac{14}{81}$$

답 ④

891 보라가 짝수가 적힌 카드를 뽑을 확률은 $\frac{3}{7}$

미소가 홀수가 적힌 카드를 뽑을 확률은 $\frac{4}{7}$

따라서 구하는 확률은

$$\frac{3}{7}\times\frac{4}{7}=\frac{12}{49}$$

답 $\frac{12}{49}$

892 두 번 모두 W가 적힌 종이를 꺼낼 확률은

$$\frac{1}{5}\times\frac{1}{5}=\frac{1}{25}$$

두 번 모두 O, R, L, D가 적힌 종이를 꺼낼 확률도 모두 $\frac{1}{25}$이므로 두 번 모두 같은 문자일 확률은

$$\frac{1}{25}+\frac{1}{25}+\frac{1}{25}+\frac{1}{25}+\frac{1}{25}=\frac{1}{5}$$ … 1단계

∴ (서로 다른 문자일 확률)

=1−(두 번 모두 같은 문자일 확률)

$$=1-\frac{1}{5}=\frac{4}{5}$$ … 2단계

답 $\frac{4}{5}$

단계	채점 요소	비율
1	두 번 모두 같은 문자일 확률 구하기	70 %
2	서로 다른 문자일 확률 구하기	30 %

다른 풀이 모든 경우의 수는 $5\times5=25$

첫 번째와 두 번째에 서로 다른 문자가 적힌 종이를 꺼내는 경우의 수는

$5\times4=20$

따라서 구하는 확률은

$$\frac{20}{25}=\frac{4}{5}$$

893 ab가 짝수이려면 a, b 중 적어도 하나는 짝수이어야 한다.

a, b 모두 홀수일 확률은

$$\frac{5}{9}\times\frac{5}{9}=\frac{25}{81}$$

∴ (ab가 짝수일 확률)

=1−(ab가 홀수일 확률)

$$=1-\frac{25}{81}=\frac{56}{81}$$

답 ③

894 젤리가 한 번 이상 나올 확률이 $\frac{16}{25}$이므로 두 번 모두 사탕이 나올 확률은

$$1-\frac{16}{25}=\frac{9}{25}$$

사탕의 개수를 x라 하면

$$\frac{x}{10}\times\frac{x}{10}=\frac{9}{25},\quad x^2=36$$

∴ $x=6$

따라서 사탕의 개수는 6이다.

답 6

895 (i) 첫 번째에 파란 구슬, 두 번째에도 파란 구슬을 꺼내는 경우

두 번째 구슬을 꺼낼 때 상자에는 파란 구슬 5개, 노란 구슬 8개가 들어 있으므로 그 확률은

$$\frac{4}{12}\times\frac{5}{13}=\frac{5}{39}$$ … 1단계

(ii) 첫 번째에 노란 구슬, 두 번째에 파란 구슬을 꺼내는 경우

두 번째 구슬을 꺼낼 때 상자에는 파란 구슬 4개, 노란 구슬 9개가 들어 있으므로 그 확률은

$$\frac{8}{12}\times\frac{4}{13}=\frac{8}{39}$$ … 2단계

(i), (ii)에서 구하는 확률은

$$\frac{5}{39}+\frac{8}{39}=\frac{1}{3}$$ … 3단계

답 $\frac{1}{3}$

단계	채점 요소	비율
1	첫 번째에 파란 구슬, 두 번째에도 파란 구슬을 꺼낼 확률 구하기	40 %
2	첫 번째에 노란 구슬, 두 번째에 파란 구슬을 꺼낼 확률 구하기	40 %
3	두 번째에 꺼낸 구슬이 파란 구슬일 확률 구하기	20 %

유형 153 연속하여 꺼내는 경우의 확률 ; 꺼낸 것을 다시 넣지 않는 경우

본책 189쪽

꺼낸 것을 다시 넣지 않는 경우에는 처음 사건이 나중 사건에 영향을 준다.

➜ (처음 꺼낼 때의 전체 개수)≠(나중에 꺼낼 때의 전체 개수)

896 A가 황금 열쇠를 꺼내지 않을 확률은 $\frac{5}{8}$

B가 황금 열쇠를 꺼낼 확률은 $\frac{3}{7}$

C가 황금 열쇠를 꺼내지 않을 확률은 $\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$

따라서 구하는 확률은

$$\frac{5}{8}\times\frac{3}{7}\times\frac{2}{3}=\frac{5}{28}$$

답 ④

897 (i) 연희가 파란 공, 희준이가 노란 공을 뽑을 확률은

$$\frac{5}{9}\times\frac{4}{8}=\frac{5}{18}$$

(ii) 연희가 노란 공, 희준이도 노란 공을 뽑을 확률은

$$\frac{4}{9}\times\frac{3}{8}=\frac{1}{6}$$

(i), (ii)에서 구하는 확률은

$$\frac{5}{18}+\frac{1}{6}=\frac{4}{9}$$

답 ②

898 (i) 두 번 모두 귤이 나올 확률은

$$\frac{5}{10}\times\frac{4}{9}=\frac{2}{9}$$

(ii) 두 번 모두 사과가 나올 확률은

$$\frac{2}{10}\times\frac{1}{9}=\frac{1}{45}$$

(iii) 두 번 모두 배가 나올 확률은

$$\frac{3}{10}\times\frac{2}{9}=\frac{1}{15}$$

이상에서 구하는 확률은

$$\frac{2}{9}+\frac{1}{45}+\frac{1}{15}=\frac{14}{45}$$

답 $\frac{14}{45}$

899 (i) A만 정상품을 꺼내고 B와 C는 불량품을 꺼낼 확률은

$$\frac{6}{9}\times\frac{3}{8}\times\frac{2}{7}=\frac{1}{14}$$

(ii) B만 정상품을 꺼내고 A와 C는 불량품을 꺼낼 확률은

$$\frac{3}{9}\times\frac{6}{8}\times\frac{2}{7}=\frac{1}{14}$$

(iii) C만 정상품을 꺼내고 A와 B는 불량품을 꺼낼 확률은

$$\frac{3}{9}\times\frac{2}{8}\times\frac{6}{7}=\frac{1}{14}$$

이상에서 구하는 확률은

$$\frac{1}{14}+\frac{1}{14}+\frac{1}{14}=\frac{3}{14}$$

답 ③

900 적어도 한 번은 검은 바둑돌이 나올 확률이 $\frac{28}{33}$이므로 두 번 모두 흰 바둑돌이 나올 확률은

$$1-\frac{28}{33}=\frac{5}{33}$$

흰 바둑돌의 개수를 x라 하면

$$\frac{x}{12}\times\frac{x-1}{11}=\frac{5}{33},\quad x(x-1)=20=5\times4$$

$$\therefore x=5$$

따라서 흰 바둑돌의 개수는 5이다.

