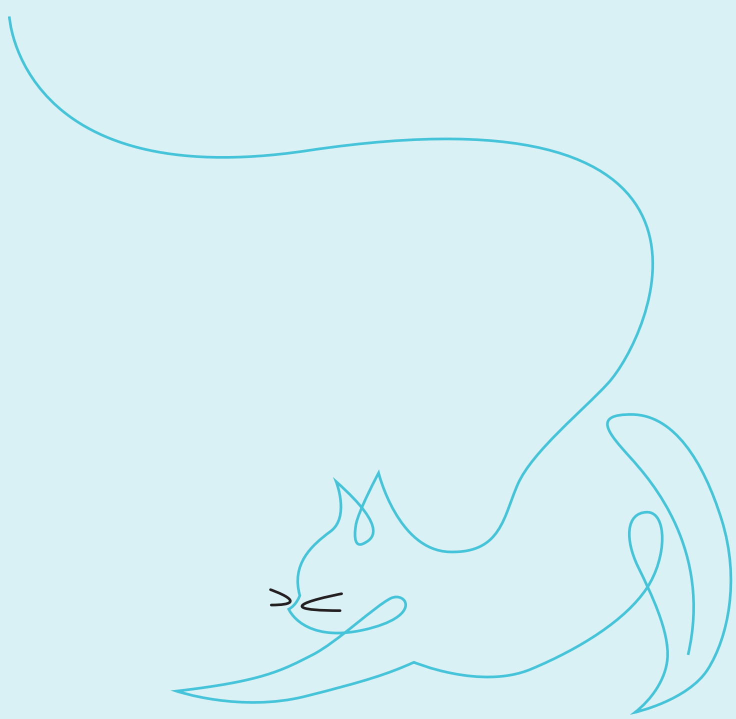
AI **튜터**와 함께 푸는 RPM Pro

중학 수학 1-1

정답 및 풀이



01 소인수분해

셀프 CHECK

본책 8쪽

A 답 (1) 소수 (2) 합성수 (3) 합성수 (4) 소수

B 답 (1) 3^4 (2) $2^2\times5^3$ (3) $\left(\frac{1}{7}\right)^3\times\left(\frac{2}{3}\right)^4$ (4) $\frac{1}{2^3\times11^2}$

C 답 (1) $24=2^3\times3$, 소인수: 2, 3
(2) $39=3\times13$, 소인수: 3, 13
(3) $70=2\times5\times7$, 소인수: 2, 5, 7
(4) $189=3^3\times7$, 소인수: 3, 7

D (1) 72를 소인수분해 하면
$72=2^3\times3^2$
따라서 72의 약수는 오른쪽 표에서
1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 18, 24, 36, 72

×	1	3	3^2
1	1	3	9
2	2	6	18
2^2	4	12	36
2^3	8	24	72

(2) 100을 소인수분해 하면
$100=2^2\times5^2$
따라서 100의 약수는 오른쪽 표에서
1, 2, 4, 5, 10, 20, 25, 50, 100

×	1	5	5^2
1	1	5	25
2	2	10	50
2^2	4	20	100

답 (1) 1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 18, 24, 36, 72
(2) 1, 2, 4, 5, 10, 20, 25, 50, 100

E $108=2^2\times3^3$이므로 약수의 개수는
$(2+1)\times(3+1)=12$ 답 12

내신 유형 다지기

본책 9~17쪽

유형 001 소수와 합성수

본책 9쪽

(1) 소수: 1보다 큰 자연수 중에서 1과 자기 자신만을 약수로 갖는 수
➜ 약수가 2개인 수
(2) 합성수: 1보다 큰 자연수 중에서 소수가 아닌 수
➜ 약수가 3개 이상인 수

001 소수는 13, 29, 37, 43의 4개이므로 $a=4$
합성수는 6, 9, 15, 51의 4개이므로 $b=4$
$\therefore b-a=4-4=0$ 답 ①

002 10 이상 40 이하의 자연수 중 약수가 2개인 수, 즉 소수는
11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37
의 8개이다. 답 8

003 가장 작은 합성수는 4이고, 두 자리 자연수 중 가장 큰 소수는 97이므로 구하는 차는
$97-4=93$ 답 ⑤

004 소수를 작은 수부터 차례대로 나열하면
2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, ⋯
A가 될 수 있는 자연수는 13 초과 17 이하이어야 하므로
14, 15, 16, 17 ⋯ 1단계
따라서 구하는 자연수의 합은
$14+15+16+17=62$ ⋯ 2단계
답 62

단계	채점 요소	비율
1	자연수 A가 될 수 있는 모든 자연수 구하기	70 %
2	자연수 A가 될 수 있는 모든 자연수의 합 구하기	30 %

유형 002 소수와 합성수의 성질

본책 9쪽

① 자연수는 1, 소수, 합성수로 이루어져 있다.
② 2는 가장 작은 소수이고, 소수 중에서 유일한 짝수이다.
③ 소수의 약수는 2개, 합성수의 약수는 3개 이상이다.

005 ① 61은 소수이다.
② 2는 소수이지만 짝수이다.
③ 한 자리 자연수 중 소수는 2, 3, 5, 7의 4개이다.
④ 소수가 아닌 자연수는 1 또는 합성수이다.
따라서 옳은 것은 ⑤이다. 답 ⑤

006 ④ 33은 일의 자리의 숫자가 3인 자연수이지만 합성수이다.
⑤ 소수 n의 약수는 1과 n뿐이므로 소수 n의 모든 약수의 합은 $n+1$이다.
따라서 옳지 않은 것은 ④이다. 답 ④

007 ㄱ. 9는 합성수이지만 약수가 1, 3, 9의 3개이다.
ㄷ. 서로 다른 두 소수의 곱은 약수가 3개 이상이므로 합성수이다.
이상에서 옳은 것은 ㄴ, ㄹ이다. 답 ④

유형 003 거듭제곱

본책 10쪽

$\underbrace{a\times a\times a\times\cdots\times a}_{n\text{개}}$를 거듭제곱으로 나타내면 a^n
이때 a^n에서 밑은 a, 지수는 n이다.

008 ① $4\times4\times4=4^3$
② $2\times2\times2\times2=2^4$
④ $7+7+7+7+7+7=6\times7$
⑤ $\frac{11}{5}\times\frac{11}{5}\times\frac{11}{5}=\left(\frac{11}{5}\right)^3$
따라서 옳은 것은 ③이다. 답 ③

009 $3\times5\times7\times7\times3\times5\times7\times5\times7=3^2\times5^3\times7^4$이므로
$a=2,\ b=3,\ c=4$
$\therefore\ a+b-c=2+3-4=1$ 답 1

010 $2^6=64$이므로 $m=6$ … 1단계
$\frac{1}{3^5}=\frac{1}{243}$이므로 $n=5$ … 2단계
$\therefore\ m-n=6-5=1$ … 3단계
답 1

단계	채점 요소	비율
1	m의 값 구하기	40 %
2	n의 값 구하기	40 %
3	$m-n$의 값 구하기	20 %

011 $1000=10^3$이므로 $a=3$
100만은 10^6이므로 $b=6$
10억은 10^9이므로 $c=9$
1조는 10^{12}이므로 $d=12$
$\therefore\ a+b+c-d=3+6+9-12=6$ 답 6

012 소녀가 받은 쌀알의 수는 하루가 지날 때마다 2배씩 증가한다.
1일째 받은 쌀알의 수는 1
2일째 받은 쌀알의 수는 $2=2^1$
3일째 받은 쌀알의 수는 $4=2^2$
4일째 받은 쌀알의 수는 $8=2^3$
⋮
x일째 받은 쌀알의 수는 2^{x-1}
이때 $2^9=512$이므로 소녀가 받은 쌀알이 512톨인 날은 쌀을 받기 시작한 지 10일째 되는 날이다. 답 ②

유형 004 일의 자리의 숫자 구하기

본책 11쪽

a^n의 일의 자리의 숫자 구하기
➔ $a^1,\ a^2,\ a^3,\ a^4,\ a^5,\ \cdots$을 차례대로 구하여 반복되는 규칙을 찾는다.

013 $3^1=3,\ 3^2=9,\ 3^3=27,\ 3^4=81,\ 3^5=243,\ \cdots$이므로 3의 거듭제곱의 일의 자리의 숫자는 3, 9, 7, 1의 4개의 숫자가 이 순서대로 반복된다.
이때 $15=4\times3+3$이므로 3^{15}의 일의 자리의 숫자는 7이다.
답 ④

014 $2^1=2,\ 2^2=4,\ 2^3=8,\ 2^4=16,\ 2^5=32,\ \cdots$이므로 2의 거듭제곱의 일의 자리의 숫자는 2, 4, 8, 6의 4개의 숫자가 이 순서대로 반복된다.
이때 $20=4\times5$이므로 2^{20}의 일의 자리의 숫자는 6이다.
$9^1=9,\ 9^2=81,\ 9^3=729,\ \cdots$이므로 9의 거듭제곱의 일의 자리의 숫자는 9, 1의 2개의 숫자가 이 순서대로 반복된다.
이때 $9=2\times4+1$이므로 9^9의 일의 자리의 숫자는 9이다.
따라서 $2^{20}\times9^9$의 일의 자리의 숫자는 $6\times9=54$의 일의 자리의 숫자와 같으므로 4이다. 답 4

015 $4^{25}+5^{10}+7^{13}$을 10으로 나누었을 때의 나머지는 $4^{25}+5^{10}+7^{13}$의 일의 자리의 숫자와 같다. … 1단계
$4^1=4,\ 4^2=16,\ 4^3=64,\ \cdots$이므로 4의 거듭제곱의 일의 자리의 숫자는 4, 6의 2개의 숫자가 이 순서대로 반복된다.
이때 $25=2\times12+1$이므로 4^{25}의 일의 자리의 숫자는 4이다.
… 2단계
$5^1=5,\ 5^2=25,\ \cdots$에서 5의 거듭제곱의 일의 자리의 숫자는 모두 5이므로 5^{10}의 일의 자리의 숫자는 5이다. … 3단계
$7^1=7,\ 7^2=49,\ 7^3=343,\ 7^4=2401,\ 7^5=16807,\ \cdots$이므로 7의 거듭제곱의 일의 자리의 숫자는 7, 9, 3, 1의 4개의 숫자가 이 순서대로 반복된다.
이때 $13=4\times3+1$이므로 7^{13}의 일의 자리의 숫자는 7이다.
… 4단계
따라서 $4^{25}+5^{10}+7^{13}$의 일의 자리의 숫자는 $4+5+7=16$의 일의 자리의 숫자와 같으므로 구하는 나머지는 6이다. … 5단계
답 6

단계	채점 요소	비율
1	구하는 수가 $4^{25}+5^{10}+7^{13}$의 일의 자리의 숫자와 같음을 알기	20 %
2	4^{25}의 일의 자리의 숫자 구하기	20 %
3	5^{10}의 일의 자리의 숫자 구하기	20 %
4	7^{13}의 일의 자리의 숫자 구하기	20 %
5	$4^{25}+5^{10}+7^{13}$을 10으로 나누었을 때의 나머지 구하기	20 %

만점 공략 노트

자연수의 거듭제곱의 일의 자리의 숫자
(1) 2의 거듭제곱 ➔ 2, 4, 8, 6의 4개의 숫자가 반복된다.
(2) 3의 거듭제곱 ➔ 3, 9, 7, 1의 4개의 숫자가 반복된다.
(3) 4의 거듭제곱 ➔ 4, 6의 2개의 숫자가 반복된다.
(4) 7의 거듭제곱 ➔ 7, 9, 3, 1의 4개의 숫자가 반복된다.
(5) 8의 거듭제곱 ➔ 8, 4, 2, 6의 4개의 숫자가 반복된다.
(6) 9의 거듭제곱 ➔ 9, 1의 2개의 숫자가 반복된다.

유형 005 소인수분해

본책 11쪽

소인수분해 한 결과를 쓸 때에는
(1) 보통 크기가 작은 소인수부터 순서대로 쓴다.
(2) 같은 소인수의 곱은 거듭제곱으로 나타낸다.
(3) 반드시 소인수만의 곱으로 나타내어야 한다.

016 ③ $90=2\times3^2\times5$

따라서 옳지 않은 것은 ③이다. 답 ③

017 $360=2^3\times3^2\times5$이므로 $a=3$, $b=3$, $c=5$

$\therefore a+b+c=3+3+5=11$ 답 11

018 ① $120=2^{\boxed{3}}\times3\times5$

② $126=2\times3^{\boxed{2}}\times7$

③ $135=3^{\boxed{3}}\times5$

④ $176=2^{\boxed{4}}\times11$

⑤ $294=2\times3\times7^{\boxed{2}}$

따라서 □ 안에 들어갈 수 중 가장 큰 것은 ④이다. 답 ④

019 $2\times4\times6\times8\times10\times12\times14$

$=2\times2^2\times(2\times3)\times2^3\times(2\times5)\times(2^2\times3)\times(2\times7)$

$=2^{11}\times3^2\times5\times7$

따라서 $a=11$, $b=2$, $c=1$이므로

$a-b+c=11-2+1=10$ 답 ②

유형 006 소인수 구하기

본책 12쪽

자연수 A가

$A=a^m\times b^n$ (a, b는 서로 다른 소수, m, n은 자연수)

으로 소인수분해 될 때

➜ A의 소인수: a, b

020 $175=5^2\times7$이므로 소인수는 5, 7 답 ②

021 ① $36=2^2\times3^2$이므로 소인수는 2, 3이다.

② $48=2^4\times3$이므로 소인수는 2, 3이다.

③ $54=2\times3^3$이므로 소인수는 2, 3이다.

④ $144=2^4\times3^2$이므로 소인수는 2, 3이다.

⑤ $198=2\times3^2\times11$이므로 소인수는 2, 3, 11이다.

따라서 소인수가 나머지 넷과 다른 하나는 ⑤이다. 답 ⑤

022 $476=2^2\times7\times17$ … 1단계

이므로 소인수는 2, 7, 17 … 2단계

따라서 모든 소인수의 합은

$2+7+17=26$ … 3단계

답 26

단계	채점 요소	비율
1	476을 소인수분해 하기	40 %
2	476의 소인수 구하기	40 %
3	476의 모든 소인수의 합 구하기	20 %

023 조건 ㈎를 만족시키는 자연수 A는

26, 27, 28, 29

이 수를 각각 소인수분해 하면

$26=2\times13$, $27=3^3$, $28=2^2\times7$, 29

조건 ㈏에서 합이 9인 두 소인수는 2, 7이므로 2, 7을 소인수로 갖는 자연수 A의 값은 28이다. 답 28

024 ① $30=2\times3\times5$이므로 $<30>=2+3+5=10$

② $63=3^2\times7$이므로 $<63>=3+7=10$

③ $90=2\times3^2\times5$이므로 $<90>=2+3+5=10$

④ $135=3^3\times5$이므로 $<135>=3+5=8$

⑤ $150=2\times3\times5^2$이므로 $<150>=2+3+5=10$

따라서 $< n >=10$을 만족시키는 n의 값이 될 수 없는 것은 ④이다. 답 ④

025 11을 소인수로 갖는 수는 11의 배수이므로 100 이상 200 이하의 자연수 중 11의 배수는

110, 121, 132, 143, 154, 165, 176, 187, 198

이 수를 각각 소인수분해 하면

$110=2\times5\times11$, $121=11^2$, $132=2^2\times3\times11$,

$143=11\times13$, $154=2\times7\times11$, $165=3\times5\times11$,

$176=2^4\times11$, $187=11\times17$, $198=2\times3^2\times11$

따라서 이 중에서 가장 큰 소인수가 11인 자연수는

110, 121, 132, 154, 165, 176, 198

의 7개이다. 답 7

유형 007 자연수를 곱하여 제곱인 수 만들기

본책 13쪽

❶ 주어진 수를 소인수분해 한다.

❷ 소인수분해 한 결과에서 소인수의 지수가 모두 짝수가 되도록 적당한 수를 곱한다.

026 84를 소인수분해 하면 $84=2^2\times3\times7$

소인수의 지수가 모두 짝수가 되어야 하므로 곱할 수 있는 가장 작은 자연수 A의 값은

$3\times7=21$ 답 ⑤

027 $3^2\times5\times7^2$의 소인수의 지수가 모두 짝수가 되어야 하므로 $x=5\times(\text{자연수})^2$의 꼴이어야 한다.

① $20=5\times2^2$ ② $45=5\times3^2$ ③ $60=5\times2^2\times3$

④ $80=5\times4^2$ ⑤ $125=5\times5^2$

따라서 x의 값이 될 수 없는 것은 ③이다. 답 ③

028 147을 소인수분해 하면

$147=3\times7^2$ … 1단계

소인수의 지수가 모두 짝수가 되어야 하므로 곱할 수 있는 가장 작은 자연수 a의 값은 3이다. … 2단계

이때 $147\times3=441=21^2$이므로

$b=21$ … 3단계

$\therefore b-a=21-3=18$ … 4단계

답 18

단계	채점 요소	비율
1	147을 소인수분해 하기	20 %
2	가장 작은 자연수 a의 값 구하기	30 %
3	가장 작은 자연수 b의 값 구하기	30 %
4	$b-a$의 값 구하기	20 %

029 98을 소인수분해 하면 $98=2\times7^2$
소인수의 지수가 모두 짝수가 되어야 하고 3을 소인수로 가져야 하므로 곱할 수 있는 가장 작은 자연수는
$2\times3^2=18$ 답 18

030 $20=2^2\times5$, $54=2\times3^3$이므로
$2^2\times5\times x=2\times3^3\times y=z^2$
$x+y+z$의 값은 x, y, z의 값이 가장 작을 때 가장 작으므로 위의 식을 만족시키는 가장 작은 자연수 z에 대하여
$z^2=2^2\times3^4\times5^2=8100=90^2$ $\therefore z=90$
$2^2\times5\times x=8100$에서 $x=3^4\times5=405$
$2\times3^3\times y=8100$에서 $y=2\times3\times5^2=150$
따라서 $x+y+z$의 값 중에서 가장 작은 값은
$405+150+90=645$ 답 645

유형 008 자연수로 나누어 제곱인 수 만들기

본책 14쪽

❶ 주어진 수를 소인수분해 한다.
❷ 소인수분해 한 결과에서 소인수의 지수가 모두 짝수가 되도록 적당한 수로 나눈다. 이때 나누는 수는 주어진 자연수의 약수이다.

031 384를 소인수분해 하면 $384=2^7\times3$
소인수의 지수가 모두 짝수가 되어야 하므로 나누는 수가 될 수 있는 자연수는 384의 약수이면서 $2\times3\times$(자연수)^{2}의 꼴이다.
② $6=2\times3$
③ $18=2\times3\times3$
④ $24=2\times3\times2^2$
⑤ $30=2\times3\times5$
따라서 나누는 수가 될 수 있는 자연수는 ②, ④이다.
답 ②, ④

032 252를 소인수분해 하면 $252=2^2\times3^2\times7$
소인수의 지수가 모두 짝수가 되어야 하므로 나눌 수 있는 가장 작은 자연수 a의 값은 7이다.
이때 $252\div7=36=6^2$이므로 $b=6$
$\therefore a+b=7+6=13$ 답 ⑤

033 720을 소인수분해 하면 $720=2^4\times3^2\times5$
소인수의 지수가 모두 짝수가 되어야 하므로 n은 720의 약수이면서 $5\times$(자연수)^{2}의 꼴이어야 한다.
따라서 n이 될 수 있는 수는
5, 5×2^2, 5×3^2, 5×4^2, $5\times2^2\times3^2$, $5\times4^2\times3^2$
의 6개이다. 답 6

유형 009 약수 구하기

본책 14쪽

자연수 N이 $N=a^m\times b^n$ (a, b는 서로 다른 소수, m, n은 자연수)으로 소인수분해 될 때, N의 약수는
(a^m의 약수)$\times$(b^n의 약수)

034 $336=2^4\times3\times7$이므로 336의 약수는
(2^4의 약수)$\times$(3의 약수)$\times$(7의 약수)
의 꼴이다.
따라서 336의 약수가 아닌 것은 ③이다. 답 ③

035 $153=3^2\times17$이므로 153의 약수는
1, 3, 3^2, 17, 3×17, $3^2\times17$, 즉
1, 3, 9, 17, 51, 153 … 1단계
따라서 구하는 합은
$1+3+9+17+51+153=234$ … 2단계
답 234

단계	채점 요소	비율
1	153의 모든 약수 구하기	60 %
2	153의 모든 약수의 합 구하기	40 %

036 $1\times2\times3\times\cdots\times9\times10$
$=1\times2\times3\times2^2\times5\times(2\times3)\times7\times2^3\times3^2\times(2\times5)$
$=2^8\times3^4\times5^2\times7$
따라서 가장 큰 자연수 n의 값은 4이다. 답 4
참고 3을 소인수로 갖는 수인 3, $6=2\times3$, $9=3^2$만 생각하여 n의 값을 구할 수도 있다.

037 $450=2\times3^2\times5^2$의 약수 중에서 어떤 자연수의 제곱이 되는 수는 모든 소인수의 지수가 짝수인 수이므로
1, 3^2, 5^2, $3^2\times5^2$
의 4개이다. 답 4

038 1, 2, 3, $4=2^2$, 5, $6=2\times3$, 7, $8=2^3$, $9=3^2$, $10=2\times5$를 모두 약수로 갖는 가장 작은 네 자리 자연수는
$2^3\times3^2\times5\times7=2520$
따라서 $a=2$, $b=5$, $c=2$, $d=0$이므로
$a+b+c+d=2+5+2+0=9$ 답 9

유형 010 약수의 개수 구하기

본책 15쪽

a, b, c는 서로 다른 소수이고 l, m, n은 자연수일 때
(1) a^n의 약수의 개수 ➔ $n+1$
(2) $a^m\times b^n$의 약수의 개수 ➔ $(m+1)\times(n+1)$
(3) $a^l\times b^m\times c^n$의 약수의 개수
➔ $(l+1)\times(m+1)\times(n+1)$

039 ㄱ. $32=2^5$이므로 32의 약수의 개수는
$5+1=6$
ㄴ. $60=2^2\times3\times5$이므로 60의 약수의 개수는
$(2+1)\times(1+1)\times(1+1)=12$
ㄷ. $5^2\times11^2$의 약수의 개수는
$(2+1)\times(2+1)=9$
ㄹ. $2\times3\times13$의 약수의 개수는
$(1+1)\times(1+1)\times(1+1)=8$
이상에서 약수의 개수가 많은 수부터 차례대로 나열하면
ㄴ, ㄷ, ㄹ, ㄱ 답 ④

040 ⑤ $280=2^3\times5\times7$이므로 280의 약수의 개수는
$(3+1)\times(1+1)\times(1+1)=16$
따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다. 답 ⑤

041 $\dfrac{126}{n}$이 자연수가 되려면 n은 126의 약수이어야 한다.
… 1단계
126을 소인수분해 하면 $126=2\times3^2\times7$ … 2단계
따라서 자연수 n의 개수는 126의 약수의 개수와 같으므로
$(1+1)\times(2+1)\times(1+1)=12$ … 3단계
답 12

단계	채점 요소	비율
1	n은 126의 약수임을 알기	30 %
2	126을 소인수분해 하기	20 %
3	n의 개수 구하기	50 %

042 $A=2^2\times3^3\times5^4$의 약수 중 홀수는
$(3^3$의 약수$)\times(5^4$의 약수$)$
의 꼴이다.
따라서 A의 약수 중 홀수의 개수는
$(3+1)\times(4+1)=20$ 답 ④

만점 공략 노트
(1) (짝수)×(짝수)=(짝수)
(2) (짝수)×(홀수)=(짝수), (홀수)×(짝수)=(짝수)
(3) (홀수)×(홀수)=(홀수)

043 $675=3^3\times5^2$이고 675의 약수 중 5의 배수는 5를 인수로 가지므로 그 수의 개수는 $3^3\times5$의 약수의 개수와 같다.
따라서 구하는 개수는
$(3+1)\times(1+1)=8$ 답 8

다른 풀이 $675=3^3\times5^2$이므로 675의 약수 중 5의 배수는 675의 전체 약수에서 5를 인수로 갖지 않는 3^3의 약수를 제외한 것과 같다.
따라서 구하는 개수는
$(3+1)\times(2+1)-4=12-4=8$

유형 011 약수의 개수가 주어질 때 지수 구하기 본책 16쪽

$a^l\times b^m\times c^n$ (a, b, c는 서로 다른 소수이고 l, m, n은 자연수)으로 소인수분해 되는 자연수의 약수의 개수가 k이면
$(l+1)\times(m+1)\times(n+1)=k$
임을 이용하여 식을 세운다.

044 $3^3\times5^a$의 약수의 개수가 36이므로
$(3+1)\times(a+1)=36$, $a+1=9$
$\therefore a=8$ 답 ④

045 $288=2^5\times3^2$이므로 288의 약수의 개수는
$(5+1)\times(2+1)=18$ … 1단계
$2\times3^n\times14$, 즉 $2^2\times3^n\times7$의 약수의 개수가 18이므로
$(2+1)\times(n+1)\times(1+1)=18$
$n+1=3$ $\therefore n=2$ … 2단계
답 2

단계	채점 요소	비율
1	288의 약수의 개수 구하기	30 %
2	n의 값 구하기	70 %

046 $9\times5^a\times7^b$, 즉 $3^2\times5^a\times7^b$의 약수의 개수가 30이므로
$(2+1)\times(a+1)\times(b+1)=30$
$\therefore (a+1)\times(b+1)=10$
a, b가 자연수이고 $a>b$이므로
$a+1=5$, $b+1=2$ $\therefore a=4$, $b=1$
$\therefore a-b=4-1=3$ 답 ③

유형 012 약수의 개수가 주어질 때 □ 안에 들어갈 수 있는 자연수 구하기 본책 16쪽

$a^2\times\square$ (a는 소수)의 약수의 개수가 6이면
(i) $6=5+1$, 즉 □가 a의 배수인 경우
a^5의 꼴이므로 $\square=a^3$
(ii) $6=(2+1)\times(1+1)$, 즉 □가 a의 배수가 아닌 경우
$a^2\times b$의 꼴이므로 $\square=b$ (b는 a가 아닌 소수)

047 ① $2^4\times6=2^5\times3$이므로 약수의 개수는
$(5+1)\times(1+1)=12$
② $2^4\times8=2^7$이므로 약수의 개수는 $7+1=8$
③ $2^4\times12=2^6\times3$이므로 약수의 개수는
$(6+1)\times(1+1)=14$
④ $2^4\times25=2^4\times5^2$이므로 약수의 개수는
$(4+1)\times(2+1)=15$
⑤ $2^4\times27=2^4\times3^3$이므로 약수의 개수는
$(4+1)\times(3+1)=20$
따라서 □ 안에 들어갈 수 있는 수는 ④이다. 답 ④

다른 풀이 $15=14+1$ 또는 $15=(4+1)\times(2+1)$이므로 약수의 개수가 15인 자연수는

a^{14} (a는 소수) 또는 $a^4\times b^2$ (a, b는 서로 다른 소수)

의 꼴이다.

$2^4\times\square$에서

(i) $15=14+1$일 때,

a^{14} (a는 소수)의 꼴이어야 하므로 □ 안에 들어갈 수 있는 자연수는 2^{10}

(ii) $15=(4+1)\times(2+1)$일 때,

$a^4\times b^2$ (a, b는 서로 다른 소수)의 꼴이어야 하므로 □ 안에 들어갈 수 있는 수는

b^2 (b는 2가 아닌 소수)

(i), (ii)에서 □ 안에 들어갈 수 있는 수는 ④이다.

048 ① $10\times3^4=2\times3^4\times5$이므로 약수의 개수는

$(1+1)\times(4+1)\times(1+1)=20$

② $10\times2^2\times7^2=2^3\times5\times7^2$이므로 약수의 개수는

$(3+1)\times(1+1)\times(2+1)=24$

③ $10\times2^3\times5^2=2^4\times5^3$이므로 약수의 개수는

$(4+1)\times(3+1)=20$

④ $10\times2^8=2^9\times5$이므로 약수의 개수는

$(9+1)\times(1+1)=20$

⑤ $10\times3\times5^3=2\times3\times5^4$이므로 약수의 개수는

$(1+1)\times(1+1)\times(4+1)=20$

따라서 약수의 개수가 20일 때, □ 안에 들어갈 수 없는 수는 ②이다.

답 ②

049 $12=11+1$ 또는 $12=(5+1)\times(1+1)$ 또는 $12=(3+1)\times(2+1)$ 또는 $12=(2+1)\times(1+1)\times(1+1)$이므로 약수의 개수가 12인 자연수는

a^{11} (a는 소수) 또는 $a^5\times b$ (a, b는 서로 다른 소수) 또는

$a^3\times b^2$ (a, b는 서로 다른 소수) 또는

$a^2\times b\times c$ (a, b, c는 서로 다른 소수)

의 꼴이다.

$27\times\square=3^3\times\square$에서

(i) $12=11+1$일 때,

a^{11} (a는 소수)의 꼴이어야 하므로 □ 안에 들어갈 수 있는 자연수는 3^8

(ii) $12=(5+1)\times(1+1)$일 때,

$a^5\times b$ (a, b는 서로 다른 소수)의 꼴이어야 하므로 □ 안에 들어갈 수 있는 가장 작은 자연수는 $3^2\times2=18$

(iii) $12=(3+1)\times(2+1)$일 때,

$a^3\times b^2$ (a, b는 서로 다른 소수)의 꼴이어야 하므로 □ 안에 들어갈 수 있는 가장 작은 자연수는 $2^2=4$

(iv) $12=(2+1)\times(1+1)\times(1+1)$일 때,

$a^2\times b\times c$ (a, b, c는 서로 다른 소수)의 꼴이어야 하므로 □ 안에 들어갈 수 있는 자연수는 없다.

이상에서 구하는 가장 작은 자연수는 4이다.

답 4

050 $8=7+1$ 또는 $8=(3+1)\times(1+1)$ 또는 $8=(1+1)\times(1+1)\times(1+1)$이므로 약수의 개수가 8인 자연수는

a^7 (a는 소수) 또는 $a^3\times b$ (a, b는 서로 다른 소수) 또는

$a\times b\times c$ (a, b, c는 서로 다른 소수)

의 꼴이다.

$6\times n=2\times3\times n$에서

(i) $8=7+1$일 때,

a^7 (a는 소수)의 꼴이어야 하므로 n의 값은 없다.

(ii) $8=(3+1)\times(1+1)$일 때,

$a^3\times b$ (a, b는 서로 다른 소수)의 꼴이어야 하므로

$n=2^2$ 또는 $n=3^2$

(iii) $8=(1+1)\times(1+1)\times(1+1)$일 때,

$a\times b\times c$ (a, b, c는 서로 다른 소수)의 꼴이어야 하므로

$n=5$ 또는 $n=7$

이상에서 한 자리 자연수 n은

4, 5, 7, 9

답 4, 5, 7, 9

유형 013 약수의 개수가 주어질 때 자연수 구하기 본책 17쪽

(1) 약수의 개수가 1인 자연수 ➜ 1
(2) 약수의 개수가 2인 자연수 ➜ 소수
(3) 약수의 개수가 3인 자연수 ➜ $(\text{소수})^2$의 꼴
(4) 약수의 개수가 4인 자연수
➜ $(\text{소수})^3$의 꼴 또는 $a\times b$ (a, b는 서로 다른 소수)의 꼴
(5) 약수의 개수가 홀수인 자연수 ➜ $(\text{자연수})^2$의 꼴

051 약수의 개수가 3인 자연수는 $(\text{소수})^2$의 꼴이다.

따라서 50 이하의 자연수 중 약수의 개수가 3인 수는

$2^2=4$, $3^2=9$, $5^2=25$, $7^2=49$

의 4개이다.

답 ②

052 $14=13+1$ 또는 $14=(6+1)\times(1+1)$이므로 약수의 개수가 14인 자연수는

a^{13} (a는 소수) 또는 $a^6\times b$ (a, b는 서로 다른 소수)

의 꼴이다. … 1단계

(i) a^{13} (a는 소수)의 꼴일 때,

가장 작은 자연수는 2^{13} … 2단계

(ii) $a^6\times b$ (a, b는 서로 다른 소수)의 꼴일 때,

가장 작은 자연수는 $2^6\times3=192$ … 3단계

(i), (ii)에서 구하는 자연수는 192이다. … 4단계

답 192

단계	채점 요소	비율
1	약수의 개수가 14인 수는 a^{13} (a는 소수) 또는 $a^6\times b$ (a, b는 서로 다른 소수)의 꼴임을 알기	20 %
2	a^{13} (a는 소수)의 꼴인 가장 작은 자연수 구하기	30 %
3	$a^6\times b$ (a, b는 서로 다른 소수)의 꼴인 가장 작은 자연수 구하기	30 %
4	약수의 개수가 14인 가장 작은 자연수 구하기	20 %

053 ㄱ. $a=4$, $n=2$일 때, 4^2의 약수는 $(2+1)$개가 아니다.
즉 $4^2=2^4$이므로 4^2의 약수는 $(4+1)$개이다.
ㄴ. 두 자연수 4, 5에 대하여 $4<5$이지만 4의 약수는 1, 2, 4의 3개, 5의 약수는 1, 5의 2개이므로
(4의 약수의 개수)>(5의 약수의 개수)
이상에서 옳은 것은 ㄷ뿐이다. 답 ②

참고 ㄷ. (자연수)^{2}의 꼴이 아닌 모든 자연수는 약수의 개수가 짝수이다.

054 $100=2^2\times5^2$이므로
$$N(100)=(2+1)\times(2+1)=9$$
이때 $N(100)\times N(k)=90$에서 $N(k)=10$
따라서 300 이하의 자연수 k의 약수의 개수는 10이다.
$10=9+1$ 또는 $10=(4+1)\times(1+1)$이므로 약수의 개수가 10인 자연수는
a^9 (a는 소수) 또는 $a^4\times b$ (a, b는 서로 다른 소수)
의 꼴이다.
(i) a^9 (a는 소수)의 꼴일 때,
$2^9=512$, $\cdots$
(ii) $a^4\times b$ (a, b는 서로 다른 소수)의 꼴일 때,
$2^4\times3=48$, $2^4\times5=80$, $2^4\times7=112$, $2^4\times11=176$,
$2^4\times13=208$, $2^4\times17=272$, $2^4\times19=304$, $\cdots$
$3^4\times2=162$, $3^4\times5=405$, $\cdots$
$5^4\times2=1250$, $\cdots$
(i), (ii)에서 300 이하의 자연수 k는
48, 80, 112, 162, 176, 208, 272
의 7개이다. 답 7

만점 유형 도전하기

본책 18~19쪽

055 전략 소인수분해 한 결과는 순서를 생각하지 않으면 오직 한 가지뿐이다.
(1) 1보다 큰 자연수를 그 수의 소인수만의 곱으로 나타내는 것을 소인수분해라 한다.
(2) 민재: $2^2\times6^2$에서 6은 소수가 아니므로 $2^2\times6^2$은 144를 소인수분해 한 것이라고 할 수 없다. 즉 144를 소인수분해 하면 $2^4\times3^2$이다.
준우: 3×8^2에서 8은 소수가 아니므로 3×8^2은 192를 소인수분해 한 것이라고 할 수 없다. 즉 소인수분해 한 결과는 한 가지이다.
따라서 잘못 말한 사람은 민재, 준우이다. 답 풀이 참조

056 전략 자연수 $N=a^m\times b^n$ (a, b는 서로 다른 소수, m, n은 자연수)의 약수는 (a^m의 약수)×(b^n의 약수)이다.
지성: $168\times a=2^3\times3\times7\times a$에서 $168\times a$가 어떤 자연수의 제곱이 되려면 소인수의 지수가 모두 짝수가 되어야 하므로 $a=2\times3\times7\times$(자연수)^{2}의 꼴이어야 한다.
따라서 가장 작은 수는 $2\times3\times7=42$
유림: $216=2^3\times3^3$의 약수는 (2^3의 약수)×(3^3의 약수)의 꼴이다.
따라서 2×3^3은 216의 약수이다.
정민: $2\times5^2\times7^3$의 약수의 개수는
$$(1+1)\times(2+1)\times(3+1)=24$$
따라서 잘못 말한 사람은 지성, 정민이다. 답 풀이 참조

057 전략 자연수 a에 대하여 넓이가 a cm^{2}인 직사각형에서 a를 소인수분해 한 후 가로, 세로의 길이가 될 수 있는 수를 생각해 본다.
ㄱ. 37은 소수이므로 $37=1\times37$
즉 넓이가 37 cm^{2}인 직사각형은 한 가지뿐이다.
ㄴ. $128=2^7=1\times2^7=2\times2^6=2^2\times2^5=2^3\times2^4$
즉 넓이가 128 cm^{2}인 직사각형은 4가지이다.
ㄷ. $a=4$이면 $4=1\times4=2\times2$
즉 a가 합성수이지만 만들 수 있는 직사각형은 2가지이다.
이상에서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ이다. 답 ③

058 전략 합성수는 1보다 큰 자연수 중에서 소수가 아닌 수이다.
$14=2\times7$, $15=3\times5$이므로 준희가 뽑은 카드 중 14와 15는 합성수이고, 5와 17은 소수이다.
따라서 준희의 점수는 $14-5+15-17=7$ (점)
$6=2\times3$, $12=2^2\times3$, $9=3^2$이므로 나연이가 뽑은 카드 중 6, 12, 9는 합성수이고, 7은 소수이다.
따라서 나연이의 점수는 $6+12-7+9=20$ (점)
따라서 나연이가 $20-7=13$(점) 차이로 이겼다.
답 나연이가 13점 차이로 이겼다.

059 전략 $x\times y$를 소인수분해 한 결과를 이용하여 x의 소인수의 개수에 따라 경우를 나누어 조건을 만족시키는 $\frac{x}{y}$를 찾아본다.
조건 (가)에서
$$\begin{aligned}x\times y&=1\times2\times3\times4\times5\times6\times7\times8\times9\times10\\&=1\times2\times3\times2^2\times5\times(2\times3)\times7\times2^3\times3^2\times(2\times5)\\&=2^8\times3^4\times5^2\times7\end{aligned}$$
이때 $\frac{x}{y}$는 기약분수이므로 두 수 x, y에 공통인 인수가 존재하지 않아야 하고, 조건 (나)에서 $\frac{x}{y}<1$이므로 $x<y$이어야 한다.
x의 값이 정해지면 y의 값은 하나로 정해지므로 x의 값에 따라 경우를 나누면 다음과 같다.
(i) $x=1$일 때, $\frac{x}{y}$는 $\frac{1}{2^8\times3^4\times5^2\times7}$
(ii) $x=2^8$, 3^4, 5^2, 7일 때, $\frac{x}{y}$는
$$\frac{2^8}{3^4\times5^2\times7},\ \frac{3^4}{2^8\times5^2\times7},\ \frac{5^2}{2^8\times3^4\times7},\ \frac{7}{2^8\times3^4\times5^2}$$
(iii) $x=2^8\times7$, $3^4\times7$, $5^2\times7$일 때, $\frac{x}{y}$는
$$\frac{2^8\times7}{3^4\times5^2},\ \frac{3^4\times7}{2^8\times5^2},\ \frac{5^2\times7}{2^8\times3^4}$$
이상에서 구하는 기약분수 $\frac{x}{y}$의 개수는
$$1+4+3=8$$
답 8

060 전략 10 이하의 소수를 이용하여 10을 소수의 합으로 나타내어 본다.

10을 소수의 합으로 나타내면

$2+2+2+2+2,\ 2+2+3+3,\ 2+3+5,\ 3+7,\ 5+5$

이므로 $S(p)=10$을 만족시키는 p의 값은

$2^5=32,\ 2^2\times3^2=36,\ 2\times3\times5=30,\ 3\times7=21,\ 5^2=25$

따라서 구하는 합은

$32+36+30+21+25=144$ 답 144

061 전략 300을 소인수분해 하여 약수 중 두 자리 자연수를 찾는다.

조건 (가)에서 두 수 A, B는 300의 약수 중 서로 다른 두 자리 자연수이다.

$300=2^2\times3\times5^2$에서 300의 약수 중 두 자리 자연수이면서 곱해서 300인 것은

2×5와 $2\times3\times5$, $2^2\times3$과 5^2, 3×5와 $2^2\times5$

이때 $A<B$이므로

$A=10,\ B=30$ 또는 $A=12,\ B=25$ 또는 $A=15,\ B=20$

위의 각 경우에 대하여 $A+B$의 값은

$10+30=40,\ 12+25=37,\ 15+20=35$

조건 (나)에서 $A+B$는 소수이므로 $A=12,\ B=25$

따라서 구하는 비밀번호는 1225이다. 답 1225

062 전략 a번이 적힌 상자의 공을 꺼내거나 넣은 학생은 (a의 약수)번째의 학생이다.

(1) n번째 학생이 n의 배수가 적힌 상자의 공을 꺼내거나 넣으므로 8번이 적힌 상자는 8을 배수로 갖는 수, 즉 (8의 약수)번째의 학생이 공을 꺼내거나 넣는다.
따라서 8번이 적힌 상자에서 공을 꺼내거나 넣은 학생은 1번째, 2번째, 4번째, 8번째이다.

(2) n번이 적힌 상자에서 공을 꺼내거나 넣은 학생 수는 n의 약수의 개수와 같다.
이때 (1)에서 8번이 적힌 상자는 8번째 학생이 공을 넣은 이후로 공을 꺼내거나 넣는 사람이 없으므로 활동이 끝날 때까지 공이 들어 있게 된다.
한편 9번이 적힌 상자는 1번째, 3번째, 9번째 학생이 공을 꺼내거나 넣게 되고 9번째 학생이 공을 꺼낸 이후로 공을 꺼내거나 넣는 사람이 없으므로 활동이 끝날 때까지 공이 들어 있지 않게 된다.
따라서 50명의 학생들이 활동을 모두 마쳤을 때, 공이 들어 있지 않은 상자의 번호는 약수의 개수가 홀수인 수이다.
약수의 개수가 홀수이려면 (자연수)^{2}의 꼴이어야 하고 1부터 50까지의 자연수 중 제곱인 수는

1, 4, 9, 16, 25, 36, 49

즉 50명의 학생이 활동을 모두 마쳤을 때, 공이 들어 있지 않은 상자의 번호는 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49이다.

답 (1) 1번째, 2번째, 4번째, 8번째
(2) 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49

시험 만점 완성하기

본책 20~23쪽

063 전략 소수의 약수는 2개이고, 합성수의 약수는 3개 이상이다.

20보다 작은 자연수 중 가장 큰 소수는 19

30보다 큰 자연수 중 가장 작은 합성수는 32

따라서 구하는 합은 $19+32=51$ 답 ②

064 전략 소수와 합성수의 성질을 생각해 본다.

ㄱ. $2\times3=6$에서 6은 두 소수의 곱이지만 짝수이다.

ㄴ. 짝수 중 2는 소수이다.

ㄹ. 1은 소수의 곱으로 나타낼 수 없다.

이상에서 옳은 것은 ㄷ, ㅁ의 2개이다. 답 ②

065 전략 81, 125를 각각 거듭제곱으로 나타낸다.

$81\times125=3^4\times5^3$이므로 $m=4,\ n=3$

$\therefore\ m+n=4+3=7$ 답 ③

066 전략 7의 거듭제곱을 구하여 일의 자리의 숫자에서 반복되는 규칙을 찾는다.

$7^1=7,\ 7^2=49,\ 7^3=343,\ 7^4=2401,\ 7^5=16807,\ \cdots$이므로 7의 거듭제곱의 일의 자리의 숫자는 7, 9, 3, 1의 4개의 숫자가 이 순서대로 반복된다.

$100=4\times25$이므로 7^{100}의 일의 자리의 숫자는 1이다. 답 ①

067 전략 소인수분해 하였을 때 5를 소인수로 갖는 수는 5의 배수이다.

1부터 30까지의 자연수 중 5를 소인수로 갖는 수는 5의 배수이므로

$5,\ 10=2\times5,\ 15=3\times5,\ 20=2^2\times5,$
$25=5^2,\ 30=2\times3\times5$

의 6개이다.

이때 25는 5가 2개 곱해져 있으므로 $1\times2\times3\times\cdots\times30$을 소인수분해 하였을 때, 소인수 5의 지수는 7이다. 답 ③

068 전략 780을 소인수분해 한 후 소인수를 모두 구한다.

$780=2^2\times3\times5\times13$

따라서 소인수가 아닌 것은 ④이다. 답 ④

069 전략 주어진 수를 소인수분해 한 후 모든 소인수의 합을 구한다.

① $60=2^2\times3\times5$에서 소인수는 2, 3, 5이므로 모든 소인수의 합은 $2+3+5=10$

② $98=2\times7^2$에서 소인수는 2, 7이므로 모든 소인수의 합은
$2+7=9$

③ $108=2^2\times3^3$에서 소인수는 2, 3이므로 모든 소인수의 합은
$2+3=5$

④ $154=2\times7\times11$에서 소인수는 2, 7, 11이므로 모든 소인수의 합은 $\quad 2+7+11=20$

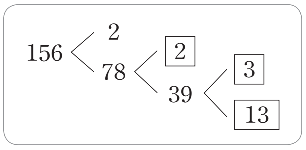
⑤ $210=2\times3\times5\times7$에서 소인수는 2, 3, 5, 7이므로 모든 소인수의 합은

$\quad 2+3+5+7=17$

따라서 모든 소인수의 합이 가장 큰 것은 ④이다. 답 ④

070 전략 소인수분해는 가지의 끝이 모두 소수가 될 때까지 나눈다.

오른쪽 그림에서



$\quad 156=2^2\times3\times13$

① □ 안에 알맞은 수의 합은

$\quad 2+3+13=18$

② 156의 소인수의 개수는 2, 3, 13의 3이다.

③ $234=2\times3^2\times13$에서 234의 소인수는 2, 3, 13이므로 156의 소인수는 234의 소인수와 같다.

⑤ 156에 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되도록 하려면 소인수의 지수가 모두 짝수가 되어야 하므로 곱할 수 있는 가장 작은 자연수는 $\quad 3\times13=39$

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다. 답 ⑤

071 전략 어떤 자연수의 제곱인 수는 소인수분해 했을 때, 모든 소인수의 지수가 짝수이다.

160을 소인수분해 하면 $\quad 160=2^5\times5$

소인수의 지수가 모두 짝수가 되어야 하므로 곱할 수 있는 자연수는 $2\times5\times(\text{자연수})^2$의 꼴이어야 한다.

즉 $2\times5\times1^2$, $2\times5\times2^2$, $2\times5\times3^2$, $\cdots$이므로 두 번째로 작은 자연수는

$\quad 2\times5\times2^2=40$ 답 ③

072 전략 588을 소인수분해 한 후 소인수의 지수가 짝수가 되도록 나눌 수 있는 자연수를 모두 구한다.

588을 소인수분해 하면 $\quad 588=2^2\times3\times7^2$

소인수의 지수가 모두 짝수가 되어야 하므로 n은 588의 약수이면서 $3\times(\text{자연수})^2$의 꼴이어야 한다.

따라서 n이 될 수 있는 수는

$\quad 3,\ 3\times2^2=12,\ 3\times7^2=147,\ 3\times2^2\times7^2=588$

이므로 구하는 합은

$\quad 3+12+147+588=750$ 답 ②

073 전략 자연수 N을 소인수분해 하면 $N=a^m\times b^n$ (a, b는 서로 다른 소수, m, n은 자연수)일 때 N의 약수는 $(a^m\text{의 약수})\times(b^n\text{의 약수})$이다.

$280=2^3\times5\times7$이므로 280의 약수는

$\quad (2^3\text{의 약수})\times(5\text{의 약수})\times(7\text{의 약수})$

의 꼴이다.

①, ⑤ 280은 3을 소인수로 갖지 않는다.

③ 7^2은 7의 약수가 아니다.

따라서 280의 약수는 ②, ④이다. 답 ②, ④

074 전략 주어진 수를 소인수분해 한 후 약수의 개수를 구한다.

$378=2\times3^3\times7$이므로 378의 약수의 개수는

$\quad (1+1)\times(3+1)\times(1+1)=16$

① $124=2^2\times31$이므로 124의 약수의 개수는

$\quad (2+1)\times(1+1)=6$

② $180=2^2\times3^2\times5$이므로 180의 약수의 개수는

$\quad (2+1)\times(2+1)\times(1+1)=18$

③ $216=2^3\times3^3$이므로 216의 약수의 개수는

$\quad (3+1)\times(3+1)=16$

④ $3^3\times7^2$의 약수의 개수는 $\quad (3+1)\times(2+1)=12$

⑤ $2^3\times3^2\times5$의 약수의 개수는

$\quad (3+1)\times(2+1)\times(1+1)=24$

따라서 378과 약수의 개수가 같은 것은 ③이다. 답 ③

075 전략 주어진 수의 소인수의 지수가 a와 3임을 이용하여 약수의 개수가 28이 되도록 하는 a의 값을 구한다.

$2^a\times7^3$의 약수의 개수가 28이므로

$\quad (a+1)\times(3+1)=28$

$\quad a+1=7 \qquad \therefore a=6$ 답 ③

076 전략 주어진 수를 소인수분해 한 후 약수의 개수를 구한다.

① $2^2\times15=2^2\times3\times5$의 약수의 개수는

$\quad (2+1)\times(1+1)\times(1+1)=12$

이때 소인수가 3개이므로 조건을 만족시키지 않는다.

② $2^2\times24=2^5\times3$의 약수의 개수는

$\quad (5+1)\times(1+1)=12$

③ $2^2\times27=2^2\times3^3$의 약수의 개수는

$\quad (2+1)\times(3+1)=12$

④ $2^2\times36=2^4\times3^2$의 약수의 개수는

$\quad (4+1)\times(2+1)=15$

⑤ $2^2\times50=2^3\times5^2$의 약수의 개수는

$\quad (3+1)\times(2+1)=12$

따라서 □ 안에 들어갈 수 없는 수는 ①, ④이다. 답 ①, ④

077 전략 소수의 약수는 2개이다.

일의 자리의 숫자가 9인 100보다 작은 자연수는

$\quad 9,\ 19,\ 29,\ 39,\ 49,\ 59,\ 69,\ 79,\ 89,\ 99$

이 중에서 소수는

$\quad 19,\ 29,\ 59,\ 79,\ 89$

의 5개이다. 답 5

078 전략 $\underbrace{a\times a\times\cdots\times a}_{n\text{개}}=a^n$임을 이용한다.

1일 후의 단세포 생물의 마릿수는 $\quad 2=2^1$

2일 후의 단세포 생물의 마릿수는 $\quad 4=2^2$

3일 후의 단세포 생물의 마릿수는 $\quad 8=2^3$

4일 후의 단세포 생물의 마릿수는 $\quad 16=2^4$

$\quad \vdots$

따라서 50일 후의 단세포 생물의 마릿수는 $\quad 2^{50}$ 답 2^{50}마리

079 전략 324와 175를 각각 소인수분해 한다.

$324=2^2\times3^4$이므로　$M(324)=4$

$175=5^2\times7$이므로　$m(175)=2$

$\therefore M(324)+m(175)=4+2=6$

답 6

080 전략 먼저 12를 소인수분해 한 후 12의 배수이면서 제곱인 수가 되도록 하는 수의 꼴을 찾는다.

$12=2^2\times3$의 배수이면서 어떤 자연수의 제곱인 수는 소인수의 지수가 모두 짝수가 되어야 하므로

$(2^2\times3)\times3\times(\text{자연수})^2$

의 꼴이어야 한다. 이 수를 작은 수부터 차례대로 나열하면

$(2^2\times3)\times3\times1^2,\ (2^2\times3)\times3\times2^2,\ (2^2\times3)\times3\times3^2,\ \cdots$

이므로 세 번째로 작은 수는

$(2^2\times3)\times3\times3^2=2^2\times3^4=324$

답 324

081 전략 $(2^2$의 약수$)\times(3$의 약수$)\times(7^2$의 약수$)$를 작은 수부터 또는 큰 수부터 차례대로 나열해 본다.

$2^2\times3\times7^2$의 약수를 큰 것부터 차례대로 나열하면

$2^2\times3\times7^2,\ 2\times3\times7^2,\ 2^2\times7^2,\ 3\times7^2,\ \cdots$

이므로 세 번째로 큰 수는　$2^2\times7^2=196$

$2^2\times3\times7^2$의 약수를 작은 것부터 차례대로 나열하면

$1,\ 2,\ 3,\ 4,\ \cdots$

이므로 두 번째로 작은 수는　2

따라서 구하는 차는　$196-2=194$

답 194

082 전략 1440의 약수 중 짝수는 2를 인수로 갖는 수임을 이용한다.

$1440=2^5\times3^2\times5$의 약수 중 짝수는 2를 인수로 가지므로 그 수의 개수는 $2^4\times3^2\times5$의 약수의 개수와 같다.

따라서 구하는 개수는

$(4+1)\times(2+1)\times(1+1)=30$

답 30

다른 풀이 $1440=2^5\times3^2\times5$의 약수 중 짝수는 전체 약수 중 홀수를 제외한 것이다.

1440의 약수의 개수는　$(5+1)\times(2+1)\times(1+1)=36$

이 중 홀수는 $(3^2$의 약수$)\times(5$의 약수$)$의 꼴이므로 그 개수는

$(2+1)\times(1+1)=6$

따라서 구하는 개수는　$36-6=30$

083 전략 먼저 주어진 조건을 만족시키는 소수 a와 이때의 소수 b를 찾는다.

조건 ㈎를 만족시키는 소수 a는

11, 13, 17, 19, 23, 29, 31　… 1단계

조건 ㈏에 의하여 b가 될 수 있는 수는

3, 5, 9, 11, 15, 21, 23

이고, 이 중에서 소수는　3, 5, 11, 23　… 2단계

따라서 b가 될 수 있는 가장 큰 수는 23, 가장 작은 수는 3이므로 그 합은

$23+3=26$　… 3단계

답 26

단계	채점 요소	배점
1	조건 ㈎를 만족시키는 소수 a 구하기	2점
2	조건 ㈏를 만족시키는 소수 b 구하기	2점
3	b가 될 수 있는 가장 큰 수와 가장 작은 수의 합 구하기	2점

084 전략 7을 소인수로 갖는 수는 7의 배수이다.

7을 소인수로 갖는 자연수는 7의 배수이므로 140 이하의 세 자리 자연수 중 7의 배수는

105, 112, 119, 126, 133, 140　… 1단계

이 수를 각각 소인수분해 하면

$105=3\times5\times7,\ 112=2^4\times7,\ 119=7\times17,$

$126=2\times3^2\times7,\ 133=7\times19,\ 140=2^2\times5\times7$　… 2단계

따라서 이 중에서 가장 큰 소인수가 7인 자연수는

105, 112, 126, 140　… 3단계

답 105, 112, 126, 140

단계	채점 요소	배점
1	140 이하의 세 자리 자연수 중 7의 배수 찾기	2점
2	각각의 수를 소인수분해 하기	3점
3	조건을 만족시키는 자연수 모두 구하기	1점

085 전략 먼저 336의 약수의 개수를 구한다.

$336=2^4\times3\times7$이므로 336의 약수의 개수는

$(4+1)\times(1+1)\times(1+1)=20$　… 1단계

$2^a\times5^3$의 약수의 개수가 20이므로

$(a+1)\times(3+1)=20,\quad a+1=5$

$\therefore a=4$　… 2단계

답 4

단계	채점 요소	배점
1	336의 약수의 개수 구하기	2점
2	a의 값 구하기	3점

086 전략 A의 약수의 개수가 12이려면 A의 소인수의 지수가 어떤 수이어야 하는지 생각해 본다.

조건 ㈎에 의하여 A를 소인수분해 하면

$A=2^x\times5^y\times7^z$ (x, y, z는 자연수)의 꼴이다.

조건 ㈏에 의하여 A의 약수의 개수는 12이므로

$(x+1)\times(y+1)\times(z+1)=12$

1보다 큰 세 자연수의 곱이 12가 되는 세 수는 2, 2, 3이다.

$x+1$, $y+1$, $z+1$ 중 두 개는 2이고, 하나는 3이므로 x, y, z 중 두 개는 1이고, 하나는 2이다.　… 1단계

따라서 A는

$2^2\times5\times7,\ 2\times5^2\times7,\ 2\times5\times7^2$

의 3개이다.　… 2단계

답 3

단계	채점 요소	배점
1	소인수 2, 5, 7의 지수 중 두 개는 1이고, 하나는 2임을 알기	4점
2	조건을 만족시키는 자연수 A의 개수 구하기	2점

02 최대공약수와 최소공배수

I. 소인수분해

셀프 CHECK

본책 24쪽

A 두 자연수의 공약수는 최대공약수인 18의 약수이다.
$18=2\times3^2$이므로 두 자연수의 공약수는

1, 2, 3, 6, 9, 18 　　답 1, 2, 3, 6, 9, 18

B (1) 6과 17의 최대공약수는 1이므로 두 수는 서로소이다.
(2) 35와 49의 최대공약수는 7이므로 두 수는 서로소가 아니다.

답 (1) ○ (2) ×

C (1)

$$\begin{array}{rl} & 2\quad\ \ \times7^3 \\ & 2^2\times3\times7^2 \\ \hline (\text{최대공약수})= & 2\quad\ \ \times7^2=98 \end{array}$$

(2)

$$\begin{array}{rl} & 2^4\times3\times5 \\ & 2^2\quad\ \ \times5\times7 \\ & 2^3\quad\ \ \times5^2 \\ \hline (\text{최대공약수})= & 2^2\quad\ \ \times5\quad\ \ =20 \end{array}$$

(3)

$$\begin{array}{rl} 42= & 2\times3\ \ \times7 \\ 126= & 2\times3^2\times7 \\ \hline (\text{최대공약수})= & 2\times3\ \ \times7=42 \end{array}$$

(4)

$$\begin{array}{rl} 80= & 2^4\quad\ \ \times5 \\ 112= & 2^4\quad\quad\quad\ \times7 \\ 120= & 2^3\times3\times5 \\ \hline (\text{최대공약수})= & 2^3\quad\quad\quad\ =8 \end{array}$$

답 (1) 98 (2) 20 (3) 42 (4) 8

D 두 자연수의 공배수는 최소공배수인 25의 배수이다.
두 자연수의 공배수를 작은 것부터 차례대로 나열하면

25, 50, 75, ⋯ 　　답 25, 50, 75

E (1)

$$\begin{array}{rl} & 2^2\times3 \\ & 2^2\times3^2 \\ \hline (\text{최소공배수})= & 2^2\times3^2=36 \end{array}$$

(2)

$$\begin{array}{rl} & 2\quad\ \ \times5 \\ & \quad\ \ 3\times5^2 \\ & 2^2\times3\times5 \\ \hline (\text{최소공배수})= & 2^2\times3\times5^2=300 \end{array}$$

(3)

$$\begin{array}{rl} 180= & 2^2\times3^2\times5 \\ 225= & \quad\ \ 3^2\times5^2 \\ \hline (\text{최소공배수})= & 2^2\times3^2\times5^2=900 \end{array}$$

(4)

$$\begin{array}{rl} 54= & 2\ \ \times3^3 \\ 72= & 2^3\times3^2 \\ 81= & \quad\ \ 3^4 \\ \hline (\text{최소공배수})= & 2^3\times3^4=648 \end{array}$$

답 (1) 36 (2) 300 (3) 900 (4) 648

F $14\times A=7\times42$이므로 　$A=21$ 　　답 21

내신 유형 다지기

본책 25~37쪽

유형 014 서로소

본책 25쪽

(1) 두 수 a, b가 서로소이다.
➜ 두 수 a, b의 최대공약수가 1이다.
➜ 두 수 a, b의 공약수가 1뿐이다.
(2) 서로 다른 두 소수는 항상 서로소이다.

087 두 수의 최대공약수를 각각 구해 보면
ㄱ. 1 　ㄴ. 7 　ㄷ. 1 　ㄹ. 9
이상에서 두 수가 서로소인 것은 ㄱ, ㄷ이다. 　　답 ②

088 28과 A의 공약수가 1개이므로 두 수는 서로소이다.
$28=2^2\times7$에서 A는 2와 7을 모두 소인수로 갖지 않는 수이다.
① $9=3^2$ 　② $15=3\times5$ 　③ $25=5^2$
④ $63=3^2\times7$ 　⑤ $75=3\times5^2$
따라서 A가 될 수 없는 것은 ④이다. 　　답 ④

089 ③ 36과 81의 최대공약수는 9이므로 서로소가 아니다.
⑤ 서로소인 두 자연수의 공약수는 1이다.
따라서 옳지 않은 것은 ③, ⑤이다. 　　답 ③, ⑤

090 $16=2^4$이므로 16과 서로소인 자연수는 2의 배수가 아니다.
50 이하의 자연수 중 2의 배수는 25개이므로 구하는 자연수의 개수는 　$50-25=25$ 　　답 ⑤

091 $45=3^2\times5$이므로 45와 서로소인 자연수는 3의 배수도 아니고 5의 배수도 아니다. ⋯ 1단계
100 이하의 자연수 중 3의 배수는
　3, 6, 9, ⋯, 99의 33개 ⋯ 2단계
100 이하의 자연수 중 5의 배수는
　5, 10, 15, ⋯, 100의 20개 ⋯ 3단계
100 이하의 자연수 중 15의 배수는
　15, 30, 45, ⋯, 90의 6개 ⋯ 4단계
따라서 구하는 자연수의 개수는
　$100-(33+20-6)=53$ ⋯ 5단계

답 53

단계	채점 요소	비율
1	45와 서로소인 자연수는 3의 배수, 5의 배수가 아님을 알기	20 %
2	100 이하의 자연수 중 3의 배수의 개수 구하기	20 %
3	100 이하의 자연수 중 5의 배수의 개수 구하기	20 %
4	100 이하의 자연수 중 15의 배수의 개수 구하기	20 %
5	45와 서로소인 자연수의 개수 구하기	20 %

만점 공략 노트
100 이하의 자연수 중 3의 배수와 5의 배수를 구할 때 중복되는 수, 즉 15의 배수를 두 번 세지 않도록 주의한다.

유형 015 최대공약수 구하기 본책 25쪽

소인수분해를 이용하여 최대공약수를 구할 때,
공통인 소인수의 거듭제곱에서 지수가
같으면 ➜ 그대로
다르면 ➜ 작은 것
을 택하여 곱한다.

092
$$\begin{array}{rl} & 2^4 \qquad \times 5^2 \\ & 2^3\times 3^2\times 5 \\ & 2^3\times 3\ \times 5^3 \\ \hline (\text{최대공약수}) = & 2^3 \qquad \times 5 \end{array}$$
답 ③

093
$$\begin{array}{rl} 36 = & 2^2\times 3^2 \\ 84 = & 2^2\times 3 \qquad \times 7 \\ 120 = & 2^3\times 3\ \times 5 \\ \hline (\text{최대공약수}) = & 2^2\times 3 \qquad = 12 \end{array}$$
답 12

094
$$\begin{array}{rl} 180 = & 2^2\times 3^2\times 5 \\ 2\times 3^3\times 5 = & 2\ \times 3^3\times 5 \\ 630 = & 2\ \times 3^2\times 5\times 7 \\ \hline (\text{최대공약수}) = & 2\ \times 3^2\times 5 \end{array}$$ … 1단계

따라서 $a=1$, $b=2$, $c=1$이므로 … 2단계

$a+b+c=1+2+1=4$ … 3단계

답 4

단계	채점 요소	비율
1	180, $2\times 3^3\times 5$, 630의 최대공약수 구하기	50 %
2	a, b, c의 값 구하기	30 %
3	$a+b+c$의 값 구하기	20 %

095 $45=3^2\times 5$

① $\boxed{9}\times 5=3^2\times 5$이므로 두 수의 최대공약수는
$3^2\times 5$

② $\boxed{12}\times 5=2^2\times 3\times 5$이므로 두 수의 최대공약수는
3×5

③ $\boxed{63}\times 5=3^2\times 5\times 7$이므로 두 수의 최대공약수는
$3^2\times 5$

④ $\boxed{72}\times 5=2^3\times 3^2\times 5$이므로 두 수의 최대공약수는
$3^2\times 5$

⑤ $\boxed{90}\times 5=2\times 3^2\times 5^2$이므로 두 수의 최대공약수는
$3^2\times 5^2$

따라서 □ 안에 들어갈 수 없는 수는 ②, ⑤이다. 답 ②, ⑤

유형 016 공약수와 최대공약수 본책 26쪽

두 개 이상의 자연수의 공약수
➜ 그 수들의 최대공약수의 약수와 같다.

096 두 자연수 A, B의 공약수는 최대공약수인 54의 약수이므로 1, 2, 3, 6, 9, 18, 27, 54

따라서 공약수가 아닌 것은 ④이다. 답 ④

097
$$\begin{array}{rl} & 2^3 \qquad \times 5^2\times 7 \\ & 2^2\times 3^2\times 5^3 \\ \hline (\text{최대공약수}) = & 2^2 \qquad \times 5^2 \end{array}$$

따라서 두 수의 공약수는 최대공약수인 $2^2\times 5^2$의 약수이므로 ②, ④이다. 답 ②, ④

098 두 자연수의 공약수는 최대공약수인 126의 약수이다.
$126=2\times 3^2\times 7$의 약수를 큰 것부터 차례대로 나열하면
$2\times 3^2\times 7$, $3^2\times 7$, $2\times 3\times 7$, 3×7, …
따라서 두 수의 공약수 중에서 세 번째로 큰 수는
$2\times 3\times 7=42$ 답 42

099
$$\begin{array}{rl} & 2^3\times 3^3\times 5 \\ & 2^4\times 3^2 \\ & 2^3\times 3^2 \qquad \times 11 \\ \hline (\text{최대공약수}) = & 2^3\times 3^2 \end{array}$$

세 수의 공약수는 세 수의 최대공약수인 $2^3\times 3^2$의 약수이다.
따라서 세 수의 공약수의 개수는
$(3+1)\times(2+1)=12$ 답 ③

100
$$\begin{array}{rl} 216 = & 2^3\times 3^3 \\ 540 = & 2^2\times 3^3\times 5 \\ \hline (\text{최대공약수}) = & 2^2\times 3^3 \end{array}$$ … 1단계

216과 540의 공약수는 두 수의 최대공약수인 $2^2\times 3^3$의 약수이므로 216과 540의 공약수 중에서 어떤 자연수의 제곱이 되는 수는
1, $2^2=4$, $3^2=9$, $2^2\times 3^2=36$ … 2단계

따라서 구하는 합은
$1+4+9+36=50$ … 3단계

답 50

단계	채점 요소	비율
1	216, 540의 최대공약수 구하기	30 %
2	216과 540의 공약수 중에서 어떤 자연수의 제곱이 되는 수 구하기	50 %
3	어떤 자연수의 제곱이 되는 모든 수의 합 구하기	20 %

유형 017 최대공약수가 주어질 때, 미지수 구하기 본책 27쪽

두 수 A, B의 최대공약수가 G로 주어지면
$A=G\times a$, $B=G\times b$
로 놓고 a와 b는 서로소임을 이용한다.

101 $21=3\times 7$이므로 어떤 자연수는 $7\times a$ (a와 3은 서로소)의 꼴이어야 한다.

① $14=7\times 2$　② $35=7\times 5$　③ $49=7\times 7$
④ $63=7\times 3^2$　⑤ $70=7\times 10$

따라서 어떤 자연수가 될 수 없는 것은 ④이다. 답 ④

102 $192=24\times8$이므로 $A=24\times a$ (a와 8은 서로소)의 꼴이어야 한다.

이때 $24\times3=72$, $24\times5=120$, $24\times7=168$이므로 A의 값이 될 수 있는 가장 작은 세 자리 자연수는

$24\times5=120$

답 120

103 20과의 최대공약수가 5인 50 이상의 두 자리 자연수를 A라 하자.

$20=5\times4$이므로 $A=5\times a$ (a와 4는 서로소)의 꼴이어야 한다.

$\therefore a=11,\ 13,\ 15,\ 17,\ 19$

따라서 구하는 자연수는

$5\times11=55$, $5\times13=65$, $5\times15=75$,

$5\times17=85$, $5\times19=95$

이므로

$55+65+75+85+95=375$

답 375

104 $252=2^2\times3^2\times7$이고 A와 252의 최대공약수가 $2^2\times3^2$이므로 $A=2^2\times3^2\times a$ (a와 7은 서로소)의 꼴이어야 한다.

이때 $2^2\times3^2=36$이고 $600\div36=16.666\cdots$이므로 a가 될 수 있는 수는 16 이하의 자연수 중에서 7과 서로소인 수이다.

즉 16 이하의 자연수 중에서 7의 배수는 7, 14이므로 a의 개수는

$16-2=14$

따라서 자연수 A의 개수는 14이다.

답 ④

105 조건 ㈎에서 a와 $90=2\times3^2\times5$의 최대공약수는 $18=2\times3^2$이므로 a는 2×3^2의 배수이고 5의 배수는 아니다.

또 조건 ㈏에서 a와 $135=3^3\times5$의 최대공약수는 $27=3^3$이므로 a는 3^3의 배수이고 5의 배수는 아니다.

즉 a는 2×3^3의 배수이고 5의 배수가 아니다.

이를 만족시키는 a의 값은

$2\times3^3=54$, $(2\times3^3)\times2=108$, $(2\times3^3)\times3=162$,

$(2\times3^3)\times4=216$, $(2\times3^3)\times6=324$, $\cdots$

따라서 조건 ㈐를 만족시키는 a의 값 중에서 가장 큰 수는 216이다.

답 216

유형 018 최대공약수의 활용; 일정한 양을 가능한 한 많은 사람에게 나누어 주기

본책 28쪽

물건을 $\begin{cases}\text{최대한 많은 사람에게 남김없이 똑같이 나누어 줄 때}\\ \text{가능한 한 적은 양으로 똑같이 나누어 줄 때}\end{cases}$

➜ 최대공약수를 이용

106 최대한 많은 사람들에게 남김없이 똑같이 나누어 주려면 사람 수는 117, 144, 99의 최대공약수이어야 한다.

$$\begin{array}{rl} 117= & 3^2\times13 \\ 144= & 2^4\times3^2 \\ 99= & 3^2\times11 \\ \hline (\text{최대공약수})= & 3^2=9 \end{array}$$

따라서 최대 9명에게 나누어 줄 수 있다.

답 ③

107 되도록 많은 학생들에게 남김없이 똑같이 나누어 주려면 학생 수는 84, 70의 최대공약수이어야 한다.

$$\begin{array}{rl} 84= & 2^2\times3\times7 \\ 70= & 2\times5\times7 \\ \hline (\text{최대공약수})= & 2\times7=14 \end{array}$$

따라서 최대 14명에게 나누어 줄 수 있다. … 1단계

이때 $84\div14=6$, $70\div14=5$이므로 $x=6$, $y=5$ … 2단계

$\therefore x+y=6+5=11$ … 3단계

답 11

단계	채점 요소	비율
1	장미와 튤립을 받게 되는 학생 수 구하기	40 %
2	x, y의 값 구하기	40 %
3	$x+y$의 값 구하기	20 %

108 보트에 가능한 한 적은 수의 학생들을 태우려면 가능한 한 많은 수의 보트에 나누어 태워야 하므로 필요한 보트의 수는 60, 75의 최대공약수이어야 한다.

$$\begin{array}{rl} 60= & 2^2\times3\times5 \\ 75= & 3\times5^2 \\ \hline (\text{최대공약수})= & 3\times5\ =15 \end{array}$$

따라서 필요한 보트는 15대이다.

답 15대

109 끈의 길이가 최대한 길게 남는 부분 없이 똑같이 자르려면 끈의 길이는 162, 216, 270의 최대공약수이어야 한다.

$$\begin{array}{rl} 162= & 2\ \times3^4 \\ 216= & 2^3\times3^3 \\ 270= & 2\ \times3^3\times5 \\ \hline (\text{최대공약수})= & 2\ \times3^3\ =54 \end{array}$$

따라서 끈의 길이를 54 cm로 잘라야 한다.

$162\div54=3$, $216\div54=4$, $270\div54=5$이므로 만들 수 있는 끈의 개수는 $3+4+5=12$

답 ⑤

유형 019 최대공약수의 활용 ; 직사각형, 직육면체 채우기

본책 28쪽

직사각형을 $\begin{cases}\text{가장 큰 정사각형으로 채울 때}\\ \text{정사각형을 가능한 한 적게 사용하여 채울 때}\end{cases}$ 또는

직육면체를 $\begin{cases}\text{가장 큰 정육면체로 채울 때}\\ \text{정육면체를 가능한 한 적게 사용하여 채울 때}\end{cases}$

➜ 최대공약수를 이용

110 정사각형 모양의 타일의 한 변의 길이는 105와 63의 공약수이어야 하고, 가능한 한 큰 타일이려면 타일의 한 변의 길이는 105, 63의 최대공약수이어야 한다.

$$\begin{array}{rl} 105= & 3\ \times5\times7 \\ 63= & 3^2\times7 \\ \hline (\text{최대공약수})= & 3\ \times7=21 \end{array}$$

따라서 타일의 한 변의 길이는 21 cm이다.

답 21 cm

111 (1) 정육면체 모양의 블록의 한 모서리의 길이는 72, 108, 132의 공약수이어야 하고, 블록의 크기를 최대로 하려면 블록의 한 모서리의 길이는 72, 108, 132의 최대공약수이어야 한다.

$$72=2^3\times3^2$$
$$108=2^2\times3^3$$
$$132=2^2\times3\times11$$
$$(\text{최대공약수})=2^2\times3=12$$

따라서 블록의 한 모서리의 길이는 12 cm이다. … 1단계

(2) 필요한 블록은

가로: $72\div12=6$ (개)

세로: $108\div12=9$ (개)

높이: $132\div12=11$ (개) … 2단계

$\therefore$ $6\times9\times11=594$ (개) … 3단계

답 (1) 12 cm (2) 594

단계	채점 요소	비율
1	블록의 한 모서리의 길이 구하기	40 %
2	가로, 세로, 높이에서 각각 필요한 블록의 개수 구하기	30 %
3	필요한 블록의 개수 구하기	30 %

112 만들 수 있는 초대권의 한 변의 길이는 90과 40의 공약수이어야 하고, 되도록 초대권을 크게 만들려면 초대권의 한 변의 길이는 90, 40의 최대공약수이어야 한다.

$$90=2\times3^2\times5$$
$$40=2^3\times5$$
$$(\text{최대공약수})=2\times5=10$$

따라서 초대권의 한 변의 길이는 10 cm이므로 만들 수 있는 초대권은

가로: $90\div10=9$ (장)

세로: $40\div10=4$ (장)

$\therefore$ $9\times4=36$ (장)

답 36장

유형 020 최대공약수의 활용 ; 일정한 간격으로 놓기 본책 29쪽

도형의 둘레에 일정한 간격으로 물건을 놓을 때

물건 사이의 간격이 최대가 되는 경우

물건을 가능한 한 적게 놓는 경우

➜ 최대공약수를 이용

113 되도록 나무를 적게 심으려면 나무 사이의 간격은 126, 140의 최대공약수이어야 한다.

$$126=2\times3^2\times7$$
$$140=2^2\times5\times7$$
$$(\text{최대공약수})=2\times7=14$$

따라서 나무 사이의 간격은 14 m이다. 답 ③

114 가능한 한 가로등을 적게 설치하려면 가로등 사이의 간격은 210, 180의 최대공약수이어야 한다.

$$210=2\times3\times5\times7$$
$$180=2^2\times3^2\times5$$
$$(\text{최대공약수})=2\times3\times5=30$$

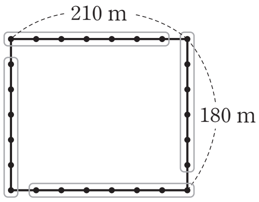
따라서 가로등 사이의 간격은 30 m이므로 필요한 가로등은

가로: $210\div30=7$ (개),

세로: $180\div30=6$ (개)

그런데 네 모퉁이에는 반드시 가로등을 설치하므로 필요한 가로등의 개수는

$(7+6)\times2=26$



답 26

115 미니 전구를 최소한으로 붙이려면 미니 전구 사이의 간격은 64, 80, 96의 최대공약수이어야 한다.

$$64=2^6$$
$$80=2^4\times5$$
$$96=2^5\times3$$
$$(\text{최대공약수})=2^4=16$$

따라서 미니 전구 사이의 간격은 16 cm이므로 필요한 미니 전구는

$64\div16=4$ (개), $80\div16=5$ (개), $96\div16=6$ (개)

$\therefore$ $4+5+6=15$ (개) 답 15개

유형 021 어떤 자연수로 나누기 본책 29쪽

(1) 어떤 자연수 x로 A를 나누면 나머지가 a이다.

➜ x로 $A-a$를 나누면 나누어떨어진다.

➜ x는 $A-a$의 약수이다.

(2) 어떤 자연수 x로 B를 나누면 b가 부족하다.

➜ x로 $B+b$를 나누면 나누어떨어진다.

➜ x는 $B+b$의 약수이다.

116 어떤 자연수로 132를 나누면 6이 남으므로 $132-6$, 즉 126을 나누면 나누어떨어진다. 또 어떤 자연수로 85를 나누면 5가 부족하므로 $85+5$, 즉 90을 나누면 나누어떨어진다.

즉 어떤 자연수 중 가장 큰 수는 126, 90의 최대공약수이다.

$$126=2\times3^2\times7$$
$$90=2\times3^2\times5$$
$$(\text{최대공약수})=2\times3^2=18$$

따라서 구하는 자연수는 18이다. 답 18

117 공책은 2권이 남고, 연필은 4자루가 부족했으므로 공책은 $98-2$, 즉 96권, 연필은 $68+4$, 즉 72자루이어야 학생들에게 똑같이 나누어 줄 수 있다.

즉 학생 수는 96, 72의 공약수이면서 4보다 큰 수이어야 한다.

$$\begin{aligned} 96&=2^5\times 3 \\ 72&=2^3\times 3^2 \\ \hline (\text{최대공약수})&=2^3\times 3=24 \end{aligned}$$

따라서 학생 수는

6, 8, 12, 24

이므로 학생 수가 될 수 없는 것은 ③이다. 답 ③

118 어떤 자연수로 86, 170, 182를 나누면 나머지가 모두 2이므로 어떤 자연수로 $86-2$, $170-2$, $182-2$, 즉 84, 168, 180을 나누면 나누어떨어진다.

즉 어떤 자연수는 84, 168, 180의 공약수이면서 2보다 큰 수이어야 한다.

$$\begin{aligned} 84&=2^2\times 3 \qquad \times 7 \\ 168&=2^3\times 3 \qquad \times 7 \\ 180&=2^2\times 3^2\times 5 \\ \hline (\text{최대공약수})&=2^2\times 3 \qquad\quad =12 \end{aligned}$$

따라서 어떤 자연수는

3, 4, 6, 12

의 4개이다. 답 4개

119 (1) 소금빵은 2개가 남았고, 우유는 3개가 부족했으므로 소금빵은 $212-2$, 즉 210개, 우유는 $137+3$, 즉 140개이어야 학생들에게 똑같이 나누어 줄 수 있다.

즉 학생 수는 210, 140의 공약수이면서 50보다 큰 수이어야 한다.

$$\begin{aligned} 210&=2\ \times 3\times 5\times 7 \\ 140&=2^2 \qquad \times 5\times 7 \\ \hline (\text{최대공약수})&=2 \qquad\ \ \times 5\times 7=70 \end{aligned}$$

… 1단계

소금빵과 우유를 받은 학생은 70의 약수 중 50보다 큰 수인 70명이다. … 2단계

(2) 한 명의 학생이 받은 소금빵과 우유는

소금빵: $210\div 70=3$ (개)

우유: $140\div 70=2$ (개) … 3단계

답 (1) 70명 (2) 소금빵: 3개, 우유: 2개

단계	채점 요소	비율
1	210과 140의 최대공약수 구하기	30 %
2	소금빵과 우유를 받은 학생 수 구하기	30 %
3	한 명의 학생이 받은 소금빵과 우유의 개수 구하기	40 %

유형 022 최소공배수 구하기

본책 30쪽

소인수분해를 이용하여 최소공배수를 구할 때,
공통인 소인수의 거듭제곱에서 지수가
같으면 ➜ 그대로
다르면 ➜ 큰 것
을 택하고 공통이 아닌 소인수의 거듭제곱도 모두 택하여 곱한다.

120

$$\begin{aligned} &2^5\times 3 \\ &2^3\times 3\times 5 \\ &2^2\times 3\times 5^2 \\ \hline (\text{최소공배수})=&2^5\times 3\times 5^2 \end{aligned}$$

답 ⑤

121

$$\begin{aligned} &2^5\times 3^3\times 7 \\ &2\ \times 3^4 \\ \hline (\text{최소공배수})=&2^5\times 3^4\times 7 \end{aligned}$$

따라서 $a=5$, $b=4$, $c=7$이므로

$a+b-c=5+4-7=2$ 답 2

122

$$\begin{aligned} &2\ \times 3^2\times 5 \\ 350=&2 \qquad \times 5^2\times 7 \\ &2^2\times 3\ \times 5\ \times 7 \\ \hline (\text{최대공약수})=&2 \qquad \times 5 \qquad =10 \\ (\text{최소공배수})=&2^2\times 3^2\times 5^2\times 7=6300 \end{aligned}$$

$\therefore a=10,\ b=6300$

$\therefore \dfrac{b}{a}=\dfrac{6300}{10}=630$ 답 630

유형 023 공배수와 최소공배수

본책 31쪽

두 개 이상의 자연수의 공배수
➜ 그 수들의 최소공배수의 배수와 같다.

123 두 자연수 A, B의 공배수는 최소공배수인 24의 배수이므로 24의 배수 중 두 자리 자연수는

24, 48, 72, 96

의 4개이다. 답 ②

124

$$\begin{aligned} &2^3\times 3\ \times 5 \\ &2\ \times 3^2\times 5 \\ &2^2\times 3^2\times 5^2 \\ \hline (\text{최소공배수})=&2^3\times 3^2\times 5^2 \end{aligned}$$

따라서 세 수의 공배수는 최소공배수인 $2^3\times 3^2\times 5^2$의 배수이므로 공배수가 아닌 것은 ①, ④이다. 답 ①, ④

125 조건 (가)에서 x는 42, 63으로 모두 나누어떨어지므로 42와 63의 공배수이다.

$$\begin{aligned} 42&=2\times 3\ \times 7 \\ 63&=\qquad 3^2\times 7 \\ \hline (\text{최소공배수})&=2\times 3^2\times 7=126 \end{aligned}$$

따라서 x는 126의 배수이다.

