유형의 완성 RPM

중학 수학 3-1

정답 및 풀이

정답 및 풀이

01 제곱근의 뜻과 성질

교과서문제 정복하기

> 본문 9, 11쪽

0001 답 $5,\ -5$

0002 답 $9,\ -9$

0003 답 $0.1,\ -0.1$

0004 답 $\frac{1}{2},\ -\frac{1}{2}$

0005 답 $6,\ -6,\ 6,\ -6$

0006 답 $10,\ -10,\ 10,\ -10$

0007 답 $1,\ -1$

0008 답 $4,\ -4$

0009 답 $7,\ -7$

0010 답 $11,\ -11$

0011 답 $1.5,\ -1.5$

0012 답 $\frac{8}{3},\ -\frac{8}{3}$

0013 양수의 제곱근은 2개이다. 답 2

0014 음수의 제곱근은 없으므로 0개이다. 답 0

0015 0의 제곱근은 0의 1개이다. 답 1

0016 양수의 제곱근은 2개이다. 답 2

0017 답 $\pm\sqrt{3}$

0018 답 $\pm\sqrt{12}$

0019 답 $\pm\sqrt{2.9}$

0020 답 $\pm\sqrt{\frac{8}{5}}$

0021 답 $\sqrt{5}$

0022 답 $\pm\sqrt{18}$

0023 답 $\sqrt{26}$

0024 답 $-\sqrt{37}$

0025 답 $\sqrt{4.5}$

0026 답 $\pm\sqrt{\frac{6}{11}}$

0027 답 8

0028 답 0.7

0029 답 17

0030 답 ±1.4

0031 답 -5

0032 답 -30

0033 답 $-\frac{11}{6}$

0034 답 $\frac{1}{12}$

0035 답 8

0036 답 21

0037 답 -35

0038 답 14

0039 답 -21

0040 답 -0.7

0041 (주어진 식)$=3+2=5$ 답 5

0042 (주어진 식)$=9-6=3$ 답 3

0043 (주어진 식)$=10\times1.4=14$ 답 14

0044 (주어진 식)$=\frac{5}{6}\div\frac{5}{3}=\frac{5}{6}\times\frac{3}{5}=\frac{1}{2}$ 답 $\frac{1}{2}$

0045 $a>0$일 때, $7a>0$이므로
$\sqrt{(7a)^2}=7a$ 답 $7a$

0046 $a>0$일 때, $11a>0$이므로
$-\sqrt{(11a)^2}=-11a$ 답 $-11a$

0047 $a>0$일 때, $-9a<0$이므로
$\sqrt{(-9a)^2}=-(-9a)=9a$ 답 $9a$

0048 $a>0$일 때, $-2a<0$이므로
$-\sqrt{(-2a)^2}=-\{-(-2a)\}=-2a$ 답 $-2a$

0049 $a<0$일 때, $13a<0$이므로
$\sqrt{(13a)^2}=-13a$ 답 $-13a$

0050 $a<0$일 때, $-10a>0$이므로
$\sqrt{(-10a)^2}=-10a$ 답 $-10a$

0051 $a<0$일 때, $-a>0$이므로
$-\sqrt{(-a)^2}=-(-a)=a$ 답 a

0052 $a<0$일 때, $25a<0$이므로
$-\sqrt{(25a)^2}=-(-25a)=25a$ 답 $25a$

0053 $a>0$일 때, $2a>0$, $-7a<0$이므로
(주어진 식)$=2a+\{-(-7a)\}$
$=2a+7a=9a$ 답 $9a$

0054 $a>0$일 때, $-3a<0$, $-4a<0$이므로
(주어진 식)$=-(-3a)-\{-(-4a)\}$
$=3a-4a=-a$ 답 $-a$