답 5

유형 154 승패에 대한 확률 본책 190쪽

(1) A, B 두 사람이 먼저 한 번 성공하면 이기는 게임을 1회에는 A, 2회에는 B, 3회에는 A, 4회에는 B, …의 순서로 번갈아 가며 할 때

① 4회 이내에 A가 이기는 경우

➡ A가 1회 또는 3회에 성공한다.

② 4회 이내에 B가 이기는 경우

➡ B가 2회 또는 4회에 성공한다.

(2) A, B 두 사람이 세 번의 경기 중 두 번을 먼저 이기면 승리하는 게임을 할 때 A가 승리하는 경우

➡ A-A 또는 A-B-A 또는 B-A-A의 순서로 이긴다.

901 (i) 1회에 A가 이길 확률은 $\frac{1}{2}$

(ii) 3회에 A가 이길 확률은

$$\left(1-\frac{1}{2}\right)\times\left(1-\frac{2}{3}\right)\times\frac{1}{2}=\frac{1}{12}$$

(iii) 5회에 A가 이길 확률은

$$\left(1-\frac{1}{2}\right)\times\left(1-\frac{2}{3}\right)\times\left(1-\frac{1}{2}\right)\times\left(1-\frac{2}{3}\right)\times\frac{1}{2}=\frac{1}{72}$$

이상에서 구하는 확률은

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{12}+\frac{1}{72}=\frac{43}{72}$$

답 ⑤

902 (i) A가 4세트를 이겨서 우승할 확률은 $\frac{1}{2}$

(ii) B가 4세트를 이기고, A가 5세트를 이겨서 우승할 확률은

$$\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$$

(i), (ii)에서 구하는 확률은

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$$

답 $\frac{3}{4}$

903 두 눈의 수의 곱이 홀수이려면 두 눈의 수가 모두 홀수이어야 하므로 그 확률은

$$\frac{3}{6}\times\frac{3}{6}=\frac{1}{4}$$

두 눈의 수의 곱이 짝수일 확률은

$$1-\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$$

즉 A 인형이 나올 확률은 $\frac{1}{4}$, B 인형이 나올 확률은 $\frac{3}{4}$이다.

세 번째 시행만에 A, B 두 종류의 인형을 모두 가지려면 A-A-B 또는 B-B-A의 순서로 나와야 한다.

(i) A-A-B의 순서로 나올 확률은

$$\frac{1}{4}\times\frac{1}{4}\times\frac{3}{4}=\frac{3}{64}$$

(ii) B-B-A의 순서로 나올 확률은

$$\frac{3}{4}\times\frac{3}{4}\times\frac{1}{4}=\frac{9}{64}$$

(i), (ii)에서 구하는 확률은

$$\frac{3}{64}+\frac{9}{64}=\frac{3}{16}$$

답 $\frac{3}{16}$

904 흰 구슬이 6개 있으므로 게임은 최대 7회까지 진행된다.
따라서 B가 이기려면 B가 2회 또는 5회에서 처음으로 검은 구슬을 꺼내야 한다.

(i) 2회에서 B가 이길 확률은

$$\frac{6}{10}\times\frac{4}{9}=\frac{4}{15}$$ … 1단계

(ii) 5회에서 B가 이길 확률은

$$\frac{6}{10}\times\frac{5}{9}\times\frac{4}{8}\times\frac{3}{7}\times\frac{4}{6}=\frac{1}{21}$$ … 2단계

(i), (ii)에서 구하는 확률은

$$\frac{4}{15}+\frac{1}{21}=\frac{11}{35}$$ … 3단계

답 $\frac{11}{35}$

단계	채점 요소	비율
1	2회에서 B가 이길 확률 구하기	40 %
2	5회에서 B가 이길 확률 구하기	40 %
3	B가 이길 확률 구하기	20 %

유형 155 가위바위보에서의 확률 본책 190쪽

	두 사람	세 사람
모든 경우의 수	$3\times3=9$	$3\times3\times3=27$
비기는 경우의 수	모두 같은 것을 내는 경우 ➡ 3	① 모두 같은 것을 내는 경우 ② 모두 다른 것을 내는 경우 ➡ $3+6=9$
비길 확률	$\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$	$\frac{9}{27}=\frac{1}{3}$

참고 (승부가 결정될 확률)=1−(비길 확률)

905 모든 경우의 수는 $3\times3\times3=27$

A, B, C가 내는 것을 순서쌍 (A, B, C)로 나타내면 비기는 경우는 다음과 같다.

(i) 세 사람이 모두 같은 것을 내는 경우는

(가위, 가위, 가위), (바위, 바위, 바위), (보, 보, 보)

의 3가지이므로 그 확률은

$$\frac{3}{27}=\frac{1}{9}$$

(ii) 세 사람이 모두 다른 것을 내는 경우는

(가위, 바위, 보), (가위, 보, 바위), (바위, 가위, 보),
(바위, 보, 가위), (보, 가위, 바위), (보, 바위, 가위)

의 6가지이므로 그 확률은

$$\frac{6}{27}=\frac{2}{9}$$

(i), (ii)에서 구하는 확률은

$$\frac{1}{9}+\frac{2}{9}=\frac{1}{3}$$ 답 ②

906 가위바위보를 한 번 할 때, 모든 경우의 수는

$3\times3=9$

이때 신유, 지호가 이길 확률이 각각 $\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$이고 세 번 모두 같은 사람이 이기려면 세 번 모두 신유가 이기거나 세 번 모두 지호가 이겨야 한다.