이때 조건 (나)에서 $126\times 7=882$, $126\times 8=1008$이므로 가장 큰 세 자리 자연수 x의 값은 882이다. 답 882

126

$$\begin{array}{rl} 36 &= 2^2 \times 3^2 \\ 40 &= 2^3 \qquad \times 5 \\ \hline (\text{최소공배수}) &= 2^3 \times 3^2 \times 5 = 360 \end{array}$$ … 1단계

36과 40의 공배수는 두 수의 최소공배수인 360의 배수이므로

$360,\ 720,\ 1080,\ 1440,\ 1800,\ \cdots$ … 2단계

어떤 자연수를 A라 하면

$A \times 8 = 360,\ 720,\ 1080,\ 1440,\ 1800,\ \cdots$

$\therefore\ A = 45,\ 90,\ 135,\ 180,\ 225,\ \cdots$

따라서 200 이하의 자연수의 개수는

$45,\ 90,\ 135,\ 180$

의 4이다. … 3단계

답 4

단계	채점 요소	비율
1	36과 40의 최소공배수 구하기	30 %
2	36과 40의 공배수 구하기	20 %
3	조건을 만족시키는 자연수의 개수 구하기	50 %

유형 024 최대공약수와 최소공배수가 주어질 때, 지수 구하기

본책 31쪽

두 자연수의

(1) 공통인 소인수의 지수의 대소를 비교하였을 때

➜ 작거나 같은 것은 최대공약수의 지수와 같다.
크거나 같은 것은 최소공배수의 지수와 같다.

(2) 공통이 아닌 소인수의 지수는 최소공배수의 지수와 같다.

127 최대공약수에서 소인수 2의 지수 a, 3 중 작은 것이 1이므로 $a=1$

최소공배수에서 소인수 3의 지수 3, b 중 큰 것이 4이므로

$b=4$

$\therefore\ a+b=1+4=5$

답 ②

128 $360=2^3 \times 3^2 \times 5$

최소공배수에서 소인수 2의 지수 1, b 중 큰 것이 3이므로

$b=3$

또 소인수 3의 지수 a, 1 중 큰 것이 2이므로 $a=2$

$\therefore\ b-a=3-2=1$

답 1

129 최소공배수에서 소인수 2의 지수 a, 3, 2 중 큰 것이 4이므로 $a=4$ … 1단계

최대공약수에서 소인수 3의 지수 2, b, 3 중 작은 것이 1이므로

$b=1$ … 2단계

최소공배수에서 소인수 5의 지수 1, c 중 큰 것이 2이므로

$c=2$ … 3단계

$\therefore\ a \times b \times c = 4 \times 1 \times 2 = 8$ … 4단계

답 8

단계	채점 요소	비율
1	a의 값 구하기	30 %
2	b의 값 구하기	30 %
3	c의 값 구하기	30 %
4	$a \times b \times c$의 값 구하기	10 %

130 최소공배수에서 소인수 2의 지수 4, a, 2 중 큰 것이 5이므로 $a=5$

또 소인수 3의 지수 3, b 중 크거나 같은 것이 3이므로

$b=1,\ 2,\ 3$

또 소인수 5의 지수 c, 1 중 크거나 같은 것이 1이므로 $c=1$

(i) $a=5,\ b=1,\ c=1$일 때,

최대공약수는 $2^2 \times 3$이므로 공약수의 개수는

$(2+1) \times (1+1) = 6$

(ii) $a=5,\ b=2,\ c=1$일 때,

최대공약수는 $2^2 \times 3^2$이므로 공약수의 개수는

$(2+1) \times (2+1) = 9$

(iii) $a=5,\ b=3,\ c=1$일 때,

최대공약수는 $2^2 \times 3^3$이므로 공약수의 개수는

$(2+1) \times (3+1) = 12$

이상에서 조건을 만족시키는 자연수 a, b, c의 값은

$a=5,\ b=2,\ c=1$

$\therefore\ a+b+c=5+2+1=8$

답 ③

유형 025 미지수가 포함된 세 수의 최소공배수

본책 32쪽

미지수가 포함된 세 수의 최소공배수가 주어진 경우

➜ 세 수를 각각 소인수분해 하여 미지수가 포함된 최소공배수를 구한 후 주어진 최소공배수와 같음을 이용한다.

131

$$\begin{array}{rl} 5 \times x &= \qquad 5 \times x \\ 8 \times x &= 2^3 \qquad \times x \\ 10 \times x &= 2 \ \times 5 \times x \\ \hline (\text{최소공배수}) &= 2^3 \times 5 \times x = 40 \times x \end{array}$$

세 수의 최소공배수가 160이므로

$40 \times x = 160 \qquad \therefore\ x=4$

답 ②

132

$$\begin{array}{rl} 4 \times x &= 2^2 \qquad \times x \\ 6 \times x &= 2 \ \times 3 \ \times x \\ 18 \times x &= 2 \ \times 3^2 \times x \\ \hline (\text{최소공배수}) &= 2^2 \times 3^2 \times x = 36 \times x \end{array}$$

세 수의 최소공배수가 108이므로

$36 \times x = 108 \qquad \therefore\ x=3$

따라서 세 수의 최대공약수는 $2 \times x = 2 \times 3 = 6$

답 ②

133 세 자연수를 $2 \times x$, $3 \times x$, $4 \times x$ (x는 자연수)라 하자.

$$\begin{array}{rl} 2 \times x &= 2 \qquad \times x \\ 3 \times x &= \qquad 3 \times x \\ 4 \times x &= 2^2 \qquad \times x \\ \hline (\text{최소공배수}) &= 2^2 \times 3 \times x = 12 \times x \end{array}$$

세 수의 최소공배수가 192이므로

$12\times x=192 \qquad \therefore x=16$

따라서 세 자연수 중 가장 큰 수는

$4\times 16=64$

답 64

유형 026 최소공배수가 주어질 때, 미지수 구하기

본책 32쪽

어떤 자연수 □와 자연수 A의 최소공배수가 주어지면

❶ 자연수 A와 최소공배수를 모두 소인수분해 한 후 각 소인수의 지수를 비교하여 어떤 자연수 □가 반드시 가져야 할 인수를 찾는다.

❷ 어떤 자연수 □는 최소공배수의 약수임을 이용하여 □의 값이 될 수 있는 수를 구한다.

134 N, $21=3\times 7$의 최소공배수가 $2\times 3^3\times 7$이므로 $N=2\times 3^3\times(\text{자연수})$의 꼴이고 최소공배수인 $2\times 3^3\times 7$의 약수이어야 한다.

따라서 가장 작은 자연수 N은

$2\times 3^3=54$

답 54

135 A, $45=3^2\times 5$의 최소공배수가 $2^2\times 3^2\times 5$이므로 $A=2^2\times(\text{자연수})$의 꼴이고 최소공배수인 $2^2\times 3^2\times 5$의 약수이어야 한다.

① $12=2^2\times 3$ ② $24=2^3\times 3$

③ $28=2^2\times 7$ ④ $50=2\times 5^2$

⑤ $60=2^2\times 3\times 5$

따라서 A의 값이 될 수 있는 수는 ①, ⑤이다.

답 ①, ⑤

136 N, $40=2^3\times 5$, $2^2\times 5^2$의 최소공배수가 $2^4\times 5^2\times 7$이므로 $N=2^4\times 7\times(\text{자연수})$의 꼴이고 최소공배수인 $2^4\times 5^2\times 7$의 약수이어야 한다.

따라서 A의 값이 될 수 있는 수는

$2^4\times 7$, $2^4\times 5\times 7$, $2^4\times 5^2\times 7$

의 3개이다.

답 3

유형 027 최소공배수의 활용 ; 정사각형, 정육면체 만들기

본책 33쪽

직사각형을 붙여서 가장 작은 정사각형을 만들 때
직육면체를 쌓아서 가장 작은 정육면체를 만들 때

➜ 최소공배수를 이용

137 가장 작은 정사각형을 만들려고 하므로 정사각형의 한 변의 길이는 28과 35의 최소공배수이다.

$$
\begin{array}{r}
28=2^2\times7\\
35=5\times 7\\
\hline
(\text{최소공배수})=2^2\times 5\times 7=140
\end{array}
$$

따라서 정사각형의 한 변의 길이는 140 cm이다.

답 ④

138 정육면체를 만들려고 하므로 정육면체의 한 모서리의 길이는 5, 8, 10의 공배수이어야 한다.

$$
\begin{array}{r}
5=5\\
8=2^3\\
10=2\times 5\\
\hline
(\text{최소공배수})=2^3\times 5=40
\end{array}
$$

따라서 정육면체의 한 모서리의 길이가 될 수 있는 것은 40의 배수이므로 ①, ⑤이다.

답 ①, ⑤

139 가장 작은 정육면체를 만들려고 하므로 정육면체의 한 모서리의 길이는 36, 42, 12의 최소공배수이어야 한다.

$$
\begin{array}{r}
36=2^2\times 3^2\\
42=2\times 3\times 7\\
12=2^2\times 3\\
\hline
(\text{최소공배수})=2^2\times 3^2\times 7=252
\end{array}
$$

즉 정육면체의 한 모서리의 길이는 252 cm이다. … 1단계

따라서 필요한 상자는

가로: $252\div 36=7$ (개),

세로: $252\div 42=6$ (개),

높이: $252\div 12=21$ (개) … 2단계

$\therefore 7\times 6\times 21=882$ (개) … 3단계

답 882

단계	채점 요소	비율
1	정육면체의 한 모서리의 길이 구하기	40 %
2	가로, 세로, 높이에서 각각 필요한 직육면체 모양의 상자의 개수 구하기	30 %
3	필요한 상자의 개수 구하기	30 %

유형 028 최소공배수의 활용 ; 동시에 출발하여 다시 만나는 경우

본책 33쪽

동시에 출발한 후

(1) 다시 동시에 출발할 때까지 걸리는 시간

➜ 시간 간격의 최소공배수

(2) 다시 동시에 출발하는 시각

➜ (처음 출발한 시각)+(시간 간격의 최소공배수)

140 A 유람선과 B 유람선이 선착장에서 처음으로 다시 동시에 출발할 때까지 걸리는 시간은 25, 30의 최소공배수만큼의 시간이다.

$$
\begin{array}{r}
25=5^2\\
30=2\times 3\times 5\\
\hline
(\text{최소공배수})=2\times 3\times 5^2=150
\end{array}
$$

따라서 두 유람선이 처음으로 다시 동시에 출발할 때까지 걸리는 시간은 150분이다.

답 ③

141 세 코스 A, B, C의 시티 투어 버스가 정류장에서 오전 8시 이후 처음으로 다시 동시에 출발할 때까지 걸리는 시간은 15, 24, 20의 최소공배수만큼의 시간이다.

$$15=\quad 3\times5$$
$$24=2^3\times3$$
$$20=2^2\quad\times5$$
$$(\text{최소공배수})=2^3\times3\times5=120$$

따라서 세 코스 A, B, C의 시티 투어 버스는 120분마다 동시에 출발하므로 오전 8시 이후 처음으로 다시 동시에 출발하는 시각은 120분, 즉 2시간 후인 오전 10시이다. 답 ③

142 두 사람이 출발점에서 처음으로 다시 만날 때까지 걸리는 시간은 18, 21의 최소공배수만큼의 시간이다.

$$18=2\times3^2$$
$$21=\quad 3\times7$$
$$(\text{최소공배수})=2\times3^2\times7=126$$

즉 두 사람은 126분 후에 출발점에서 처음으로 다시 만난다. … 1단계

따라서 다시 만나게 되는 것은 유민이가 운동장을

$126\div21=6$ (바퀴)

돌았을 때이다. … 2단계

답 6바퀴

단계	채점 요소	비율
1	두 사람이 출발점에서 처음으로 다시 만나게 되는 것은 몇 분 후인지 구하기	60 %
2	출발점에서 처음으로 다시 만나게 될 때까지 유민이가 운동장을 몇 바퀴 돌았는지 구하기	40 %

143 세 전구 A, B, C가 켜진 후 다시 켜지는 데 걸리는 시간은 각각

$7+1=8$ (초), $10+2=12$ (초), $26+6=32$ (초)

세 전구가 동시에 켜진 후 세 전구가 처음으로 다시 동시에 켜질 때까지 걸리는 시간은 8, 12, 32의 최소공배수만큼의 시간이다.

$$8=2^3$$
$$12=2^2\times3$$
$$32=2^5$$
$$(\text{최소공배수})=2^5\times3=96$$

따라서 세 전구가 처음으로 다시 동시에 켜질 때까지 걸리는 시간은 96초이다. 답 96초

유형 029 최소공배수의 활용: 맞물려 도는 톱니바퀴 본책 34쪽

두 톱니바퀴가 한 번 맞물린 후 처음으로 다시 같은 톱니에서 맞물릴 때까지

(1) 맞물린 톱니의 수: 두 톱니의 수의 최소공배수

(2) 톱니바퀴의 회전수

: (두 톱니의 수의 최소공배수) ÷ (톱니바퀴의 톱니의 수)

144 두 톱니바퀴 A, B가 같은 톱니에서 처음으로 다시 맞물릴 때까지 맞물린 톱니의 수는 27, 36의 최소공배수이다.

$$27=\quad 3^3$$
$$36=2^2\times3^2$$
$$(\text{최소공배수})=2^2\times3^3=108$$

따라서 두 톱니바퀴가 같은 톱니에서 처음으로 다시 맞물릴 때까지 맞물린 톱니바퀴 B의 톱니는 108개이다. 답 108개

145 두 톱니바퀴 A, B가 같은 톱니에서 처음으로 다시 맞물릴 때까지 맞물린 톱니의 수는 32, 56의 최소공배수이다.

$$32=2^5$$
$$56=2^3\times7$$
$$(\text{최소공배수})=2^5\times7=224$$

따라서 두 톱니바퀴가 같은 톱니에서 처음으로 다시 맞물리려면 두 톱니바퀴 A, B는 각각

$224\div32=7$ (바퀴), $224\div56=4$ (바퀴)

회전해야 한다. 답 ③

146 두 톱니바퀴 A, B가 같은 톱니에서 처음으로 다시 맞물릴 때까지 맞물린 톱니의 수는 6, 9의 최소공배수이다.

$$6=2\times3$$
$$9=\quad 3^2$$
$$(\text{최소공배수})=2\times3^2=18$$

따라서 두 톱니바퀴가 같은 톱니에서 처음으로 다시 맞물리려면 톱니바퀴 A는

$18\div6=3$ (바퀴)

회전해야 한다.

또 두 톱니바퀴 A, B의 18개의 톱니가 맞물리는 동안 같은 번호끼리 맞물린 것은 다음 표에서 6번이다.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
A	1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5	6
B	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9

이때 톱니바퀴 A가 57바퀴 회전하면 $57=3\times19$에서 두 톱니바퀴가 한 번 맞물린 후 다시 맞물리기까지 1, 2, 3, 4, 5, 6끼리 맞물리는 것이 19번 반복되므로 같은 번호끼리 맞물린 것은

$19\times6=114$ (번)

이다. 답 114번

유형 030 어떤 자연수를 나누기 본책 35쪽

(1) 어떤 자연수 A를 a, b의 어느 수로 나누어도 나머지가 r이다.

➜ $A-r$를 a, b의 어느 수로 나누어도 나누어떨어진다.

➜ $A-r$는 a, b의 공배수이다.

(2) 어떤 자연수 A를 a, b의 어느 수로 나누어도 r가 부족하다.

➜ $A+r$를 a, b의 어느 수로 나누어도 나누어떨어진다.

➜ $A+r$는 a, b의 공배수이다.

147 3, 4, 7의 어느 수로 나누어도 1이 남는 자연수를 x라 하면 $x-1$은 3, 4, 7의 최소공배수이다.

$$\begin{array}{l} 3= \quad 3 \\ 4=2^2 \\ 7= \quad\quad 7 \\ \hline (\text{최소공배수})=2^2\times3\times7=84 \end{array}$$

$x-1=84$에서 $x=85$

따라서 가장 작은 자연수는 85이다. 답 85

148 4, 6, 9의 어느 수로 나누어도 2가 부족한 자연수를 x라 하면 $x+2$는 4, 6, 9의 공배수이다. … 1단계

$$\begin{array}{l} 4=2^2 \\ 6=2\times3 \\ 9= \quad 3^2 \\ \hline (\text{최소공배수})=2^2\times3^2=36 \end{array}$$

… 2단계

$x+2=36, 72, 108, \cdots$에서 $x=34, 70, 106, \cdots$

따라서 두 자리 자연수 중 가장 큰 수는 70이다. … 3단계

답 70

단계	채점 요소	비율
1	(4, 6, 9의 어느 수로 나누어도 2가 부족한 수)+2가 4, 6, 9의 공배수임을 알기	40 %
2	4, 6, 9의 최소공배수 구하기	30 %
3	두 자리 자연수 중 가장 큰 수 구하기	30 %

149 8, 9, 12 중 어느 수로 나누어도 나누어떨어지기에 4가 부족한 수를 x라 하면 $x+4$는 8, 9, 12의 공배수이다.

$$\begin{array}{l} 8=2^3 \\ 9= \quad 3^2 \\ 12=2^2\times3 \\ \hline (\text{최소공배수})=2^3\times3^2=72 \end{array}$$

$x+4=72, 144, 216, 288, 360, 432, \cdots$에서

$x=68, 140, 212, 284, 356, 428, \cdots$

따라서 어떤 자연수가 될 수 없는 것은 ④이다. 답 ④

만점 공략 노트

어떤 자연수 A를 a, b, c로 각각 나누었을 때 나머지가 차례대로

$a-r$, $b-r$, $c-r$

이다.

➜ 어떤 자연수 A를 a, b, c로 각각 나누었을 때 모두 나누어떨어지기에 r가 부족하다.

➜ $A+r$를 a, b, c의 어느 수로 나누어도 나누어떨어진다.

➜ $A+r$는 a, b, c의 공배수이다.

150 5, 6, 8 중 어느 수로 나누어도 4가 남는 수를 x라 하면 $x-4$는 5, 6, 8의 공배수이다.

$$\begin{array}{l} 5= \quad\quad 5 \\ 6=2\times3 \\ 8=2^3 \\ \hline (\text{최소공배수})=2^3\times3\times5=120 \end{array}$$

$x-4=120, 240, 360, \cdots$에서

$x=124, 244, 364, \cdots$

사과가 200개 이상 300개 이하이므로 상자에 담긴 사과의 수는 244이다.

따라서 $244=34\times7+6$이므로 7개씩 포장하면 사과 6개가 남는다. 답 6개

유형 031 분수를 자연수로 만들기 (1)

본책 35쪽

(1) 두 분수 $\frac{A}{n}$, $\frac{B}{n}$가 자연수가 되도록 하는 자연수 n

➜ n은 A, B의 공약수

(2) 두 분수 $\frac{1}{a}$, $\frac{1}{b}$의 어느 것에 곱해도 자연수가 되도록 하는 자연수 n

➜ n은 a, b의 공배수

151 n은 42, 102의 공약수이다.

$$\begin{array}{l} 42=2\times3\times7 \\ 102=2\times3 \quad \times17 \\ \hline (\text{최대공약수})=2\times3 \quad =6 \end{array}$$

$\therefore n=1, 2, 3, 6$ 답 1, 2, 3, 6

152 구하는 수는 16, 20의 최소공배수이다.

$$\begin{array}{l} 16=2^4 \\ 20=2^2\times5 \\ \hline (\text{최소공배수})=2^4\times5=80 \end{array}$$

따라서 구하는 수는 80이다. 답 80

153 구하는 수는 6, 14, 21의 공배수이다.

$$\begin{array}{l} 6=2\times3 \\ 14=2 \quad \times7 \\ 21= \quad 3\times7 \\ \hline (\text{최소공배수})=2\times3\times7=42 \end{array}$$

200 이하의 자연수 중 42의 배수는

42, 84, 126, 168

의 4개이다. 답 ①

154 유산으로 남긴 낙타를 n마리라 하면 $\frac{1}{2}\times n$, $\frac{1}{3}\times n$, $\frac{1}{9}\times n$이 모두 자연수가 되어야 하므로 n은 2, 3, 9의 공배수이다.

$$\begin{array}{l} 2=2 \\ 3= \quad 3 \\ 9= \quad 3^2 \\ \hline (\text{최소공배수})=2\times3^2=18 \end{array}$$

18의 배수 중 90 이상 100 미만인 수는

18, 36, 54, 72, 90, 108, $\cdots$

에서 90이므로 $n=90$

따라서 상인이 유산으로 남긴 낙타는 90마리이다. 답 90마리

유형 032 분수를 자연수로 만들기 (2)

본책 36쪽

두 분수 $\frac{a}{b}$, $\frac{c}{d}$의 어느 것에 곱해도 자연수가 되는 가장 작은 기약분수 $\frac{x}{y}$

➜ x는 b, d의 최소공배수, y는 a, c의 최대공약수

155 구하는 분수를 $\frac{a}{b}$ (a, b는 자연수)라 하면 a는 15, 12의 최소공배수이고 b는 91, 65의 최대공약수이다.

$$\begin{array}{rl} 15= & \quad 3\times5 \\ 12= & 2^2\times3 \\ \hline (\text{최소공배수})= & 2^2\times3\times5=60 \end{array}$$

$$\begin{array}{rl} 91= & \quad 7\times13 \\ 65= & 5\quad \times13 \\ \hline (\text{최대공약수})= & \qquad 13 \end{array}$$

따라서 $a=60$, $b=13$이므로 구하는 분수는 $\frac{60}{13}$이다.

답 $\frac{60}{13}$

156 분수 $\frac{a}{b}$에서 a는 3, 5의 최소공배수이고 b는 44, 8, 16의 최대공약수이다.

(최소공배수) $=3\times5=15$ … 1단계

$$\begin{array}{rl} 44= & 2^2\times11 \\ 8= & 2^3 \\ 16= & 2^4 \\ \hline (\text{최대공약수})= & 2^2 \quad =4 \end{array}$$ … 2단계

따라서 $a=15$, $b=4$이므로

$a-b=15-4=11$ … 3단계

답 11

단계	채점 요소	비율
1	3, 5의 최소공배수 구하기	40 %
2	44, 8, 16의 최대공약수 구하기	40 %
3	$a-b$의 값 구하기	20 %

157 조건을 만족시키는 분수를 $\frac{a}{b}$ (a, b는 자연수)라 하면 a는 8, 10의 공배수이고 b는 27, 63의 공약수이다.

$$\begin{array}{rl} 8= & 2^3 \\ 10= & 2\ \times5 \\ \hline (\text{최소공배수})= & 2^3\times5=40 \end{array}$$

$$\begin{array}{rl} 27= & 3^3 \\ 63= & 3^2\times7 \\ \hline (\text{최대공약수})= & 3^2 \quad =9 \end{array}$$

$\therefore a=40, 80, 120, 160, \cdots$

$b=1, 3, 9$

따라서 자연수가 되는 수가 아닌 것은 ⑤이다.

답 ⑤

유형 033 최대공약수와 최소공배수의 관계

본책 36쪽

두 자연수 A, B의 최대공약수가 G, 최소공배수가 L이면

$A=G\times a$, $B=G\times b$ (a, b는 서로소)

에서

(1) $L=G\times a\times b$

(2) $A\times B=G\times L$

158 $12=6\times2$, $42=6\times7$, A의 최소공배수가 $252=6\times(2\times3\times7)$이므로 A는 $6\times3\times$(자연수)의 꼴이고 최소공배수인 $6\times(2\times3\times7)$의 약수이어야 한다.

따라서 A의 값이 될 수 있는 수는

$6\times3=18$, $6\times3\times2=36$, $6\times3\times7=126$,

$6\times3\times2\times7=252$

즉 가장 작은 자연수 A의 값은 18이다.

답 18

159 $8=4\times2$, $20=4\times5$, N의 최소공배수가 $280=4\times(2\times5\times7)$이므로 N은 $4\times7\times$(자연수)의 꼴이고 최소공배수인 $4\times(2\times5\times7)$의 약수이어야 한다.

따라서 N의 값이 될 수 있는 수는

$4\times7=28$, $4\times7\times2=56$, $4\times7\times5=140$,

$4\times7\times2\times5=280$

이므로 N의 값이 될 수 없는 것은 ③이다.

답 ③

160 $24=12\times2$, N, $60=12\times5$의 최소공배수가 $360=12\times(2\times3\times5)$이므로 N은 $12\times3\times$(자연수)의 꼴이고 최소공배수인 $12\times(2\times3\times5)$의 약수이어야 한다.

따라서 N의 값이 될 수 있는 수는

$12\times3=36$, $12\times3\times2=72$,

$12\times3\times5=180$, $12\times3\times2\times5=360$

즉 두 번째로 큰 수는 180이고, 가장 작은 수는 36이므로 구하는 차는

$180-36=144$

답 144

유형 034 최대공약수와 최소공배수가 주어질 때 두 수의 합과 차 구하기

본책 37쪽

두 자연수 A, B의 최대공약수가 G, 최소공배수가 L일 때

➜ $A=G\times a$, $B=G\times b$, $L=G\times a\times b$ (a, b는 서로소)로 놓고 주어진 합 또는 차의 조건을 이용하여 조건을 만족시키는 두 수를 찾는다.

161 최대공약수가 14이므로 두 수를 $14\times a$, $14\times b$ (a, b는 서로소, $a>b$)라 하자.

최소공배수가 112이므로

$14\times a\times b=112$ $\quad\therefore a\times b=8$

$\therefore a=8$, $b=1$

따라서 두 수는 112, 14이므로 구하는 차는

$112-14=98$

답 ④

162 최대공약수가 3이므로 두 수를 $3\times a$, $3\times b$ (a, b는 서로소, $a>b$)라 하자.
최소공배수가 60이므로

$3\times a\times b=60$ $\quad\therefore a\times b=20$

(ⅰ) $a=20$, $b=1$일 때, 두 수는 60, 3이므로

$60+3=63$

(ⅱ) $a=5$, $b=4$일 때, 두 수는 15, 12이므로

$15+12=27$

(ⅰ), (ⅱ)에서 두 수는 15, 12이므로 구하는 차는

$15-12=3$

답 3

163 최대공약수를 G라 하면 $\quad 432=G\times72$

$\therefore G=6$ … 1단계

따라서 $A=6\times a$, $B=6\times b$ (a, b는 서로소, $a>b$)라 하면 최소공배수가 72이므로

$6\times a\times b=72$ $\quad\therefore a\times b=12$ … 2단계

(ⅰ) $a=12$, $b=1$일 때, $A=72$, $B=6$이므로

$A+B=72+6=78$

(ⅱ) $a=4$, $b=3$일 때, $A=24$, $B=18$이므로

$A+B=24+18=42$

(ⅰ), (ⅱ)에서 $A+B$의 값은 42, 78이다. … 3단계

답 42, 78

단계	채점 요소	비율
1	A와 B의 최대공약수 구하기	20 %
2	$A=6\times a$, $B=6\times b$로 놓고 $a\times b$의 값 구하기	20 %
3	$A+B$의 값 모두 구하기	60 %

164 최대공약수가 9이므로 $A=9\times a$, $B=9\times b$ (a, b는 서로소, $a>b$)라 하자.
최소공배수가 216이므로

$9\times a\times b=216$ $\quad\therefore a\times b=24$

(ⅰ) $a=24$, $b=1$일 때,

$A=9\times24=216$, $B=9\times1=9$

(ⅱ) $a=8$, $b=3$일 때,

$A=9\times8=72$, $B=9\times3=27$

(ⅰ), (ⅱ)에서 $A-B=45$이어야 하므로

$A=72$, $B=27$

$\therefore A+B=72+27=99$

답 ②

165 $350=2\times5^2\times7$에서 두 자연수 A, B는 서로소가 아니므로 두 수 A, B는 각각 5를 소인수로 가지고 있어야 한다.
이때 $A<B$이므로

(ⅰ) $A=5\times2=10$, $B=5\times7=35$일 때,

$B-A=35-10=25$

(ⅱ) $A=5$, $B=2\times5\times7=70$일 때,

$B-A=70-5=65$

(ⅰ), (ⅱ)에서 $B-A$의 값 중에서 가장 작은 값은 25이다. 답 25

만점 유형 도전하기

본책 38~39쪽

166 전략 서로소의 뜻을 이해하고 주어진 문장이 거짓임을 보이는 예를 찾아본다.

(1) 최대공약수가 1인 두 자연수를 서로소라 한다.

(2) 지우: 두 홀수 3, 9의 최대공약수는 3으로 두 수는 서로 다른 홀수이지만 서로소가 아니다.

서준: 두 수 3, 4의 최대공약수는 1로 두 수는 서로소이지만 4는 소수가 아니다.

따라서 잘못 말한 사람은 지우, 서준이다. 답 풀이 참조

167 전략 두 자연수 A, B의 최대공약수를 G, 최소공배수를 L이라 하고, $A=a\times G$, $B=b\times G$(a, b는 서로소)라 하면 $L=a\times b\times G$, $A\times B=G\times L$이 성립한다.

현우: 자연수 N은 50 이하의 자연수 중 14와 서로소인 수이다.
이때 $14=2\times7$이므로 N은 2의 배수도 아니고 7의 배수도 아니다.
50 이하의 자연수 중 2의 배수는

2, 4, 6, …, 50의 25개

50 이하의 자연수 중 7의 배수는

7, 14, 21, …, 49의 7개

50 이하의 자연수 중 14의 배수는 $\quad$ 14, 28, 42의 3개
따라서 자연수 N의 개수는

$50-(25+7-3)=21$

채원: 구하는 분수를 $\dfrac{a}{b}$ (a, b는 자연수)라 하면 a는 3, 11의 최소공배수이고, b는 26, 20의 최대공약수이다.

$(\text{최소공배수})=3\times11=33$

$$\begin{array}{r}26=2\times13\\20=2^2\times5\\\hline(\text{최대공약수})=2\end{array}$$

따라서 $a=33$, $b=2$이므로 구하는 분수는 $\dfrac{33}{2}$이다.

주원: 최대공약수가 9이므로 두 수를 $9\times a$, $9\times b$ (a, b는 서로소, $a>b$)라 하면

$9\times a\times b=315$ $\quad\therefore a\times b=35$

(ⅰ) $a=35$, $b=1$일 때, 두 수는 315, 9이므로

$315+9=324$

(ⅱ) $a=7$, $b=5$일 때, 두 수는 63, 45이므로

$63+45=108$

(ⅰ), (ⅱ)에서 두 자연수의 합은 108 또는 324이다.

따라서 잘못 말한 사람은 현우, 주원이다. 답 풀이 참조

168 전략 매미의 출현 주기와 천적의 출현 주기의 최소공배수를 이용한다.

① 3과 6의 최소공배수인 6년마다 천적과 만나게 된다.
② 5와 6의 최소공배수인 30년마다 천적과 만나게 된다.
③ 10과 6의 최소공배수인 30년마다 천적과 만나게 된다.

④ 17과 6의 최소공배수인 102년마다 천적과 만나게 된다.
⑤ 18과 6의 최소공배수인 18년마다 천적과 만나게 된다.
따라서 생존에 가장 유리한 매미의 출현 주기는 ④이다. 답 ④

169 전략 x로 A를 나누었을 때 a가 남고 B를 나누었을 때 b가 부족하면 x는 $A-a$와 $B+b$의 공약수이다.

버터 쿠키는 1개가 적고, 초코 쿠키는 1개가 많이 담겼으므로 버터 쿠키는 $55+1$, 즉 56개, 초코 쿠키는 $65-1$, 즉 64개이면 상자에 넣는 쿠키의 개수를 같게 할 수 있다.
따라서 상자의 개수는 56, 64의 공약수이면서 1보다 큰 수이어야 한다.

$$56=2^3\times7$$
$$64=2^6$$
$$(\text{최대공약수})=2^3\quad=8$$

① 최대공약수가 8이므로 최대 8개의 상자까지 만들 수 있다.
② 상자의 개수를 4로 하면 첫 번째, 두 번째, 세 번째 상자에
버터 쿠키: $56\div4=14$ (개),
초코 쿠키: $64\div4=16$ (개)
가 담기고 마지막 상자에는 버터 쿠키가 1개가 적고, 초코 쿠키는 1개가 많으므로
버터 쿠키: $14-1=13$ (개),
초코 쿠키: $16+1=17$ (개)
가 담긴다.
즉 상자의 개수를 4로 하면 각 상자에
$14+16=13+17=30$ (개)
씩 쿠키가 담긴다.
③ 상자의 개수는 최대공약수인 8의 약수이어야 하므로 상자의 개수를 6으로 할 수 없다.
④, ⑤ 상자의 개수를 최대 개수인 8로 하면 첫 번째, 두 번째, 세 번째, ⋯, 일곱 번째 상자에
버터 쿠키: $56\div8=7$ (개), 초코 쿠키: $64\div8=8$ (개)
가 담기고 마지막 상자에는 버터 쿠키가 1개가 적고, 초코 쿠키는 1개가 많으므로
버터 쿠키: $7-1=6$ (개), 초코 쿠키: $8+1=9$ (개)
가 담긴다.
즉 상자의 개수를 8로 하면 마지막 상자에
$6+9=15$ (개)
의 쿠키가 담긴다.
또 마지막 상자를 제외한 각 상자에 버터 쿠키는 7개씩 담긴다.
따라서 옳지 않은 것은 ③, ⑤이다. 답 ③, ⑤

170 전략 도서관에서 이안이는 4일 간격으로 공부를 시작하고, 유찬이는 6일 간격으로 공부를 시작하므로 이안이와 유찬이는 4와 6의 최소공배수만큼의 일수 간격으로 같이 공부를 시작한다.

도서관에서 이안이는 3일 동안 공부하고 하루를 쉬고, 유찬이는 4일 동안 공부하고 이틀을 쉬므로 이안이는 $3+1$, 즉 4일 간격으로 공부를 시작하고, 유찬이는 $4+2$, 즉 6일 간격으로 공부를 시작한다.

$$4=2^2$$
$$6=2\times3$$
$$(\text{최소공배수})=2^2\times3=12$$

따라서 두 사람은 4와 6의 최소공배수인 12일 간격으로 도서관에서 같이 공부를 시작한다. 두 사람이 12일 동안 도서관에서 공부하는 것을 ○, 쉬는 것을 ×로 나타내면 다음과 같다.

일	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
이안	○	○	○	×	○	○	○	×	○	○	○	×
유찬	○	○	○	○	×	×	○	○	○	○	×	×

즉 두 사람이 12일 동안 도서관에서 같이 공부한 날은 6일이다.
이때 $90=12\times7+6$에서 90일 동안 12일이 7번 반복되고 6일이 남는다. 또 남은 6일 동안 같이 공부한 날은 3일이므로 90일 동안 도서관에서 같이 공부한 날은
$6\times7+3=45$(일) 답 45일

171 전략 최대공약수가 G인 두 자연수를 $G\times a$, $G\times b$ (a, b는 서로소)로 놓고 주어진 조건을 이용한다.

A, B의 최대공약수가 6이므로
$A=6\times a$, $B=6\times b$ (a, b는 서로소) ⋯⋯ ㉠
라 하면
$6\times a\times b=126\qquad\therefore a\times b=21$ ⋯⋯ ㉡
한편 B, C의 최대공약수가 21이므로
$B=21\times p$, $C=21\times q$ (p, q는 서로소)
라 하면
$21\times p\times q=42\qquad\therefore p\times q=2$
$\therefore p=1,\ q=2$ 또는 $p=2,\ q=1$
(i) $p=1$, $q=2$일 때, $B=21$, $C=42$이므로 ㉠에서
$B=6\times b=21$
그런데 위의 식을 만족시키는 자연수 b의 값은 존재하지 않는다.
(ii) $p=2$, $q=1$일 때, $B=42$, $C=21$이므로 ㉠에서
$B=6\times b=42\qquad\therefore b=7$
㉡에서 $a\times7=21\qquad\therefore a=3$
$\therefore A=6\times3=18$
(i), (ii)에서 $A=18$, $B=42$, $C=21$이므로
$A+B+C=18+42+21=81$ 답 81

172 전략 10과 12의 최소공배수를 구한 후 최소공배수의 성질을 이용한다.

(1) 2040년: 경신년, 2041년: 신유년, 2042년: 임술년, 2043년: 계해년, ⋯
따라서 2043년은 계해년이다.
(2) 천간은 10년, 지지는 12년마다 반복되므로 이름이 같은 해는 10과 12의 최소공배수의 햇수마다 돌아온다.

$$10=2\quad\times5$$
$$12=2^2\times3$$
$$(\text{최소공배수})=2^2\times3\times5=60$$

즉 60년마다 돌아온다.

(3) 2043년은 계해년이고 2043년으로부터 세종의 즉위년도 1418년까지는 $2043-1418=625$ (년) 전이다.
따라서 $625=60\times10+25$이므로 계해년의 연도는 즉위년도 1418년으로부터 25년 후인 1443년이다.

답 (1) 계해년 (2) 60년 (3) 1443년

시험 만점 완성하기

본책 40~43쪽

173 전략 주어진 두 수의 최대공약수가 1인지 확인한다.

두 수의 최대공약수를 각각 구해 보면
① 3 ② 11 ③ 1 ④ 19 ⑤ 23
따라서 두 수가 서로소인 것은 ③이다.

답 ③

174 전략 공약수는 최대공약수의 약수임을 이용한다.

$$\begin{array}{rl} & 2^2\times3^2\quad\ \times7 \\ & 2\ \times3^2\times5\times7^2 \\ \hline (\text{최대공약수})= & 2\ \times3^2\quad\ \times7 \end{array}$$

두 수의 공약수는 최대공약수인 $2\times3^2\times7$의 약수이므로 ㄱ, ㄹ, ㅂ이다.

답 ②

175 전략 두 수 A, B의 최대공약수가 G이면 $A=G\times a$, $B=G\times b$로 놓고 a와 b는 서로소임을 이용한다.

세 수의 최대공약수는 8이다.
$32=8\times2^2$, $48=8\times2\times3$에서 $A=8\times a$ (a와 2는 서로소)의 꼴이어야 하므로
$a=1, 3, 5, 7, 9, 11, \cdots$
따라서 A의 값이 될 수 있는 두 자리 자연수는
$8\times3=24$, $8\times5=40$, $8\times7=56$,
$8\times9=72$, $8\times11=88$
의 5개이다.

답 ②

176 전략 세 수의 최대공약수와 최소공배수를 구한 후 공약수는 최대공약수의 약수이고, 공배수는 최소공배수의 배수임을 이용한다.

$$\begin{array}{rl} & 2^2\times3\ \times7 \\ & 2\ \times3^2\times7 \\ & 2^2\qquad\times7^2 \\ \hline (\text{최대공약수})= & 2\qquad\ \times7\ =14 \\ (\text{최소공배수})= & 2^2\times3^2\times7^2=1764 \end{array}$$

① 세 수의 최대공약수는 14이다.
⑤ $2^3\times3\times5\times7^2$은 최소공배수 $2^2\times3^2\times7^2$의 배수가 아니므로 세 수의 공배수가 아니다.
따라서 옳지 않은 것은 ①, ⑤이다.

답 ①, ⑤

177 전략 부족하거나 남는 개수를 이용하여 텐트에 남김없이 똑같이 나누어 줄 수 있는 증정품의 개수를 각각 구한다.

손전등은 2개가 부족하고, 담요는 1개가 남고, 응급 처치 키트는 3개가 부족하므로 손전등은 $82+2$, 즉 84개, 담요는 $141-1$, 즉 140개, 응급 처치 키트는 $109+3$, 즉 112개이면 모든 텐트에 똑같이 나누어 줄 수 있다.
따라서 구하는 텐트 수는 84, 140, 112의 최대공약수이다.

$$\begin{array}{rl} 84= & 2^2\times3\quad\ \times7 \\ 140= & 2^2\qquad\times5\times7 \\ 112= & 2^4\qquad\quad\ \times7 \\ \hline (\text{최대공약수})= & 2^2\qquad\quad\ \times7=28 \end{array}$$

따라서 국립공원 야영장의 텐트는 28동이다.

답 ⑤

178 전략 □ 안에 각 수를 대입한 후 두 수의 최소공배수를 구해 본다.

$540=2^2\times3^3\times5$
① $2^2\times3^2\times\boxed{5}$이므로 두 수의 최소공배수는
$2^2\times3^3\times5$
② $2^2\times3^2\times\boxed{10}=2^3\times3^2\times5$이므로 두 수의 최소공배수는
$2^3\times3^3\times5$
③ $2^2\times3^2\times\boxed{15}=2^2\times3^3\times5$이므로 두 수의 최소공배수는
$2^2\times3^3\times5$
④ $2^2\times3^2\times\boxed{20}=2^4\times3^2\times5$이므로 두 수의 최소공배수는
$2^4\times3^3\times5$
⑤ $2^2\times3^2\times\boxed{25}=2^2\times3^2\times5^2$이므로 두 수의 최소공배수는
$2^2\times3^3\times5^2$
따라서 □ 안에 들어갈 수 있는 수는 ①, ③이다.

답 ①, ③

179 전략 공배수는 최소공배수의 배수임을 이용한다.

세 수 14, 21, 24의 공배수는 세 수의 최소공배수의 배수이다.

$$\begin{array}{rl} 14= & 2\qquad\times7 \\ 21= & \quad\ \ 3\times7 \\ 24= & 2^3\times3 \\ \hline (\text{최소공배수})= & 2^3\times3\times7=168 \end{array}$$

즉 168의 배수이므로 $168\times2=336$, $168\times3=504$에서 500에 가장 가까운 공배수는 504이다.

답 ④

180 전략 두 수 A, B의 최소공배수가 B이면 A는 B의 약수임을 이용한다.

a와 126의 최소공배수가 126이면 a는 126의 약수이다.
따라서 자연수 a의 개수는 $126=2\times3^2\times7$의 약수의 개수와 같으므로
$(1+1)\times(2+1)\times(1+1)=12$

답 ④

181 전략 직육면체를 쌓아서 가장 작은 정육면체를 만들어야 하므로 최소공배수를 이용한다.

가장 작은 정육면체를 만들려고 하므로 정육면체의 한 모서리의 길이는 6, 10, 15의 최소공배수이어야 한다.

$$\begin{aligned} 6&=2\times3 \\ 10&=2\quad\times5 \\ 15&=\quad3\times5 \\ \hline (\text{최소공배수})&=2\times3\times5=30 \end{aligned}$$

따라서 정육면체의 한 모서리의 길이는 30 cm이므로 정육면체의 겉넓이는

$(30\times30)\times6=5400\ (\text{cm}^2)$ 답 ④

182 전략 두 사람이 처음으로 다시 수영장에서 만나려면 두 사람이 수영장에 다니는 날수 간격의 최소공배수만큼의 기간이 필요하다.

두 사람이 처음으로 다시 수영장에서 만날 때까지 걸리는 날수는 9와 15의 최소공배수만큼의 날수이다.

$$\begin{aligned} 9&=3^2 \\ 15&=3\times5 \\ \hline (\text{최소공배수})&=3^2\times5=45 \end{aligned}$$

이때 $45=7\times6+3$이므로 구하는 요일은 화요일로부터 3일 후인 금요일이다. 답 ③

183 전략 세 톱니바퀴가 같은 톱니에서 처음으로 다시 동시에 맞물릴 때까지 맞물린 톱니의 수는 세 톱니바퀴의 톱니의 수의 최소공배수와 같음을 이용한다.

세 톱니바퀴가 같은 톱니에서 처음으로 다시 동시에 맞물릴 때까지 맞물린 톱니의 수는 75, 60, 45의 최소공배수이다.

$$\begin{aligned} 75&=\quad\ 3\times5^2 \\ 60&=2^2\times3\times5 \\ 45&=\quad\ 3^2\times5 \\ \hline (\text{최소공배수})&=2^2\times3^2\times5^2=900 \end{aligned}$$

따라서 세 톱니바퀴가 같은 톱니에서 처음으로 다시 동시에 맞물리려면 톱니바퀴 C는

$900\div45=20$ (바퀴)

회전해야 한다. 답 ③

184 전략 처음 상자에 들어 있는 사탕의 개수보다 1개 더 많으면 개수는 2, 5, 6으로 모두 나누어떨어짐을 이용한다.

사탕의 개수를 x라 하자.

x를 2, 5, 6으로 나눌 때 모두 1이 부족하므로 $x+1$은 2, 5, 6의 공배수이다.

$$\begin{aligned} 2&=2 \\ 5&=\qquad\ 5 \\ 6&=2\times3 \\ \hline (\text{최소공배수})&=2\times3\times5=30 \end{aligned}$$

$x+1=30, 60, 90, 120, 150, \cdots$에서

$x=29, 59, 89, 119, 149, \cdots$

이때 x는 150 이하의 7의 배수이어야 하므로 처음 상자에 들어 있던 사탕의 개수는 119이다. 답 ④

185 전략 두 분수를 모두 자연수가 되게 하려면 □ 안에 들어갈 수 있는 수는 두 분자의 공약수이어야 한다.

□ 안에 공통으로 들어갈 수 있는 자연수는 84와 120의 공약수이다.

$$\begin{aligned} 84&=2^2\times3\quad\times7 \\ 120&=2^3\times3\times5 \\ \hline (\text{최대공약수})&=2^2\times3\qquad=12 \end{aligned}$$

따라서 □ 안에 공통으로 들어갈 수 있는 자연수는 최대공약수인 12의 약수이므로 구하는 합은

$1+2+3+4+6+12=28$ 답 ②

186 전략 주어진 세 수의 최대공약수와 최소공배수를 이용하여 N의 조건을 생각해 본다.

$28=14\times2$, N, $70=14\times5$의 최소공배수가

$420=14\times(2\times3\times5)$이므로 N은 $14\times3\times$(자연수)의 꼴이고 최소공배수인 $14\times(2\times3\times5)$의 약수이어야 한다.

따라서 N의 값이 될 수 있는 수는

14×3, $14\times3\times2$, $14\times3\times5$, $14\times3\times2\times5$

의 4개이다. 답 ②

187 전략 주어진 조건을 이용하여 자연수 n의 인수를 찾는다.

조건 (가)에서 $81=9^2$이므로

$n=9\times a=3^2\times a$ (a와 9는 서로소)

의 꼴이어야 한다. …… ㉠

조건 (나)에서 $48=12\times4$이므로

$n=12\times b=2^2\times3\times b$ (b와 4는 서로소)

의 꼴이어야 한다. …… ㉡

n은 ㉠, ㉡을 모두 만족시켜야 하므로

$n=2^2\times3^2\times c=36\times c$ (c는 9, 4와 각각 서로소)

따라서 조건 (다)를 만족시키는 가장 작은 자연수 n은

$36\times5=180$ 답 180

188 전략 세트를 되도록 많이 만들어야 하므로 최대공약수를 이용한다.

각 상자에 담긴 쿠키, 마카롱, 초콜릿의 개수는 각각 같게 하고, 세트를 되도록 많이 만들려고 하므로 세트의 개수는 36, 84, 60의 최대공약수이어야 한다.

$$\begin{aligned} 36&=2^2\times3^2 \\ 84&=2^2\times3\quad\times7 \\ 60&=2^2\times3\times5 \\ \hline (\text{최대공약수})&=2^2\times3\qquad=12 \end{aligned}$$

따라서 세트를 12개 만들어야 하고 각 상자에 들어 있는 쿠키, 마카롱, 초콜릿의 개수는 각각

$36\div12=3$, $84\div12=7$, $60\div12=5$

이므로 한 세트의 가격은

$1200\times3+1500\times7+800\times5=18100$ (원) 답 18100원

189 전략 나무 사이의 간격이 같아야 하므로 나무 사이의 간격은 120과 96의 공약수임을 이용한다.

나무 사이의 간격을 같게 하려면 나무 사이의 간격은 120과 96의 공약수이어야 한다.

$$\begin{array}{rl} 120 = & 2^3 \times 3 \times 5 \\ 96 = & 2^5 \times 3 \\ \hline (\text{최대공약수}) = & 2^3 \times 3 \quad = 24 \end{array}$$

따라서 나무 사이의 간격은 24의 약수, 즉

$1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 6,\ 8,\ 12,\ 24$

이어야 하고 10 이상 20 이하인 수이므로 $\quad$ 12 m

따라서 필요한 나무는

가로: $120 \div 12 = 10$ (그루), 세로: $96 \div 12 = 8$ (그루)

에서 $\quad (10-1)+(8-1)=16$ (그루) $\quad$ 답 16그루

190 전략 소인수분해를 이용하여 최소공배수를 미지수를 사용한 식으로 나타낸다.

$$\begin{array}{rl} 3 \times x = & 3 \times x \\ 5 \times x = & 5 \times x \\ 20 \times x = & 2^2 \times 5 \times x \\ \hline (\text{최소공배수}) = & 2^2 \times 3 \times 5 \times x = 60 \times x \end{array}$$

세 수의 최소공배수가 240이므로

$60 \times x = 240 \qquad \therefore x = 4$

따라서 세 자연수는

$3 \times 4 = 12,\ 5 \times 4 = 20,\ 20 \times 4 = 80$

이므로 세 수의 합은 $\quad 12+20+80=112$ $\quad$ 답 112

191 전략 주어진 수와 최소공배수를 이용하여 N의 조건을 생각해 본다.

$18 = 2 \times 3^2,\ 27 = 3^3$, N의 최소공배수가 $378 = 2 \times 3^3 \times 7$이므로 $N = 7 \times$(자연수)의 꼴이고 최소공배수인 $378 = 2 \times 3^3 \times 7$의 약수이어야 한다.

따라서 N의 값이 될 수 있는 수는

$7 \times 1 = 7,\ 7 \times 2 = 14,\ 7 \times 3 = 21,\ 7 \times 2 \times 3 = 42,$

$7 \times 3^2 = 63,\ 7 \times 2 \times 3^2 = 126,\ 7 \times 3^3 = 189,\ 7 \times 2 \times 3^3 = 378$

이므로 가장 큰 두 자리 자연수 N의 값은 $\quad$ 63 $\quad$ 답 63

192 전략 최대공약수가 G인 두 자연수 A, B는 $A = G \times a$, $B = G \times b$ (a, b는 서로소)로 놓고 주어진 조건을 이용한다.

조건 (가)에서 A, B의 최대공약수는 8이므로

$A = 8 \times a,\ B = 8 \times b$ (a, b는 서로소)

라 하자.

조건 (나)에서 $A \times B = 1152$이므로

$(8 \times a) \times (8 \times b) = 1152$

$a \times b \times 64 = 1152 \qquad \therefore a \times b = 18$

(i) $a = 18,\ b = 1$ 또는 $a = 1,\ b = 18$일 때,

$A = 8 \times 18 = 144,\ B = 8 \times 1 = 8$ 또는

$A = 8 \times 1 = 8,\ B = 8 \times 18 = 144$

이때 조건 (다)에서 A는 6의 배수이므로 $\quad A = 144$

(ii) $a = 9,\ b = 2$ 또는 $a = 2,\ b = 9$일 때,

$A = 8 \times 9 = 72,\ B = 8 \times 2 = 16$ 또는

$A = 8 \times 2 = 16,\ B = 8 \times 9 = 72$

이때 조건 (다)에서 A는 6의 배수이므로 $\quad A = 72$

(i), (ii)에서 조건을 만족시키는 자연수 A의 값은

72, 144 $\quad$ 답 72, 144

193 전략 가장 큰 정육면체 모양으로 남김없이 같은 크기로 잘라야 하므로 최대공약수를 이용한다.

정육면체 모양의 치즈의 크기를 최대로 하려면 치즈의 한 모서리의 길이는 66, 30, 24의 최대공약수이어야 한다.

$$\begin{array}{rl} 66 = & 2 \times 3 \quad \times 11 \\ 30 = & 2 \times 3 \times 5 \\ 24 = & 2^3 \times 3 \\ \hline (\text{최대공약수}) = & 2 \times 3 \qquad = 6 \end{array}$$

따라서 정육면체 모양의 치즈의 한 모서리의 길이는 6 cm이다. $\cdots$ 1단계

정육면체 모양의 치즈는

가로: $66 \div 6 = 11$ (개), 세로: $30 \div 6 = 5$ (개),

높이: $24 \div 6 = 4$ (개)

$\therefore 11 \times 5 \times 4 = 220$ (개) $\cdots$ 2단계

따라서 총 판매 금액은

$220 \times 1000 = 22$ (만 원) $\cdots$ 3단계

답 22만 원

단계	채점 요소	배점
1	정육면체 모양의 치즈의 한 모서리의 길이 구하기	2점
2	정육면체 모양의 치즈의 개수 구하기	2점
3	치즈의 총 판매 금액 구하기	2점

194 전략 공통인 소인수의 거듭제곱에서 최대공약수는 지수가 작거나 같은 것을 택하고, 최소공배수는 지수가 크거나 같은 것을 택한다.

최소공배수에서 소인수 2의 지수 a, 2, 1 중 큰 것이 3이므로

$a = 3$ $\cdots$ 1단계

최대공약수와 최소공배수의 소인수 3의 지수가 모두 4이므로

$b = 4$ $\cdots$ 2단계

최소공배수에서 소인수 5의 지수 1, c 중 큰 것이 2이므로

$c = 2$ $\cdots$ 3단계

$\therefore a+b+c = 3+4+2 = 9$ $\cdots$ 4단계

답 9

단계	채점 요소	배점
1	a의 값 구하기	1점
2	b의 값 구하기	1점
3	c의 값 구하기	1점
4	$a+b+c$의 값 구하기	1점

195 전략 주어진 기호의 뜻에 따라 14★35, 20△72의 값을 구한다.

조건 ㈎의 14★35에서

$$\begin{array}{rl} 14= & 2\times 7 \\ 35= & 5\times 7 \\ \hline \text{(최대공약수)}= & 7 \end{array}$$

∴ 14★35=7 ··· 1단계

즉 A★21=7에서 A와 $21=7\times3$의 최대공약수가 7이므로

$A=7\times a$ (a는 3과 서로소)라 하면 $a=1, 2, 4, 5, 7, \cdots$

∴ $A=7, 14, 28, 35, 49, \cdots$

∴ $x=28$ ··· 2단계

조건 ㈏의 20△72에서

$$\begin{array}{rl} 20= & 2^2\times 5 \\ 72= & 2^3\times 3^2 \\ \hline \text{(최소공배수)}= & 2^3\times 3^2\times 5=360 \end{array}$$

∴ 20△72=360 ··· 3단계

즉 B△8=360에서 B와 $8=2^3$의 최소공배수가 $360=2^3\times3^2\times5$이므로 $B=3^2\times5\times$(자연수)의 꼴이고 최소공배수인 $360=2^3\times3^2\times5$의 약수이어야 한다.

따라서 B의 값이 될 수 있는 수는

$3^2\times5$, $3^2\times5\times2$, $3^2\times5\times2^2$, $3^2\times5\times2^3$

∴ $y=3^2\times5\times2^2=180$ ··· 4단계

∴ $x+y=28+180=208$ ··· 5단계

답 208

단계	채점 요소	배점
1	14★35의 값 구하기	1점
2	x의 값 구하기	1점
3	20△72의 값 구하기	1점
4	y의 값 구하기	2점
5	$x+y$의 값 구하기	1점

196 전략 a는 세 분모의 최소공배수, b는 세 분자의 최대공약수이어야 한다.

분수 $\frac{a}{b}$에서 a는 14, 5, 10의 최소공배수이고 b는 9, 21, 33의 최대공약수이다.

$$\begin{array}{rl} 14= & 2\times 7 \\ 5= & 5 \\ 10= & 2\times 5 \\ \hline \text{(최소공배수)}= & 2\times 5\times 7=70 \end{array}$$

··· 1단계

$$\begin{array}{rl} 9= & 3^2 \\ 21= & 3\times 7 \\ 33= & 3\times 11 \\ \hline \text{(최대공약수)}= & 3 \end{array}$$

··· 2단계

따라서 $a=70$, $b=3$이므로 $a+b=70+3=73$ ··· 3단계

답 73

단계	채점 요소	배점
1	14, 5, 10의 최소공배수 구하기	2점
2	9, 21, 33의 최대공약수 구하기	2점
3	$a+b$의 값 구하기	1점

Ⅱ. 정수와 유리수

03 정수와 유리수

셀프 CHECK

본책 46~47쪽

A 답 (1) -600 m, $+400$ m (2) $+3$ %, -7 % (3) -10분, $+5$분 (4) $+2000$원, -3000원

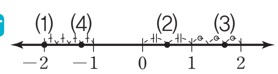
B 답 $-\frac{6}{3}$, -1, 0, $+\frac{35}{7}$, $+9$

C 답 (1) $+21$, 1.6, $\frac{9}{5}$ (2) $-\frac{8}{2}$, -5

(3) $-\frac{1}{4}$, 0, $+21$, 1.6, $-\frac{8}{2}$, $\frac{9}{5}$, -7.3, -5

(4) $-\frac{1}{4}$, 1.6, $\frac{9}{5}$, -7.3

D 답



E 답 (1) 1 (2) 9 (3) $\frac{6}{5}$ (4) 7.2

F 답 (1) $+3$, -3 (2) $+1.8$, -1.8 (3) $+\frac{4}{11}$, $-\frac{4}{11}$ (4) 0

G (5) $|-13|=13$, $|-9|=9$이므로 $|-13|>|-9|$

∴ $-13 \boxed{<} -9$

(6) $\left|-\frac{5}{4}\right|=\frac{5}{4}=\frac{15}{12}$, $\left|-\frac{4}{3}\right|=\frac{4}{3}=\frac{16}{12}$이므로

$\left|-\frac{5}{4}\right|<\left|-\frac{4}{3}\right|$ ∴ $-\frac{5}{4} \boxed{>} -\frac{4}{3}$

답 (1) < (2) < (3) < (4) > (5) < (6) >

H 답 (1) $x<2$ (2) $x\ge-7$ (3) $x\le\frac{3}{4}$ (4) $-8<x<5.5$

내신 유형 다지기

본책 48~55쪽

유형 035 부호를 사용하여 나타내기

본책 48쪽

어떤 기준에 대하여 서로 반대되는 성질을 갖는 양을 수로 나타낼 때, 기준이 되는 수를 0으로 두고 한쪽은 양의 부호 +를, 다른 한쪽은 음의 부호 −를 사용하여 나타낸다.

+	이익	지상	증가	영상	수입	해발	~후
−	손해	지하	감소	영하	지출	해저	~전

197 ㄱ. 10 m 상승 ➜ $+10$ m
ㄴ. 영하 7 ℃ ➜ -7 ℃
이상에서 옳은 것은 ㄷ, ㄹ이다. 답 ⑤

198 ④ 동쪽으로 4 km 떨어진 위치를 $+4$ km라 하면 서쪽으로 6 km 떨어진 위치는 -6 km이다.
따라서 옳지 않은 것은 ④이다. 답 ④

199 ① 5일 후 ➜ $+5$일
② 영상 23 ℃ ➜ $+23$ ℃
③ 해저 40 m ➜ -40 m
⑤ 20 % 할인 ➜ -20 %
따라서 옳은 것은 ④이다. 답 ④

유형 036 정수의 분류
본책 48쪽

$$\text{정수}\begin{cases}\text{양의 정수: } +1,\ +2,\ +3,\ \cdots \\ 0 \\ \text{음의 정수: } -1,\ -2,\ -3,\ \cdots\end{cases}$$

- 0은 양의 정수도 아니고 음의 정수도 아니다.
- 양의 정수는 자연수와 같다.

200 정수는 7, $-\frac{8}{4}=-2$, 0의 3개이다. 답 ③

201 자연수가 아닌 정수는 0 또는 음의 정수이다.
② $-\frac{14}{7}=-2$이므로 음의 정수이다.
따라서 자연수가 아닌 정수는 ②, ⑤이다. 답 ②, ⑤

202 양의 정수는 $+\frac{36}{6}=+6$, 4의 2개이므로
$a=2$ … 1단계
음의 정수는 -8, $-\frac{3}{3}=-1$의 2개이므로
$b=2$ … 2단계
$\therefore a-b=2-2=0$ … 3단계
답 0

단계	채점 요소	비율
1	a의 값 구하기	40 %
2	b의 값 구하기	40 %
3	$a-b$의 값 구하기	20 %

203 ① 정수는 $+9$, $\frac{16}{4}=4$, 0, -6, $-\frac{40}{8}=-5$의 5개이다.
② 자연수는 $+9$, $\frac{16}{4}=4$의 2개이다.
③ 음의 정수는 -6, $-\frac{40}{8}=-5$의 2개이다.
④ 자연수가 아닌 정수는 0, -6, $-\frac{40}{8}=-5$의 3개이다.
⑤ 양의 정수도 아니고 음의 정수도 아닌 것은 -5.5, 0, $-\frac{7}{2}$의 3개이다.
따라서 옳은 것은 ④이다. 답 ④

유형 037 유리수의 분류
본책 49쪽

$$\text{유리수}\begin{cases}\text{정수}\begin{cases}\text{양의 정수(자연수): } +1,\ +2,\ +3,\ \cdots \\ 0 \\ \text{음의 정수: } -1,\ -2,\ -3,\ \cdots\end{cases} \\ \text{정수가 아닌 유리수: } +\frac{1}{2},\ -\frac{3}{7},\ +1.5,\ -9.4,\ \cdots\end{cases}$$

204 □에 해당하는 수는 정수가 아닌 유리수이다.
② $\frac{10}{2}=5$ ③ $-\frac{18}{9}=-2$
따라서 □에 해당하는 수는 ①, ⑤이다. 답 ①, ⑤

205 ① 음수는 $-\frac{48}{6}=-8$, -7의 2개이다.
② 자연수는 4의 1개이다.
③ 주어진 수는 모두 유리수이므로 유리수는 6개이다.
④ 양의 유리수는 2.8, 4, $\frac{2}{5}$의 3개이다.
⑤ 정수가 아닌 유리수는 2.8, $\frac{2}{5}$의 2개이다.
따라서 옳지 않은 것은 ④이다. 답 ④

206 양의 유리수는 13, $\frac{4}{16}=\frac{1}{4}$, 1.1, $\frac{15}{3}=5$의 4개이므로
$a=4$ … 1단계
음의 유리수는 -5.2, -8, $-\frac{1}{2}$의 3개이므로
$b=3$ … 2단계
정수가 아닌 유리수는 -5.2, $\frac{4}{16}=\frac{1}{4}$, 1.1, $-\frac{1}{2}$의 4개이므로
$c=4$ … 3단계
$\therefore a+b-c=4+3-4=3$ … 4단계
답 3

단계	채점 요소	비율
1	a의 값 구하기	30 %
2	b의 값 구하기	30 %
3	c의 값 구하기	30 %
4	$a+b-c$의 값 구하기	10 %

유형 038 정수와 유리수의 성질
본책 49쪽

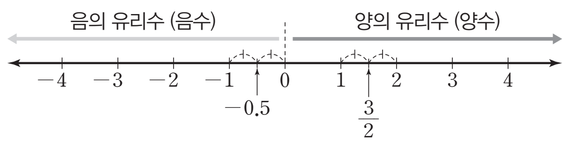
유리수는 $\frac{(\text{정수})}{(0\text{이 아닌 정수})}$의 꼴로 나타낼 수 있는 수이다.
이때 정수는 모두 분수로 나타낼 수 있으므로 모든 정수는 유리수이다.

207 ① 정수는 양의 정수, 0, 음의 정수로 이루어져 있다.
③ 유리수는 $\dfrac{(\text{정수})}{(0\text{이 아닌 정수})}$의 꼴로 나타낼 수 있는 수이다.
④ 0은 정수이면서 유리수이다.
따라서 옳은 것은 ②, ⑤이다. 답 ②, ⑤

208 ㄴ. 음의 정수가 아닌 정수는 0 또는 양의 정수이다.
ㄷ. 서로 다른 두 정수 1과 3 사이에는 정수 2, 즉 1개의 정수만 존재한다.
이상에서 옳은 것은 ㄱ, ㄹ이다. 답 ②

209 ⑤ 서로 다른 두 유리수 $\frac{1}{5}$과 $\frac{1}{2}$ 사이에는 정수가 존재하지 않는다.
따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다. 답 ⑤

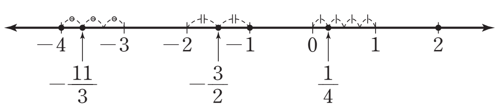
유형 039 수를 수직선 위에 나타내기 본책 50쪽



수직선 위에서 0을 나타내는 점을 기준으로 양수는 오른쪽에 나타내고, 음수는 왼쪽에 나타낸다.

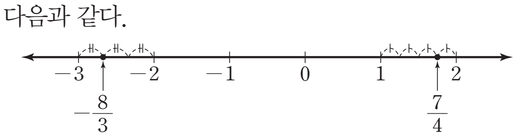
210 ② B: $-\frac{1}{4}$
따라서 옳지 않은 것은 ②이다. 답 ②

211 주어진 수를 수직선 위에 나타내면 다음과 같다.



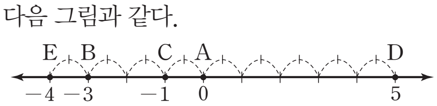
따라서 왼쪽에서 두 번째에 있는 수는 $-\frac{11}{3}$, 오른쪽에서 세 번째에 있는 수는 -1이다. 답 $-\frac{11}{3}$, -1

212 $-\frac{8}{3}=-2\frac{2}{3}$, $\frac{7}{4}=1\frac{3}{4}$이므로 두 수를 수직선 위에 나타내면 다음과 같다.



$-\frac{8}{3}$에 가장 가까운 정수는 -3이므로 $a=-3$
$\frac{7}{4}$에 가장 가까운 정수는 2이므로 $b=2$
답 $a=-3$, $b=2$

213 수직선 위에 점 A를 기준으로 4개의 점 B, C, D, E를 나타내면 다음 그림과 같다.

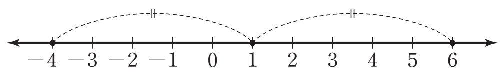


따라서 두 점 B, D가 나타내는 수는 차례대로 -3, 5이다.
답 -3, 5

유형 040 수직선 위의 두 점으로부터 같은 거리에 있는 점 본책 50쪽

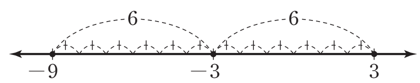
수직선 위에서 두 수 a, b를 나타내는 두 점 A, B로부터 같은 거리에 있는 점 구하기
❶ 수직선 위에 두 점 A, B를 나타내고 두 점 A, B 사이의 거리를 구한다.
❷ 구하는 점은 두 점 A, B의 한가운데에 있는 점이다.

214



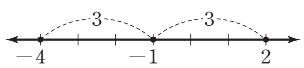
위의 수직선에서 -4와 6을 나타내는 두 점으로부터 같은 거리에 있는 점이 나타내는 수는 1이다. 답 1

215 두 수 a, b를 나타내는 두 점 사이의 거리가 12이고 두 점으로부터 같은 거리에 있는 점이 나타내는 수가 -3이므로 두 수 a, b를 나타내는 두 점은 -3을 나타내는 점으로부터 거리가 각각 $12\times\frac{1}{2}=6$이다.



그런데 $a<0$이므로 위의 그림에서 a, b의 값을 각각 구하면
$a=-9$, $b=3$ 답 ②

216 조건 (나)에서 -1을 나타내는 점과 a를 나타내는 점 사이의 거리가 3이므로 다음 그림에서 a의 값은 -4 또는 2이다.



… 1단계

(i) $a=-4$일 때,
a를 나타내는 점과 2를 나타내는 점 사이의 거리가 6이므로 조건 (가)에서 b의 값은
$b=2+6=8$ … 2단계

(ii) $a=2$일 때,
a를 나타내는 점과 2를 나타내는 점 사이의 거리가 0이므로 조건 (가)를 만족시키는 b는 없다. … 3단계

(i), (ii)에서 구하는 b의 값은
$b=8$ … 4단계

답 8

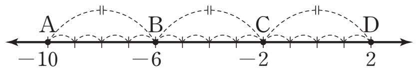
단계	채점 요소	비율
1	a가 될 수 있는 값 구하기	30 %
2	$a=-4$일 때 b의 값 구하기	30 %
3	$a=2$일 때 b의 값 구하기	30 %
4	b의 값 구하기	10 %

217 두 점 B, D가 나타내는 수는 각각 -6, 2이므로 두 점 B, D 사이의 거리는 8이다.

이때 두 점 A, B, 두 점 B, C, 두 점 C, D 사이의 거리는 각각

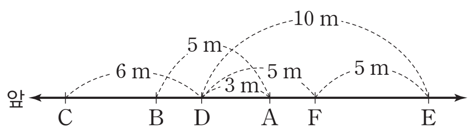
$$8\times\frac{1}{2}=4$$

따라서 점 A는 점 B에서 왼쪽으로 4만큼 떨어져 있으므로 점 A가 나타내는 수는 -10이다.



답 -10

218 수직선 위에 6명의 선수 A, B, C, D, E, F의 위치를 나타내면 다음 그림과 같다.



따라서 두 선수 A, F 사이의 거리는 $5-3=2\,(\mathrm{m})$이므로 두 선수 B, F 사이의 거리는

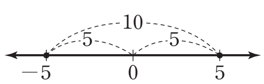
$5+2=7\,(\mathrm{m})$ 답 $7\,\mathrm{m}$

유형 041 절댓값 본책 51쪽

a의 절댓값

➜ 수직선 위에서 0을 나타내는 점과 a를 나타내는 점 사이의 거리

219 절댓값이 5인 두 수는 5와 -5이므로 수직선 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같다.



따라서 두 점 사이의 거리는 10이다. 답 ③

220 $|a|+|b|-|c|=|0.8|+\left|-\frac{11}{5}\right|-|-2|$

$$=0.8+\frac{11}{5}-2$$

$$=\frac{4}{5}+\frac{11}{5}-2=1$$

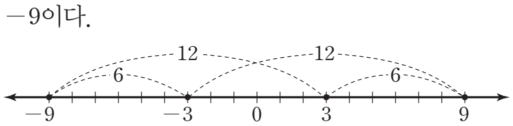
답 1

221 $|a|=4$인 a의 값은 $4,\ -4$이고, 수직선 위에서 0을 나타내는 점의 오른쪽에 있는 수는 4이므로 $a=4$

$|b|=\frac{1}{3}$인 b의 값은 $\frac{1}{3},\ -\frac{1}{3}$이고, 수직선 위에서 0을 나타내는 점의 왼쪽에 있는 수는 $-\frac{1}{3}$이므로

$b=-\frac{1}{3}$ 답 $a=4,\ b=-\frac{1}{3}$

222 절댓값이 3인 수는 $3,\ -3$이고 절댓값이 9인 수는 $9,\ -9$이다.



… 1단계

이때 위의 그림에서 두 점 사이의 거리가 가장 멀 때는 $a=-3$, $b=9$ 또는 $a=3$, $b=-9$일 때이므로

$p=12$ … 2단계

또 두 점 사이의 거리가 가장 가까울 때는 $a=-3$, $b=-9$ 또는 $a=3$, $b=9$일 때이므로

$q=6$ … 3단계

$\therefore \frac{p}{q}=\frac{12}{6}=2$ … 4단계

답 2

단계	채점 요소	비율
1	절댓값이 3인 수와 9인 수를 수직선 위에 나타내기	30 %
2	p의 값 구하기	30 %
3	q의 값 구하기	30 %
4	$\frac{p}{q}$의 값 구하기	10 %

유형 042 절댓값의 성질 본책 51쪽

(1) $a>0$일 때, $|a|=a,\ |-a|=a$

➜ 절댓값이 $a(a>0)$인 수는 2개이다.

(2) $|0|=0$ ➜ 절댓값이 가장 작은 수는 0이다.

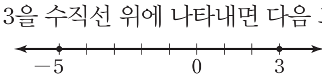
(3) 수를 수직선 위에 나타낼 때, 0을 나타내는 점에서 멀리 떨어질수록 절댓값이 커진다.

223 ⑤ 절댓값이 1보다 작은 정수는 0이다.

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다. 답 ⑤

224 ㄱ. $|1|=|-1|$이지만 $1\neq-1$이다.

ㄹ. 두 수 -5, 3을 수직선 위에 나타내면 다음 그림과 같다.



이때 3이 나타내는 점이 -5를 나타내는 점보다 오른쪽에 있지만 $|-5|=5$, $|3|=3$이므로 $|-5|>|3|$이다.

이상에서 옳은 것은 ㄴ, ㄷ이다. 답 ③

225 0을 나타내는 점에서 가장 멀리 떨어져 있는 점이 나타내는 수는 절댓값이 가장 큰 수이다.

주어진 수의 절댓값을 각각 구하면

① 1.9 ② $\frac{3}{2}$ ③ 5 ④ 6 ⑤ $\frac{5}{4}$

따라서 구하는 수는 ④이다. 답 ④

226 ① $a=2$일 때, $2>0$이지만 $|-2|\neq-2$이다.

② $a=-2$일 때, $-2<0$이지만 $|-2|\neq-2$이다.

③ $a=3$, $b=-4$일 때,

$3>0,\ -4<0$이지만 $|3|<|-4|$이다.

⑤ $a=0$일 때, $|0|=0$이지만 $a=0$이다.

따라서 옳은 것은 ④이다. 답 ④

만점 공략 노트

주어진 문장이 옳은지 옳지 않은지를 조사할 때, 조건을 만족시키는 문자 a, b에 대하여 생각할 수도 있지만 a, b 대신 적당한 수를 넣어 확인할 수도 있다.

유형 043 절댓값을 이용하여 수 찾기 본책 52쪽

절댓값의 범위가 주어지면
❶ 조건을 만족시키는 절댓값을 구한다.
❷ 절댓값이 a $(a>0)$인 수는 a, $-a$임을 이용하여 조건을 만족시키는 수를 모두 구한다.

227 절댓값이 $\frac{2}{3}$ 이상 4 미만인 정수는 절댓값이 1, 2, 3인 수이다.
절댓값이 1인 수는 $\quad 1,\ -1$
절댓값이 2인 수는 $\quad 2,\ -2$
절댓값이 3인 수는 $\quad 3,\ -3$
따라서 절댓값이 $\frac{2}{3}$ 이상 4 미만인 정수의 개수는 6이다. 답 ④

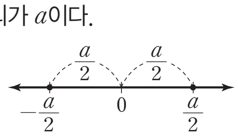
228 a의 절댓값이 2.6 미만이고 a는 정수이므로
$|a|=0,\ 1,\ 2$
$|a|=0$일 때, $\quad a=0$
$|a|=1$일 때, $\quad a=1,\ -1$
$|a|=2$일 때, $\quad a=2,\ -2$
따라서 구하는 정수 a의 값은
$-2,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2$ 답 $-2,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2$

229 절댓값이 0인 수는 $\quad 0$
절댓값이 1인 수는 $\quad 1,\ -1$
절댓값이 2인 수는 $\quad 2,\ -2$
절댓값이 3인 수는 $\quad 3,\ -3$
⋮
절댓값이 m인 수는 $\quad m,\ -m$
절댓값이 m 이하인 정수가 49개이므로 이 중 0을 제외한 정수는 48개이다.
$\therefore m=\frac{48}{2}=24$ 답 24

만점 공략 노트
자연수 n에 대하여 절댓값이 n 이하인 정수의 개수
➜ 조건을 만족시키는 정수는
$-n,\ \cdots,\ -1,\ 0,\ 1,\ \cdots,\ n$
이므로 그 개수는 $\quad n+1+n=2\times n+1$

유형 044 절댓값이 같고 부호가 반대인 두 수 본책 52쪽

절댓값이 같고 부호가 반대인 두 수 A, B $(A>B)$를 수직선 위에 나타내었을 때 두 점 사이의 거리가 a이다.
➜ 두 수 A, B를 나타내는 두 점은 0을 나타내는 점으로부터 서로 반대 방향으로 각각 $\frac{a}{2}$만큼 떨어져 있으므로 $\quad A=\frac{a}{2},\ B=-\frac{a}{2}$



230 절댓값이 같고 부호가 반대인 두 수를 나타내는 두 점 사이의 거리가 12이므로 두 수를 나타내는 두 점은 0을 나타내는 점으로부터의 거리가 각각 $12\times\frac{1}{2}=6$이다.
따라서 두 수는 $6,\ -6$이다. 답 $6,\ -6$

231 두 수의 절댓값이 같고 두 수를 나타내는 두 점 사이의 거리가 $\frac{16}{5}$이므로 두 수를 나타내는 두 점은 0을 나타내는 점으로부터 서로 반대 방향으로 각각 $\frac{16}{5}\times\frac{1}{2}=\frac{8}{5}$만큼 떨어져 있다. … 1단계
따라서 두 수는 $\quad \frac{8}{5},\ -\frac{8}{5}$
이때 $a>b$이므로 $\quad a=\frac{8}{5}$ … 2단계
답 $\frac{8}{5}$

단계	채점 요소	비율
1	두 수 a, b를 나타내는 점과 0을 나타내는 점 사이의 거리 구하기	50 %
2	a의 값 구하기	50 %

유형 045 수의 대소 관계 본책 53쪽

① (음수)$<0<$(양수)
② 두 양수끼리는 절댓값이 큰 수가 크다.
③ 두 음수끼리는 절댓값이 작은 수가 크다.

232 ㄱ. 0은 음수보다 크므로 $\quad 0>-6$
ㄴ. 양수는 음수보다 크므로 $\quad -4<1$
ㄷ. $|-7.5|=7.5$, $|-7|=7$이므로 $\quad |-7.5|>|7|$
$\therefore -7.5<-7$
ㄹ. $\frac{3}{5}=\frac{9}{15}$, $\frac{2}{3}=\frac{10}{15}$이므로 $\quad \frac{3}{5}<\frac{2}{3}$
이상에서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄹ이다. 답 ⑤

233 ① $|-8|=8$, $|-9|=9$이므로
$|-8|<|-9| \qquad \therefore -8\ \boxed{>}\ -9$
② $\frac{4}{5}=\frac{8}{10}$, $0.7=\frac{7}{10}$이므로 $\quad \frac{4}{5}\ \boxed{>}\ 0.7$
③ $\left|-\frac{5}{7}\right|=\frac{5}{7}=\frac{30}{42}$, $\left|-\frac{5}{6}\right|=\frac{5}{6}=\frac{35}{42}$이므로
$\left|-\frac{5}{7}\right|<\left|-\frac{5}{6}\right|$
$\therefore -\frac{5}{7}\ \boxed{>}\ -\frac{5}{6}$
④ $|-2|=2$이므로 $\quad |-2|\ \boxed{>}\ 1.8$
⑤ $\left|-\frac{8}{5}\right|=\frac{8}{5}=\frac{32}{20}$, $\left|-\frac{7}{4}\right|=\frac{7}{4}=\frac{35}{20}$이므로
$\left|-\frac{8}{5}\right|\ \boxed{<}\ \left|-\frac{7}{4}\right|$
따라서 부등호가 나머지 넷과 다른 하나는 ⑤이다. 답 ⑤

234 ④ 음수끼리는 절댓값이 작은 수가 더 크다.
⑤ 부호가 다른 두 수 -6, 2에서 $|-6|>|2|$이지만 $-6<2$이다.
따라서 옳지 않은 것은 ④, ⑤이다. 답 ④, ⑤

235 주어진 수를 작은 수부터 차례대로 나열하면

-3, $-\frac{5}{2}$, 0.6, $\frac{4}{3}$, 2

따라서 가장 큰 수는 2이므로 $a=2$ … 1단계

두 번째로 작은 수는 $-\frac{5}{2}$이므로 $b=-\frac{5}{2}$ … 2단계

$\therefore |a|+|b|=2+\frac{5}{2}=\frac{9}{2}$ … 3단계

답 $\frac{9}{2}$

단계	채점 요소	비율
1	a의 값 구하기	40 %
2	b의 값 구하기	40 %
3	$\lvert a\rvert+\lvert b\rvert$의 값 구하기	20 %

236 주어진 수를 작은 수부터 차례대로 나열하면

-2.4, $-\frac{9}{5}$, -1, $-\frac{7}{8}$, 1.2, $\frac{5}{3}$

또 주어진 수를 절댓값이 작은 수부터 차례대로 나열하면

$-\frac{7}{8}$, -1, 1.2, $\frac{5}{3}$, $-\frac{9}{5}$, -2.4

① 가장 큰 수는 $\frac{5}{3}$이다.

② -1보다 작은 수는 -2.4, $-\frac{9}{5}$의 2개이다.

③ 가장 큰 음수는 $-\frac{7}{8}$이다.

④ 절댓값이 가장 작은 수는 $-\frac{7}{8}$이다.

따라서 옳은 것은 ⑤이다. 답 ⑤

유형 046 부등호를 사용하여 나타내기 본책 53쪽

초과	a는 b보다 크다.	$a>b$
미만	a는 b보다 작다.	$a<b$
이상	a는 b보다 크거나 같다. (작지 않다.)	$a\ge b$
이하	a는 b보다 작거나 같다. (크지 않다.)	$a\le b$

237 ①, ⑤ $-5\le x\le 2$
② $-5<x\le 2$
③ $-5\le x<2$
④ $-5<x<2$
따라서 $-5<x\le 2$를 나타내는 것은 ②이다. 답 ②

238 ⑤ a는 -3보다 크거나 같고 4보다 크지 않다.
➜ $-3\le a\le 4$
따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다. 답 ⑤

유형 047 두 유리수 사이에 있는 정수 본책 54쪽

두 유리수 사이에 있는 정수를 찾을 때, 유리수가 분수로 주어진 경우 소수로 나타내면 쉽게 찾을 수 있다.

예 $-\frac{5}{4}$와 $\frac{2}{3}$ 사이에 있는 정수

➜ $-\frac{5}{4}=-1.25$, $\frac{2}{3}=0.666\cdots$이므로 두 유리수 사이에 있는 정수는 -1, 0이다.