0055 $a<0$일 때, $5a<0$, $-8a>0$이므로
(주어진 식)$=-5a-(-8a)$
$=-5a+8a=3a$ 답 $3a$

0056 $a<0$일 때, $-6a>0$, $-a>0$이므로
(주어진 식)$=-6a+(-a)=-7a$ 답 $-7a$

0057 답 $<$

0058 답 $>$

0059 $4=\sqrt{16}$이고 $13<16$이므로
$\sqrt{13}\ \boxed{<}\ 4$ 답 $<$

0060 $\frac{1}{7}=\sqrt{\frac{1}{49}}$이고 $\frac{1}{49}<\frac{1}{7}$이므로
$\frac{1}{7}\ \boxed{<}\ \sqrt{\frac{1}{7}}$ 답 $<$

0061 $21<22$에서 $\sqrt{21}<\sqrt{22}$이므로
$-\sqrt{21}\ \boxed{>}\ -\sqrt{22}$ 답 $>$

0062 $5=\sqrt{25}$이고 $34>25$이므로
$\sqrt{34}>5$
$\therefore -\sqrt{34}\ \boxed{<}\ -5$ 답 $<$

0063 답 4, 1, 2, 3

0064 $\sqrt{x}<3$의 양변을 제곱하면
$x<9$
따라서 자연수 x는 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8
답 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8

0065 $3<\sqrt{x}\le4$의 각 변을 제곱하면
$9<x\le16$
따라서 자연수 x는 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16
답 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16

0066 $4\le\sqrt{2x}<5$의 각 변을 제곱하면
$16\le2x<25$ $\therefore 8\le x<\frac{25}{2}$
따라서 자연수 x는 8, 9, 10, 11, 12 답 8, 9, 10, 11, 12

유형 익히기

본문 12~20쪽

0067 x가 7의 제곱근이므로
$x=\pm\sqrt{7}$
따라서 바르게 나타낸 것은 ②이다. 답 ②

0068 음수의 제곱근은 없으므로 구할 수 없다.
따라서 ②, ⑤이다. 답 ②, ⑤

0069 12의 제곱근이 a이므로 $a^2=12$ ··· 1단계
b의 제곱근이 $\pm\sqrt{15}$이므로 $b=(\pm\sqrt{15})^2=15$
$\therefore b^2=15^2=225$ ··· 2단계
$\therefore a^2+b^2=12+225=237$ ··· 3단계
답 237

단계	채점 요소	비율
1	a^2의 값 구하기	40 %
2	b^2의 값 구하기	40 %
3	a^2+b^2의 값 구하기	20 %

0070 ① 제곱근 8은 $\sqrt{8}$이다.
② $\sqrt{0.36}$은 0.36의 양의 제곱근이다.
③ 제곱근 121은 11이고 121의 제곱근은 ±11이므로 같지 않다.
④ $-\left(\frac{1}{5}\right)^2=-\frac{1}{25}$이므로 음수의 제곱근은 없다.
⑤ 0의 제곱근은 0의 1개이다.
따라서 옳은 것은 ④이다. 답 ④

0071 ①, ②, ④, ⑤ ±3
③ $\sqrt{9}=3$
따라서 나머지 넷과 다른 하나는 ③이다. 답 ③

0072 ㄱ. $\frac{1}{4}$의 제곱근은 $\pm\frac{1}{2}$이고 이 중 양의 제곱근은 $\frac{1}{2}$이다.
ㄴ. 11의 제곱근은 $\pm\sqrt{11}$이다.
ㄷ. 제곱하여 0.3이 되는 수는 $\pm\sqrt{0.3}$이다.
ㄹ. 24의 제곱근은 $\pm\sqrt{24}$이므로 $-\sqrt{24}$는 24의 음의 제곱근이다.
이상에서 옳은 것은 ㄱ, ㄹ이다. 답 ③

0073 ⑤ $-\sqrt{1.44}=-\sqrt{1.2^2}=-1.2$
따라서 근호를 사용하지 않고 나타낼 수 있는 것은 ⑤이다.
답 ⑤

0074 28의 제곱근은 $\pm\sqrt{28}$
$\frac{1}{64}$의 제곱근은 $\pm\sqrt{\frac{1}{64}}=\pm\frac{1}{8}$
1.69의 제곱근은 $\pm\sqrt{1.69}=\pm1.3$
$0.\dot{4}=\frac{4}{9}$의 제곱근은 $\pm\sqrt{\frac{4}{9}}=\pm\frac{2}{3}$
$\frac{100}{121}$의 제곱근은 $\pm\sqrt{\frac{100}{121}}=\pm\frac{10}{11}$
따라서 제곱근을 근호를 사용하지 않고 나타낼 수 있는 것은
$\frac{1}{64}$, 1.69, $0.\dot{4}$, $\frac{100}{121}$
의 4개이다. 답 4