(i) 세 번 모두 신유가 이길 확률은

$$\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{27}$$

(ii) 세 번 모두 지호가 이길 확률은

$$\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{27}$$

(i), (ii)에서 구하는 확률은

$$\frac{1}{27}+\frac{1}{27}=\frac{2}{27}$$ 답 $\frac{2}{27}$

907 모든 경우의 수는 $3\times3\times3=27$

A, B, C가 내는 것을 순서쌍 (A, B, C)로 나타내면 A만 지는 경우는

(가위, 바위, 바위), (바위, 보, 보), (보, 가위, 가위)

의 3가지이므로 그 확률은

$$\frac{3}{27}=\frac{1}{9}$$

마찬가지 방법으로 B, C만 질 확률도 각각 $\frac{1}{9}$이므로 구하는 확률은

$$\frac{1}{9}+\frac{1}{9}+\frac{1}{9}=\frac{1}{3}$$ 답 ③

908 세 사람이 가위바위보를 한 번 할 때 승부가 나지 않을 확률은 $\frac{1}{3}$이므로 첫 번째, 두 번째에는 승부가 나지 않고 세 번째에 승부가 날 확률은

$$\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}\times\left(1-\frac{1}{3}\right)=\frac{2}{27}$$ 답 ②

909 모든 경우의 수는 $3\times3\times3=27$ … 1단계

수진, 성우, 하정이가 내는 것을 순서쌍 (수진, 성우, 하정)으로 나타내면

(i) 성우만 이기는 경우는

(보, 가위, 보), (가위, 바위, 가위), (바위, 보, 바위)

의 3가지이므로 그 확률은

$$\frac{3}{27}=\frac{1}{9}$$ … 2단계

(ii) 수진이와 성우가 같이 이기는 경우는

(가위, 가위, 보), (바위, 바위, 가위), (보, 보, 바위)

의 3가지이므로 그 확률은

$$\frac{3}{27}=\frac{1}{9}$$ … 3단계

(iii) 성우와 하정이가 같이 이기는 경우는

(보, 가위, 가위), (가위, 바위, 바위), (바위, 보, 보)

의 3가지이므로 그 확률은

$$\frac{3}{27}=\frac{1}{9}$$ … 4단계

이상에서 구하는 확률은

$$\frac{1}{9}+\frac{1}{9}+\frac{1}{9}=\frac{1}{3}$$ … 5단계

답 $\frac{1}{3}$

단계	채점 요소	비율
1	모든 경우의 수 구하기	10 %
2	성우만 이길 확률 구하기	20 %
3	수진, 성우가 같이 이길 확률 구하기	30 %
4	성우, 하정이가 같이 이길 확률 구하기	30 %
5	성우가 도서 상품권을 받게 될 확률 구하기	10 %

유형 156 이전 사건에 영향을 받는 확률

본책 191쪽

(1) 비가 온 날의 다음 날 비가 올 확률이 p
➜ 비가 온 날의 다음 날 비가 오지 않을 확률은 $1-p$

(2) 비가 오지 않은 날의 다음 날 비가 올 확률이 q
➜ 비가 오지 않은 날의 다음 날 비가 오지 않을 확률은 $1-q$

910 화요일에 비가 왔을 때

(i) 수요일에 비가 오고 목요일에 비가 오지 않을 확률은

$$\frac{1}{4}\times\left(1-\frac{1}{4}\right)=\frac{3}{16}$$

(ii) 수요일에 비가 오지 않고 목요일에 비가 올 확률은

$$\left(1-\frac{1}{4}\right)\times\frac{5}{6}=\frac{5}{8}$$

(i), (ii)에서 구하는 확률은

$$\frac{3}{16}+\frac{5}{8}=\frac{13}{16}$$ 답 ④

911 첫 번째 날에 이겼을 때

(i) 두 번째 날에도 이기고 세 번째 날에도 이길 확률은

$0.3\times0.3=0.09$

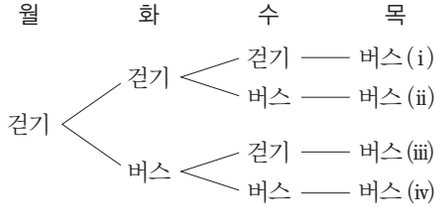
(ii) 두 번째 날에 지고 세 번째 날에는 이길 확률은

$(1-0.3)\times(1-0.4)=0.42$

(i), (ii)에서 구하는 확률은

$0.09+0.42=0.51$ 답 0.51

912 월요일부터 목요일까지 등교하는 방법을 나뭇가지 모양의 그림으로 나타내면 다음과 같다.



(i) 화요일, 수요일에 걷고, 목요일에 버스를 탈 확률은

$$\left(1-\frac{3}{4}\right)\times\left(1-\frac{3}{4}\right)\times\frac{3}{4}=\frac{3}{64}$$

(ii) 화요일에 걷고, 수요일, 목요일에 버스를 탈 확률은

$$\left(1-\frac{3}{4}\right)\times\frac{3}{4}\times\left(1-\frac{1}{6}\right)=\frac{5}{32}$$

(iii) 수요일에 걷고, 화요일, 목요일에 버스를 탈 확률은

$$\frac{3}{4}\times\frac{1}{6}\times\frac{3}{4}=\frac{3}{32}$$

(iv) 화요일, 수요일, 목요일에 모두 버스를 탈 확률은

$$\frac{3}{4}\times\left(1-\frac{1}{6}\right)\times\left(1-\frac{1}{6}\right)=\frac{25}{48}$$

이상에서 구하는 확률은

$$\frac{3}{64}+\frac{5}{32}+\frac{3}{32}+\frac{25}{48}=\frac{157}{192}$$ 답 $\frac{157}{192}$

만점 유형 도전하기

본책 192~193쪽

913 전략 가장 공정한 방법은 A, B 두 사람이 심부름을 하게 될 확률이 각각 $\frac{1}{2}$인 경우이다.

민정: 주사위를 한 번 던져서 3의 배수의 눈이 나오는 경우는 3, 6의 2가지이므로 그 확률은 $\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$이고, 3의 배수가 아닌 눈이 나올 확률은 $1-\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$이다. 따라서 A, B 두 사람이 심부름을 하게 될 확률은 각각 $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{3}$이다.