239 $-\frac{14}{3}=-4.666\cdots$이므로 $-\frac{14}{3}<n\le 2$를 만족시키는 정수 n은

-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2

의 7개이다. 답 ④

240 $-\frac{9}{5}=-1.8$, $\frac{11}{4}=2.75$이므로 두 유리수 사이에 있는 수는 -1.8보다 크고 2.75보다 작은 수이다.

② $\frac{8}{3}=2.666\cdots$이므로 두 유리수 $-\frac{9}{5}$와 $\frac{11}{4}$ 사이에 있는 수이다.

③ $-2<-\frac{9}{5}$이므로 두 유리수 $-\frac{9}{5}$와 $\frac{11}{4}$ 사이에 있는 수가 아니다.

따라서 두 유리수 $-\frac{9}{5}$와 $\frac{11}{4}$ 사이에 있는 수가 아닌 것은 ③이다. 답 ③

241 주어진 문장을 부등호를 사용하여 나타내면

$-\frac{13}{2}\le x\le\frac{7}{6}$

$-\frac{13}{2}=-6.5$, $\frac{7}{6}=1.1666\cdots$이므로

$-\frac{13}{2}\le x\le\frac{7}{6}$

을 만족시키는 정수 x는

-6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1

따라서 절댓값이 가장 큰 수는 -6이다. 답 -6

242 $-\frac{5}{4}=-\frac{10}{8}$이므로 $-\frac{5}{4}$와 $\frac{3}{8}$ 사이에 있는 정수가 아닌 유리수 중 분모가 8인 기약분수는

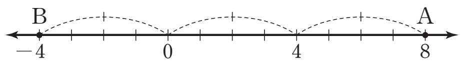
$-\frac{9}{8}$, $-\frac{7}{8}$, $-\frac{5}{8}$, $-\frac{3}{8}$, $-\frac{1}{8}$, $\frac{1}{8}$

의 6개이다. 답 ④

유형 048 절댓값의 응용 본책 54쪽

① a의 절댓값은 수직선 위에서 0을 나타내는 점과 a를 나타내는 점 사이의 거리임을 이용하여 조건을 수직선 위에 나타낸다.
② $|x|=a$ $(a>0)$인 x의 값은 $+a$, $-a$의 2개임을 이용한다.

243 조건 (나)에서 수직선 위에서 0을 나타내는 점과 a를 나타내는 점 사이의 거리는 0을 나타내는 점과 b를 나타내는 점 사이의 거리의 2배이다.
조건 (다)에서 수직선 위에서 a, b를 나타내는 두 점 사이의 거리가 12이고 조건 (가)에서 $a>0$, $b<0$이므로 두 수 a, b를 나타내는 점을 각각 A, B라 하고 수직선 위에 나타내면 다음 그림과 같다.



$\therefore a=8$, $b=-4$

답 $a=8$, $b=-4$

244 조건 (가)에서 $a>0$, $b>0$
조건 (나)에서 $|b|=|c|=3$이고 b와 c는 서로 다른 수이므로
$b=-3$, $c=3$ 또는 $b=3$, $c=-3$
이때 조건 (가)에서 $b>0$이므로
$b=3$, $c=-3$
조건 (다)에서 $|a|+|c|=10$이고 $|c|=3$이므로
$|a|=7$
그런데 조건 (가)에서 $a>0$이므로 $a=7$

답 $a=7$, $b=3$, $c=-3$

245 (i) $|a|=0$, $|b|=3$일 때,
$a=0$이고 $b=3$, -3
그런데 $a<b$이므로 (a, b)는
$(0, 3)$ … 1단계
(ii) $|a|=1$, $|b|=2$일 때,
$a=1$, -1이고 $b=2$, -2
그런데 $a<b$이므로 (a, b)는
$(1, 2)$, $(-1, 2)$ … 2단계
(iii) $|a|=2$, $|b|=1$일 때,
$a=2$, -2이고 $b=1$, -1
그런데 $a<b$이므로 (a, b)는
$(-2, 1)$, $(-2, -1)$ … 3단계
(iv) $|a|=3$, $|b|=0$일 때,
$a=3$, -3이고 $b=0$
그런데 $a<b$이므로 (a, b)는
$(-3, 0)$ … 4단계
이상에서 조건을 만족시키는 (a, b)는
$(0, 3)$, $(1, 2)$, $(-1, 2)$, $(-2, 1)$,
$(-2, -1)$, $(-3, 0)$
의 6개이다. … 5단계

답 6

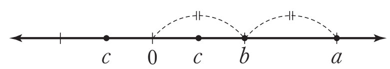
단계	채점 요소	비율
1	$\|a\|=0$, $\|b\|=3$일 때, (a, b) 구하기	20 %
2	$\|a\|=1$, $\|b\|=2$일 때, (a, b) 구하기	20 %
3	$\|a\|=2$, $\|b\|=1$일 때, (a, b) 구하기	20 %
4	$\|a\|=3$, $\|b\|=0$일 때, (a, b) 구하기	20 %
5	조건을 만족시키는 (a, b)의 개수 구하기	20 %

유형 049 조건을 만족시키는 수의 대소 관계

본책 55쪽

세 개 이상의 수에 대하여 주어진 조건을 수직선 위에 나타내어 대소 관계를 파악한다. 이때 다음을 이용한다.
➜ 수직선에서
(1) 오른쪽에 있는 수가 왼쪽에 있는 수보다 크다.
(2) 절댓값이 작을수록 0을 나타내는 점에 가깝다.
(3) 양수이면 0을 나타내는 점의 오른쪽에 위치하고 음수이면 0을 나타내는 점의 왼쪽에 위치한다.

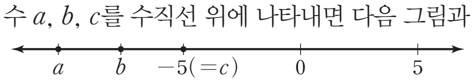
246 조건 (나)에서 a는 양수이다.
또 조건 (가)에서 b도 양수이고 $|a|=2\times b$를 만족시키므로
$0<b<a$
조건 (다)에서 c의 절댓값이 가장 작으므로
$c<0<b<a$ 또는 $0<c<b<a$
$\therefore c<b<a$
이때 세 수 a, b, c를 수직선 위에 나타내면 다음 그림과 같다.



따라서 세 수 a, b, c를 작은 수부터 차례대로 나열하면 c, b, a이다.

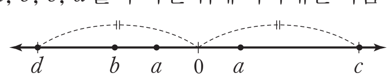
답 ⑤

247 두 조건 (가), (다)에서 c는 5보다 작고 $|c|=|5|=5$이므로
$c=-5$
조건 (가)에서 a는 5보다 작고, 조건 (나)에서 b는 -5보다 작고, 조건 (라)에서 a를 나타내는 점은 b를 나타내는 점보다 5를 나타내는 점에서 더 멀리 떨어져 있으므로
$a<b<-5$
$\therefore a<b<c$
이때 세 수 a, b, c를 수직선 위에 나타내면 다음 그림과 같다.



답 $a<b<c$

248 두 조건 (나), (라)에서 $d<b<0$
또 d가 음수이므로 조건 (다)에서 $c>0$
조건 (가)에서 a의 절댓값이 가장 작으므로
$d<b<a<0<c$ 또는 $d<b<0<a<c$
$\therefore d<b<a<c$
이때 네 수 a, b, c, d를 수직선 위에 나타내면 다음 그림과 같다.



답 $d<b<a<c$

유형 050 새로운 기호를 이용하여 정의한 수

본책 55쪽

두 유리수에 대하여 정의된 새로운 기호의 뜻을 파악하여 뜻에 맞는 수를 구한다.

249 0은 정수이므로 $<0>=1$

3.6은 정수가 아닌 유리수이므로 $<3.6>=2$

$\frac{49}{7}=7$은 정수이므로 $\left\langle\frac{49}{7}\right\rangle=1$

$\therefore <0>+<3.6>-\left\langle\frac{49}{7}\right\rangle=1+2-1=2$

답 2

250 4와 -1 중 4의 절댓값이 크므로

$4\triangle(-1)=4$ … 1단계

$(-3)\bigcirc\{4\triangle(-1)\}=(-3)\bigcirc 4$에서 -3과 4 중 -3의 절댓값이 작으므로

$(-3)\bigcirc 4=-3$ … 2단계

답 -3

단계	채점 요소	비율
1	$4\triangle(-1)$의 값 구하기	50 %
2	$(-3)\bigcirc\{4\triangle(-1)\}$의 값 구하기	50 %

251 5.2보다 크지 않은 수, 즉 작거나 같은 수 중 가장 큰 정수는 5이므로 $[5.2]=5$ $\therefore a=5$

-4보다 크지 않은 수, 즉 작거나 같은 수 중 가장 큰 정수는 -4이므로

$[-4]=-4$ $\therefore b=-4$

답 $a=5$, $b=-4$

252 $-\frac{6}{5}$과 $-2=-\frac{10}{5}$에서 $-\frac{6}{5}>-2$이므로

$\left(-\frac{6}{5}\right)\triangle(-2)=\left|-\frac{6}{5}\right|=\frac{6}{5}$

$\left\{\left(-\frac{6}{5}\right)\triangle(-2)\right\}\triangle\frac{7}{6}=\frac{6}{5}\triangle\frac{7}{6}$이고, $\frac{6}{5}=\frac{36}{30}$과 $\frac{7}{6}=\frac{35}{30}$에서 $\frac{6}{5}>\frac{7}{6}$이므로

$\frac{6}{5}\triangle\frac{7}{6}=\left|\frac{6}{5}\right|=\frac{6}{5}$

답 $\frac{6}{5}$

만점 유형 도전하기

본책 56~57쪽

253 전략 절댓값의 뜻과 성질을 생각해 본다.

(1) 수직선 위에서 0을 나타내는 점과 어떤 수를 나타내는 점 사이의 거리를 그 수의 절댓값이라 한다.

(2) 태근: 절댓값이 0인 수는 0의 1개뿐이다.
즉 절댓값이 같은 수가 항상 2개인 것은 아니다.

보경: 절댓값이 5인 수는 5, -5이고 절댓값이 2인 수는 2, -2이다. 이때 5는 2와 -2보다 크지만 -5는 2와 -2보다 작으므로 절댓값이 5인 수가 절댓값이 2인 수보다 크다고 할 수 없다.

따라서 잘못 말한 사람은 태근, 보경이다.

답 풀이 참조

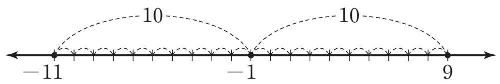
254 전략 주어진 조건을 만족시키는 정수 x를 구한다.

남휘: 수직선 위에서 -1을 나타내는 점은 x와 9를 나타내는 두 점의 한가운데에 있는 점이다.

수직선 위에서 -1과 9를 나타내는 두 점 사이의 거리는

$|-1|+|9|=1+9=10$

즉 수직선 위에서 x와 9를 나타내는 두 점은 -1을 나타내는 점으로부터의 거리가 각각 10이므로 x를 나타내는 점은 -1을 나타내는 점보다 왼쪽으로 10만큼 떨어져 있다.



따라서 위의 그림에서

$x=-11$

은미: 정수 x에 대하여 $|x|$의 값은 0 또는 자연수이다.

이때 $\frac{3}{2}=1.5$이므로 $1<|x|\le\frac{3}{2}$을 만족시키는 정수 $|x|$의 값은 없다.

성민: $-\frac{14}{3}=-4.666\cdots$이므로 두 유리수 $-\frac{14}{3}$와 1 사이에 있는 정수는 -4, -3, -2, -1, 0이다.

즉 가장 큰 수는 0이다.

따라서 잘못 말한 사람은 은미, 성민이다.

답 풀이 참조

255 전략 주어진 유리수가 정수인지 정수가 아닌 유리수인지를 판별한다.

A가 뽑은 카드에 적힌 수 중 정수는 -2, $\frac{18}{3}=6$, $\frac{52}{13}=4$의 3개이고, 정수가 아닌 유리수는 3.4, $\frac{2}{7}$, $-\frac{13}{7}$의 3개이므로

(A의 점수)$=1\times3+3\times3=12$ (점)

B가 뽑은 카드에 적힌 수 중 정수는 0, -8의 2개이고, 정수가 아닌 유리수는 $\frac{7}{9}$, $\frac{35}{6}$, -2.1, $-\frac{16}{5}$의 4개이므로

(B의 점수)$=1\times2+3\times4=14$ (점)

따라서 게임에서 이긴 사람은 B이다.

답 A: 12점, B: 14점, B

256 전략 어떤 수의 절댓값은 그 수에서 부호 +, −를 떼어 낸 수와 같다.

x와 -8이 적힌 면이 서로 마주 보고 있으므로

$x=8$

y와 -12가 적힌 면이 서로 마주 보고 있으므로

$y=12$

이때 $x=8$이므로

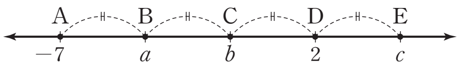
$z=2\times x=2\times8=16$

따라서 두 수 y, z, 즉 12, 16 사이에 존재하는 정수는 13, 14, 15의 3개이다.

답 3

257 전략 주어진 수를 수직선 위에 나타내어 두 점 사이의 거리를 구해 본다.

5개의 수 -7, a, b, 2, c를 나타내는 점을 각각 A, B, C, D, E라 하고 수직선 위에 나타내면 다음 그림과 같다.



수직선 위에서 두 점 A, D 사이의 거리는

$|-7|+|2|=7+2=9$

4개의 점 A, B, C, D 사이의 간격이 일정하므로 이웃한 두 점 사이의 거리는

$9\times\frac{1}{3}=3$

따라서 -7을 나타내는 점에서 오른쪽으로 3만큼 떨어진 점이 나타내는 수는 -4이므로 $a=-4$

-4를 나타내는 점에서 오른쪽으로 3만큼 떨어진 점이 나타내는 수는 -1이므로 $b=-1$

2를 나타내는 점에서 오른쪽으로 3만큼 떨어진 점이 나타내는 수는 5이므로 $c=5$

$\therefore |a|+|b|+|c|=|-4|+|-1|+|5|$

$=4+1+5=10$

답 10

258 전략 $x=-1, -2, -3, \cdots$일 때, 조건을 만족시키는 유리수의 개수를 조사한다.

(i) $x=-1$일 때, 조건을 만족시키는 유리수는

$-\frac{1}{9}, -\frac{2}{9}, -\frac{4}{9}, -\frac{5}{9}, -\frac{7}{9}, -\frac{8}{9}$의 6개

(ii) $x=-2$일 때, 조건을 만족시키는 유리수는

$-\frac{1}{9}, -\frac{2}{9}, -\frac{4}{9}, -\frac{5}{9}, -\frac{7}{9}, -\frac{8}{9}, -\frac{10}{9}, -\frac{11}{9},$

$-\frac{13}{9}, -\frac{14}{9}, -\frac{16}{9}, -\frac{17}{9}$의 12개

(iii) $x=-3$일 때, 조건을 만족시키는 유리수는

$-\frac{1}{9}, -\frac{2}{9}, -\frac{4}{9}, -\frac{5}{9}, -\frac{7}{9}, -\frac{8}{9}, -\frac{10}{9}, -\frac{11}{9},$

$-\frac{13}{9}, -\frac{14}{9}, -\frac{16}{9}, -\frac{17}{9}, -\frac{19}{9}, -\frac{20}{9}, -\frac{22}{9},$

$-\frac{23}{9}, -\frac{25}{9}, -\frac{26}{9}$의 18개

⋮

이상에서 x가 1만큼 작아질 때마다 조건을 만족시키는 유리수는 6개씩 증가한다.

이때 $210=6\times35$이므로 구하는 정수 x는 -35이다. 답 -35

259 전략 조건 (가)를 만족시키는 x의 값을 먼저 구한 후 조건 (나)에 대입하여 y의 값을 찾는다.

조건 (가)에서 x는 $30=2\times3\times5$와 $45=3^2\times5$의 최대공약수인 $3\times5=15$의 약수이므로

$x=1, 3, 5, 15$

조건 (나)에서

(i) $x=1$일 때, $\frac{2}{5}<|y|<\frac{3}{5}$

이를 만족시키는 정수 y는 없다.

(ii) $x=3$일 때, $\frac{2}{5}<\left|\frac{y}{3}\right|<\frac{3}{5}$

$\frac{6}{15}<\left|\frac{5\times y}{15}\right|<\frac{9}{15}$에서

$6<|5\times y|<9$

이를 만족시키는 정수 y는 없다.

(iii) $x=5$일 때, $\frac{2}{5}<\left|\frac{y}{5}\right|<\frac{3}{5}$

$2<|y|<3$

이를 만족시키는 정수 y는 없다.

(iv) $x=15$일 때, $\frac{2}{5}<\left|\frac{y}{15}\right|<\frac{3}{5}$

$\frac{6}{15}<\left|\frac{y}{15}\right|<\frac{9}{15}$에서

$6<|y|<9$

y는 정수이므로 $|y|$의 값이 될 수 있는 것은 7, 8이다.

$\therefore y=7$ 또는 $y=-7$ 또는 $y=8$ 또는 $y=-8$

이상에서 조건을 모두 만족시키는 (x, y)는

$(15, 7), (15, -7), (15, 8), (15, -8)$

의 4개이다. 답 4

260 전략 주어진 새로운 기호의 뜻에 따라 두 수의 절댓값을 비교한다.

$(-8\triangle6)\bigtriangledown(m\triangle7)=7$에서 $-8\triangle6=-8$이므로

$-8\bigtriangledown(m\triangle7)=7$

따라서 $m\triangle7=7$이어야 한다.

(i) $|m|\ge7$일 때,

$m\triangle7=m$ $\therefore m=7$

(ii) $|m|<7$일 때,

$m\triangle7=7$

즉 $|m|<7$을 만족시키는 정수 m은 $-7<m<7$이므로

$-6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6$

(i), (ii)에서 주어진 조건을 모두 만족시키는 정수 m은

$-6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$

의 14개이다. 답 ③

시험 만점 완성하기

본책 58~61쪽

261 전략 '~후, 증가, 지상'일 때에는 양의 부호 +를, '~전, 감소, 지하'일 때에는 음의 부호 −를 붙여서 나타낸다.

① -10분

② -20점

③ -3 kg

④ $+38$명

⑤ -2층

따라서 부호가 나머지 넷과 다른 하나는 ④이다. 답 ④

262 전략 분수로 주어진 유리수는 기약분수로 나타내어 정수인지 정수가 아닌 유리수인지를 판단한다.

① -2, 0, 4는 모두 정수이다.

② -1, $\frac{5}{3}$, 3에서 -1, 3은 정수이고 $\frac{5}{3}$는 정수가 아닌 유리수이다.

③ $-\frac{8}{3}$, $\frac{12}{6}$, 5에서 $\frac{12}{6}=2$, 5는 정수이고 $-\frac{8}{3}$은 정수가 아닌 유리수이다.

④ $\frac{1}{4}$, 6, 7.1에서 6은 정수이고 $\frac{1}{4}$, 7.1은 정수가 아닌 유리수이다.

⑤ -5.4, $-\frac{2}{11}$, 2.9는 모두 정수가 아닌 유리수이다.

따라서 세 수가 모두 정수가 아닌 유리수인 것은 ⑤이다. 답 ⑤

263 전략 정수와 유리수의 성질을 생각해 본다.

ㄹ. 음의 유리수 중 가장 큰 수는 알 수 없다.

이상에서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ이다. 답 ④

264 전략 각 점이 나타내는 수를 구한 후 그 수가 정수인지 유리수인지 판별한다.

수직선 위의 점 A, B, C, D, E가 나타내는 수는 다음과 같다.

A: $-\frac{11}{3}$, B: -2, C: $-\frac{1}{2}$, D: $\frac{11}{4}$, E: 4

③ 정수는 -2, 4의 2개이다.

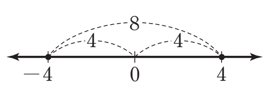
④ 음수는 $-\frac{11}{3}$, -2, $-\frac{1}{2}$의 3개이다.

⑤ 모두 유리수이므로 유리수는 5개이다.

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다. 답 ⑤

265 전략 수직선 위에서 절댓값이 같고 부호가 반대인 두 수 $+a$, $-a$를 나타내는 두 점 사이의 거리는 $2\times a$임을 이용한다.

절댓값이 4인 두 수는 4와 -4이므로 수직선 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같다.



따라서 두 점 사이의 거리는 8이다. 답 ③

266 전략 절댓값의 성질을 생각해 본다.

① 수를 수직선 위에 점으로 나타내었을 때 양수와 음수에 관계없이 0을 나타내는 점에서 멀리 떨어져 있을수록 절댓값이 크다.

② 음수의 절댓값은 양수이다.

③ 0의 절댓값은 0이다.

④ 절댓값이 $\frac{1}{3}$인 수는 $\frac{1}{3}$, $-\frac{1}{3}$이다.

따라서 옳은 것은 ⑤이다. 답 ⑤

267 전략 수를 수직선 위에 점으로 나타낼 때, 0을 나타내는 점에서 멀리 떨어질수록 절댓값이 커진다.

$|-3.6|=3.6$, $\left|\frac{32}{8}\right|=4$, $\left|-\frac{9}{2}\right|=\frac{9}{2}$, $|+3|=3$,

$\left|\frac{15}{7}\right|=\frac{15}{7}$, $|-5|=5$이므로

$$\left|\frac{15}{7}\right|<|+3|<|-3.6|<\left|\frac{32}{8}\right|<\left|-\frac{9}{2}\right|<|-5|$$

따라서 0을 나타내는 점에서 가장 멀리 떨어진 점이 나타내는 수는 -5, 0을 나타내는 점에서 가장 가까운 점이 나타내는 수는 $\frac{15}{7}$이므로

$a=-5$, $b=\frac{15}{7}$

$\therefore |a|-|b|=5-\frac{15}{7}=\frac{20}{7}$ 답 ②

268 전략 주어진 조건을 식으로 나타내어 본다.

$\left|\frac{n}{4}\right|<1$에서 $\left|\frac{n}{4}\right|<\frac{4}{4}$

$|n|<4$

$\therefore |n|=0, 1, 2, 3$

$|n|=0$일 때, $n=0$

$|n|=1$일 때, $n=1, -1$

$|n|=2$일 때, $n=2, -2$

$|n|=3$일 때, $n=3, -3$

따라서 조건을 만족시키는 정수 n은 7개이다. 답 ①

269 전략 먼저 a, b를 나타내는 두 점 사이의 거리를 구한다.

a가 b보다 11만큼 작으므로 두 수 a, b를 나타내는 두 점 사이의 거리는 11이다.

따라서 두 수를 나타내는 두 점은 0을 나타내는 점으로부터 거리가 각각 $11\times\frac{1}{2}=\frac{11}{2}$이다.

따라서 두 수는 $-\frac{11}{2}$, $\frac{11}{2}$이고 $a<b$이므로 a의 값은

$-\frac{11}{2}$ 답 ①

270 전략 양수끼리는 절댓값이 큰 수가 크고, 음수끼리는 절댓값이 큰 수가 작음을 이용한다.

④ $\left|-\frac{13}{3}\right|=\frac{13}{3}$, $|-4|=4=\frac{12}{3}$이므로

$\left|-\frac{13}{3}\right|>|-4|$

$\therefore -\frac{13}{3}<-4$

따라서 옳지 않은 것은 ④이다. 답 ④

271 전략 '초과, 미만, 이상, 이하'를 부등호를 사용하여 나타내는 방법을 생각해 본다.

ㄱ. a는 -3 이상이고 4 미만이다.

➜ $-3\le a<4$

ㄴ. a는 -3보다 크고 4 이하이다.

➜ $-3<a\le 4$

ㄷ. a는 -3보다 작지 않고 4보다 작다.

➜ $-3\le a<4$

ㄹ. a는 -3 초과이고 4보다 크지 않다.

➜ $-3<a\le 4$

이상에서 $-3\le a<4$를 나타내는 것은 ㄱ, ㄷ이다. 답 ②

272 전략 먼저 주어진 분수 $-\frac{13}{3}$과 $\frac{18}{5}$을 소수로 나타낸다.

$-\frac{13}{3}=-4.333\cdots$, $\frac{18}{5}=3.6$이므로 두 유리수 사이에 있는 정수는

$-4,\ -3,\ -2,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2,\ 3$

의 8개이다.

$\therefore\ a=8$

또 두 유리수 사이에 있는 자연수는

$1,\ 2,\ 3$

의 3개이므로 $b=3$

또 두 유리수 사이에 있는 음의 정수는

$-4,\ -3,\ -2,\ -1$

의 4개이므로 $c=4$

$\therefore\ a+b+c=8+3+4=15$

답 ③

273 전략 $\frac{1}{4}$과 $\frac{6}{7}$을 분모가 28인 분수로 통분한 후 두 수 사이에 있는 분모가 28인 기약분수를 찾는다.

$\frac{1}{4}=\frac{7}{28}$, $\frac{6}{7}=\frac{24}{28}$이므로 $\frac{1}{4}$과 $\frac{6}{7}$ 사이에 있는 유리수 중에서 분모가 28인 기약분수는

$\frac{9}{28},\ \frac{11}{28},\ \frac{13}{28},\ \frac{15}{28},\ \frac{17}{28},\ \frac{19}{28},\ \frac{23}{28}$

의 7개이다.

답 ④

274 전략 주어진 새로운 기호의 뜻에 따라 $\left\langle\frac{10}{5}\right\rangle$, $<0>$, $\left\langle\frac{4}{3}\right\rangle$, $<-8>$의 값을 먼저 구한다.

$\frac{10}{5}=2$는 자연수이므로 $\left\langle\frac{10}{5}\right\rangle=0$

0, -8은 자연수가 아닌 정수이므로

$<0>=1$, $<-8>=1$

$\frac{4}{3}$는 정수가 아닌 유리수이므로

$\left\langle\frac{4}{3}\right\rangle=2$

$\left\langle\frac{10}{5}\right\rangle+<a>+<0>+\left\langle\frac{4}{3}\right\rangle+<-8>=5$에서

$0+<a>+1+2+1=5$

$\therefore\ <a>=1$

따라서 a는 자연수가 아닌 정수이므로 a의 값이 될 수 있는 것은 ②이다.

답 ②

275 전략 어떤 수의 절댓값은 그 수에서 부호 $+$, $-$를 떼어 낸 수와 같다.

$\left|\frac{7}{4}\right|=1.75$, $|-3|=3$, $|0.6|=0.6$, $|0|=0$,

$\left|\frac{8}{3}\right|=2.666\cdots$, $|-2.5|=2.5$이므로

$|0|<|0.6|<\left|\frac{7}{4}\right|<|-2.5|<\left|\frac{8}{3}\right|<|-3|$

따라서 절댓값이 두 번째로 큰 수는 $\frac{8}{3}$이다.

답 $\frac{8}{3}$

276 전략 두 유리수 사이에 있는 정수를 찾을 때, 유리수가 분수로 주어진 경우 소수로 나타내면 편리하다.

절댓값이 $\frac{9}{4}$인 두 수는 $\frac{9}{4},\ -\frac{9}{4}$

$\frac{9}{4}=2.25$, $-\frac{9}{4}=-2.25$이므로 두 수 사이에 있는 정수는

$-2,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2$

의 5개이다.

답 5

277 전략 수직선 위에서 절댓값이 같고 부호가 반대인 두 수 $+k$, $-k$를 나타내는 두 점 사이의 거리는 $2\times k$임을 이용한다.

$b=a+\frac{7}{5}$에서 두 수 a, b를 나타내는 두 점 사이의 거리는 $\frac{7}{5}$이다.

따라서 두 수를 나타내는 두 점은 0을 나타내는 점으로부터의 거리가 각각 $\frac{7}{5}\times\frac{1}{2}=\frac{7}{10}$이다.

따라서 두 수는 $-\frac{7}{10}$, $\frac{7}{10}$이고 $a<b$이므로 a의 값은

$-\frac{7}{10}$

답 $-\frac{7}{10}$

278 전략 각 조건을 만족시키는 정수를 찾은 후 모든 조건을 동시에 만족시키는 정수를 구한다.

조건 (가)에서 $-1<x\le6$이므로 정수 x는

$0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6$

조건 (나)에서 $|x|\le4$이므로 정수 x는

$-4,\ -3,\ -2,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4$

조건 (다)에서 정수 x는 $2,\ 4,\ 6,\ 8$

세 조건을 모두 만족시키는 정수 x는 2, 4이므로

$M=4$, $m=2$

$\therefore\ M-m=4-2=2$

답 2

279 전략 세 수의 대소 관계를 조사할 때에는 수직선 위에서 조건을 만족시키는 수를 생각하면 편리하다.

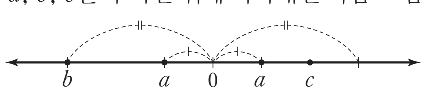
조건 (가)에서 $b<0$이므로 조건 (나)에서 $b<0<c<|b|$

이때 조건 (다)에서 a의 절댓값이 c의 절댓값보다 작으므로

$b<a<0<c$ 또는 $b<0<a<c$

$\therefore\ b<a<c$

이때 세 수 a, b, c를 수직선 위에 나타내면 다음 그림과 같다.



답 $b<a<c$

280 전략 'x보다 크지 않은 수'는 'x보다 작거나 같은 수'임을 이용한다.

$-\frac{7}{2}=-3.5$보다 크지 않은 수, 즉 작거나 같은 수 중 가장 큰 정수는 -4이므로

$\left[-\frac{7}{2}\right]=-4$ $\therefore\ a=-4$

0보다 크지 않은 수, 즉 작거나 같은 수 중 가장 큰 정수는 0이므로

$[0]=0 \qquad \therefore b=0$

2.4보다 크지 않은 수, 즉 작거나 같은 수 중 가장 큰 정수는 2이므로

$[2.4]=2 \qquad \therefore c=2$

$\therefore |a|+|b|+|c|=|-4|+|0|+|2|$

$=4+0+2=6$

답 6

281 전략 점 B는 두 점 A, C로부터 같은 거리에 있는 점임을 이용한다.

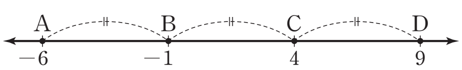
두 점 A, C가 나타내는 수는 각각 -6, 4이므로 두 점 A, C 사이의 거리는

$|-6|+|4|=6+4=10$ … 1단계

따라서 두 점 A와 B, 두 점 B와 C, 두 점 C와 D 사이의 거리는

$10\times\frac{1}{2}=5$ … 2단계

점 D는 점 C에서 오른쪽으로 5만큼 떨어져 있으므로 점 D가 나타내는 수는 9이다. … 3단계



답 9

단계	채점 요소	배점
1	두 점 A, C 사이의 거리 구하기	2점
2	두 점 A와 B, 두 점 B와 C, 두 점 C와 D 사이의 거리 구하기	1점
3	점 D가 나타내는 수 구하기	2점

282 전략 주어진 수를 소수로 나타내어 a, b의 값을 구한다.

$-\frac{44}{5}=-8.8$에 가장 가까운 정수는 -9이므로

$a=-9$ … 1단계

$\frac{17}{3}=5.666\cdots$에서 $\frac{17}{3}$에 가장 가까운 정수는 6이므로

$b=6$ … 2단계

따라서 두 정수 a, b 사이에 있는 모든 정수는

$-8,\ -7,\ -6,\ -5,\ -4,\ -3,\ -2,\ -1,\ 0,$
$1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5$ … 3단계

이므로 모든 정수의 절댓값의 합은

$2\times(1+2+3+4+5)+6+7+8=51$ … 4단계

답 51

단계	채점 요소	배점
1	a의 값 구하기	1점
2	b의 값 구하기	1점
3	두 정수 a, b 사이에 있는 모든 정수 구하기	1점
4	모든 정수의 절댓값의 합 구하기	1점

283 전략 먼저 각 조건을 만족시키는 정수를 찾은 후 두 조건을 동시에 만족시키는 정수를 구한다.

(1) 조건 ㈎를 부등호를 사용하여 나타내면

$-\frac{9}{4}\le a\le\frac{10}{3}$

조건 ㈏를 부등호를 사용하여 나타내면

$1\le|a|<5$ … 1단계

(2) 조건 ㈎에서 $-\frac{9}{4}=-2.25$, $\frac{10}{3}=3.333\cdots$이므로 조건 ㈎를 만족시키는 정수 a는

$-2,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2,\ 3$

조건 ㈏에서 $1\le|a|<5$이므로

$|a|=1,\ 2,\ 3,\ 4$

$|a|=1$에서 $\quad a=1,\ -1$

$|a|=2$에서 $\quad a=2,\ -2$

$|a|=3$에서 $\quad a=3,\ -3$

$|a|=4$에서 $\quad a=4,\ -4$

따라서 두 조건을 모두 만족시키는 정수 a는

$-2,\ -1,\ 1,\ 2,\ 3$

의 5개이다. … 2단계

답 (1) $-\frac{9}{4}\le a\le\frac{10}{3}$, $1\le|a|<5$ (2) 5

단계	채점 요소	배점
1	두 조건을 각각 부등호를 사용하여 나타내기	2점
2	두 조건을 모두 만족시키는 정수 a의 개수 구하기	3점

284 전략 주어진 조건을 만족시키는 수를 수직선 위에 점으로 나타내어 0을 나타내는 점으로부터의 거리를 구해 본다.

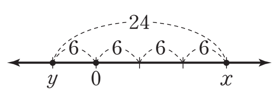
$|x|=3\times|y|$이므로 수직선 위에서 0을 나타내는 점과 x를 나타내는 점 사이의 거리는 0을 나타내는 점과 y를 나타내는 점 사이의 거리의 3배이다.

수직선 위에서 x, y를 나타내는 두 점 사이의 거리가 24이고 x와 y의 부호가 서로 다르므로 부호에 따라 경우를 나누면 다음과 같다.

(ⅰ) x는 양수, y는 음수일 때,

오른쪽 그림에서

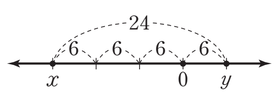
$x=18,\ y=-6$ … 1단계



(ⅱ) x는 음수, y는 양수일 때,

오른쪽 그림에서

$x=-18,\ y=6$ … 2단계



(ⅰ), (ⅱ)에서 y의 값을 모두 구하면

$6,\ -6$ … 3단계

답 $6,\ -6$

단계	채점 요소	배점
1	x는 양수, y는 음수일 때 x, y의 값 구하기	2점
2	x는 음수, y는 양수일 때 x, y의 값 구하기	2점
3	y의 값 모두 구하기	2점

II. 정수와 유리수

04 정수와 유리수의 계산

셀프 CHECK

본책 62~63쪽

A (1) $(+3)+(+6)=+(3+6)=+9$

(2) $(+8)+(-15)=-(15-8)=-7$

(3) $(-9)+(+9)=0$

(4) $(-6.4)+(-3.6)=-(6.4+3.6)=-10$

(5) $\left(+\frac{1}{2}\right)+\left(+\frac{7}{2}\right)=+\left(\frac{1}{2}+\frac{7}{2}\right)=+4$

(6) $(-4.7)+(+1.2)+(-1.5)$

$=(-4.7)+(-1.5)+(+1.2)$

$=\{(-4.7)+(-1.5)\}+(+1.2)$

$=(-6.2)+(+1.2)$

$=-(6.2-1.2)=-5$

답 (1) $+9$ (2) -7 (3) 0 (4) -10 (5) $+4$ (6) -5

B (1) $(+4)-(+9)=(+4)+(-9)$

$=-(9-4)=-5$

(2) $(-5)-(-2)=(-5)+(+2)=-(5-2)=-3$

(3) $(-8)-(+8)=(-8)+(-8)=-(8+8)=-16$

(4) $(+7.3)-(-1.6)=(+7.3)+(+1.6)$

$=+(7.3+1.6)=+8.9$

(5) $\left(-\frac{1}{6}\right)-\left(-\frac{7}{6}\right)=\left(-\frac{1}{6}\right)+\left(+\frac{7}{6}\right)$

$=+\left(\frac{7}{6}-\frac{1}{6}\right)=+1$

(6) $(+5.1)-(-1.3)-(+4.6)$

$=(+5.1)+(+1.3)+(-4.6)$

$=\{(+5.1)+(+1.3)\}+(-4.6)$

$=(+6.4)+(-4.6)$

$=+(6.4-4.6)=+1.8$

답 (1) -5 (2) -3 (3) -16 (4) $+8.9$ (5) $+1$ (6) $+1.8$

C (1) $-9+3-2=(-9)+(+3)-(+2)$

$=(-9)+(+3)+(-2)$

$=\{(-9)+(-2)\}+(+3)$

$=(-11)+(+3)=-8$

(2) $-5+1-7+6=(-5)+(+1)-(+7)+(+6)$

$=(-5)+(+1)+(-7)+(+6)$

$=\{(-5)+(-7)\}+\{(+1)+(+6)\}$

$=(-12)+(+7)=-5$

(3) $2.6-5.2+1.4$

$=(+2.6)-(+5.2)+(+1.4)$

$=(+2.6)+(-5.2)+(+1.4)$

$=\{(+2.6)+(+1.4)\}+(-5.2)$

$=(+4)+(-5.2)=-1.2$

(4) $\frac{5}{4}-\frac{1}{2}-\frac{3}{8}=\left(+\frac{5}{4}\right)-\left(+\frac{1}{2}\right)-\left(+\frac{3}{8}\right)$

$=\left(+\frac{5}{4}\right)+\left(-\frac{1}{2}\right)+\left(-\frac{3}{8}\right)$

$=\left(+\frac{5}{4}\right)+\left\{\left(-\frac{4}{8}\right)+\left(-\frac{3}{8}\right)\right\}$

$=\left(+\frac{10}{8}\right)+\left(-\frac{7}{8}\right)=\frac{3}{8}$

답 (1) -8 (2) -5 (3) -1.2 (4) $\frac{3}{8}$

D (1) $(+5)\times(-3)=-(5\times3)=-15$

(2) $(+0.4)\times(+25)=+(0.4\times25)=+10$

(3) $\left(-\frac{3}{7}\right)\times\left(-\frac{14}{3}\right)=+\left(\frac{3}{7}\times\frac{14}{3}\right)=+2$

(4) $\left(-\frac{1}{8}\right)\times0=0$

(5) $(-12)\times\left(+\frac{5}{6}\right)=-\left(12\times\frac{5}{6}\right)=-10$

(6) $\left(+\frac{7}{4}\right)\times\left(-\frac{10}{21}\right)\times(-9)=+\left(\frac{7}{4}\times\frac{10}{21}\times9\right)=+\frac{15}{2}$

답 (1) -15 (2) $+10$ (3) $+2$ (4) 0 (5) -10 (6) $+\frac{15}{2}$

E (1) $(+8)\div(-4)=-(8\div4)=-2$

(2) $(-15)\div(+5)=-(15\div5)=-3$

(3) $(+2.7)\div(+0.9)=+(2.7\div0.9)=+3$

(4) $(-4.8)\div(-6)=+(4.8\div6)=+0.8$

(5) $0\div(+2)=0$

답 (1) -2 (2) -3 (3) $+3$ (4) $+0.8$ (5) 0

F 답 (1) $\frac{4}{5}$ (2) $-\frac{10}{3}$

G (1) $\left(-\frac{7}{2}\right)\div\left(-\frac{21}{5}\right)\times(+2)$

$=\left(-\frac{7}{2}\right)\times\left(-\frac{5}{21}\right)\times(+2)=\frac{5}{3}$

(2) $(+16)\times\left(-\frac{3}{4}\right)\div\left(+\frac{6}{11}\right)$

$=(+16)\times\left(-\frac{3}{4}\right)\times\left(+\frac{11}{6}\right)=-22$

(3) $3-\left(-\frac{1}{2}\right)^2\times\{12-(1-5)\}$

$=3-\frac{1}{4}\times\{12-(-4)\}$

$=3-\frac{1}{4}\times16$

$=3-4=-1$

(4) $\{-5^2-(1+6)\}\div\left(-\frac{4}{3}\right)$

$=(-25-7)\div\left(-\frac{4}{3}\right)$

$=(-32)\times\left(-\frac{3}{4}\right)=24$

답 (1) $\frac{5}{3}$ (2) -22 (3) -1 (4) 24

04 정수와 유리수의 계산

내신 유형 다지기

본책 64~81쪽

유형 051 유리수의 덧셈

본책 64쪽

(1) 부호가 같은 두 수의 덧셈

(양수)+(양수) ➜ +(절댓값의 합)

(음수)+(음수) ➜ −(절댓값의 합)

(2) 부호가 다른 두 수의 덧셈

(양수)+(음수), (음수)+(양수) ➜ ●(절댓값의 차)

● : 절댓값이 큰 수의 부호

285 ① $(+8)+(-10)=-(10-8)=-2$

② $(-5)+(-4)=-(5+4)=-9$

③ $(-1.7)+(+6.7)=+(6.7-1.7)=5$

④ $\left(+\frac{1}{4}\right)+\left(+\frac{1}{2}\right)=\left(+\frac{1}{4}\right)+\left(+\frac{2}{4}\right)=+\left(\frac{1}{4}+\frac{2}{4}\right)=\frac{3}{4}$

⑤ $\left(-\frac{1}{3}\right)+\left(+\frac{2}{5}\right)=\left(-\frac{5}{15}\right)+\left(+\frac{6}{15}\right)=+\left(\frac{6}{15}-\frac{5}{15}\right)=\frac{1}{15}$

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다. 답 ⑤

286 ① $(-3)+(+6)=+(6-3)=3$

② $(+2.9)+(-0.5)=+(2.9-0.5)=2.4$

③ $(-4.3)+(+3.1)=-(4.3-3.1)=-1.2$

④ $\left(-\frac{1}{6}\right)+\left(-\frac{2}{3}\right)=\left(-\frac{1}{6}\right)+\left(-\frac{4}{6}\right)=-\left(\frac{1}{6}+\frac{4}{6}\right)$

$=-\frac{5}{6}$

⑤ $\left(+\frac{5}{4}\right)+\left(-\frac{5}{8}\right)=\left(+\frac{10}{8}\right)+\left(-\frac{5}{8}\right)=+\left(\frac{10}{8}-\frac{5}{8}\right)=\frac{5}{8}$

따라서 계산 결과가 가장 작은 것은 ③이다. 답 ③

287 $a=(+11)+(-9)=+(11-9)=2$

$b=\left(-\frac{3}{2}\right)+\left(-\frac{4}{7}\right)=\left(-\frac{21}{14}\right)+\left(-\frac{8}{14}\right)$

$=-\left(\frac{21}{14}+\frac{8}{14}\right)=-\frac{29}{14}$

$\therefore a+b=(+2)+\left(-\frac{29}{14}\right)$

$=\left(+\frac{28}{14}\right)+\left(-\frac{29}{14}\right)$

$=-\left(\frac{29}{14}-\frac{28}{14}\right)=-\frac{1}{14}$ 답 $-\frac{1}{14}$

288 $-3.2<-\frac{11}{4}<-1.6<+\frac{9}{5}<+\frac{7}{3}$이므로

$a=+\frac{7}{3}$

$|-1.6|<\left|+\frac{9}{5}\right|<\left|+\frac{7}{3}\right|<\left|-\frac{11}{4}\right|<|-3.2|$이므로

$b=-1.6$

$\therefore a+b=\left(+\frac{7}{3}\right)+(-1.6)=\left(+\frac{7}{3}\right)+\left(-\frac{8}{5}\right)$

$=\left(+\frac{35}{15}\right)+\left(-\frac{24}{15}\right)=+\left(\frac{35}{15}-\frac{24}{15}\right)$

$=\frac{11}{15}$ 답 $\frac{11}{15}$

유형 052 덧셈의 계산 법칙

본책 64쪽

① 덧셈의 교환법칙

➜ 더하는 두 수의 순서를 바꾸어 더해도 그 결과는 같다.

➜ 두 수 a, b에 대하여 $a+b=b+a$

② 덧셈의 결합법칙

➜ 어느 두 수를 먼저 더해도 그 결과는 같다.

➜ 세 수 a, b, c에 대하여 $(a+b)+c=a+(b+c)$

289 (가) 교환 (나) 결합 (다) -2 (라) 1 답 ②

290 $(+1.6)+(-8)+(+4.6)$

$=(+1.6)+(+4.6)+(-8)$ … 1단계

$=\{(+1.6)+(+4.6)\}+(-8)$ … 2단계

$=(+6.2)+(-8)=-1.8$ … 3단계

답 -1.8

단계	채점 요소	비율
1	덧셈의 교환법칙 이용하기	30 %
2	덧셈의 결합법칙 이용하기	30 %
3	답 구하기	40 %

유형 053 유리수의 뺄셈

본책 65쪽

뺄셈은 빼는 수의 부호를 바꾸어 덧셈으로 고쳐서 계산한다.

$$\rightarrow \begin{cases} \blacktriangle-(+\blacksquare)=\blacktriangle+(-\blacksquare) \\ \blacktriangle-(-\blacksquare)=\blacktriangle+(+\blacksquare) \end{cases}$$

291 ① $(+6)-(-3)=(+6)+(+3)=9$

② $(-0.3)-(+1.5)=(-0.3)+(-1.5)=-1.8$

③ $(-2.4)-(-8.4)=(-2.4)+(+8.4)=6$

④ $\left(+\frac{5}{6}\right)-\left(+\frac{2}{3}\right)=\left(+\frac{5}{6}\right)+\left(-\frac{4}{6}\right)=\frac{1}{6}$

⑤ $\left(-\frac{4}{3}\right)-\left(-\frac{1}{4}\right)=\left(-\frac{16}{12}\right)+\left(+\frac{3}{12}\right)=-\frac{13}{12}$

따라서 옳은 것은 ③이다. 답 ③

292 ㄱ. $(+2.6)-(-1.7)=(+2.6)+(+1.7)=4.3$

ㄴ. $(-0.4)-(+1.5)=(-0.4)+(-1.5)=-1.9$

ㄷ. $\left(+\frac{1}{5}\right)-\left(+\frac{1}{6}\right)=\left(+\frac{6}{30}\right)+\left(-\frac{5}{30}\right)=\frac{1}{30}$

ㄹ. $\left(-\frac{7}{4}\right)-\left(-\frac{13}{8}\right)=\left(-\frac{14}{8}\right)+\left(+\frac{13}{8}\right)=-\frac{1}{8}$

이상에서 계산 결과가 양수인 것은 ㄱ, ㄷ이다. 답 ②

293 $A=(+4)-(+7)=(+4)+(-7)=-3$ … 1단계

$B=\left(-\frac{1}{2}\right)-\left(-\frac{2}{3}\right)=\left(-\frac{3}{6}\right)+\left(+\frac{4}{6}\right)=\frac{1}{6}$ … 2단계

$\therefore |B|-|A|=\left|\frac{1}{6}\right|-|-3|=\frac{1}{6}-(+3)$

$=\frac{1}{6}+\left(-\frac{18}{6}\right)=-\frac{17}{6}$ … 3단계

답 $-\frac{17}{6}$

단계	채점 요소	비율
1	A의 값 구하기	40 %
2	B의 값 구하기	40 %
3	$\|B\|-\|A\|$의 값 구하기	20 %

294 각 요일의 일교차를 구하면

월요일: $(+6.1)-(-2.8)=8.9$ (℃)

화요일: $(+3.5)-(-5.6)=9.1$ (℃)

수요일: $(+5.4)-0=5.4$ (℃)

목요일: $(-2.7)-(-10.2)=7.5$ (℃)

금요일: $(+1)-(-6.3)=7.3$ (℃)

따라서 일교차가 가장 큰 요일은 화요일이다. 답 ②

유형 054 덧셈과 뺄셈의 혼합 계산

본책 65쪽

❶ 뺄셈은 모두 덧셈으로 고친다.
❷ 덧셈의 계산 법칙을 이용하여 계산한다.

295 $\left(-\frac{13}{6}\right)+\left(-\frac{1}{4}\right)-\left(-\frac{5}{12}\right)-(+3)$

$=\left(-\frac{13}{6}\right)+\left(-\frac{1}{4}\right)+\left(+\frac{5}{12}\right)+(-3)$

$=\left\{\left(-\frac{26}{12}\right)+\left(-\frac{3}{12}\right)\right\}+(-3)+\left(+\frac{5}{12}\right)$

$=\left\{\left(-\frac{29}{12}\right)+\left(-\frac{36}{12}\right)\right\}+\left(+\frac{5}{12}\right)$

$=\left(-\frac{65}{12}\right)+\left(+\frac{5}{12}\right)=-5$ 답 -5

296 ① $(-5)-(-4)+(+1)=(-5)+(+4)+(+1)$

$=(-5)+\{(+4)+(+1)\}$

$=(-5)+(+5)=0$

② $(+6)+(-9)-(-7)=(+6)+(-9)+(+7)$

$=\{(+6)+(+7)\}+(-9)$

$=(+13)+(-9)=4$

③ $(-2.4)-(+1.5)-(-3.6)$

$=(-2.4)+(-1.5)+(+3.6)$

$=\{(-2.4)+(-1.5)\}+(+3.6)$

$=(-3.9)+(+3.6)=-0.3$

④ $\left(-\frac{5}{4}\right)-\left(-\frac{1}{2}\right)+\left(-\frac{1}{4}\right)=\left(-\frac{5}{4}\right)+\left(+\frac{1}{2}\right)+\left(-\frac{1}{4}\right)$

$=\left\{\left(-\frac{5}{4}\right)+\left(-\frac{1}{4}\right)\right\}+\left(+\frac{1}{2}\right)$

$=\left(-\frac{3}{2}\right)+\left(+\frac{1}{2}\right)=-1$

⑤ $\left(+\frac{3}{5}\right)+\left(-\frac{8}{15}\right)-\left(+\frac{2}{3}\right)$

$=\left(+\frac{3}{5}\right)+\left(-\frac{8}{15}\right)+\left(-\frac{2}{3}\right)$

$=\left(+\frac{3}{5}\right)+\left\{\left(-\frac{8}{15}\right)+\left(-\frac{10}{15}\right)\right\}$

$=\left(+\frac{3}{5}\right)+\left(-\frac{6}{5}\right)=-\frac{3}{5}$

따라서 옳지 않은 것은 ④이다. 답 ④

297 계산한 결과가 가장 크려면 음수를 빼고 양수를 더해야 하므로

$A=(+12)\boxed{-}(-5)\boxed{+}(+3)$

$=(+12)+(+5)+(+3)=20$

계산한 결과가 가장 작으려면 음수를 더하고 양수를 빼야 하므로

$B=(+12)\boxed{+}(-5)\boxed{-}(+3)$

$=(+12)+(-5)+(-3)$

$=(+12)+\{(-5)+(-3)\}$

$=(+12)+(-8)=4$

$\therefore A+B=20+4=24$ 답 24

유형 055 부호가 생략된 수의 덧셈과 뺄셈

본책 66쪽

❶ 생략된 양의 부호 +와 괄호를 넣은 후 뺄셈은 모두 덧셈으로 고친다.
❷ 덧셈의 계산 법칙을 이용하여 계산한다.

298 ① $4-9+5=(+4)-(+9)+(+5)$

$=(+4)+(-9)+(+5)$

$=\{(+4)+(+5)\}+(-9)$

$=(+9)+(-9)=0$

② $-3-1+2=(-3)-(+1)+(+2)$

$=(-3)+(-1)+(+2)$

$=\{(-3)+(-1)\}+(+2)$

$=(-4)+(+2)=-2$

③ $2.6-0.8-1.9=(+2.6)-(+0.8)-(+1.9)$

$=(+2.6)+(-0.8)+(-1.9)$

$=(+2.6)+\{(-0.8)+(-1.9)\}$

$=(+2.6)+(-2.7)=-0.1$

④ $-\frac{3}{2}+\frac{1}{8}+\frac{1}{4}=\left(-\frac{3}{2}\right)+\left(+\frac{1}{8}\right)+\left(+\frac{1}{4}\right)$

$=\left(-\frac{12}{8}\right)+\left\{\left(+\frac{1}{8}\right)+\left(+\frac{2}{8}\right)\right\}$

$=\left(-\frac{12}{8}\right)+\left(+\frac{3}{8}\right)=-\frac{9}{8}$

⑤ $\frac{1}{15}+\frac{7}{3}-\frac{2}{5}=\left(+\frac{1}{15}\right)+\left(+\frac{7}{3}\right)-\left(+\frac{2}{5}\right)$

$=\left(+\frac{1}{15}\right)+\left(+\frac{7}{3}\right)+\left(-\frac{2}{5}\right)$

$=\left\{\left(+\frac{1}{15}\right)+\left(+\frac{35}{15}\right)\right\}+\left(-\frac{2}{5}\right)$

$=\left(+\frac{12}{5}\right)+\left(-\frac{2}{5}\right)=2$

따라서 계산 결과가 가장 작은 것은 ②이다. 답 ②

299 ㄱ. $1-9+13-3$
$=(+1)-(+9)+(+13)-(+3)$
$=(+1)+(-9)+(+13)+(-3)$
$=\{(+1)+(+13)\}+\{(-9)+(-3)\}$
$=(+14)+(-12)=2$

ㄴ. $\frac{3}{10}-\frac{2}{5}-\frac{3}{2}=\left(+\frac{3}{10}\right)-\left(+\frac{2}{5}\right)-\left(+\frac{3}{2}\right)$
$=\left(+\frac{3}{10}\right)+\left(-\frac{2}{5}\right)+\left(-\frac{3}{2}\right)$
$=\left(+\frac{3}{10}\right)+\left\{\left(-\frac{4}{10}\right)+\left(-\frac{15}{10}\right)\right\}$
$=\left(+\frac{3}{10}\right)+\left(-\frac{19}{10}\right)$
$=-\frac{8}{5}$

ㄷ. $-1.7+4.2-\frac{1}{4}=(-1.7)+(+4.2)-\left(+\frac{1}{4}\right)$
$=(-1.7)+(+4.2)+\left(-\frac{1}{4}\right)$
$=\{(-1.7)+(+4.2)\}+\left(-\frac{1}{4}\right)$
$=(+2.5)+\left(-\frac{1}{4}\right)$
$=\left(+\frac{10}{4}\right)+\left(-\frac{1}{4}\right)=\frac{9}{4}$

ㄹ. $\frac{5}{6}+0.8-\frac{2}{3}-1.5$
$=\left(+\frac{5}{6}\right)+(+0.8)-\left(+\frac{2}{3}\right)-(+1.5)$
$=\left(+\frac{5}{6}\right)+(+0.8)+\left(-\frac{2}{3}\right)+(-1.5)$
$=\left\{\left(+\frac{5}{6}\right)+\left(+\frac{4}{5}\right)\right\}+\left\{\left(-\frac{2}{3}\right)+\left(-\frac{3}{2}\right)\right\}$
$=\left\{\left(+\frac{25}{30}\right)+\left(+\frac{24}{30}\right)\right\}+\left\{\left(-\frac{4}{6}\right)+\left(-\frac{9}{6}\right)\right\}$
$=\left(+\frac{49}{30}\right)+\left(-\frac{13}{6}\right)$
$=\left(+\frac{49}{30}\right)+\left(-\frac{65}{30}\right)$
$=-\frac{8}{15}$

이상에서 계산 결과가 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ이다. 답 ④

300 $2-\frac{5}{4}+\frac{11}{8}-1.5$
$=(+2)-\left(+\frac{5}{4}\right)+\left(+\frac{11}{8}\right)-(+1.5)$
$=(+2)+\left(-\frac{5}{4}\right)+\left(+\frac{11}{8}\right)+(-1.5)$
$=\left\{\left(+\frac{16}{8}\right)+\left(+\frac{11}{8}\right)\right\}+\left\{\left(-\frac{5}{4}\right)+\left(-\frac{6}{4}\right)\right\}$
$=\left(+\frac{27}{8}\right)+\left(-\frac{22}{8}\right)=\frac{5}{8}$ … 1단계
따라서 $a=8$, $b=5$이므로
$a-b=8-5=3$ … 2단계
답 3

단계	채점 요소	비율
1	주어진 식 계산하기	80 %
2	$a-b$의 값 구하기	20 %

301 (주어진 식)
$=(+2)-(+4)+(+6)-(+8)+\cdots+(+98)-(+100)$
$=(+2)+(-4)+(+6)+(-8)+\cdots+(+98)+(-100)$
$=\{(+2)+(-4)\}+\{(+6)+(-8)\}+\cdots$
$+\{(+98)+(-100)\}$
$=\underbrace{(-2)+(-2)+\cdots+(-2)}_{25\text{개}}$
$=-50$ 답 -50

만점 공략 노트
$2-4+6-8+10-\cdots+98-100$을 계산할 때, 앞에서부터 순서대로 계산하는 것보다 2개씩 짝 지어 계산하는 것이 편리하다.

302 (주어진 식)
$=\left(\frac{1}{1}-\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)+\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\right)+\cdots+\left(\frac{1}{9}-\frac{1}{10}\right)$
$=1+\left(-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\right)+\left(-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}\right)+\left(-\frac{1}{4}+\frac{1}{4}\right)+\cdots$
$+\left(-\frac{1}{9}+\frac{1}{9}\right)-\frac{1}{10}$
$=1-\frac{1}{10}=\frac{9}{10}$ 답 $\frac{9}{10}$

303 $-\frac{3}{2}=-\frac{9}{6}$, $\frac{1}{3}=\frac{3}{9}$이므로 주어진 수를 작은 것부터 순서대로 나열하면
$-\frac{3}{2}$, $-\frac{1}{6}$, $\frac{2}{9}$, $\frac{1}{3}$
더하는 수가 가장 작을 때 계산한 결과가 가장 작게 되므로 ㉠, ㉢에는 네 수 중 $-\frac{3}{2}$, $-\frac{1}{6}$을 넣어야 한다. 또 빼는 수가 가장 클 때 계산한 결과는 가장 작게 되므로 ㉡에는 네 수 중 $\frac{1}{3}$을 넣어야 한다.
따라서 구하는 값은
$\boxed{-\frac{3}{2}}-\boxed{\frac{1}{3}}+\boxed{\left(-\frac{1}{6}\right)}=\left(-\frac{3}{2}\right)-\left(+\frac{1}{3}\right)+\left(-\frac{1}{6}\right)$
$=\left(-\frac{3}{2}\right)+\left(-\frac{1}{3}\right)+\left(-\frac{1}{6}\right)$
$=\left(-\frac{3}{2}\right)+\left\{\left(-\frac{2}{6}\right)+\left(-\frac{1}{6}\right)\right\}$
$=\left(-\frac{3}{2}\right)+\left(-\frac{1}{2}\right)=-2$
답 -2

참고 덧셈은 교환법칙이 성립하므로 ㉠에 $-\frac{1}{6}$을, ㉢에 $-\frac{3}{2}$을 넣어서 계산해도 결과는 동일하다.

유형 056 어떤 수보다 A만큼 큰 수 또는 작은 수 본책 67쪽

① 어떤 수보다 A만큼 큰 수 ➜ (어떤 수)$+A$
② 어떤 수보다 A만큼 작은 수 ➜ (어떤 수)$-A$

304 ① $-2-(-3)=-2+3=1$
② $5+(-7)=-2$

③ $-3+(-1)=-4$
④ $0-6=-6$
⑤ $6-(-2)=6+2=8$
따라서 가장 큰 수는 ⑤이다. 답 ⑤

305 $a=4+(-5)=-1$
$b=a-\frac{1}{2}=-1-\frac{1}{2}=-\frac{2}{2}-\frac{1}{2}=-\frac{3}{2}$
$\therefore |b|=\left|-\frac{3}{2}\right|=\frac{3}{2}$ 답 $\frac{3}{2}$

306 ㄱ. $9+(-11)=-2$
ㄴ. $-1.7-(-2)=-1.7+2=0.3$
ㄷ. $-\frac{4}{5}+\frac{2}{3}=-\frac{12}{15}+\frac{10}{15}=-\frac{2}{15}$
ㄹ. $\frac{7}{6}-\frac{5}{3}=\frac{7}{6}-\frac{10}{6}=-\frac{1}{2}$
이상에서 계산 결과가 음수인 것은 ㄱ, ㄷ, ㄹ이다. 답 ④

307 $a=\frac{5}{3}-\left(-\frac{1}{6}\right)=\frac{10}{6}+\frac{1}{6}=\frac{11}{6}$ … 1단계
$b=-\frac{7}{2}+\frac{1}{3}=-\frac{21}{6}+\frac{2}{6}=-\frac{19}{6}$ … 2단계
$\therefore a-b=\frac{11}{6}-\left(-\frac{19}{6}\right)=\frac{11}{6}+\frac{19}{6}=5$ … 3단계
답 5

단계	채점 요소	비율
1	a의 값 구하기	40 %
2	b의 값 구하기	40 %
3	$a-b$의 값 구하기	20 %

308 $a=-\frac{3}{2}-\frac{5}{4}=-\frac{6}{4}-\frac{5}{4}=-\frac{11}{4}$
$b=2.6+\left(-\frac{3}{5}\right)=\frac{13}{5}-\frac{3}{5}=2$
따라서 $a<x<b$, 즉 $-\frac{11}{4}<x<2$를 만족시키는 정수 x는
$-2, -1, 0, 1$
의 4개이다. 답 4

유형 057 덧셈과 뺄셈 사이의 관계

본책 67쪽

덧셈과 뺄셈 사이의 관계를 이용한다.
(1) $\square+A=B \rightarrow \square=B-A$
(2) $\square-A=B \rightarrow \square=B+A$

309 $A-(-5)=-3$에서
$A=-3+(-5)=-8$
$(-1)+B=6$에서 $B=6-(-1)=6+1=7$
$\therefore A-B=-8-7=-15$ 답 ①

310 $a+(-3.1)=-2$이므로
$a=-2-(-3.1)=-2+3.1=1.1$ … 1단계
$b-\frac{2}{5}=-\frac{1}{2}$이므로
$b=-\frac{1}{2}+\frac{2}{5}=-\frac{5}{10}+\frac{4}{10}=-\frac{1}{10}$ … 2단계
$\therefore a+b=1.1+\left(-\frac{1}{10}\right)=1.1+(-0.1)=1$ … 3단계
답 1

단계	채점 요소	비율
1	a의 값 구하기	30 %
2	b의 값 구하기	30 %
3	$a+b$의 값 구하기	40 %

311 $\frac{1}{6}-\square-\frac{3}{4}=-\frac{5}{4}$에서
$\frac{1}{6}-\square=-\frac{5}{4}+\frac{3}{4}=-\frac{1}{2}$
$\therefore \square=\frac{1}{6}-\left(-\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{6}+\frac{3}{6}=\frac{2}{3}$ 답 $\frac{2}{3}$

312 어떤 정수를 □라 하자.
□에 8을 더하면 양의 정수가 되므로 □는 -8보다 큰 정수이다.
$\therefore \square=-7, -6, -5, \cdots$ …… ㉠
또 □에 6을 더하면 음의 정수가 되므로 □는 -6보다 작은 정수이다.
$\therefore \square=-7, -8, -9, \cdots$ …… ㉡
㉠, ㉡에서 $\square=-7$ 답 -7

유형 058 바르게 계산한 답 구하기; 덧셈, 뺄셈

본책 68쪽

어떤 수에 ▲를 더해야 할 것을 잘못하여 뺐더니 ●가 되었다.
→ 어떤 수를 □라 하고 식을 세우면
□−▲=●
❶ 어떤 수 구하기: □=●+▲
❷ 바르게 계산한 답 구하기: □+▲

313 어떤 유리수를 □라 하면 $\square+(-6)=5$
$\therefore \square=5-(-6)=5+6=11$
따라서 바르게 계산하면
$11-(-6)=11+6=17$ 답 11, 17

314 어떤 유리수를 □라 하면 $\square-\frac{4}{3}=-1$
$\therefore \square=-1+\frac{4}{3}=-\frac{3}{3}+\frac{4}{3}=\frac{1}{3}$
따라서 바르게 계산하면 $\frac{1}{3}+\frac{4}{3}=\frac{5}{3}$ 답 $\frac{5}{3}$

315 어떤 유리수를 □라 하면 $-\frac{1}{2}+\square=\frac{3}{5}$
$\therefore \square=\frac{3}{5}-\left(-\frac{1}{2}\right)=\frac{3}{5}+\frac{1}{2}=\frac{6}{10}+\frac{5}{10}=\frac{11}{10}$ … 1단계
따라서 바르게 계산하면
$-\frac{1}{2}-\frac{11}{10}=-\frac{5}{10}-\frac{11}{10}=-\frac{8}{5}$ … 2단계
답 $-\frac{8}{5}$

04 정수와 유리수의 계산

단계	채점 요소	비율
1	어떤 유리수 구하기	60 %
2	바르게 계산한 답 구하기	40 %

유형 059 절댓값이 주어진 두 수의 덧셈과 뺄셈 본책 68쪽

두 수 a, b의 절댓값이 주어질 때, $a+b$ 또는 $a-b$의 값은 다음과 같은 순서로 구한다.

❶ 절댓값이 k $(k>0)$인 수는 k, $-k$임을 이용하여 모든 a, b의 값을 구한다.

❷ 다음을 이용하여 $a+b$ 또는 $a-b$의 값을 구한다.

➜ $a+b$의 값 중 $\begin{cases} \text{가장 큰 값: (양수)+(양수)} \\ \text{가장 작은 값: (음수)+(음수)} \end{cases}$

$a-b$의 값 중 $\begin{cases} \text{가장 큰 값: (양수)−(음수)} \\ \text{가장 작은 값: (음수)−(양수)} \end{cases}$

316 $|a|=9$에서 $a=9$ 또는 $a=-9$

$|b|=2$에서 $b=2$ 또는 $b=-2$

(i) $a=9$, $b=2$일 때,

$a+b=9+2=11$

(ii) $a=9$, $b=-2$일 때,

$a+b=9+(-2)=7$

(iii) $a=-9$, $b=2$일 때,

$a+b=-9+2=-7$

(iv) $a=-9$, $b=-2$일 때,

$a+b=-9+(-2)=-11$

이상에서 $a+b$의 값이 될 수 없는 것은 ③이다. 답 ③

317 a의 절댓값이 $\frac{7}{3}$이므로 $a=\frac{7}{3}$ 또는 $a=-\frac{7}{3}$

b의 절댓값이 $\frac{1}{6}$이므로 $b=\frac{1}{6}$ 또는 $b=-\frac{1}{6}$

$a+b$의 값 중 가장 작은 값은 a, b가 모두 음수일 때이다.

따라서 $a+b$의 값 중 가장 작은 값은

$-\frac{7}{3}+\left(-\frac{1}{6}\right)=-\frac{14}{6}+\left(-\frac{1}{6}\right)=-\frac{5}{2}$ 답 ①

318 $|a|<3$인 정수 a는

$-2, -1, 0, 1, 2$

$|b|<7$인 정수 b는

$-6, -5, -4, \cdots, 4, 5, 6$

따라서 $a-b$의 값 중 가장 큰 값은 $a=2$, $b=-6$일 때이므로 구하는 값은

$a-b=2-(-6)=8$ 답 8

319 a의 절댓값이 $\frac{3}{8}$이므로 $a=\frac{3}{8}$ 또는 $a=-\frac{3}{8}$

b의 절댓값이 $\frac{1}{2}$이므로 $b=\frac{1}{2}$ 또는 $b=-\frac{1}{2}$

$a-b$의 값 중 가장 큰 값은 a가 양수, b가 음수일 때이므로

$M=\frac{3}{8}-\left(-\frac{1}{2}\right)=\frac{3}{8}+\frac{4}{8}=\frac{7}{8}$

$a-b$의 값 중 가장 작은 값은 a가 음수, b가 양수일 때이므로

$m=-\frac{3}{8}-\frac{1}{2}=-\frac{3}{8}-\frac{4}{8}=-\frac{7}{8}$

$\therefore M-m=\frac{7}{8}-\left(-\frac{7}{8}\right)=\frac{7}{8}+\frac{7}{8}=\frac{7}{4}$ 답 $\frac{7}{4}$

320 조건 (가)에서 $|a|=3$이므로

$a=3$ 또는 $a=-3$

또 $|b|=\frac{5}{4}$이므로 $b=\frac{5}{4}$ 또는 $b=-\frac{5}{4}$ ··· 1단계

(i) $a=3$, $b=\frac{5}{4}$일 때,

$a+b=3+\frac{5}{4}=\frac{12}{4}+\frac{5}{4}=\frac{17}{4}$

(ii) $a=3$, $b=-\frac{5}{4}$일 때,

$a+b=3+\left(-\frac{5}{4}\right)=\frac{12}{4}+\left(-\frac{5}{4}\right)=\frac{7}{4}$

(iii) $a=-3$, $b=\frac{5}{4}$일 때,

$a+b=-3+\frac{5}{4}=-\frac{12}{4}+\frac{5}{4}=-\frac{7}{4}$

(iv) $a=-3$, $b=-\frac{5}{4}$일 때,

$a+b=-3+\left(-\frac{5}{4}\right)=-\frac{12}{4}+\left(-\frac{5}{4}\right)=-\frac{17}{4}$

조건 (나)에 의하여

$a=-3$, $b=\frac{5}{4}$ ··· 2단계

$\therefore b-a=\frac{5}{4}-(-3)=\frac{5}{4}+\frac{12}{4}=\frac{17}{4}$ ··· 3단계

답 $\frac{17}{4}$

단계	채점 요소	비율
1	조건 (가)를 만족시키는 a, b의 값 구하기	30 %
2	두 조건을 만족시키는 a, b의 값 구하기	50 %
3	$b-a$의 값 구하기	20 %

유형 060 덧셈과 뺄셈의 활용 (1) 본책 69쪽

주어진 상황을 덧셈과 뺄셈으로 나타낸다.

① 기준보다 증가하거나 커지면 ➜ +

② 기준보다 감소하거나 작아지면 ➜ −

321 $6000+300-100+800-700=6300$ (명) 답 6300명

322 일요일에 □개의 불량품이 발생했다고 하면

$\square+4-3+10-8+5=45$

$\square+8=45$ $\therefore \square=45-8=37$

즉 일요일에 발생한 불량품은 37개이다. 답 37개

323 워싱턴은 서울보다 $9-(-5)=9+5=14$ (시간)이 느리므로 $8-14=-6$

따라서 서울 시각이 11월 4일 오전 8시일 때 워싱턴 시각은 11월 3일 오후 6시이다.

답 ③

324 A 지점의 높이를 0 m라 하자.

A → B의 -9.2에서 B 지점은 A 지점보다 9.2 m만큼 낮으므로 B 지점의 높이는

$0-9.2=-9.2\,(\mathrm{m})$ … 1단계

B → C의 $+18.6$에서 C 지점은 B 지점보다 18.6 m만큼 높으므로 C 지점의 높이는

$-9.2+18.6=9.4\,(\mathrm{m})$ … 2단계

C → D의 $+16.3$에서 D 지점은 C 지점보다 16.3 m만큼 높으므로 D 지점의 높이는

$9.4+16.3=25.7\,(\mathrm{m})$ … 3단계

A → F의 -8.4에서 F 지점은 A 지점보다 8.4 m만큼 낮으므로 F 지점의 높이는

$0-8.4=-8.4\,(\mathrm{m})$ … 4단계

F → E의 $+8.7$에서 E 지점은 F 지점보다 8.7 m만큼 높으므로 E 지점의 높이는

$-8.4+8.7=0.3\,(\mathrm{m})$ … 5단계

따라서 가장 높은 지점은 D, 가장 낮은 지점은 B이므로 두 지점의 높이의 차는

$25.7-(-9.2)=25.7+9.2=34.9\,(\mathrm{m})$ … 6단계

답 34.9 m

단계	채점 요소	비율
1	A 지점을 기준으로 B 지점의 높이 구하기	10 %
2	A 지점을 기준으로 C 지점의 높이 구하기	10 %
3	A 지점을 기준으로 D 지점의 높이 구하기	10 %
4	A 지점을 기준으로 F 지점의 높이 구하기	10 %
5	A 지점을 기준으로 E 지점의 높이 구하기	10 %
6	가장 높은 지점과 가장 낮은 지점의 높이의 차 구하기	50 %

유형 061 덧셈과 뺄셈의 활용 (2)

본책 70쪽

❶ 수가 전부 주어진 변에서 한 변에 놓인 수의 합을 구한다.
❷ 나머지 변의 수의 합이 ❶의 결과와 같음을 이용한다.

325 $5+(-1)+2=6$이므로 한 변에 놓인 세 수의 합은 6이어야 한다.

$A+(-9)+5=6$에서 $A+(-4)=6$

$\therefore A=6-(-4)=6+4=10$

$A+3+B=6$에서 $10+3+B=6$

$13+B=6$ $\therefore B=6-13=-7$

$B+C+2=6$에서 $-7+C+2=6$

$C-5=6$ $\therefore C=6+5=11$

$\therefore A+B-C=10+(-7)-11$

$=3-11=-8$

답 -8

326 $\frac{13}{12}+\frac{1}{4}+\left(-\frac{7}{12}\right)=\frac{13}{12}+\frac{3}{12}+\left(-\frac{7}{12}\right)=\frac{3}{4}$이므로

가로, 세로, 대각선에 있는 세 수의 합은 $\frac{3}{4}$이어야 한다.

$\frac{13}{12}+a+\frac{1}{2}=\frac{3}{4}$에서 $\frac{13}{12}+a+\frac{6}{12}=\frac{9}{12}$

$a+\frac{19}{12}=\frac{9}{12}$ $\therefore a=\frac{9}{12}-\frac{19}{12}=-\frac{5}{6}$

$a+\frac{1}{4}+b=\frac{3}{4}$에서 $-\frac{5}{6}+\frac{1}{4}+b=\frac{3}{4}$

$-\frac{10}{12}+\frac{3}{12}+b=\frac{9}{12}$, $-\frac{7}{12}+b=\frac{9}{12}$

$\therefore b=\frac{9}{12}-\left(-\frac{7}{12}\right)=\frac{4}{3}$

답 $a=-\frac{5}{6}$, $b=\frac{4}{3}$

327 $a+b=\frac{4}{5}$

$c=-\frac{4}{3}+1=-\frac{4}{3}+\frac{3}{3}=-\frac{1}{3}$

$\therefore a+b+c=\frac{4}{5}+\left(-\frac{1}{3}\right)$

$=\frac{12}{15}+\left(-\frac{5}{15}\right)$

$=\frac{7}{15}$

답 ④

328 다음 그림과 같이 빈칸의 수를 왼쪽에서부터 차례대로 a, b, c라 하자.

$\frac{1}{6}$	5	a	-4	b	c	A

이웃하는 네 수의 합이 항상 $\frac{3}{2}$이므로

$\frac{1}{6}+5+a+(-4)=\frac{3}{2}$, $a+\frac{7}{6}=\frac{3}{2}$

$\therefore a=\frac{3}{2}-\frac{7}{6}=\frac{9}{6}-\frac{7}{6}=\frac{1}{3}$

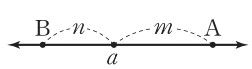
이때 $a+(-4)+b+c=(-4)+b+c+A$에서 $a=A$이므로

$A=a=\frac{1}{3}$

답 $\frac{1}{3}$

유형 062 덧셈과 뺄셈의 활용 (3)

본책 70쪽



오른쪽 수직선에서
(1) 점 A가 나타내는 수
➜ $a+m$
(2) 점 B가 나타내는 수
➜ $a-n$
(3) 두 점 A, B 사이의 거리
➜ (점 A가 나타내는 수)$-$(점 B가 나타내는 수)
➜ $(a+m)-(a-n)=m+n$

329 두 점 A, B 사이의 거리는

$1.5-\left(-\frac{1}{6}\right)=\frac{3}{2}+\frac{1}{6}=\frac{9}{6}+\frac{1}{6}=\frac{5}{3}$

답 $\frac{5}{3}$

330 점 A가 나타내는 수는

$$1-\frac{15}{4}+\frac{3}{2}=\frac{4}{4}-\frac{15}{4}+\frac{6}{4}=-\frac{5}{4}$$

답 ③

331 두 점 A, P 사이의 거리는

$$2-\left(-\frac{4}{3}\right)=\frac{6}{3}+\frac{4}{3}=\frac{10}{3}$$ … 1단계

두 점 P, B 사이의 거리도 $\frac{10}{3}$이므로 점 B가 나타내는 수는

$$2+\frac{10}{3}=\frac{16}{3}$$ … 2단계

답 $\frac{16}{3}$

단계	채점 요소	비율
1	두 점 A, P 사이의 거리 구하기	50 %
2	점 B가 나타내는 수 구하기	50 %

332 정사각형 ABCD의 넓이가 16이므로 한 변의 길이는 4이다.

a는 점 A로부터 거리가 4인 점이 나타내는 두 수 중 작은 수이므로

$$a=-\frac{3}{2}-4=-\frac{3}{2}-\frac{8}{2}=-\frac{11}{2}$$

b는 점 A로부터 거리가 4인 점이 나타내는 두 수 중 큰 수이므로

$$b=-\frac{3}{2}+4=-\frac{3}{2}+\frac{8}{2}=\frac{5}{2}$$

$$\therefore a-b=-\frac{11}{2}-\frac{5}{2}=-8$$

답 -8

유형 063 유리수의 곱셈

본책 71쪽

(1) 부호가 같은 두 수의 곱셈

(양수)×(양수), (음수)×(음수) ➜ +(절댓값의 곱)

(2) 부호가 다른 두 수의 곱셈

(양수)×(음수), (음수)×(양수) ➜ −(절댓값의 곱)

(3) 세 개 이상의 수의 곱셈

음수가 짝수 개 ➜ +(절댓값의 곱)

음수가 홀수 개 ➜ −(절댓값의 곱)

333 ① $(-2)\times(-6)=+(2\times6)=12$

② $\left(+\frac{4}{3}\right)\times(+9)=+\left(\frac{4}{3}\times9\right)=12$

③ $(-8)\times\left(-\frac{3}{2}\right)=+\left(8\times\frac{3}{2}\right)=12$

④ $\left(+\frac{28}{5}\right)\times\left(+\frac{15}{7}\right)=+\left(\frac{28}{5}\times\frac{15}{7}\right)=12$

⑤ $\left(-\frac{5}{4}\right)\times\left(-\frac{3}{2}\right)\times\left(+\frac{16}{5}\right)=+\left(\frac{5}{4}\times\frac{3}{2}\times\frac{16}{5}\right)=6$

따라서 계산 결과가 나머지 넷과 다른 하나는 ⑤이다. 답 ⑤

334 ① $\left(+\frac{6}{5}\right)\times0=0$

② $(-5)\times(+1.8)=-(5\times1.8)=-9$

③ $\left(-\frac{3}{5}\right)\times\left(-\frac{10}{21}\right)=+\left(\frac{3}{5}\times\frac{10}{21}\right)=\frac{2}{7}$

④ $(+18)\times\left(-\frac{5}{9}\right)\times\left(+\frac{3}{4}\right)$

$=-\left(18\times\frac{5}{9}\times\frac{3}{4}\right)=-\frac{15}{2}$

⑤ $\left(-\frac{2}{3}\right)\times\left(+\frac{5}{14}\right)\times\left(+\frac{9}{10}\right)$

$=-\left(\frac{2}{3}\times\frac{5}{14}\times\frac{9}{10}\right)=-\frac{3}{14}$

따라서 계산 결과가 옳지 않은 것은 ④이다. 답 ④

335 $A=\left(-\frac{3}{10}\right)\times\left(+\frac{5}{9}\right)\times\left(-\frac{12}{7}\right)$

$=+\left(\frac{3}{10}\times\frac{5}{9}\times\frac{12}{7}\right)=\frac{2}{7}$

$B=\left(+\frac{5}{2}\right)\times\left(-\frac{16}{7}\right)\times\left(-\frac{3}{4}\right)$

$=+\left(\frac{5}{2}\times\frac{16}{7}\times\frac{3}{4}\right)=\frac{30}{7}$

$\therefore B-A=\frac{30}{7}-\frac{2}{7}=4$

답 4

336 (가)에서 $\square=4-(-8)=4+8=12$

(나)에서 $\square=-\frac{2}{3}-1=-\frac{2}{3}-\frac{3}{3}=-\frac{5}{3}$

(다)에서 $\square=-\frac{7}{5}+\frac{1}{2}=-\frac{14}{10}+\frac{5}{10}=-\frac{9}{10}$

따라서 구하는 곱은

$$12\times\left(-\frac{5}{3}\right)\times\left(-\frac{9}{10}\right)=+\left(12\times\frac{5}{3}\times\frac{9}{10}\right)=18$$

답 18

337 $\left(\frac{1}{2}-1\right)\times\left(\frac{1}{3}-1\right)\times\left(\frac{1}{4}-1\right)\times\cdots\times\left(\frac{1}{50}-1\right)$

$=\left(-\frac{1}{2}\right)\times\left(-\frac{2}{3}\right)\times\left(-\frac{3}{4}\right)\times\cdots\times\left(-\frac{49}{50}\right)$

이때 음수가 49개로 홀수 개이므로

$$(\text{주어진 식})=-\left(\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}\times\frac{3}{4}\times\cdots\times\frac{49}{50}\right)=-\frac{1}{50}$$

답 ③

유형 064 곱셈의 계산 법칙

본책 72쪽

① 곱셈의 교환법칙

➜ 곱하는 두 수의 순서를 바꾸어 곱해도 그 결과는 같다.

➜ 두 수 a, b에 대하여 $a\times b=b\times a$

② 곱셈의 결합법칙

➜ 어느 두 수를 먼저 곱해도 그 결과는 같다.