인후: 주사위를 두 번 던져서 같은 눈의 수가 나오는 경우는 (1, 1), (2, 2), …, (6, 6)의 6가지이므로 그 확률은 $\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$이고, 다른 눈이 나올 확률은 $1-\frac{1}{6}=\frac{5}{6}$이다. 따라서 A, B 두 사람이 심부름을 하게 될 확률은 각각 $\frac{1}{6}$, $\frac{5}{6}$이다.

소연: 서로 다른 두 개의 동전을 동시에 던져서 같은 면이 나오는 경우는 (앞, 앞), (뒤, 뒤)의 2가지이므로 그 확률은 $\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$이고, 서로 다른 면이 나올 확률은 $1-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$이다. 따라서 A, B 두 사람이 심부름을 하게 될 확률은 각각 $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{2}$이다.

성민: 두 사람이 가위바위보를 하여 비기는 경우는 (가위, 가위), (바위, 바위), (보, 보)의 3가지이므로 그 확률은 $\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$이고, 그렇지 않을 확률은 $1-\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$이다. 따라서 A, B 두 사람이 심부름을 하게 될 확률은 각각 $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{3}$이다.

따라서 가장 공정한 방법을 제안한 사람은 소연이다.

답 풀이 참조

914 전략 B가 발표자로 정해지려면 A가 주머니에서 파란 공을 꺼내야 함을 이용한다.

(1) A가 발표자로 정해질 확률은 $\frac{1}{4}$

B가 발표자로 정해질 확률은

$\frac{3}{4}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{4}$

C가 발표자로 정해질 확률은

$\frac{3}{4}\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$

D가 발표자로 정해질 확률은

$\frac{3}{4}\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}\times1=\frac{1}{4}$

(2) (1)에 의하여 공을 꺼내는 순서에 관계없이 발표자로 정해질 확률은 같다.

답 (1) A: $\frac{1}{4}$, B: $\frac{1}{4}$, C: $\frac{1}{4}$, D: $\frac{1}{4}$

(2) 공을 꺼내는 순서에 관계없이 발표자로 정해질 확률은 같다.

915 전략 분수를 유한소수로 나타내려면 분모의 소인수가 2 또는 5뿐이어야 함을 이용한다.

$\frac{a}{180}=\frac{a}{2^2\times3^2\times5}$를 유한소수로 나타내려면 a는 3^2, 즉 9의 배수이어야 한다.

또 $\frac{a}{210}=\frac{a}{2\times3\times5\times7}$를 유한소수로 나타내려면 a는 3×7, 즉 21의 배수이어야 한다.

즉 a는 9와 21의 공배수인 63의 배수이어야 하고, 1부터 126까지의 자연수 중 63의 배수는

63, 126

의 2개이므로 구하는 확률은

$\frac{2}{126}=\frac{1}{63}$ 답 $\frac{1}{63}$

만점 공략 노트

유한소수 또는 순환소수로 나타낼 수 있는 분수

① 분모의 소인수가 2 또는 5뿐인 기약분수 ➜ 유한소수

② 분모에 2와 5 이외의 소인수가 있는 기약분수 ➜ 순환소수

916 전략 세 점 A, B, C의 좌표를 구하여 △ABC의 변 또는 내부에 있는 점 중 조건을 만족시키는 점의 개수를 구한다.

모든 경우의 수는 $8\times8=64$

$\frac{7}{3}x+\frac{14}{3}=-x+8$에서

$7x+14=-3x+24$

$\therefore x=1$ $\therefore$ A(1, 7)

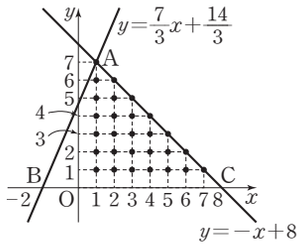
$y=\frac{7}{3}x+\frac{14}{3}$에 $y=0$을 대입하면 $x=-2$

$\therefore$ B(−2, 0)

$y=-x+8$에 $y=0$을 대입하면 $x=8$

$\therefore$ C(8, 0)

두 직선 $y=\frac{7}{3}x+\frac{14}{3}$, $y=-x+8$은 오른쪽 그림과 같다. 이때 a, b는 1부터 8까지의 자연수이므로 △ABC의 변 또는 내부에 있는 점 (a, b)는



(1, 1), (1, 2), …, (1, 7),

(2, 1), (2, 2), …, (2, 6),

(3, 1), (3, 2), …, (3, 5),

(4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 4),

(5, 1), (5, 2), (5, 3),

(6, 1), (6, 2), (7, 1)

의 28개이다.

따라서 구하는 확률은

$\frac{28}{64}=\frac{7}{16}$ 답 $\frac{7}{16}$

917 전략 △OAB∽△OCD인 경우와 △OAB∽△ODC인 경우로 나누어 생각한다.

모든 경우의 수는 $8\times8=64$

(i) △OAB∽△OCD인 경우

$\overline{OA}:\overline{OC}=\overline{OB}:\overline{OD}$에서 $1:(1+a)=2:(2+b)$

$2+b=2+2a$ $\therefore b=2a$

$b=2a$를 만족시키는 순서쌍 (a, b)는

(1, 2), (2, 4), (3, 6), (4, 8)

의 4가지이므로 그 확률은 $\frac{4}{64}=\frac{1}{16}$

(ii) △OAB∽△ODC인 경우

$\overline{OA}:\overline{OD}=\overline{OB}:\overline{OC}$에서 $1:(2+b)=2:(1+a)$

$1+a=4+2b$ $\therefore a=2b+3$

$a=2b+3$을 만족시키는 순서쌍 (a, b)는

(5, 1), (7, 2)

의 2가지이므로 그 확률은 $\frac{2}{64}=\frac{1}{32}$

(i), (ii)에서 구하는 확률은

$\frac{1}{16}+\frac{1}{32}=\frac{3}{32}$ 답 $\frac{3}{32}$

918 전략 각 규칙에 대한 확률을 먼저 구한다.