➜ 세 수 a, b, c에 대하여 $(a\times b)\times c=a\times(b\times c)$

338 (가) 교환 (나) 결합 (다) -10 (라) -47 답 ①

339 $\left(+\frac{3}{4}\right)\times(-2.1)\times\left(-\frac{4}{9}\right)$

$=\left(+\frac{3}{4}\right)\times\left(-\frac{4}{9}\right)\times(-2.1)$ … 1단계

$=\left\{\left(+\frac{3}{4}\right)\times\left(-\frac{4}{9}\right)\right\}\times(-2.1)$ … 2단계

$=\left(-\frac{1}{3}\right)\times(-2.1)=0.7$ … 3단계

답 0.7

단계	채점 요소	비율
1	곱셈의 교환법칙 이용하기	30 %
2	곱셈의 결합법칙 이용하기	30 %
3	답 구하기	40 %

유형 065 네 유리수 중에서 세 수를 뽑아 곱하기

본책 72쪽

네 유리수 중에서 서로 다른 세 수를 뽑아 곱할 때

(1) 곱이 가장 큰 수를 만들려면

➜ 음수의 개수 ➜ 짝수 개
　 세 수의 절댓값의 곱 ➜ 가장 크게

(2) 곱이 가장 작은 수를 만들려면

➜ 음수의 개수 ➜ 홀수 개
　 세 수의 절댓값의 곱 ➜ 가장 크게

340 주어진 네 유리수 중 서로 다른 세 수를 뽑아 곱한 값이 가장 크려면 음수 2개, 양수 1개를 뽑아야 하고, 양수 1개는 절댓값이 큰 수이어야 한다. 즉 가장 큰 값은

$\left(-\frac{14}{3}\right)\times\left(-\frac{1}{2}\right)\times12=+\left(\frac{14}{3}\times\frac{1}{2}\times12\right)=28$

답 ⑤

341 주어진 네 유리수 중 서로 다른 세 수를 뽑아 곱한 값이 가장 작으려면 음수 1개, 양수 2개를 뽑아야 하고, 음수 1개는 절댓값이 큰 수이어야 한다. 즉 가장 작은 값은

$(-10)\times\frac{2}{5}\times\frac{1}{6}=-\left(10\times\frac{2}{5}\times\frac{1}{6}\right)=-\frac{2}{3}$

답 $-\frac{2}{3}$

342 주어진 네 유리수 중 서로 다른 세 수를 뽑아 곱한 값이 가장 크려면 음수 2개, 양수 1개를 뽑아야 하고, 음수 2개는 절댓값이 큰 수이어야 하므로

$a=(-6)\times\left(-\frac{3}{2}\right)\times\frac{7}{3}=+\left(6\times\frac{3}{2}\times\frac{7}{3}\right)=21$ … 1단계

주어진 네 유리수 중 서로 다른 세 수를 뽑아 곱한 값이 가장 작으려면 음수 3개를 뽑아야 하므로

$b=(-6)\times\left(-\frac{5}{9}\right)\times\left(-\frac{3}{2}\right)=-\left(6\times\frac{5}{9}\times\frac{3}{2}\right)=-5$

… 2단계

$\therefore a-b=21-(-5)=26$ … 3단계

답 26

단계	채점 요소	비율
1	a의 값 구하기	40 %
2	b의 값 구하기	40 %
3	$a-b$의 값 구하기	20 %

343 주어진 5개의 유리수 중 서로 다른 세 수를 뽑아 곱한 값이 가장 작으려면 음수 3개 또는 음수 1개, 양수 2개를 뽑아야 하고, 음수 1개는 절댓값이 큰 수이어야 한다.

음수 3개를 뽑아 곱한 값은

$\left(-\frac{8}{7}\right)\times(-3)\times(-2)=-\left(\frac{8}{7}\times3\times2\right)=-\frac{48}{7}$

음수 1개, 양수 2개를 뽑아 곱한 값은

$(-3)\times\frac{5}{2}\times\frac{4}{3}=-\left(3\times\frac{5}{2}\times\frac{4}{3}\right)=-10$

$-\frac{48}{7}>-10$이므로 $m=-10$

한편 서로 다른 세 수를 뽑아 곱한 값이 가장 크려면 음수 2개, 양수 1개를 뽑아야 하고, 음수 2개, 양수 1개는 각각 절댓값이 큰 수이어야 한다.

음수 2개, 양수 1개를 뽑아 곱한 값은

$(-3)\times(-2)\times\frac{5}{2}=+\left(3\times2\times\frac{5}{2}\right)=15$

$\therefore M=15$

따라서 $m<x<M$, 즉 $-10<x<15$를 만족시키는 정수 x는

$-9, -8, -7, \cdots, 12, 13, 14$

의 24개이다.

답 24

유형 066 거듭제곱의 계산

본책 73쪽

자연수 n에 대하여

(1) (양수)^{n}의 부호 ➜ 항상 $+$

(2) (음수)^{n}의 부호 ➜ n이 짝수이면 $+$, 홀수이면 $-$

344 ① $(-2)^4=16$

② $-3^3=-27$

③ $-(-4)^2=-16$

④ $-\frac{1}{3^4}=-\frac{1}{81}$

따라서 옳은 것은 ⑤이다.

답 ⑤

345 $(-3)^3\times\left(-\frac{5}{2}\right)^2\times\left(\frac{4}{9}\right)^2$

$=(-27)\times\frac{25}{4}\times\frac{16}{81}$

$=-\left(27\times\frac{25}{4}\times\frac{16}{81}\right)=-\frac{100}{3}$

답 $-\frac{100}{3}$

346 ① $(-2)^2\times(-3)=4\times(-3)=-12$

② $\left(\frac{1}{8}\right)^2\times(-2)^3=\frac{1}{64}\times(-8)=-\frac{1}{8}$

③ $\left(\frac{1}{3}\right)^2\times\left(-\frac{9}{4}\right)^2=\frac{1}{9}\times\frac{81}{16}=\frac{9}{16}$

④ $2^2\times(-3)^2\times\left(-\frac{1}{6}\right)=4\times9\times\left(-\frac{1}{6}\right)=-6$

⑤ $\left(-\frac{3}{5}\right)^2\times\left(-\frac{1}{2}\right)^3\times(-20)=\frac{9}{25}\times\left(-\frac{1}{8}\right)\times(-20)=\frac{9}{10}$

따라서 계산 결과가 가장 큰 것은 ⑤이다.

답 ⑤

유형 067 $(-1)^n$의 계산

본책 73쪽

$(-1)^n$에서

n이 $\begin{cases} \text{짝수이면} & (-1)^n=1 \\ \text{홀수이면} & (-1)^n=-1 \end{cases}$

347 ① $(-1)^2=1$
② $-(-1)^3=1$
③ $-(-1)^4=-1$
④ $\{-(-1)\}^5=1$
⑤ $\{-(-1)\}^6=1$
따라서 계산 결과가 나머지 넷과 다른 하나는 ③이다. 답 ③

348 $(-1)+(-1)^2+(-1)^3+\cdots+(-1)^{99}$
$=(-1)+1+(-1)+1+\cdots+(-1)+1+(-1)$
$=\{(-1)+1\}+\{(-1)+1\}+\cdots+\{(-1)+1\}+(-1)$
$=0+0+\cdots+0+(-1)$
$=-1$ 답 -1

349 n이 홀수이면 $n+1$은 짝수, $n\times2$는 짝수, $n\times3$은 홀수이다.
$\therefore (-1)^n\times(-1)^{n+1}+(-1)^{n\times2}\times(-1)^{n\times3}$
$=(-1)\times1+1\times(-1)=-2$ 답 ①

350 $(-1)^5\times(-1)^8\times(-1)^n=-1$에서
$(-1)\times1\times(-1)^n=-1$
$(-1)\times(-1)^n=-1$
$\therefore (-1)^n=1$ … 1단계
따라서 n은 짝수이다. … 2단계
$n+1$은 홀수, $n+2$는 짝수, $n+3$은 홀수이므로
$(-1)^{n+1}-(-1)^{n+2}+(-1)^{n+3}$
$=(-1)-1+(-1)=-3$ … 3단계
답 -3

단계	채점 요소	비율
1	$(-1)^n=1$임을 알기	30 %
2	n이 짝수임을 알기	30 %
3	식의 값 구하기	40 %

유형 068 분배법칙

본책 74쪽

세 수 a, b, c에 대하여
① $a\times(b+c)=a\times b+a\times c$
② $(a+b)\times c=a\times c+b\times c$

351 $a\times(b+c)=a\times b+a\times c$
$=(-2)+5$
$=3$ 답 ③

352 $(a-b)\times c=8$에서
$a\times c-b\times c=8$
$a\times c=12$이므로 $12-b\times c=8$
$\therefore b\times c=12-8=4$ 답 4

353 $59\times(-0.36)+41\times(-0.36)$
$=(59+41)\times(-0.36)$
$=100\times(-0.36)=-36$
따라서 $a=100$, $b=-36$이므로
$a+b=100+(-36)=64$ 답 ⑤

354 $A=6\times\left(-\frac{2}{7}\right)+8\times\left(-\frac{2}{7}\right)$
$=(6+8)\times\left(-\frac{2}{7}\right)=-4$ … 1단계
$B=0.4\times12.3-0.4\times2.3=0.4\times(12.3-2.3)=4$ … 2단계
따라서 -4보다 크고 4보다 작은 정수는
-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3
의 7개이다. … 3단계
답 7

단계	채점 요소	비율
1	A의 값 구하기	40 %
2	B의 값 구하기	40 %
3	A보다 크고 B보다 작은 정수의 개수 구하기	20 %

유형 069 역수

본책 74쪽

A와 B가 서로 역수이다.
➜ $A\times B=1$
➜ $A=\frac{1}{B}$, $B=\frac{1}{A}$

355 ㄱ. $0.25\times4=1$이므로 두 수는 서로 역수이다.
ㄴ. $-1\times1=-1$이므로 두 수는 서로 역수가 아니다.
ㄷ. $-1\frac{5}{7}=-\frac{12}{7}$이고 $-\frac{7}{12}\times\left(-\frac{12}{7}\right)=1$이므로 두 수는 서로 역수이다.
ㄹ. $0.3=\frac{3}{10}$이고 $\frac{3}{10}\times\frac{3}{10}=\frac{9}{100}$이므로 두 수는 서로 역수가 아니다.
이상에서 역수인 것끼리 짝 지어진 것은 ㄱ, ㄷ이다. 답 ②

356 $-\frac{5}{3}$의 역수는 $-\frac{3}{5}$이므로 $a=-\frac{3}{5}$
$1.8=\frac{9}{5}$의 역수는 $\frac{5}{9}$이므로 $b=\frac{5}{9}$
$\therefore a\times b=\left(-\frac{3}{5}\right)\times\frac{5}{9}=-\frac{1}{3}$ 답 ④

357 $-2.4=-\frac{12}{5}$의 역수는 $-\frac{5}{12}$

a의 역수를 b라 하면 $-\frac{5}{12}+b=\frac{1}{3}$이므로

$b=\frac{1}{3}-\left(-\frac{5}{12}\right)=\frac{4}{12}+\frac{5}{12}=\frac{3}{4}$

$\therefore a=\frac{4}{3}$ 답 $\frac{4}{3}$

유형 070 유리수의 나눗셈 본책 75쪽

(1) 부호가 같은 두 수의 나눗셈
(양수)÷(양수), (음수)÷(음수) → +(절댓값의 나눗셈의 몫)
(2) 부호가 다른 두 수의 나눗셈
(양수)÷(음수), (음수)÷(양수) → −(절댓값의 나눗셈의 몫)
(3) 나누는 수의 역수를 곱하여 계산한다.

358 ① $(-24)\div(-6)=+(24\div6)=4$
② $(+8)\div(-40)=-(8\div40)=-0.2$
③ $(-36)\div\left(+\frac{9}{2}\right)=(-36)\times\left(+\frac{2}{9}\right)=-8$
④ $\left(-\frac{18}{5}\right)\div\left(-\frac{6}{7}\right)=\left(-\frac{18}{5}\right)\times\left(-\frac{7}{6}\right)=\frac{21}{5}$
⑤ $\left(-\frac{4}{3}\right)\div(+24)=\left(-\frac{4}{3}\right)\times\left(+\frac{1}{24}\right)=-\frac{1}{18}$
따라서 계산 결과가 옳은 것은 ⑤이다. 답 ⑤

359 ① $(+9)\div(-3)=-(9\div3)=-3$
② $\left(-\frac{5}{2}\right)\div\left(+\frac{10}{3}\right)=\left(-\frac{5}{2}\right)\times\left(+\frac{3}{10}\right)=-\frac{3}{4}$
③ $\left(-\frac{3}{4}\right)\div\left(+\frac{6}{7}\right)=\left(-\frac{3}{4}\right)\times\left(+\frac{7}{6}\right)=-\frac{7}{8}$
④ $\left(+\frac{15}{8}\right)\div(+3)\div\left(-\frac{3}{2}\right)$
$=\left(+\frac{15}{8}\right)\times\left(+\frac{1}{3}\right)\times\left(-\frac{2}{3}\right)=-\frac{5}{12}$
⑤ $(-24)\div\left(+\frac{6}{5}\right)\div(+2)$
$=(-24)\times\left(+\frac{5}{6}\right)\times\left(+\frac{1}{2}\right)=-10$
따라서 계산 결과가 가장 작은 것은 ⑤이다. 답 ⑤

360 $a=\left(+\frac{6}{5}\right)\div\left(-\frac{7}{15}\right)\div\left(+\frac{9}{14}\right)\div\left(+\frac{3}{2}\right)$
$=\left(+\frac{6}{5}\right)\times\left(-\frac{15}{7}\right)\times\left(+\frac{14}{9}\right)\times\left(+\frac{2}{3}\right)$
$=-\frac{8}{3}$
따라서 $-\frac{8}{3}$보다 큰 음의 정수는 -2, -1이므로 구하는 합은
$-2+(-1)=-3$ 답 -3

361 곱이 1인 두 수는 서로 역수인 관계이므로 마주 보는 면에 적힌 두 수는 서로 역수이다.
-10의 역수는 $-\frac{1}{10}$이므로

$a=-\frac{1}{10}$ … 1단계

$\frac{2}{3}$의 역수는 $\frac{3}{2}$이므로

$b=\frac{3}{2}$ … 2단계

$-2.5=-\frac{5}{2}$의 역수는 $-\frac{2}{5}$이므로

$c=-\frac{2}{5}$ … 3단계

$\therefore a\div b\div c=\left(-\frac{1}{10}\right)\div\frac{3}{2}\div\left(-\frac{2}{5}\right)$
$=\left(-\frac{1}{10}\right)\times\frac{2}{3}\times\left(-\frac{5}{2}\right)=\frac{1}{6}$ … 4단계

답 $\frac{1}{6}$

단계	채점 요소	비율
1	a의 값 구하기	20 %
2	b의 값 구하기	20 %
3	c의 값 구하기	20 %
4	$a\div b\div c$의 값 구하기	40 %

유형 071 곱셈과 나눗셈의 혼합 계산 본책 75쪽

❶ 거듭제곱이 있으면 거듭제곱을 먼저 계산한다.
❷ 나눗셈은 역수를 이용하여 곱셈으로 고쳐서 계산한다.

362 ① $(-5)\times(+6)\div(+2)$
$=(-5)\times(+6)\times\left(+\frac{1}{2}\right)=-15$
② $(+14)\div(-21)\times(-3)$
$=(+14)\times\left(-\frac{1}{21}\right)\times(-3)=2$
③ $\left(+\frac{9}{10}\right)\times\left(-\frac{5}{6}\right)\div\left(-\frac{3}{7}\right)$
$=\left(+\frac{9}{10}\right)\times\left(-\frac{5}{6}\right)\times\left(-\frac{7}{3}\right)=\frac{7}{4}$
④ $\left(-\frac{1}{3}\right)^2\div\left(+\frac{5}{12}\right)\times(-15)$
$=\frac{1}{9}\div\left(+\frac{5}{12}\right)\times(-15)$
$=\frac{1}{9}\times\left(+\frac{12}{5}\right)\times(-15)$
$=-4$
⑤ $\left(-\frac{7}{16}\right)\times(-2)^3\div21=\left(-\frac{7}{16}\right)\times(-8)\times\frac{1}{21}=\frac{1}{6}$
따라서 계산 결과가 옳지 않은 것은 ④이다. 답 ④

363 $\frac{4}{5}\div\left(-\frac{3}{20}\right)\times\left(\frac{3}{2}\right)^3\div(-6)$
$=\frac{4}{5}\times\left(-\frac{20}{3}\right)\times\frac{27}{8}\times\left(-\frac{1}{6}\right)=3$ 답 3

364 $A=(-2)^4\times\left(-\frac{1}{3}\right)\div\frac{8}{5}$
$=16\times\left(-\frac{1}{3}\right)\times\frac{5}{8}=-\frac{10}{3}$ … 1단계

$$B=\frac{3}{10}\div\left(-\frac{15}{4}\right)\times(-5)^2$$
$$=\frac{3}{10}\times\left(-\frac{4}{15}\right)\times25=-2 \qquad \cdots \text{2단계}$$
$$\therefore A\div B=\left(-\frac{10}{3}\right)\div(-2)$$
$$=\left(-\frac{10}{3}\right)\times\left(-\frac{1}{2}\right)$$
$$=\frac{5}{3} \qquad \cdots \text{3단계}$$

답 $\frac{5}{3}$

단계	채점 요소	비율
1	A의 값 구하기	40 %
2	B의 값 구하기	40 %
3	$A\div B$의 값 구하기	20 %

365 주어진 네 유리수 중 한 수만 음수이므로 A의 값은 항상 음수이다.
이때 A의 값이 가장 작으려면 A의 절댓값이 가장 커야 하므로 나누는 수의 절댓값이 가장 작아야 한다.
따라서 구하는 A의 값은
$$\frac{4}{5}\times\left(-\frac{1}{2}\right)\times\frac{10}{9}\div\frac{2}{15}$$
$$=\frac{4}{5}\times\left(-\frac{1}{2}\right)\times\frac{10}{9}\times\frac{15}{2}=-\frac{10}{3}$$

답 $-\frac{10}{3}$

유형 072 덧셈, 뺄셈, 곱셈, 나눗셈의 혼합 계산

본책 76쪽

❶ 거듭제곱이 있으면 거듭제곱을 먼저 계산한다.
❷ 괄호가 있으면 괄호 안을 먼저 계산한다. 이때
소괄호 ( ) → 중괄호 { } → 대괄호 [ ]
의 순서로 계산한다.
❸ 곱셈, 나눗셈을 계산한다.
❹ 덧셈, 뺄셈을 계산한다.

366 $2-\left[\left(\frac{2}{3}\right)^2-\frac{1}{2}\times\left\{\left(\frac{2}{3}-\frac{5}{6}\right)\div\frac{1}{4}\right\}\right]$
$$=2-\left[\frac{4}{9}-\frac{1}{2}\times\left\{\left(\frac{4}{6}-\frac{5}{6}\right)\div\frac{1}{4}\right\}\right]$$
$$=2-\left\{\frac{4}{9}-\frac{1}{2}\times\left(-\frac{1}{6}\times4\right)\right\}$$
$$=2-\left\{\frac{4}{9}-\left(-\frac{1}{3}\right)\right\}$$
$$=2-\left\{\frac{4}{9}+\left(+\frac{3}{9}\right)\right\}$$
$$=\frac{18}{9}-\frac{7}{9}=\frac{11}{9}$$

답 ④

367 ① $\left(-\frac{3}{2}\right)^2-\frac{1}{4}\times\left(1-\frac{5}{2}\right)$
$$=\frac{9}{4}-\frac{1}{4}\times\left(\frac{2}{2}-\frac{5}{2}\right)=\frac{9}{4}-\frac{1}{4}\times\left(-\frac{3}{2}\right)$$
$$=\frac{18}{8}-\left(-\frac{3}{8}\right)=\frac{21}{8}$$

② $\frac{4}{5}\div\frac{2}{3}\times\frac{1}{6}+(-1)^6\times\frac{4}{5}=\frac{4}{5}\times\frac{3}{2}\times\frac{1}{6}+1\times\frac{4}{5}$
$$=\frac{1}{5}+\frac{4}{5}=1$$

③ $\left\{(-2)^2-\frac{2}{5}\right\}\div\left(-\frac{3}{4}\right)-\frac{1}{5}=\left(4-\frac{2}{5}\right)\times\left(-\frac{4}{3}\right)-\frac{1}{5}$
$$=\left(\frac{20}{5}-\frac{2}{5}\right)\times\left(-\frac{4}{3}\right)-\frac{1}{5}$$
$$=\frac{18}{5}\times\left(-\frac{4}{3}\right)-\frac{1}{5}$$
$$=-\frac{24}{5}-\frac{1}{5}=-5$$

④ $\frac{2}{3}-\left\{\left(\frac{1}{2}\right)^4\times\frac{8}{3}-2\right\}=\frac{2}{3}-\left(\frac{1}{16}\times\frac{8}{3}-2\right)$
$$=\frac{2}{3}-\left(\frac{1}{6}-\frac{12}{6}\right)$$
$$=\frac{2}{3}-\left(-\frac{11}{6}\right)$$
$$=\frac{4}{6}+\left(+\frac{11}{6}\right)=\frac{5}{2}$$

⑤ $\left[\frac{1}{2}-\left(\frac{5}{3}\right)^2\times\left\{\frac{1}{5}-\left(-\frac{7}{10}\right)\right\}\right]\div(-10)$
$$=\left[\frac{1}{2}-\frac{25}{9}\times\left\{\frac{2}{10}+\left(+\frac{7}{10}\right)\right\}\right]\div(-10)$$
$$=\left(\frac{1}{2}-\frac{25}{9}\times\frac{9}{10}\right)\div(-10)$$
$$=\left(\frac{1}{2}-\frac{5}{2}\right)\times\left(-\frac{1}{10}\right)$$
$$=(-2)\times\left(-\frac{1}{10}\right)=\frac{1}{5}$$

따라서 계산 결과가 가장 큰 것은 ①이다.

답 ①

368 $A=\left\{(-2)^2\div\left(-\frac{3}{8}\right)\right\}-\left[\left\{-\frac{7}{9}-\left(-\frac{1}{3}\right)\right\}\times18-5\right]$
$$=\left\{4\div\left(-\frac{3}{8}\right)\right\}-\left[\left\{-\frac{7}{9}+\left(+\frac{3}{9}\right)\right\}\times18-5\right]$$
$$=\left\{4\times\left(-\frac{8}{3}\right)\right\}-\left\{\left(-\frac{4}{9}\right)\times18-5\right\}$$
$$=\left(-\frac{32}{3}\right)-\{(-8)-5\}$$
$$=\left(-\frac{32}{3}\right)-(-13)$$
$$=\left(-\frac{32}{3}\right)+\left(+\frac{39}{3}\right)=\frac{7}{3}$$

따라서 $\frac{7}{3}=2.333\cdots$이므로 가장 가까운 정수는 2이다.

답 ⑤

유형 073 곱셈과 나눗셈 사이의 관계

본책 76쪽

곱셈과 나눗셈 사이의 관계를 이용한다.
(1) $A\times\square=B \Rightarrow \square=B\div A$
(2) $A\div\square=B \Rightarrow \square=A\div B$

369 $\left(-\frac{2}{3}\right)\times\square=\frac{3}{4}$에서
$$\square=\frac{3}{4}\div\left(-\frac{2}{3}\right)=\frac{3}{4}\times\left(-\frac{3}{2}\right)=-\frac{9}{8}$$

답 $-\frac{9}{8}$

370 $a\times3=-\frac{24}{5}$에서

$a=\left(-\frac{24}{5}\right)\div3=\left(-\frac{24}{5}\right)\times\frac{1}{3}=-\frac{8}{5}$

$b\div(-14)=-\frac{1}{20}$에서

$b=\left(-\frac{1}{20}\right)\times(-14)=\frac{7}{10}$

$\therefore b\div a=\frac{7}{10}\div\left(-\frac{8}{5}\right)=\frac{7}{10}\times\left(-\frac{5}{8}\right)=-\frac{7}{16}$

답 $-\frac{7}{16}$

371 $\left(-\frac{5}{6}\right)^2\div\left(-\frac{1}{24}\right)\times\square=-\frac{20}{9}$에서

$\frac{25}{36}\times(-24)\times\square=-\frac{20}{9}$

즉 $\left(-\frac{50}{3}\right)\times\square=-\frac{20}{9}$이므로

$\square=\left(-\frac{20}{9}\right)\div\left(-\frac{50}{3}\right)=\left(-\frac{20}{9}\right)\times\left(-\frac{3}{50}\right)=\frac{2}{15}$

답 $\frac{2}{15}$

372 $|3\times a|=18$에서

$3\times a=18$ 또는 $3\times a=-18$

$\therefore a=18\div3=6$ 또는 $a=(-18)\div3=-6$

$|b\div2|=5$에서

$b\div2=5$ 또는 $b\div2=-5$

$\therefore b=5\times2=10$ 또는 $b=(-5)\times2=-10$

$a-b$의 값이 가장 크려면 $a=6$, $b=-10$이어야 하므로

$a-b=6-(-10)=16$ 답 16

유형 074 바르게 계산한 답 구하기; 곱셈, 나눗셈 본책 77쪽

어떤 수에 ▲를 곱해야 할 것을 잘못하여 나누었더니 ●가 되었다.

➜ 어떤 수를 □라 하고 식을 세우면

□÷▲=●

❶ 어떤 수 구하기: □=●×▲

❷ 바르게 계산한 답 구하기: □×▲

373 어떤 유리수를 □라 하면

$\square\div\frac{5}{12}=-\frac{18}{5}$

$\therefore \square=\left(-\frac{18}{5}\right)\times\frac{5}{12}=-\frac{3}{2}$

따라서 바르게 계산하면

$\left(-\frac{3}{2}\right)\times\frac{5}{12}=-\frac{5}{8}$ 답 $-\frac{3}{2}$, $-\frac{5}{8}$

374 어떤 유리수를 □라 하면

$\square\times\left(-\frac{7}{6}\right)=\frac{3}{4}$

$\therefore \square=\frac{3}{4}\div\left(-\frac{7}{6}\right)=\frac{3}{4}\times\left(-\frac{6}{7}\right)=-\frac{9}{14}$

따라서 바르게 계산하면

$\left(-\frac{9}{14}\right)\div\left(-\frac{7}{6}\right)=\left(-\frac{9}{14}\right)\times\left(-\frac{6}{7}\right)=\frac{27}{49}$ 답 $\frac{27}{49}$

375 $A\times\left(-\frac{1}{4}\right)=-\frac{1}{6}$에서

$A=\left(-\frac{1}{6}\right)\div\left(-\frac{1}{4}\right)=\left(-\frac{1}{6}\right)\times(-4)=\frac{2}{3}$ … 1단계

$\therefore B=\frac{2}{3}-\left(-\frac{1}{4}\right)=\frac{8}{12}+\left(+\frac{3}{12}\right)=\frac{11}{12}$ … 2단계

$\therefore A\div B=\frac{2}{3}\div\frac{11}{12}=\frac{2}{3}\times\frac{12}{11}=\frac{8}{11}$ … 3단계

답 $\frac{8}{11}$

단계	채점 요소	비율
1	A의 값 구하기	40 %
2	B의 값 구하기	40 %
3	$A\div B$의 값 구하기	20 %

376 어떤 유리수를 □라 하면

$\square\div4+(-1)=-5$

$\therefore \square=\{-5-(-1)\}\times4=(-5+1)\times4=-16$

따라서 바르게 계산하면

$(-16)\times4-(-1)=-64+(+1)=-63$ 답 -63

유형 075 유리수의 부호 결정 (1) 본책 78쪽

두 수 a, b의 부호가 주어지면 다음을 이용하여 $a+b$, $a-b$, $a\times b$, $a\div b$ 등의 값의 부호를 구한다.

(1) (양수)+(양수) ➜ (양수), (음수)+(음수) ➜ (음수)

(2) (양수)−(음수) ➜ (양수), (음수)−(양수) ➜ (음수)

(3) (양수)×(양수) ➜ (양수), (음수)×(음수) ➜ (양수)

(양수)×(음수) ➜ (음수), (음수)×(양수) ➜ (음수)

(4) (양수)÷(양수) ➜ (양수), (음수)÷(음수) ➜ (양수)

(양수)÷(음수) ➜ (음수), (음수)÷(양수) ➜ (음수)

377 ① 부호를 알 수 없다.

②, ④, ⑤ 음수

따라서 항상 양수인 것은 ③이다. 답 ③

378 ①, ②, ④, ⑤ 부호를 알 수 없다.

따라서 옳은 것은 ③이다. 답 ③

379 ㄴ. $a-b>0$

ㄹ. $b^2>0$이므로 $a\div b^2>0$

이상에서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다. 답 ②

380 $a<0$, $b>0$이므로 $a<b$

$a+b=$(음수)+(양수)이므로

$a<a+b<b$

$a-b=(\text{음수})-(\text{양수})=(\text{음수})+(\text{음수})$이므로

$a-b<a<a+b<b$

$b-a=(\text{양수})-(\text{음수})=(\text{양수})+(\text{양수})$이므로

$a-b<a<a+b<b<b-a$

따라서 작은 수부터 차례대로 나열할 때, 네 번째에 오는 수는 ②이다.

답 ②

유형 076 유리수의 부호 결정 (2)

본책 78쪽

두 수 a, b에 대한 조건이 주어지면 다음을 이용하여 a, b의 부호를 구한다.

(1) $a\times b>0$ 또는 $a\div b>0$

➜ 두 수 a, b는 같은 부호

(2) $a\times b<0$ 또는 $a\div b<0$

➜ 두 수 a, b는 다른 부호

381 $a\times c<0$에서 a, c의 부호는 다르다.

그런데 $a-c<0$에서 $a<c$이므로 $a<0$, $c>0$

이때 $a\div b>0$에서 a, b의 부호는 같으므로 $b<0$

$\therefore a<0,\ b<0,\ c>0$

답 ④

382 $a\times b<0$에서 a, b의 부호는 다르므로

$a>0$, $b<0$ 또는 $a<0$, $b>0$

또 $b\div c>0$에서 b, c의 부호는 같으므로

$b>0$, $c>0$ 또는 $b<0$, $c<0$

이때 $a>c$에서 $a>0$, $b<0$, $c<0$

따라서 음수인 것의 개수는 2이다.

답 2

383 $a\times b\times c<0$에서 a, b, c 중 음수는 홀수 개이다.

$b\div c>0$에서 b와 c는 같은 부호이므로 $a<0$

$a>b$이므로 $b<0$

$\therefore a<0,\ b<0,\ c<0$

답 $a<0$, $b<0$, $c<0$

384 $a\times b>0$에서 a, b의 부호는 같다.

그런데 $a+b<0$에서 $a<0$, $b<0$

이때 $|a|>|b|$이므로 $a<b<0$

① $b<0$이므로 $-b>0$

② $a<0$

③ $b<0$

④ $a<0$, $-b>0$이므로 $a-b<-b$

⑤ $-a>0$, $-b>0$이므로 $0<-b<-a-b$

따라서 $a-b<-b<-a-b$이므로 가장 큰 것은 ⑤이다.

답 ⑤

유형 077 문자로 주어진 수의 대소 관계

본책 79쪽

문자로 주어진 수의 대소 비교

➜ 조건을 만족시키는 적당한 수를 문자 대신 넣어 대소를 비교한다.

385 $a=\frac{1}{2}$이라 하면

① $a=\frac{1}{2}$

② $a^2=\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{1}{4}$

③ $\frac{1}{a}=1\div a=1\div\frac{1}{2}=1\times 2=2$

④ $\left(-\frac{1}{a}\right)^2=\{-(1\div a)\}^2=\left\{-\left(1\div\frac{1}{2}\right)\right\}^2$

$=\{-(1\times 2)\}^2=(-2)^2=4$

⑤ $\left(\frac{1}{a}\right)^3=(1\div a)^3=\left(1\div\frac{1}{2}\right)^3=(1\times 2)^3=8$

따라서 가장 작은 수는 ②이다.

답 ②

386 $a=-\frac{1}{3}$이라 하면

① $-a=-\left(-\frac{1}{3}\right)=\frac{1}{3}$

② $(-a)^2=\left\{-\left(-\frac{1}{3}\right)\right\}^2=\left(\frac{1}{3}\right)^2=\frac{1}{9}$

③ $-a^3=-\left(-\frac{1}{3}\right)^3=-\left(-\frac{1}{27}\right)=\frac{1}{27}$

④ $-\frac{1}{a}=-(1\div a)=-\left\{1\div\left(-\frac{1}{3}\right)\right\}$

$=-\{1\times(-3)\}=3$

⑤ $-\frac{1}{a^2}=-(1\div a^2)=-\left\{1\div\left(-\frac{1}{3}\right)^2\right\}$

$=-\left(1\div\frac{1}{9}\right)$

$=-(1\times 9)=-9$

따라서 가장 큰 수는 ④이다.

답 ④

387 $a=-\frac{1}{2}$이라 하면

$-a^2=-\left(-\frac{1}{2}\right)^2=-\frac{1}{4}$

$\frac{1}{a}=1\div a=1\div\left(-\frac{1}{2}\right)$

$=1\times(-2)=-2$ …… ㉠

$|a|=\left|-\frac{1}{2}\right|=\frac{1}{2}$

㉠에서 $\frac{1}{a}=-2$이므로

$\left(-\frac{1}{a}\right)^2=\{-(-2)\}^2=2^2=4$

$\therefore \frac{1}{a}<-a^2<|a|<\left(-\frac{1}{a}\right)^2$ … 1단계

따라서 가장 큰 수는 $\left(-\frac{1}{a}\right)^2$, 두 번째로 작은 수는 $-a^2$이다.

… 2단계

답 $\left(-\frac{1}{a}\right)^2$, $-a^2$

단계	채점 요소	비율
1	주어진 수의 대소 비교하기	80 %
2	가장 큰 수와 두 번째로 작은 수 구하기	20 %

유형 078 실생활에서 유리수의 혼합 계산의 활용

본책 80쪽

이기면 a점을 얻고, 지면 b점을 잃는 게임에서 x번 이기고 y번 졌을 때 얻은 점수는

$x\times a+y\times(-b)$ (점)

388 진수는 5문제를 맞히고 3문제를 틀렸으므로 얻은 점수는

$5\times6+3\times(-3)=30+(-9)=21$ (점)

따라서 진수의 점수는

$30+21=51$ (점)

답 ④

389 지순이는 게임을 8번 이기고 4번 졌으므로 위치는

$8\times2+4\times(-1)=16+(-4)=12$

성문이는 게임을 4번 이기고 8번 졌으므로 위치는

$4\times2+8\times(-1)=8+(-8)=0$

답 지순: 12, 성문: 0

390 대희는 3번 이기고 2번 비겼으므로 5번 졌다.
이때 수직선 위에서 오른쪽으로 가는 것은 +, 왼쪽으로 가는 것은 −를 의미하므로 두 사람이 처음 말을 놓은 위치를 0이라 하면 대희의 말의 위치는

$3\times\frac{1}{3}+2\times\left(-\frac{3}{4}\right)+5\times\left(-\frac{1}{2}\right)$

$=1+\left(-\frac{3}{2}\right)+\left(-\frac{5}{2}\right)=-3$ … 1단계

종민이는 5번 이기고 2번 비기고 3번 졌으므로 종민이의 말의 위치는

$5\times\frac{1}{3}+2\times\left(-\frac{3}{4}\right)+3\times\left(-\frac{1}{2}\right)$

$=\frac{5}{3}+\left(-\frac{3}{2}\right)+\left(-\frac{3}{2}\right)=-\frac{4}{3}$ … 2단계

따라서 대희와 종민이의 말 사이의 거리는

$-\frac{4}{3}-(-3)=\frac{5}{3}$ … 3단계

답 $\frac{5}{3}$

단계	채점 요소	비율
1	대희의 말의 위치 구하기	40 %
2	종민이의 말의 위치 구하기	40 %
3	대희와 종민이의 말 사이의 거리 구하기	20 %

391 동전을 3회 던져서 나올 수 있는 경우는

앞면이 3회 나오는 경우 또는
앞면이 2회, 뒷면이 1회 나오는 경우 또는
앞면이 1회, 뒷면이 2회 나오는 경우 또는
뒷면이 3회 나오는 경우

이다.

(i) 앞면이 3회 나오는 경우의 점수는

$5+3\times(+4)=5+12=17$ (점)

(ii) 앞면이 2회, 뒷면이 1회 나오는 경우의 점수는

$5+2\times(+4)+1\times(-1)=5+8+(-1)=12$ (점)

(iii) 앞면이 1회, 뒷면이 2회 나오는 경우의 점수는

$5+1\times(+4)+2\times(-1)=5+4+(-2)=7$ (점)

(iv) 뒷면이 3회 나오는 경우의 점수는

$5+3\times(-1)=5+(-3)=2$ (점)

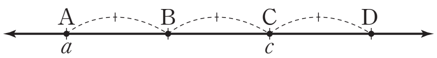
이상에서 받을 수 있는 점수인 것은 ②이다.

답 ②

유형 079 간격이 일정한 수직선 위의 점

본책 80쪽

수직선 위에 이웃하는 두 점 사이의 간격이 일정한 4개의 점 A, B, C, D가 있다. 2개의 점 A, C가 나타내는 수를 각각 a, c라 하고 이웃하는 두 점 사이의 거리를 x라 하면



(점 B가 나타내는 수)$=a+x=c-x$

(점 D가 나타내는 수)$=c+x$

392 두 점 A, C 사이의 거리는

$\frac{1}{3}-\left(-\frac{1}{5}\right)=\frac{5}{15}+\frac{3}{15}=\frac{8}{15}$

두 점 A, B 사이의 거리는

$\frac{8}{15}\times\frac{1}{2}=\frac{4}{15}$

즉 이웃하는 두 점 사이의 거리가 $\frac{4}{15}$이므로

$x=-\frac{1}{5}+\frac{4}{15}=-\frac{3}{15}+\frac{4}{15}=\frac{1}{15}$

$y=\frac{1}{3}+\frac{4}{15}=\frac{5}{15}+\frac{4}{15}=\frac{3}{5}$

$\therefore y\div x=\frac{3}{5}\div\frac{1}{15}=\frac{3}{5}\times15=9$

답 9

393 $-\frac{6}{5}$과 $\frac{3}{10}$을 나타내는 두 점 사이의 거리는

$\frac{3}{10}-\left(-\frac{6}{5}\right)=\frac{3}{10}+\frac{12}{10}=\frac{3}{2}$

5개의 점 사이의 간격이 모두 같으므로 $-\frac{6}{5}$, a를 나타내는 두 점 사이의 간격은

$\frac{3}{2}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{2}$

$\therefore a=-\frac{6}{5}+\frac{1}{2}=-\frac{12}{10}+\frac{5}{10}=-\frac{7}{10}$

$b=-\frac{7}{10}+\frac{1}{2}=-\frac{7}{10}+\frac{5}{10}=-\frac{1}{5}$

$c=\frac{3}{10}+\frac{1}{2}=\frac{3}{10}+\frac{5}{10}=\frac{4}{5}$

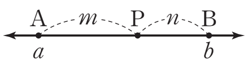
이때 $|a|=\frac{7}{10}$, $|b|=\frac{1}{5}=\frac{2}{10}$, $|c|=\frac{4}{5}=\frac{8}{10}$에서 절댓값이 가장 큰 수는 c이고, 절댓값이 가장 작은 수는 b이므로 구하는 합은

$c+b=\frac{4}{5}+\left(-\frac{1}{5}\right)=\frac{3}{5}$

답 $\frac{3}{5}$

유형 080 수직선에서 유리수의 혼합 계산의 활용 본책 81쪽

수직선 위의 두 점 A, B가 나타내는 수가 각각 a, b $(a<b)$이고, 점 P는 두 점 A, B 사이를 $m:n$ $(m>0,\ n>0)$으로 나누는 점일 때,



(두 점 A, B 사이의 거리)$=b-a$

이므로 (두 점 A, P 사이의 거리)$=(b-a)\times\dfrac{m}{m+n}$

$\therefore$ (점 P가 나타내는 수)

$=$(점 A가 나타내는 수)$+$(두 점 A, P 사이의 거리)

$=a+(b-a)\times\dfrac{m}{m+n}$

394 두 점 A, B 사이의 거리는

$$\frac{1}{4}-\left(-\frac{7}{2}\right)=\frac{1}{4}+\frac{14}{4}=\frac{15}{4}$$

두 점 A, C 사이의 거리는

$$\frac{15}{4}\times\frac{2}{3}=\frac{5}{2}$$

따라서 점 C가 나타내는 수는

$$-\frac{7}{2}+\frac{5}{2}=-1$$

답 -1

395 $-\dfrac{4}{3}$와 2를 나타내는 두 점 사이의 거리는

$$2-\left(-\frac{4}{3}\right)=\frac{6}{3}+\frac{4}{3}=\frac{10}{3}$$

따라서 두 점 사이를 2 : 3으로 나누는 점이 나타내는 수는

$$-\frac{4}{3}+\frac{10}{3}\times\frac{2}{5}=0$$

답 ③

396 두 점 A, B 사이의 거리는

$$\frac{5}{6}-\left(-\frac{1}{2}\right)=\frac{5}{6}+\frac{3}{6}=\frac{4}{3}$$

두 점 A, M 사이의 거리는

$$\frac{4}{3}\times\frac{1}{2}=\frac{2}{3}$$

이므로 점 M이 나타내는 수는

$-\dfrac{1}{2}+\dfrac{2}{3}=-\dfrac{3}{6}+\dfrac{4}{6}=\dfrac{1}{6}$ $\quad\therefore a=\dfrac{1}{6}$ … 1단계

또 두 점 A, N 사이의 거리는

$$\frac{4}{3}\times\frac{3}{5}=\frac{4}{5}$$

이므로 점 N이 나타내는 수는

$-\dfrac{1}{2}+\dfrac{4}{5}=-\dfrac{5}{10}+\dfrac{8}{10}=\dfrac{3}{10}$ $\quad\therefore b=\dfrac{3}{10}$ … 2단계

$\therefore a\div b=\dfrac{1}{6}\div\dfrac{3}{10}=\dfrac{1}{6}\times\dfrac{10}{3}=\dfrac{5}{9}$ … 3단계

답 $\dfrac{5}{9}$

단계	채점 요소	비율
1	a의 값 구하기	40 %
2	b의 값 구하기	40 %
3	$a\div b$의 값 구하기	20 %

유형 081 새로운 기호를 이용한 계산 본책 81쪽

새로운 기호가 주어지면 기호의 약속에 따라 계산한다.

397 $\dfrac{4}{3}\triangle\dfrac{1}{2}=\left(\dfrac{4}{3}-1\right)-\left(\dfrac{1}{2}+1\right)$

$=\dfrac{1}{3}-\dfrac{3}{2}=\dfrac{2}{6}-\dfrac{9}{6}=-\dfrac{7}{6}$

답 ②

398 $2\bigstar\left(-\dfrac{2}{3}\right)=\left\{2+\left(-\dfrac{2}{3}\right)\right\}\div2^2\times\left(-\dfrac{2}{3}\right)$

$=\dfrac{4}{3}\times\dfrac{1}{4}\times\left(-\dfrac{2}{3}\right)=-\dfrac{2}{9}$

$\therefore \left\{2\bigstar\left(-\dfrac{2}{3}\right)\right\}\bigstar\dfrac{1}{3}=\left(-\dfrac{2}{9}\right)\bigstar\dfrac{1}{3}$

$=\left\{\left(-\dfrac{2}{9}\right)+\dfrac{1}{3}\right\}\div\left(-\dfrac{2}{9}\right)^2\times\dfrac{1}{3}$

$=\dfrac{1}{9}\times\dfrac{81}{4}\times\dfrac{1}{3}=\dfrac{3}{4}$

답 $\dfrac{3}{4}$

399 $\dfrac{5}{2}*\dfrac{1}{4}=\dfrac{5}{2}-\dfrac{1}{4}+3=\dfrac{10}{4}-\dfrac{1}{4}+\dfrac{12}{4}=\dfrac{21}{4}$

이므로

$\left(\dfrac{5}{2}*\dfrac{1}{4}\right)\odot\left(-\dfrac{1}{2}\right)^2=\dfrac{21}{4}\odot\dfrac{1}{4}$

$=\dfrac{21}{4}+\dfrac{1}{4}-1$

$=\dfrac{21}{4}+\dfrac{1}{4}-\dfrac{4}{4}=\dfrac{9}{2}$

답 $\dfrac{9}{2}$

만점 유형 도전하기 본책 82~83쪽

400 전략 두 수의 곱이 1일 때, 한 수를 다른 수의 역수라 한다.

청언: -2^2은 2^2에 음의 부호 $-$를 붙인 수이고 $(-2)^2$은 -2가 2개 곱해진 것이므로 $(-2)^2=(-2)\times(-2)=2^2$이다. 즉 두 수의 부호가 다르므로 다른 수이다.

지연: $(+2)-(+5)=(+2)+(-5)=-3$

$(+5)-(+2)=(+5)+(-2)=3$

$\therefore (+2)-(+5)\neq(+5)-(+2)$

효섭: 0과 곱해서 1이 되는 수는 없으므로 0의 역수는 없다. 즉 모든 수의 역수가 존재하는 것은 아니다.

따라서 잘못 말한 사람은 지연, 효섭이다. 답 풀이 참조

참고 뺄셈에서는 교환법칙과 결합법칙이 성립하지 않는다.

401 전략 절댓값이 a $(a>0)$인 수는 $+a$, $-a$의 2개이다.

순미: $|a|=\dfrac{1}{3}$에서 $\quad a=\dfrac{1}{3}$ 또는 $a=-\dfrac{1}{3}$

$|b|=\dfrac{7}{4}$에서 $\quad b=\dfrac{7}{4}$ 또는 $b=-\dfrac{7}{4}$

$a-b$의 값 중에서 가장 큰 값은 a가 양수, b가 음수일 때 이므로

$$M=\frac{1}{3}-\left(-\frac{7}{4}\right)=\frac{4}{12}+\frac{21}{12}=\frac{25}{12}$$

$a-b$의 값 중에서 가장 작은 값은 a가 음수, b가 양수일 때 이므로

$$m=-\frac{1}{3}-\frac{7}{4}=-\frac{4}{12}-\frac{21}{12}=-\frac{25}{12}$$

$-\frac{25}{12}=-2.08\cdots$, $\frac{25}{12}=2.08\cdots$이므로 m보다 크고 M보다 작은 정수는

$-2, -1, 0, 1, 2$

의 5개이다.

영진: $x=1.58\times53+1.58\times(-33)$

$=1.58\times\{53+(-33)\}$

$=1.58\times20=31.6$

즉 x에 가장 가까운 정수는 32이다.

수정: $a\times\frac{3}{4}=6$에서 $\quad a=6\div\frac{3}{4}=6\times\frac{4}{3}=8$

$(-5)\div b=\frac{1}{2}$에서 $\quad b=(-5)\div\frac{1}{2}=(-5)\times2=-10$

$\therefore a+b=8+(-10)=-2$

따라서 잘못 말한 사람은 순미, 수정이다. 답 풀이 참조

402 전략 5명의 줄넘기 횟수의 평균을 정은이의 줄넘기 횟수와 비교하여 나타내어 본다.

(1) 정은이의 줄넘기 횟수와 비교하여 나타낸 5명의 줄넘기 횟수의 평균은

$\{(-2)+(-4)+0+(+7)+(-11)\}\div5$

$=(-10)\div5=-2$ (회)

즉 평균은 정은이의 줄넘기 횟수보다 2회만큼 적다.

따라서 정은이의 줄넘기 횟수는 평균보다 2회 더 많다.

(2) 정은이의 줄넘기 횟수는 평균보다 2회 더 많으므로

$60+2=62$ (회)

따라서 기동이의 줄넘기 횟수는 정은이의 줄넘기 횟수보다 7회 더 많으므로

$62+7=69$ (회)

답 (1) 2회 더 많다. (2) 69회

403 전략 각 정육면체에서 가려지는 면은 각각 몇 개인지 세어 본다.

1개의 정육면체의 각 면에 적힌 수의 합은

$(-4.5)+(-2)+\frac{1}{2}+1+\frac{7}{2}+8.5$

$=\left(-\frac{9}{2}\right)+(-2)+\frac{1}{2}+1+\frac{7}{2}+\frac{17}{2}$

$=\left\{\left(-\frac{9}{2}\right)+\frac{1}{2}+\frac{7}{2}+\frac{17}{2}\right\}+\{(-2)+1\}$

$=8+(-1)=7$

즉 5개의 정육면체의 각 면에 적힌 모든 수의 합은

$7\times5=35$

이때 가려지는 면에 적힌 수의 합이 가장 작을 때 가려지는 면을 제외한 모든 면에 적힌 수의 합이 가장 크다.

즉 한 면이 가려지는 4개의 정육면체는 각각 -4.5가 가려지고, 네 면이 가려지는 1개의 정육면체는 -4.5, -2, $\frac{1}{2}$, 1이 가려지면 된다.

따라서 가려지는 면을 제외한 모든 면에 적힌 수의 합 중에서 가장 큰 값은

$35-\left\{-4.5\times4+(-4.5)+(-2)+\frac{1}{2}+1\right\}$

$=35-(-23)$

$=35+23=58$ 답 58

404 전략 먼저 두 주머니에 들어 있는 6장의 카드에 적힌 유리수를 모두 곱하여 세 수의 곱이 같아지는 수를 구한다.

두 주머니 A, B에 들어 있는 6장의 카드에 적힌 유리수의 곱은

$27\times6\times\frac{2}{3}\times(-15)\times\left(-\frac{5}{9}\right)\times81$

$=3^3\times(2\times3)\times\frac{2}{3}\times(3\times5)\times\frac{5}{3^2}\times3^4$

$=2^2\times3^6\times5^2$

$=(2\times3^3\times5)\times(2\times3^3\times5)$

따라서 각 주머니에서 카드를 서로 바꿔 넣었을 때, 두 주머니 안에 들어 있는 카드에 적힌 세 수의 곱의 절댓값은

$2\times3^3\times5=270$

으로 같아질 수 있다.

주머니 A 안에 들어 있는 3장의 카드에 적힌 세 수의 곱은 5를 인수로 갖지 않고 주머니 B 안에 들어 있는 3장의 카드에 적힌 세 수의 곱은 2를 인수로 갖지 않으므로

주머니 A 안에 들어 있는 카드 중에서 6 또는 $\frac{2}{3}$,

주머니 B 안에 들어 있는 카드 중에서 -15 또는 $-\frac{5}{9}$

가 적힌 카드를 꺼내어 바꿔야 한다.

(i) 6, -15가 각각 적힌 카드를 바꾸는 경우

주머니 A 안에 들어 있는 카드에 적힌 유리수는 27, -15, $\frac{2}{3}$이므로 세 수의 곱은

$27\times(-15)\times\frac{2}{3}=-270$

(ii) 6, $-\frac{5}{9}$가 각각 적힌 카드를 바꾸는 경우

주머니 A 안에 들어 있는 카드에 적힌 유리수는 27, $-\frac{5}{9}$, $\frac{2}{3}$이므로 세 수의 곱은

$27\times\left(-\frac{5}{9}\right)\times\frac{2}{3}=-10$

(iii) $\frac{2}{3}$, -15가 각각 적힌 카드를 바꾸는 경우

주머니 A 안에 들어 있는 카드에 적힌 유리수는 27, 6, -15이므로 세 수의 곱은

$27\times6\times(-15)=-2430$

(iv) $\frac{2}{3}$, $-\frac{5}{9}$가 각각 적힌 카드를 바꾸는 경우

주머니 A 안에 들어 있는 카드에 적힌 유리수는 27, 6, $-\frac{5}{9}$ 이므로 세 수의 곱은

$$27\times6\times\left(-\frac{5}{9}\right)=-90$$

이상에서 두 주머니 A, B에서 각각 바꿔야 할 카드는 6, -15가 적힌 카드이다. 답 6, -15

참고 (i)에서 6, -15가 각각 적힌 카드를 바꾸는 경우 주머니 B 안에 들어 있는 카드에 적힌 유리수는 6, $-\frac{5}{9}$, 81이므로 세 수의 곱은

$$6\times\left(-\frac{5}{9}\right)\times81=-270$$

405 전략 주어진 조건을 이용하여 세 유리수 a, b, c의 부호를 결정한다.

조건 (가)에서 세 수의 곱이 음수이므로 세 수는 모두 음수이거나 두 수는 양수, 나머지 한 수는 음수이다.
이때 세 수가 모두 음수인 경우는 조건 (나)를 만족시키지 않으므로 세 수 중 두 수는 양수, 한 수는 음수이다.
조건 (다)에서 a와 a의 역수인 c의 부호는 같아야 하므로

$$a>0,\ c>0,\ b<0$$

또 c의 절댓값은 1보다 작으므로 c의 역수인 a의 절댓값은 1보다 크다.
따라서 서로 다른 세 유리수 a, b, c를 큰 수부터 차례대로 나열하면

a, c, b 답 a, c, b

406 전략 $[x, y]=a\ (a\geq0)$이면 $x\geq y$ 또는 $x<y$인 경우로 나누어 생각한다.

$[-8, 2]=2-(-8)=10$이므로 $[[-8, 2], [3, k]]=7$에서

$$[10, [3, k]]=7$$

이고, 이를 만족시키는 $[3, k]$의 값은 $10-7=3$ 또는 $10+7=17$이어야 한다.

(i) $[3, k]=3$일 때,
$3-k=3$ 또는 $k-3=3$이므로
$k=0$ 또는 $k=6$

(ii) $[3, k]=17$일 때,
$3-k=17$ 또는 $k-3=17$이므로
$k=-14$ 또는 $k=20$

(i), (ii)에서 $m=-14$, $M=20$

$\therefore [M, m]=[20, -14]=20-(-14)=34$ 답 34

407 전략 주어진 규칙에 따라 계산하여 출력된 값을 비교한다.

(1) 버튼 A를 눌러 출력된 값은

$$\{6-(-9)\}\times\frac{1}{3}=15\times\frac{1}{3}=5$$

5를 다시 입력한 뒤 버튼 C를 눌러 출력된 값은

$$\{5+(-4)\}\div\left(-\frac{2}{9}\right)=1\times\left(-\frac{9}{2}\right)=-\frac{9}{2}$$

따라서 수아가 출력한 값은 $-\frac{9}{2}$이다.

(2) 버튼 B를 눌러 출력된 값은

$$6\div\frac{3}{5}+2=6\times\frac{5}{3}+2=10+2=12$$

12를 다시 입력한 뒤 버튼 A를 눌러 출력된 값은

$$\{12-(-9)\}\times\frac{1}{3}=21\times\frac{1}{3}=7$$

따라서 윤빈이가 출력한 값은 7이다.

(3) 버튼 C를 눌러 출력된 값은

$$\{6+(-4)\}\div\left(-\frac{2}{9}\right)=2\times\left(-\frac{9}{2}\right)=-9$$

(i) -9를 입력한 뒤 버튼 A를 눌러 출력된 값은

$$\{(-9)-(-9)\}\times\frac{1}{3}=0\times\frac{1}{3}=0$$

(ii) -9를 입력한 뒤 버튼 B를 눌러 출력된 값은

$$(-9)\div\frac{3}{5}+2=(-9)\times\frac{5}{3}+2=-15+2=-13$$

(iii) -9를 입력한 뒤 버튼 C를 눌러 출력된 값은

$$\{(-9)+(-4)\}\div\left(-\frac{2}{9}\right)=(-13)\times\left(-\frac{9}{2}\right)=\frac{117}{2}$$

이상에서 선화가 다른 두 사람보다 가장 큰 수를 출력하려면 버튼 C를 눌러야 한다.

답 (1) $-\frac{9}{2}$ (2) 7 (3) 버튼 C

시험 만점 완성하기

본책 84~87쪽

408 전략 부호가 다른 두 유리수의 덧셈은 두 수의 절댓값의 차에 절댓값이 큰 수의 부호를 붙여서 계산한다.

$-\frac{8}{3}=-2.666\cdots$이므로 수직선 위에서 $-\frac{8}{3}$에 가장 가까운 정수는 -3이다.
또 $\frac{9}{5}=1.8$이므로 수직선 위에서 $\frac{9}{5}$에 가장 가까운 정수는 2이다.
따라서 $a=-3$, $b=2$이므로

$a+b=-3+2=-(3-2)=-1$ 답 ②

409 전략 생략된 양의 부호 +를 넣은 후 뺄셈은 덧셈으로 고쳐서 계산한다.

① $-9+4-6=(-9)+(+4)-(+6)$
$=(-9)+(+4)+(-6)=-11$

② $\frac{5}{4}-\frac{7}{2}+\frac{11}{8}=\left(+\frac{5}{4}\right)-\left(+\frac{7}{2}\right)+\left(+\frac{11}{8}\right)$
$=\left(+\frac{5}{4}\right)+\left(-\frac{7}{2}\right)+\left(+\frac{11}{8}\right)$
$=\left(+\frac{10}{8}\right)+\left(-\frac{28}{8}\right)+\left(+\frac{11}{8}\right)=-\frac{7}{8}$

③ $-6+3-10+5$
$=(-6)+(+3)-(+10)+(+5)$
$=(-6)+(+3)+(-10)+(+5)$
$=-8$

④ $1-15+7+2$
$=(+1)-(+15)+(+7)+(+2)$
$=(+1)+(-15)+(+7)+(+2)$
$=-5$

⑤ $-\frac{1}{3}-1+\frac{5}{6}-\frac{1}{2}$
$=\left(-\frac{1}{3}\right)-(+1)+\left(+\frac{5}{6}\right)-\left(+\frac{1}{2}\right)$
$=\left(-\frac{1}{3}\right)+(-1)+\left(+\frac{5}{6}\right)+\left(-\frac{1}{2}\right)$
$=\left(-\frac{2}{6}\right)+\left(-\frac{6}{6}\right)+\left(+\frac{5}{6}\right)+\left(-\frac{3}{6}\right)$
$=-1$

따라서 옳은 것은 ③이다. 답 ③

410 전략 어떤 유리수를 □라 하고 식을 세운다.

어떤 유리수를 □라 하면

$\square-\frac{9}{4}=-\frac{3}{2}$

$\therefore \square=-\frac{3}{2}+\frac{9}{4}=-\frac{6}{4}+\frac{9}{4}=\frac{3}{4}$

따라서 바르게 계산하면

$\frac{3}{4}+\frac{9}{4}=3$ 답 ②

411 전략 $|a|=k\ (k>0)$이면 $a=k$ 또는 $a=-k$임을 이용한다.

$|a|=4$이므로 $a=4$ 또는 $a=-4$
$|b|=7$이므로 $b=7$ 또는 $b=-7$
$a-b$의 값이 가장 크려면 $a=4$, $b=-7$이어야 하므로
$M=4-(-7)=11$
$-a-b$의 값이 가장 작으려면 $a=4$, $b=7$이어야 하므로
$m=-4-7=-11$
$\therefore M-m=11-(-11)=22$ 답 ⑤

412 전략 5월 1일의 원/달러 환율을 □원이라 하고 식을 세운다.

5월 1일의 원/달러 환율을 □원이라 하면
$\square+4.8-2.3+3.5=1298$
$\square+6=1298$
$\therefore \square=1298-6=1292$ 답 ⑤

413 전략 주어진 규칙에 따라 빈칸의 수를 구하고 반복되는 수를 찾는다.

다음 그림과 같이 빈칸의 수를 왼쪽부터 차례대로 a, b, c, d라 하면

-2	5	7	2	a	b	c	d	…	

$7+a=2$에서 $a=2-7=-5$
$2+b=-5$에서 $b=-5-2=-7$
$-5+c=-7$에서 $c=-7-(-5)=-7+5=-2$
$-7+d=-2$에서 $d=-2-(-7)=-2+7=5$
따라서 -2, 5, 7, 2, -5, -7의 6개의 수가 반복되고,
$50=6\times8+2$에서 50번째 칸에 적히는 수는 2번째 수인 5이다.
답 ④

414 전략 $a=-1$이라 하고 음수인 것을 찾는다.

$a=-1$이라 하면
ㄱ. $-a=-(-1)=1>0$
ㄴ. $(-a)^2=\{-(-1)\}^2=1>0$
ㄷ. $-a^2=-(-1)^2=-1<0$
ㄹ. $a^3=(-1)^3=-1<0$
ㅁ. $-a^3=-(-1)^3=1>0$
ㅂ. $-(-a)^3=-\{-(-1)\}^3=-1<0$
이상에서 음수인 것은 ㄷ, ㄹ, ㅂ이다. 답 ④

415 전략 $a\times b+a\times c=a\times(b+c)$임을 이용한다.

$(3\times4.91+3\times95.09)-(16\times2.7-6\times2.7)$
$=3\times(4.91+95.09)-(16-6)\times2.7$
$=3\times100-10\times2.7$
$=300-27=273$ 답 ②

416 전략 나누는 수의 역수를 이용하여 곱셈으로 고쳐서 계산한다.

$1\frac{2}{3}=\frac{5}{3}$이므로 $a=\frac{3}{5}$

절댓값이 $\frac{10}{9}$인 음수는 $-\frac{10}{9}$이므로 $b=-\frac{10}{9}$

$\therefore 1\div a\div b=1\div\frac{3}{5}\div\left(-\frac{10}{9}\right)$
$=1\times\frac{5}{3}\times\left(-\frac{9}{10}\right)=-\frac{3}{2}$ 답 ②

417 전략 먼저 주어진 식의 계산 결과가 가장 크도록 하는 □ 안에 넣을 수의 부호부터 생각한다.

$\square\div\square\times\square^2$을 $A\div B\times C^2$으로 바꾸어 생각하자.
이 식의 계산 결과가 가장 크려면 A, B의 부호가 같아야 한다.
또 A, C^2의 절댓값은 크고 B의 절댓값은 작아야 한다.
(i) A, B가 양수일 때,
$\frac{1}{6}<4$이므로 $A=4$, $B=\frac{1}{6}$
C는 절댓값이 가장 큰 수이어야 하므로 $C=-2$
$A\div B\times C^2$의 계산 결과는
$4\div\frac{1}{6}\times(-2)^2=4\times6\times4=96$
(ii) A, B가 음수일 때,
A의 절댓값이 클수록, B의 절댓값이 작을수록 계산 결과가 커지므로
$A=-2$, $B=-\frac{4}{3}$

C는 절댓값이 가장 큰 수이어야 하므로

$C=4$

$A\div B\times C^2$의 계산 결과는

$$(-2)\div\left(-\frac{4}{3}\right)\times4^2=(-2)\times\left(-\frac{3}{4}\right)\times16=24$$

(i), (ii)에서 계산 결과 중 가장 큰 값은 96이다. 답 ④

418 전략 거듭제곱이 있으면 거듭제곱을 먼저 계산하고, 나눗셈은 역수를 이용하여 곱셈으로 고쳐서 계산한다.

$$a=1-\frac{7}{8}\times\left\{\frac{1}{2}\div\left(-\frac{3}{4}\right)^2-\frac{5}{3}\div(-15)\right\}$$
$$=1-\frac{7}{8}\times\left\{\frac{1}{2}\div\frac{9}{16}-\frac{5}{3}\div(-15)\right\}$$
$$=1-\frac{7}{8}\times\left\{\frac{1}{2}\times\frac{16}{9}-\frac{5}{3}\times\left(-\frac{1}{15}\right)\right\}$$
$$=1-\frac{7}{8}\times\left(\frac{8}{9}+\frac{1}{9}\right)$$
$$=1-\frac{7}{8}=\frac{1}{8}$$
$$b=-\frac{11}{6}+(-1)^3\div\left\{6\times\left(-\frac{1}{2}\right)+9\right\}$$
$$=-\frac{11}{6}+(-1)\div\{(-3)+9\}$$
$$=-\frac{11}{6}+(-1)\div6=-\frac{11}{6}+(-1)\times\frac{1}{6}$$
$$=-2$$
$$\therefore \frac{b}{a}=b\div a=(-2)\div\frac{1}{8}=(-2)\times8=-16$$

답 ④

419 전략 곱셈과 나눗셈 사이의 관계를 이용한다.

$\left(-\frac{5}{6}\right)\div\square\times\left(-\frac{4}{9}\right)=\frac{1}{9}$에서

$$\left(-\frac{5}{6}\right)\div\square=\frac{1}{9}\div\left(-\frac{4}{9}\right)$$
$$\left(-\frac{5}{6}\right)\div\square=\frac{1}{9}\times\left(-\frac{9}{4}\right)$$
$$\left(-\frac{5}{6}\right)\div\square=-\frac{1}{4}$$
$$\therefore \square=\left(-\frac{5}{6}\right)\div\left(-\frac{1}{4}\right)=\left(-\frac{5}{6}\right)\times(-4)=\frac{10}{3}$$

답 ④

420 전략 $a\times b<0$이면 두 수 a, b의 부호는 다르다.

$a>0$, $a\times b<0$에서 $b<0$

① $a+b$의 부호는 알 수 없다.

② $a-b>0$

③ $b-a<0$

④ $-a<0$이므로 $(-a)\times b>0$

⑤ $-b>0$이므로 $(-b)\div a>0$

따라서 항상 음수인 것은 ③이다. 답 ③

421 전략 a, b, c의 부호를 먼저 구한다.

조건 (나)에서 세 수의 곱이 양수이므로 세 수는 모두 양수이거나 두 수는 음수, 나머지 한 수는 양수이다.

이때 조건 (다)에 의하여 a, b, c 중 두 수는 음수, 나머지 한 수는 양수이다.

그런데 조건 (가)에서 b, c는 모두 양수이거나 모두 음수이므로

$a>0$, $b<0$, $c<0$

조건 (라)에서 $b<-1$이므로

$-1<\frac{1}{b}<0$, 즉 $-1<c<0$

$\therefore b<c<a$ 답 ④

422 전략 a보다 b만큼 큰 수는 $a+b$, a보다 c만큼 작은 수는 $a-c$임을 이용한다.

$$x=-\frac{5}{4}-\frac{3}{2}=-\frac{5}{4}+\left(-\frac{6}{4}\right)=-\frac{11}{4}$$
$$y=4+\left(-\frac{5}{3}\right)=\frac{12}{3}+\left(-\frac{5}{3}\right)=\frac{7}{3}$$

따라서 $-\frac{11}{4}<n<\frac{7}{3}$을 만족시키는 정수 n은

-2, -1, 0, 1, 2

이므로 구하는 합은

$-2+(-1)+0+1+2=0$ 답 0

423 전략 먼저 네 수가 모두 있는 한 변에 놓인 네 수의 합부터 구한다.

$-3+2+7+(-1)=5$이므로 한 변에 놓인 네 수의 합은 5이어야 한다.

$7+A+6+(-3)=5$에서 $A+10=5$

$\therefore A=-5$

$7+(-4)+B+(-6)=5$에서 $B+(-3)=5$

$\therefore B=8$

$-6+C+9+(-1)=5$에서 $C+2=5$

$\therefore C=3$

$\therefore A-B+C=-5-8+3=-10$ 답 -10

424 전략 n이 짝수일 때와 홀수일 때로 경우를 나누어 생각한다.

(i) n이 짝수일 때,

$2n+1$, $2n+3$, $n+1$은 홀수이므로

(주어진 식)$=(+1)\times(-1)\times(-1)\div(-1)=-1$

(ii) n이 홀수일 때,

$2n+1$, $2n+3$은 홀수이고 $n+1$은 짝수이므로

(주어진 식)$=(-1)\times(-1)\times(-1)\div(+1)=-1$

(i), (ii)에서 주어진 식의 값은 -1이다. 답 -1

425 전략 나눗셈은 역수를 이용하여 곱셈으로 고친 후 약분되는 규칙을 찾는다.

$$\left(+\frac{1}{2}\right)\div\left(-\frac{2}{3}\right)\div\left(+\frac{3}{4}\right)\div\cdots\div\left(-\frac{98}{99}\right)\div\left(+\frac{99}{100}\right)$$
$$=\frac{1}{2}\times\left(-\frac{3}{2}\right)\times\frac{4}{3}\times\cdots\times\left(-\frac{99}{98}\right)\times\frac{100}{99}$$
$$=(-1)^{49}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times100=-25$$

답 -25

426 전략 먼저 두 점 A, B 사이의 거리를 구한다.

두 점 A, B 사이의 거리는

$$\frac{11}{6}-\left(-\frac{5}{2}\right)=\frac{11}{6}+\frac{15}{6}=\frac{13}{3}$$

두 점 A, M 사이의 거리는

$$\frac{13}{3}\times\frac{1}{2}=\frac{13}{6}$$

점 M이 나타내는 수는

$$-\frac{5}{2}+\frac{13}{6}=-\frac{15}{6}+\frac{13}{6}=-\frac{1}{3}$$

두 점 A, N 사이의 거리는

$$\frac{13}{3}\times\frac{3}{3+5}=\frac{13}{8}$$

점 N이 나타내는 수는

$$-\frac{5}{2}+\frac{13}{8}=-\frac{20}{8}+\frac{13}{8}=-\frac{7}{8}$$

따라서 $a=-\frac{1}{3}$, $b=-\frac{7}{8}$이므로

$$a\times b=\left(-\frac{1}{3}\right)\times\left(-\frac{7}{8}\right)=\frac{7}{24}$$

답 $\frac{7}{24}$

427 전략 새로운 기호의 약속에 따라 계산한다.

$(-2)\triangle\frac{8}{9}=(-2)\times\frac{8}{9}+2=-\frac{16}{9}+\frac{18}{9}=\frac{2}{9}$

$$\begin{aligned}\therefore \left\{(-2)\triangle\frac{8}{9}\right\}\blacktriangledown\frac{4}{27}&=\frac{2}{9}\blacktriangledown\frac{4}{27}\\&=\frac{2}{9}\div\frac{4}{27}-2\\&=\frac{2}{9}\times\frac{27}{4}-2\\&=\frac{3}{2}-2=-\frac{1}{2}\end{aligned}$$

답 $-\frac{1}{2}$

428 전략 수직선에서 a를 나타내는 점으로부터 오른쪽으로 b만큼 떨어진 점이 나타내는 수는 $a+b$이고 왼쪽으로 c만큼 떨어진 점이 나타내는 수는 $a-c$이다.

$-\frac{2}{5}$를 나타내는 점으로부터의 거리가 3인 점이 나타내는 두 수 중 작은 수는

$$-\frac{2}{5}-3=-\frac{2}{5}-\frac{15}{5}=-\frac{17}{5}$$

$\therefore a=-\frac{17}{5}$ … 1단계

큰 수는 $-\frac{2}{5}+3=-\frac{2}{5}+\frac{15}{5}=\frac{13}{5}$

$\therefore b=\frac{13}{5}$ … 2단계

답 $a=-\frac{17}{5}$, $b=\frac{13}{5}$

단계	채점 요소	배점
1	a의 값 구하기	2점
2	b의 값 구하기	2점

429 전략 곱이 가장 큰 수를 만들려면 음수는 짝수 개, 곱이 가장 작은 수를 만들려면 음수는 홀수 개이어야 한다.

주어진 4장의 카드 중 3장을 뽑을 때, 카드에 적힌 수를 모두 곱해서 나올 수 있는 값 중 가장 큰 수는 음수 2개, 양수 1개를 뽑아야 하고, 양수 1개는 절댓값이 큰 수이어야 하므로

$(-4)\times\left(-\frac{5}{2}\right)\times\frac{2}{3}=\frac{20}{3}$ … 1단계

나올 수 있는 값 중 가장 작은 수는 양수 2개, 음수 1개를 뽑아야 하고, 음수 1개는 절댓값이 큰 수이어야 하므로

$\frac{1}{6}\times\frac{2}{3}\times(-4)=-\frac{4}{9}$ … 2단계

따라서 구하는 곱은

$\frac{20}{3}\times\left(-\frac{4}{9}\right)=-\frac{80}{27}$ … 3단계

답 $-\frac{80}{27}$

단계	채점 요소	배점
1	곱해서 나올 수 있는 값 중 가장 큰 수 구하기	2점
2	곱해서 나올 수 있는 값 중 가장 작은 수 구하기	2점
3	두 수의 곱 구하기	1점

430 전략 두 조건 (가), (나)를 만족시키는 $|a|$, $|b|$, $|c|$의 값을 먼저 구한다.

조건 (가)에서 $1<|a|<|b|<|c|$이면서 조건 (나)에서

$a\times b\times c=70=2\times5\times7$을 만족시키는 $|a|$, $|b|$, $|c|$의 값은

$|a|=2$, $|b|=5$, $|c|=7$ … 1단계

이때 세 수의 곱이 양수이므로 세 수는 모두 양수이거나 두 수는 음수, 나머지 한 수는 양수이다.

조건 (다)에서 $a+b+c=0$을 만족시키는 a, b, c의 값은

$a=-2$, $b=-5$, $c=7$ … 2단계

$\therefore a-b+c=-2-(-5)+7$

$=10$ … 3단계

답 10

단계	채점 요소	배점
1	$\lvert a\rvert$, $\lvert b\rvert$, $\lvert c\rvert$의 값 구하기	2점
2	a, b, c의 값 구하기	2점
3	$a-b+c$의 값 구하기	2점

431 전략 주어진 상황을 유리수의 계산식으로 나타낸다.

상윤이는 가위바위보를 3번 이기고 2번 졌으므로 위치는

$3\times4+2\times(-2)=12+(-4)=8$ … 1단계

미화는 가위바위보를 2번 이기고 3번 졌으므로 위치는

$2\times4+3\times(-2)=8+(-6)=2$ … 2단계

따라서 상윤이는 미화보다 $8-2=6$ (계단) 위에 있다. … 3단계

답 6계단

단계	채점 요소	배점
1	상윤이의 위치 구하기	2점
2	미화의 위치 구하기	2점
3	상윤이는 미화보다 몇 계단 위에 있는지 구하기	1점

III. 문자와 식

05 문자의 사용과 식의 계산

셀프 CHECK

본책 90~91쪽

A 답 (1) $(1000\times a+800\times b)$원
(2) $(320-20\times a)$쪽
(3) $(3\times a)$ km
(4) $\left(\frac{x}{200}\times 100\right)$ %

B 답 (1) $0.4ab$ (2) $3x^2y^2$
(3) $\frac{1}{2}(5a-b)$ (4) x^2y-6z

C 답 (1) $\frac{5x}{y}$ (2) $-\frac{6}{3a+b}$
(3) $-\frac{x}{4y}$ (4) $\frac{8}{a}-b$

D (1) $3x-1=3\times 2-1=5$
(2) $7-12m=7-12\times\frac{1}{6}=7-2=5$
(3) $a^2-a+5=(-4)^2-(-4)+5=16+4+5=25$
(4) $p^2+\frac{q}{p}=3^2+\frac{9}{3}=9+3=12$
답 (1) 5 (2) 5 (3) 25 (4) 12

E 답 (1) $-a^2$, $\frac{a}{5}$, -2 (2) -2 (3) $\frac{1}{5}$ (4) -1 (5) 2

F 답 (1) ○ (2) × (3) ○ (4) ×

G 답 (1) $-10a$ (2) $16b$ (3) $2x-\frac{7}{5}$ (4) $24y-18$

H 답 (1) $3x-2$ (2) $-5x+9$
(3) $x-10$ (4) $-x-6$

내신 유형 다지기

본책 92~103쪽

유형 082 곱셈 기호와 나눗셈 기호의 생략

본책 92쪽

(1) 곱셈 기호를 생략하여 나타낼 때
① 수는 문자 앞에 쓰고 1은 생략한다.
② 문자는 알파벳 순서로 쓴다.
(2) 나눗셈 기호를 생략하여 나타낼 때
분수의 꼴로 나타내거나 나눗셈을 역수의 곱셈으로 바꾼 후 곱셈 기호를 생략한다.

432 ③ $a+b\times c\div 2=a+\frac{bc}{2}$
따라서 옳지 않은 것은 ③이다. 답 ③

433 ① $x\times 2y\div 5=x\times 2y\times\frac{1}{5}=\frac{2xy}{5}$
② $x\div(5\div 2y)=x\div\left(5\times\frac{1}{2y}\right)=x\div\frac{5}{2y}=x\times\frac{2y}{5}=\frac{2xy}{5}$
③ $x\times\frac{2y}{5}=\frac{2xy}{5}$
④ $x\div 2y\div 5=x\times\frac{1}{2y}\times\frac{1}{5}=\frac{x}{10y}$
⑤ $x\div\frac{5}{2y}=x\times\frac{2y}{5}=\frac{2xy}{5}$
따라서 결과가 나머지 넷과 다른 것은 ④이다. 답 ④

434 ① $a\div\frac{1}{2}\times b=a\times 2\times b=2ab$
② $2\times(-a)\div(c\times d)=(-2a)\div cd=(-2a)\times\frac{1}{cd}=-\frac{2a}{cd}$
③ $3\div(a+b)=\frac{3}{a+b}$
④ $a+b\div\frac{1}{c}=a+b\times c=a+bc$
따라서 옳은 것은 ⑤이다. 답 ⑤

유형 083 문자를 사용한 식으로 나타내기 ; 수, 단위, 금액

본책 92쪽

(1) 백의 자리의 숫자가 a, 십의 자리의 숫자가 b, 일의 자리의 숫자가 c인 세 자리 자연수 ➜ $100a+10b+c$
(2) a % ➜ $\frac{a}{100}$
(3) a시간 ➜ $60a$분, a m ➜ $100a$ cm, a kg ➜ $1000a$ g

435 ① 사과 1개의 가격은 $\frac{3000}{a}$(원)이므로 사과 b개의 가격은
$\frac{3000}{a}\times b=\frac{3000b}{a}$(원)
② 1 m는 100 cm이므로 x m y cm는
$100\times x+y=100x+y$(cm)
③ 1 km는 1000 m이므로 a km b m는
$1000\times a+b=1000a+b$(m)
④ $a\times 100+b\times 10+c\times 1=100a+10b+c$
⑤ 지불해야 할 금액은 $700\times a=700a$(원)이므로 거스름돈은
$b-700a$(원)
따라서 옳은 것은 ②이다. 답 ②

436 ② 1시간은 60분이므로 x시간 y분은
$x\times 60+y=60x+y$(분)
③ a %$=\frac{a}{100}$이므로 3500원짜리 물건에 a %의 이익을 붙인 가격은
$3500+3500\times\frac{a}{100}=3500+35a$(원)

⑤ x점과 y점의 두 과목의 평균 점수는 $\dfrac{x+y}{2}$ (점)

따라서 옳지 않은 것은 ②, ⑤이다.

답 ②, ⑤

437 작년 전체 학생 x명 중 $a\,\%$가 여학생이므로 작년 남학생 수는

$$x-x\times\frac{a}{100}=x-\frac{ax}{100}$$

올해는 작년에 비해 남학생 수가 $10\,\%$ 감소하였으므로 감소한 남학생 수는

$$\left(x-\frac{ax}{100}\right)\times\frac{10}{100}=\frac{1}{10}\left(x-\frac{ax}{100}\right)$$

답 ①

438 1명이 하루 동안 만들 수 있는 빵의 개수는

$$z\div y\div x=z\times\frac{1}{y}\times\frac{1}{x}=\frac{z}{xy}$$

따라서 다섯 명이 하루 동안 만들 수 있는 빵의 개수는

$$5\times\frac{z}{xy}=\frac{5z}{xy}$$

답 ①

유형 084 문자를 사용한 식으로 나타내기; 도형 (본책 93쪽)

(1) (삼각형의 넓이) $=\dfrac{1}{2}\times$ (밑변의 길이) $\times$ (높이)

(2) (직사각형의 넓이) $=$ (가로의 길이) $\times$ (세로의 길이)

(3) (사다리꼴의 넓이)

$=\dfrac{1}{2}\times\{$(윗변의 길이) $+$ (아랫변의 길이)$\}\times$ (높이)

(4) (마름모의 넓이)

$=\dfrac{1}{2}\times$ (한 대각선의 길이) $\times$ (다른 대각선의 길이)

439 ① (삼각형의 넓이) $=\dfrac{1}{2}\times a\times b=\dfrac{ab}{2}\ (\mathrm{cm}^2)$

② (정삼각형의 둘레의 길이) $=a\times3=3a\ (\mathrm{cm})$

③ (정사각형의 넓이) $=x\times x=x^2\ (\mathrm{cm}^2)$

④ (직사각형의 둘레의 길이) $=2\times(a+b)=2(a+b)\ (\mathrm{cm})$

⑤ (마름모의 넓이) $=\dfrac{1}{2}\times a\times b=\dfrac{ab}{2}\ (\mathrm{cm}^2)$

따라서 옳은 것은 ③, ⑤이다.

답 ③, ⑤

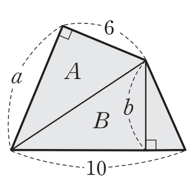
440 (직육면체의 겉넓이)

$=2\times(2x\times y)+2\times(2x\times10)+2\times(y\times10)$

$=4xy+40x+20y$

답 ⑤

441 오른쪽 그림에서 구하는 사각형의 넓이는



(A의 넓이) $+$ (B의 넓이)

$=\dfrac{1}{2}\times a\times6+\dfrac{1}{2}\times10\times b$

$=3a+5b$

답 $3a+5b$

유형 085 문자를 사용한 식으로 나타내기; 속력 (본책 93쪽)

(1) (속력) $=\dfrac{(\text{거리})}{(\text{시간})}$

(2) (시간) $=\dfrac{(\text{거리})}{(\text{속력})}$

(3) (거리) $=$ (속력) $\times$ (시간)

442 (시간) $=\dfrac{(\text{거리})}{(\text{속력})}$이므로 x km의 거리를 시속 4 km로 갈 때 걸린 시간은 $\dfrac{x}{4}$시간이고, 30분은 $\dfrac{30}{60}=\dfrac{1}{2}$ (시간)이므로 전체 걸린 시간은

$$\left(\frac{x}{4}+\frac{1}{2}\right)\text{시간}$$

답 ①

443 (거리) $=$ (속력) $\times$ (시간)이므로 시속 20 km로 a시간 동안 간 거리는

$20\times a=20a\ (\mathrm{km})$ … 1단계

따라서 B 지점까지 남은 거리는

$(120-20a)$ km … 2단계

답 $(120-20a)$ km

단계	채점 요소	비율
1	a시간 동안 간 거리를 문자를 사용한 식으로 나타내기	50 %
2	남은 거리를 문자를 사용한 식으로 나타내기	50 %

444 (시간) $=\dfrac{(\text{거리})}{(\text{속력})}$이므로 0.5 km, 즉 500 m의 거리를 분속 x m로 갈 때 걸린 시간은 $\dfrac{500}{x}$분이고, 남은 거리인 1.5 km, 즉 1500 m의 거리를 분속 y m로 갈 때 걸린 시간은 $\dfrac{1500}{y}$분이다.

따라서 전체 걸린 시간은

$$\left(\frac{500}{x}+\frac{1500}{y}\right)\text{분}$$

답 $\left(\dfrac{500}{x}+\dfrac{1500}{y}\right)$분

445 시속 66 km는 분속 1100 m이고, 열차가 터널을 완전히 통과할 때까지 움직인 거리는

$(a+800)$ m

(시간) $=\dfrac{(\text{거리})}{(\text{속력})}$이므로 열차가 터널을 완전히 통과하는 데 걸린 시간은

$$\frac{a+800}{1100}\text{분}$$

답 ⑤

만점 공략 노트

다음과 같이 시속 66 km를 분속으로 바꿀 수 있다.