두 눈의 수의 합이 2, 3, 4인 경우는

(1, 1), (1, 2), (1, 3), (2, 1), (2, 2), (3, 1)

의 6가지이므로 그 확률은 $\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$

두 눈의 수의 합이 5, 6인 경우는

(1, 4), (1, 5), (2, 3), (2, 4), (3, 2), (3, 3),

(4, 1), (4, 2), (5, 1)

의 9가지이므로 그 확률은 $\frac{9}{36}=\frac{1}{4}$

두 눈의 수의 합이 7 이상일 확률은

$1-\left(\frac{1}{6}+\frac{1}{4}\right)=\frac{7}{12}$

말이 A 지점에서 출발하여 C 지점으로 오는 경우는 다음과 같다.

(i) A → B → C인 경우

A → B일 확률은 $\frac{1}{4}$이고, B → C일 확률도 $\frac{1}{4}$이므로

A → B → C일 확률은

$\frac{1}{4}\times\frac{1}{4}=\frac{1}{16}$

(ii) A → F → C인 경우

A → F일 확률은 $\frac{1}{6}$이고, F → C일 확률은 $\frac{7}{12}$이므로

A → F → C일 확률은

$\frac{1}{6}\times\frac{7}{12}=\frac{7}{72}$

(iii) A → D → C인 경우

A → D일 확률은 $\frac{7}{12}$이고, D → C일 확률은 $\frac{1}{6}$이므로

A → D → C일 확률은

$\frac{7}{12}\times\frac{1}{6}=\frac{7}{72}$

이상에서 구하는 확률은

$\frac{1}{16}+\frac{7}{72}+\frac{7}{72}=\frac{37}{144}$ 답 $\frac{37}{144}$

919 전략 A, B의 실력이 같으므로 A, B가 이길 확률은 각각 $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{2}$이다.

(i) A가 우승하는 경우

ⓘ 다음 경기에서 A가 이길 확률은 $\frac{1}{2}$

ⓘⓘ 다음 경기에서 B가 이기고, 그 다음 경기에서 A가 이길 확률은

$\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$

ⓘ, ⓘⓘ에서 A가 우승할 확률은

$\frac{1}{2}+\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$

(ii) B가 우승하는 경우

다음 경기에서 B가 이기고, 그 다음 경기에서도 B가 이길 확률은

$\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$

따라서 A, B가 받게 되는 금화의 개수는 각각

$40\times\frac{3}{4}=30$, $40\times\frac{1}{4}=10$

답 A : 30, B : 10

920 전략 3번의 시행으로 얻을 수 있는 모든 수행평가 점수를 생각해 본다.

희정이가 A를 받을 확률이 $\frac{2}{3}$이므로 B를 받을 확률은

$1-\frac{2}{3}=\frac{1}{3}$

희정이가 3번의 시행으로 얻을 수 있는 수행평가 점수는 다음과 같다.

1회	2회	3회	점수
A	A		10
A	B	A	8
A	B	B	4
B	A	A	10
B	A	B	4
B	B	A	4
B	B	B	0

(i) 수행평가에서 8점을 얻을 확률은

$\frac{2}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}=\frac{4}{27}$

(ii) 수행평가에서 10점을 얻을 확률은

$\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}+\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}=\frac{4}{9}+\frac{4}{27}=\frac{16}{27}$

(i), (ii)에서 수행평가에서 8점 이상을 얻을 확률은

$\frac{4}{27}+\frac{16}{27}=\frac{20}{27}$ 답 $\frac{20}{27}$

시험 만점 완성하기

본책 194~197쪽

921 전략 (확률) = $\frac{\text{(사건이 일어나는 경우의 수)}}{\text{(일어나는 모든 경우의 수)}}$

모든 경우의 수는 $\frac{6\times5}{2}=15$

여학생 1명, 남학생 1명이 뽑히는 경우의 수는

$2\times4=8$

따라서 구하는 확률은 $\frac{8}{15}$ 답 ④

922 전략 (확률) = $\frac{\text{(사건이 일어나는 경우의 수)}}{\text{(일어나는 모든 경우의 수)}}$

모든 경우의 수는 $6\times5\times4\times3\times2\times1=720$

성후, 윤하, 현수를 이웃하게 세우는 경우의 수는

$(4\times3\times2\times1)\times3\times2\times1=144$

따라서 구하는 확률은

$\frac{144}{720}=\frac{1}{5}$ 답 ①

923 전략 두 함수의 그래프의 교점의 x좌표를 두 함수의 식에 대입하여 a, b 사이의 관계식을 구한다.

모든 경우의 수는 $6\times6=36$

두 함수 $y=\frac{a}{2}x$, $y=x+b$의 그래프의 교점의 x좌표가 3이므로

$\frac{3}{2}a=3+b$ $\therefore 3a=6+2b$

$3a=6+2b$를 만족시키는 순서쌍 (a, b)는

$(4, 3)$, $(6, 6)$

의 2가지

따라서 구하는 확률은

$\frac{2}{36}=\frac{1}{18}$ 답 ①

924 전략 절대로 일어나지 않는 사건의 확률은 0, 반드시 일어나는 사건의 확률은 1이다.

ㄴ. 15의 약수가 적힌 공이 나오는 경우는 1, 3, 5, 15의 4가지이므로 그 확률은 $\frac{4}{15}$이다.

ㄷ. 15와 서로소인 수가 적힌 공이 나오는 경우는 1, 2, 4, 7, 8, 11, 13, 14의 8가지이므로 그 확률은 $\frac{8}{15}$이다.

ㄹ. 1 이하의 수가 적힌 공이 나오는 경우는 1의 1가지이므로 그 확률은 $\frac{1}{15}$이다.

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다. 답 ②

925 전략 (적어도 한 문제는 맞힐 확률)
=1−(5문제 모두 틀릴 확률)임을 이용한다.

모든 경우의 수는 $2\times2\times2\times2\times2=32$

5문제 모두 틀리는 경우는 1가지이므로 그 확률은 $\frac{1}{32}$

∴ (적어도 한 문제는 맞힐 확률)
$=1-$(5문제 모두 틀릴 확률)
$=1-\frac{1}{32}=\frac{31}{32}$ 답 ⑤

926 전략 토요일에 비가 오지 않고, 두 사람 모두 약속을 지켜야 함을 이용한다.