시속 66 km ➜ 1시간에 66 km를 간다.

➜ 60분에 66000 m를 간다.

➜ 1분에 $\dfrac{66000}{60}=1100\ (\mathrm{m})$를 간다.

➜ 분속 1100 m

유형 086 문자를 사용한 식으로 나타내기: 농도 본책 94쪽

(1) $(\text{소금물의 농도})=\dfrac{(\text{소금의 양})}{(\text{소금물의 양})}\times 100\,(\%)$

(2) $(\text{소금의 양})=\dfrac{(\text{소금물의 농도})}{100}\times(\text{소금물의 양})$

446 $(\text{소금의 양})=\dfrac{(\text{소금물의 농도})}{100}\times(\text{소금물의 양})$이므로 10 %의 소금물 x g에 들어 있는 소금의 양은

$\dfrac{10}{100}\times x=\dfrac{x}{10}\,(\text{g})$

또 25 %의 소금물 y g에 들어 있는 소금의 양은

$\dfrac{25}{100}\times y=\dfrac{y}{4}\,(\text{g})$

따라서 섞은 소금물에 들어 있는 소금의 양은

$\left(\dfrac{x}{10}+\dfrac{y}{4}\right)\text{g}$ 답 ①

447 6 kg=6000 g이므로

$(\text{소금의 양})=\dfrac{(\text{소금물의 농도})}{100}\times(\text{소금물의 양})$

$=\dfrac{x}{100}\times 6000=60x\,(\text{g})$ 답 ⑤

448 $(\text{소금의 양})=\dfrac{(\text{소금물의 농도})}{100}\times(\text{소금물의 양})$이므로 a %의 소금물 100 g에 들어 있는 소금의 양은

$\dfrac{a}{100}\times 100=a\,(\text{g})$

또 b %의 소금물 200 g에 들어 있는 소금의 양은

$\dfrac{b}{100}\times 200=2b\,(\text{g})$

즉 새로 만든 소금물에 들어 있는 소금의 양은

$(a+2b)\,\text{g}$ … 1단계

따라서 $(\text{소금물의 농도})=\dfrac{(\text{소금의 양})}{(\text{소금물의 양})}\times 100\,(\%)$이므로 새로 만든 소금물의 농도는

$\dfrac{a+2b}{100+200}\times 100=\dfrac{a+2b}{300}\times 100=\dfrac{a+2b}{3}\,(\%)$ … 2단계

답 $\dfrac{a+2b}{3}$ %

단계	채점 요소	비율
1	새로 만든 소금물에 들어 있는 소금의 양을 문자를 사용한 식으로 나타내기	50 %
2	새로 만든 소금물의 농도를 문자를 사용한 식으로 나타내기	50 %

유형 087 식의 값 구하기 본책 94쪽

(1) 문자에 수를 대입할 때에는 생략된 곱셈 기호를 다시 쓴다.

(2) 문자에 대입하는 수가 음수이면 반드시 괄호를 사용한다.

449 ① $-x^2y=-3^2\times(-4)=(-9)\times(-4)=36$

② $4x-3y=4\times3-3\times(-4)=12+12=24$

③ $-\dfrac{2xy}{3}=-\dfrac{2\times3\times(-4)}{3}=8$

④ $x-y^2=3-(-4)^2=3-16=-13$

⑤ $\dfrac{x^2+y^2}{5}=\dfrac{3^2+(-4)^2}{5}=\dfrac{9+16}{5}=\dfrac{25}{5}=5$

따라서 식의 값이 가장 큰 것은 ①이다. 답 ①

450 ① $a^3=(-2)^3=-8$

② $-2a^2=-2\times(-2)^2=-8$

③ $(-a)^3=\{-(-2)\}^3=2^3=8$

④ $-\dfrac{a^4}{2}=-\dfrac{(-2)^4}{2}=-\dfrac{16}{2}=-8$

⑤ $-a^2+2a=-(-2)^2+2\times(-2)=-4-4=-8$

따라서 식의 값이 나머지 넷과 다른 하나는 ③이다. 답 ③

451 $x^2-4xy+4y^2=5^2-4\times5\times\left(-\dfrac{1}{2}\right)+4\times\left(-\dfrac{1}{2}\right)^2$

$=25+10+1=36$

답 ⑤

452 $\dfrac{xy+z}{x}-\dfrac{xz}{y}=\dfrac{(-2)\times4+6}{-2}-\dfrac{(-2)\times6}{4}$

$=\dfrac{-2}{-2}-\dfrac{-12}{4}$

$=1-(-3)=4$ 답 4

유형 088 식의 값 구하기: 분모에 분수 대입하기 본책 95쪽

분모에 분수를 대입할 때에는 생략된 나눗셈 기호를 다시 쓴다.

예 $x=\dfrac{1}{2}$일 때, $\dfrac{2}{x}=2\div x=2\div\dfrac{1}{2}=2\times2=4$

453 $\dfrac{5}{x}-\dfrac{4}{y}=5\div x-4\div y$

$=5\div\left(-\dfrac{1}{5}\right)-4\div\dfrac{1}{6}$

$=5\times(-5)-4\times6$

$=-25-24=-49$ 답 ①

454 $(a-a^2)-\left(\dfrac{1}{b}-\dfrac{1}{b^2}\right)$

$=(a-a^2)-(1\div b-1\div b^2)$

$=(3-3^2)-\left\{1\div\left(-\dfrac{1}{3}\right)-1\div\left(-\dfrac{1}{3}\right)^2\right\}$

$=(-6)-\{1\times(-3)-1\times9\}$

$=(-6)-(-12)=6$ 답 ④

455 $\dfrac{6}{x}+\dfrac{3}{y}+\dfrac{2}{z}=6\div x+3\div y+2\div z$

$=6\div\dfrac{1}{3}+3\div\left(-\dfrac{1}{4}\right)+2\div\dfrac{1}{2}$

$=6\times3+3\times(-4)+2\times2$

$=18-12+4=10$ 답 ⑤

456 $\dfrac{ab-bc-ca}{abc}$

$=(ab-bc-ca)\div abc$

$=\left\{\dfrac{3}{4}\times\left(-\dfrac{1}{6}\right)-\left(-\dfrac{1}{6}\right)\times\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{2}\times\dfrac{3}{4}\right\}\div\left\{\dfrac{3}{4}\times\left(-\dfrac{1}{6}\right)\times\dfrac{1}{2}\right\}$ … 1단계

$=\left\{-\dfrac{1}{8}-\left(-\dfrac{1}{12}\right)-\dfrac{3}{8}\right\}\div\left(-\dfrac{1}{16}\right)$

$=\left(-\dfrac{5}{12}\right)\times(-16)=\dfrac{20}{3}$ … 2단계

답 $\dfrac{20}{3}$

단계	채점 요소	비율
1	a, b, c의 값 대입하기	50 %
2	식의 값 구하기	50 %

유형 089 식의 값의 활용: 식이 주어진 경우 (본책 95쪽)

문제에 식이 주어진 경우에는 문자에 어떤 수를 대입해야 하는지 파악한 후 식의 값을 구한다.

457 $0.9(x-100)$에 $x=162$를 대입하면

$0.9\times(162-100)=0.9\times62=55.8\,(\mathrm{kg})$ 답 ③

458 $\dfrac{5}{9}(a-32)$에 $a=59$를 대입하면

$\dfrac{5}{9}\times(59-32)=\dfrac{5}{9}\times27=15\,(^\circ\mathrm{C})$ 답 ②

459 $\dfrac{a-b}{2}$에 $a=62$, $b=26$을 대입하면

$\dfrac{62-26}{2}=\dfrac{36}{2}=18\,(\mathrm{cm})$ 답 ①

460 $331+0.6a$에 $a=20$을 대입하면

$331+0.6\times20=343$

이므로 소리는 1초 동안 343 m를 이동한다. … 1단계

현수는 천둥이 친 지 4초 후에 천둥소리를 들었으므로 현수가 위치한 곳에서 천둥이 친 곳까지의 거리는

$343\times4=1372\,(\mathrm{m})$ … 2단계

답 1372 m

단계	채점 요소	비율
1	기온이 20 ℃일 때, 소리가 1초 동안 이동하는 거리 구하기	50 %
2	현수가 위치한 곳에서 천둥이 친 곳까지의 거리 구하기	50 %

유형 090 식의 값의 활용 ; 식이 주어지지 않은 경우 (본책 96쪽)

문제에 식이 주어지지 않은 경우에는 주어진 상황을 문자를 사용한 식으로 나타낸 후 문자에 수를 대입하여 식의 값을 구한다.

461 (1) x분 동안 줄어든 양초의 길이는 $0.1x$ cm이므로 x분 후의 양초의 길이는 $10-0.1x\,(\mathrm{cm})$

(2) $10-0.1x$에 $x=15$를 대입하면

$10-0.1\times15=8.5\,(\mathrm{cm})$

답 (1) $(10-0.1x)$ cm (2) 8.5 cm

462 (1) 지면으로부터 100 m 높아질 때마다 기온이 0.6 ℃씩 낮아지므로 1 km 높아질 때마다 기온은 6 ℃씩 낮아진다.
따라서 현재 지면의 기온이 12 ℃일 때, 지면으로부터 높이가 x km인 곳의 기온은 $(12-6x)$ ℃

(2) $12-6x$에 $x=1.2$를 대입하면

$12-6\times1.2=12-7.2=4.8\,(^\circ\mathrm{C})$

답 (1) $(12-6x)$ ℃ (2) 4.8 ℃

463 (1) 용수철 저울에 10 g의 물건을 달면 용수철의 길이가 $23-20=3\,(\mathrm{cm})$만큼 늘어나므로 저울에 x g의 물건을 달면 용수철의 길이는 $0.3x$ cm만큼 늘어난다.
따라서 용수철의 길이는 $(20+0.3x)$ cm … 1단계

(2) $20+0.3x$에 $x=25$를 대입하면

$20+0.3\times25=20+7.5=27.5\,(\mathrm{cm})$ … 2단계

답 (1) $(20+0.3x)$ cm (2) 27.5 cm

단계	채점 요소	비율
1	x g의 물건을 달았을 때의 용수철의 길이를 x를 사용한 식으로 나타내기	60 %
2	25 g의 물건을 달았을 때의 용수철의 길이 구하기	40 %

464 (1) A의 가위바위보 결과가 2승 a무 b패이므로 A는 처음 위치에서

$3\times2+2\times a+1\times b=2a+b+6$ (칸)

올라갔다.

(2) $2a+b+6$에 $a=3$, $b=1$을 대입하면

$2\times3+1+6=13$ (칸)

답 (1) $(2a+b+6)$칸 (2) 13칸

유형 091 다항식 (본책 97쪽)

다항식 $3x^2+4x-1$에서

① 항은 3개 ② 다항식의 차수는 2

③ x^2의 계수는 3, x의 계수는 4 ④ 상수항은 -1

465 ③ y의 계수는 $-\dfrac{1}{2}$이다.

⑤ 상수항은 1이다.

따라서 옳지 않은 것은 ③, ⑤이다. 답 ③, ⑤

466 ① $\dfrac{3}{x}$은 분모에 문자 x가 있으므로 다항식이 아니다.

② xyz에서 항은 1개이다.

③ $4-\dfrac{x}{2}$에서 x의 계수는 $-\dfrac{1}{2}$이다.

⑤ $x-1+2x^2$에서 상수항은 -1이다.

따라서 옳은 것은 ④이다. 답 ④

467 $\frac{5}{2}x^2-3x+\frac{1}{2}$에서

x^2의 계수는 $\frac{5}{2}$이므로 $\quad a=\frac{5}{2}$ … 1단계

x의 계수는 -3이므로 $\quad b=-3$ … 2단계

상수항은 $\frac{1}{2}$이므로 $\quad c=\frac{1}{2}$ … 3단계

$\therefore 4a+b-2c=4\times\frac{5}{2}+(-3)-2\times\frac{1}{2}$

$=10+(-3)-1=6$ … 4단계

답 6

단계	채점 요소	비율
1	a의 값 구하기	30 %
2	b의 값 구하기	30 %
3	c의 값 구하기	30 %
4	$4a+b-2c$의 값 구하기	10 %

유형 092 일차식

본책 97쪽

(1) 일차식: 차수가 1인 다항식

(2) x에 대한 일차식: $ax+b$ (단, a, b는 상수, $a\neq0$)의 꼴

이때 $\frac{1}{x}$과 같이 분모에 문자가 포함된 식은 다항식이 아니므로 일차식이 아니다.

468 ㄷ. x^2+x-1은 차수가 2이므로 일차식이 아니다.

ㄹ. $\frac{5}{x}-\frac{1}{2}$은 분모에 문자 x가 있으므로 다항식이 아니다.

이상에서 일차식인 것은 ㄱ, ㄴ, ㅁ, ㅂ의 4개이다. 답 ③

469 ① $0\times x^2+x=x$이므로 일차식이다.

②, ⑤ 분모에 문자 x가 있으므로 다항식이 아니다.

④ $1-y^2$은 차수가 2이므로 일차식이 아니다.

따라서 일차식인 것은 ①, ③이다. 답 ①, ③

470 주어진 다항식이 x에 대한 일차식이 되려면

$5-a=0$, $a-1\neq0 \quad \therefore a=5$ 답 ⑤

만점 공략 노트

ax^2+bx+c (a, b, c는 상수)가 x에 대한 일차식이 되려면

$a=0$, $b\neq0$

유형 093 일차식과 수의 곱셈, 나눗셈

본책 98쪽

(1) (수)×(일차식), (일차식)×(수)의 계산

➜ 분배법칙을 이용하여 일차식의 각 항에 수를 곱한다.

(2) (일차식)÷(수)의 계산

➜ 분배법칙을 이용하여 일차식의 각 항에 나누는 수의 역수를 곱한다.

471 ④ $\left(-\frac{4}{3}x+1\right)\div\left(-\frac{4}{9}\right)$

$=\left(-\frac{4}{3}x+1\right)\times\left(-\frac{9}{4}\right)$

$=\left(-\frac{4}{3}x\right)\times\left(-\frac{9}{4}\right)+1\times\left(-\frac{9}{4}\right)$

$=3x-\frac{9}{4}$

따라서 옳지 않은 것은 ④이다. 답 ④

472 $4(1-3x)=4\times1+4\times(-3x)=-12x+4$

① $(-3x-1)\times4=(-3x)\times4+(-1)\times4=-12x-4$

② $(3x+1)\times(-4)=3x\times(-4)+1\times(-4)=-12x-4$

③ $(-3x+1)\div\frac{1}{4}=(-3x+1)\times4$

$=(-3x)\times4+1\times4=-12x+4$

④ $(-3x+1)\div\left(-\frac{1}{4}\right)=(-3x+1)\times(-4)$

$=(-3x)\times(-4)+1\times(-4)$

$=12x-4$

⑤ $(3x-1)\div\frac{1}{4}=(3x-1)\times4$

$=3x\times4+(-1)\times4=12x-4$

따라서 주어진 식과 계산한 결과가 같은 것은 ③이다. 답 ③

473 $\frac{5}{2}(4x-2)=\frac{5}{2}\times4x+\frac{5}{2}\times(-2)=10x-5$ … 1단계

$(-6x+9)\div\left(-\frac{3}{2}\right)=(-6x+9)\times\left(-\frac{2}{3}\right)$

$=(-6x)\times\left(-\frac{2}{3}\right)+9\times\left(-\frac{2}{3}\right)$

$=4x-6$ … 2단계

따라서 두 다항식의 x의 계수의 합은 $10+4=14$이므로

$a=14$

또 상수항의 합은 $-5+(-6)=-11$이므로

$b=-11$ … 3단계

$\therefore a+b=14+(-11)=3$ … 4단계

답 3

단계	채점 요소	비율
1	$\frac{5}{2}(4x-2)$ 계산하기	30 %
2	$(-6x+9)\div\left(-\frac{3}{2}\right)$ 계산하기	40 %
3	a, b의 값 구하기	20 %
4	$a+b$의 값 구하기	10 %

유형 094 동류항

본책 98쪽

(1) 동류항: 다항식에서 문자와 차수가 각각 같은 항

(2) 상수항끼리는 모두 동류항이다.

474 ② x^2과 y^2은 차수는 2로 같지만 문자가 x, y로 다르므로 동류항이 아니다.

③ $\frac{1}{x}$은 다항식이 아니므로 $\frac{1}{x}$과 x는 동류항이 아니다.
④ $0.1x$와 $-x$는 문자가 같고, 차수도 1로 각각 같으므로 동류항이다.
⑤ $ab=a\times b$, $a^2=a\times a$이므로 동류항이 아니다.
따라서 동류항끼리 짝 지은 것은 ④이다. 답 ④

475 ㄴ. $\frac{2}{x}$는 다항식이 아니므로 $-2x$와 $\frac{2}{x}$는 동류항이 아니다.
ㄷ. $5a^2$과 $5b^2$은 차수는 2로 같지만 문자가 a, b로 다르므로 동류항이 아니다.
ㅁ. $xy=x\times y$, $x^2y^2=x\times x\times y\times y$이므로 동류항이 아니다.
이상에서 동류항끼리 짝 지은 것은 ㄱ, ㄹ, ㅂ이다.
답 ㄱ, ㄹ, ㅂ

유형 095 일차식의 덧셈과 뺄셈 본책 98쪽

❶ 괄호가 있으면 분배법칙을 이용하여 괄호를 푼다.
❷ 동류항끼리 모아서 계산한다.

476 $2(3x-7)-\frac{1}{2}(4x-10)=6x-14-2x+5$
$=4x-9$
따라서 $a=4$, $b=9$이므로
$b-a=9-4=5$
답 ③

477 ① $(2x-4)+(3x+7)=2x-4+3x+7=5x+3$
② $-(5x-1)+(x-1)=-5x+1+x-1=-4x$
③ $(6x-5)-4\left(\frac{1}{2}x+1\right)=6x-5-2x-4=4x-9$
④ $\frac{1}{2}(6x-2)-5+x=3x-1-5+x=4x-6$
⑤ $8\left(x-\frac{3}{4}\right)-5\left(\frac{2}{5}x-1\right)=8x-6-2x+5=6x-1$
따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다. 답 ⑤

478 ㄱ. $-x+9+6x-10=5x-1$
ㄴ. $(7x+6)+(-3x-1)=7x+6-3x-1=4x+5$
ㄷ. $-\frac{1}{2}x+7-\left(\frac{5}{2}x-2\right)=-\frac{1}{2}x+7-\frac{5}{2}x+2=-3x+9$
ㄹ. $\frac{1}{3}(-6x+3)+2x+4=-2x+1+2x+4=5$
ㅁ. $\frac{1}{2}(2x+4)-\frac{3}{2}(6x-8)=x+2-9x+12=-8x+14$
이상에서 식의 계산이 잘못된 것은 ㄱ, ㄹ, ㅁ의 3개이다.
답 ③

479 $7x+5-(ax-b)=7x+5-ax+b$
$=(7-a)x+5+b$
이때 $7-a=-1$, $5+b=8$이므로
$a=8$, $b=3$
$\therefore a+b=8+3=11$ 답 11

유형 096 괄호가 여러 개인 일차식의 덧셈과 뺄셈 본책 99쪽

괄호가 여러 개인 일차식의 덧셈과 뺄셈은
( ) → { } → [ ]
의 순서로 풀어서 계산한다. 이때 괄호 앞의 부호에 주의한다.

480 $3y-[4y-x-\{-x-2(x+5y)\}]$
$=3y-\{4y-x-(-x-2x-10y)\}$
$=3y-\{4y-x-(-3x-10y)\}$
$=3y-(4y-x+3x+10y)$
$=3y-(2x+14y)=3y-2x-14y$
$=-2x-11y$
따라서 $p=-2$, $q=-11$이므로
$pq=(-2)\times(-11)=22$ 답 ③

481 $4x-[-x+3\{x-(6x-7)\}]$
$=4x-\{-x+3(x-6x+7)\}$
$=4x-\{-x+3(-5x+7)\}$
$=4x-(-x-15x+21)$
$=4x-(-16x+21)=4x+16x-21$
$=20x-21$
따라서 $a=20$, $b=-21$이므로
$a-b=20-(-21)=41$ 답 ②

482 $a(x^2-x)-\{3x^2+2(-4x+2)\}$
$=ax^2-ax-(3x^2-8x+4)=ax^2-ax-3x^2+8x-4$
$=(a-3)x^2+(-a+8)x-4$ ··· 1단계
위의 식이 x에 대한 일차식이므로
$a-3=0$ $\therefore a=3$ ··· 2단계
따라서 x의 계수는
$-a+8=-3+8=5$ ··· 3단계
답 5

단계	채점 요소	비율
1	주어진 식을 간단히 하기	40 %
2	a의 값 구하기	40 %
3	x의 계수 구하기	20 %

유형 097 분수 꼴인 일차식의 덧셈과 뺄셈 본책 100쪽

분수 꼴인 일차식의 덧셈과 뺄셈은 분모의 최소공배수로 통분한 후 동류항끼리 모아서 계산한다.

483 $\frac{2x-1}{3}-\frac{x-4}{4}$
$=\frac{4(2x-1)-3(x-4)}{12}=\frac{8x-4-3x+12}{12}$
$=\frac{5x+8}{12}=\frac{5}{12}x+\frac{2}{3}$

따라서 $a=\frac{5}{12}$, $b=\frac{2}{3}$이므로

$$4a-b=4\times\frac{5}{12}-\frac{2}{3}=1$$

답 ④

484 $\frac{4x-3}{2}-0.2\left(x+\frac{5}{2}\right)$

$=\frac{4x-3}{2}-\frac{1}{5}x-\frac{1}{2}=\frac{5(4x-3)-2x-5}{10}$

$=\frac{20x-15-2x-5}{10}=\frac{18x-20}{10}$

$=\frac{9}{5}x-2$

답 $\frac{9}{5}x-2$

485 $\frac{-x+3}{2}-\frac{2x+1}{6}+\frac{2-3x}{4}$

$=\frac{6(-x+3)-2(2x+1)+3(2-3x)}{12}$

$=\frac{-6x+18-4x-2+6-9x}{12}=\frac{-19x+22}{12}$

$=-\frac{19}{12}x+\frac{11}{6}$

따라서 x의 계수는 $-\frac{19}{12}$, 상수항은 $\frac{11}{6}$이므로 구하는 합은

$$-\frac{19}{12}+\frac{11}{6}=-\frac{19}{12}+\frac{22}{12}=\frac{1}{4}$$

답 $\frac{1}{4}$

486 $x-\frac{x-y}{3}+\frac{2x-5y}{2}-\frac{2x+3y}{3}$

$=\frac{6x-2(x-y)+3(2x-5y)-2(2x+3y)}{6}$

$=\frac{6x-2x+2y+6x-15y-4x-6y}{6}$

$=\frac{6x-19y}{6}=x-\frac{19}{6}y$

답 $x-\frac{19}{6}y$

유형 098 문자에 일차식을 대입하기 본책 100쪽

문자에 일차식을 대입할 때에는 괄호를 사용한다. 이때 주어진 식이 복잡하면 먼저 식을 간단히 한다.

487 $B-4A=\frac{-3x+1}{2}-4\times\frac{x-5}{8}$

$=\frac{-3x+1}{2}-\frac{x-5}{2}$

$=\frac{-3x+1-x+5}{2}$

$=\frac{-4x+6}{2}=-2x+3$

답 ②

488 $A+3B-(3A-B)=A+3B-3A+B$

$=-2A+4B$

$=-2(-4x+y)+4\left(x+\frac{1}{4}y\right)$

$=8x-2y+4x+y$

$=12x-y$

따라서 $a=12$, $b=-1$이므로

$$a-b=12-(-1)=13$$

답 13

489 $2\{C-(B-A)\}+\frac{1}{2}(2A-C)$

$=2(C-B+A)+A-\frac{1}{2}C$

$=2C-2B+2A+A-\frac{1}{2}C$

$=3A-2B+\frac{3}{2}C$

$=3(-2x+3)-2(-x+1)+\frac{3}{2}(6x-8)$

$=-6x+9+2x-2+9x-12$

$=5x-5$

답 ④

490 $A=\frac{2x-y}{4}+\frac{x+y}{6}=\frac{3(2x-y)+2(x+y)}{12}$

$=\frac{6x-3y+2x+2y}{12}=\frac{8x-y}{12}$ … 1단계

$B=\frac{3x-10}{6}\div\left(-\frac{1}{6}\right)=\frac{3x-10}{6}\times(-6)$

$=-3x+10$ … 2단계

$\therefore 5A-\{2A-(9A+3B+2)\}$

$=5A-(2A-9A-3B-2)$

$=5A-(-7A-3B-2)$

$=5A+7A+3B+2$

$=12A+3B+2$

$=12\times\frac{8x-y}{12}+3(-3x+10)+2$

$=8x-y-9x+30+2$

$=-x-y+32$ … 3단계

답 $-x-y+32$

단계	채점 요소	비율
1	A를 계산하기	30 %
2	B를 계산하기	30 %
3	주어진 식 계산하기	40 %

유형 099 어떤 식 구하기 본책 101쪽

❶ 어떤 식을 $\square$로 놓고 주어진 문장을 식으로 나타낸다.
❷ 덧셈과 뺄셈 사이의 관계를 이용하여 어떤 식을 구한다.

$\square+●=▲ \rightarrow \square=▲-●$

$\square-●=▲ \rightarrow \square=▲+●$

491 어떤 다항식을 $\square$라 하면

$\square+(4x+2y)=-x-5y$

$\therefore \square=-x-5y-(4x+2y)$

$=-x-5y-4x-2y=-5x-7y$

따라서 다항식 $-5x-7y$에 $x-3y$를 더한 식은

$-5x-7y+(x-3y)=-5x-7y+x-3y$

$=-4x-10y$

답 ①

492 $\frac{1}{6}(x-12)-\boxed{}=-x+6$에서

$\boxed{}=\frac{1}{6}(x-12)-(-x+6)$

$=\frac{1}{6}x-2+x-6$

$=\frac{7}{6}x-8$ 답 $\frac{7}{6}x-8$

493 (1) $6x-1+A=-x+8$이므로

$A=-x+8-(6x-1)$

$=-x+8-6x+1$

$=-7x+9$

(2) 주어진 그림의 빈칸에 들어갈 다항식을 C라 하면

$C+(2x-3)=-7x+9$이므로

$C=-7x+9-(2x-3)$

$=-7x+9-2x+3$

$=-9x+12$

따라서 $B+(-9x+12)=6x-1$이므로

$B=6x-1-(-9x+12)$

$=6x-1+9x-12$

$=15x-13$

답 (1) $-7x+9$ (2) $15x-13$

494 $(-4x+3)+(3x-2)+(10x-7)=9x-6$이므로

$A+(3x-2)+(x-5)=9x-6$에서

$A+4x-7=9x-6$

$\therefore A=9x-6-(4x-7)$

$=9x-6-4x+7=5x+1$

또 $(5x+1)+(-4x+3)+B=9x-6$에서

$x+4+B=9x-6$

$\therefore B=9x-6-(x+4)$

$=9x-6-x-4=8x-10$

$\therefore A-B=5x+1-(8x-10)$

$=5x+1-8x+10$

$=-3x+11$

답 $-3x+11$

495 조건 (가)에서 $A+(4x-1)=2x+2$이므로

$A=2x+2-(4x-1)$

$=2x+2-4x+1=-2x+3$ … 1단계

조건 (나)에서 $B-(x+5)=-x+7$이므로

$B=-x+7+(x+5)$

$=-x+7+x+5=12$ … 2단계

조건 (다)에서 $(9x-4)-C=-2x-5$이므로

$C=(9x-4)-(-2x-5)$

$=9x-4+2x+5=11x+1$ … 3단계

$\therefore A-B-C=(-2x+3)-12-(11x+1)$

$=-2x+3-12-11x-1$

$=-13x-10$ … 4단계

답 $-13x-10$

단계	채점 요소	비율
1	다항식 A 구하기	30 %
2	다항식 B 구하기	30 %
3	다항식 C 구하기	30 %
4	$A-B-C$ 계산하기	10 %

유형 100 바르게 계산한 식 구하기

본책 101쪽

❶ 어떤 다항식을 $\boxed{}$로 놓고 주어진 조건에 따라 식을 세운다.
❷ $\boxed{}$를 구한다.
❸ 바르게 계산한 식을 구한다.

496 $A-(x-12)=-4x+5$에서

$A=-4x+5+(x-12)$

$=-4x+5+x-12$

$=-3x-7$

따라서 바르게 계산한 식은

$-3x-7+(x-12)=-3x-7+x-12$

$=-2x-19$ 답 $-2x-19$

497 어떤 다항식을 $\boxed{}$라 하면

$5x-7-\boxed{}=-3x-9$

$\therefore \boxed{}=5x-7-(-3x-9)$

$=5x-7+3x+9$

$=8x+2$

따라서 바르게 계산한 식은

$5x-7+(8x+2)=5x-7+8x+2$

$=13x-5$ 답 ⑤

498 $A+(-2x+3y-1)=x-5y+2$에서

$A=x-5y+2-(-2x+3y-1)$

$=x-5y+2+2x-3y+1$

$=3x-8y+3$

따라서 바르게 계산한 식 B는

$B=3x-8y+3-(-2x+3y-1)$

$=3x-8y+3+2x-3y+1$

$=5x-11y+4$

$\therefore 2A-B=2(3x-8y+3)-(5x-11y+4)$

$=6x-16y+6-5x+11y-4$

$=x-5y+2$ 답 ③

499 어떤 다항식을 $\boxed{}$라 하면

$\boxed{}-\frac{1}{4}(4x-12)=x+4$에서

$\boxed{}=x+4+\frac{1}{4}(4x-12)=x+4+x-3$

$=2x+1$ … 1단계

따라서 바르게 계산한 식은

$2x+1+4(4x-12)=2x+1+16x-48$

$=18x-47$ … (2단계)

답 $18x-47$

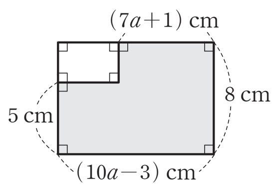
단계	채점 요소	비율
1	어떤 다항식 구하기	60 %
2	바르게 계산한 식 구하기	40 %

유형 101 도형에서의 일차식의 덧셈과 뺄셈의 활용

본책 102쪽

도형의 둘레의 길이와 넓이의 공식을 이용하여 식을 세운 후 계산한다.

500 오른쪽 그림에서 구하는 도형의 넓이는 큰 직사각형의 넓이에서 작은 직사각형의 넓이를 뺀 것과 같으므로



$(10a-3)\times 8$

$-\{(10a-3)-(7a+1)\}\times(8-5)$

$=(10a-3)\times 8-(10a-3-7a-1)\times 3$

$=8(10a-3)-3(3a-4)=80a-24-9a+12$

$=71a-12\ (\mathrm{cm}^2)$

답 $(71a-12)\ \mathrm{cm}^2$

501 색칠한 부분의 넓이는 사다리꼴의 넓이에서 직사각형의 넓이를 뺀 것과 같으므로

$\frac{1}{2}\times\{x+(3x-5)\}\times 6-(x-4)\times 2$

$=3(4x-5)-2x+8=12x-15-2x+8$

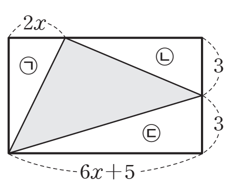
$=10x-7$

답 ⑤

502 색칠한 부분의 넓이는 직사각형의 넓이에서 3개의 직각삼각형의 넓이를 뺀 것과 같다.

이때 직사각형의 넓이는 $(6x+5)\times 6=36x+30$

또 오른쪽 그림에서 세 직각삼각형 ㉠, ㉡, ㉢의 넓이는



$(㉠\text{의 넓이})=\frac{1}{2}\times 2x\times 6=6x$

$(㉡\text{의 넓이})$

$=\frac{1}{2}\times(6x+5-2x)\times 3=\frac{3}{2}(4x+5)=6x+\frac{15}{2}$

$(㉢\text{의 넓이})=\frac{1}{2}\times(6x+5)\times 3=9x+\frac{15}{2}$

따라서 색칠한 부분의 넓이는

$(\text{직사각형의 넓이})-(㉠, ㉡, ㉢\text{의 넓이의 합})$

$=36x+30-\left(6x+6x+\frac{15}{2}+9x+\frac{15}{2}\right)$

$=36x+30-(21x+15)=36x+30-21x-15$

$=15x+15$

답 $15x+15$

503 직사각형의 둘레의 길이는

$2\times(8a+3+3a-1)=2(11a+2)=22a+4$

정사각형의 둘레의 길이는

$4\times 4=16$

이때 두 도형이 맞닿아 있는 부분은 제외해야 하므로 구하는 도형의 둘레의 길이는

$(22a+4)+16-2\times 4=22a+4+16-8$

$=22a+12$

답 ①

참고 $2\times(8a+3)+2\times(3a-1)+2\times 4=22a+12$와 같이 구할 수도 있다.

유형 102 규칙 찾기

본책 103쪽

시행 횟수가 늘어남에 따라 변화하는 양을 문자를 사용한 식으로 나타낸다.

504 (1) 고무를 1번 자르면 1조각이 더 늘어나므로 고무 조각의 수는 2

고무를 2번 자르면 1번 자를 때보다 가운데 조각 2개가 늘어나므로 고무 조각의 수는

$2+2=4$

고무를 3번 자르면 2번 자를 때보다 가운데 조각 2개가 늘어나므로 고무 조각의 수는

$2+2+2=6$

따라서 고무를 n번 자르면 고무 조각의 수는

$\underbrace{2+2+\cdots+2}_{n\text{개}}=2n$

(2) $2n$에 $n=10$을 대입하면

$2\times 10=20$

즉 고무를 10번 자르면 고무는 20조각으로 나누어진다.

답 (1) $2n$조각 (2) 20조각

505 종이 a장을 이어 붙이면 겹치는 부분이 $(a-1)$개 생기므로 만들어진 직사각형의 가로의 길이는

$8\times a-2\times(a-1)=8a-2a+2=6a+2\ (\mathrm{cm})$

따라서 만들어진 직사각형의 넓이는

$(6a+2)\times 8=48a+16\ (\mathrm{cm}^2)$

답 ④

유형 103 $(-1)^n$의 꼴이 포함된 일차식의 계산

본책 103쪽

$(-1)^n$의 꼴에서 지수 n이 짝수인지 홀수인지 판단하여

$(-1)^{\text{짝수}}=1,\ (-1)^{\text{홀수}}=-1$

임을 이용한다.

506 n이 자연수일 때, $2n$은 짝수, $2n+1$은 홀수이므로

$(-1)^{2n}=1,\ (-1)^{2n+1}=-1$

$\therefore (-1)^{2n}(2x+3)+(-1)^{2n+1}(-x-5)$
$=(2x+3)-(-x-5)$
$=2x+3+x+5=3x+8$

따라서 $a=3$, $b=8$이므로 $\quad a+b=3+8=11$ 답 ①

507 n이 짝수일 때, $n+1$은 홀수이므로

$(-1)^n=1$, $(-1)^{n+1}=-1$

$\therefore (-1)^n(x-5)-(-1)^{n+1}(x+5)$
$=(x-5)+(x+5)$
$=x-5+x+5$
$=2x$ 답 ②

508 n이 자연수일 때, $2n$은 짝수, $2n+1$은 홀수이므로

$(-1)^{2n}=1$, $(-1)^{2n+1}=-1$

$\therefore (-1)^{2n+1}(-4x+y-1)+(-1)^{2n}(x-3y+2)$
$=-(-4x+y-1)+(x-3y+2)$
$=4x-y+1+x-3y+2$
$=5x-4y+3$

따라서 x의 계수는 5, y의 계수는 -4, 상수항은 3이므로

$a=5$, $b=-4$, $c=3$

$\therefore a-b+c=5-(-4)+3=5+4+3=12$ 답 ②

만점 유형 도전하기

본책 104~105쪽

509 전략 분모에 분수를 대입할 때에는 생략된 나눗셈 기호를 다시 쓴다.

소영: $x\times0.01+14\div y\times z=0.01x+14\times\frac{1}{y}\times z$
$=0.01x+\frac{14z}{y}$

태우: $-\frac{10}{x}-\frac{7}{y}=(-10)\div x-7\div y$
$=(-10)\div\frac{1}{5}-7\div\left(-\frac{1}{7}\right)$
$=(-10)\times5-7\times(-7)=-50+49=-1$

은경: $6A-8B=6\left(\frac{1}{2}x+y\right)-8\left(x-\frac{3}{4}y\right)$
$=3x+6y-8x+6y$
$=-5x+12y$

따라서 잘못 말한 사람은 소영, 은경이다. 답 풀이 참조

510 전략 30일 동안 A 독서실을 이용하는 금액과 B 독서실을 이용하는 금액을 각각 식으로 나타내어 비교한다.

(i) A 독서실을 30일 동안 이용하는 경우

A 독서실은 7일 이용권을 구매하면 3일을 무료로 더 이용할 수 있으므로 7일 이용권을 3개 구매하면 A 독서실을 30일 동안 이용할 수 있다.

따라서 A 독서실을 30일 동안 이용하는 금액은

$7x\times3=21x$ (원)

(ii) B 독서실을 30일 동안 이용하는 경우

B 독서실은 10일 이용권을 25 % 할인한 금액으로 구매할 수 있으므로 10일 이용권의 금액은

$10x-10x\times\frac{25}{100}=10x-\frac{5}{2}x=\frac{15}{2}x$ (원)

이때 10일 이용권을 3개 구매하면 B 독서실을 30일 동안 이용할 수 있다.

따라서 B 독서실을 30일 동안 이용하는 금액은

$\frac{15}{2}x\times3=\frac{45}{2}x$ (원)

(i), (ii)에서 $21x<\frac{45}{2}x$이므로 A 독서실이 더 저렴하다.

답 풀이 참조

511 전략 n이 홀수일 때와 짝수일 때로 경우를 나누어 $(-1)^n$의 값을 구한다.

n이 홀수일 때, $\quad (-1)^n=-1$

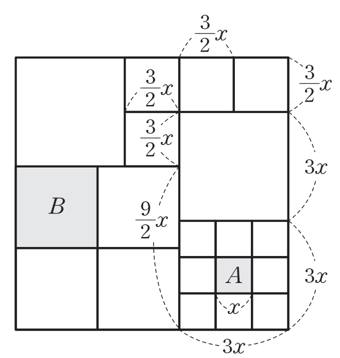
n이 짝수일 때, $\quad (-1)^n=1$

주어진 식에 $a=-1$을 대입하면

$(-1)+2\times(-1)^2+3\times(-1)^3+4\times(-1)^4+\cdots$
$+997\times(-1)^{997}+998\times(-1)^{998}+999\times(-1)^{999}$
$=\{(-1)+2\}+\{(-3)+4\}+\cdots$
$+\{(-997)+998\}-999$
$=\underbrace{1+1+\cdots+1}_{499\text{개}}-999$
$=-500$ 답 -500

512 전략 정사각형 A의 한 변의 길이를 이용하여 다른 정사각형의 한 변의 길이를 식으로 나타낸다.

정사각형 A의 한 변의 길이를 이용하여 다른 정사각형의 한 변의 길이를 구하면 다음 그림과 같다.



정사각형 B와 같은 모양인 정사각형 4개를 겹치지 않게 이어 붙여 만든 정사각형의 한 변의 길이는

$(3x+3x)-\frac{3}{2}x=6x-\frac{3}{2}x=\frac{9}{2}x$

따라서 정사각형 B의 한 변의 길이는

$\frac{1}{2}\times\frac{9}{2}x=\frac{9}{4}x$ 답 $\frac{9}{4}x$

05 문자의 사용과 식의 계산

513 전략 주어진 규칙을 이용하여 빈칸에 알맞은 식을 차례대로 구한다.

(1)

A	㉠		
	$6x-7$	㉡	㉢
			B

[규칙 2]에 의하여 ㉠은 $6x-7$보다 $2x-1$만큼 작으므로

㉠$=6x-7-(2x-1)=4x-6$

[규칙 1]에 의하여 A는 ㉠보다 $-3x+5$만큼 크므로

$A=4x-6+(-3x+5)=x-1$

[규칙 1]에 의하여 ㉡은 $6x-7$보다 $-3x+5$만큼 작으므로

㉡$=6x-7-(-3x+5)=9x-12$

[규칙 1]에 의하여 ㉢은 ㉡보다 $-3x+5$만큼 작으므로

㉢$=9x-12-(-3x+5)=12x-17$

[규칙 2]에 의하여 B는 ㉢보다 $2x-1$만큼 크므로

$B=12x-17+(2x-1)=14x-18$

$\therefore A=x-1,\ B=14x-18$

(2) $x=2$일 때,

$A=x-1=2-1=1$

$B=14x-18=14\times2-18=10$

답 (1) $A=x-1,\ B=14x-18$ (2) 1, 10

참고 규칙에 따라 표를 완성하면 다음과 같다.

$x-1$	$4x-6$	$7x-11$	$10x-16$
$3x-2$	$6x-7$	$9x-12$	$12x-17$
$5x-3$	$8x-8$	$11x-13$	$14x-18$

514 전략 미혜는 일차식 A의 x의 계수를 바르게 보았고, 주형이는 일차식 A의 상수항을 바르게 보았다.

$A+(4x-1)=7x+3$에서

$A=7x+3-(4x-1)=7x+3-4x+1$

$=3x+4$

미혜는 x의 계수를 바르게 보았으므로 A의 x의 계수는 3이다.

$A+(4x-1)=5x+6$에서

$A=5x+6-(4x-1)=5x+6-4x+1$

$=x+7$

주형이는 상수항을 바르게 보았으므로 A의 상수항은 7이다.

$\therefore A=3x+7$

답 $3x+7$

515 전략 한 변에 놓인 바둑돌의 개수가 2, 3, 4, …인 정사각형을 만드는 데 사용되는 바둑돌의 개수를 각각 구하고 규칙을 찾는다.

한 변에 바둑돌이 2개, 3개, 4개, …씩 놓이도록 정사각형 모양을 만들 때마다 바둑돌이 4개씩 늘어난다.

한 변에 놓인 바둑돌이 2개인 정사각형을 만드는 데 사용되는 바둑돌의 개수는

4

한 변에 놓인 바둑돌이 3개인 정사각형을 만드는 데 사용되는 바둑돌의 개수는

$4+1\times4$

한 변에 놓인 바둑돌이 4개인 정사각형을 만드는 데 사용되는 바둑돌의 개수는

$4+(4-2)\times4$

한 변에 놓인 바둑돌이 5개인 정사각형을 만드는 데 사용되는 바둑돌의 개수는

$4+(5-2)\times4$

⋮

따라서 한 변에 놓인 바둑돌이 n개인 정사각형을 만드는 데 사용되는 바둑돌의 개수는

$4+(n-2)\times4=4+4n-8=4n-4$

답 $4n-4$

다른 풀이 한 변에 놓인 바둑돌의 개수를 4배 하면 각 꼭짓점의 위치에 놓인 바둑돌은 2번씩 중복하여 세어진다.

즉 한 변에 놓인 바둑돌이 2개인 정사각형을 만드는 데 사용되는 바둑돌의 개수는 $2\times4-4$

한 변에 놓인 바둑돌이 3개인 정사각형을 만드는 데 사용되는 바둑돌의 개수는 $3\times4-4$

한 변에 놓인 바둑돌이 4개인 정사각형을 만드는 데 사용되는 바둑돌의 개수는 $4\times4-4$

한 변에 놓인 바둑돌이 5개인 정사각형을 만드는 데 사용되는 바둑돌의 개수는 $5\times4-4$

⋮

따라서 한 변에 놓인 바둑돌이 n개인 정사각형을 만드는 데 사용되는 바둑돌의 개수는

$n\times4-4=4n-4$

516 전략 n이 홀수인 경우와 짝수인 경우로 나누어 생각한다.

(i) n이 홀수일 때,

$n+1$은 짝수, $2n+1$은 홀수이므로

$b^n=(-1)^n=-1,\ b^{n+1}=(-1)^{n+1}=1,$

$b^{2n+1}=(-1)^{2n+1}=-1$

$$\therefore \frac{6b^n}{a}+\frac{6^2b^{n+1}}{a^2}-\frac{6^3b^{2n+1}}{a^3}$$
$$=\frac{6\times(-1)}{6}+\frac{6^2\times1}{6^2}-\frac{6^3\times(-1)}{6^3}$$
$$=(-1)+1-(-1)$$
$$=1$$

(ii) n이 짝수일 때,

$n+1$은 홀수, $2n+1$은 홀수이므로

$b^n=(-1)^n=1,\ b^{n+1}=(-1)^{n+1}=-1,$

$b^{2n+1}=(-1)^{2n+1}=-1$

$$\therefore \frac{6b^n}{a}+\frac{6^2b^{n+1}}{a^2}-\frac{6^3b^{2n+1}}{a^3}$$
$$=\frac{6\times1}{6}+\frac{6^2\times(-1)}{6^2}-\frac{6^3\times(-1)}{6^3}$$
$$=1+(-1)-(-1)$$
$$=1$$

(i), (ii)에서 구하는 값은 1이다.

답 1

시험 만점 완성하기

본책 106~109쪽

517 전략 수량 사이의 관계를 파악한 후 식으로 나타낸다.

② 10 cm에 x원인 리본 1 cm의 가격은 $\frac{x}{10}$원이므로 리본 y cm의 가격은

$$\frac{x}{10}\times y=\frac{xy}{10}\ (원)$$

따라서 옳지 않은 것은 ②이다.

답 ②

518 전략 정가가 a원인 물건을 b % 할인한 금액은 $a-a\times\frac{b}{100}$ (원)임을 이용한다.

정가가 a원인 티셔츠를 20 % 할인한 가격은

$$a-a\times\frac{20}{100}=\frac{4}{5}a\ (원)$$

이때 티셔츠 2장을 구매한 가격은

$$2\times\frac{4}{5}a=\frac{8}{5}a\ (원)$$

이므로 거스름돈은

$$40000-\frac{8}{5}a\ (원)$$

답 ⑤

519 전략 절댓값이 a $(a>0)$인 수는 a, $-a$의 2개임을 이용한다.

$|x|=|y|=5$이고 $x<y$이므로

$x=-5$, $y=5$

$$\therefore \frac{y-x}{xy}=\frac{5-(-5)}{(-5)\times 5}=\frac{10}{-25}=-\frac{2}{5}$$

답 ③

520 전략 문자에 음수를 대입할 때에는 괄호를 사용하고, 분모에 분수를 대입할 때에는 생략된 나눗셈 기호를 다시 쓴다.

① $-3ab=-3\times 2\times\left(-\frac{1}{3}\right)=2$

② $\frac{a}{2}+9b^2=\frac{2}{2}+9\times\left(-\frac{1}{3}\right)^2=1+9\times\frac{1}{9}=1+1=2$

③ $3a+12b=3\times 2+12\times\left(-\frac{1}{3}\right)=6-4=2$

④ $a^2+6b=2^2+6\times\left(-\frac{1}{3}\right)=4-2=2$

⑤ $\frac{4}{a}-\frac{1}{b}=4\div a-1\div b=4\div 2-1\div\left(-\frac{1}{3}\right)$
$=2-1\times(-3)=2+3=5$

따라서 나머지 넷과 다른 하나는 ⑤이다.

답 ⑤

521 전략 주어진 식의 문자에 알맞은 수를 대입하여 식의 값을 구한다.

150 cm$=$1.5 m이므로 $\frac{w}{h^2}$에 $w=54$, $h=1.5$를 대입하면

$$\frac{54}{1.5^2}=\frac{54}{2.25}=24\ (\mathrm{kg/m^2})$$

따라서 이 사람의 체질량지수는 24 kg/m^{2}이다.

답 ①

522 전략 (일차식)$\times$(수), (일차식)$\div$(수)는 분배법칙을 이용한다.

① $(2x-1)\times(-6)=-12x+6$

② $(5x+10)\div\frac{5}{2}=(5x+10)\times\frac{2}{5}=2x+4$

③ $(-6x+1)\div\frac{1}{3}=(-6x+1)\times 3=-18x+3$

④ $\frac{1}{4}\times(2-8x)=\frac{1}{2}-2x$

⑤ $(15x-3)\div(-3)=-5x+1$

따라서 x의 계수가 가장 작은 것은 ③이다.

답 ③

523 전략 세 자리 자연수 A의 백의 자리의 숫자와 십의 자리의 숫자와 일의 자리의 숫자를 각각 문자로 놓고 주어진 조건을 식으로 나타낸다.

세 자리 자연수 A의 백의 자리의 숫자를 a, 십의 자리의 숫자를 b, 일의 자리의 숫자를 c라 하면

$A=100a+10b+c$, $B=100a+10c+b$

(단, a, b, c는 1 이상 9 이하의 서로 다른 자연수)

$\therefore A-B=100a+10b+c-(100a+10c+b)$
$=9b-9c$

$A-B=54$에서 $9b-9c=54$, $9(b-c)=54$

$\therefore b-c=6$

이 식을 만족시키는 숫자 b, c를 (b, c)로 나타내면

$(7, 1)$, $(8, 2)$, $(9, 3)$

이때 a, b, c는 모두 다른 숫자이므로 위의 각 경우에 대하여 a로 가능한 숫자는 1, 2, 3, $\cdots$, 9의 9개의 숫자 중에서 b, c의 숫자 2개를 제외한 7개이다.

따라서 세 자리 자연수 A의 개수는

$3\times 7=21$

답 ②

524 전략 x에 대한 일차식은 $ax+b$ $(a\neq 0)$의 꼴이어야 함을 이용한다.

$$\begin{aligned}a(x^2+4)-3\{x-(x^2+1)\}&=ax^2+4a-3(x-x^2-1)\\&=ax^2+4a-3x+3x^2+3\\&=(a+3)x^2-3x+4a+3\end{aligned}$$

위의 식이 x에 대한 일차식이 되려면

$a+3=0$ $\quad\therefore a=-3$

따라서 상수항은

$4a+3=4\times(-3)+3=-9$

답 ①

525 전략 분모의 최소공배수로 통분한 후 동류항끼리 모아서 계산한다.

$$\begin{aligned}&\frac{x+3y}{4}-\frac{2x-y}{2}+\frac{x-2y}{3}\\&=\frac{3(x+3y)-6(2x-y)+4(x-2y)}{12}\\&=\frac{3x+9y-12x+6y+4x-8y}{12}\\&=\frac{-5x+7y}{12}=-\frac{5}{12}x+\frac{7}{12}y\end{aligned}$$

따라서 x의 계수는 $-\frac{5}{12}$, y의 계수는 $\frac{7}{12}$이므로 그 합은

$$-\frac{5}{12}+\frac{7}{12}=\frac{1}{6}$$

답 ④

526 전략 $a-b+c=0$을 변형하여 주어진 식에 대입한다.

$a-b+c=0$에서

$$a-b=-c,\ b-c=a,\ a+c=b$$

$$\begin{aligned}\therefore\ &\frac{3ac}{(a-b)(b-c)}+\frac{2ab}{(b-c)(c+a)}-\frac{4bc}{(c+a)(a-b)}\\&=\frac{3ac}{(-c)\times a}+\frac{2ab}{a\times b}-\frac{4bc}{b\times(-c)}\\&=\frac{3ac}{-ac}+\frac{2ab}{ab}-\frac{4bc}{-bc}\\&=(-3)+2-(-4)=3\end{aligned}$$

답 ③

527 전략 $\square+A=B$이면 $\square=B-A$이고, $C-\square=D$이면 $\square=C-D$임을 이용한다.

$A+(-x+5)=-3x-1$에서

$$\begin{aligned}A&=(-3x-1)-(-x+5)\\&=-3x-1+x-5=-2x-6\end{aligned}$$

$(5x-1)-B=2x+1$에서

$$\begin{aligned}B&=(5x-1)-(2x+1)\\&=5x-1-2x-1=3x-2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\therefore\ A+B&=(-2x-6)+(3x-2)\\&=x-8\end{aligned}$$

답 ⑤

528 전략 어떤 다항식을 $\square$로 놓고 주어진 조건에 따라 식을 세운다.

어떤 다항식을 $\square$라 하면

$$\square+(x-4y+1)=x+y$$

$$\begin{aligned}\therefore\ \square&=x+y-(x-4y+1)\\&=x+y-x+4y-1\\&=5y-1\end{aligned}$$

따라서 바르게 계산한 식은

$$\begin{aligned}5y-1-(x-4y+1)&=5y-1-x+4y-1\\&=-x+9y-2\end{aligned}$$

답 ③

529 전략 직사각형의 가로의 길이와 세로의 길이를 각각 x, y에 대한 식으로 나타낸다.

직사각형의 가로의 길이는

$$10-x\,(\text{cm})$$

세로의 길이는

$$10-(y-4)=10-y+4=14-y\,(\text{cm})$$

따라서 직사각형의 둘레의 길이는

$$\begin{aligned}2\times\{(10-x)+(14-y)\}&=2(24-x-y)\\&=48-2x-2y\,(\text{cm})\end{aligned}$$

답 ⑤

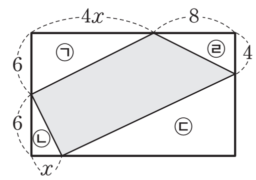
530 전략 색칠한 부분의 넓이는 직사각형의 넓이에서 4개의 직각삼각형의 넓이를 빼서 구한다.

직사각형의 가로의 길이와 세로의 길이는 각각

$4x+8$, 12

이므로 직사각형의 넓이는 $12(4x+8)=48x+96$

또 오른쪽 그림에서 네 직각삼각형 ㉠, ㉡, ㉢, ㉣의 넓이는



$$\begin{aligned}(㉠\text{의 넓이})&=\frac{1}{2}\times4x\times6\\&=12x\end{aligned}$$

$$(㉡\text{의 넓이})=\frac{1}{2}\times x\times6=3x$$

$$\begin{aligned}(㉢\text{의 넓이})&=\frac{1}{2}\times\{(4x+8)-x\}\times(12-4)\\&=\frac{1}{2}\times(3x+8)\times8\\&=4(3x+8)=12x+32\end{aligned}$$

$$(㉣\text{의 넓이})=\frac{1}{2}\times8\times4=16$$

따라서 색칠한 부분의 넓이는

$$\begin{aligned}&(\text{직사각형의 넓이})-(㉠,\ ㉡,\ ㉢,\ ㉣\text{의 넓이의 합})\\&=48x+96-(12x+3x+12x+32+16)\\&=48x+96-(27x+48)\\&=48x+96-27x-48\\&=21x+48\end{aligned}$$

답 ④

531 전략 $(\text{전체 평균})=\frac{(\text{남학생의 총횟수})+(\text{여학생의 총횟수})}{(\text{전체 학생 수})}$임을 이용한다.

이 반의 전체 학생 수는 $x+y$

남학생 x명의 턱걸이 기록의 총횟수는 $30x$

여학생 y명의 턱걸이 기록의 총횟수는 $18y$

따라서 전체 학생의 턱걸이 기록의 평균은

$$\frac{30x+18y}{x+y}\,(\text{회})$$

답 $\frac{30x+18y}{x+y}$ 회

532 전략 $(\text{시간})=\frac{(\text{거리})}{(\text{속력})}$, $(\text{거리})=(\text{속력})\times(\text{시간})$임을 이용한다.

신태가 집에서 편의점까지 걸어간 거리는

$$91\times x=91x\,(\text{m})$$

신태네 집에서 서점까지의 거리는 1 km, 즉 1000 m이므로 편의점에서 서점까지의 거리는

$$(1000-91x)\text{ m}$$

따라서 신태가 편의점에서 서점까지 분속 120 m로 걸었으므로 이때 걸린 시간은

$$\frac{1000-91x}{120}\text{ 분}$$

답 $\frac{1000-91x}{120}$ 분

533 전략 $\square\times A=B$이면 $\square=B\div A$임을 이용한다.

$(cx+d)\times\left(-\frac{7}{2}\right)=14x-21$에서

$$cx+d=(14x-21)\div\left(-\frac{7}{2}\right)$$
$$=(14x-21)\times\left(-\frac{2}{7}\right)$$
$$=-4x+6$$
$\therefore c=-4,\ d=6$

또 $(ax+b)\times\left(-\frac{4}{3}\right)=-4x+6$에서

$$ax+b=(-4x+6)\div\left(-\frac{4}{3}\right)$$
$$=(-4x+6)\times\left(-\frac{3}{4}\right)$$
$$=3x-\frac{9}{2}$$
$\therefore a=3,\ b=-\frac{9}{2}$

$\therefore ac-bd=3\times(-4)-\left(-\frac{9}{2}\right)\times 6$

$=-12-(-27)=15$ 답 15

534 전략 ◎, ☆의 약속에 따라 주어진 식을 순서대로 계산한다.

$(-5)◎2x=2\times(-5)+2x=-10+2x$,

$(-x)☆2=(-x)\times 2-1=-2x-1$

이므로

(주어진 식)

$=(-10+2x)◎(-2x-1)$

$=2(-10+2x)+(-2x-1)$

$=-20+4x-2x-1$

$=2x-21$ 답 $2x-21$

535 전략 ( ) → { } → [ ]의 순서로 괄호를 푼다.

$y-4[-x+2y-\{2x-(x-3y)\}]$

$=y-4\{-x+2y-(2x-x+3y)\}$

$=y-4\{-x+2y-(x+3y)\}$

$=y-4(-x+2y-x-3y)$

$=y-4(-2x-y)$

$=y+8x+4y$

$=8x+5y$

위의 식에 $x=-10,\ y=6$을 대입하면

$8\times(-10)+5\times 6=-80+30=-50$ 답 -50

536 전략 $(-1)^{\text{짝수}}=1,\ (-1)^{\text{홀수}}=-1$임을 이용한다.

n이 자연수일 때, $2n$은 짝수, $2n+1$은 홀수이므로

$(-1)^{2n}=1,\ (-1)^{2n+1}=-1$

$$\therefore (-1)^{2n}\times\frac{2x-1}{3}+(-1)^{2n+1}\times\frac{x+7}{5}$$
$$=\frac{2x-1}{3}-\frac{x+7}{5}=\frac{5(2x-1)-3(x+7)}{15}$$
$$=\frac{10x-5-3x-21}{15}=\frac{7x-26}{15}$$
$$=\frac{7}{15}x-\frac{26}{15}$$

따라서 $a=\frac{7}{15},\ b=-\frac{26}{15}$이므로

$a-b=\frac{7}{15}-\left(-\frac{26}{15}\right)=\frac{7}{15}+\frac{26}{15}=\frac{11}{5}$ 답 $\frac{11}{5}$

537 전략 수량 사이의 관계를 파악한 후 식으로 나타낸다.

(1) 1 g당 내는 열량이 탄수화물과 단백질은 각각 4 kcal, 지방은 9 kcal이므로 유주가 얻은 열량은

$4\times10+4\times a+9\times b$

$=40+4a+9b$ (kcal) … 1단계

(2) $40+4a+9b$에 $a=30,\ b=15$를 대입하면

$40+4\times30+9\times15$

$=40+120+135=295$

따라서 유주가 얻은 열량은 295 kcal이다. … 2단계

답 (1) $(40+4a+9b)$ kcal (2) 295 kcal

단계	채점 요소	배점
1	유주가 얻은 열량을 a, b를 사용한 식으로 나타내기	2점
2	$a=30,\ b=15$일 때, 유주가 얻은 열량 구하기	2점

538 전략 $\square+A=B$이면 $\square=B-A$임을 이용한다.

$A=(3x-6)\div4=(3x-6)\times\frac{1}{4}=\frac{3}{4}x-\frac{3}{2}$ … 1단계

$B+(-5x+2)=x+8$에서

$B=x+8-(-5x+2)$

$=x+8+5x-2=6x+6$ … 2단계

$\therefore 12A-B=12\times\left(\frac{3}{4}x-\frac{3}{2}\right)-(6x+6)$

$=9x-18-6x-6=3x-24$ … 3단계

답 $3x-24$

단계	채점 요소	배점
1	다항식 A 구하기	2점
2	다항식 B 구하기	2점
3	$12A-B$ 계산하기	1점

539 전략 x를 a % 줄이면 $x-x\times\frac{a}{100}$임을 이용한다.

새로 만든 사다리꼴의 윗변의 길이는

$$(a+1)-(a+1)\times\frac{10}{100}=(a+1)-\left(\frac{1}{10}a+\frac{1}{10}\right)$$
$$=a+1-\frac{1}{10}a-\frac{1}{10}$$
$$=\frac{9}{10}a+\frac{9}{10}$$ … 1단계

사다리꼴의 아랫변의 길이는

$$(2a-4)-(2a-4)\times\frac{10}{100}=(2a-4)-\left(\frac{1}{5}a-\frac{2}{5}\right)$$
$$=2a-4-\frac{1}{5}a+\frac{2}{5}$$
$$=\frac{9}{5}a-\frac{18}{5}$$ … 2단계

05 문자의 사용과 식의 계산

사다리꼴의 높이는

$$16+16\times\frac{25}{100}=16+4=20$$

이므로 새로 만든 사다리꼴의 넓이는

$$\frac{1}{2}\times\left(\frac{9}{10}a+\frac{9}{10}+\frac{9}{5}a-\frac{18}{5}\right)\times20$$
$$=\frac{1}{2}\times\left(\frac{9}{10}a+\frac{9}{10}+\frac{18}{10}a-\frac{36}{10}\right)\times20$$
$$=\frac{1}{2}\times\left(\frac{27}{10}a-\frac{27}{10}\right)\times20$$
$$=27a-27$$ … 3단계

답 $27a-27$

단계	채점 요소	배점
1	새로 만든 사다리꼴의 윗변의 길이를 a를 사용한 식으로 나타내기	2점
2	새로 만든 사다리꼴의 아랫변의 길이를 a를 사용한 식으로 나타내기	2점
3	새로 만든 사다리꼴의 넓이를 a를 사용한 식으로 나타내기	2점

540 전략 정사각형이 1개씩 늘어날 때마다 늘어난 성냥개비의 개수를 세어 본다.

(1) 정사각형이 1개씩 늘어날 때마다 성냥개비가 3개씩 늘어난다. 따라서 정사각형 x개를 만들 때 필요한 성냥개비의 개수는

$4+3(x-1)$
$=4+3x-3$
$=3x+1$ … 1단계

정사각형의 개수	필요한 성냥개비의 개수
1	4
2	$4+3$
3	$4+3+3$
⋮	⋮
x	$4+\underbrace{3+\cdots+3}_{(x-1)\text{개}}$

(2) $3x+1$에 $x=30$을 대입하면

$3\times30+1=91$ … 2단계

답 (1) $3x+1$ (2) 91

단계	채점 요소	배점
1	x개의 정사각형을 만드는 데 필요한 성냥개비의 개수를 x를 사용한 식으로 나타내기	4점
2	정사각형 30개를 만드는 데 필요한 성냥개비의 개수 구하기	2점

06 일차방정식의 풀이

셀프 CHECK

본책 110쪽

A 답 (1) ○ (2) × (3) × (4) ○

B 답 (1) × (2) × (3) ○

C 답 (1) 5 (2) 2 (3) 3 (4) 4

D (1) $3x-2=7$에서 $3x=9$
$\therefore x=3$

(2) $4x-1=5x+4$에서 $-x=5$
$\therefore x=-5$

(3) $2(x+7)-10=0$에서 $2x+14-10=0$
$2x=-4$ $\therefore x=-2$

(4) 방정식의 양변에 10을 곱하면
$10x-32=-6x$
$16x=32$ $\therefore x=2$

(5) 방정식의 양변에 8을 곱하면
$3x=2(x-5)$
$3x=2x-10$ $\therefore x=-10$

답 (1) $x=3$ (2) $x=-5$ (3) $x=-2$ (4) $x=2$ (5) $x=-10$

내신 유형 다지기

본책 111~121쪽

유형 104 등식

본책 111쪽

등식
➜ 등호 =를 사용하여 두 수 또는 두 식이 서로 같음을 나타낸 식

541 ㄱ. 다항식은 등식이 아니다.
ㄷ, ㅂ. 부등호가 있으므로 등식이 아니다.
이상에서 등식인 것은 ㄴ, ㄹ, ㅁ이다. 답 ④

542 ⑤ 다항식은 등식이 아니다.
따라서 등식이 아닌 것은 ⑤이다. 답 ⑤

543 ③ 우변의 상수항은 $-\frac{1}{3}$이다.
⑤ 우변의 항은 $\frac{4}{3}x$, $-\frac{1}{3}$의 2개이다.
따라서 옳지 않은 것은 ③, ⑤이다. 답 ③, ⑤

유형 105 문장을 등식으로 나타내기

본책 111쪽

주어진 문장에서 좌변과 우변에 해당하는 식을 각각 구한 후 등호를 사용하여 나타낸다.

544 ① $3x=39$

② (시간)$=\dfrac{(\text{거리})}{(\text{속력})}$이므로 $\dfrac{x}{10}=2$

③ $5a-3=4a+4$

⑤ $20-3x=8$

따라서 옳은 것은 ④이다. 답 ④

545 ㄴ. 정가가 x원인 제품을 40 % 할인한 가격은 1200원이므로

$x-x\times\dfrac{40}{100}=1200$ $\quad\therefore \dfrac{3}{5}x=1200$

ㄹ. (소금의 양)$=\dfrac{(\text{소금물의 농도})}{100}\times$(소금물의 양)이고

20 %의 소금물 x g에 들어 있는 소금의 양은 30 g이므로

$\dfrac{20}{100}\times x=30$ $\quad\therefore \dfrac{1}{5}x=30$

이상에서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다. 답 ②

546 x명의 학생들에게 종이를 6장씩 나누어 주면 한 장이 남으므로 종이의 장수는 $6x+1$

종이를 7장씩 나누어 주면 4장이 부족하므로 종이의 장수는

$7x-4$

$\therefore 6x+1=7x-4$ 답 $6x+1=7x-4$

유형 106 방정식의 해

본책 112쪽

$x=a$가 방정식의 해이다.
➜ $x=a$를 방정식에 대입하면 등식이 성립한다.

547 [ ] 안의 수를 주어진 방정식의 x에 대입하면

① $4\times1-6\neq2$

② $1-(-1)\neq(-1)+1$

③ $-\dfrac{7}{3}-\dfrac{2}{9}\times3\neq-2$

④ $5\times\left(\dfrac{5}{4}-1\right)=\dfrac{5}{4}$

⑤ $\dfrac{2\times(-4)+1}{7}=\dfrac{-4}{2}+1$

따라서 [ ] 안의 수가 주어진 방정식의 해인 것은 ④, ⑤이다.

답 ④, ⑤

548 각 방정식에 $x=1$을 대입하면

① $-3\times1-2\neq4$

② $3\times1-2\neq1+1$

③ $-(1+1)+2=0$

④ $\dfrac{1}{3}-1\neq\dfrac{1}{3}$

⑤ $6\times1-1\neq2\times(2\times1+1)$

따라서 해가 $x=1$인 것은 ③이다. 답 ③

549 -2 이상 1 미만인 정수는 -2, -1, 0이므로

$x=-2$, -1, 0 ··· 1단계

주어진 방정식에 $x=-2$를 대입하면

$\dfrac{-2-7}{4}\neq3\times(-2)+1$

주어진 방정식에 $x=-1$을 대입하면

$\dfrac{-1-7}{4}=3\times(-1)+1$

주어진 방정식에 $x=0$을 대입하면

$\dfrac{0-7}{4}\neq3\times0+1$ ··· 2단계

따라서 주어진 방정식의 해는 $x=-1$이다. ··· 3단계

답 $x=-1$

단계	채점 요소	비율
1	x의 값 구하기	30 %
2	x의 값을 방정식에 대입하여 등식이 성립하는지 확인하기	50 %
3	방정식의 해 구하기	20 %

유형 107 항등식

본책 112쪽

(1) 항등식: 미지수가 어떤 값을 갖더라도 항상 참이 되는 등식
(2) 어떤 등식이 항등식인지 확인하려면 좌변, 우변을 각각 정리한 후 (좌변)=(우변)인지 확인한다.

550 x의 값에 관계없이 항상 성립하는 등식은 항등식이다.

④ $6x-2=2(3x-1)$에서

(우변)$=2(3x-1)=6x-2$

즉 (좌변)=(우변)이므로 항등식이다.

따라서 x의 값에 관계없이 항상 성립하는 등식은 ④이다. 답 ④

만점 공략 노트

다음 표현은 모두 x에 대한 항등식을 나타낸다.
① 모든 x의 값에 대하여 항상 참인 등식
② x가 어떤 값을 갖더라도 항상 성립하는 등식
③ x의 값에 관계없이 항상 성립하는 등식

551 ㄷ. $3x+2x=5x$에서

(좌변)$=3x+2x=5x$

즉 (좌변)=(우변)이므로 항등식이다.

ㅁ. $5x+1=2(3x-1)-x+3$에서

(우변)$=2(3x-1)-x+3=5x+1$

즉 (좌변)=(우변)이므로 항등식이다.

이상에서 항등식인 것은 ㄷ, ㅁ이다. 답 ⑤

06 일차방정식의 풀이

552 모든 x의 값에 대하여 항상 참인 등식은 항등식이다.
① $8x-4x=-(x-5x)$에서
$(좌변)=8x-4x=4x$, $(우변)=-(x-5x)=4x$
즉 (좌변)=(우변)이므로 항등식이다.
② $3(x-3)=3x-9$에서
$(좌변)=3(x-3)=3x-9$
즉 (좌변)=(우변)이므로 항등식이다.
③ $-x+5=5-(x+1)$에서
$(우변)=5-(x+1)=-x+4$
즉 (좌변)≠(우변)이므로 항등식이 아니다.
④ $2x+1=4(x-1)-2x+5$에서
$(우변)=4(x-1)-2x+5=2x+1$
즉 (좌변)=(우변)이므로 항등식이다.
⑤ $5\left(\frac{2}{5}x+1\right)=\frac{5}{2}\left(\frac{4}{5}x+2\right)$에서
$(좌변)=5\left(\frac{2}{5}x+1\right)=2x+5$,
$(우변)=\frac{5}{2}\left(\frac{4}{5}x+2\right)=2x+5$
즉 (좌변)=(우변)이므로 항등식이다.
따라서 모든 x의 값에 대하여 항상 참인 등식이 아닌 것은 ③이다.
답 ③

유형 108 항등식이 되는 조건 본책 113쪽

상수 a, b, c, d에 대하여 $ax+b=cx+d$가 x에 대한 항등식
➜ $a=c$, $b=d$

553 $ax+\frac{1}{3}(x-b)=x+3$에서
$(좌변)=ax+\frac{1}{3}(x-b)=\left(a+\frac{1}{3}\right)x-\frac{1}{3}b$
따라서 $\left(a+\frac{1}{3}\right)x-\frac{1}{3}b=x+3$이 x에 대한 항등식이므로
$a+\frac{1}{3}=1$, $-\frac{1}{3}b=3$ $\quad\therefore a=\frac{2}{3}$, $b=-9$
$\therefore ab=\frac{2}{3}\times(-9)=-6$
답 ①

554 $5x-4(2x+3)=A-2x$에서
$(좌변)=5x-4(2x+3)=-3x-12$
따라서 $-3x-12=A-2x$가 x의 값에 관계없이 항상 성립하므로, 즉 x에 대한 항등식이므로
$A=-3x-12+2x=-x-12$
답 $-x-12$

555 $a(2x-3)+bx=x+12$에서
$(좌변)=a(2x-3)+bx=(2a+b)x-3a$ … 1단계
따라서 $(2a+b)x-3a=x+12$가 x에 대한 항등식이므로
$2a+b=1$, $-3a=12$
$-3a=12$에서 $a=-4$이므로 $a=-4$를 $2a+b=1$에 대입하면
$-8+b=1$ $\quad\therefore b=9$ … 2단계
$\therefore a+b=-4+9=5$ … 3단계
답 5

단계	채점 요소	비율
1	주어진 등식의 좌변 정리하기	30 %
2	a, b의 값 구하기	50 %
3	$a+b$의 값 구하기	20 %

유형 109 등식의 성질 본책 113쪽

$a=b$일 때
① $a+c=b+c$ ② $a-c=b-c$
③ $ac=bc$ ④ $\frac{a}{c}=\frac{b}{c}$ (단, $c\neq0$)

556 ① $x=-y$의 양변에서 1을 빼면
$x-1=-y-1$
② $2x=y$의 양변에 2를 더하면 $2x+2=y+2$
③ $x=\frac{y}{5}$의 양변에 5를 곱하면 $5x=y$
④ $3x=y$의 양변에서 3을 빼면 $3x-3=y-3$
⑤ $x=y$의 양변에 -1을 곱하면 $-x=-y$
이 식의 양변에 1을 더하면 $1-x=1-y$
따라서 옳지 않은 것은 ④이다.
답 ④

557 하나: $a=1$, $b=2$, $c=0$이면 $ac=bc$이지만 $a\neq b$이다.
따라서 잘못 말한 사람은 하나이다.
답 ⑤

558 $20a-2=16b+2$의 양변에 2를 더하면
$20a=16b+4$
이 식의 양변을 4로 나누면 $5a=4b+\boxed{1}$
즉 (가)에 알맞은 수는 1 … 1단계
또 $4(a-1)=4b+4$에서
$(좌변)=4(a-1)=4a-4$
이므로 $4a-4=4b+4$의 양변에 4를 더하면
$4a=4b+8$
이 식의 양변을 4로 나누면 $a=b+2$
이 식의 양변에 5를 더하면 $a+5=b+\boxed{7}$
즉 (나)에 알맞은 수는 7 … 2단계
답 (가) 1 (나) 7

단계	채점 요소	비율
1	(가)에 알맞은 수 구하기	50 %
2	(나)에 알맞은 수 구하기	50 %

559 ① $3a=b$의 양변에 $\frac{2}{3}$를 곱하면 $2a=\frac{2}{3}b$
② $3a=b$의 양변에 3을 곱하면 $9a=3b$
이 식에 양변에 5를 더하면 $9a+5=3b+5$
③ $3a=b$의 양변에 -2를 곱하면 $-6a=-2b$
이 식의 양변에 2를 더하면 $-6a+2=-2b+2$
④ $3(a-2)=b-6$, 즉 $3a-6=b-6$
$3a=b$의 양변에서 6을 빼면 $3a-6=b-6$

⑤ $3a=b$의 양변을 6으로 나누면 $\frac{a}{2}=\frac{b}{6}$

이 식의 양변에서 1을 빼면 $\frac{a}{2}-1=\frac{b}{6}-1$

따라서 옳지 않은 것은 ③이다. 답 ③

유형 110 등식의 성질을 이용한 방정식의 풀이 본책 114쪽

주어진 x에 대한 방정식을 등식의 성질을 이용하여 $x=(수)$의 꼴로 바꾸어 해를 구한다.

560 (가) 등식의 양변에 4를 더한다. ➜ ㄱ
(나) 등식의 양변에 3을 곱한다. ➜ ㄷ
이상에서 바르게 짝 지은 것은 ①이다. 답 ①

561 ㉠ 등식의 양변에 5를 곱한다.
㉡ 등식의 양변에 1을 더한다.
㉢ 등식의 양변을 3으로 나눈다.
따라서 주어진 등식의 성질을 이용한 곳은 ㉡이다. 답 ㉡

562 $8x-11=21$의 양변에 11을 더하면
$8x-11+11=21+11$
$8x=32$
이 식의 양변을 8로 나누면
$8x\div8=32\div8$
$\therefore x=4$
따라서 $A=11$, $B=8$, $C=4$이므로
$A+B+C=11+8+4=23$ 답 23

563 ① $x-2=-5$의 양변에 2를 더하면 $x=-3$
② $6(x-1)=12$에서 $6x-6=12$
이 식의 양변에 6을 더하면 $6x=18$
③ $2x+3=1$의 양변에서 3을 빼면 $2x=-2$
④ $4x=16$의 양변을 4로 나누면 $x=4$
⑤ $5-\frac{1}{2}x=2$의 양변에서 5를 빼면 $-\frac{1}{2}x=-3$
이 식의 양변에 -1을 곱하면 $\frac{1}{2}x=3$
따라서 주어진 등식의 성질을 이용한 것은 ④이다. 답 ④

유형 111 이항 본책 115쪽

이항: 등식의 어느 한 변에 있는 항을 그 항의 부호를 바꾸어 다른 변으로 옮기는 것
➜ +■를 이항하면 −■
−■를 이항하면 +■

564 ① -4를 우변으로 이항하면 $x=3+4$
② 5를 우변으로 이항하면 $2x=1-5$
③ $7x$를 좌변으로 이항하면 $-4x-7x=2$
④ 4를 우변으로, $3x$를 좌변으로 이항하면
$6x-3x=-1-4$
⑤ 3을 우변으로, $-5x$를 좌변으로 이항하면
$-x+5x=9-3$
따라서 밑줄 친 항을 이항한 것으로 옳지 않은 것은 ⑤이다.
답 ⑤

565 ㄴ. 5를 우변으로, $-6x$를 좌변으로 이항하면
$x+6x=-5$ $\therefore 7x=-5$
이상에서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ, ㄹ이다. 답 ④

566 $x-2+3x=8-7x$에서 -2를 우변으로, $-7x$를 좌변으로 이항하면
$x+3x+7x=8+2$ … 1단계
$\therefore 11x=10$ … 2단계
따라서 $a=11$, $b=10$이므로
$a-b=11-10=1$ … 3단계
답 1

단계	채점 요소	비율
1	이항하기	50 %
2	$ax=b$의 꼴로 나타내기	20 %
3	$a-b$의 값 구하기	30 %

유형 112 일차방정식 본책 115쪽

(1) x에 대한 일차방정식 ➜ (x에 대한 일차식)$=0$의 꼴
➜ $ax+b=0$ $(a\neq0)$의 꼴
(2) $ax+b=0$이 x에 대한 일차방정식이면 $a\neq0$

567 ① $x^2+1=4x+x^2$에서 $-4x+1=0$
② $2(3x-1)=3(2x-1)$에서 $6x-2=6x-3$
즉 $0\times x+1=0$이므로 일차방정식이 아니다.
③ $\frac{3}{x}-7=x$에서 $\frac{3}{x}-x-7=0$
분모에 x가 있으므로 일차방정식이 아니다.
④ $x^2-2x=1+x(x+2)$에서 $x^2-2x=1+x^2+2x$
$\therefore -4x-1=0$
⑤ $5x+1=5(x-1)$에서 $5x+1=5x-5$
즉 $0\times x+6=0$이므로 일차방정식이 아니다.
따라서 x에 대한 일차방정식인 것은 ①, ④이다. 답 ①, ④

568 ㄱ. $8x-2x=6x$에서
(좌변)$=8x-2x=6x$
즉 (좌변)=(우변)이므로 항등식이다.
ㄴ. $2y+3=0$은 일차방정식이다.
ㄷ. $5(y-1)=5y-5$에서
(좌변)$=5(y-1)=5y-5$
즉 (좌변)=(우변)이므로 항등식이다.

ㄹ. $4+4x=4(1-x)$에서

$(\text{우변})=4(1-x)=4-4x$

즉 $4+4x=4-4x$에서 $8x=0$이므로 일차방정식이다.

ㅁ. $7x-1=4(x+2)-3(1-x)$에서

$(\text{우변})=4(x+2)-3(1-x)=7x+5$

즉 $7x-1=7x+5$에서 $0\times x-6=0$이므로 일차방정식도 아니고 항등식도 아니다.

이상에서 항등식인 것은 ㄱ, ㄷ의 2개이고, 일차방정식인 것은 ㄴ, ㄹ의 2개이므로 $a=2,\ b=2$

$\therefore a-b=2-2=0$

답 0

569 ① $x+(x+2)=48$에서 $2x-46=0$

② $\frac{x}{2}+12=2x$에서 $-\frac{3}{2}x+12=0$

③ $5x+4=39$에서 $5x-35=0$

④ $x(x+5)=66$에서 $x^2+5x-66=0$

⑤ $8x+2500=9700$에서 $8x-7200=0$

따라서 x에 대한 일차방정식이 아닌 것은 ④이다.

답 ④

570 $6x+4=1-(a+1)x$에서

$6x+4=1-ax-x$ $\therefore (a+7)x+3=0$

이 등식이 x에 대한 일차방정식이므로

$a+7\neq 0$ $\therefore a\neq -7$

따라서 상수 a의 값이 될 수 없는 것은 ①이다.

답 ①

571 $ax^2+4x+3=x^2-bx-2$에서

$(a-1)x^2+(4+b)x+5=0$

이 등식이 x에 대한 일차방정식이므로

$a-1=0,\ 4+b\neq 0$

$\therefore a=1,\ b\neq -4$

답 $a=1,\ b\neq -4$

유형 113 일차방정식의 풀이

본책 116쪽

❶ 이항을 이용하여 방정식을 $ax=b\ (a\neq 0)$의 꼴로 나타낸다.

❷ 양변을 x의 계수 a로 나누어 해를 구한다. 즉 $x=\frac{b}{a}$

572 $2x-5=x+1$에서 $x=6$

① $2x=7x-5$에서 $-5x=-5$ $\therefore x=1$

② $x+3=-2x$에서 $3x=-3$ $\therefore x=-1$

③ $1+7x=x-5$에서 $6x=-6$ $\therefore x=-1$

④ $4x-5=2x+5$에서 $2x=10$ $\therefore x=5$

⑤ $5x+8=8x-10$에서 $-3x=-18$ $\therefore x=6$

따라서 주어진 방정식과 해가 같은 것은 ⑤이다.

답 ⑤

573 $6x-12=-x+16$에서

$7x=28$ $\therefore x=4$ $\therefore a=4$

또 $5-x=7x-9$에서 $-8x=-14$

$\therefore x=\frac{7}{4}$ $\therefore b=\frac{7}{4}$

$\therefore ab=4\times\frac{7}{4}=7$

답 ②

유형 114 괄호가 있는 일차방정식의 풀이

본책 116쪽

( ) → { } → [ ] 순으로 괄호를 풀어 방정식을 푼다.

574 ① $4x-5=7x+1$에서 $-3x=6$ $\therefore x=-2$

② $-1-3x=5(x+3)$에서 $-1-3x=5x+15$

$-8x=16$ $\therefore x=-2$

③ $2(x+7)=10$에서 $2x+14=10$

$2x=-4$ $\therefore x=-2$

④ $14-4x=3(4-2x)$에서 $14-4x=12-6x$

$2x=-2$ $\therefore x=-1$

⑤ $6(x-5)=7(5x+4)$에서 $6x-30=35x+28$

$-29x=58$ $\therefore x=-2$

따라서 해가 나머지 넷과 다른 하나는 ④이다.

답 ④

575 $3(x-2)+8=1-7(3x+1)$에서

$3x-6+8=1-21x-7,$ $3x+2=-6-21x$

$24x=-8$ $\therefore x=-\frac{1}{3}$

따라서 $k=-\frac{1}{3}$이므로 $9k=9\times\left(-\frac{1}{3}\right)=-3$

답 ②

576 $8-(4-x)=5-2x$에서 $8-4+x=5-2x$

$4+x=5-2x,$ $3x=1$ $\therefore x=\frac{1}{3}$

$\therefore a=\frac{1}{3}$ … 1단계

또 $7(2-x)=5$에서 $14-7x=5$

$-7x=-9$ $\therefore x=\frac{9}{7}$

$\therefore b=\frac{9}{7}$ … 2단계

이때 일차방정식 $x-ab=0$, 즉 $x-\frac{1}{3}\times\frac{9}{7}=0$에서

$x-\frac{3}{7}=0$ $\therefore x=\frac{3}{7}$ … 3단계

답 $x=\frac{3}{7}$

단계	채점 요소	비율
1	a의 값 구하기	30 %
2	b의 값 구하기	30 %
3	일차방정식 $x-ab=0$의 해 구하기	40 %

577 $10x-3-[x-\{4-3(x+2)\}]=19$에서

$10x-3-\{x-(4-3x-6)\}=19$

$10x-3-(x+3x+2)=19$

$10x-3-(4x+2)=19$

$10x-3-4x-2=19,\quad 6x=24$

$\therefore x=4$ 답 $x=4$

유형 115 계수가 소수인 일차방정식의 풀이 본책 117쪽

양변에 10, 100, …을 곱하여 계수를 정수로 고쳐서 푼다.

578 방정식의 양변에 100을 곱하면

$200(0.01x+1)=30(x+6)+160$

$2x+200=30x+180+160$

$-28x=140\quad \therefore x=-5$ 답 $x=-5$

579 방정식의 양변에 100을 곱하면

$5x+400=30x-60$

$-25x=-460\quad \therefore x=\frac{92}{5}$

따라서 $k=\frac{92}{5}$이므로

$5k-2=5\times\frac{92}{5}-2=90$ 답 ⑤

580 $0.6(x+2)=5-1.3x$의 양변에 10을 곱하면

$6(x+2)=50-13x,\quad 6x+12=50-13x$

$19x=38\quad \therefore x=2\quad \therefore a=2$

$0.5x-0.1=2(0.2x+0.45)$의 양변에 100을 곱하면

$50x-10=200(0.2x+0.45)$

$50x-10=40x+90$

$10x=100\quad \therefore x=10\quad \therefore b=10$

따라서 일차방정식 $ax-b+4=0$, 즉 $2x-10+4=0$에서

$2x=6\quad \therefore x=3$ 답 ②

유형 116 계수가 분수인 일차방정식의 풀이 본책 117쪽

양변에 분모의 최소공배수를 곱하여 계수를 정수로 고쳐서 푼다.

581 방정식의 양변에 8을 곱하면

$3x-3=4(2-x)-32,\quad 3x-3=8-4x-32$

$7x=-21\quad \therefore x=-3$ 답 ③

582 ① $2(x+1)=4x-10$에서 $\quad 2x+2=4x-10$

$-2x=-12\quad \therefore x=6$

② $1-0.05x=0.2x$의 양변에 100을 곱하면

$100-5x=20x,\quad -25x=-100$

$\therefore x=4$

③ $11+8x=\frac{1}{2}(x+7)$의 양변에 2를 곱하면

$22+16x=x+7,\quad 15x=-15$

$\therefore x=-1$

④ $\frac{x+6}{2}-1=\frac{1-2x}{6}$의 양변에 6을 곱하면

$3(x+6)-6=1-2x,\quad 3x+18-6=1-2x$

$5x=-11\quad \therefore x=-\frac{11}{5}$

⑤ $\frac{1}{3}(x+1)=\frac{x}{2}+1$의 양변에 6을 곱하면

$2(x+1)=3x+6,\quad 2x+2=3x+6$

$-x=4\quad \therefore x=-4$

따라서 해가 가장 큰 것은 ①이다. 답 ①

583 $\frac{3}{8}x-\frac{5}{6}+\frac{1}{12}x=\frac{3}{4}x-2$의 양변에 24를 곱하면

$9x-20+2x=18x-48,\quad -7x=-28$

$\therefore x=4$ … 1단계

따라서 $a=4$이므로 $|x|<4$를 만족시키는 정수 x는

$-3,\ -2,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2,\ 3$

의 7개이다. … 2단계

답 7

단계	채점 요소	비율
1	주어진 일차방정식의 해 구하기	70 %
2	$\lvert x\rvert<a$를 만족시키는 정수 x의 개수 구하기	30 %

유형 117 계수에 소수와 분수가 섞인 일차방정식의 풀이 본책 118쪽

계수에 소수와 분수가 섞인 일차방정식은 양변에 적당한 수를 곱하여 계수를 모두 정수로 고친 후 일차방정식을 푼다.

584 주어진 방정식은 $\frac{7}{2}+\frac{3}{4}x=\frac{2}{5}(x+5)$와 같으므로 양변에 20을 곱하면

$70+15x=8(x+5),\quad 70+15x=8x+40$

$7x=-30\quad \therefore x=-\frac{30}{7}$ 답 ①

585 주어진 방정식은 $\frac{1}{10}(x-15)=\frac{1}{6}(x-11)$과 같으므로 양변에 30을 곱하면

$3(x-15)=5(x-11),\quad 3x-45=5x-55$

$-2x=-10\quad \therefore x=5$

① $5x=20$에서 $\quad x=4$

② $x-4=-8$에서 $\quad x=-4$

③ $1+2x=-x+6$에서 $\quad 3x=5\quad \therefore x=\frac{5}{3}$

④ 주어진 방정식은 $\frac{4}{5}x-\frac{1}{2}(x+3)=0$과 같으므로 양변에 10을 곱하면

$8x-5(x+3)=0,\quad 8x-5x-15=0$

$3x=15\quad \therefore x=5$

06 일차방정식의 풀이

⑤ 주어진 방정식은 $\frac{2}{5}x-\frac{3}{5}x=\frac{1}{5}x-\frac{1}{2}$과 같으므로 양변에 10을 곱하면

$4x-6x=2x-5,\qquad -2x=2x-5$

$-4x=-5\qquad \therefore x=\frac{5}{4}$

따라서 주어진 일차방정식과 해가 같은 것은 ④이다. 답 ④

586 주어진 방정식은 $\frac{9}{5}+\frac{3}{5}(2-x)=\frac{2x-4}{3}-2$와 같으므로 양변에 15를 곱하면

$27+9(2-x)=5(2x-4)-30$

$-9x+45=10x-50,\qquad -19x=-95$

$\therefore x=5$

따라서 $k=5$이므로 5보다 작은 자연수는 1, 2, 3, 4의 4개이다.

답 4

587 방정식 $\frac{3}{4}(2-x)-1.5=-\frac{x+3}{2}$은

$\frac{3}{4}(2-x)-\frac{3}{2}=-\frac{x+3}{2}$과 같으므로 양변에 4를 곱하면

$3(2-x)-6=-2(x+3),\qquad -3x=-2x-6$

$-x=-6\qquad \therefore x=6\qquad \therefore a=6$ … 1단계

방정식 $0.2(8x-3)=\frac{5}{3}x+1$은 $\frac{1}{5}(8x-3)=\frac{5}{3}x+1$과 같으므로 양변에 15를 곱하면

$3(8x-3)=25x+15,\qquad 24x-9=25x+15$

$-x=24\qquad \therefore x=-24\qquad \therefore b=-24$ … 2단계

$\therefore \frac{b}{a}=\frac{-24}{6}=-4$ … 3단계

답 -4

단계	채점 요소	비율
1	a의 값 구하기	40 %
2	b의 값 구하기	40 %
3	$\frac{b}{a}$의 값 구하기	20 %

유형 118 비례식으로 주어진 일차방정식의 풀이 본책 118쪽

비례식 $a:b=c:d$의 꼴이 주어지면 $ad=bc$임을 이용하여 일차방정식을 세운다.

588 $\frac{6x-2}{3}:4=\frac{x+13}{2}:9$에서

$\frac{6x-2}{3}\times 9=\frac{x+13}{2}\times 4,\qquad 3(6x-2)=2(x+13)$

$18x-6=2x+26,\qquad 16x=32$

$\therefore x=2$ 답 2

589 $(7x-6):(5x+3)=5:4$에서

$4(7x-6)=5(5x+3),\qquad 28x-24=25x+15$

$3x=39\qquad \therefore x=13$ 답 13

590 $(0.6x-1):3=\frac{x+33}{9}:2$에서

$2(0.6x-1)=3\times\frac{x+33}{9},\qquad 1.2x-2=\frac{x+33}{3}$

위의 식의 양변에 15를 곱하면

$18x-30=5(x+33),\qquad 13x=195$

$\therefore x=15$ 답 ①

유형 119 일차방정식의 해가 주어진 경우 본책 119쪽

어떤 일차방정식의 해가 $x=a$로 주어진 경우 그 방정식에 $x=a$를 대입하면 등식이 성립한다.

591 $m(x+3)=-x-4$에 $x=2$를 대입하면

$5m=-6\qquad \therefore m=-\frac{6}{5}$

$\frac{9-x}{2}+n=3x$에 $x=2$를 대입하면

$\frac{7}{2}+n=6\qquad \therefore n=\frac{5}{2}$

$\therefore mn=\left(-\frac{6}{5}\right)\times\frac{5}{2}=-3$ 답 ①

592 $2x-k=2\left(k-\frac{x}{3}\right)-5$에 $x=-3$을 대입하면

$-6-k=2(k+1)-5,\qquad -6-k=2k-3$

$-3k=3\qquad \therefore k=-1$ 답 ⑤

593 $2x-6=10-6x$에서 $\qquad 8x=16$

$\therefore x=2$ … 1단계

따라서 $4(ax+1)=ax+22$의 해가 $x=6$이므로 이 방정식에 $x=6$을 대입하면

$4(6a+1)=6a+22$

$24a+4=6a+22,\qquad 18a=18$

$\therefore a=1$ … 2단계

답 1

단계	채점 요소	비율
1	일차방정식 $2x-6=10-6x$의 해 구하기	30 %
2	a의 값 구하기	70 %

594 잘못 본 x의 계수를 a라 하면 $\qquad ax+1=4x-5$

이 방정식의 해가 $x=-3$이므로

$-3a+1=4\times(-3)-5$

$-3a=-18\qquad \therefore a=6$

즉 x의 계수 9를 6으로 잘못 보았다. 답 ⑤

595 $2ax-3=5-3(x+b)$에 $x=2$를 대입하면

$4a-3=5-3(2+b),\qquad 4a-3=-1-3b$

$\therefore 4a+3b=2$ 답 ③

596 $3x-a=4x-b$에 $x=3b$를 대입하면

$9b-a=12b-b$, $\quad -a=2b \quad \therefore a=-2b$

$\therefore \dfrac{a-b}{6a+11b}=\dfrac{-2b-b}{-12b+11b}=\dfrac{-3b}{-b}=3$

답 ③

유형 120 두 일차방정식의 해가 서로 같은 경우 본책 119쪽

두 일차방정식의 해가 서로 같은 경우 해를 구할 수 있는 방정식의 해를 먼저 구한 후 그 해를 다른 방정식에 대입하면 등식이 성립한다.

597 $0.2x+3=\frac{1}{2}(x-3)$의 양변에 10을 곱하면

$2x+30=5(x-3)$, $\quad 2x+30=5x-15$

$-3x=-45 \quad \therefore x=15$

방정식 $\frac{1}{5}x+a=7$의 해가 $x=15$이므로 이 방정식에 $x=15$를 대입하면

$3+a=7 \quad \therefore a=4$

답 ②

598 $4(x+2):3x=3:2$에서

$8(x+2)=9x$, $\quad 8x+16=9x$

$-x=-16 \quad \therefore x=16$

방정식 $5x-2a=ax+26$의 해가 $x=16$이므로 이 방정식에 $x=16$을 대입하면

$80-2a=16a+26$, $\quad -18a=-54$

$\therefore a=3$

답 3

599 $0.3(0.4x-1)=0.04x-0.22$의 양변에 100을 곱하면

$30(0.4x-1)=4x-22$, $\quad 12x-30=4x-22$

$8x=8 \quad \therefore x=1$

방정식 $\frac{x-3a}{4}=7$의 해가 $x=1$이므로 이 방정식에 $x=1$을 대입하면

$\frac{1-3a}{4}=7$, $\quad 1-3a=28$

$-3a=27 \quad \therefore a=-9$

답 ①

600 $\frac{2x-3}{5}=0.1(x-6)+3$의 양변에 10을 곱하면

$2(2x-3)=x-6+30$, $\quad 4x-6=x+24$

$3x=30 \quad \therefore x=10$

방정식 $|k-1|-\frac{x}{2}=0$의 해가 $x=10$이므로 이 방정식에 $x=10$을 대입하면

$|k-1|-\frac{10}{2}=0$, $\quad |k-1|=5$

$k-1=-5$ 또는 $k-1=5$

$\therefore k=-4$ 또는 $k=6$

따라서 모든 상수 k의 값의 합은

$-4+6=2$

답 2

유형 121 해에 대한 조건이 주어진 경우 본책 120쪽

❶ 주어진 방정식의 해를 미지수를 포함한 식으로 나타낸다.
❷ 해의 조건을 만족시키는 미지수의 값을 구한다.

601 $3(6-x)=a$에서 $\quad 18-3x=a$

$-3x=a-18 \quad \therefore x=\dfrac{18-a}{3}$

이때 $\frac{18-a}{3}$가 자연수이어야 하므로 $18-a$는 3의 배수이어야 한다.

$18-a=3$일 때, $\quad a=15$
$18-a=6$일 때, $\quad a=12$
$18-a=9$일 때, $\quad a=9$
$18-a=12$일 때, $\quad a=6$
$18-a=15$일 때, $\quad a=3$
$18-a=18$일 때, $\quad a=0$
⋮

따라서 구하는 자연수 a의 개수는 3, 6, 9, 12, 15의 5이다.

답 ③

참고 $18-a$가 18 이상의 3의 배수이면 a는 자연수가 아니다.

602 $4(x-1)=a-(x-10)$에서

$4x-4=a-x+10$, $\quad 5x=a+14$

$\therefore x=\dfrac{a+14}{5}$

이때 $\frac{a+14}{5}$가 양의 정수이어야 하므로 $a+14$는 5의 배수이어야 한다.

$a+14=5$일 때, $\quad a=-9$
$a+14=10$일 때, $\quad a=-4$
$a+14=15$일 때, $\quad a=1$
⋮

따라서 구하는 음의 정수 a의 값은 -9, -4이다.

답 -9, -4

603 $0.5(x-a)=-\frac{5}{2}$의 양변에 2를 곱하면

$x-a=-5 \quad \therefore x=a-5$ … 1단계

이때 $a-5$가 음의 정수이어야 하므로

$a=1, 2, 3, 4$ … 2단계

따라서 모든 자연수 a의 값의 합은

$1+2+3+4=10$ … 3단계

답 10

단계	채점 요소	비율
1	방정식의 해를 a에 대한 식으로 나타내기	30 %
2	조건을 만족시키는 a의 값 구하기	50 %
3	모든 자연수 a의 값의 합 구하기	20 %

604 $ax=-2(2x+3)$에서 $ax=-4x-6$

$(a+4)x=-6$ $\therefore x=-\frac{6}{a+4}$

이때 $-\frac{6}{a+4}$이 정수이려면 $a+4$가 6의 약수 또는 6의 약수에 음의 부호를 붙인 수이어야 한다.

$a+4=1$일 때, $a=-3$
$a+4=2$일 때, $a=-2$
$a+4=3$일 때, $a=-1$
$a+4=6$일 때, $a=2$
$a+4=-1$일 때, $a=-5$
$a+4=-2$일 때, $a=-6$
$a+4=-3$일 때, $a=-7$
$a+4=-6$일 때, $a=-10$

$\therefore a=-10, -7, -6, -5, -3, -2, -1, 2$

따라서 정수 a의 값이 될 수 없는 것은 ⑤이다. 답 ⑤

유형 122 특수한 해를 갖는 경우

본책 121쪽

x에 대한 방정식 $ax=b$에서
(1) 해가 무수히 많을 조건
➜ $0\times x=0$의 꼴이어야 하므로
$a=0, b=0$
(2) 해가 없을 조건
➜ $0\times x=(0$이 아닌 상수$)$의 꼴이어야 하므로
$a=0, b\neq0$

605 $(1-a)x=4b-2x$에서 $x-ax=4b-2x$

$3x-ax=4b$, $(3-a)x=4b$

방정식의 해가 없으므로 $3-a=0, 4b\neq0$

$\therefore a=3, b\neq0$ 답 ③

606 $\frac{a}{6}x-b=x+\frac{1}{3}$의 양변에 6을 곱하면

$ax-6b=6x+2$, $ax-6x=6b+2$

$(a-6)x=6b+2$

방정식의 해가 무수히 많으므로

$a-6=0, 6b+2=0$

$\therefore a=6, b=-\frac{1}{3}$

$\therefore ab=6\times\left(-\frac{1}{3}\right)=-2$ 답 -2

607 $3(a-3)x=5-(a+1)x$에서

$3ax-9x=5-ax-x$, $4ax-8x=5$

$(4a-8)x=5$

등식을 만족시키는 x의 값이 존재하지 않으므로

$4a-8=0$, $4a=8$

$\therefore a=2$ 답 ④

608 $(a+2)x-5=3a-5b$에서

$(a+2)x=3a-5b+5$

방정식의 해가 무수히 많으므로

$a+2=0, 3a-5b+5=0$

$a=-2$이므로 $3a-5b+5=0$에 $a=-2$를 대입하면

$-6-5b+5=0$, $-5b=1$

$\therefore b=-\frac{1}{5}$

$c(x-1)=2x+1$에서 $cx-c=2x+1$

$cx-2x=1+c$, $(c-2)x=1+c$

방정식의 해가 없으므로 $c-2=0, 1+c\neq0$

$\therefore c=2$

$\therefore a+5b+c=-2+5\times\left(-\frac{1}{5}\right)+2=-1$ 답 ②

유형 123 새로운 기호를 포함한 일차방정식

본책 121쪽

새로운 기호의 약속에 따라 등식을 일차방정식으로 바꾼다.

609 $2★(-x)=2\times(-x)+2-(-x)=-x+2$

$(x+4)★7=(x+4)\times7+(x+4)-7=8x+25$

$\{2★(-x)\}-\{(x+4)★7\}=-5$에서

$(-x+2)-(8x+25)=-5$

$-x+2-8x-25=-5$, $-9x=18$

$\therefore x=-2$ 답 ①

610 $2x\triangle(-1)=-1-4\times2x\times(-1)=-1+8x$

$\frac{1}{2}\triangle(4x+5)=4x+5-4\times\frac{1}{2}\times(4x+5)=-4x-5$

$\{2x\triangle(-1)\}+\left\{\frac{1}{2}\triangle(4x+5)\right\}=-10$에서

$(-1+8x)+(-4x-5)=-10$

$4x=-4$ $\therefore x=-1$ 답 ⑤

611 $(2x-1)◎3=(2x-1)\times3-(2x-1)+1=4x-1$

$(m-x)◎2n=(m-x)\times2n-(m-x)+1$

$=(1-2n)x+2mn-m+1$

$(2x-1)◎3=(m-x)◎2n$에서

$4x-1=(1-2n)x+2mn-m+1$ … 1단계

이 등식이 x에 대한 항등식이 되려면

$4=1-2n$, $-1=2mn-m+1$

$4=1-2n$에서 $2n=-3$ $\therefore n=-\frac{3}{2}$

$n=-\frac{3}{2}$을 $-1=2mn-m+1$에 대입하면

$-1=2m\times\left(-\frac{3}{2}\right)-m+1$, $-1=-3m-m+1$

$4m=2$ $\therefore m=\frac{1}{2}$ … 2단계

$\therefore 4mn=4\times\frac{1}{2}\times\left(-\frac{3}{2}\right)=-3$ … 3단계

답 -3

단계	채점 요소	비율
1	$(2x-1)◎3=(m-x)◎2n$ 정리하기	50 %
2	m, n의 값 구하기	40 %
3	$4mn$의 값 구하기	10 %

만점 유형 도전하기

본책 122~123쪽

612 전략 x에 대한 방정식 $ax=b$의 해가 없으려면 $a=0$, $b\neq0$이어야 한다.

영진: $4x-5=a(3-2x)+b$에서

$4x-5=-2ax+3a+b$

이 식이 x의 값에 관계없이 항상 성립하려면

$4=-2a$, $-5=3a+b$

$4=-2a$에서 $a=-2$이므로 $a=-2$를 $-5=3a+b$에 대입하면

$-5=-6+b$ $\therefore b=1$

$\therefore a=-2$, $b=1$

병헌: $\dfrac{x-1}{2}+1=\dfrac{5-2x}{3}$의 양변에 6을 곱하면

$3(x-1)+6=2(5-2x)$, $3x-3+6=10-4x$

$7x=7$ $\therefore x=1$

즉 주어진 일차방정식의 해는 $x=1$이다.

은경: $4x-3=mx+2$에서 $(4-m)x=5$

방정식의 해가 없으려면 $4-m=0$

$\therefore m=4$

따라서 잘못 말한 사람은 병헌이다. 답 풀이 참조

613 전략 주어진 추의 무게를 각각 문자로 나타낸 후 등식의 성질을 이용한다.

○, □, △, ☆의 무게를 각각 a, b, c, d라 하면

㈎의 접시저울에서 $a=b+c$ …… ㉠

㈏의 접시저울에서 $c+d=2a$ …… ㉡

㈐의 접시저울에서 $b+d=c+a$ …… ㉢

ㄱ. ㉠의 양변에 c를 더하면 $a+c=b+2c$

이 식을 ㉢에 대입하면 $b+d=b+2c$

$\therefore d=2c$ …… ㉣

ㄴ. ㉠을 ㉡에 대입하면 $c+d=2(b+c)$

$c+d=2b+2c$ $\therefore d=2b+c$ …… ㉤

ㄷ. ㉠의 양변에 a를 더하면 $2a=b+c+a$

이 식을 ㉡에 대입하면 $c+d=b+c+a$

$\therefore d=a+b$

ㄹ. ㉤의 양변에 2를 곱하면 $2d=4b+2c$

이 식에 ㉣을 대입하면 $2d=4b+d$

$\therefore d=4b$

이상에서 ㈑의 접시저울이 평형을 이루도록 오른쪽 접시에 올려 놓을 수 있는 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ이다. 답 ㄱ, ㄴ, ㄷ

614 전략 주어진 조건을 만족시키는 a, b, c의 값을 구하여 방정식에 대입한다.

10 이하의 소수 중 가장 큰 수는 7이므로 $a=7$

약수의 개수가 6인 자연수 중 가장 작은 수는 12이므로

$b=12$

가장 작은 합성수는 4이므로 $c=4$

주어진 방정식에 a, b, c의 값을 각각 대입하면

$7-\{12-(4x-1)\}=x+6$

$7-(12-4x+1)=x+6$

$7-(13-4x)=x+6$, $7-13+4x=x+6$

$3x=12$ $\therefore x=4$ 답 $x=4$

615 전략 $(-1)^{\text{짝수}}=1$, $(-1)^{\text{홀수}}=-1$임을 이용하여 주어진 등식을 정리한다.

n이 홀수일 때, $3n$은 홀수, $3n+1$은 짝수이므로

$(-1)^{3n}=-1$, $(-1)^{3n+1}=1$

$(-1)^{3n}(2x-a)-(-1)^{3n+1}(2bx+5)=0$에서

$-(2x-a)-(2bx+5)=0$

$-2x+a-2bx-5=0$

$(-2-2b)x+(a-5)=0$

이 식이 x의 값에 관계없이 항상 성립하므로, 즉 x에 대한 항등식이므로

$-2-2b=0$, $a-5=0$ $\therefore a=5$, $b=-1$

$\therefore a^2+b^2=5^2+(-1)^2=26$ 답 26

616 전략 A에 알맞은 수를 x라 하고 B, C에 알맞은 수를 x에 대한 식으로 나타낸다.

A에 알맞은 수를 x라 하면 B, C에 알맞은 수는 각각

$15-x$, $11-x$

이므로 $(15-x)+(11-x)=8$

$26-2x=8$, $-2x=-18$

$\therefore x=9$

$\therefore A=9$, $B=15-9=6$, $C=11-9=2$

답 $A=9$, $B=6$, $C=2$

617 전략 두 점 사이의 거리를 식으로 나타낸 후 비례식을 이용하여 방정식을 세운다.

두 점 A, P 사이의 거리는

$1-(3-4x)=1-3+4x=4x-2$

두 점 P, B 사이의 거리는

$(3x-2)-1=3x-3$

두 점 A, P 사이의 거리와 두 점 P, B 사이의 거리의 비가 5 : 3이므로

$(4x-2):(3x-3)=5:3$

$3(4x-2)=5(3x-3)$, $12x-6=15x-15$

$-3x=-9$ $\therefore x=3$

따라서 두 점 A, B 사이의 거리는

$3x-2-(3-4x)=3x-2-3+4x=7x-5$

$=7\times3-5=16$ 답 16

618 전략 a, b에 대한 등식을 정리한 후 주어진 해에 대입하여 일차방정식의 해를 먼저 구한다.

$3a+b=a+5b$에서 $\quad 2a=4b \quad \therefore a=2b$

$x=\dfrac{6a+3b}{b-2a}$에 $a=2b$를 대입하면

$$x=\frac{12b+3b}{b-4b}=\frac{15b}{-3b}=-5$$

즉 주어진 방정식의 해는 $x=-5$이다.

$x-\dfrac{2x+1}{3}=0.4(x-5)+k$에 $x=-5$를 대입하면

$$-5-\frac{-10+1}{3}=0.4\times(-10)+k$$

$$-2=-4+k \qquad \therefore k=2$$

답 2

619 전략 새로운 기호의 약속에 따라 주어진 등식의 좌변과 우변을 각각 정리한다.

$5\triangle(x-1)=2\times5(x-1)-(x-1)+3=9x-6$

이므로

$$\begin{aligned}\{5\triangle(x-1)\}\triangle2&=(9x-6)\triangle2\\&=2\times(9x-6)\times2-2+3\\&=36x-23\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(x+p)\triangle q&=2\times(x+p)\times q-q+3\\&=2qx+2pq-q+3\end{aligned}$$

즉 $\{5\triangle(x-1)\}\triangle2=(x+p)\triangle q$에서

$$36x-23=2qx+2pq-q+3$$

$$(36-2q)x=2pq-q+26$$

등식을 만족시키는 x의 값이 존재하지 않으려면

$$36-2q=0,\ 2pq-q+26\neq0$$

$q=18$이므로 $q=18$을 $2pq-q+26\neq0$에 대입하면

$$36p-18+26\neq0, \qquad 36p\neq-8$$

$$\therefore p\neq-\frac{2}{9}$$

답 $p\neq-\dfrac{2}{9}$, $q=18$

시험 만점 완성하기

본책 124~127쪽

620 전략 주어진 문장을 읽고 등호를 사용하여 두 식이 같음을 나타낸다.

③ $\dfrac{a}{5}=2500$

따라서 옳지 않은 것은 ③이다.

답 ③

621 전략 각 방정식의 x에 5 이하의 소수를 대입해 본다.

5 이하의 소수는 2, 3, 5이다.

① $8-x=x+2$에 $x=3$을 대입하면 $\quad 8-3=3+2$

② $5(x-1)=10$에 $x=3$을 대입하면 $\quad 5\times(3-1)=10$

③ $\dfrac{1}{3}(x+4)=2$에 $x=2$를 대입하면 $\quad \dfrac{1}{3}\times(2+4)=2$

④ $\dfrac{x-6}{4}=\dfrac{x}{2}$에

$x=2$를 대입하면 $\quad \dfrac{2-6}{4}\neq\dfrac{2}{2}$

$x=3$을 대입하면 $\quad \dfrac{3-6}{4}\neq\dfrac{3}{2}$

$x=5$를 대입하면 $\quad \dfrac{5-6}{4}\neq\dfrac{5}{2}$

⑤ $7x-5=5(x+1)$에 $x=5$를 대입하면

$$7\times5-5=5\times(5+1)$$

따라서 방정식 중 해가 없는 것은 ④이다.

답 ④

622 전략 $mx+n=px+q$가 x에 대한 항등식이려면 $m=p$, $n=q$이어야 함을 이용한다.

$4-3x+6a=6b(x-2)$에서

$$(\text{우변})=6b(x-2)=6bx-12b$$

따라서 $-3x+4+6a=6bx-12b$가 x에 대한 항등식이므로

$$-3=6b,\ 4+6a=-12b$$

$-3=6b$에서 $b=-\dfrac{1}{2}$이므로 $b=-\dfrac{1}{2}$을 $4+6a=-12b$에 대입하면

$$4+6a=6, \qquad 6a=2 \qquad \therefore a=\frac{1}{3}$$

$$\therefore a-b=\frac{1}{3}-\left(-\frac{1}{2}\right)=\frac{5}{6}$$

답 ④

623 전략 $x=y$이면 $x+z=y+z$, $x-z=y-z$, $xz=yz$, $\dfrac{x}{z}=\dfrac{y}{z}$ $(z\neq0)$가 성립한다.

$a-1=b+1$의 양변에 1을 더하면 $\quad a=b+2$

① $a=b+2$의 양변에 2를 더하면 $\quad a+2=b+4$

② $a=b+2$의 양변에 2를 곱하면 $\quad 2a=2b+4$

③ $a=b+2$의 양변에 5를 곱하면 $\quad 5a=5b+10$

이 식의 양변에서 1을 빼면 $\quad 5a-1=5b+9$

④ $a=b+2$의 양변을 4로 나누면 $\quad \dfrac{a}{4}=\dfrac{b}{4}+\dfrac{1}{2}$

⑤ $a-1=b+1$의 양변을 $c(c\neq0)$로 나누면

$$\frac{a-1}{c}=\frac{b+1}{c}$$

따라서 옳은 것은 ④이다.

답 ④

624 전략 ( ) → { } → [ ] 순으로 괄호를 풀어 방정식을 푼다.

$x-[6-\{3x-(7x-4)\}]=13$에서

$$x-\{6-(3x-7x+4)\}=13$$

$$x-\{6-(-4x+4)\}=13$$

$$x-(6+4x-4)=13, \qquad x-(4x+2)=13$$

$$x-4x-2=13, \qquad -3x=15$$

$$\therefore x=-5$$

답 ①

625 전략 $\dfrac{m}{n}=\dfrac{5x}{9x}$ (x는 자연수)로 놓고 조건을 식으로 나타낸다.

약분하면 $\frac{5}{9}$가 되는 분수를 $\frac{m}{n}=\frac{5x}{9x}$ (x는 자연수)라 하자.

주어진 조건에서 $\frac{5x+5}{9x+5x-6}=\frac{5}{9}$이므로

$\frac{5x+5}{14x-6}=\frac{5}{9}$

$9(5x+5)=5(14x-6)$, $45x+45=70x-30$

$-25x=-75$ $\therefore x=3$

따라서 $\frac{m}{n}=\frac{5\times3}{9\times3}=\frac{15}{27}$이므로 $m=15$, $n=27$

$\therefore m+n=15+27=42$

답 ②

626 전략 계수가 분수인 일차방정식은 양변에 분모의 최소공배수를 곱하여 계수를 모두 정수로 고쳐서 푼다.

$1-\frac{3}{10}x=x-12$의 양변에 10을 곱하면

$10-3x=10x-120$, $-13x=-130$

$\therefore x=10$

따라서 $a=10$이므로 일차방정식 $3x-2a-1=0$, 즉 $3x-21=0$에서

$3x=21$ $\therefore x=7$

답 ④

627 전략 계수가 소수이거나 분수인 일차방정식은 양변에 적당한 수를 곱하여 계수를 모두 정수로 고쳐서 푼다.

ㄱ. $-3(x-2)+1=6-4x$에서

$-3x+6+1=6-4x$ $\therefore x=-1$

ㄴ. $3-0.5x=0.4(x-6)$의 양변에 10을 곱하면

$30-5x=4(x-6)$, $30-5x=4x-24$

$-9x=-54$ $\therefore x=6$

ㄷ. $\frac{2x-5}{3}=\frac{x-4}{5}+1$의 양변에 15를 곱하면

$5(2x-5)=3(x-4)+15$

$10x-25=3x-12+15$

$7x=28$ $\therefore x=4$

이상에서 해의 크기가 작은 것부터 순서대로 나열하면

ㄱ, ㄷ, ㄴ

답 ②

628 전략 해를 구할 수 있는 방정식의 해를 먼저 구한 후 이를 이용하여 다른 방정식의 해를 구한다.

$\frac{1}{3}(x-1)=\frac{3x+1}{5}-0.4x$에서

$\frac{1}{3}(x-1)=\frac{3x+1}{5}-\frac{2}{5}x$

위의 식의 양변에 15를 곱하면

$5(x-1)=3(3x+1)-6x$, $5x-5=9x+3-6x$

$2x=8$ $\therefore x=4$

따라서 $a(x-5)=x-2a-6$의 해는 $x=2$이므로 이 방정식에 $x=2$를 대입하면

$a\times(2-5)=2-2a-6$, $-3a=-2a-4$

$-a=-4$ $\therefore a=4$

답 ③

629 전략 모든 x에 대하여 항상 참인 등식은 x에 대한 항등식이다.

$ax+b=x-\frac{1}{2}(3x-2)$에서

(우변)$=x-\frac{1}{2}(3x-2)=x-\frac{3}{2}x+1=-\frac{1}{2}x+1$

따라서 $ax+b=-\frac{1}{2}x+1$이 x에 대한 항등식이므로

$a=-\frac{1}{2}$, $b=1$

즉 방정식 $2x-\frac{2}{3}\left(-\frac{1}{2}x-c\right)=-\frac{5}{3}$의 해가 $x=1$이므로

$2-\frac{2}{3}\left(-\frac{1}{2}-c\right)=-\frac{5}{3}$

위의 식의 양변에 6을 곱하면

$12-4\left(-\frac{1}{2}-c\right)=-10$, $12+2+4c=-10$

$4c=-24$ $\therefore c=-6$

답 ①

630 전략 절댓값이 a $(a>0)$인 수는 a, $-a$이다.

$2(x-1)=13-3x$에서 $2x-2=13-3x$

$5x=15$ $\therefore x=3$

방정식 $9x-2a=3x+8$의 해의 절댓값이 3이므로 방정식의 해는

$x=3$ 또는 $x=-3$

$9x-2a=3x+8$에 $x=3$을 대입하면

$27-2a=9+8$, $-2a=-10$ $\therefore a=5$

$9x-2a=3x+8$에 $x=-3$을 대입하면

$-27-2a=-9+8$, $-2a=26$ $\therefore a=-13$

따라서 모든 상수 a의 값의 합은

$5+(-13)=-8$

답 ①

631 전략 비례식 $a:b=c:d$가 주어지면 $ad=bc$임을 이용하여 일차방정식을 세운다.

$(3x-10):1=(4x+10):2$에서

$2(3x-10)=4x+10$, $6x-20=4x+10$

$2x=30$ $\therefore x=15$

방정식 $6a-9=(a+3)x$의 해가 $x=15$이므로 이 방정식에 $x=15$를 대입하면

$6a-9=15(a+3)$, $6a-9=15a+45$

$-9a=54$ $\therefore a=-6$

답 ②

632 전략 주어진 방정식의 해를 a를 포함한 식으로 나타낸다.

$\frac{1}{2}(x+2a)-x=4$의 양변에 2를 곱하면

$x+2a-2x=8$, $-x=-2a+8$

$\therefore x=2a-8$

이때 $2a-8$이 음의 정수이어야 하므로

$2a-8=-1, -2, -3, -4, -5, -6, \cdots$

$\therefore a=\frac{7}{2}, 3, \frac{5}{2}, 2, \frac{3}{2}, 1, \cdots$

따라서 자연수 a의 값은 1, 2, 3이므로 구하는 합은

$1+2+3=6$

답 ③

633 전략 x에 대한 방정식 $px=q$의 해가 무수히 많을 조건은 $p=0$, $q=0$, 해가 없을 조건은 $p=0$, $q\neq0$이다.

$(a-3)x=2a-ax+1$에서 $\quad(2a-3)x=2a+1$

ㄱ. $a=\frac{3}{2}$이면 $0\times x=4$이므로 주어진 방정식의 해는 없다.

ㄴ. $a\neq\frac{3}{2}$이면 $x=\frac{2a+1}{2a-3}$인 해가 존재한다.

ㄷ. $a=-\frac{1}{2}$이면 $-4x=0$이므로 $x=0$이다.

즉 주어진 방정식의 해는 $x=0$이다.

이상에서 옳은 것은 ㄷ뿐이다. 답 ③

634 전략 $x=y$이면 $x+z=y+z$, $x-z=y-z$, $xz=yz$, $\frac{x}{z}=\frac{y}{z}$ $(z\neq0)$가 성립한다.

$a=-b+c$의 양변에 3을 곱하면 $\quad 3a=-3b+3c$

이 식의 양변에서 c를 빼면 $\quad 3a-c=\boxed{-3b+2c}$

즉 (가)에 알맞은 식은 $\quad -3b+2c$

$a+c=\frac{1}{2}b$의 양변에서 c를 빼면 $\quad a=\frac{1}{2}b-c$

이 식의 양변에 2를 곱하면 $\quad 2a=\boxed{b-2c}$

즉 (나)에 알맞은 식은 $\quad b-2c$

따라서 (가), (나)에 알맞은 식의 합은

$(-3b+2c)+(b-2c)=-2b$ 답 $-2b$

635 전략 x에 대한 일차방정식은 (x에 대한 일차식)$=0$의 꼴이어야 한다.

$(a-1)x^2+bx=4x(x+2)+6$에서

$(a-1)x^2+bx=4x^2+8x+6$

$(a-5)x^2+(b-8)x-6=0$

이 등식이 x에 대한 일차방정식이어야 하므로

$a-5=0$, $b-8\neq0$

$\therefore a=5,\ b\neq8$ 답 $a=5$, $b\neq8$

636 전략 계수에 소수와 분수가 섞인 일차방정식은 양변에 적당한 수를 곱하여 계수를 모두 정수로 고쳐서 푼다.

$4\left\{\frac{1}{16}-\left(1-\frac{1}{8}x\right)\right\}+0.2x=1.5x-0.55$에서

$4\left(-\frac{15}{16}+\frac{1}{8}x\right)+\frac{1}{5}x=\frac{3}{2}x-\frac{11}{20}$

$-\frac{15}{4}+\frac{1}{2}x+\frac{1}{5}x=\frac{3}{2}x-\frac{11}{20}$

위의 식의 양변에 20을 곱하면 $\quad -75+10x+4x=30x-11$

$-16x=64 \quad \therefore x=-4$ 답 $x=-4$

637 전략 방정식의 해가 $x=k$로 주어진 경우 그 방정식에 $x=k$를 대입하면 등식이 성립함을 이용한다.

$0.7x-0.5=2-0.3x$의 양변에 10을 곱하면

$7x-5=20-3x, \quad 10x=25 \quad \therefore x=\frac{5}{2}$

방정식 $4-ax=-3x-3a$의 해가 $x=\frac{2}{5}$이므로 이 방정식에 $x=\frac{2}{5}$를 대입하면 $\quad 4-\frac{2}{5}a=-\frac{6}{5}-3a$

위의 식의 양변에 5를 곱하면 $\quad 20-2a=-6-15a$

$13a=-26 \quad \therefore a=-2$ 답 -2

638 전략 주어진 방정식에 $x=2$를 대입한 식이 k에 대한 항등식임을 이용한다.

$ak-2x=4b-2kx+1$에 $x=2$를 대입하면

$ak-4=4b-4k+1$, 즉 $ak-4=-4k+4b+1$

이 식이 k에 대한 항등식이므로 $\quad a=-4$, $-4=4b+1$

$\therefore a=-4,\ b=-\frac{5}{4}$

$\therefore ab=(-4)\times\left(-\frac{5}{4}\right)=5$ 답 5

639 전략 $x=0$뿐만 아니라 다른 해도 갖는다는 조건의 의미를 생각해 본다.

$2(x-b)=(a-1)x+5b-21$에서

$2x-2b=ax-x+5b-21, \quad (3-a)x=7b-21$

방정식이 $x=0$뿐만 아니라 다른 해도 가지므로 해가 무수히 많다.

즉 $3-a=0$, $7b-21=0$이므로 $\quad a=3$, $b=3$

$\therefore a+b=3+3=6$ 답 6

640 전략 주어진 계산 순서에 따라 식을 정리한 후 방정식을 세운다.

$(3x-5)-(6x-1)+(x+7)-(4x-2)$

$=3x-5-6x+1+x+7-4x+2$

$=-6x+5$

이므로 $\quad -6x+5=23$ … 1단계

$-6x=18 \quad \therefore x=-3$ … 2단계

답 -3

단계	채점 요소	배점
1	방정식 세우기	2점
2	x의 값 구하기	2점

641 전략 잘못 본 수와 그때의 해를 방정식에 각각 대입하여 a, b의 값을 구한다.

(1) 혜정이는 상수 a를 2로 잘못 보았으므로 방정식 $-(x+2)=10-bx$에 $x=-4$를 대입하면

$2=10+4b, \quad -4b=8 \quad \therefore b=-2$ … 1단계

재문이는 상수 b를 -4로 잘못 보았으므로 방정식 $-(x+a)=10+4x$에 $x=-3$을 대입하면

$3-a=10-12, \quad -a=-5 \quad \therefore a=5$ … 2단계

(2) $-(x+a)=10-bx$에 $a=5$, $b=-2$를 대입하면

$-(x+5)=10+2x, \quad -x-5=10+2x$

$-3x=15 \quad \therefore x=-5$ … 3단계

답 (1) $a=5$, $b=-2$ (2) $x=-5$

단계	채점 요소	배점
1	b의 값 구하기	2점
2	a의 값 구하기	2점
3	주어진 방정식의 해 구하기	2점

642 전략 두 일차방정식의 해를 a에 대한 식으로 나타낸다.

$3(a-x)=2(3a-2)+x$에서 $3a-3x=6a-4+x$

$-4x=3a-4$ $\therefore x=\frac{4-3a}{4}$

$\therefore m=\frac{4-3a}{4}$ … 1단계

$a-\frac{2x-1}{5}=x$의 양변에 5를 곱하면

$5a-(2x-1)=5x$, $5a-2x+1=5x$

$-7x=-5a-1$ $\therefore x=\frac{5a+1}{7}$

$\therefore n=\frac{5a+1}{7}$ … 2단계

이때 $m+n=1$, 즉 $\frac{4-3a}{4}+\frac{5a+1}{7}=1$이므로 이 식의 양변에 28을 곱하면

$7(4-3a)+4(5a+1)=28$

$28-21a+20a+4=28$, $-a=-4$

$\therefore a=4$ … 3단계

답 4

단계	채점 요소	배점
1	m을 a에 대한 식으로 나타내기	2점
2	n을 a에 대한 식으로 나타내기	2점
3	a의 값 구하기	2점

643 전략 새로운 기호의 약속에 따라 주어진 등식을 일차방정식으로 변형한다.

$2x>2x-1$이므로 $<2x, 2x-1>=2x$ … 1단계

$x-5<x+3$이므로

$[x-5, x+3]=x-5$ … 2단계

따라서 $<2x, 2x-1>-[x-5, x+3]=8$에서

$2x-(x-5)=8$

$2x-x+5=8$ $\therefore x=3$ … 3단계

답 3

단계	채점 요소	배점
1	$<2x, 2x-1>$ 구하기	2점
2	$[x-5, x+3]$ 구하기	2점
3	x의 값 구하기	2점

III. 문자와 식

07 일차방정식의 활용

셀프 CHECK

본책 128쪽

A 답 (1) $4x+1=2x+7$ (2) $x=3$ (3) 3

B 답 (1) $\frac{x}{2}+\frac{x}{4}=\frac{3}{2}$ (2) $x=2$ (3) 2 km

C 답 (1) $\frac{4}{100}\times 100=\frac{2}{100}\times(100+x)$ (2) $x=100$ (3) 100 g

내신 유형 다지기

본책 129~141쪽

유형 124 어떤 수에 대한 문제

본책 129쪽

❶ 어떤 수를 x로 놓는다.
❷ 주어진 조건에 맞는 x에 대한 방정식을 세운다.
❸ x에 대한 방정식을 푼다.

644 어떤 수를 x라 하면 $2(x+3)=(4x-5)-11$

$2x+6=4x-16$, $-2x=-22$ $\therefore x=11$

따라서 어떤 수는 11이다.

답 11

645 아하를 x라 하면 $x+\frac{1}{4}x+\frac{1}{6}x=17$

$12x+3x+2x=204$, $17x=204$ $\therefore x=12$

따라서 아하의 값은 12이다.

답 ②

646 어떤 수를 x라 하면

$3(x+6)=(6x+3)-9$ … 1단계

$3x+18=6x-6$, $-3x=-24$ $\therefore x=8$ … 2단계

따라서 어떤 수는 8이므로 처음 구하려고 했던 수는

$6\times 8+3=51$ … 3단계

답 51

단계	채점 요소	비율
1	방정식 세우기	40 %
2	방정식 풀기	30 %
3	처음 구하려고 했던 수 구하기	30 %

유형 125 연속하는 자연수에 대한 문제

본책 129쪽

구하는 수를 x로 놓고 다음을 이용하여 방정식을 세운다.

(1) 연속하는 세 자연수

➜ $x-1$, x, $x+1$ 또는 x, $x+1$, $x+2$

(2) 연속하는 세 홀수 또는 세 짝수

➜ $x-2$, x, $x+2$ 또는 x, $x+2$, $x+4$

647 연속하는 세 자연수를 $x-1$, x, $x+1$이라 하면

$(x-1)+x+(x+1)=117$

$3x=117 \qquad \therefore x=39$

따라서 연속하는 세 자연수는 38, 39, 40이므로 구하는 합은

$38+40=78$ 답 ③

648 연속하는 세 짝수를 $x-2$, x, $x+2$라 하면

$5x=(x-2)+(x+2)+42$

$3x=42 \qquad \therefore x=14$

따라서 연속하는 세 짝수는 12, 14, 16이므로 가장 큰 수는 16이다. 답 16

649 연속하는 세 홀수를 $x-2$, x, $x+2$라 하면

$2(x+2)-(x-2)=\frac{1}{3}x+16$

$x+6=\frac{1}{3}x+16, \qquad 3x+18=x+48$

$2x=30 \qquad \therefore x=15$

따라서 연속하는 세 홀수는 13, 15, 17이므로 가장 작은 수는 13이다. 답 13

유형 126 자릿수에 대한 문제

본책 130쪽

(1) 십의 자리의 숫자가 a, 일의 자리의 숫자가 b인 두 자리 자연수 ➔ $10a+b$

(2) 백의 자리의 숫자가 a, 십의 자리의 숫자가 b, 일의 자리의 숫자가 c인 세 자리 자연수 ➔ $100a+10b+c$

650 십의 자리의 숫자를 x라 하면

$10x+7=4(x+7)+3$

$10x+7=4x+28+3, \qquad 6x=24 \qquad \therefore x=4$

따라서 구하는 자연수는 47이다. 답 47

651 처음 자연수의 일의 자리의 숫자를 x라 하면

$10x+6=(60+x)-9$

$9x=45 \qquad \therefore x=5$

따라서 처음 자연수는 65이다. 답 ②

652 십의 자리의 숫자를 x라 하면 일의 자리의 숫자는 $x-1$이므로

$10x+(x-1)=6\{x+(x-1)\}$

$11x-1=6(2x-1), \qquad 11x-1=12x-6$

$-x=-5 \qquad \therefore x=5$

따라서 구하는 자연수는 54이다. 답 54

653 작은 수를 x라 하면 큰 수는 $30-x$이다.
작은 수의 일의 자리의 숫자 뒤에 0을 하나 더 붙이면 원래의 수의 10배가 되므로

$10x-(30-x)=91$

$10x-30+x=91, \qquad 11x=121 \qquad \therefore x=11$

따라서 작은 수는 11이다. 답 11

유형 127 나이에 대한 문제

본책 130쪽

올해 나이가 x살인 사람의

① a년 후의 나이 ➔ $(x+a)$살

② a년 전의 나이 ➔ $(x-a)$살

654 x년 후에 어머니의 나이가 진규의 나이의 3배가 된다고 하면

$43+x=3(11+x)$

$43+x=33+3x, \qquad -2x=-10 \qquad \therefore x=5$

따라서 어머니의 나이가 진규의 나이의 3배가 되는 해의 진규의 나이는 5년 후인 16살이다. 답 ③

655 올해 정선이의 나이를 x살이라 하면 올해 삼촌의 나이는 $5x$살이므로

$5x+3=4(x+3)$ … 1단계

$5x+3=4x+12 \qquad \therefore x=9$ … 2단계

따라서 올해 삼촌의 나이는

$5x=5\times9=45$ (살) … 3단계

답 45살

단계	채점 요소	비율
1	방정식 세우기	40 %
2	방정식 풀기	30 %
3	올해 삼촌의 나이 구하기	30 %

656 맏이의 나이를 x살이라 하면 삼남매의 나이는 각각

x살, $(x-2)$살, $(x-4)$살

이므로

$x=2(x-4)-9, \qquad x=2x-17$

$\therefore x=17$

따라서 맏이의 나이는 17살이다. 답 17살

657 올해 할머니의 나이를 x살이라 하면 올해 손녀의 나이는 $(64-x)$살이므로

$x+4=8\{(64-x)+4\}, \qquad x+4=8(68-x)$

$x+4=544-8x, \qquad 9x=540$

$\therefore x=60$

따라서 올해 할머니의 나이는 60살이다. 답 ①

658 올해 지현이의 나이를 a살이라 하면 조건 ㈎에서

$5a+1=41, \qquad 5a=40$

$\therefore a=8$

조건 ㈏에서 올해 언니의 나이는

$8\times\frac{5}{4}=10$ (살)

올해 아버지의 나이를 x살이라 하면 조건 ㈐에서

$x+5=3\times(10+5), \qquad x+5=45$

$\therefore x=40$

따라서 올해 아버지의 나이는 40살이다. 답 40살

유형 128 예금에 대한 문제
본책 131쪽

매달 a원씩 x개월 동안 예금할 때,

(x개월 후의 예금액)
$=$(현재의 예금액)$+$(x개월 동안의 예금액)
$=$(현재의 예금액)$+ax$ (원)

659 x일 후에 용빈이와 도현이의 저금통에 들어 있는 금액이 같아진다고 하면

$5600+400x=2400+800x$

$-400x=-3200 \qquad \therefore x=8$

따라서 8일 후이다. 답 ③

660 x개월 후에 태영이의 적립금이 여울이의 적립금의 2배가 된다고 하면

$2(16000+3000x)=50000+3000x$

$32000+6000x=50000+3000x$

$3000x=18000 \qquad \therefore x=6$

따라서 6개월 후이다. 답 6개월

661 15주 후에 현정이와 지나의 예금액이 같아지므로

$21000+15x=15000+15(2x-300)$ … 1단계

$21000+15x=30x+10500$

$-15x=-10500 \qquad \therefore x=700$ … 2단계

따라서 현정이와 지나의 매주 예금액은 각각

700원, $2\times700-300=1100$ (원) … 3단계

답 현정: 700원, 지나: 1100원

단계	채점 요소	비율
1	방정식 세우기	40 %
2	방정식 풀기	30 %
3	현정이와 지나의 매주 예금액 구하기	30 %

유형 129 원가, 정가에 대한 문제
본책 132쪽

(1) (정가)$=$(원가)$+$(이익)

(2) (판매 가격)$=$(정가)$-$(할인 금액)

➜ 정가가 x원인 물건을 a % 할인한 판매 가격은

$\left(x-\frac{a}{100}x\right)$원

(3) (이익)$=$(판매 가격)$-$(원가)

662 상품의 원가를 x원이라 하면

(정가)$=x+\frac{30}{100}x=\frac{13}{10}x$ (원)

(판매 가격)$=\frac{13}{10}x-900$ (원)

(이익)$=$(판매 가격)$-$(원가)이므로

$600=\left(\frac{13}{10}x-900\right)-x$

$6000=13x-9000-10x$

$-3x=-15000 \qquad \therefore x=5000$

따라서 상품의 원가는 5000원이다. 답 5000원

663 물건의 원가를 x원이라 하면

(정가)$=x+\frac{20}{100}x=\frac{6}{5}x$ (원)

(판매 가격)$=\frac{6}{5}x-\frac{6}{5}x\times\frac{10}{100}=\frac{27}{25}x$ (원)

(이익)$=$(판매 가격)$-$(원가)이므로

$3200=\frac{27}{25}x-x$

$-\frac{2}{25}x=-3200 \qquad \therefore x=40000$

따라서 물건의 원가는 40000원이므로 이 물건의 정가는

$\frac{6}{5}\times40000=48000$ (원) 답 ⑤

664 슬리퍼의 정가를 x원이라 하면

(판매 가격)$=x-\frac{20}{100}x=\frac{4}{5}x$ (원)

(이익)$=10000\times\frac{4}{100}=400$ (원)

(이익)$=$(판매 가격)$-$(원가)이므로

$400=\frac{4}{5}x-10000$ … 1단계

$-\frac{4}{5}x=-10400 \qquad \therefore x=13000$ … 2단계

따라서 슬리퍼의 정가는 13000원이다. … 3단계

답 13000원

단계	채점 요소	비율
1	방정식 세우기	50 %
2	방정식 풀기	40 %
3	슬리퍼의 정가 구하기	10 %

유형 130 개수의 합이 일정한 문제
본책 132쪽

A와 B의 개수의 합이 a로 일정할 때, A의 개수를 x라 하면 B의 개수는 $a-x$임을 이용하여 x에 대한 방정식을 세운다.

665 4점짜리 문제를 x문제 맞혔다고 하면 3점짜리 문제는 $(25-x)$문제 맞혔으므로

$4x+3(25-x)=89, \qquad x+75=89$

$\therefore x=14$

따라서 4점짜리 문제는 14문제 맞혔다. 답 ④

666 사탕을 x상자 샀다고 하면 초콜릿은 $(7-x)$상자 샀으므로

$3500x+5000(7-x)=30000-2500$

$-1500x+35000=27500$

$-1500x=-7500 \qquad \therefore x=5$

따라서 사탕은 5상자 샀다. 답 5상자

667 큰스님을 x명이라 하면 작은 스님은 $(100-x)$명이므로

$3x+\frac{1}{3}(100-x)=100$

$9x+100-x=300, \quad 8x=200$

$\therefore x=25$

따라서 큰스님은 25명이다. 답 25명

유형 131 도형에 대한 문제

본책 133쪽

(1) (직사각형의 둘레의 길이)

$=2\times\{$(가로의 길이)+(세로의 길이)$\}$

(2) (사다리꼴의 넓이)

$=\frac{1}{2}\times\{$(윗변의 길이)+(아랫변의 길이)$\}\times$(높이)

668 $2\{(10+6)+(10-x)\}=10\times4+4$이므로

$2(26-x)=44, \quad -2x+52=44$

$-2x=-8 \quad \therefore x=4$ 답 4

669 가로의 길이를 $3x$ cm라 하면 세로의 길이는 $2x$ cm이므로

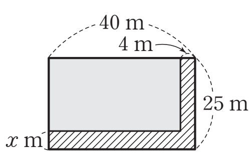
$2(3x+2x)=80$

$10x=80 \quad \therefore x=8$

따라서 가로의 길이는

$3x=3\times8=24$ (cm) 답 24 cm

670 오른쪽 그림과 같이 길을 가장자리로 이동시키면 길을 제외한 잔디밭은 가로의 길이가 $(40-4)$ m, 세로의 길이가 $(25-x)$ m인 직사각형 모양이므로



$(40-4)\times(25-x)=40\times25\times\frac{72}{100}$ ⋯ 1단계

$900-36x=720, \quad -36x=-180$

$\therefore x=5$ ⋯ 2단계

답 5

단계	채점 요소	비율
1	방정식 세우기	70 %
2	x의 값 구하기	30 %

671 새로 만든 입체도형은 직육면체이고 이 직육면체의 밑면의 가로, 세로의 길이는 각각 $2x$, 6이고 높이는 8이므로

$2(6\times2x+8\times2x+6\times8)=376$

$2(28x+48)=376$

$28x+48=188, \quad 28x=140$

$\therefore x=5$

따라서 새로 만든 입체도형의 부피는

$6\times10\times8=480$ 답 ①

672 선분 CP의 길이를 x cm라 하면

$\frac{1}{2}\times(x+30)\times45=810$

$45(x+30)=1620, \quad x+30=36 \quad \therefore x=6$

따라서 선분 CP의 길이는 6 cm이다.

이때 점 P가 움직인 거리는 세 선분 AB, BC, CP의 길이의 합과 같으므로

$30+45+6=81$ (cm)

따라서 점 P가 움직인 시간은

$\frac{81}{3}=27$ (초) 답 ③

유형 132 과부족에 대한 문제

본책 134쪽

학생들에게 물건을 나누어 줄 때, 나누어 주는 방법에 관계없이 물건의 전체 개수가 일정함을 이용하여 방정식을 세운다.

673 학생 수를 x라 하면 나누어 주는 방법에 관계없이 떡의 개수는 일정하므로

$6x+3=7x-5, \quad -x=-8 \quad \therefore x=8$

따라서 학생 수는 8이다. 답 8

674 회원 수를 x라 하면 걷는 금액에 관계없이 도서를 구입하는 데 필요한 금액은 일정하므로

$5000x+15000=7000x-11000$

$-2000x=-26000 \quad \therefore x=13$

따라서 회원은 13명이므로 도서를 구입하는 데 필요한 금액은

$5000x+15000=5000\times13+15000$

$=80000$ (원) 답 ④

675 물개 수를 x라 하면 나누어 주는 방법에 관계없이 고등어 수는 일정하므로

$3x+7=5x-11, \quad -2x=-18 \quad \therefore x=9$

물개는 9마리이므로 고등어는

$3x+7=3\times9+7=34$ (마리)

이다.

따라서 34마리의 고등어를 9마리의 물개에게 4마리씩 나누어 주면

$34-9\times4=-2$

즉 고등어 2마리가 부족하다. 답 ②

유형 133 긴 의자에 대한 문제

본책 134쪽

긴 의자에 학생들이 앉을 때

❶ 긴 의자의 개수를 x로 놓는다.

❷ 앉는 방법에 관계없이 전체 학생 수가 일정함을 이용하여 x에 대한 방정식을 세운다.

676 음악실에 있는 긴 의자의 개수를 x라 하자.
한 의자에 4명씩 앉으면 1명이 앉지 못하므로 학생 수는

$4x+1$ …… ㉠

한 의자에 5명씩 앉으면 5명이 모두 앉게 되는 의자는 $(x-2)$개이므로 학생 수는

$5(x-2)+4$ …… ㉡

이때 ㉠=㉡이므로

$4x+1=5(x-2)+4$

$4x+1=5x-6,\quad -x=-7$

$\therefore x=7$

따라서 긴 의자는 7개이다. 답 ④

677 한 줄에 6명씩 설 때의 줄의 수를 x라 하면

$6x+3=7(x-1)+5$

$6x+3=7x-2,\quad -x=-5\quad \therefore x=5$

따라서 한 줄에 6명씩 설 때의 줄의 수는 5이므로 이 학급의 학생 수는

$6\times5+3=33$ 답 33

678 텐트의 개수가 x이므로

$5x+2=6(x-5)+4$ … 1단계

$5x+2=6x-26$

$-x=-28\quad \therefore x=28$ … 2단계

따라서 텐트의 개수는 28이므로

$y=5\times28+2=142$ … 3단계

$\therefore x+y=28+142=170$ … 4단계

답 170

단계	채점 요소	비율
1	x에 대한 방정식 세우기	40 %
2	x의 값 구하기	30 %
3	y의 값 구하기	20 %
4	$x+y$의 값 구하기	10 %

유형 134 증가, 감소에 대한 문제 본책 135쪽

	A	B
작년	a	b
증가/감소	p % 증가	q % 감소
올해	$a+\frac{p}{100}a$	$b-\frac{q}{100}b$

이때 전체의 변화량은

(A의 변화량)+(B의 변화량)$=\frac{p}{100}a-\frac{q}{100}b$

679 작년의 남학생 수를 x라 하면

$\frac{4}{100}x-\frac{3}{100}(850-x)=13$

$4x-3(850-x)=1300$

$4x-2550+3x=1300$

$7x=3850\quad \therefore x=550$

따라서 작년의 남학생은 550명이다. 답 ②

680 지난달의 여자 이용자 수를 x라 하면 감소한 여자 이용자 수는 $\frac{5}{100}x$

이번 달의 전체 이용자 수는 지난달보다 10 % 감소했으므로

$68+\frac{5}{100}x=920\times\frac{10}{100}$ … 1단계

$68+\frac{1}{20}x=92,\quad 1360+x=1840$

$\therefore x=480$ … 2단계

따라서 지난달의 여자 이용자 수는 480이므로 이번 달의 여자 이용자 수는

$480-480\times\frac{5}{100}=456$ … 3단계

답 456

단계	채점 요소	비율
1	방정식 세우기	40 %
2	방정식 풀기	30 %
3	이번 달의 여자 이용자 수 구하기	30 %

681 어제 A 블로그의 방문자 수가 220이었으므로 오늘 A 블로그의 방문자 수는 $220-4=216$

어제 B 블로그의 방문자 수가 $520-220=300$이었으므로 오늘 B 블로그의 방문자 수는

$300+300\times\frac{10}{100}=300+30=330$

오늘 두 블로그 A, B의 방문자 수의 합은

$216+330=546$

이고 어제에 비하여 x % 증가하였다고 하면

$546=520+520\times\frac{x}{100}$

$546=520+\frac{26}{5}x,\quad -\frac{26}{5}x=-26$

$\therefore x=5$

따라서 오늘 두 블로그 A, B의 방문자 수의 합은 어제에 비하여 5 % 증가하였다. 답 ③

유형 135 전체의 양에 대한 문제 본책 135쪽

전체의 양을 x라 하고 x에 대한 방정식을 세운다.

→ 전체의 양의 $\frac{1}{a}$은 $\frac{1}{a}x$

682 휴가 기간을 x일이라 하면

$\frac{1}{3}x+\frac{1}{6}x+\frac{1}{9}x+7=x$

$6x+3x+2x+126=18x,\quad -7x=-126$

$\therefore x=18$

따라서 보경이네 가족의 휴가 기간은 18일이다. 답 18일

683 기덕이와 동생이 만든 쿠키를 x개라 하면

$2+\frac{1}{6}(x-2)+\frac{1}{4}(x-2)+\frac{1}{2}(x-2)+3=x$

$24+2(x-2)+3(x-2)+6(x-2)+36=12x$

$11x+38=12x \qquad \therefore x=38$

따라서 기덕이와 동생이 만든 쿠키는 38개이므로 어머니께 드린 쿠키는

$(38-2)\times\frac{1}{4}=9\,(개)$ 답 ④

684 처음에 형균이와 소인이가 가진 기념주화의 개수를 각각 $5x$, $7x$라 하자.

형균이가 소인이에게 기념주화 4개를 받으면 형균이와 소인이가 가진 기념주화의 개수는 각각

$5x+4,\ 7x-4$

형균이가 가진 기념주화의 절반의 개수는

$\frac{1}{2}\times(5x+4)$

이것을 소인이에게 주면 소인이가 가진 기념주화의 개수는

$(7x-4)+\frac{1}{2}(5x+4)=\frac{19}{2}x-2$

이때 형균이가 가진 기념주화의 개수는 $\frac{1}{2}(5x+4)$이므로

$3\times\frac{1}{2}(5x+4)=\frac{19}{2}x-2$

$15x+12=19x-4, \qquad -4x=-16$

$\therefore x=4$

따라서 형균이가 처음에 가진 기념주화는

$5\times4=20\,(개)$ 답 20개

유형 136 일에 대한 문제

본책 136쪽

(1) 어떤 일을 혼자서 완성하는 데 a일이 걸린다.

➜ 전체 일의 양을 1이라 하면 하루 동안 하는 일의 양은 $\frac{1}{a}$이다.

(2) 하루에 하는 일의 양이 b이다.

➜ x일 동안 하는 일의 양은 bx이다.

685 전체 일의 양을 1이라 하면 종영이와 근영이가 하루 동안 하는 일의 양은 각각 $\frac{1}{15}$, $\frac{1}{20}$이다.

종영이와 근영이가 x일 동안 함께 일을 했다고 하면

$\frac{1}{15}\times8+\left(\frac{1}{15}+\frac{1}{20}\right)\times x=1$

$\frac{8}{15}+\frac{7}{60}x=1, \qquad \frac{7}{60}x=\frac{7}{15}$

$\therefore x=4$

따라서 종영이와 근영이가 함께 일한 기간은 4일이다. 답 4일

686 전체 일의 양을 1이라 하면 A 기계와 B 기계가 하루 동안 하는 일의 양은 각각 $\frac{1}{9}$, $\frac{1}{18}$이다.

A, B 두 기계가 x일 동안 함께 일을 했다고 하면

$\left(\frac{1}{9}+\frac{1}{18}\right)\times x=1$

$\frac{1}{6}x=1 \qquad \therefore x=6$

따라서 A, B 두 기계를 모두 사용하여 일을 완성하려면 6일이 걸린다. 답 ③

687 그려야 할 전체 안내도의 양을 1이라 하면 1분 동안 면식이가 그리는 안내도의 양은 $\frac{1}{16}$, 미란이가 그리는 안내도의 양은 $\frac{1}{20}$이다.

미란이가 그린 시간을 x분이라 하면 면식이가 그린 시간은 $(x-2)$분이므로

$\frac{1}{16}(x-2)+\frac{1}{20}x=1$

$5(x-2)+4x=80, \qquad 5x-10+4x=80$

$9x=90 \qquad \therefore x=10$

따라서 미란이가 안내도를 그린 시간은 10분이다. 답 10분

688 물탱크에 가득 찬 물의 양을 1이라 하면 A, B 호스는 1시간 동안 각각 1, $\frac{1}{2}$만큼의 물을 채우고, C 호스는 1시간 동안 $\frac{1}{6}$만큼의 물을 빼낸다.

물탱크에 물을 가득 채우는 데 x시간이 걸린다고 하면

$x+\frac{1}{2}x-\frac{1}{6}x=1$

$6x+3x-x=6, \qquad 8x=6$

$\therefore x=\frac{3}{4}$

따라서 물탱크에 물을 가득 채우는 데 걸리는 시간은

$\frac{3}{4}=\frac{45}{60}\,(시간)$, 즉 45분이다. 답 45분

유형 137 거리, 속력, 시간에 대한 문제 ; 속력이 바뀌는 경우

본책 136쪽

속력에 따라 구간을 나누어 시간에 대한 방정식을 세운다.

➜ (시속 a km로 이동한 시간)+(시속 b km로 이동한 시간) =(총 걸린 시간)

689 시속 80 km로 간 거리를 x km라 하면 시속 100 km로 간 거리는 $(240-x)$ km이고 총 걸린 시간은 2시간 30분, 즉 $\frac{150}{60}=\frac{5}{2}$ (시간)이므로

$\frac{x}{80}+\frac{240-x}{100}=\frac{5}{2}$

$5x+4(240-x)=1000, \qquad x+960=1000$

$\therefore x=40$

따라서 시속 80 km로 간 거리는 40 km이다. 답 ①

690 내려온 거리를 x km라 하면 정상에서 30분, 즉 $\frac{30}{60}=\frac{1}{2}$ (시간) 쉬었고, 총 걸린 시간은 4시간 40분, 즉 $\frac{280}{60}=\frac{14}{3}$ (시간)이므로

$$\frac{x}{2}+\frac{1}{2}+\frac{x}{3}=\frac{14}{3}$$

$3x+3+2x=28,\quad 5x=25$

$\therefore x=5$

따라서 내려온 거리는 5 km이므로 내려올 때 걸린 시간은 $\frac{5}{3}=\frac{100}{60}$ (시간), 즉 100분이다. 답 ④

691 우체국에서 집으로 돌아올 때 시속 6 km의 속력으로 달려서 1시간 40분, 즉 $\frac{100}{60}=\frac{5}{3}$ (시간)이 걸렸으므로 집과 우체국 사이의 거리는

$6\times\frac{5}{3}=10$ (km) … 1단계

집에서 우체국으로 갈 때 시속 8 km의 속력으로 달린 거리를 x km라 하면 시속 4 km의 속력으로 달린 거리는 $(10-x)$ km이고 2시간이 걸렸으므로

$\frac{x}{8}+\frac{10-x}{4}=2$ … 2단계

$x+2(10-x)=16$

$-x+20=16\quad\therefore x=4$ … 3단계

따라서 준현이가 시속 8 km의 속력으로 달린 거리는 4 km이다. … 4단계

답 4 km

단계	채점 요소	비율
1	집과 우체국 사이의 거리 구하기	20 %
2	방정식 세우기	40 %
3	방정식 풀기	30 %
4	준현이가 시속 8 km의 속력으로 달린 거리 구하기	10 %

692 강물은 선착장 A에서 선착장 B를 향해서 흐르므로 선착장 A에서 선착장 B로 갈 때 유람선의 속력은

(유람선의 원래 속력)+(강물의 속력)

$=15+3=18$ (km/h)

선착장 B에서 선착장 A로 갈 때 유람선의 속력은

(유람선의 원래 속력)−(강물의 속력)

$=15-3=12$ (km/h)

두 선착장 A, B 사이의 거리를 x km라 하면 두 선착장 A, B 사이를 왕복하는 데 50분, 즉 $\frac{50}{60}=\frac{5}{6}$ (시간)이 걸렸으므로

$$\frac{x}{18}+\frac{x}{12}=\frac{5}{6}$$

$2x+3x=30,\quad 5x=30$

$\therefore x=6$

따라서 두 선착장 A, B 사이의 거리는 6 km이다. 답 6 km

유형 138 거리, 속력, 시간에 대한 문제 ; 시간 차가 발생하는 경우

본책 137쪽

같은 거리를 가는데 속력이 달라서 시간 차가 발생하는 경우에는 시간에 대한 방정식을 세운다.

➜ (느린 쪽이 걸린 시간)−(빠른 쪽이 걸린 시간)

=(걸린 시간 차)

693 학교에서 스터디카페까지의 거리를 x km라 하면 시차는 10분, 즉 $\frac{10}{60}=\frac{1}{6}$ (시간)이므로

$$\frac{x}{5}-\frac{x}{6}=\frac{1}{6}$$

$6x-5x=5\quad\therefore x=5$

따라서 학교에서 스터디카페까지의 거리는 5 km이다. 답 ③

694 두 지점 A, B 사이의 거리를 x km라 하면 시차는 6분, 즉 $\frac{6}{60}=\frac{1}{10}$ (시간)이므로

$$\frac{2x}{15}-\frac{2x}{20}=\frac{1}{10}$$

$8x-6x=6,\quad 2x=6\quad\therefore x=3$

따라서 두 지점 A, B 사이의 거리는 3 km이다. 답 3 km

695 집에서 은행까지의 거리를 x m라 하면 시차는 $10+10=20$ (분)이므로

$\frac{x}{60}-\frac{x}{80}=20$ … 1단계

$4x-3x=4800\quad\therefore x=4800$ … 2단계

따라서 집에서 은행까지의 거리는 4800 m, 즉 4.8 km이다. … 3단계

답 4.8 km

단계	채점 요소	비율
1	방정식 세우기	50 %
2	방정식 풀기	40 %
3	집에서 은행까지의 거리 구하기	10 %

유형 139 거리, 속력, 시간에 대한 문제 ; 시간 차를 두고 출발하는 경우

본책 137쪽

두 사람 A, B가 시간 차를 두고 같은 지점에서 출발하여 만나는 경우는 두 사람의 이동 거리가 같으므로 거리에 대한 방정식을 세운다.

➜ (A가 이동한 거리)=(B가 이동한 거리)

696 영신이가 집을 나선 지 x분 후에 어머니와 만난다고 하면 어머니가 자전거를 타고 간 거리와 영신이가 달린 거리가 같으므로

$240(x-10)=90x$

07 일차방정식의 활용

$240x-2400=90x$, $150x=2400$ $\therefore x=16$

따라서 영신이가 집을 나선 지 16분 후에 어머니를 만나게 된다.

답 ⑤

697 좋은 말이 달리기 시작한 지 x일 만에 둔한 말을 따라잡는다고 하면 두 말이 달린 거리가 같으므로

$240x=150(12+x)$

$240x=1800+150x$, $90x=1800$ $\therefore x=20$

따라서 좋은 말이 달리기 시작한 지 20일 만에 둔한 말을 따라잡을 수 있다.

답 20일

698 누나가 출발한 지 x분 후에 민관이와 만난다고 하면 두 사람이 걸은 거리가 같으므로

$50(x+6)=75x$

$-25x=-300$ $\therefore x=12$

따라서 민관이와 누나가 만나는 시각은 누나가 출발한 지 12분 후인 오후 4시 58분이다.

답 ③

699 동물 구조대원이 쫓기 시작한 지 x초 후에 유기견 구조에 성공한다고 하면

$5x=4(x-6)+37$

$5x=4x+13$ $\therefore x=13$

따라서 동물 구조대원이 쫓기 시작한 지 13초 후에 유기견 구조에 성공한다.

답 13초

유형 140 거리, 속력, 시간에 대한 문제 ; 마주 보고 가거나 둘레를 도는 경우

본책 138쪽

두 사람이 동시에 출발하여 이동하다가 처음으로 만나는 경우

(1) 서로 다른 지점에서 마주 보고 이동하는 경우

➜ (두 사람이 이동한 거리의 합)=(두 지점 사이의 거리)

(2) 같은 지점에서 둘레를 반대 방향으로 도는 경우

➜ (두 사람이 이동한 거리의 합)=(둘레의 길이)

(3) 같은 지점에서 둘레를 같은 방향으로 도는 경우

➜ (두 사람이 이동한 거리의 차)=(둘레의 길이)

700 두 사람이 출발한 지 x분 후에 만난다고 하면 두 사람이 x분 동안 걸은 거리의 합은 두 사람의 집 사이의 거리와 같으므로

$70x+80x=2100$

$150x=2100$ $\therefore x=14$

따라서 두 사람은 출발한 지 14분 후에 만나게 된다.

답 ⑤

701 두 사람이 출발한 지 x분 후에 처음으로 만난다고 하면 두 사람이 x분 동안 걸은 거리의 차는 육상 트랙의 둘레의 길이와 같으므로

$90x-40x=600$

$50x=600$ $\therefore x=12$

따라서 두 사람은 출발한 지 12분 후에 처음으로 만나게 된다.

답 12분

702 종윤이가 출발한 지 x시간 후에 두 사람이 처음으로 만난다고 하면 종윤이가 x시간 동안 이동한 거리와 민지가 $\left(x-\frac{30}{60}\right)$시간, 즉 $\left(x-\frac{1}{2}\right)$시간 동안 이동한 거리의 합은 자전거 순환 도로의 둘레의 길이와 같으므로

$18x+14\left(x-\frac{1}{2}\right)=17$

$18x+14x-7=17$, $32x=24$ $\therefore x=\frac{3}{4}$

따라서 두 사람은 종윤이가 출발한 지 $\frac{3}{4}=\frac{45}{60}$(시간), 즉 45분 후에 처음으로 만나게 된다.

답 ②

703 두 사람이 출발한 지 x초 후에 처음으로 만난다고 하면 두 사람이 x초 동안 달린 거리의 차는 학교 운동장의 둘레의 길이와 같으므로

$5x-3x=300$

$2x=300$ $\therefore x=150$

즉 150초마다 승현이가 한나를 추월하게 된다. … 1단계

이때 12분, 즉 720초 동안 계속해서 달리므로

$720=150\times4+120$

에서 12분 동안 승현이는 한나를 4번 추월하게 된다. … 2단계

답 4번

단계	채점 요소	비율
1	승현이가 한나를 몇 초마다 추월하는지 구하기	50 %
2	승현이가 한나를 몇 번 추월하는지 구하기	50 %

유형 141 거리, 속력, 시간에 대한 문제 ; 기차가 다리 또는 터널을 지나는 경우

본책 139쪽

기차가 터널을 완전히 통과한다는 것은 기차의 맨 앞부분이 터널에 들어가기 시작하여 기차의 맨 뒷부분이 터널을 완전히 빠져나오는 것을 의미한다.

∴ (기차가 터널을 완전히 통과할 때 움직인 거리)

=(터널의 길이)+(기차의 길이)

704 기차의 길이를 x m라 하면 1200 m인 다리를 완전히 통과할 때의 기차의 속력은 초속 $\frac{1200+x}{30}$ m이고, 930 m인 다리를 완전히 통과할 때의 기차의 속력은 초속 $\frac{930+x}{24}$ m이다.

이때 기차의 속력은 일정하므로

$\frac{1200+x}{30}=\frac{930+x}{24}$

$4(1200+x)=5(930+x)$

$4800+4x=4650+5x$ $\therefore x=150$

따라서 기차의 길이는 150 m이다.

답 150 m

705 철교의 길이를 x m라 할 때, 두 열차 A, B가 철교를 완전히 통과하려면 각각 $(140+x)$ m, $(315+x)$ m를 달려야 한다. 이때 두 열차의 속력이 같으므로

$$\frac{140+x}{20}=\frac{315+x}{25} \quad \cdots \text{1단계}$$

$5(140+x)=4(315+x)$, $700+5x=1260+4x$

$\therefore x=560$ ⋯ 2단계

따라서 철교의 길이가 560 m이므로

$$\frac{140+560}{20}=\frac{700}{20}=35$$

즉 열차의 속력은 초속 35 m이다. ⋯ 3단계

답 초속 35 m

단계	채점 요소	비율
1	방정식 세우기	40 %
2	방정식 풀기	30 %
3	열차의 속력 구하기	30 %

706 기차의 길이를 x m라 하면 이 기차가 600 m인 터널을 완전히 통과하는 동안 달린 거리는 $(600+x)$ m이다.
또 기차가 600 m인 터널을 통과할 때 기차가 보이지 않는 동안 달린 거리는 $(600-x)$ m이다.
이때 기차의 속력이 일정하므로

$$\frac{600+x}{26}=\frac{600-x}{14}$$

$7(600+x)=13(600-x)$

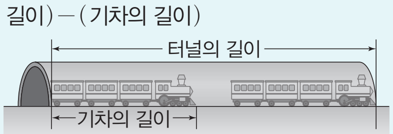
$4200+7x=7800-13x$, $20x=3600$

$\therefore x=180$

따라서 기차의 길이는 180 m이다. 답 ③

만점 공략노트

기차가 터널을 통과하면서 보이지 않을 때 움직인 거리
➜ (터널의 길이) − (기차의 길이)



유형 142 농도에 대한 문제 ; 물을 넣거나 증발시키는 경우 본책 139쪽

(1) (소금의 양) $=\dfrac{(\text{소금물의 농도})}{100}\times$ (소금물의 양)

(2) (소금물의 양) = (소금의 양) + (물의 양)

➜ 물을 넣기 전이나 물을 넣은 후의 소금의 양은 변하지 않음을 이용하여 방정식을 세운다.

707 넣는 물의 양을 x g이라 하면 물을 넣기 전이나 물을 넣은 후의 소금의 양은 변하지 않으므로

$$\frac{12}{100}\times 200=\frac{5}{100}\times(200+x)$$

$2400=1000+5x$

$-5x=-1400 \quad \therefore x=280$

따라서 280 g의 물을 넣어야 한다. 답 ⑤

708 증발시켜야 하는 물의 양을 x g이라 하면 물을 증발시키기 전이나 물을 증발시킨 후의 소금의 양은 변하지 않으므로

$$\frac{7}{100}\times 300=\frac{15}{100}\times(300-x)$$

$2100=4500-15x$

$15x=2400 \quad \therefore x=160$

따라서 160 g의 물을 증발시켜야 한다. 답 160 g

709 처음 설탕물의 농도를 x %라 하면 물을 넣기 전이나 물을 넣은 후의 설탕의 양은 변하지 않으므로

$$\frac{x}{100}\times 400=\frac{6}{100}\times(400+200)$$

$400x=3600 \quad \therefore x=9$

따라서 처음 설탕물의 농도는 9 %이다. 답 ②

유형 143 농도에 대한 문제 ; 소금을 더 넣는 경우 본책 140쪽

더 넣은 소금의 양만큼 소금의 양과 소금물의 양이 모두 증가한다.
➜ (처음 소금물의 소금의 양) + (더 넣은 소금의 양)
= (나중 소금물의 소금의 양)
(처음 소금물의 양) + (더 넣은 소금의 양)
= (나중 소금물의 양)

710 더 넣어야 하는 소금의 양을 x g이라 하면

$$\frac{7}{100}\times 300+x=\frac{10}{100}\times(300+x)$$

$2100+100x=3000+10x$

$90x=900 \quad \therefore x=10$

따라서 10 g의 소금을 더 넣어야 한다. 답 10 g

711 더 넣어야 하는 소금의 양을 x g이라 하면

$$\frac{10}{100}\times 400+x=\frac{20}{100}\times(400+100+x) \quad \cdots \text{1단계}$$

$4000+100x=10000+20x$

$80x=6000 \quad \therefore x=75$ ⋯ 2단계

따라서 75 g의 소금을 더 넣어야 한다. ⋯ 3단계

답 75 g

단계	채점 요소	비율
1	방정식 세우기	50 %
2	방정식 풀기	40 %
3	몇 g의 소금을 더 넣어야 하는지 구하기	10 %

712 처음 소금물의 농도를 x %라 하면

$$\frac{x}{100}\times 800+60=\frac{2x}{100}\times(800-260+60)$$

07 일차방정식의 활용

$800x+6000=1200x$

$-400x=-6000 \qquad \therefore x=15$

따라서 처음 소금물의 농도는 15 %이다. 답 ②

유형 144 농도에 대한 문제 ; 농도가 다른 두 소금물을 섞는 경우

본책 140쪽

농도가 다른 두 소금물을 섞는 경우

➜ (섞기 전 두 소금물에 들어 있는 소금의 양의 합)

=(섞은 후 소금물에 들어 있는 소금의 양)

713 $\frac{6}{100}\times150+\frac{x}{100}\times450=\frac{9}{100}\times(150+450)$에서

$900+450x=5400, \qquad 450x=4500$

$\therefore x=10$ 답 ①

714 4 %의 소금물을 x g 섞는다고 하면

$\frac{14}{100}\times400+\frac{4}{100}\times x=\frac{12}{100}\times(400+x)$

$5600+4x=4800+12x$

$-8x=-800 \qquad \therefore x=100$

따라서 4 %의 소금물은 100 g을 섞어야 한다. 답 100 g

715 증발시킨 물의 양을 x g이라 하면 16 %의 소금물의 양은 $200+300-x=500-x$ (g)이므로

$\frac{4}{100}\times200+\frac{8}{100}\times300=\frac{16}{100}\times(500-x)$

$800+2400=8000-16x$

$16x=4800 \qquad \therefore x=300$

따라서 증발시킨 물의 양은 300 g이다. 답 ④

716 퍼낸 설탕물의 양을 x g이라 하면

$\frac{15}{100}\times(100-x)+\frac{9}{100}\times200=\frac{8}{100}\times(100+200)$

$1500-15x+1800=2400$

$-15x=-900 \qquad \therefore x=60$

따라서 퍼낸 설탕물의 양은 60 g이다. 답 ③

유형 145 규칙을 찾는 문제

본책 141쪽

(1) 반복되는 규칙으로 도형을 만드는 문제

➜ 1번째, 2번째, 3번째, … 도형을 만들 때 추가되는 바둑돌 또는 성냥개비의 개수를 이용하여 규칙을 찾는다.