토요일에 두 사람이 공원에서 함께 운동을 하려면 토요일에 비가 오지 않고, 두 사람 모두 약속을 지켜야 한다.

토요일에 비가 오지 않을 확률은

$1-\frac{3}{8}=\frac{5}{8}$

두 사람 모두 약속을 지킬 확률은

$\frac{4}{5}\times\frac{9}{10}=\frac{18}{25}$

따라서 구하는 확률은

$\frac{5}{8}\times\frac{18}{25}=\frac{9}{20}$ 답 ②

927 전략 물병이 넘어지지 않을 확률을 이용한다.

두 사람 중 한 사람만 맞춰도 물병이 넘어지므로

(물병이 넘어질 확률)
$=1-$(두 사람 모두 물병을 넘어뜨리지 못할 확률)

$=1-\left(1-\frac{5}{7}\right)\times\left(1-\frac{2}{9}\right)$

$=1-\frac{2}{7}\times\frac{7}{9}$

$=1-\frac{2}{9}=\frac{7}{9}$ 답 ⑤

928 전략 A 주머니를 택하는 경우와 B 주머니를 택하는 경우로 나누어 확률을 구한다.

한 개의 주사위를 던져서 3의 배수의 눈이 나올 확률은 $\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$이다.

(i) A 주머니에서 검은 공이 나올 확률은

$\frac{1}{3}\times\frac{9}{12}=\frac{1}{4}$

(ii) B 주머니에서 검은 공이 나올 확률은

$\left(1-\frac{1}{3}\right)\times\frac{6}{10}=\frac{2}{5}$

(i), (ii)에서 구하는 확률은

$\frac{1}{4}+\frac{2}{5}=\frac{13}{20}$ 답 ①

929 전략 열린 문 하나를 닫고, 닫힌 문 하나를 열면 조건을 만족시킨다.

주사위를 두 번 던진 후에 열려 있는 문이 두 개이려면 두 번의 시행 중 한 번은 열려 있는 문을 닫고, 다른 한 번은 닫혀 있는 문을 열어야 한다.

(i) 처음에는 열려 있는 문 2개에 적힌 수가 나오고, 두 번째에는 닫혀 있는 문 5개에 적힌 수가 나올 확률은

$\frac{2}{6}\times\frac{5}{6}=\frac{5}{18}$

(ii) 처음에는 닫혀 있는 문 4개에 적힌 수가 나오고, 두 번째에는 열려 있는 문 3개에 적힌 수가 나올 확률은

$\frac{4}{6}\times\frac{3}{6}=\frac{1}{3}$

(i), (ii)에서 구하는 확률은

$\frac{5}{18}+\frac{1}{3}=\frac{11}{18}$ 답 ②

930 전략 첫 번째에 꺼낸 펜의 색에 따라 두 번째에 펜을 꺼낼 때의 전체 경우의 수는 같지만 펜의 구성이 달라짐에 주의한다.

(i) 첫 번째에 검정 펜, 두 번째에 빨간 펜을 꺼내는 경우
첫 번째에 검정 펜을 꺼내면 두 번째에 펜을 꺼낼 때 필통에는 검정 펜 0개, 빨간 펜 6개가 들어 있다.
따라서 첫 번째에 검정 펜, 두 번째에 빨간 펜을 꺼낼 확률은

$\frac{1}{6}\times\frac{6}{6}=\frac{1}{6}$

(ii) 첫 번째에 빨간 펜, 두 번째에 검정 펜을 꺼내는 경우
첫 번째에 빨간 펜을 꺼내면 두 번째에 펜을 꺼낼 때 필통에는 검정 펜 2개, 빨간 펜 4개가 들어 있다.
따라서 첫 번째에 빨간 펜, 두 번째에 검정 펜을 꺼낼 확률은

$\frac{5}{6}\times\frac{2}{6}=\frac{5}{18}$

(i), (ii)에서 구하는 확률은

$\frac{1}{6}+\frac{5}{18}=\frac{4}{9}$ 답 ③

931 전략 세 번째 경기에서 A가 우승하려면 A−B−A 또는 B−A−A의 순서로 이겨야 함을 이용한다.

A의 승률이 $0.8=\frac{4}{5}$이므로 B의 승률은 $1-\frac{4}{5}=\frac{1}{5}$이다.

이때 세 번째 경기에서 A가 우승하려면 A－B－A 또는 B－A－A의 순서로 이겨야 한다.

(i) A－B－A의 순서로 이길 확률은

$$\frac{4}{5}\times\frac{1}{5}\times\frac{4}{5}=\frac{16}{125}$$

(ii) B－A－A의 순서로 이길 확률은

$$\frac{1}{5}\times\frac{4}{5}\times\frac{4}{5}=\frac{16}{125}$$

(i), (ii)에서 구하는 확률은

$$\frac{16}{125}+\frac{16}{125}=\frac{32}{125}$$

답 ②

932 전략 두 번째에 명중하지 못하는 경우와 명중하는 경우로 나누어 생각한다.

첫 번째에 명중하지 못했을 때

(i) 두 번째에 명중하지 못하고 세 번째에 명중할 확률은

$$\left(1-\frac{5}{6}\right)\times\frac{5}{6}=\frac{5}{36}$$

(ii) 두 번째에 명중하고 세 번째에도 명중할 확률은

$$\frac{5}{6}\times\left(1-\frac{3}{8}\right)=\frac{25}{48}$$

(i), (ii)에서 구하는 확률은

$$\frac{5}{36}+\frac{25}{48}=\frac{95}{144}$$

답 ④

933 전략 빨간 공과 파란 공의 개수를 각각 a, b라 하고 a, b에 대한 방정식을 세운다.

처음 바구니에 들어 있는 빨간 공과 파란 공의 개수를 각각 a, b라 하면

$$\frac{b}{a+b}=\frac{2}{5},\ \frac{b}{a+b+1}=\frac{1}{3}$$

$$5b=2a+2b,\ 3b=a+b+1$$

$$\therefore\ 2a-3b=0,\ a-2b=-1$$

위의 두 식을 연립하여 풀면 $a=3,\ b=2$

따라서 처음 바구니에 들어 있던 파란 공의 개수는 2이다.

답 2

934 전략 삼각형의 세 변의 길이가 a, b, c일 때, $a^2+b^2<c^2$이면 이 삼각형은 둔각삼각형이다.

모든 경우의 수는 $\frac{5\times4\times3}{3\times2\times1}=10$

둔각삼각형의 가장 긴 변의 길이의 제곱은 나머지 두 변의 길이의 제곱의 합보다 커야 하므로 둔각삼각형이 만들어지는 세 변의 길이는

(3, 5, 6), (3, 5, 7), (3, 6, 7),

(3, 6, 8), (3, 7, 8), (5, 6, 8)

의 6가지

따라서 구하는 확률은

$$\frac{6}{10}=\frac{3}{5}$$

답 $\frac{3}{5}$

참고 삼각형의 가장 긴 변의 길이는 나머지 두 변의 길이의 합보다 작아야 하므로 세 변의 길이가 (3, 5, 8)인 경우에는 삼각형이 만들어지지 않는다.

935 전략 두 직선이 만나지 않을 확률을 이용한다.

모든 경우의 수는 $6\times6\times6=216$

두 직선 $y=\frac{b}{a}x+\frac{5}{2}$, $y=\frac{1}{2}x+\frac{c}{2}$가 만나지 않으려면 두 직선이 평행해야 하므로

$$\frac{b}{a}=\frac{1}{2},\ \frac{5}{2}\neq\frac{c}{2}\qquad\therefore\ a=2b,\ c\neq5$$

$a=2b$를 만족시키는 순서쌍 (a, b)는

(2, 1), (4, 2), (6, 3)

의 3가지이고, 그 각각에 대하여 c는 1, 2, 3, 4, 6의 5가지이다.

즉 두 직선이 만나지 않는 경우의 수는

$3\times5=15$

이므로 그 확률은 $\frac{15}{216}=\frac{5}{72}$

∴ (두 직선이 만날 확률)

=1－(두 직선이 만나지 않을 확률)

$=1-\frac{5}{72}=\frac{67}{72}$

답 $\frac{67}{72}$

936 전략 (적어도 한 명은 남학생이 뽑힐 확률)

=1－(모두 여학생이 뽑힐 확률)임을 이용한다.

모든 경우의 수는 $\frac{11\times10}{2}=55$

모두 여학생이 뽑히는 경우의 수는

$\frac{6\times5}{2}=15$

이므로 그 확률은 $\frac{15}{55}=\frac{3}{11}$

∴ (적어도 한 명은 남학생이 뽑힐 확률)

=1－(모두 여학생이 뽑힐 확률)

$=1-\frac{3}{11}=\frac{8}{11}$

답 $\frac{8}{11}$

937 전략 전구에 불이 들어오지 않으려면 두 개의 스위치가 모두 열려야 한다.

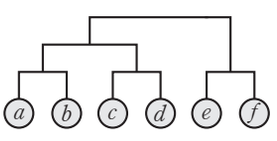
적어도 하나의 스위치가 닫힐 때 전구에 불이 들어오므로 전구에 불이 들어오지 않으려면 두 개의 스위치가 모두 열려야 한다.

따라서 구하는 확률은

$$\left(1-\frac{3}{4}\right)\times\left(1-\frac{5}{6}\right)=\frac{1}{4}\times\frac{1}{6}=\frac{1}{24}$$

답 $\frac{1}{24}$

938 전략 A반이 2번의 경기를 이기고 결승전에 올라가는 경우와 1번의 경기를 이기고 결승전에 올라가는 경우로 나누어 생각한다.



(i) A반이 a, b, c, d의 위치에서 결승전에 올라가는 경우

A반이 a, b, c, d 중 하나에 있을 확률은

$$\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$$

이때 A반이 준준결승전과 준결승전에서 모두 이겨야 결승전에 올라가므로 그 확률은

$$\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{6}$$

(ii) A반이 e, f의 위치에서 결승전에 올라가는 경우

A반이 e, f 중 하나에 있을 확률은

$$\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$$

이때 A반이 준준결승전에서 이기면 부전승으로 결승전에 올라가므로 그 확률은

$$\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{6}$$

(i), (ii)에서 구하는 확률은

$$\frac{1}{6}+\frac{1}{6}=\frac{1}{3}$$

답 $\frac{1}{3}$

939 전략 일차함수 $ax-y+b=0$의 그래프가 점 $(2, 9)$를 지날 확률을 이용한다.

모든 경우의 수는 $6\times6=36$ … 1단계

일차함수 $ax-y+b=0$의 그래프가 점 $(2, 9)$를 지나려면

$2a-9+b=0$

이를 만족시키는 순서쌍 (a, b)는

$(2, 5)$, $(3, 3)$, $(4, 1)$

의 3가지이므로 그 확률은 $\frac{3}{36}=\frac{1}{12}$ … 2단계

따라서 구하는 확률은

$$1-\frac{1}{12}=\frac{11}{12}$$ … 3단계

답 $\frac{11}{12}$

단계	채점 요소	배점
1	모든 경우의 수 구하기	1점
2	일차함수 $ax-y+b=0$의 그래프가 점 $(2, 9)$를 지날 확률 구하기	2점
3	일차함수 $ax-y+b=0$의 그래프가 점 $(2, 9)$를 지나지 않을 확률 구하기	1점

940 전략 두 눈의 수의 합이 5 또는 8일 확률을 먼저 구한 후 두 눈의 수의 합이 k일 확률을 구한다.