(2) 달력에서 조건을 만족시키는 날짜를 찾는 문제

① x일의 $\begin{cases}\text{전날: } (x-1)\text{일}\\ \text{다음 날: } (x+1)\text{일}\end{cases}$

② x일로부터 $\begin{cases}\text{일주일 전: } (x-7)\text{일}\\ \text{일주일 후: } (x+7)\text{일}\end{cases}$

717 안의 네 수 중 가장 작은 수를 x라 하면

$x+(x+7)+(x+13)+(x+14)=98$

$4x+34=98, \qquad 4x=64 \qquad \therefore x=16$

따라서 가장 작은 수는 16이다. 답 16

718 처음 오각형을 만드는 데 성냥개비가 5개 필요하고, 오각형을 1개씩 추가할 때마다 4개의 성냥개비가 더 필요하므로 n개의 오각형을 만드는 데 필요한 성냥개비의 개수는

$5+4(n-1)=4n+1$

n개의 오각형을 만드는 데 85개의 성냥개비가 사용되므로

$4n+1=85, \qquad 4n=84 \qquad \therefore n=21$

따라서 만들 수 있는 오각형은 21개이다. 답 21개

719 각 단계가 증가할 때마다 스티커가 3개씩 늘어난다.

[1단계]에서 7개의 스티커를 이용했으므로 [n단계]의 도형을 만드는 데 필요한 스티커의 개수는

$7+3(n-1)=3n+4$

70개의 스티커를 이용하므로

$3n+4=70, \qquad 3n=66 \qquad \therefore n=22$

따라서 [22단계]의 도형을 만들 수 있다. 답 ①

유형 146 시계에 대한 문제

본책 141쪽

시침과 분침이 분당 움직이는 각의 크기를 구하여 주어진 시각에 시침과 분침이 이루는 각의 크기를 구한다.

이때 12시를 기준으로 분침과 시침이 움직인 각의 크기는 다음과 같다.

	60분	1분	x분	a시 x분
분침	$360°$	$6°$	$6x°$	$6x°$
시침	$30°$	$0.5°$	$0.5x°$	$30a°+0.5x°$

720 3시 x분에 시침과 분침이 일치한다고 하면 x분 동안 분침과 시침이 움직인 각도는 각각 $6x°$, $0.5x°$이므로

$6x=0.5x+90, \qquad 5.5x=90$

$\therefore x=\frac{180}{11}$

따라서 구하는 시각은 3시 $\frac{180}{11}$분이다. 답 ④

721 8시 x분에 시침과 분침이 서로 반대 방향으로 일직선을 이룬다고 하면 x분 동안 분침과 시침이 움직인 각도는 각각 $6x°$, $0.5x°$이므로

$240+0.5x-6x=180$ … 1단계

$-5.5x=-60$

$\therefore x=\frac{120}{11}$ … 2단계

따라서 구하는 시각은 8시 $\frac{120}{11}$분이다. … 3단계

답 8시 $\frac{120}{11}$분

단계	채점 요소	비율
1	방정식 세우기	50 %
2	방정식 풀기	40 %
3	시침과 분침이 서로 반대 방향으로 일직선을 이루는 시각 구하기	10 %

722 12시 x분에 시침과 분침이 이루는 작은 각의 크기가 처음으로 $110°$가 된다고 하면 x분 동안 분침과 시침이 움직인 각도는 각각 $6x°$, $0.5x°$이므로

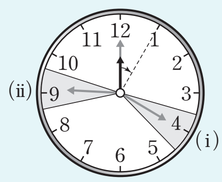
$6x-0.5x=110$, $\quad 5.5x=110$

$\therefore x=20$

따라서 구하는 시각은 12시 20분이다. 답 ②

만점 공략노트

12시와 1시 사이에 시계의 시침과 분침이 이루는 작은 각의 크기가 $110°$인 경우는 오른쪽 그림과 같이 (i), (ii)의 두 경우가 존재한다. 이때 시침과 분침이 이루는 작은 각의 크기가 처음으로 $110°$가 되는 시각을 구해야 하므로 분침이 시침보다 시곗바늘이 도는 방향으로 $110°$만큼만 회전한 경우, 즉 (i)의 경우만 해당된다.



만점 유형 도전하기

본책 142~143쪽

723 전략 문제의 뜻을 파악하여 구하려는 것을 x로 놓고, 주어진 조건에 맞는 x에 대한 일차방정식을 세운다.

창명: 연속하는 세 짝수를 $x-2$, x, $x+2$라 하면

$3(x-2)=x+(x+2)+6$

$3x-6=2x+8 \qquad \therefore x=14$

즉 세 짝수는 12, 14, 16이므로 가장 작은 수는 12이다.

송화: 물건의 원가를 x원이라 하면

$(\text{정가})=x+\frac{50}{100}x=\frac{3}{2}x\,(\text{원})$

$(\text{판매 가격})=\frac{3}{2}x-600\,(\text{원})$

$(\text{이익})=(\text{판매 가격})-(\text{원가})$이므로

$1200=\left(\frac{3}{2}x-600\right)-x$

$2400=3x-1200-2x$

$-x=-3600 \qquad \therefore x=3600$

즉 물건의 원가는 3600원이다.

경원: 화병의 개수를 x라 하면 나누어 담는 방법에 관계없이 장미의 수는 일정하므로

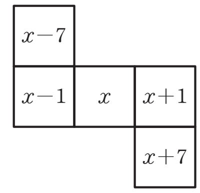
$3x+2=4x-3$, $\quad -x=-5 \qquad \therefore x=5$

즉 화병은 5개이므로 장미는

$3\times5+2=17\,(\text{송이})$

따라서 잘못 말한 사람은 창명, 경원이다. 답 풀이 참조

724 전략 주어진 빙고판에 배열된 수의 규칙을 파악하여 안의 5개의 수를 미지수로 나타낸다.



안의 5개의 수 중 3번째로 작은 수를 x라 하면 5개의 수는 오른쪽과 같으므로 5개의 수의 합은

$(x-7)+(x-1)+x+(x+1)+(x+7)=5x$

$5x$가 어떤 자연수의 제곱이 되려면 $x=5\times(\text{자연수})^2$의 꼴이어야 한다.

이때 빙고판의 수는 36 이하의 자연수이고 이 수 중에서 $5\times(\text{자연수})^2$의 꼴의 수가 될 수 있는 것은

$5\times1^2=5$, $5\times2^2=20$

이때 안의 5개의 수 중 3번째로 작은 수가 될 수 있는 수는 20뿐이므로

$x=20$

따라서 구하는 5개의 수는

13, 19, 20, 21, 27 답 13, 19, 20, 21, 27

725 전략 두 점 P, Q가 점 R까지 각각 움직인 거리의 합과 직사각형 ABCD의 둘레의 길이는 같다.

두 점 P, Q가 출발한 지 x초 후에 점 R에서 만난다고 하면 점 P가 초속 5 cm의 속력으로 x초 동안 움직인 거리는

$5x\,(\text{cm})$

점 Q가 초속 3 cm의 속력으로 x초 동안 움직인 거리는

$3x\,(\text{cm})$

두 점이 x초 동안 움직인 거리의 합은 직사각형 ABCD의 둘레의 길이와 같으므로

$5x+3x=2\times(34+22)$

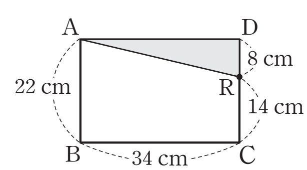
$8x=112 \qquad \therefore x=14$

두 점 P, Q가 만날 때까지 각각 움직인 거리는

$(\text{점 P가 움직인 거리})=5\times14=70\,(\text{cm})$,

$(\text{점 Q가 움직인 거리})=3\times14=42\,(\text{cm})$

따라서 점 R의 위치를 나타내면 오른쪽 그림과 같다.



$\therefore (\text{삼각형 ARD의 넓이})$

$=\frac{1}{2}\times34\times8$

$=136\,(\text{cm}^2)$ 답 136 cm^2

726 전략 예빈이가 만든 비누의 개수를 x로 놓고 각 친구에게 나누어 준 비누의 개수가 모두 같음을 이용하여 방정식을 세운다.

예빈이가 만든 비누의 개수를 x라 하면 첫 번째 친구에게 준 비누의 개수는

$\frac{1}{10}x+1$

첫 번째 친구에게 주고 남은 비누의 개수는

$x-\left(\frac{1}{10}x+1\right)=\frac{9}{10}x-1$

07 일차방정식의 활용

두 번째 친구에게 준 비누의 개수는

$$\frac{1}{10}\left(\frac{9}{10}x-1\right)+2=\frac{9}{100}x+\frac{19}{10}$$

첫 번째 친구에게 준 비누의 개수와 두 번째 친구에게 준 비누의 개수가 같으므로

$$\frac{1}{10}x+1=\frac{9}{100}x+\frac{19}{10}$$

$$10x+100=9x+190 \qquad \therefore x=90$$

이때 예빈이가 만든 비누의 개수는 90이므로 첫 번째 친구에게 나누어 준 비누의 개수는

$$\frac{1}{10}\times 90+1=9+1=10$$

따라서 친구들이 받은 비누의 개수는 10으로 모두 같으므로 비누를 받은 친구는

$90\div 10=9$ (명) 답 9명

727 전략 축구부 회원 중 1학년 회원 수를 x로 놓고 주어진 비를 이용한다.

운동장에 모인 두 동아리의 1학년과 2학년 회원 수의 비가 $1:2$이므로 운동장에 모인 1학년 회원 수는

$$81\times\frac{1}{3}=27$$

운동장에 모인 2학년 회원 수는

$$81\times\frac{2}{3}=54$$

축구부 회원 중 1학년 회원 수를 x라 하면 축구부와 농구부 회원 중 1학년과 2학년 회원 수는 다음과 같다.

	1학년 회원 수	2학년 회원 수
축구부	x	$6x$
농구부	$27-x$	$54-6x$
운동장에 모인 회원	27	54

이때 농구부 회원 중 1학년과 2학년 회원 수의 비가 $5:3$이므로

$$(27-x):(54-6x)=5:3$$

$$3(27-x)=5(54-6x), \qquad 81-3x=270-30x$$

$$27x=189 \qquad \therefore x=7$$

따라서 축구부 회원 중 1학년 회원 수는 7이다. 답 7

728 전략 명희가 이동한 거리를 a에 대한 식으로 나타낸 후 총 거리가 12 km임을 이용한다.

조건 (나), (라)에서 명희는 분속 a m의 속력으로 집에서 공원까지 이동하는 데 6분이 걸렸으므로 집에서 공원까지의 거리는

$a\times 6=6a$ (m)

또 분속 $2a$ m의 속력으로 공원의 자전거 도로를 한 바퀴 도는 데 2분이 걸렸으므로 공원의 자전거 도로의 한 바퀴의 길이는

$2a\times 2=4a$ (m)

조건 (가)에서 명희가 이동한 거리는

$6a\times 2+4a\times 7=40a$ (m)

이때 조건 (다)에서 이동한 거리는 총 12 km이므로

$40a=12000 \qquad \therefore a=300$ 답 300

729 전략 기차가 터널을 완전히 통과할 때 움직인 거리는 터널의 길이와 기차의 길이의 합과 같음을 이용하여 두 기차 A, B의 길이와 속력을 각각 구한다.

기차 A의 길이를 a m라 하면 조건 (가)에서 길이가 1400 m인 터널을 완전히 통과할 때의 기차 A의 속력은 초속 $\frac{1400+a}{20}$ m이고, 길이가 1000 m인 다리를 완전히 통과할 때의 기차 A의 속력은 초속 $\frac{1000+a}{15}$ m이다.

이때 기차 A의 속력은 일정하므로

$$\frac{1400+a}{20}=\frac{1000+a}{15}$$

$$3(1400+a)=4(1000+a) \qquad \therefore a=200$$

따라서 기차 A의 길이는 200 m이고 속력은 초속 $\frac{1400+200}{20}$ m, 즉 초속 80 m이다.

기차 B의 길이를 b m라 하면 조건 (나)에서 길이가 750 m인 터널을 완전히 통과할 때의 기차 B의 속력은 초속 $\frac{750+b}{20}$ m이고, 길이가 390 m인 다리를 완전히 통과할 때의 기차 B의 속력은 초속 $\frac{390+b}{12}$ m이다.

이때 기차 B의 속력은 일정하므로

$$\frac{750+b}{20}=\frac{390+b}{12}$$

$$3(750+b)=5(390+b), \qquad -2b=-300$$

$$\therefore b=150$$

따라서 기차 B의 길이는 150 m이고 속력은 초속 $\frac{750+150}{20}$ m, 즉 초속 45 m이다.

이때 두 기차가 각각의 앞부분을 기준으로 1.5 km 떨어진 지점에서 마주 보고 동시에 달려오기 시작하여 앞부분이 스칠 때까지 걸린 시간을 x초라 하면 기차 A가 달린 거리와 기차 B가 달린 거리의 합은 1.5 km, 즉 1500 m와 같으므로

$$80x+45x=1500$$

$$125x=1500 \qquad \therefore x=12$$

따라서 두 기차의 앞부분이 스칠 때까지 걸리는 시간은 12초이다. 답 12초

시험 만점 완성하기

본책 144~147쪽

730 전략 희정이가 넣은 3점짜리 슛의 개수를 x라 하고 방정식을 세운다.

희정이가 넣은 3점짜리 슛의 개수를 x라 하면 2점짜리 슛의 개수는 $2x+3$이고 총 41점을 득점하였으므로

$$3x+2(2x+3)=41$$

$$7x=35 \qquad \therefore x=5$$

따라서 희정이가 넣은 3점짜리 슛의 개수는 5이다. 답 ①

731 전략 가운데 수를 x라 하고 방정식을 세운다.

연속하는 세 자연수를 $x-1$, x, $x+1$이라 하면

$6x=5\{(x-1)+(x+1)\}-56$

$6x=10x-56, \quad -4x=-56$

$\therefore x=14$

따라서 연속하는 세 자연수는 13, 14, 15이므로 구하는 합은

$13+14+15=42$

답 ②

732 전략 십의 자리의 숫자가 a, 일의 자리의 숫자가 b인 두 자리 자연수는 $10a+b$이다.

처음 수의 십의 자리의 숫자를 x라 하면 일의 자리의 숫자는 $8-x$이므로

$10(8-x)+x=10x+(8-x)-18$

$-9x+80=9x-10$

$-18x=-90 \quad \therefore x=5$

따라서 처음 수는 53이다.

답 ③

733 전략 올해 봉조의 나이를 x살이라 하고 아버지의 나이를 x에 대한 식으로 나타낸 후 방정식을 세운다.

올해 봉조의 나이를 x살이라 하면 아버지의 나이는 $(x+35)$살이므로

$2(x+16)=\{(x+35)+16\}-5$

$2x+32=x+51-5$

$\therefore x=14$

따라서 올해 봉조의 나이는 14살이다.

답 ④

734 전략 x주 후에 두 사람의 예금액이 같아진다고 하고 방정식을 세운다.

x주 후에 두 사람의 예금액이 같아진다고 하면

$50000-2000x=80000-4000x$

$2000x=30000 \quad \therefore x=15$

따라서 두 사람의 예금액이 같아지는 것은 15주 후이다.

답 ⑤

735 전략 (이익)=(판매 가격)−(원가)임을 이용한다.

장갑의 원가를 x원이라 하면

$(\text{정가})=x+\frac{40}{100}x=\frac{7}{5}x\ (\text{원})$

$(\text{판매 가격})=\frac{7}{5}x-1500\ (\text{원})$

(이익)=(판매 가격)−(원가)이므로

$\frac{10}{100}x=\left(\frac{7}{5}x-1500\right)-x$

$x=14x-15000-10x$

$-3x=-15000 \quad \therefore x=5000$

따라서 장갑의 원가는 5000원이다.

답 ③

736 전략 구입한 음료수를 x병이라 하고 방정식을 세운다.

구입한 음료수를 x병이라 하면 생수는 $(12-x)$병이므로

$1600x+500(12-x)+2200=17000$

$1100x=8800 \quad \therefore x=8$

따라서 구입한 음료수는 8병이다.

답 ③

737 전략 펜 1개의 가격을 x원이라 하고 방정식을 세운다.

펜 1개의 가격을 x원이라 하면

$8x+600=9x-200$

$-x=-800 \quad \therefore x=800$

따라서 대승이가 가지고 있는 돈은

$8\times800+600=7000\ (\text{원})$

답 ③

738 전략 수련꽃이 모두 x송이라 하고 방정식을 세운다.

수련꽃이 모두 x송이라 하면

$\frac{1}{3}x+\frac{1}{5}x+\frac{1}{6}x+\frac{1}{4}x+6=x$

$20x+12x+10x+15x+360=60x$

$57x+360=60x, \quad -3x=-360$

$\therefore x=120$

따라서 수련꽃은 120송이이다.

답 ②

739 전략 집에서 공원까지 갈 때의 길의 거리를 x km라 하면 돌아올 때의 길의 거리는 $(10-x)$ km이다.

공원까지 갈 때의 길의 거리를 x km라 하면 돌아올 때의 길의 거리는 $(10-x)$ km이므로

$\frac{x}{3}+1+\frac{10-x}{4}=4$

$\frac{x}{3}+\frac{10-x}{4}=3, \quad 4x+3(10-x)=36$

$x+30=36 \quad \therefore x=6$

따라서 공원까지 갈 때의 길의 거리는 6 km이므로 가는 데 걸린 시간은

$\frac{6}{3}=2\ (\text{시간})$

답 ①

740 전략 시속 90 km로 갈 때 걸린 시간과 시속 100 km로 갈 때 걸린 시간의 차가 10분임을 이용하여 방정식을 세운다.

집에서 이모 집까지의 거리를 x km라 하면

$\frac{x}{90}-\frac{x}{100}=\frac{10}{60}$

$10x-9x=150 \quad \therefore x=150$

따라서 집에서 이모 집까지의 거리는 150 km이다.

답 ②

741 전략 범수가 이동한 거리와 동생이 이동한 거리는 같음을 이용한다.

동생이 집을 나선 지 x분 후에 두 사람이 만난다고 하면

$40(x+50)=140x$

$40x+2000=140x, \quad -100x=-2000$

$\therefore x=20$

따라서 동생이 집을 나선 지 20분 후에 두 사람이 만나므로 동생이 자전거를 탄 거리는

$140\times20=2800\ (\text{m})$

즉 2.8 km이다.

답 ②

742 전략 물을 증발시켜도 설탕의 양은 변하지 않음을 이용한다.

처음 설탕물의 농도를 x %라 하면 물을 증발시키기 전이나 물을 증발시킨 후의 설탕의 양은 변하지 않으므로

$$\frac{x}{100}\times600=\frac{12}{100}\times(600-200)$$

$6x=48$ $\therefore x=8$

따라서 처음 설탕물의 농도는 8 %이다. 답 ③

743 전략 10 %의 소금물에 들어 있는 소금의 양과 20 %의 소금물에 들어 있는 소금의 양의 합은 12 %의 소금물에 들어 있는 소금의 양과 같음을 이용한다.

20 %의 소금물의 양을 x g이라 하면

$$\frac{10}{100}\times400+\frac{20}{100}\times x=\frac{12}{100}\times(400+x)$$

$4000+20x=4800+12x$

$8x=800$ $\therefore x=100$

따라서 20 %의 소금물의 양은 100 g이다. 답 ②

744 전략 축하 영상 제작에 필요한 사진의 장수를 x라 하고 방정식을 세운다.

축하 영상 제작에 필요한 사진을 x장이라 하면 인터뷰 영상의 재생 시간은 1분 30초, 즉 $60+30=90$ (초)이고 축하 영상의 재생 시간은 총 4분 10초, 즉 $60\times4+10=250$ (초)이므로

$4x+90=250$

$4x=160$ $\therefore x=40$

따라서 필요한 사진은 40장이다. 답 40장

745 전략 (이익)=(판매 가격)−(원가)임을 이용한다.

$$(\text{정가})=6000+6000\times\frac{50}{100}$$
$$=6000+3000=9000\ (\text{원})$$

이므로

$$(\text{판매 가격})=9000-9000\times\frac{x}{100}$$
$$=9000-90x\ (\text{원})$$

이때 이익이 원가의 20 %이므로

$$(9000-90x)-6000=6000\times\frac{20}{100}$$

$3000-90x=1200,$ $-90x=-1800$

$\therefore x=20$ 답 20

746 전략 직사각형 1개의 가로, 세로의 길이를 미지수로 나타낸 후 새로 만든 도형이 정사각형임을 이용하여 방정식을 세운다.

직사각형의 짧은 변의 길이를 x cm라 하면 긴 변의 길이는

$\frac{36-2x}{2}=18-x$ (cm)이므로

$5x=18-x,$ $6x=18$ $\therefore x=3$

따라서 정사각형의 한 변의 길이는 $5\times3=15$ (cm)이므로 정사각형의 넓이는

$15\times15=225\ (\text{cm}^2)$ 답 225 cm^2

747 전략 A 기계가 1분 동안 생산하는 컵을 x개라 하고 B 기계가 1분 동안 생산하는 컵의 개수를 x에 대한 식으로 나타낸다.

A 기계가 1분 동안 생산하는 컵을 x개라 하면 B 기계가 1분 동안 생산하는 컵은 $(x-12)$개이므로

$12x=20(x-12),$ $12x=20x-240$

$-8x=-240$ $\therefore x=30$

따라서 A 기계가 12분 동안 생산한 컵은

$12\times30=360$ (개) 답 360개

748 전략 먼저 효경이가 출발했다가 집으로 돌아가서 휴대폰을 챙겨서 다시 출발하는 데 걸린 시간을 계산한다.

효경이네 집에서 A 지점까지의 거리는

$$2700\times\frac{1}{3}=900\ (\text{m})$$

효경이가 집에서 출발하여 A 지점까지 이동하는 데 걸린 시간은 $\frac{900}{50}=18$ (분)이다.

즉 효경이가 A 지점까지 왔다가 집으로 돌아가서 휴대폰을 챙겨서 다시 출발할 때까지 걸린 시간은

$18\times2+4=40$ (분)

효경이가 집에서 다시 출발한 지 x분 후에 두 사람이 만난다고 하면 하라는 두 사람이 만날 때까지 $(x+40)$분 동안 이동하였고 두 사람이 이동한 거리의 합이 2700 m이므로

$50x+44(x+40)=2700$

$50x+44x+1760=2700$

$94x=940$ $\therefore x=10$

따라서 두 사람은 처음 출발한 지

$10+40=50$ (분)

후에 만나게 된다. 답 50분

749 전략 긋는 직선의 개수를 늘릴 때마다 몇 개의 조각이 늘어나는지 규칙을 찾는다.

ㄷ 모양에 1개의 직선을 그으면 ㄷ 모양이 3조각으로 나누어지고, 직선을 한 개씩 더 그을 때마다 2조각씩 늘어나므로 x개의 직선을 그으면 나누어지는 조각의 개수는

$3+2(x-1)=2x+1$

이때 $2x+1=45$에서 $2x=44$

$\therefore x=22$

따라서 45조각으로 나누려면 22개의 직선을 그어야 한다.

답 22개

750 전략 테이블의 개수를 x라 하고 단체 손님의 수를 나타낸다.

테이블의 개수를 x라 하자.

한 테이블에 4명씩 앉으면 3명이 앉지 못하므로 단체 손님의 수는

$4x+3$ …… ㉠

한 테이블에 6명씩 앉으면 6명이 모두 앉게 되는 테이블은 $(x-4)$개이므로 단체 손님의 수는

$6(x-4)+1$ …… ㉡

이때 ㉠=㉡이므로

$4x+3=6(x-4)+1$ … 1단계

$4x+3=6x-23$, $-2x=-26$

$\therefore x=13$ … 2단계

따라서 테이블은 13개이므로 단체 손님은

$4\times13+3=55$ (명) … 3단계

답 55명

단계	채점 요소	배점
1	방정식 세우기	3점
2	방정식 풀기	2점
3	단체 손님은 몇 명인지 구하기	1점

751 전략 작년의 남학생 수를 x라 하고 올해의 남학생 수와 여학생 수의 변화량을 나타낸다.

작년의 남학생 수를 x라 하면 작년의 여학생 수는 $550-x$이므로 증가한 남학생 수는 $\frac{6}{100}x$

감소한 여학생 수는 $\frac{5}{100}(550-x)$

전체 학생 수가 변하지 않았으므로

$\frac{6}{100}x-\frac{5}{100}(550-x)=0$ … 1단계

$6x-5(550-x)=0$, $6x-2750+5x=0$

$11x=2750$ $\therefore x=250$ … 2단계

따라서 올해의 남학생은

$250+250\times\frac{6}{100}=265$ (명) … 3단계

답 265명

단계	채점 요소	배점
1	방정식 세우기	2점
2	방정식 풀기	2점
3	올해의 남학생은 몇 명인지 구하기	1점

752 전략 기차의 길이를 x m라 하고 기차의 속력은 일정함을 이용한다.

(1) 기차의 길이를 x m라 할 때, 이 기차가 길이가 960 m인 다리를 완전히 통과하려면 $(960+x)$ m를 달려야 하고, 길이가 1560 m인 터널을 완전히 통과하려면 $(1560+x)$ m를 달려야 한다.

이때 기차의 속력은 일정하므로

$\frac{960+x}{30}=\frac{1560+x}{45}$ … 1단계

$3(960+x)=2(1560+x)$

$2880+3x=3120+2x$

$\therefore x=240$

따라서 기차의 길이는 240 m이다. … 2단계

(2) $\frac{960+240}{30}=40$이므로 기차의 속력은 초속 40 m이다.

… 3단계

답 (1) 240 m (2) 초속 40 m

단계	채점 요소	배점
1	방정식 세우기	3점
2	기차의 길이 구하기	2점
3	기차의 속력 구하기	1점

753 전략 x분 동안 시침은 $0.5x°$, 분침은 $6x°$만큼 움직인다.

9시 x분에 시침과 분침이 이루는 각의 크기가 30°가 된다고 하면 x분 동안 분침과 시침이 움직인 각도는 각각 $6x°$, $0.5x°$이므로

$6x-(270+0.5x)=30$ … 1단계

$5.5x=300$

$\therefore x=\frac{600}{11}$ … 2단계

따라서 구하는 시각은 9시 $\frac{600}{11}$분이다. … 3단계

답 9시 $\frac{600}{11}$분

단계	채점 요소	배점
1	방정식 세우기	3점
2	방정식 풀기	2점
3	시침과 분침이 이루는 각의 크기가 30°가 되는 시각 구하기	1점

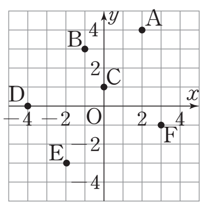
08 좌표와 그래프

셀프 CHECK

본책 150쪽

A 답 $A(-3)$, $B\left(-\frac{1}{2}\right)$, $C(2)$

B 답



C 답 (1) 제4사분면 (2) 제2사분면
(3) 제1사분면 (4) 제3사분면

D 답 (1) ㄷ (2) ㄴ

내신 유형 다지기

본책 151~159쪽

유형 147 순서쌍

본책 151쪽

(1) 두 순서쌍 (a, b), (c, d)가 같다.
➔ $a=c$, $b=d$
(2) $a\neq b$일 때, 두 순서쌍 (a, b), (b, a)는 서로 다르다.

754 $|a|=4$이므로 $a=-4$ 또는 $a=4$
$|b|=2$이므로 $b=-2$ 또는 $b=2$
$\therefore (-4, -2), (-4, 2), (4, -2), (4, 2)$
답 $(-4, -2), (-4, 2), (4, -2), (4, 2)$

755 주어진 두 순서쌍이 같으므로
$5a-9=2a$에서 $3a=9$ $\therefore a=3$
$1-3b=6b-8$에서 $-9b=-9$ $\therefore b=1$
$\therefore a+b=3+1=4$
답 ④

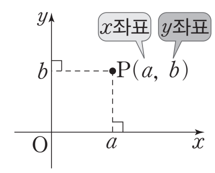
756 x는 10의 약수이므로 $x=1, 2, 5, 10$
x와 y의 차가 3이므로 순서쌍 (x, y)는
$(1, 4), (2, 5), (5, 2), (5, 8), (10, 7), (10, 13)$
의 6개이다.
답 ①

757 (i) $a=1$일 때,
$2\leq b$이므로 순서쌍 (a, b)는
$(1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6)$
(ii) $a=2$일 때,
$4\leq b$이므로 순서쌍 (a, b)는
$(2, 4), (2, 5), (2, 6)$
(iii) $a=3$일 때,
$6\leq b$이므로 순서쌍 (a, b)는
$(3, 6)$
(iv) $a\geq 4$이면 $2a\leq b$를 만족시키는 b는 존재하지 않는다.
이상에서 $2a\leq b$를 만족시키는 순서쌍 (a, b)는 9개이다.
답 9

유형 148 좌표평면 위의 점의 좌표

본책 151쪽

좌표평면 위의 한 점 P에 대하여
(1) 점 P의 x좌표: a
(2) 점 P의 y좌표: b
(3) 점 P의 좌표가 (a, b) ➔ $P(a, b)$



758 ① $A(0, -1)$ ② $B(4, 1)$ ⑤ $E(-1, 3)$
따라서 옳은 것은 ③, ④이다.
답 ③, ④

759 $P(-4, 1)$이므로
$a-5=-4$에서 $a=1$ … 1단계
$b+2=1$에서 $b=-1$ … 2단계
$\therefore a-b=1-(-1)=2$ … 3단계
답 2

단계	채점 요소	비율
1	a의 값 구하기	40 %
2	b의 값 구하기	40 %
3	$a-b$의 값 구하기	20 %

760 좌표평면 위의 6개의 점의 좌표를 구하면 다음과 같다.
$A(-2, 3)$, $E(3, -2)$, $I(0, -3)$, $K(-3, 0)$,
$N(-4, -3)$, $R(3, 4)$
따라서 주어진 좌표가 나타내는 점의 알파벳을 차례대로 나열할 때 만들어지는 영어 단어는 RAIN이다.
답 RAIN

유형 149 x축 또는 y축 위의 점의 좌표

본책 152쪽

(1) x축 위의 점의 좌표
➔ y좌표가 0, 즉 (x좌표, 0)의 꼴
(2) y축 위의 점의 좌표
➔ x좌표가 0, 즉 (0, y좌표)의 꼴

761 점 A는 y축 위의 점이므로 $a-4=0$ $\therefore a=4$
점 B는 y축 위의 점이므로 $b+2=0$ $\therefore b=-2$
답 ⑤

762 점 P의 좌표가 $(-5,\ 0)$이므로

$a=-5,\ b=0$

점 Q의 좌표가 $(0,\ 6)$이므로 $\quad c=0,\ d=6$

$\therefore\ a-b+c-d=(-5)-0+0-6=-11$ 답 -11

763 점 $(1-2a,\ 8b+6)$은 x축 위의 점이므로

$8b+6=0$

$8b=-6 \qquad \therefore\ b=-\dfrac{3}{4}$ … 1단계

점 $(4a-5,\ 3b+2)$는 y축 위의 점이므로

$4a-5=0$

$4a=5 \qquad \therefore\ a=\dfrac{5}{4}$ … 2단계

$\therefore\ a-b=\dfrac{5}{4}-\left(-\dfrac{3}{4}\right)=2$ … 3단계

답 2

단계	채점 요소	비율
1	b의 값 구하기	40 %
2	a의 값 구하기	40 %
3	$a-b$의 값 구하기	20 %

764 점 $(2a-6,\ b+1)$은 y축 위의 점이므로

$2a-6=0$

$2a=6 \qquad \therefore\ a=3$

점 $(a-4,\ b+3)$은 x축 위의 점이므로

$b+3=0 \qquad \therefore\ b=-3$

주어진 점의 좌표에 $a=3,\ b=-3$을 각각 대입하면

① $(-3,\ -3)$ ② $(3,\ 0)$ ③ $(0,\ -6)$

④ $(0,\ -9)$ ⑤ $(-9,\ 0)$

이때 x축 위에 있는 점은 y좌표가 0인 점이다.

따라서 x축 위에 있는 점은 ②, ⑤이다. 답 ②, ⑤

유형 150 좌표평면 위의 도형의 넓이

본책 152쪽

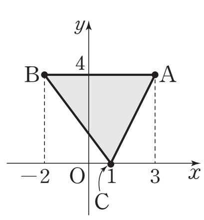
좌표평면 위의 도형의 넓이는 다음과 같은 순서로 구한다.

❶ 도형의 각 꼭짓점을 좌표평면 위에 나타낸다.

❷ 점을 선분으로 연결하여 도형을 그린다.

❸ 도형의 변의 길이, 높이를 구한 뒤 공식을 이용하여 도형의 넓이를 구한다.

765 세 점 A, B, C를 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC를 그리면 오른쪽 그림과 같다.

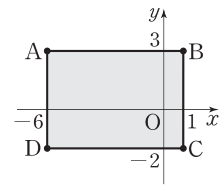


$\therefore$ (삼각형 ABC의 넓이)

$=\dfrac{1}{2}\times5\times4=10$

답 10

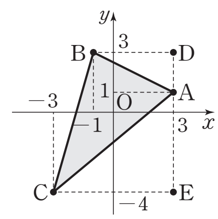
766 네 점 A, B, C, D를 꼭짓점으로 하는 사각형 ABCD를 그리면 오른쪽 그림과 같다.



$\therefore$ (사각형 ABCD의 넓이)

$=7\times5=35$ 답 ⑤

767 오른쪽 그림과 같이 D$(3,\ 3)$, E$(3,\ -4)$라 하면



(삼각형 ABC의 넓이)

$=$(사다리꼴 BCED의 넓이)

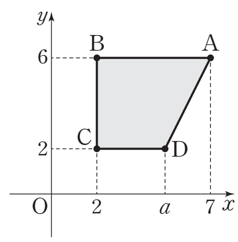
$-\{$(삼각형 ADB의 넓이)

$+$(삼각형 ACE의 넓이)$\}$

$=\dfrac{1}{2}\times(4+6)\times7-\left(\dfrac{1}{2}\times4\times2+\dfrac{1}{2}\times6\times5\right)$

$=35-(4+15)=16$ 답 16

768 네 점 A, B, C, D를 꼭짓점으로 하는 사각형 ABCD를 그리면 오른쪽 그림과 같다.



사각형 ABCD는 선분 AB를 윗변, 선분 CD를 아랫변으로 하는 사다리꼴이므로

(윗변의 길이)$=7-2=5$ … 1단계

(아랫변의 길이)$=a-2$ … 2단계

(높이)$=6-2=4$ … 3단계

이때 사각형 ABCD의 넓이는 16이므로

$\dfrac{1}{2}\times\{5+(a-2)\}\times4=16$

$2(a+3)=16, \qquad a+3=8$

$\therefore\ a=5$ … 4단계

답 5

단계	채점 요소	비율
1	사각형 ABCD의 윗변의 길이 구하기	20 %
2	사각형 ABCD의 아랫변의 길이 구하기	20 %
3	사각형 ABCD의 높이 구하기	20 %
4	a의 값 구하기	40 %

유형 151 사분면

본책 153쪽

(1) 각 사분면 위의 점의 x좌표와 y좌표의 부호

① 제1사분면 위의 점 ➜ $(+,\ +)$

② 제2사분면 위의 점 ➜ $(-,\ +)$

③ 제3사분면 위의 점 ➜ $(-,\ -)$

④ 제4사분면 위의 점 ➜ $(+,\ -)$

(2) 좌표축 위의 점은 어느 사분면에도 속하지 않는다.

➜ 원점, x축 위의 점, y축 위의 점

769 점 $(-3, 5)$는 제2사분면 위의 점이다.

① 점 $A(0, 2)$는 y축 위의 점이므로 어느 사분면에도 속하지 않는다.
② 점 $B(-6, -1)$은 제3사분면 위의 점이다.
③ 점 $C(4, -4)$는 제4사분면 위의 점이다.
④ 점 $D(-1, 9)$는 제2사분면 위의 점이다.
⑤ 점 $E(7, 3)$은 제1사분면 위의 점이다.

따라서 점 $(-3, 5)$와 같은 사분면 위의 점은 ④이다. 답 ④

770 ㄱ. $(-6, 8)$ ➜ 제2사분면
ㄹ. $(-2, -4)$ ➜ 제3사분면
이상에서 점이 속하는 사분면을 바르게 나타낸 것은 ㄴ, ㄷ이다.
답 ③

771 ① 점 $(5, 0)$은 x축 위의 점이므로 어느 사분면에도 속하지 않는다.
③ 점 $(-1, 2)$는 제2사분면 위의 점이고 점 $(2, -1)$은 제4사분면 위의 점이다.
④ 원점은 두 좌표축이 만나는 점으로 어느 사분면에도 속하지 않는다.

따라서 옳은 것은 ②, ⑤이다. 답 ②, ⑤

772 두 순서쌍이 같으므로
$-a+7=1-3a$에서 $2a=-6$ $\therefore a=-3$ … 1단계
$4b-5=-2b+1$에서 $6b=6$ $\therefore b=1$ … 2단계
따라서 점 (a, b), 즉 점 $(-3, 1)$은 제2사분면 위의 점이다. … 3단계
답 제2사분면

단계	채점 요소	비율
1	a의 값 구하기	30 %
2	b의 값 구하기	30 %
3	점 (a, b)가 속하는 사분면 구하기	40 %

유형 152 사분면 위의 점; 점 (a, b)가 속한 사분면이 주어진 경우

본책 153쪽

점 (a, b)가 속한 사분면이 주어지고 새로운 점의 좌표가 a, b에 대한 식으로 주어질 때, 새로운 점이 속한 사분면 구하기
➜ 먼저 a, b의 부호를 구한 후 이를 이용하여 새로운 점의 x좌표, y좌표의 부호를 구한다.

773 점 (a, b)가 제4사분면 위의 점이므로
$a>0, b<0$
$b-a<0$, $ab<0$이므로 점 $(b-a, ab)$는 제3사분면 위의 점이다. 답 제3사분면

774 점 $(a, -b)$가 제3사분면 위의 점이므로
$a<0, -b<0$ $\therefore a<0, b>0$
이때 $ab<0$이므로 $-ab>0$이고, $-a>0$이므로
점 $(-ab, -a)$는 제1사분면 위의 점이다.
따라서 제1사분면 위의 점은 ①이다. 답 ①

775 점 $(-b, a)$가 제1사분면 위의 점이므로
$-b>0, a>0$ $\therefore a>0, b<0$
① $b-a<0$, $a>0$이므로 점 $(b-a, a)$는 제2사분면 위의 점이다.
② $-b>0$, $ab<0$이므로 점 $(-b, ab)$는 제4사분면 위의 점이다.
③ $a^2b<0$, $-ab>0$이므로 점 $(a^2b, -ab)$는 제2사분면 위의 점이다.
④ $a-b>0$, $-\frac{a}{b}>0$이므로 점 $\left(a-b, -\frac{a}{b}\right)$는 제1사분면 위의 점이다.
⑤ $\frac{b}{a}<0$, $-a<0$이므로 점 $\left(\frac{b}{a}, -a\right)$는 제3사분면 위의 점이다.

따라서 제1사분면 위의 점은 ④이다. 답 ④

유형 153 사분면 위의 점; 두 수의 부호를 이용하는 경우

본책 154쪽

두 수 a, b의 곱 또는 몫의 부호가 주어지고 점의 좌표가 a, b에 대한 식으로 주어지면 다음을 이용하여 주어진 점의 x좌표, y좌표의 부호를 구한다.
(1) $ab>0$ 또는 $\frac{a}{b}>0$ ➜ 두 수 a, b는 같은 부호
(2) $ab<0$ 또는 $\frac{a}{b}<0$ ➜ 두 수 a, b는 다른 부호

776 $ab>0$에서 a와 b의 부호가 같고, $a+b<0$이므로
$a<0, b<0$
$-a>0$, $b<0$이므로 점 $(-a, b)$는 제4사분면 위의 점이다.
답 ④

777 $\frac{a}{b}<0$에서 a와 b의 부호가 다르고, $a-b<0$이므로
$a<0, b>0$
① $a<0$, $b>0$이므로 점 (a, b)는 제2사분면 위의 점이다.
② $ab<0$, $-b<0$이므로 점 $(ab, -b)$는 제3사분면 위의 점이다.
③ $-ab>0$, $b-a>0$이므로 점 $(-ab, b-a)$는 제1사분면 위의 점이다.
④ $ab<0$, $-\frac{b}{a}>0$이므로 점 $\left(ab, -\frac{b}{a}\right)$는 제2사분면 위의 점이다.
⑤ $a^2>0$이므로 $a^2+b>0$, $-a>0$이므로 점 $(a^2+b, -a)$는 제1사분면 위의 점이다.

따라서 제2사분면 위의 점은 ①, ④이다. 답 ①, ④

778 $\frac{b}{a}<0$에서 a와 b의 부호가 다르므로
$a>0, b<0$ 또는 $a<0, b>0$

이때 $a+b<0$이고 $|a|>|b|$이므로

$a<0,\ b>0$

$a<0,\ -b<0$이므로 점 $(a,\ -b)$는 제3사분면 위의 점이다.

답 제3사분면

779 조건 (가)에 의하여 $a<0,\ b<0$ … 1단계

조건 (나)에 의하여 $ac>0,\ b-c>0$

$ac>0$에서 a와 c의 부호가 같으므로 $c<0$ … 2단계

$b<0,\ c<0$이므로 $\dfrac{b}{c}>0$

$a<0,\ c<0$이므로 $a+c<0$

따라서 점 $\left(\dfrac{b}{c},\ a+c\right)$는 제4사분면 위의 점이다. … 3단계

답 제4사분면

단계	채점 요소	비율
1	a와 b의 부호 구하기	30 %
2	c의 부호 구하기	30 %
3	점 $\left(\dfrac{b}{c},\ a+c\right)$가 속하는 사분면 구하기	40 %

유형 154 대칭인 점의 좌표

본책 154쪽

점 $(x,\ y)$와

① x축에 대하여 대칭인 점의 좌표: $(x,\ -y)$

➜ y좌표의 부호만 바뀐다.

② y축에 대하여 대칭인 점의 좌표: $(-x,\ y)$

➜ x좌표의 부호만 바뀐다.

③ 원점에 대하여 대칭인 점의 좌표: $(-x,\ -y)$

➜ x좌표와 y좌표의 부호가 모두 바뀐다.

780 두 점 $(a-5,\ -1)$, $(-3,\ b+2)$가 원점에 대하여 대칭이므로

$a-5=3$에서 $a=8$

$-1=-(b+2)$에서 $-1=-b-2$ $\therefore b=-1$

$\therefore a-b=8-(-1)=9$

답 ③

781 점 $(4,\ -3)$과 y축에 대하여 대칭인 점의 좌표는 $(-4,\ -3)$이므로

$a=-4,\ b=-3$

점 $(2,\ -5)$와 x축에 대하여 대칭인 점의 좌표는 $(2,\ 5)$이므로

$c=2,\ d=5$

$\therefore a+b+c+d=(-4)+(-3)+2+5=0$

답 0

782 점 $(a,\ 6)$과 x축에 대하여 대칭인 점의 좌표는

$(a,\ -6)$

점 $(-4,\ b)$와 원점에 대하여 대칭인 점의 좌표는

$(4,\ -b)$

두 점의 좌표가 같으므로 $a=4,\ b=6$

$\therefore 2a-b=2\times 4-6=2$

답 ④

783 점 $A(1,\ 3)$과 x축에 대하여 대칭인 점의 좌표는

$B(1,\ -3)$ … 1단계

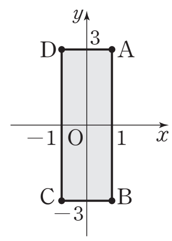
점 $A(1,\ 3)$과 원점에 대하여 대칭인 점의 좌표는

$C(-1,\ -3)$ … 2단계

점 $A(1,\ 3)$과 y축에 대하여 대칭인 점의 좌표는

$D(-1,\ 3)$ … 3단계

네 점 A, B, C, D를 꼭짓점으로 하는 사각형 ABCD를 그리면 오른쪽 그림과 같다.



$\therefore$ (사각형 ABCD의 둘레의 길이)

$=2\times(2+6)=16$ … 4단계

답 16

단계	채점 요소	비율
1	점 B의 좌표 구하기	20 %
2	점 C의 좌표 구하기	20 %
3	점 D의 좌표 구하기	20 %
4	사각형 ABCD의 둘레의 길이 구하기	40 %

유형 155 상황을 그래프로 나타내기

본책 155쪽

주어진 상황에서 두 변수 x, y가 나타내는 것을 파악한 후 x의 값에 따른 y의 값의 증가 또는 감소, y의 값의 변화의 빠르기 등을 알맞게 나타낸 그래프를 찾는다.

784 그래프의 모양이 수평이므로 경과 시간에 따른 자동차의 속력은 변화가 없다.

따라서 자동차는 일정한 속력으로 주행 중이다.

답 ③

만점 공략 노트

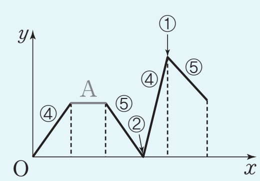
그래프에서 ①, ②, ④, ⑤에 알맞은 구간을 나타내면 오른쪽과 같다.

① 가장 빠른 속력으로 주행 중이다.

② 정지했다.

④ 속력이 점점 증가한다.

⑤ 속력이 점점 감소한다.



785 (가): 경과 시간 x에 따른 집으로부터의 거리 y가 증가하다가 변화 없이 유지되고 다시 증가한다.

(나): 경과 시간 x에 따른 집으로부터의 거리 y가 증가하다가 감소하여 0이 된 후 다시 증가한다.

(다): 경과 시간 x에 따른 집으로부터의 거리 y가 일정하게 증가한다.

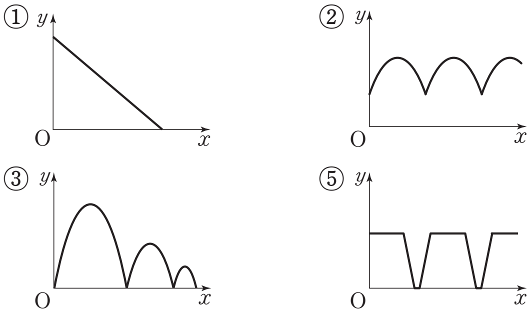
이상에서 각 그래프에 알맞은 상황을 짝 지으면

(가) − ㄴ, (나) − ㄷ, (다) − ㄱ

답 ③

786 주어진 그래프는 x의 값이 증가할 때 y의 값은 증가하다가 어느 순간부터는 변화 없이 일정하므로 두 변수 x, y로 가장 적합한 것은 ④이다. 답 ④

참고 각 상황의 그래프의 개형은 다음과 같다.



787 건물 6층에서 일정한 속력으로 하강하여 건물 3층에 도착하였으므로 그래프의 모양은 오른쪽 아래를 향하는 직선이다.
또 건물 3층에 있는 문구점에서 볼펜과 공책을 사는 동안 혜진이가 지면으로부터 떨어진 높이는 변화가 없으므로 그래프의 모양은 수평이다.
건물 3층에서 건물 1층까지 일정한 속력으로 내려왔으므로 그래프의 모양은 오른쪽 아래를 향하는 직선이다.
따라서 경과 시간 x와 혜진이가 지면으로부터 떨어진 높이 y 사이의 관계를 나타낸 그래프로 알맞은 것은 ③이다. 답 ③

유형 156 그래프의 해석

본책 156쪽

그래프에서 두 변수 x, y가 나타내는 것을 파악한 후 점의 좌표를 이용하여 필요한 값을 구한다.

788 x의 값이 10일 때 y의 값은 100, x의 값이 30일 때 y의 값은 400이므로 정연이가 조깅을 시작한 지 10분 후부터 30분 후까지 소모한 열량은

$400-100=300\,(\mathrm{kcal})$ 답 300 kcal

789 ③ 드론이 가장 높게 날 때의 높이는 12 m이고, 12 m에서 비행한 시간은 $105-75=30$ (초)이다.
④ 드론의 높이가 낮아지다가 다시 높아지는 것은 드론을 날린 지 45초 후이다.
따라서 옳지 않은 것은 ③, ④이다. 답 ③, ④

790 ㄱ. 청소 로봇이 방향을 바꾸는 지점은 출발 지점으로부터의 거리가 증가하다가 감소하거나 감소하다가 증가하는 지점이므로 출발한 지 10분 후, 20분 후, 40분 후이다.
즉 청소 로봇은 출발한 후 방향을 3번 바꾸었다.
ㄴ. x의 값이 50일 때 y의 값이 다시 0이 되므로 청소 로봇이 출발한 후 다시 출발 지점 A로 돌아올 때까지 걸린 시간은 50분이다.
ㄷ. 청소 로봇이 출발한 지 30분 후부터 40분 후까지, 즉 10분 동안 움직이지 않았다.
ㄹ. 청소 로봇이 출발한 지 10분 동안 400 m, 10분 후부터 20분 후까지 $400-200=200\,(\mathrm{m})$, 20분 후부터 30분 후까지 $500-200=300\,(\mathrm{m})$, 40분 후부터 50분 후까지 500 m를 이동하였다.
따라서 청소 로봇이 출발한 후 다시 출발 지점 A로 돌아올 때까지 이동한 거리는

$400+200+300+500=1400\,(\mathrm{m})$

이상에서 옳은 것은 ㄴ, ㄹ이다. 답 ③

791 버스가 일정한 속력으로 이동할 때에는 그래프에서 y의 값이 0보다 크고 변화가 없는 부분이므로

$a=(6-2)+(14-12)=4+2=6$ ··· 1단계

버스가 시속 60 km의 속력으로 이동한 시간은 2분부터 6분까지 $6-2=4$ (분), 즉 $\frac{4}{60}=\frac{1}{15}$(시간)이므로

$b=60\times\frac{1}{15}=4$ ··· 2단계

$\therefore a+b=6+4=10$ ··· 3단계

답 10

단계	채점 요소	비율
1	a의 값 구하기	40 %
2	b의 값 구하기	40 %
3	$a+b$의 값 구하기	20 %

유형 157 물통의 모양과 그래프

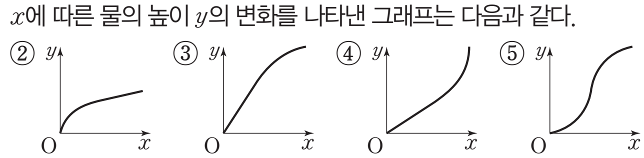
본책 157쪽

빈 물통에 시간당 일정한 양의 물을 넣을 때,
(1) 물통의 폭이 일정하면
➜ 물의 높이는 일정하게 증가한다.
(2) 물통의 폭이 위로 갈수록 넓어지면
➜ 물의 높이는 점점 느리게 증가한다.
(3) 물통의 폭이 위로 갈수록 좁아지면
➜ 물의 높이는 점점 빠르게 증가한다.

792 물컵의 모양이 바닥에서부터 위로 올라갈수록 폭이 점점 넓어지므로 물의 높이는 처음에는 빠르게 증가하다가 점점 느리게 증가한다.
따라서 알맞은 그래프는 ③이다. 답 ③

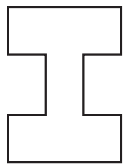
793 물의 높이는 처음엔 느리게 증가하다가 점점 빠르게 증가하는 부분과 일정하게 증가하는 부분으로 나뉜다.
따라서 물통의 아랫부분은 바닥에서부터 위로 올라갈수록 폭이 점점 좁아지는 모양이고 윗부분은 폭이 일정한 모양이다.
따라서 빈 물통의 모양으로 알맞은 것은 ①이다. 답 ①

참고 주어진 물통에 시간당 일정한 양의 물을 넣을 때, 경과 시간 x에 따른 물의 높이 y의 변화를 나타낸 그래프는 다음과 같다.



794 용기의 밑면의 반지름의 길이가 짧을수록 같은 시간 동안 물의 높이가 빠르게 증가한다.
세 용기 A, B, C에서 밑면의 반지름의 길이가 가장 짧은 것부터 차례대로 나열하면 A, B, C이다.
따라서 용기와 그래프를 바르게 짝 지으면
A – ㉠, B – ㉡, C – ㉢ 답 ①

795 주어진 물병의 단면은 오른쪽 그림과 같이 폭이 넓고 일정한 부분과 폭이 좁고 일정한 부분으로 나뉜다.



폭이 넓고 일정한 부분에서는 물의 높이가 느리고 일정하게 감소하고, 폭이 좁고 일정한 부분에서는 물의 높이가 빠르고 일정하게 감소하므로 알맞은 그래프는 ②이다. 답 ②

유형 158 주기적 변화를 나타내는 그래프

본책 158쪽

x의 값에 따라 y의 값이 증가와 감소를 반복하는 주기적 변화가 있는 그래프에서는 y의 값이 가장 클 때의 x의 값, y의 값이 가장 작을 때의 x의 값, 그래프가 반복되는 간격 등을 확인한다.

796 ㄱ. 해수면의 높이는 6시, 18시일 때 가장 높았으며 그 시각의 해수면의 높이는 6 m이다.
ㄴ. 해수면의 높이가 가장 높았던 시각은 6시와 18시이므로 해수면의 높이가 가장 높아진 후 다시 가장 높아질 때까지 걸린 시간은 12시간이다.
ㄷ. 하루 동안 해수면의 높이가 5 m 이상인 시간은 4시부터 8시, 16시부터 20시이므로
$(8-4)+(20-16)=4+4=8$ (시간)
이상에서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ이다. 답 ②

797 (1) 관람차가 한 바퀴 도는 데 걸리는 시간은 24분이다. … 1단계
(2) 탑승한 지 4분 후와 32분 후의 탑승한 칸의 지면으로부터의 높이는 각각 20 m, 50 m이므로 구하는 차는
$50-20=30$ (m) … 2단계
(3) 탑승한 칸이 두 바퀴 도는 동안 지면으로부터의 높이가 20 m 이하인 시간은 관람차에 탑승한 지 4분 후까지, 20분 후부터 28분 후까지, 44분 후부터 48분 후까지이므로 구하는 시간은
$4+(28-20)+(48-44)=4+8+4=16$ (분) … 3단계
답 (1) 24분 (2) 30 m (3) 16분

단계	채점 요소	비율
1	관람차가 한 바퀴 도는 데 걸리는 시간 구하기	30 %
2	탑승한 지 4분 후와 32분 후의 탑승한 칸의 지면으로부터의 높이의 차 구하기	30 %
3	탑승한 칸이 두 바퀴 도는 동안 지면으로부터의 높이가 20 m 이하인 시간은 총 몇 분인지 구하기	40 %

798 ③ 자유형으로 25 m를 갈 때에는 1분이 걸리고, 평형으로 25 m를 갈 때에는 2분이 걸리므로 자유형으로 이동하는 속도는 평형으로 이동하는 속도보다 빠르다.
⑤ 처음 4분 동안 수영하여 이동한 거리는
$25+25+25=75$ (m)
따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다. 답 ⑤

유형 159 그래프의 해석; 두 그래프의 비교

본책 159쪽

두 그래프에서 주어진 점의 좌표를 이용하여 필요한 값을 구한 후 주어진 상황을 해석한다.

799 ㄱ. 수호가 멈추어 휴식을 취한 시간은 출발 신호가 울린 후 25분부터 40분까지이므로
$40-25=15$ (분)
ㄴ. 수호가 마라톤을 완주하는 데 걸린 시간은 50분, 하진이가 마라톤을 완주하는 데 걸린 시간은 40분이므로 수호가 하진이보다 10분 더 늦게 마라톤을 완주하였다.
ㄷ. 출발 신호가 울린 지 30분 후 수호는 출발 지점으로부터 4 km만큼 떨어진 곳에 있고, 하진이는 출발 지점으로부터 2 km만큼 떨어진 곳에 있으므로
$4-2=2$ (km)
즉 수호가 하진이보다 출발 지점으로부터 2 km 더 멀리 떨어져 있다.
이상에서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다. 답 ㄱ, ㄷ

800 ④ 나은이와 언니가 서점에서 함께 있었던 시간은 나은이가 출발한 지 50분 후부터 70분 후까지이므로
$70-50=20$ (분)
따라서 옳지 않은 것은 ④이다. 답 ④

801 지안이는 처음에 200 L의 물이 담긴 수영장을 맡았으므로 현준이가 맡은 수영장은 A, 지안이가 맡은 수영장은 B이다.
지안이가 수영장 B에 물을 가득 채우는 데 걸린 시간은 9분이므로
$a=9$ … 1단계
물의 양이 처음으로 같아졌던 시간은 2분 후이므로
$b=2$ … 2단계
두 수영장 A, B에 담긴 물의 양이 모두 600 L로 같았던 시간은 4분부터 6분까지이므로
$c=6-4=2$ … 3단계
$\therefore a+b+c=9+2+2=13$ … 4단계
답 13

단계	채점 요소	비율
1	a의 값 구하기	30 %
2	b의 값 구하기	30 %
3	c의 값 구하기	30 %
4	$a+b+c$의 값 구하기	10 %

만점 유형 도전하기

본책 160~161쪽

802 전략 점 (p, q)와 y축에 대하여 대칭인 점의 좌표는 $(-p, q)$이다.

채린: 두 순서쌍 $(2a+3, 5+b)$, $(a+4, 3b-1)$이 같으므로

$2a+3=a+4 \quad \therefore a=1$

$5+b=3b-1, \quad -2b=-6 \quad \therefore b=3$

아윤: 점 $(ab, a-b)$가 제2사분면 위의 점이므로

$ab<0, a-b>0$

$ab<0$에서 a와 b의 부호가 다르고 $a-b>0$에서

$a>0, b<0$

$b-a<0$, $-a<0$이므로 점 $(b-a, -a)$는 제3사분면 위의 점이다.

성준: 점 (a, b)와 y축에 대하여 대칭인 점의 좌표는 $(-a, b)$이므로

$c=-a, d=b$

$ac=-a^2<0$, $bd=b^2>0$이므로 점 (ac, bd)는 제2사분면 위의 점이다.

따라서 잘못 말한 사람은 성준이다. 답 풀이 참조

803 전략 $b-a$의 값이 가장 클 때와 가장 작을 때의 점 P의 위치를 각각 구한다.

$b-a$의 값이 가장 크려면 b의 값이 가장 크고, a의 값이 가장 작아야 하므로 점 P가 점 A에 있을 때이다.

즉 $a=-4$, $b=3$이므로 $\quad M=3-(-4)=7$

$b-a$의 값이 가장 작으려면 b의 값이 가장 작고, a의 값이 가장 커야 하므로 점 P가 점 C에 있을 때이다.

즉 $a=1$, $b=-1$이므로 $\quad m=(-1)-1=-2$

$\therefore M-m=7-(-2)=9$ 답 9

804 전략 x축 위의 점은 y좌표가 0이고, y축 위의 점은 x좌표가 0임을 이용한다.

점 $A\left(2-\frac{1}{5}a, b+1\right)$은 x축 위의 점이므로

$b+1=0 \quad \therefore b=-1$

점 $B\left(\frac{2}{3}a-4, 2b+6\right)$은 y축 위의 점이므로

$\frac{2}{3}a-4=0, \quad \frac{2}{3}a=4 \quad \therefore a=6$

$a=6$, $b=-1$이므로 점 C의 좌표는

$(c-3, c-6)$

점 C는 어느 사분면에도 속하지 않으므로

(i) 점 C가 x축 위의 점일 때,

$c-6=0$이므로 $\quad c=6$

(ii) 점 C가 y축 위의 점일 때,

$c-3=0$이므로 $\quad c=3$

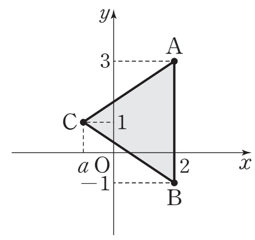
(i), (ii)에서 $a+b+c$의 값은 c의 값이 가장 작을 때 가장 작으므로

$a+b+c=6+(-1)+3=8$ 답 8

805 전략 $a<2$일 때의 삼각형 ABC와 $a>2$일 때의 삼각형 ABC를 좌표평면 위에 각각 그려 본다.

(i) $a<2$일 때,

세 점 A, B, C를 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC를 그리면 오른쪽 그림과 같다.



선분 AB를 밑변으로 하면

(밑변의 길이)$=4$

(높이)$=2-a$

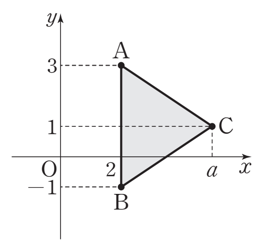
삼각형 ABC의 넓이가 6이므로

$\frac{1}{2}\times4\times(2-a)=6$

$2-a=3 \quad \therefore a=-1$

(ii) $a>2$일 때,

세 점 A, B, C를 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC를 그리면 오른쪽 그림과 같다.



선분 AB를 밑변으로 하면

(밑변의 길이)$=4$

(높이)$=a-2$

삼각형 ABC의 넓이가 6이므로

$\frac{1}{2}\times4\times(a-2)=6$

$a-2=3 \quad \therefore a=5$

(i), (ii)에서 a의 값을 모두 구하면 $\quad -1, 5$ 답 $-1, 5$

806 전략 주어진 규칙에 따라 점 P_2의 좌표, 점 P_3의 좌표, … 를 차례대로 구한다.

점 $P_1(3, -4)$와 y축에 대하여 대칭인 점의 좌표는 $(-3, -4)$이므로 $\quad P_2(-3, -4)$

점 $P_2(-3, -4)$와 원점에 대하여 대칭인 점의 좌표는 $(3, 4)$이므로 $\quad P_3(3, 4)$

점 $P_3(3, 4)$와 x축에 대하여 대칭인 점의 좌표는 $(3, -4)$이므로 $\quad P_4(3, -4)$

점 P_4의 좌표와 점 P_1의 좌표가 같고, 다시 같은 과정을 반복하므로 점 P_1, P_2, P_3, P_4, …의 좌표는

$(3, -4)$, $(-3, -4)$, $(3, 4)$

의 순서대로 반복된다.

이때 $100=3\times33+1$에서 점 P_{100}의 좌표는 점 P_1의 좌표와 같으므로 $(3, -4)$이다. 답 $(3, -4)$

807 전략 점 P가 점 A에서 점 D까지, 점 D에서 점 C까지, 점 C에서 점 B까지 움직일 때 삼각형 ABP의 넓이의 변화를 생각한다.

(i) 점 P가 점 A에서 점 D까지 움직일 때,

(삼각형 ABP의 넓이)

$=\frac{1}{2}\times$(선분 AB의 길이)$\times$(선분 AP의 길이)

선분 AB의 길이는 일정하고 선분 AP의 길이는 시간에 따라 일정하게 증가하므로 삼각형 ABP의 넓이는 시간에 따라 일정하게 증가한다.

(ii) 점 P가 점 D에서 점 C까지 움직일 때,

(삼각형 ABP의 넓이)

$=\frac{1}{2}\times$(선분 AB의 길이)$\times$(선분 AD의 길이)

선분 AB의 길이와 선분 AD의 길이는 일정하므로 삼각형 ABP의 넓이는 시간이 지나도 변화가 없다.

(iii) 점 P가 점 C에서 점 B까지 움직일 때,

(삼각형 ABP의 넓이)

$=\frac{1}{2}\times$(선분 AB의 길이)$\times$(선분 BP의 길이)

선분 AB의 길이는 일정하고 선분 BP의 길이는 시간에 따라 일정하게 감소하므로 삼각형 ABP의 넓이는 시간에 따라 일정하게 감소한다.

이상에서 구하는 그래프로 알맞은 것은 ②이다. 답 ②

808 전략 먼저 A 칸에 높이가 15 cm인 칸막이까지 물을 채우는 데 걸린 시간과 채워진 물의 양을 구해 본다.

A 칸에 높이가 15 cm인 칸막이까지 물을 채우는 데 걸린 시간은 30초이므로 A 칸에 높이가 15 cm인 칸막이까지 채운 물의 양은

$100\times30=3000\,(\text{cm}^3)$

$\therefore$ (A 칸의 바닥의 넓이)$=3000\div15=200\,(\text{cm}^2)$

B 칸에 높이가 15 cm인 칸막이까지 물을 채우는 데 걸린 시간은

$48-30=18$ (초)

B 칸에 높이가 15 cm인 칸막이까지 채운 물의 양은

$100\times18=1800\,(\text{cm}^3)$

$\therefore$ (B 칸의 바닥의 넓이)$=1800\div15=120\,(\text{cm}^2)$

따라서 A 칸의 바닥의 넓이는 200 cm^2, B 칸의 바닥의 넓이는 120 cm^2이다.

답 A 칸: 200 cm^2, B 칸: 120 cm^2

809 전략 주어진 그래프에서 송희 혼자 1분 동안 빚은 만두의 개수와 송희와 윤서가 함께 1분 동안 빚은 만두의 개수를 각각 구한다.

송희는 혼자 20분 동안 만두 40개를 빚었으므로 송희가 1분 동안 빚을 수 있는 만두의 개수는

$40\div20=2$

송희와 윤서가 함께 만두를 빚은 시간은

$36-20=16$ (분)

이고, 송희와 윤서가 함께 빚은 만두의 개수는

$200-40=160$

이므로 송희와 윤서가 함께 1분 동안 빚을 수 있는 만두의 개수는

$160\div16=10$

따라서 윤서가 혼자 1분 동안 빚을 수 있는 만두의 개수는

$10-2=8$

이므로 윤서가 만두 120개를 빚는 데 걸리는 시간은

$120\div8=15$ (분) 답 15분

시험 만점 완성하기

본책 162~165쪽

810 전략 $2a+b=8$에 $a=1, 2, 3, \cdots$을 대입하여 식을 만족시키는 자연수 b의 값을 구한다.

$2a+b=8$을 만족시키는 순서쌍 (a, b)는

$(1, 6), (2, 4), (3, 2)$

의 3개이다. 답 ③

811 전략 x축 위의 점은 y좌표가 0이고, y축 위의 점은 x좌표가 0임을 이용한다.

점 $(a-5, 2a-6)$이 x축 위의 점이므로

$2a-6=0 \qquad \therefore a=3$

점 $(-b-4, 4b+8)$이 y축 위의 점이므로

$-b-4=0 \qquad \therefore b=-4$

$\therefore a+b=3+(-4)=-1$ 답 ②

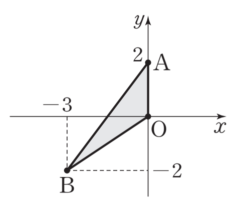
812 전략 x축에 대하여 대칭인 두 점은 y좌표의 부호만 다름을 이용한다.

조건 (가)에서 $\quad$ O$(0, 0)$

조건 (나)에서 $\quad$ A$(0, 2)$

조건 (다)에서 $\quad$ B$(-3, -2)$

세 점 O, A, B를 꼭짓점으로 하는 삼각형 OAB를 그리면 오른쪽 그림과 같다.



$\therefore$ (삼각형 OAB의 넓이)

$=\frac{1}{2}\times2\times3=3$ 답 ②

813 전략 먼저 x, y의 부호를 구한다.

$xy>0$에서 x와 y의 부호는 같고 $x+y<0$에서

$x<0, y<0$

즉 점 (y, x)는 제3사분면 위의 점이다.

① $-x>0$, $y<0$이므로 점 $(-x, y)$는 제4사분면 위의 점이다.

② $xy>0$, $-x-y>0$이므로 점 $(xy, -x-y)$는 제1사분면 위의 점이다.

③ $x+y<0$, $\frac{y}{x}>0$이므로 점 $\left(x+y, \frac{y}{x}\right)$는 제2사분면 위의 점이다.

④ $2x<0$, $-xy<0$이므로 점 $(2x, -xy)$는 제3사분면 위의 점이다.

⑤ $x+y<0$, $\frac{x}{y}>0$이므로 점 $\left(x+y, \frac{x}{y}\right)$는 제2사분면 위의 점이다.

따라서 점 (y, x)와 같은 사분면 위의 점은 ④이다. 답 ④

814 전략 점 (p, q)와 원점에 대하여 대칭인 점의 좌표는 $(-p, -q)$이다.

두 점 $(5a+3,\ 7)$, $(2,\ 8-3b)$가 원점에 대하여 대칭이므로

$5a+3=-2$에서 $\quad 5a=-5$

$\therefore\ a=-1$

$7=-(8-3b)$에서 $\quad 7=-8+3b$

$-3b=-15 \quad \therefore\ b=5$

$\therefore\ a+b=-1+5=4,\ ab=(-1)\times5=-5$

따라서 점 $(a+b,\ ab)$, 즉 $(4,\ -5)$는 제4사분면 위의 점이다.

답 ④

815 전략 점 $(a,\ b)$가 속한 사분면을 이용하여 먼저 a, b의 부호를 구한다.

점 $(a,\ b)$가 제4사분면 위의 점이므로

$a>0,\ b<0$

한편 점 $(ab,\ a-b)$와 y축에 대하여 대칭인 점의 좌표는

$(-ab,\ a-b)$

$-ab>0$, $a-b>0$이므로 점 $(ab,\ a-b)$와 y축에 대하여 대칭인 점은 제1사분면 위의 점이다.

답 ①

816 전략 x의 값이 변함에 따라 y의 값이 어떻게 변하는지 확인한다.

$x\le20$일 때에는 y의 값이 1로 일정하고, $x>20$일 때에는 y의 값이 일정하게 증가하며 점 $(40,\ 3)$을 지난다.

따라서 알맞은 그래프는 ⑤이다.

답 ⑤

817 전략 유리병의 폭이 위로 갈수록 넓어지면 물의 높이가 느리게 증가하고, 좁아지면 물의 높이가 빠르게 증가한다.

유리병의 아랫부분은 바닥에서부터 위로 올라갈수록 폭이 점점 넓어지다 점점 좁아지는 모양이고 유리병의 윗부분은 폭이 일정하다. 즉 물의 높이는 처음에는 점점 느리게 증가하다가 점점 빠르게 증가하며 폭이 일정해지는 순간부터는 물의 높이가 일정하게 증가한다.

따라서 알맞은 그래프는 ⑤이다.

답 ⑤

818 전략 그래프에서 x의 값에 따른 y의 값의 변화를 관찰한다.

③ 소민이의 9살 때의 키는 130 cm이고 하늘이의 9살 때의 키는 140 cm이므로 9살 때 소민이와 하늘이의 키 차이는 10 cm이다.

⑤ 유나의 키가 130 cm인 나이는 8살이고 하늘이의 키가 130 cm인 나이는 7살이므로 유나가 하늘이보다 1살 많다.

따라서 옳지 않은 것은 ③, ⑤이다.

답 ③, ⑤

819 전략 y축 위의 점은 x좌표가 0임을 이용한다.

조건 ㈎에서 $\quad a>0,\ b<0$

조건 ㈏에서 $\quad b+c=0,\ |a|=2$

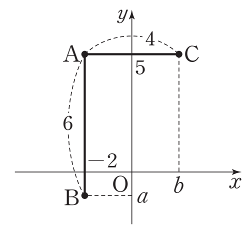
이때 $c=-b$이므로 $\quad \dfrac{b}{c}=\dfrac{b}{-b}=-1$

또 $a>0$이므로 $\quad a=2$

$\therefore\ a+\dfrac{b}{c}=2+(-1)=1$

답 1

820 전략 좌표평면 위에 조건을 만족시키는 세 점 A, B, C를 나타낸 후 주어진 선분의 길이를 이용한다.



조건 ㈎에서 점 $B(-2,\ a)$는 제3사분면 위의 점이므로 $a<0$이다.

또 점 $B(-2,\ a)$는 점 A와 x좌표가 같고 선분 AB의 길이는 6이므로

$5-a=6$

$\therefore\ a=-1$

조건 ㈏에서 점 $C(b,\ 5)$는 제1사분면 위의 점이므로 $b>0$이다.

또 점 $C(b,\ 5)$는 점 A와 y좌표가 같고 선분 AC의 길이는 4이므로

$b-(-2)=4$

$\therefore\ b=2$

$\therefore\ a+b=-1+2=1$

답 1

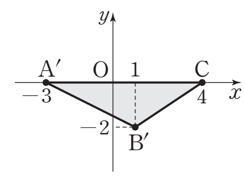
821 전략 두 점 A, B와 각각 y축, x축에 대하여 대칭인 두 점 A′, B′의 좌표를 구한다.

점 $A(3,\ 0)$과 y축에 대하여 대칭인 점은

$A'(-3,\ 0)$

점 $B(1,\ 2)$와 x축에 대하여 대칭인 점은

$B'(1,\ -2)$



세 점 $A'(-3,\ 0)$, $B'(1,\ -2)$, $C(4,\ 0)$을 좌표평면 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같다.

$\therefore$ (삼각형 A′B′C의 넓이)

$=\dfrac{1}{2}\times7\times2=7$

답 7

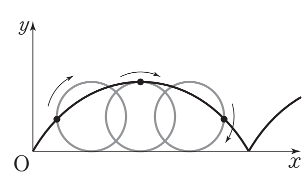
822 전략 그래프에서 x의 값에 따른 y의 값의 변화를 관찰한다.

4초일 때 속력이 감소하기 시작하여 8초일 때 완전히 멈추었으므로 구하는 시간은

$8-4=4$ (초)

답 4초

823 전략 x에 따른 y의 변화를 관찰한다.



x와 y 사이의 관계를 나타낸 그래프는 오른쪽과 같다.

따라서 알맞은 그래프는 ㄷ이다.

답 ㄷ

824 전략 그래프에서 가로축과 세로축이 각각 무엇을 나타내는지 확인한다.

$a=(25-10)+(45-35)=15+10=25$

$b=40-10=30$

$\therefore\ a+b=25+30=55$

답 55

825 전략 어느 사분면에도 속하지 않는 점은 좌표축 위의 점임을 이용한다.

점 $\left(\frac{3}{2}a-6,\ 4-2a\right)$가 어느 사분면에도 속하지 않는 점이면 x축 위의 점 또는 y축 위의 점이어야 한다.

(i) 점 $\left(\frac{3}{2}a-6,\ 4-2a\right)$가 x축 위의 점일 때,

$4-2a=0$이므로 $\quad -2a=-4$

$\therefore a=2$ … 1단계

(ii) 점 $\left(\frac{3}{2}a-6,\ 4-2a\right)$가 y축 위의 점일 때,

$\frac{3}{2}a-6=0$이므로 $\quad \frac{3}{2}a=6$

$\therefore a=4$ … 2단계

(i), (ii)에서 구하는 곱은

$2\times4=8$ … 3단계

답 8

단계	채점 요소	배점
1	주어진 점이 x축 위의 점일 때의 a의 값 구하기	2점
2	주어진 점이 y축 위의 점일 때의 a의 값 구하기	2점
3	모든 a의 값의 곱 구하기	2점

826 전략 정사각형의 한 변의 길이를 이용하여 두 점 A, D의 좌표를 구한다.

두 점 B(5, 0), C(5, 6)에 대하여 정사각형 ABCD의 한 변의 길이가 6이므로

A$(-1,\ 0)$, D$(-1,\ 6)$ … 1단계

정사각형 ABCD의 넓이가 36이고 사다리꼴 OEDA의 넓이와 사다리꼴 OBCE의 넓이의 비가 1 : 2이므로

(사다리꼴 OBCE의 넓이)$=36\times\frac{2}{3}=24$ … 2단계

점 E의 좌표를 $(a,\ 6)$ $(0<a<5)$이라 하면 사다리꼴 OBCE의 넓이는

$\frac{1}{2}\times\{(5-a)+5\}\times6=24$

$10-a=8 \qquad \therefore a=2$

따라서 점 E의 좌표는 $(2,\ 6)$이다. … 3단계

답 $(2,\ 6)$

단계	채점 요소	배점
1	두 점 A, D의 좌표 구하기	2점
2	사다리꼴 OBCE의 넓이 구하기	3점
3	점 E의 좌표 구하기	2점

827 전략 그래프에서 x의 값에 따른 y의 값의 변화를 관찰한다.

x의 값이 12일 때 y의 값이 0이므로 은서가 주스를 다 마실 때까지 걸린 시간은 12초이다.

$\therefore a=12$ … 1단계

주스의 높이가 변하지 않는 시간은 4초부터 6초까지, 8초부터 10초까지이므로 은서가 중간에 주스를 마시지 않고 쉰 시간은

$(6-4)+(10-8)=2+2=4$ (초)

$\therefore b=4$ … 2단계

주스의 처음 높이는 10 cm이므로 주스의 처음 높이의 $\frac{3}{5}$은

$10\times\frac{3}{5}=6$ (cm)

x의 값이 7일 때 y의 값이 6이므로 주스의 높이가 6 cm가 된 시간은 7초 후이다.

$\therefore c=7$ … 3단계

$\therefore a+b+c=12+4+7=23$ … 4단계

답 23

단계	채점 요소	배점
1	a의 값 구하기	2점
2	b의 값 구하기	2점
3	c의 값 구하기	2점
4	$a+b+c$의 값 구하기	1점

09 정비례와 반비례

셀프 CHECK

본책 166~167쪽

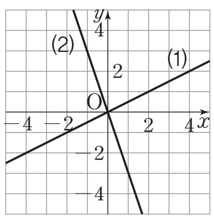
A 답 (1)

x	1	2	3	4	⋯
y	600	1200	1800	2400	⋯

(2) $y=600x$

B 답 (1) × (2) ○ (3) × (4) ○

C 답



D $y=4x$에 $x=3$, $y=a$를 대입하면

$a=4\times3=12$ 답 12

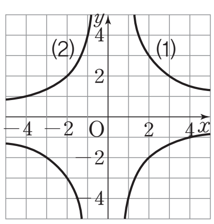
E 답 (1)

x	1	2	3	4	⋯
y	120	60	40	30	⋯

(2) $y=\dfrac{120}{x}$

F 답 (1) ○ (2) × (3) ○ (4) ○

G 답



H $y=\dfrac{18}{x}$에 $x=-6$, $y=a$를 대입하면

$a=\dfrac{18}{-6}=-3$ 답 -3

내신 유형 다지기

본책 168~181쪽

유형 160 정비례 관계

본책 168쪽

y가 x에 정비례한다.

➜ x의 값이 2배, 3배, 4배, ⋯로 변함에 따라 y의 값도 2배, 3배, 4배, ⋯로 변한다.

➜ $y=ax$, $\dfrac{y}{x}=a$ $(a\neq0)$의 꼴

828 ㅁ. $\dfrac{y}{x}=8$에서 $y=8x$이므로 y가 x에 정비례한다.

이상에서 y가 x에 정비례하는 것은 ㄷ, ㅁ이다. 답 ④

829 ① $xy=20$이므로 $y=\dfrac{20}{x}$

② $y=200-x$

③ (원기둥의 부피)=(밑면의 넓이)×(높이)이므로

$xy=7$ $\therefore y=\dfrac{7}{x}$

④ (원의 둘레의 길이)=2×(원주율)×(반지름의 길이)이므로

$y=2\times3.14\times x$ $\therefore y=6.28x$ (정비례)

⑤ $y=\dfrac{5}{x}$

따라서 y가 x에 정비례하는 것은 ④이다. 답 ④

830 ② x의 값이 2배가 되면 y의 값도 2배가 된다.

⑤ $\dfrac{y}{x}$의 값이 일정하다.

따라서 옳지 않은 것은 ②, ⑤이다. 답 ②, ⑤

유형 161 정비례 관계의 식 구하기

본책 168쪽

y가 x에 정비례하고 x, y의 값이 주어지면

➜ $y=ax$ $(a\neq0)$로 놓고 주어진 x, y의 값을 대입하여 a의 값을 구한다.