모든 경우의 수는 $6\times6=36$ … 1단계

두 눈의 수의 합이 5인 경우는

$(1, 4)$, $(2, 3)$, $(3, 2)$, $(4, 1)$

의 4가지이므로 그 확률은 $\frac{4}{36}=\frac{1}{9}$

두 눈의 수의 합이 8인 경우는

$(2, 6)$, $(3, 5)$, $(4, 4)$, $(5, 3)$, $(6, 2)$

의 5가지이므로 그 확률은 $\frac{5}{36}$

두 눈의 수의 합이 5 또는 8일 확률은

$$\frac{1}{9}+\frac{5}{36}=\frac{1}{4}$$ … 2단계

두 눈의 수의 합이 4인 경우는

$(1, 3)$, $(2, 2)$, $(3, 1)$

의 3가지이므로 그 확률은 $\frac{3}{36}=\frac{1}{12}$

이때 두 눈의 수의 합이 k인 경우의 수를 n이라 하면 게임이 공평하기 위해서는 두 눈의 수의 합이 5 또는 8일 확률과 4 또는 k일 확률이 같아야 하므로

$$\frac{1}{4}=\frac{1}{12}+\frac{n}{36},\quad 9=3+n$$

$\therefore n=6$ … 3단계

두 눈의 수의 합이 k인 경우의 수가 6이므로 그 경우는

$(1, 6)$, $(2, 5)$, $(3, 4)$, $(4, 3)$, $(5, 2)$, $(6, 1)$

이다.

따라서 두 눈의 수의 합은 7이므로

$k=7$ … 4단계

답 7

단계	채점 요소	배점
1	모든 경우의 수 구하기	1점
2	두 눈의 수의 합이 5 또는 8일 확률 구하기	1점
3	두 눈의 수의 합이 k인 경우의 수 구하기	2점
4	k의 값 구하기	2점

941 전략 한 선수만 성공하고 나머지 두 선수는 성공하지 못할 확률, 모두 성공하지 못할 확률을 각각 구한다.

(1) A, B, C의 덩크 슛 성공률은 각각 $\frac{3}{10}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{1}{5}$이다.

(i) A만 성공할 확률은

$$\frac{3}{10}\times\left(1-\frac{3}{5}\right)\times\left(1-\frac{1}{5}\right)=\frac{12}{125}$$ … 1단계

(ii) B만 성공할 확률은

$$\left(1-\frac{3}{10}\right)\times\frac{3}{5}\times\left(1-\frac{1}{5}\right)=\frac{42}{125}$$ … 2단계

(iii) C만 성공할 확률은

$$\left(1-\frac{3}{10}\right)\times\left(1-\frac{3}{5}\right)\times\frac{1}{5}=\frac{7}{125}$$ … 3단계

이상에서 구하는 확률은

$$\frac{12}{125}+\frac{42}{125}+\frac{7}{125}=\frac{61}{125}$$ … 4단계

(2) A, B, C 모두 성공하지 못할 확률은

$$\left(1-\frac{3}{10}\right)\times\left(1-\frac{3}{5}\right)\times\left(1-\frac{1}{5}\right)=\frac{28}{125}$$ … 5단계

한 선수만 성공할 확률은 (1)에서 $\frac{61}{125}$

$\therefore$ (적어도 두 선수는 성공할 확률)

$=1-$(모두 성공하지 못하거나 한 선수만 성공할 확률)

$$=1-\left(\frac{28}{125}+\frac{61}{125}\right)=\frac{36}{125}$$ … 6단계

답 (1) $\frac{61}{125}$ (2) $\frac{36}{125}$

단계	채점 요소	배점
1	A만 성공할 확률 구하기	1점
2	B만 성공할 확률 구하기	1점
3	C만 성공할 확률 구하기	1점
4	한 선수만 성공할 확률 구하기	1점
5	A, B, C 모두 성공하지 못할 확률 구하기	1점
6	적어도 두 선수는 성공할 확률 구하기	1점

942 전략 세 자리 자연수가 홀수이려면 일의 자리의 숫자가 홀수이어야 함을 이용한다.

세 자리 자연수가 홀수이려면 일의 자리의 숫자가 홀수이어야 한다.

(i) 첫 번째, 두 번째, 세 번째에 모두 홀수가 적힌 카드를 뽑을 확률은

$$\frac{3}{6}\times\frac{2}{5}\times\frac{1}{4}=\frac{1}{20}$$ … 1단계

(ii) 첫 번째, 세 번째에 홀수가 적힌 카드를 뽑고, 두 번째에 짝수가 적힌 카드를 뽑을 확률은

$$\frac{3}{6}\times\frac{3}{5}\times\frac{2}{4}=\frac{3}{20}$$ … 2단계

(iii) 첫 번째에 짝수가 적힌 카드를 뽑고, 두 번째, 세 번째에 홀수가 적힌 카드를 뽑을 확률은

$$\frac{3}{6}\times\frac{3}{5}\times\frac{2}{4}=\frac{3}{20}$$ … 3단계

(iv) 첫 번째, 두 번째에 짝수가 적힌 카드를 뽑고, 세 번째에 홀수가 적힌 카드를 뽑을 확률은

$$\frac{3}{6}\times\frac{2}{5}\times\frac{3}{4}=\frac{3}{20}$$ … 4단계

이상에서 구하는 확률은

$$\frac{1}{20}+\frac{3}{20}+\frac{3}{20}+\frac{3}{20}=\frac{1}{2}$$ … 5단계

답 $\frac{1}{2}$

단계	채점 요소	배점
1	홀수-홀수-홀수가 적힌 카드를 뽑을 확률 구하기	1점
2	홀수-짝수-홀수가 적힌 카드를 뽑을 확률 구하기	1점
3	짝수-홀수-홀수가 적힌 카드를 뽑을 확률 구하기	1점
4	짝수-짝수-홀수가 적힌 카드를 뽑을 확률 구하기	1점
5	세 자리 자연수가 홀수일 확률 구하기	2점

다른 풀이 뽑은 카드를 다시 넣지 않으므로 구하는 확률은 1부터 6까지의 자연수 중 서로 다른 3개의 자연수로 만든 세 자리 자연수가 홀수일 확률과 같다.

모든 경우의 수는 $6\times5\times4=120$

일의 자리에 올 수 있는 수는 1, 3, 5의 3가지이고, 이때 백의 자리에 올 수 있는 수는 일의 자리의 숫자를 제외한 5가지, 십의 자리에 올 수 있는 수는 일의 자리와 백의 자리의 수를 제외한 4가지이므로 경우의 수는

$3\times(5\times4)=60$

따라서 구하는 확률은

$$\frac{60}{120}=\frac{1}{2}$$

MEMO

MEMO