831 y가 x에 정비례하므로 $y=ax$ $(a\neq0)$라 하고 $x=-2$, $y=3$을 대입하면

$3=-2a$ $\therefore a=-\dfrac{3}{2}$ $\therefore y=-\dfrac{3}{2}x$

$y=-\dfrac{3}{2}x$에 $x=p$, $y=12$를 대입하면

$12=-\dfrac{3}{2}p$ $\therefore p=-8$

$y=-\dfrac{3}{2}x$에 $x=\dfrac{1}{3}$, $y=q$를 대입하면

$q=-\dfrac{3}{2}\times\dfrac{1}{3}=-\dfrac{1}{2}$

$\therefore pq=-8\times\left(-\dfrac{1}{2}\right)=4$ 답 ④

832 y가 x에 정비례하므로 $y=ax$ $(a\neq0)$라 하고 $x=\dfrac{3}{2}$, $y=9$를 대입하면

$9=\dfrac{3}{2}a$ $\therefore a=6$ $\therefore y=6x$

$y=6x$에 $y=24$를 대입하면

$24=6x$ $\therefore x=4$ 답 4

833 ㄴ. y가 x에 정비례하므로 $y=ax$ $(a\neq0)$라 하고 $x=2$, $y=-6$을 대입하면

$-6=2a$ $\therefore a=-3$ $\therefore y=-3x$

ㄷ. $y=-3x$에 $x=-6$을 대입하면

$y=-3\times(-6)=18$

이상에서 옳은 것은 ㄱ뿐이다. 답 ㄱ

834 조건 (가)에서 $\frac{y}{x}$의 값은 일정한 양수이므로 y는 x에 정비례한다. 즉 $y=ax\ (a>0)$라 하자.

조건 (나)에서 $y=ax$에 $x=5$를 대입하면 $y=5a$

$y=ax$에 $x=10$을 대입하면 $y=10a$

이때 $10a-5a=1$이므로 $5a=1$ $\therefore a=\frac{1}{5}$

$\therefore y=\frac{1}{5}x$ … 1단계

따라서 $y=\frac{1}{5}x$에 $x=15$를 대입하면

$y=\frac{1}{5}\times 15=3$ … 2단계

답 3

단계	채점 요소	비율
1	x와 y 사이의 관계를 나타내는 식 구하기	60 %
2	$x=15$일 때 y의 값 구하기	40 %

유형 162 정비례 관계 $y=ax\ (a\neq 0)$의 활용 ; x와 y 사이의 관계를 나타내는 식 구하기 본책 169쪽

변하는 두 양 x, y에 대하여

y가 x에 정비례하는 경우, $\frac{y}{x}$의 값이 일정한 경우

에는 $y=ax\ (a\neq 0)$로 놓고 a의 값을 구한다.

835 (거리)$=$(속력)$\times$(시간)이므로

$y=50x$ 답 $y=50x$

836 두 톱니바퀴 A, B가 각각 회전하는 동안 맞물린 톱니의 수는 같으므로

$15\times x=20\times y$ $\therefore y=\frac{3}{4}x$ 답 ②

837 소금물의 농도가 $\frac{45}{300}\times 100=15\ (\%)$이므로

$y=\frac{15}{100}\times x$ $\therefore y=\frac{3}{20}x$ 답 $y=\frac{3}{20}x$

유형 163 정비례 관계 $y=ax\ (a\neq 0)$의 활용 본책 169쪽

❶ y가 x에 정비례하면 $y=ax\ (a\neq 0)$로 놓고 x와 y 사이의 관계를 나타내는 식을 구한다.

❷ $x=p$ 또는 $y=q$를 대입하여 필요한 값을 구한다.

838 욕조에 1분마다 $\frac{5}{3}$ L씩 물을 넣을 수 있으므로 x분 동안 욕조에 넣을 수 있는 물의 양을 y L라 하면

$y=\frac{5}{3}x$

$y=\frac{5}{3}x$에 $y=140$을 대입하면

$140=\frac{5}{3}x$ $\therefore x=84$

따라서 욕조에 물을 가득 채우는 데 걸리는 시간은 84분이다.

답 84분

839 ㄱ. $y=150x$이므로 y는 x에 정비례한다.

ㄷ. $y=150x$에 $x=100$을 대입하면

$y=150\times 100=15000$

따라서 제품 100개를 생산하여 폐기할 때까지 발생한 이산화 탄소의 양은 15000 g, 즉 15 kg이다.

이상에서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다. 답 ④

840 x g의 물감으로 넓이가 y cm^{2}인 종이를 칠한다고 하면

$y=20x$

$y=20x$에 $y=500$을 대입하면

$500=20x$ $\therefore x=25$

따라서 넓이가 500 cm^{2}인 종이를 모두 칠할 때 필요한 물감의 양은 25 g이다. 답 25 g

841 (1) $y=x\times\frac{4}{100}$이므로 $y=\frac{1}{25}x$ … 1단계

(2) $y=\frac{1}{25}x$에 $y=2000$을 대입하면

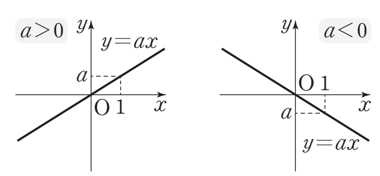
$2000=\frac{1}{25}x$ $\therefore x=50000$

따라서 포인트 2000점을 적립하려면 구매 금액은 50000원이어야 한다. … 2단계

답 (1) $y=\frac{1}{25}x$ (2) 50000원

단계	채점 요소	비율
1	x와 y 사이의 관계를 나타내는 식 구하기	60 %
2	포인트 2000점을 적립하려면 구매 금액은 얼마이어야 하는지 구하기	40 %

유형 164 정비례 관계 $y=ax\ (a\neq 0)$의 그래프 본책 170쪽



(1) 원점을 지나는 직선이다.

(2) $a>0$일 때, 제1사분면과 제3사분면을 지난다.

$a<0$일 때, 제2사분면과 제4사분면을 지난다.

842 정비례 관계 $y=\frac{5}{3}x$에서 $x=3$일 때 $y=5$이므로 이 그래프는 점 $(3, 5)$를 지난다.

09 정비례와 반비례

따라서 정비례 관계 $y=\frac{5}{3}x$의 그래프는 원점과 점 $(3,\ 5)$를 지나는 직선이므로 ②이다. 답 ②

843 정비례 관계 $y=-\frac{3}{4}x$에서

$x=-4$일 때, $y=3$

$x=0$일 때, $y=0$

$x=4$일 때, $y=-3$

따라서 구하는 정비례 관계의 그래프는 ④이다. 답 ④

844 정비례 관계 $y=ax\ (a\neq0)$의 그래프는 $a<0$일 때, 제2사분면과 제4사분면을 지난다.

이상에서 제2사분면과 제4사분면을 지나는 것은 ㄴ, ㄹ이다.

답 ④

845 정비례 관계 $y=\frac{1}{5}x$의 그래프는 제1사분면과 제3사분면을 지나는 직선이다.

따라서 $x<0$일 때, 정비례 관계 $y=\frac{1}{5}x$의 그래프는 제3사분면을 지난다. 답 제3사분면

유형 165 정비례 관계 $y=ax\ (a\neq0)$의 그래프와 a의 절댓값 사이의 관계

본책 171쪽

정비례 관계 $y=ax\ (a\neq0)$의 그래프는

① a의 절댓값이 클수록 y축에 가깝다. → x축에서 멀다.

② a의 절댓값이 작을수록 x축에 가깝다. → y축에서 멀다.

846 정비례 관계 $y=ax\ (a\neq0)$의 그래프는 a의 절댓값이 작을수록 x축에 가깝다.

따라서 $\left|\frac{1}{4}\right|<\left|-\frac{1}{3}\right|<\left|\frac{5}{2}\right|<|3|<|-6|$이므로 x축에 가장 가까운 것은 ①이다. 답 ①

847 (i) $a>0$일 때,

정비례 관계 $y=ax$의 그래프는 제1사분면과 제3사분면을 지나고, $y=\frac{1}{2}x$의 그래프보다 x축에 가까우므로

$a<\frac{1}{2}$

(ii) $a<0$일 때,

정비례 관계 $y=ax$의 그래프는 제2사분면과 제4사분면을 지나고, $y=-3x$의 그래프보다 x축에 가까우므로

$|a|<|-3| \qquad \therefore a>-3$

(i), (ii)에서 상수 a의 값이 될 수 없는 것은 ①이다. 답 ①

848 정비례 관계 $y=ax$, $y=bx$의 그래프는 제1사분면과 제3사분면을 지나므로

$a>0,\ b>0$

이때 $y=bx$의 그래프가 $y=ax$의 그래프보다 y축에 가까우므로

$0<a<b$

정비례 관계 $y=cx$, $y=dx$의 그래프는 제2사분면과 제4사분면을 지나므로

$c<0,\ d<0$

이때 $y=cx$의 그래프가 $y=dx$의 그래프보다 y축에 가까우므로

$|c|>|d| \qquad \therefore c<d<0$

$\therefore c<d<a<b$ 답 ②

유형 166 정비례 관계 $y=ax\ (a\neq0)$의 그래프가 지나는 점

본책 171쪽

정비례 관계 $y=ax\ (a\neq0)$의 그래프가 점 $(p,\ q)$를 지난다.

➜ $y=ax$에 $x=p$, $y=q$를 대입하면 등식이 성립한다.

849 정비례 관계 $y=ax$의 그래프가 점 $(8,\ -10)$을 지나므로 $y=ax$에 $x=8$, $y=-10$을 대입하면

$-10=8a \qquad \therefore a=-\frac{5}{4} \qquad \therefore y=-\frac{5}{4}x$

이 그래프가 점 $\left(b,\ \frac{1}{4}\right)$을 지나므로 $y=-\frac{5}{4}x$에 $x=b$, $y=\frac{1}{4}$을 대입하면

$\frac{1}{4}=-\frac{5}{4}b \qquad \therefore b=-\frac{1}{5}$

$\therefore a-b=-\frac{5}{4}-\left(-\frac{1}{5}\right)=-\frac{21}{20}$ 답 $-\frac{21}{20}$

850 정비례 관계 $y=\frac{7}{4}x$의 그래프가 점 $(a,\ 14)$를 지나므로 $y=\frac{7}{4}x$에 $x=a$, $y=14$를 대입하면

$14=\frac{7}{4}a \qquad \therefore a=8$ 답 ③

851 $\frac{y}{x}$의 값이 일정한 그래프는 정비례 관계의 그래프이므로 $y=ax\ (a\neq0)$라 하자.

이 그래프가 점 $(6,\ -5)$를 지나므로 $y=ax$에 $x=6$, $y=-5$를 대입하면

$-5=6a \qquad \therefore a=-\frac{5}{6} \qquad \therefore y=-\frac{5}{6}x$

$y=-\frac{5}{6}x$에 주어진 각 점의 좌표를 대입하면

① $-5\neq-\frac{5}{6}\times(-6)$ ② $2\neq-\frac{5}{6}\times(-2)$

③ $\frac{5}{6}=-\frac{5}{6}\times(-1)$ ④ $-2\neq-\frac{5}{6}\times3$

⑤ $-4\neq-\frac{5}{6}\times5$

따라서 $y=-\frac{5}{6}x$의 그래프 위의 점은 ③이다. 답 ③

852 정비례 관계의 그래프이므로 $y=ax\ (a\neq0)$라 하자.

이 그래프가 점 $(-3,\ -4)$를 지나므로 $y=ax$에 $x=-3$, $y=-4$를 대입하면

$-4=-3a \quad \therefore a=\frac{4}{3} \quad \therefore y=\frac{4}{3}x$ … 1단계

$y=\frac{4}{3}x$의 그래프가 점 $(k+5, 3k)$를 지나므로 $y=\frac{4}{3}x$에

$x=k+5$, $y=3k$를 대입하면

$3k=\frac{4}{3}(k+5), \quad 9k=4k+20$

$5k=20 \quad \therefore k=4$ … 2단계

답 4

단계	채점 요소	비율
1	정비례 관계의 그래프의 식 구하기	60 %
2	k의 값 구하기	40 %

853 점 A의 x좌표를 a라 하면 점 A가 정비례 관계 $y=2x$의 그래프 위의 점이므로 $y=2x$에 $x=a$를 대입하면

$y=2a \quad \therefore \mathrm{A}(a, 2a)$

이때 사각형 ABCD는 한 변의 길이가 4인 정사각형이므로

$\mathrm{C}(a+4, 2a-4)$

점 $\mathrm{C}(a+4, 2a-4)$는 정비례 관계 $y=\frac{1}{2}x$의 그래프 위의 점이므로 $y=\frac{1}{2}x$에 $x=a+4$, $y=2a-4$를 대입하면

$2a-4=\frac{1}{2}(a+4), \quad 3a=12$

$\therefore a=4$

따라서 점 A의 y좌표는 $\quad 2a=2\times4=8$

답 8

유형 167 정비례 관계 $y=ax\ (a\neq0)$의 그래프의 성질

본책 172쪽

(1) 원점을 지나는 직선이다.

(2) $a>0$일 때, 제1사분면과 제3사분면을 지나고, x의 값이 증가하면 y의 값도 증가한다.

$a<0$일 때, 제2사분면과 제4사분면을 지나고, x의 값이 증가하면 y의 값은 감소한다.

854 ㄷ. 제2사분면과 제4사분면을 지난다.

ㄹ. $|-3|<|4|$이므로 $y=4x$의 그래프보다 x축에 가깝다.

이상에서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㅁ이다.

답 ㄱ, ㄴ, ㅁ

855 ① 제1사분면과 제3사분면을 지난다.

② x의 값이 증가하면 y의 값도 증가한다.

③ 점 $(6, 1)$을 지난다.

⑤ $y=-\frac{1}{6}x$의 그래프와 원점에서 만난다.

따라서 옳은 것은 ④이다.

답 ④

856 ① $a>0$일 때, 제1사분면과 제3사분면을 지난다.

④ a의 절댓값이 작을수록 x축에 가깝다.

따라서 옳지 않은 것은 ①, ④이다.

답 ①, ④

만점 공략 노트

정비례 관계 $y=ax\ (a\neq0)$의 그래프는 항상 원점을 지남을 확인하기

➜ $y=ax$에 $x=0$을 대입하면 a의 값에 관계없이 $y=0$이다.

즉 정비례 관계 $y=ax\ (a\neq0)$의 그래프는 항상 원점을 지난다.

유형 168 정비례 관계의 그래프가 주어진 경우

본책 172쪽

그래프가 원점을 지나는 직선이면 정비례 관계의 그래프이다.

➜ $y=ax\ (a\neq0)$로 놓고 $y=ax$에 원점을 제외한 직선 위의 한 점의 좌표를 대입하여 a의 값을 구한다.

857 그래프가 원점을 지나는 직선이므로 $y=ax\ (a\neq0)$라 하자. 이 직선이 점 $(-5, 8)$을 지나므로 $y=ax$에 $x=-5$, $y=8$을 대입하면

$8=-5a \quad \therefore a=-\frac{8}{5} \quad \therefore y=-\frac{8}{5}x$

$y=-\frac{8}{5}x$에 $x=k$, $y=16$을 대입하면

$16=-\frac{8}{5}k \quad \therefore k=-10$

답 ⑤

858 그래프가 원점을 지나는 직선이므로 $y=ax\ (a\neq0)$라 하자. 이 직선이 점 $(4, 3)$을 지나므로 $y=ax$에 $x=4$, $y=3$을 대입하면

$3=4a \quad \therefore a=\frac{3}{4} \quad \therefore y=\frac{3}{4}x$

$y=\frac{3}{4}x$에 주어진 각 점의 좌표를 대입하면

① $-9=\frac{3}{4}\times(-12)$ ② $-\frac{1}{4}=\frac{3}{4}\times\left(-\frac{1}{3}\right)$

③ $\frac{1}{8}=\frac{3}{4}\times\frac{1}{6}$ ④ $\frac{2}{3}\neq\frac{3}{4}\times2$

⑤ $\frac{9}{2}=\frac{3}{4}\times6$

따라서 $y=\frac{3}{4}x$의 그래프 위의 점이 아닌 것은 ④이다.

답 ④

859 주어진 직선은 원점을 지나는 직선이므로 $y=ax\ (a\neq0)$라 하자. 이 직선이 점 $(-3, 12)$를 지나므로 $y=ax$에 $x=-3$, $y=12$를 대입하면

$12=-3a \quad \therefore a=-4 \quad \therefore y=-4x$

$y=-4x$에 $x=k$, $y=20$을 대입하면

$20=-4k \quad \therefore k=-5$

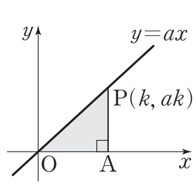
답 -5

유형 169 정비례 관계 $y=ax\ (a\neq0)$의 그래프와 도형의 넓이

본책 173쪽

정비례 관계 $y=ax\ (a>0)$의 그래프 위의 한 점 P의 좌표를 (k, ak) $(k>0)$라 하면 삼각형 POA의 넓이는

$\frac{1}{2}\times k\times ak$



09 정비례와 반비례

860 점 A의 x좌표가 -6이므로 $y=-\frac{3}{2}x$에 $x=-6$을 대입하면

$y=-\frac{3}{2}\times(-6)=9$ $\quad\therefore$ A$(-6,\ 9)$

따라서 (선분 OB의 길이)$=6$, (선분 AB의 길이)$=9$이므로

(삼각형 ABO의 넓이)$=\frac{1}{2}\times6\times9=27$ 답 ②

861 두 점 A, B의 x좌표가 모두 8이므로 $y=x$에 $x=8$을 대입하면

$y=8$ $\quad\therefore$ A$(8,\ 8)$

$y=-\frac{3}{4}x$에 $x=8$을 대입하면

$y=-\frac{3}{4}\times8=-6$ $\quad\therefore$ B$(8,\ -6)$

따라서 (선분 AB의 길이)$=8-(-6)=14$이고, 삼각형 AOB에서 선분 AB를 밑변으로 했을 때 삼각형 AOB의 높이는 8이므로

(삼각형 AOB의 넓이)$=\frac{1}{2}\times14\times8=56$ 답 ④

862 $y=-3x$에 $x=-3$, $y=a$를 대입하면

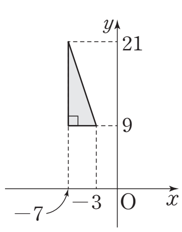
$a=-3\times(-3)=9$

$y=-3x$에 $x=b$, $y=21$을 대입하면

$21=-3b$ $\quad\therefore b=-7$

따라서 세 점 $(-3,\ 9)$, $(-7,\ 21)$, $(-7,\ 9)$를 좌표평면 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같으므로 구하는 삼각형의 넓이는

$\frac{1}{2}\times\{-3-(-7)\}\times(21-9)=24$



답 24

863 점 A의 x좌표가 4이므로 $\quad$ A$(4,\ 4a)$

(선분 OB의 길이)$=5$이고, 삼각형 AOB에서 선분 OB를 밑변으로 했을 때 삼각형 AOB의 높이는 $4a$이므로

(삼각형 AOB의 넓이)$=\frac{1}{2}\times5\times4a=10a$

즉 $10a=14$이므로 $\quad a=\frac{7}{5}$ 답 ②

864 두 점 A, B의 좌표는 각각 $(6,\ 6a)$, $(12,\ 12a)$이고 (선분 CD의 길이)$=12-6=6$이므로

(사각형 ACDB의 넓이)$=\frac{1}{2}\times(6a+12a)\times6$

$=54a$ ⋯ 1단계

즉 $54a=36$이므로 $\quad a=\frac{2}{3}$ ⋯ 2단계

답 $\frac{2}{3}$

단계	채점 요소	비율
1	사각형 ACDB의 넓이를 a에 대한 식으로 나타내기	70 %
2	a의 값 구하기	30 %

유형 170 반비례 관계

본책 174쪽

y가 x에 반비례한다.

➜ x의 값이 2배, 3배, 4배, ⋯로 변함에 따라 y의 값은 $\frac{1}{2}$배, $\frac{1}{3}$배, $\frac{1}{4}$배, ⋯로 변한다.

➜ $y=\frac{a}{x}$, $xy=a$ $(a\neq0)$의 꼴

865 ① 정비례 관계도 아니고 반비례 관계도 아니다.

②, ⑤ y가 x에 정비례한다.

④ $xy=-2$에서 $y=-\frac{2}{x}$이므로 y가 x에 반비례한다.

따라서 y가 x에 반비례하는 것은 ③, ④이다. 답 ③, ④

866 ① $x+y=16$이므로 $\quad y=-x+16$

즉 정비례 관계도 아니고 반비례 관계도 아니다.

② $y=20x$ (정비례)

③ $y=\frac{x}{20}$ (정비례)

④ (정삼각형의 둘레의 길이)$=3\times$(한 변의 길이)이므로

$y=3x$ (정비례)

⑤ (시간)$=\frac{(거리)}{(속력)}$이므로 $\quad y=\frac{15}{x}$ (반비례)

따라서 y가 x에 반비례하는 것은 ⑤이다. 답 ⑤

867 ㄷ. x의 값이 2배가 되면 y의 값은 $\frac{1}{2}$배가 된다.

ㄹ. $y=\frac{5}{x}$에 $x=-10$을 대입하면

$y=\frac{5}{-10}=-\frac{1}{2}$

이상에서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄹ이다. 답 ㄱ, ㄴ, ㄹ

유형 171 반비례 관계의 식 구하기

본책 174쪽

y가 x에 반비례하고 x, y의 값이 주어지면

➜ $y=\frac{a}{x}$ $(a\neq0)$로 놓고 주어진 x, y의 값을 대입하여 a의 값을 구한다.

868 y가 x에 반비례하므로 $y=\frac{a}{x}$ $(a\neq0)$라 하고 $x=6$, $y=3$을 대입하면

$3=\frac{a}{6}$ $\quad\therefore a=18$ $\quad\therefore y=\frac{18}{x}$

$y=\frac{18}{x}$에 $y=-9$를 대입하면

$-9=\frac{18}{x}$ $\quad\therefore x=-2$ 답 ②

869 y가 x에 반비례하므로 $y=\frac{a}{x}$ $(a\neq0)$라 하고 $x=-8$, $y=\frac{5}{2}$를 대입하면

$\frac{5}{2}=-\frac{a}{8}$, $\quad -2a=40 \quad \therefore a=-20$

$\therefore y=-\frac{20}{x}$ … 1단계

$y=-\frac{20}{x}$에 $x=15$를 대입하면

$y=-\frac{20}{15}=-\frac{4}{3}$ … 2단계

답 $-\frac{4}{3}$

단계	채점 요소	비율
1	x와 y 사이의 관계를 나타내는 식 구하기	70 %
2	$x=15$일 때 y의 값 구하기	30 %

870 y가 x에 반비례하므로 $y=\frac{a}{x}$ $(a\neq0)$라 하고 $x=-8$, $y=-4$를 대입하면

$-4=\frac{a}{-8} \quad \therefore a=32 \quad \therefore y=\frac{32}{x}$

$y=\frac{32}{x}$에 $x=-2$, $y=A$를 대입하면

$A=\frac{32}{-2}=-16$

$y=\frac{32}{x}$에 $x=B$, $y=4$를 대입하면

$4=\frac{32}{B} \quad \therefore B=8$

$\therefore A+B=-16+8=-8$

답 ①

871 조건 (가)에서 xy의 값은 일정한 양수이므로 y는 x에 반비례한다. 즉 $y=\frac{a}{x}$ $(a>0)$라 하자.

조건 (나)에서 $y=\frac{a}{x}$에 $x=2$를 대입하면 $\quad y=\frac{a}{2}$

$y=\frac{a}{x}$에 $x=7$을 대입하면 $\quad y=\frac{a}{7}$

이때 $\frac{a}{2}-\frac{a}{7}=5$이므로 $\quad \frac{5}{14}a=5$

$\therefore a=14$

따라서 $y=\frac{14}{x}$이므로 $y=14$를 대입하면

$14=\frac{14}{x} \quad \therefore x=1$

답 1

유형 172 반비례 관계 $y=\frac{a}{x}$ $(a\neq0)$의 활용 ; x와 y 사이의 관계를 나타내는 식 구하기

본책 175쪽

변하는 두 양 x, y에 대하여

y가 x에 반비례하는 경우, xy의 값이 일정한 경우

에는 $y=\frac{a}{x}$ $(a\neq0)$로 놓고 a의 값을 구한다.

872 기체의 부피는 압력에 반비례하므로 $y=\frac{a}{x}$ $(a\neq0)$라 하고 $x=3$, $y=30$을 대입하면

$30=\frac{a}{3} \quad \therefore a=90 \quad \therefore y=\frac{90}{x}$

답 ④

873 직사각형의 모양의 큰 타일에서

(가로에 놓인 타일의 개수)×(세로에 놓인 타일의 개수)=48

이므로 $\quad xy=48 \quad \therefore y=\frac{48}{x}$

답 ⑤

874 15대의 기계를 10시간 동안 가동하여 작업한 일의 양과 x대의 기계를 y시간 동안 가동하여 작업한 일의 양이 같으므로

$15\times10=xy \quad \therefore y=\frac{150}{x}$

답 $y=\frac{150}{x}$

유형 173 반비례 관계 $y=\frac{a}{x}$ $(a\neq0)$의 활용

본책 175쪽

❶ y가 x에 반비례하면 $y=\frac{a}{x}$ $(a\neq0)$로 놓고 x와 y 사이의 관계를 나타내는 식을 구한다.

❷ $x=p$ 또는 $y=q$를 대입하여 필요한 값을 구한다.

875 두 톱니바퀴가 각각 회전하는 동안 맞물린 톱니의 수는 같으므로

$24\times3=xy \quad \therefore y=\frac{72}{x}$

$y=\frac{72}{x}$에 $x=18$을 대입하면 $\quad y=\frac{72}{18}=4$

따라서 작은 톱니바퀴의 톱니가 18개일 때, 회전수는 4번이다.

답 ③

876 ㄱ. 속력이 일정한 음파의 파장은 진동수에 반비례하므로

$y=\frac{a}{x}$ $(a\neq0)$라 하자.

음파의 진동수가 10 Hz일 때 파장이 36 m이므로 $y=\frac{a}{x}$에 $x=10$, $y=36$을 대입하면

$36=\frac{a}{10} \quad \therefore a=360 \quad \therefore y=\frac{360}{x}$

ㄴ. $y=\frac{360}{x}$에 $x=30$을 대입하면 $\quad y=\frac{360}{30}=12$

따라서 파장은 12 m이다.

ㄷ. $y=\frac{360}{x}$에 $y=60$을 대입하면

$60=\frac{360}{x} \quad \therefore x=6$

따라서 진동수는 6 Hz이다.

이상에서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ이다.

답 ㄱ, ㄴ

877 (삼각형의 넓이)$=\frac{1}{2}\times$(밑변의 길이)×(높이)이므로

$\frac{1}{2}\times x\times y=\frac{1}{2}\times4\times10 \quad \therefore y=\frac{40}{x}$ … 1단계

$y=\dfrac{40}{x}$에 $y=8$을 대입하면

$$8=\frac{40}{x} \qquad \therefore x=5$$

따라서 삼각형의 밑변의 길이는 $5\,\mathrm{cm}$이다. … 2단계

답 $5\,\mathrm{cm}$

단계	채점 요소	비율
1	x와 y 사이의 관계를 나타내는 식 구하기	70 %
2	삼각형의 높이가 $8\,\mathrm{cm}$일 때, 밑변의 길이 구하기	30 %

878 (1) (주행 거리) = (연비) × (연료의 양)이므로

$$xy=12\times24 \qquad \therefore y=\frac{288}{x}$$

(2) $y=\dfrac{288}{x}$에 $x=18$을 대입하면 $y=\dfrac{288}{18}=16$

$y=\dfrac{288}{x}$에 $x=30$을 대입하면 $y=\dfrac{288}{30}=\dfrac{48}{5}$

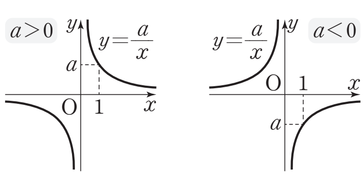
따라서 필요한 연료의 양의 차는

$$16-\frac{48}{5}=\frac{32}{5}\,(\mathrm{L})$$

답 (1) $y=\dfrac{288}{x}$ (2) $\dfrac{32}{5}\,\mathrm{L}$

유형 174 반비례 관계 $y=\dfrac{a}{x}\,(a\neq0)$의 그래프

본책 176쪽



(1) 좌표축에 가까워지면서 한없이 뻗어 나가는 한 쌍의 매끄러운 곡선이다.
(2) $a>0$일 때, 제1사분면과 제3사분면을 지난다.
$a<0$일 때, 제2사분면과 제4사분면을 지난다.

879 반비례 관계 $y=-\dfrac{6}{x}$의 그래프는 제2사분면과 제4사분면을 지나고 좌표축에 가까워지면서 한없이 뻗어 나가는 한 쌍의 매끄러운 곡선이다.
그런데 $x<0$이므로 그래프는 제2사분면에만 그려진다.
이때 점 $(-2,\ 3)$을 지나므로 $x<0$일 때, 반비례 관계 $y=-\dfrac{6}{x}$의 그래프는 ②이다.

답 ②

880 반비례 관계 $y=\dfrac{4}{x}$의 그래프는 제1사분면과 제3사분면을 지나고 좌표축에 가까워지면서 한없이 뻗어 나가는 한 쌍의 매끄러운 곡선이다.
이때 점 $(1,\ 4)$를 지나므로 반비례 관계 $y=\dfrac{4}{x}$의 그래프는 ②이다.

답 ②

881 정비례 관계 $y=ax\ (a\neq0)$의 그래프와 반비례 관계 $y=\dfrac{a}{x}\ (a\neq0)$의 그래프는 모두 $a>0$일 때 제1사분면과 제3사분면을 지난다.
이상에서 제3사분면을 지나는 것은 ㄱ, ㄹ, ㅂ이다.

답 ㄱ, ㄹ, ㅂ

유형 175 반비례 관계 $y=\dfrac{a}{x}\,(a\neq0)$의 그래프와 a의 절댓값 사이의 관계

본책 176쪽

반비례 관계 $y=\dfrac{a}{x}\ (a\neq0)$의 그래프는
① a의 절댓값이 클수록 원점에서 멀다.
② a의 절댓값이 작을수록 원점에 가깝다.

882 반비례 관계 $y=\dfrac{a}{x}$의 그래프가 제1사분면과 제3사분면을 지나므로 $a>0$
이때 $y=\dfrac{a}{x}$의 그래프가 $y=\dfrac{5}{x}$의 그래프보다 원점에 가까우므로

$|a|<5$

$\therefore 0<a<5$

답 ③

883 반비례 관계 $y=\dfrac{a}{x}\ (a\neq0)$의 그래프는 a의 절댓값이 클수록 원점에서 멀다.
따라서 $\left|\dfrac{1}{8}\right|<\left|-\dfrac{1}{2}\right|<|-2|<|-5|<|7|$이므로 원점에서 가장 멀리 떨어진 것은 ㄱ이고, 원점에 가장 가까운 것은 ㄹ이다.

답 ②

884 ㄱ. 정비례 관계 $y=ax$의 그래프는 제1사분면과 제3사분면을 지나므로 $a>0$
두 반비례 관계 $y=\dfrac{b}{x}$, $y=\dfrac{c}{x}$의 그래프는 제2사분면과 제4사분면을 지나므로 $b<0,\ c<0$
이때 $y=\dfrac{b}{x}$의 그래프가 $y=\dfrac{c}{x}$의 그래프보다 원점에서 멀리 떨어져 있으므로

$|b|>|c| \qquad \therefore b<c$

즉 $a>0,\ b<c<0$이므로 $b<c<a$

ㄴ. $a>0$이므로 $y=\dfrac{a}{x}$의 그래프는 제1사분면과 제3사분면을 지난다.
ㄷ. $b<c<0$이므로 $y=cx$의 그래프는 $y=bx$의 그래프보다 x축에 가깝다.
이상에서 옳은 것은 ㄴ, ㄷ이다.

답 ⑤

유형 176 반비례 관계 $y=\dfrac{a}{x}\,(a\neq0)$의 그래프가 지나는 점

본책 177쪽

반비례 관계 $y=\dfrac{a}{x}\ (a\neq0)$의 그래프가 점 $(p,\ q)$를 지난다.
➜ $y=\dfrac{a}{x}$에 $x=p$, $y=q$를 대입하면 등식이 성립한다.

885 반비례 관계 $y=\frac{a}{x}$의 그래프가 점 $(2,\ -12)$를 지나므로

$y=\frac{a}{x}$에 $x=2,\ y=-12$를 대입하면

$-12=\frac{a}{2}\qquad \therefore a=-24\qquad \therefore y=-\frac{24}{x}$

반비례 관계 $y=-\frac{24}{x}$의 그래프가 점 $(-3,\ k)$를 지나므로

$y=-\frac{24}{x}$에 $x=-3,\ y=k$를 대입하면

$k=-\frac{24}{-3}=8$

$\therefore a+k=-24+8=-16$

답 ①

886 xy의 값이 일정하므로 y는 x에 반비례한다.

$y=\frac{a}{x}\ (a\neq 0)$라 하면 이 그래프가 점 $(6,\ 7)$을 지나므로

$y=\frac{a}{x}$에 $x=6,\ y=7$을 대입하면

$7=\frac{a}{6}\qquad \therefore a=42\qquad \therefore y=\frac{42}{x}$

$y=\frac{42}{x}$에 주어진 각 점의 좌표를 대입하면

① $7\neq\frac{42}{-6}$ ② $21\neq\frac{42}{-2}$ ③ $-21\neq\frac{42}{2}$

④ $21\neq\frac{42}{7}$ ⑤ $2=\frac{42}{21}$

따라서 반비례 관계 $y=\frac{42}{x}$의 그래프 위의 점은 ⑤이다. 답 ⑤

887 반비례 관계 $y=\frac{a}{x}$의 그래프 위의 두 점 A, B의 좌표는 각각

$\left(-2,\ -\frac{a}{2}\right),\ \left(4,\ \frac{a}{4}\right)$ … 1단계

이때 두 점의 y좌표의 합이 $-\frac{2}{3}$이므로

$-\frac{a}{2}+\frac{a}{4}=-\frac{2}{3},\qquad -\frac{a}{4}=-\frac{2}{3}$

$\therefore a=\frac{8}{3}$ … 2단계

답 $\frac{8}{3}$

단계	채점 요소	비율
1	두 점 A, B의 좌표를 a에 대한 식으로 나타내기	50 %
2	a의 값 구하기	50 %

888 반비례 관계 $y=\frac{a}{x}$의 그래프가 점 $\left(12,\ -\frac{3}{4}\right)$을 지나므로

$y=\frac{a}{x}$에 $x=12,\ y=-\frac{3}{4}$을 대입하면

$-\frac{3}{4}=\frac{a}{12}\qquad \therefore a=-9\qquad \therefore y=-\frac{9}{x}$

따라서 반비례 관계 $y=-\frac{9}{x}$의 그래프 위의 점 중에서 x좌표와 y좌표가 모두 정수인 점은

$(-9,\ 1),\ (-3,\ 3),\ (-1,\ 9),\ (1,\ -9),$

$(3,\ -3),\ (9,\ -1)$

의 6개이다. 답 ②

유형 177 반비례 관계 $y=\frac{a}{x}\ (a\neq 0)$의 그래프의 성질

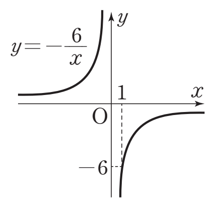
본책 178쪽

(1) 좌표축에 가까워지면서 한없이 뻗어 나가는 한 쌍의 매끄러운 곡선이다.

(2) $a>0$일 때, 제1사분면과 제3사분면을 지나고, 각 사분면에서 x의 값이 증가하면 y의 값은 감소한다.

$a<0$일 때, 제2사분면과 제4사분면을 지나고, 각 사분면에서 x의 값이 증가하면 y의 값도 증가한다.

889 반비례 관계 $y=-\frac{6}{x}$의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.

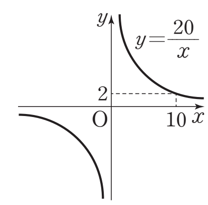


ㄴ. 제2사분면과 제4사분면을 지난다.

ㄹ. $|-6|<|7|$이므로 $y=\frac{7}{x}$의 그래프보다 원점에 가깝다.

이상에서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다. 답 ㄱ, ㄷ

890 반비례 관계 $y=\frac{20}{x}$의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



① 점 $(10,\ 2)$를 지난다.

② 제1사분면과 제3사분면을 지난다.

④ $|18|<|20|$이므로 $y=\frac{18}{x}$의 그래프보다 원점에서 멀다.

따라서 옳은 것은 ③, ⑤이다. 답 ③, ⑤

891 ① 점 $(a,\ 1)$을 지나는 한 쌍의 매끄러운 곡선이다.

② 원점을 지나지 않는다.

④ $a<0$이면 $y=\frac{a}{x}$의 그래프는 제2사분면과 제4사분면을 지나고 정비례 관계 $y=5x$의 그래프는 제1사분면과 제3사분면을 지나므로 만나지 않는다.

⑤ $|a|=|-a|$이므로 $y=-\frac{a}{x}$의 그래프와 원점에서 멀리 떨어져 있는 정도가 같다.

따라서 옳은 것은 ③이다. 답 ③

유형 178 반비례 관계의 그래프가 주어진 경우

본책 178쪽

그래프가 좌표축에 가까워지면서 한없이 뻗어 나가는 한 쌍의 매끄러운 곡선이면 반비례 관계의 그래프이다.

➜ $y=\frac{a}{x}\ (a\neq 0)$로 놓고 $y=\frac{a}{x}$에 곡선 위의 한 점의 좌표를 대입하여 a의 값을 구한다.

892 그래프가 좌표축에 가까워지면서 한없이 뻗어 나가는 한 쌍의 매끄러운 곡선이므로 $y=\frac{a}{x}\ (a\neq 0)$라 하자.

이 그래프가 점 $\left(-\frac{5}{2},\ -1\right)$을 지나므로 $y=\frac{a}{x}$에 $x=-\frac{5}{2}$, $y=-1$을 대입하면

$-1=-\frac{2}{5}a \qquad \therefore a=\frac{5}{2} \qquad \therefore y=\frac{5}{2x}$

$y=\frac{5}{2x}$에 $x=2$, $y=k$를 대입하면

$k=\frac{5}{4}$

답 ②

893 반비례 관계 $y=\frac{a}{x}$의 그래프가 점 $(3,\ 1)$을 지나므로 $y=\frac{a}{x}$에 $x=3$, $y=1$을 대입하면

$1=\frac{a}{3} \qquad \therefore a=3$ … 1단계

반비례 관계 $y=\frac{b}{x}$의 그래프가 점 $(1,\ -4)$를 지나므로

$y=\frac{b}{x}$에 $x=1$, $y=-4$를 대입하면

$-4=\frac{b}{1} \qquad \therefore b=-4$ … 2단계

$\therefore ab=3\times(-4)=-12$ … 3단계

답 -12

단계	채점 요소	비율
1	a의 값 구하기	40 %
2	b의 값 구하기	40 %
3	ab의 값 구하기	20 %

894 그래프가 좌표축에 가까워지면서 한없이 뻗어 나가는 한 쌍의 매끄러운 곡선이므로 $y=\frac{a}{x}\ (a\neq0)$라 하자.

$y=\frac{a}{x}$에 $x=-2$, $y=\frac{1}{4}$을 대입하면

$\frac{1}{4}=\frac{a}{-2} \qquad \therefore a=-\frac{1}{2} \qquad \therefore y=-\frac{1}{2x}$

④ $y=-\frac{1}{2x}$에 $x=4$, $y=-8$을 대입하면

$-8\neq-\frac{1}{8}$

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

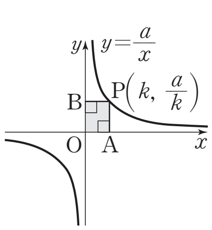
답 ④

유형 179 반비례 관계 $y=\frac{a}{x}\ (a\neq0)$의 그래프와 도형의 넓이

본책 179쪽

반비례 관계 $y=\frac{a}{x}\ (a>0)$의 그래프 위의 한 점 P의 좌표를 $\left(k,\ \frac{a}{k}\right)$ $(k>0)$라 하면 직사각형 OAPB의 넓이는

$k\times\frac{a}{k}=a$



895 점 P의 x좌표를 $k\ (k>0)$라 하면 $P\left(k,\ \frac{a}{k}\right)$이고, $A(k,\ 0)$이다.

이때 직사각형 OAPB의 넓이가 16이므로

$k\times\frac{a}{k}=16 \qquad \therefore a=16$

답 16

896 점 $A(a,\ b)$가 $y=\frac{15}{x}$의 그래프 위의 점이므로 $y=\frac{15}{x}$에 $x=a$, $y=b$를 대입하면

$b=\frac{15}{a}$ … 1단계

이때 $B(a,\ 0)$이므로 삼각형 OBA의 넓이는

$\frac{1}{2}\times a\times\frac{15}{a}=\frac{15}{2}$ … 2단계

답 $\frac{15}{2}$

단계	채점 요소	비율
1	b를 a에 대한 식으로 나타내기	50 %
2	삼각형 OBA의 넓이 구하기	50 %

897 반비례 관계 $y=\frac{a}{x}$의 그래프가 점 $A(-6,\ -6)$을 지나므로 $y=\frac{a}{x}$에 $x=-6$, $y=-6$을 대입하면

$-6=\frac{a}{-6} \qquad \therefore a=36 \qquad \therefore y=\frac{36}{x}$

$y=\frac{36}{x}$의 그래프가 점 C를 지나므로 $y=\frac{36}{x}$에 $x=4$를 대입하면

$y=\frac{36}{4}=9 \qquad \therefore C(4,\ 9)$

따라서 직사각형 ABCD의 넓이는

$\{4-(-6)\}\times\{9-(-6)\}=10\times15=150$

답 150

유형 180 정비례 관계와 반비례 관계의 그래프가 만나는 점

본책 179쪽

정비례 관계 $y=ax\ (a\neq0)$의 그래프와 반비례 관계 $y=\frac{b}{x}\ (b\neq0)$의 그래프가 점 $(p,\ q)$에서 만난다.

➜ $y=ax$, $y=\frac{b}{x}$에 $x=p$, $y=q$를 각각 대입하면 등식이 성립한다.

898 점 A가 정비례 관계 $y=\frac{1}{3}x$의 그래프 위의 점이므로 $y=\frac{1}{3}x$에 $x=3$을 대입하면

$y=\frac{1}{3}\times3=1 \qquad \therefore A(3,\ 1)$

또 점 A는 반비례 관계 $y=\frac{a}{x}$의 그래프 위의 점이므로 $y=\frac{a}{x}$에 $x=3$, $y=1$을 대입하면

$1=\frac{a}{3} \qquad \therefore a=3$

답 ①

899 정비례 관계 $y=-\frac{4}{7}x$의 그래프가 점 $A\left(-\frac{7}{2}, b\right)$를 지나므로 $y=-\frac{4}{7}x$에 $x=-\frac{7}{2}$, $y=b$를 대입하면

$b=-\frac{4}{7}\times\left(-\frac{7}{2}\right)=2 \quad \therefore A\left(-\frac{7}{2}, 2\right)$

반비례 관계 $y=\frac{a}{x}$의 그래프가 점 $A\left(-\frac{7}{2}, 2\right)$를 지나므로 $y=\frac{a}{x}$에 $x=-\frac{7}{2}$, $y=2$를 대입하면

$2=a\times\left(-\frac{2}{7}\right) \quad \therefore a=-7$

$\therefore y=-\frac{7}{x}$

또 정비례 관계 $y=-\frac{4}{7}x$의 그래프가 점 $B(c, -2)$를 지나므로 $y=-\frac{4}{7}x$에 $x=c$, $y=-2$를 대입하면

$-2=-\frac{4}{7}c \quad \therefore c=\frac{7}{2}$

$\therefore a+bc=-7+2\times\frac{7}{2}=-7+7=0$ 　 답 0

900 정비례 관계 $y=ax$의 그래프가 점 A를 지나므로

$A(-2, -2a)$

정비례 관계 $y=ax$의 그래프가 점 B를 지나므로

$B(2, 2a)$

$\therefore C(-2, 2a)$, $D(2, -2a)$

직사각형 ACBD의 넓이가 24이므로

$\{2-(-2)\}\times(-2a-2a)=24, \quad -16a=24$

$\therefore a=-\frac{3}{2}$

즉 $A(-2, 3)$이고 반비례 관계 $y=\frac{b}{x}$의 그래프가 점 A를 지나므로 $y=\frac{b}{x}$에 $x=-2$, $y=3$을 대입하면

$3=\frac{b}{-2} \quad \therefore b=-6$

$\therefore ab=-\frac{3}{2}\times(-6)=9$ 　 답 ⑤

901 점 $A(5, p)$가 반비례 관계 $y=\frac{15}{x}$의 그래프 위의 점이므로 $y=\frac{15}{x}$에 $x=5$, $y=p$를 대입하면

$p=\frac{15}{5}=3 \quad \therefore A(5, 3)$

점 $B(10, q)$가 반비례 관계 $y=\frac{15}{x}$의 그래프 위의 점이므로

$y=\frac{15}{x}$에 $x=10$, $y=q$를 대입하면

$q=\frac{15}{10}=\frac{3}{2} \quad \therefore B\left(10, \frac{3}{2}\right)$

(i) 정비례 관계 $y=ax$의 그래프가 점 $A(5, 3)$을 지날 때,

$y=ax$에 $x=5$, $y=3$을 대입하면

$3=5a \quad \therefore a=\frac{3}{5}$

(ii) 정비례 관계 $y=ax$의 그래프가 점 $B\left(10, \frac{3}{2}\right)$을 지날 때,

$y=ax$에 $x=10$, $y=\frac{3}{2}$을 대입하면

$\frac{3}{2}=10a \quad \therefore a=\frac{3}{20}$

(i), (ii)에서 구하는 a의 값의 범위는

$\frac{3}{20}\le a\le\frac{3}{5}$ 　 답 $\frac{3}{20}\le a\le\frac{3}{5}$

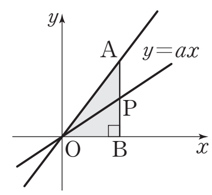
유형 181 도형의 넓이를 이등분하는 직선

본책 180쪽

정비례 관계 $y=ax$ $(a\neq0)$의 그래프가 삼각형 AOB의 넓이를 이등분한다.

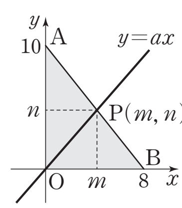
➜ (삼각형 POB의 넓이)

$=\frac{1}{2}\times$(삼각형 AOB의 넓이)



902 삼각형 AOB의 넓이는 $\frac{1}{2}\times8\times10=40$

오른쪽 그림과 같이 정비례 관계 $y=ax$의 그래프가 선분 AB와 만나는 점을 $P(m, n)$이라 하자.



정비례 관계 $y=ax$의 그래프가 삼각형 AOB의 넓이를 이등분하므로

(삼각형 AOP의 넓이)$=\frac{1}{2}\times10\times m$

$=\frac{1}{2}\times40$

$\therefore m=4$

(삼각형 POB의 넓이)$=\frac{1}{2}\times8\times n=\frac{1}{2}\times40$

$\therefore n=5$

따라서 $P(4, 5)$이므로 $y=ax$에 $x=4$, $y=5$를 대입하면

$5=4a \quad \therefore a=\frac{5}{4}$ 　 답 $\frac{5}{4}$

903 점 A의 x좌표가 3이므로 $B(3, 0)$이고, $y=5x$에 $x=3$을 대입하면

$y=5\times3=15 \quad \therefore A(3, 15)$

$\therefore$ (삼각형 AOB의 넓이)$=\frac{1}{2}\times3\times15=\frac{45}{2}$ 　 … 1단계

x좌표가 3인 정비례 관계 $y=ax$의 그래프 위의 점의 좌표는 $(3, 3a)$이고 $y=ax$의 그래프가 삼각형 AOB의 넓이를 이등분하므로

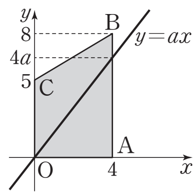
$\frac{1}{2}\times3\times3a=\frac{45}{2}\times\frac{1}{2} \quad \therefore a=\frac{5}{2}$ 　 … 2단계

답 $\frac{5}{2}$

단계	채점 요소	비율
1	삼각형 AOB의 넓이 구하기	50 %
2	a의 값 구하기	50 %

904 (사다리꼴 OABC의 넓이)$=\frac{1}{2}\times(5+8)\times4=26$

오른쪽 그림과 같이 x좌표가 4인 정비례 관계 $y=ax$의 그래프 위의 점의 좌표는 $(4,\ 4a)$이고 $y=ax$의 그래프가 사다리꼴 OABC의 넓이를 이등분하므로



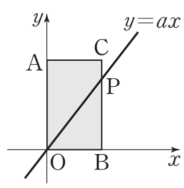
$$\frac{1}{2}\times4\times4a=26\times\frac{1}{2}\qquad\therefore a=\frac{13}{8}$$

답 $\frac{13}{8}$

유형 182 도형의 넓이를 나누는 직선

본책 180쪽

정비례 관계 $y=ax\ (a\neq0)$의 그래프가 사각형 AOBC를 두 부분으로 나눌 때, 사각형 AOPC와 삼각형 POB의 넓이의 비가 $m:n$이다.



➜ (삼각형 POB의 넓이)

$=$(사각형 AOBC의 넓이)$\times\frac{n}{m+n}$

905 (직사각형 AOBC의 넓이)$=6\times10=60$

x좌표가 6인 정비례 관계 $y=ax$의 그래프 위의 점 P의 좌표는 $(6,\ 6a)$이고 삼각형 POB의 넓이는 직사각형 AOBC의 넓이의 $\frac{2}{5}$이므로

$$\frac{1}{2}\times6\times6a=60\times\frac{2}{5}\qquad\therefore a=\frac{4}{3}$$

답 $\frac{4}{3}$

906 (직사각형 ABCD의 넓이)$=9\times10=90$

y좌표가 9인 정비례 관계 $y=ax$의 그래프 위의 점 P의 좌표는 $\left(\frac{9}{a},\ 9\right)$이고 삼각형 POD의 넓이는 직사각형 ABCD의 넓이의 $\frac{1}{5}$이므로

$$\frac{1}{2}\times\left(-\frac{9}{a}\right)\times9=90\times\frac{1}{5}$$

$$\therefore a=-\frac{9}{4}$$

답 $-\frac{9}{4}$

유형 183 두 정비례 관계의 그래프 비교하기

본책 181쪽

❶ 정비례 관계의 그래프가 지나는 원점이 아닌 점의 좌표를 각각 대입하여 x와 y 사이의 관계를 나타내는 식을 구한다.

❷ 조건을 이용하여 문제의 답을 구한다.

907 A 버스를 나타내는 그래프는 원점을 지나는 직선이므로 $y=ax\ (a\neq0)$라 하자.

이 그래프가 점 $(2,\ 500)$을 지나므로 $y=ax$에 $x=2$, $y=500$을 대입하면

$$500=2a\qquad\therefore a=250$$

$$\therefore y=250x$$

B 버스를 나타내는 그래프는 원점을 지나는 직선이므로 $y=bx\ (b\neq0)$라 하자.

이 그래프가 점 $(2,\ 300)$을 지나므로 $y=bx$에 $x=2$, $y=300$을 대입하면

$$300=2b\qquad\therefore b=150$$

$$\therefore y=150x$$

이때 c분 후 두 버스의 거리의 차가 1200 m가 된다고 하면 두 그래프에서 $x=c$일 때의 y의 값의 차가 1200이므로

$$250c-150c=1200,\qquad100c=1200$$

$$\therefore c=12$$

따라서 두 버스 A, B의 거리의 차가 1200 m가 되는 것은 학교에서 출발한 지 12분 후이다.

답 12분

908 러닝머신 위에서 달릴 때를 나타내는 그래프는 원점을 지나는 직선이므로 $y=ax\ (a\neq0)$라 하자.

이 그래프가 점 $(10,\ 500)$을 지나므로 $y=ax$에 $x=10$, $y=500$을 대입하면

$$500=10a\qquad\therefore a=50\qquad\therefore y=50x$$

걸을 때를 나타내는 그래프는 원점을 지나는 직선이므로 $y=bx\ (b\neq0)$라 하자.

이 그래프가 점 $(10,\ 200)$을 지나므로 $y=bx$에 $x=10$, $y=200$을 대입하면

$200=10b\qquad\therefore b=20\qquad\therefore y=20x$ … 1단계

$y=50x$에 $x=20$을 대입하면

$$y=50\times20=1000$$

즉 20분 동안 달릴 때 소모되는 열량은 1000 kcal이므로 $y=20x$에 $y=1000$을 대입하면

$$1000=20x\qquad\therefore x=50$$

따라서 20분 동안 달릴 때와 같은 양의 열량을 소모하려면 50분 동안 걸어야 한다. … 2단계

답 50분

단계	채점 요소	비율
1	러닝머신 위에서 달릴 때와 걸을 때, x와 y 사이의 관계를 나타내는 식 각각 구하기	50 %
2	러닝머신 위에서 20분 동안 달릴 때와 같은 양의 열량을 소모하려면 몇 분 동안 걸어야 하는지 구하기	50 %

909 ㄱ. 승우를 나타내는 그래프는 원점을 지나는 직선이므로 $y=ax\ (a\neq0)$라 하자.

$y=ax$에 $x=10$, $y=2$를 대입하면

$$2=10a\qquad\therefore a=\frac{1}{5}\qquad\therefore y=\frac{1}{5}x$$

ㄴ. 정희를 나타내는 그래프는 원점을 지나는 직선이므로 $y=bx\ (b\neq0)$라 하자.

$y=bx$에 $x=10$, $y=1$을 대입하면

$$1=10b\qquad\therefore b=\frac{1}{10}\qquad\therefore y=\frac{1}{10}x$$

ㄷ. $y=\frac{1}{5}x$에 $x=25$를 대입하면

$$y=\frac{1}{5}\times25=5$$

$y=\frac{1}{10}x$에 $x=25$를 대입하면

$$y=\frac{1}{10}\times 25=\frac{5}{2}$$

따라서 달리기 시작한 지 25분 후의 두 사람 사이의 거리는

$$5-\frac{5}{2}=\frac{5}{2}\,(\text{km})$$

ㄹ. $y=\frac{1}{5}x$에 $y=10$을 대입하면

$$10=\frac{1}{5}x \qquad \therefore x=50$$

$y=\frac{1}{10}x$에 $y=10$을 대입하면

$$10=\frac{1}{10}x \qquad \therefore x=100$$

따라서 승우는 달리기 시작한 지 50분 후에, 정희는 100분 후에 결승선을 통과하였으므로 승우가 결승선을 통과한 지 $100-50=50$ (분) 후에 정희가 결승선을 통과하였다.

이상에서 옳은 것은 ㄱ, ㄹ이다. 답 ②

910 A 물탱크를 나타내는 그래프는 원점을 지나는 직선이므로 $y=ax\ (a\neq 0)$라 하자.

$y=ax$에 $x=4$, $y=80$을 대입하면

$$80=4a \qquad \therefore a=20$$

$$\therefore y=20x$$

B 물탱크를 나타내는 그래프는 원점을 지나는 직선이므로 $y=bx\ (b\neq 0)$라 하자.

$y=bx$에 $x=6$, $y=72$를 대입하면

$$72=6b \qquad \therefore b=12$$

$$\therefore y=12x$$

이때 c분 후 두 물탱크에 남아 있는 물의 양의 차이가 64 L라 하면 A 물탱크에 c분 후 남아 있는 물의 양은

$$200-20c\ (\text{L})$$

B 물탱크에 c분 후 남아 있는 물의 양은

$$200-12c\ (\text{L})$$

이므로 $\qquad 200-12c-(200-20c)=64$

$$8c=64 \qquad \therefore c=8$$

따라서 물이 빠져나가기 시작한 지 8분 후이다. 답 8분

만점 유형 도전하기

본책 182～183쪽

911 전략 정비례 관계의 의미에 대하여 생각해 본다.

(1) 두 변수 x, y에 대하여 x의 값이 2배, 3배, 4배, …로 변함에 따라 y의 값도 2배, 3배, 4배, …로 변할 때, y는 x에 정비례한다고 한다.

(2) 증가한다는 의미로 정비례 관계가 성립한다고 했으나 한 변수가 2배, 3배, 4배, …로 변함에 따라 다른 변수도 2배, 3배, 4배, …로 변한다는 정비례 관계의 의미에 맞지 않는다.

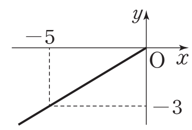
답 풀이 참조

912 전략 $y=\frac{a}{x}\ (a\neq 0)$가 성립하면 y는 x에 반비례한다.

현준: $\frac{1}{2}\times x\times y=10$이므로 $\qquad y=\frac{20}{x}$

즉 y는 x에 반비례한다.

수빈: $x<0$일 때, 정비례 관계 $y=\frac{3}{5}x$의 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 제3사분면을 지난다.



소윤: $y=\frac{a}{x}$에 $x=2$, $y=-9$를 대입하면

$$-9=\frac{a}{2} \qquad \therefore a=-18$$

$y=-\frac{18}{x}$에 $x=-3$, $y=b$를 대입하면

$$b=-\frac{18}{-3}=6$$

따라서 잘못 말한 사람은 현준, 수빈이다. 답 풀이 참조

913 전략 주어진 상황을 이해하고 x와 y 사이의 관계를 식으로 나타낸다.

(1) $20 : x=y : 15$에서 $\qquad xy=300$

$$\therefore y=\frac{300}{x} \qquad \cdots\cdots ㉠$$

(2) ㉠에 $x=25$를 대입하면

$$y=\frac{300}{25}=12$$

따라서 P 위치는 받침점으로부터 12 cm만큼 떨어진 곳으로 정해야 한다.

(3) 물체의 무게를 c g, 받침점으로부터 P 위치까지의 거리를 d cm라 하면 ㉠에서

$$d=\frac{300}{c}$$

이때 받침점으로부터 P 위치까지의 거리를 $\frac{1}{5}d$로 줄이면 위의 식에서

$$\frac{1}{5}d=\frac{1}{5}\times\frac{300}{c}=\frac{300}{5c}$$

따라서 필요한 무게는 $5c$ g, 즉 5배가 되어야 한다.

답 (1) $y=\frac{300}{x}$ (2) 12 cm (3) 5배

914 전략 x초 후의 선분 BP의 길이를 구한 후 삼각형 ABP의 넓이를 x에 대한 식으로 나타낸다.

x초 후의 선분 BP의 길이는 $4x$ cm이므로 삼각형 ABP의 넓이는

$$y=\frac{1}{2}\times 4x\times 21 \qquad \therefore y=42x$$

$y=42x$에 $y=210$을 대입하면

$$210=42x \qquad \therefore x=5$$

따라서 삼각형 ABP의 넓이가 210 cm^2가 되는 것은 점 P가 점 B를 출발한 지 5초 후이다.

답 5초

915 전략 직사각형의 넓이에서 두 직각삼각형의 넓이를 뺀다.

점 P의 y좌표가 8이므로 $y=\frac{4}{5}x$에 $y=8$을 대입하면

$8=\frac{4}{5}x \qquad \therefore x=10$

$\therefore$ P(10, 8)

점 Q의 x좌표가 12이므로 $y=\frac{1}{3}x$에 $x=12$를 대입하면

$y=\frac{1}{3}\times 12=4$

$\therefore$ Q(12, 4)

따라서 사각형 POQB의 넓이는

(직사각형 OABC의 넓이)$-$(삼각형 OPC의 넓이)

$-$(삼각형 OAQ의 넓이)

$=12\times 8-\frac{1}{2}\times 10\times 8-\frac{1}{2}\times 12\times 4$

$=96-40-24$

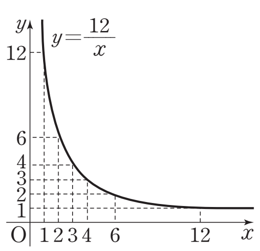
$=32$

답 32

916 전략 제1사분면 위에 그려지는 반비례 관계의 그래프에서 $x=1, 2, 3, \cdots$일 때 y좌표가 정수인 점을 각각 세어 본다.

$y=\frac{a}{x}$의 그래프가 점 $(-3, -4)$를 지나므로 $y=\frac{a}{x}$에 $x=-3$, $y=-4$를 대입하면

$-4=\frac{a}{-3} \qquad \therefore a=12$



제1사분면 위의 $y=\frac{12}{x}$의 그래프와 x축, y축으로 둘러싸인 부분에 있는 점 중에서 x좌표와 y좌표가 모두 정수인 점을 x좌표에 따라 구하면 다음과 같다.

$x=1$일 때,

(1, 1), (1, 2), (1, 3), $\cdots$, (1, 11)의 11개

$x=2$일 때, (2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (2, 5)의 5개

$x=3$일 때, (3, 1), (3, 2), (3, 3)의 3개

$x=4$일 때, (4, 1), (4, 2)의 2개

$x=5$일 때, (5, 1), (5, 2)의 2개

$x=6$일 때, (6, 1)의 1개

$x=7$일 때, (7, 1)의 1개

$x=8$일 때, (8, 1)의 1개

$x=9$일 때, (9, 1)의 1개

$x=10$일 때, (10, 1)의 1개

$x=11$일 때, (11, 1)의 1개

따라서 제1사분면 위에 있는 점 중에서 x좌표와 y좌표가 모두 정수인 점의 개수는

$11+5+3+2+2+1+1+1+1+1+1=29$

같은 방법으로 제3사분면 위에 있는 점 중에서 x좌표와 y좌표가 모두 정수인 점의 개수도 29이므로 구하는 점의 개수는

$29\times 2=58$

답 ⑤

917 전략 $x_1 : x_2=1:3$을 만족시키는 두 점 P, Q의 좌표를 각각 구한 후 두 점이 모두 정비례 관계 $y=ax$의 그래프 위의 점임을 이용한다.

$x_1 : x_2=1:3$이므로 $x_1=k$, $x_2=3k$ $(k>0)$라 하면 두 점 P, Q는 각각 두 반비례 관계 $y=\frac{1}{x}$, $y=\frac{b}{x}$의 그래프 위의 점이므로

$\mathrm{P}\left(k, \frac{1}{k}\right)$, $\mathrm{Q}\left(3k, \frac{b}{3k}\right)$

이때 두 점 P, Q는 정비례 관계 $y=ax$의 그래프 위의 점이므로 $y=ax$에 두 점 $\mathrm{P}\left(k, \frac{1}{k}\right)$, $\mathrm{Q}\left(3k, \frac{b}{3k}\right)$의 좌표를 각각 대입하면

$\frac{1}{k}=ak$, $\frac{b}{3k}=3ak$

$\frac{1}{k}=ak$에서 $\qquad ak^2=1$

$\frac{b}{3k}=3ak$에서 $\qquad b=9ak^2=9$

답 9

918 전략 그래프가 원점을 지나는 직선임을 이용하여 각 기계를 나타내는 그래프의 식을 구한다.

A 기계를 나타내는 그래프는 원점을 지나는 직선이므로 $y=ax$ $(a\neq 0)$라 하자.

이 그래프가 점 (7, 60)을 지나므로 $y=ax$에 $x=7$, $y=60$을 대입하면

$60=7a \qquad \therefore a=\frac{60}{7} \qquad \therefore y=\frac{60}{7}x$

B 기계를 나타내는 그래프는 원점을 지나는 직선이므로 $y=bx$ $(b\neq 0)$라 하자.

이 그래프가 점 (5, 10)을 지나므로 $y=bx$에 $x=5$, $y=10$을 대입하면

$10=5b \qquad \therefore b=2 \qquad \therefore y=2x$

따라서 두 기계 A, B를 동시에 x시간 동안 가동하여 생산한 부품을 y만 개라 하면

$y=\frac{60}{7}x+2x \qquad \therefore y=\frac{74}{7}x$

$y=\frac{74}{7}x$에 $y=296$을 대입하면

$296=\frac{74}{7}x \qquad \therefore x=28$

즉 296만 개의 부품을 생산하는 데 28시간이 걸린다.

답 ③

시험 만점 완성하기

본책 184~187쪽

919 전략 x와 y 사이의 관계를 나타내는 식이 $y=ax$, $\frac{y}{x}=a$ $(a\neq 0)$의 꼴 ➜ y는 x에 정비례

① $y=250x$ (정비례)

② $x+y=24$이므로 $\qquad y=-x+24$

③ 시계의 분침이 60분 동안 360° 움직이므로 1분 동안 6°씩 움직인다. 따라서 x분 동안 $6x°$ 움직이므로

$y=6x$ (정비례)

④ $y=2x$ (정비례)

⑤ $y=3x$ (정비례)

따라서 y가 x에 정비례하지 않는 것은 ②이다. 답 ②

920 전략 정비례 관계 $y=ax$의 그래프가 점 (m, n)을 지난다. ➜ $n=am$

점 A는 정비례 관계 $y=5x$의 그래프 위의 점이고 y좌표가 5이므로 $y=5x$에 $y=5$를 대입하면

$5=5x \quad \therefore x=1$

즉 점 A의 x좌표는 1이다.

점 B는 정비례 관계 $y=x$의 그래프 위의 점이고 y좌표가 5이므로 $y=x$에 $y=5$를 대입하면

$x=5$

즉 점 B의 x좌표는 5이다.

따라서 선분 AB의 길이는 $5-1=4$ 답 ④

921 전략 정비례 관계 $y=ax$의 그래프는 a의 절댓값이 클수록 y축에 가깝다.

④ $\left|-\frac{4}{3}\right|<|3|<|-8|$이므로 y축에 가장 가까운 그래프는 $y=-8x$의 그래프이다.

따라서 옳지 않은 것은 ④이다. 답 ④

922 전략 그래프가 원점을 지나는 직선이므로 그래프의 식을 $y=ax$ $(a\neq0)$로 놓는다.

그래프가 원점을 지나는 직선이므로 $y=ax$ $(a\neq0)$라 하자.

$y=ax$의 그래프가 점 $(-5, 2)$를 지나므로 $y=ax$에 $x=-5$, $y=2$를 대입하면

$2=-5a \quad \therefore a=-\frac{2}{5} \quad \therefore y=-\frac{2}{5}x$

$y=-\frac{2}{5}x$의 그래프가 점 $(m, -1)$을 지나므로 $y=-\frac{2}{5}x$에 $x=m$, $y=-1$을 대입하면

$-1=-\frac{2}{5}\times m \quad \therefore m=\frac{5}{2}$ 답 ⑤

923 전략 x와 y 사이의 관계를 식으로 나타내어 본다.

무게가 500 g인 케이크를 x조각으로 똑같이 자를 때, 한 조각의 무게가 y g이므로

$xy=500 \quad \therefore y=\frac{500}{x}$

$y=\frac{500}{x}$에 $y=20$을 대입하면

$20=\frac{500}{x} \quad \therefore x=25$

따라서 한 조각의 무게가 20 g이 되려면 케이크를 25조각으로 잘라야 한다. 답 ③

924 전략 정비례 관계 또는 반비례 관계의 그래프가 지나는 점의 좌표를 주어진 식에 대입한다.

정비례 관계 $y=ax$의 그래프가 점 $\left(-\frac{1}{3}, 4\right)$를 지나므로 $y=ax$에 $x=-\frac{1}{3}$, $y=4$를 대입하면

$4=a\times\left(-\frac{1}{3}\right) \quad \therefore a=-12$

반비례 관계 $y=\frac{b}{x}$의 그래프가 점 $(2, -4)$를 지나므로 $y=\frac{b}{x}$에 $x=2$, $y=-4$를 대입하면

$-4=\frac{b}{2} \quad \therefore b=-8$

$\therefore b-a=-8-(-12)=4$ 답 ⑤

925 전략 정비례 관계의 그래프와 반비례 관계의 그래프를 그려서 $x<0$일 때 x의 값이 증가함에 따라 y의 값이 감소하는 경우를 생각해 본다.

$x<0$일 때, x의 값이 증가함에 따라 y의 값이 감소하는 그래프는 정비례 관계 $y=ax$의 그래프에서는 $a<0$이어야 하고, 반비례 관계 $y=\frac{b}{x}$의 그래프에서는 $b>0$이어야 한다.

이때 ㄱ, ㄴ은 정비례 관계의 그래프이고, ㄷ, ㄹ은 반비례 관계의 그래프이다.

따라서 $x<0$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값은 감소하는 그래프를 식으로 나타낸 것은 ㄴ, ㄷ이다.

답 ③

926 전략 직사각형 OAPB의 넓이를 구하는 식을 세운다.

점 P의 x좌표를 k $(k>0)$라 하면 $P\left(k, \frac{15}{k}\right)$이므로

(선분 OA의 길이)$=k$, (선분 OB의 길이)$=\frac{15}{k}$

$\therefore$ (직사각형 OAPB의 넓이)$=k\times\frac{15}{k}=15$

이때 곱이 15가 되는 두 자연수 a, b의 순서쌍 (a, b)는

$(1, 15)$, $(3, 5)$, $(5, 3)$, $(15, 1)$

의 4개이므로 구하는 모든 직사각형의 넓이의 합은

$15\times4=60$ 답 ④

927 전략 y가 x에 정비례하면 x의 값이 2배, 3배, 4배, …가 될 때 y의 값도 2배, 3배, 4배, …가 되고, y가 x에 반비례하면 x의 값이 2배, 3배, 4배, …가 될 때 y의 값은 $\frac{1}{2}$배, $\frac{1}{3}$배, $\frac{1}{4}$배, …가 됨을 이용한다.

점 R의 좌표를 (p, q)라 하면 점 P의 x좌표는 p이다.

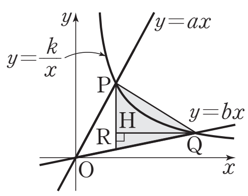
두 점 R, Q는 정비례 관계 $y=bx$의 그래프 위의 점이고 점 Q의 x좌표가 점 P의 x좌표의 3배이므로 점 Q의 y좌표도 점 R의 y좌표의 3배이다.

$\therefore Q(3p, 3q)$

두 점 P, Q는 반비례 관계 $y=\frac{k}{x}$의 그래프 위의 점이고 점 P의 x좌표가 점 Q의 x좌표의 $\frac{1}{3}$배이므로 점 P의 y좌표는 점 Q의 y좌표의 3배이다.

$\therefore$ P$(p,\ 9q)$

점 Q에서 선분 PR에 수선을 그어 선분 PR와 만나는 점을 H라 하면



(선분 PR의 길이)$=9q-q$
$=8q$,
(선분 QH의 길이)$=3p-p$
$=2p$

이므로

(삼각형 PRQ의 넓이)$=\frac{1}{2}\times8q\times2p=8pq$

즉 $8pq=16$이므로 $\quad pq=2$

이때 점 P$(p,\ 9q)$는 반비례 관계 $y=\frac{k}{x}$의 그래프 위의 점이므로

$9q=\frac{k}{p}\qquad\therefore k=9pq=9\times2=18$

답 ③

928 전략 정비례 관계 또는 반비례 관계의 그래프가 지나는 점의 좌표를 주어진 식에 대입한다.

두 그래프가 점 $\left(\frac{3}{2},\ b\right)$에서 만나므로 $y=\frac{9}{x}$에 $x=\frac{3}{2}$, $y=b$를 대입하면

$b=9\times\frac{2}{3}=6$

따라서 정비례 관계 $y=ax$의 그래프가 점 $\left(\frac{3}{2},\ 6\right)$을 지나므로

$y=ax$에 $x=\frac{3}{2}$, $y=6$을 대입하면

$6=a\times\frac{3}{2}\qquad\therefore a=4$

$\therefore a+b=4+6=10$

답 ①

929 전략 점 P의 좌표를 이용하여 삼각형 OPA의 넓이를 구해 본다.

(사다리꼴 OABC의 넓이)$=\frac{1}{2}\times(2+6)\times4=16$

정비례 관계 $y=ax$의 그래프 위의 점 P의 좌표는 $(-6,\ -6a)$이고 삼각형 OPA의 넓이는 사다리꼴 OABC의 넓이의 $\frac{1}{2+1}$, 즉 $\frac{1}{3}$이므로

$\frac{1}{2}\times6\times(-6a)=16\times\frac{1}{3},\qquad -18a=\frac{16}{3}$

$\therefore a=-\frac{8}{27}$

답 ②

930 전략 세 학생 A, B, C의 달리기 속력을 나타내는 그래프의 식을 구해 본다.

세 학생 A, B, C의 달리기 속력을 나타내는 그래프의 식은 각각

$y=8x,\ y=\frac{20}{3}x,\ y=6x$

① 속력이 가장 느린 학생은 C이다.

③ $y=\frac{20}{3}x$에 $x=15$를 대입하면 $\qquad y=\frac{20}{3}\times15=100$

즉 B 학생은 15초 동안 100 m를 달렸다.

④ C 학생은 제일 늦게 결승선을 통과했다.

⑤ $y=8x$에 $x=8$을 대입하면 $\qquad y=8\times8=64$

$y=6x$에 $x=8$을 대입하면 $\qquad y=6\times8=48$

따라서 달리기 시작한 지 8초 후에 A 학생과 C 학생 사이의 거리는

$64-48=16\ (\mathrm{m})$

따라서 옳은 것은 ⑤이다.

답 ⑤

931 전략 $2y$가 x에 정비례하므로 $2y=ax\ (a\neq0)$로 놓는다.

$2y$가 x에 정비례하므로 $2y=ax\ (a\neq0)$, 즉 $y=\frac{a}{2}x$라 하고 $x=14$, $y=21$을 대입하면

$21=\frac{14}{2}a\qquad\therefore a=3\qquad\therefore y=\frac{3}{2}x$

$y=\frac{3}{2}x$에 $y=-18$을 대입하면

$-18=\frac{3}{2}x\qquad\therefore x=-12$

답 -12

932 전략 삼각형 ABP의 넓이를 구하는 식을 세운다.

x초 후의 선분 BP의 길이는 $\frac{1}{2}x$ cm이므로

$y=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}x\times20\qquad\therefore y=5x$

$y=5x$에 $y=100$을 대입하면

$100=5x\qquad\therefore x=20$

따라서 삼각형 ABP의 넓이가 100 cm^2가 되는 것은 점 P가 출발한 지 20초 후이다.

답 20초

933 전략 정비례 관계 $y=ax$의 그래프가 점 A, B를 지날 때의 a의 값을 각각 구한다.

(i) 정비례 관계 $y=ax$의 그래프가 점 A$(2,\ 6)$을 지날 때,

$y=ax$에 $x=2$, $y=6$을 대입하면

$6=2a\qquad\therefore a=3$

(ii) 정비례 관계 $y=ax$의 그래프가 점 B$(5,\ 2)$를 지날 때,

$y=ax$에 $x=5$, $y=2$를 대입하면

$2=5a\qquad\therefore a=\frac{2}{5}$

(i), (ii)에서 구하는 a의 값의 범위는

$\frac{2}{5}\le a\le3$

답 $\frac{2}{5}\le a\le3$

934 전략 두 점 A, B의 x좌표가 4임을 이용하여 y좌표를 구한다.

점 A의 x좌표가 4이므로 $y=\frac{6}{5}x$에 $x=4$를 대입하면

$y=\frac{6}{5}\times4=\frac{24}{5}\qquad\therefore$ A$\left(4,\ \frac{24}{5}\right)$

또 점 B의 x좌표가 4이므로 $y=\frac{1}{5}x$에 $x=4$를 대입하면

$y=\frac{1}{5}\times4=\frac{4}{5}$ $\quad\therefore$ B$\left(4,\ \frac{4}{5}\right)$

따라서 (선분 AB의 길이)$=\frac{24}{5}-\frac{4}{5}=4$이고 삼각형 AOB에서 선분 AB를 밑변으로 했을 때 삼각형 AOB의 높이는 4이므로

(삼각형 AOB의 넓이)$=\frac{1}{2}\times4\times4=8$ 답 8

935 전략 정비례 관계 $y=mx$의 그래프는 m의 절댓값이 클수록 y축에 가깝고, 반비례 관계 $y=\frac{n}{x}$의 그래프는 n의 절댓값이 클수록 원점에서 멀다.

정비례 관계 $y=mx$ $(m\neq0)$의 그래프는 m의 절댓값이 클수록 y축에 가깝다.

따라서 $|a|<|b|$이고 $a<0$, $b<0$이므로 $\quad b<a<0$

반비례 관계 $y=\frac{n}{x}$ $(n\neq0)$의 그래프는 n의 절댓값이 클수록 원점에서 멀다.

따라서 $|d|<|c|$이고 $c>0$, $d>0$이므로 $\quad 0<d<c$

$\therefore b<a<d<c$ 답 $b<a<d<c$

936 전략 두 그래프가 만나는 점의 x좌표를 먼저 구한다.

$y=\frac{2}{3}x$에 $y=3$을 대입하면

$3=\frac{2}{3}x$ $\quad\therefore x=\frac{9}{2}$

따라서 두 그래프가 만나는 점의 좌표는 $\left(\frac{9}{2},\ 3\right)$이므로

$y=\frac{a}{x}$에 $x=\frac{9}{2}$, $y=3$을 대입하면

$3=a\div\frac{9}{2}$ $\quad\therefore a=3\times\frac{9}{2}=\frac{27}{2}$ $\quad\therefore y=\frac{27}{2x}$

$y=\frac{27}{2x}$에 $x=3$, $y=b$를 대입하면 $\quad b=\frac{27}{6}=\frac{9}{2}$

$\therefore a-b=\frac{27}{2}-\frac{9}{2}=9$ 답 9

937 전략 주어진 그래프를 이용하여 선재가 학교에 가는 데 걸린 시간을 구한다.

그래프가 원점을 지나는 직선이므로 $y=ax$ $(a\neq0)$라 하자.

$y=ax$의 그래프가 점 $(4,\ 200)$을 지나므로 $y=ax$에 $x=4$, $y=200$을 대입하면

$200=4a$ $\quad\therefore a=50$

$\therefore y=50x$ ⋯ 1단계

이때 집에서 학교까지의 거리는 1.5 km, 즉 1500 m이므로 $y=50x$에 $y=1500$을 대입하면

$1500=50x$ $\quad\therefore x=30$

즉 선재가 학교에 가는 데 걸린 시간은 30분이고 ⋯ 2단계

5분을 지각했으므로 학교에 도착한 시각은 오전 8시 25분이다.

따라서 선재가 집에서 출발한 시각은 오전 7시 55분이다.

⋯ 3단계

답 오전 7시 55분

단계	채점 요소	배점
1	그래프의 식 구하기	2점
2	선재가 집에서 학교까지 가는 데 걸린 시간 구하기	2점
3	선재가 집에서 출발한 시각 구하기	2점

938 전략 주어진 조건을 이용하여 점 A의 좌표를 구한다.

정비례 관계 $y=x$의 그래프가 점 B를 지나므로 $y=x$에 $x=6$을 대입하면

$y=6$ $\quad\therefore$ B$(6,\ 6)$

이때 (선분 BP의 길이)$=6$이므로

(선분 AP의 길이)$=\frac{1}{2}\times6=3$

즉 점 A의 x좌표는 -3이므로 $\quad$ A$(-3,\ 6)$ ⋯ 1단계

따라서 정비례 관계 $y=ax$의 그래프가 점 A$(-3,\ 6)$을 지나므로 $y=ax$에 $x=-3$, $y=6$을 대입하면

$6=-3a$ $\quad\therefore a=-2$ ⋯ 2단계

답 -2

단계	채점 요소	배점
1	두 점 A, B의 좌표 구하기	3점
2	a의 값 구하기	2점

939 전략 반비례 관계의 그래프가 지나는 점의 좌표를 주어진 식에 대입한다.

(1) 반비례 관계 $y=\frac{12}{x}$의 그래프가 점 $(-6,\ a)$를 지나므로

$y=\frac{12}{x}$에 $x=-6$, $y=a$를 대입하면

$a=\frac{12}{-6}=-2$

반비례 관계 $y=\frac{12}{x}$의 그래프가 점 $(b,\ 3)$을 지나므로

$y=\frac{12}{x}$에 $x=b$, $y=3$을 대입하면

$3=\frac{12}{b}$ $\quad\therefore b=4$ ⋯ 1단계

(2) 반비례 관계 $y=\frac{12}{x}$의 그래프가 점 $(a+b,\ m)$, 즉 $(2,\ m)$을 지나므로 $y=\frac{12}{x}$에 $x=2$, $y=m$을 대입하면

$m=\frac{12}{2}=6$ ⋯ 2단계

답 (1) $a=-2$, $b=4$ (2) 6

단계	채점 요소	배점
1	a, b의 값 구하기	2점
2	m의 값 구하기	2점

940 전략 점 A의 x좌표를 a라 하고 두 점 B, C의 좌표를 a에 대한 식으로 나타낸 후 두 선분 AB, BC의 길이를 구한다.

반비례 관계 $y=-\frac{10}{x}$의 그래프 위의 점 A의 x좌표를 a $(a<0)$라 하면 점 A의 좌표는 $\quad\left(a,\ -\frac{10}{a}\right)$

09 정비례와 반비례

두 점 A, B의 y좌표가 같으므로 점 B의 y좌표는 $-\frac{10}{a}$이다.

이때 점 B는 반비례 관계 $y=\frac{8}{x}$의 그래프 위의 점이므로 $y=\frac{8}{x}$에 $y=-\frac{10}{a}$을 대입하면

$$-\frac{10}{a}=\frac{8}{x} \qquad \therefore x=-\frac{4}{5}a$$

$$\therefore \mathrm{B}\left(-\frac{4}{5}a,\ -\frac{10}{a}\right)$$

두 점 B, C의 x좌표가 같으므로 점 C의 x좌표는 $-\frac{4}{5}a$이다.

이때 점 C는 반비례 관계 $y=-\frac{10}{x}$의 그래프 위의 점이므로 $y=-\frac{10}{x}$에 $x=-\frac{4}{5}a$를 대입하면

$$y=-10\times\left(-\frac{5}{4a}\right)=\frac{25}{2a}$$

$$\therefore \mathrm{C}\left(-\frac{4}{5}a,\ \frac{25}{2a}\right)$$ … 1단계

(선분 AB의 길이)$=-\frac{4}{5}a-a=-\frac{9}{5}a$,

(선분 BC의 길이)$=-\frac{10}{a}-\frac{25}{2a}=-\frac{45}{2a}$이므로

$$(\text{삼각형 ACB의 넓이})=\frac{1}{2}\times\left(-\frac{9}{5}a\right)\times\left(-\frac{45}{2a}\right)=\frac{81}{4}$$ … 2단계

답 $\frac{81}{4}$

단계	채점 요소	배점
1	점 A, B, C의 좌표를 각각 미지수를 포함한 식으로 나타내기	4점
2	삼각형 ACB의 넓이 구하기	2점