RPM 비법 노트

순환소수를 분수로 나타내기

(1) $0.\dot{a}=\frac{a}{9}$

(2) $a.\dot{b}\dot{c}=\frac{abc-a}{99}$

(3) $a.b\dot{c}\dot{d}=\frac{abcd-ab}{990}$

0075 ① $\sqrt{36^2}=36$의 제곱근은 $\pm\sqrt{36}=\pm6$
② $\sqrt{0.09}=0.3$의 제곱근은 $\pm\sqrt{0.3}$
③ $\sqrt{\frac{16}{81}}=\frac{4}{9}$의 제곱근은 $\pm\sqrt{\frac{4}{9}}=\pm\frac{2}{3}$
④ $\sqrt{\frac{4}{25}}=\frac{2}{5}$의 제곱근은 $\pm\sqrt{\frac{2}{5}}$
⑤ $2.\dot{7}=\frac{25}{9}$의 제곱근은 $\pm\sqrt{\frac{25}{9}}=\pm\frac{5}{3}$
따라서 제곱근을 근호를 사용하지 않고 나타낼 수 없는 것은 ②, ④이다. 답 ②, ④

0076 $(-4)^2=16$의 양의 제곱근은 4이므로
$A=4$
$\sqrt{16}=4$의 음의 제곱근은 -2이므로 $B=-2$
$\therefore A-B=4-(-2)=6$ 답 6

0077 ③ $(-6)^2=36$의 제곱근은 ±6이다.
④ $\sqrt{225}=15$의 제곱근은 $\pm\sqrt{15}$이다.
⑤ $(-0.5)^2=0.25$의 제곱근은 ±0.5이다.
따라서 제곱근을 잘못 구한 것은 ③, ④이다. 답 ③, ④

0078 $7.\dot{1}=\frac{71-7}{9}=\frac{64}{9}$에서 제곱근 $7.\dot{1}$은 $\frac{8}{3}$이므로
$A=\frac{8}{3}$ … 1단계
$\left(-\frac{1}{18}\right)^2=\frac{1}{324}$의 음의 제곱근은 $-\frac{1}{18}$이므로
$B=-\frac{1}{18}$ … 2단계
$\therefore \frac{A}{B}=A\div B=\frac{8}{3}\div\left(-\frac{1}{18}\right)=\frac{8}{3}\times(-18)=-48$
… 3단계
답 -48

단계	채점 요소	비율
1	A의 값 구하기	40 %
2	B의 값 구하기	40 %
3	$\frac{A}{B}$의 값 구하기	20 %

0079 256의 제곱근은 ±16이므로
$a=16,\ b=-16\ (\because a>b)$
$\therefore \sqrt{2(a-b)}=\sqrt{2\times\{16-(-16)\}}=\sqrt{64}=8$
따라서 8의 음의 제곱근은 $-\sqrt{8}$이다. 답 ③

0080 (직사각형의 넓이)$=9\times5=45\ (\mathrm{cm}^2)$
넓이가 45 cm^2인 정사각형의 한 변의 길이를 x cm라 하면
$x^2=45$ $\therefore x=\sqrt{45}\ (\because x>0)$
따라서 정사각형의 한 변의 길이는 $\sqrt{45}$ cm이다. 답 ②

0081 $x^2=4^2+6^2=52$이므로
$x=\sqrt{52}\ (\because x>0)$ 답 $\sqrt{52}$

0082 작은 정사각형의 한 변의 길이를 x cm라 하면 큰 정사각형의 한 변의 길이는 $3x$ cm이고 넓이의 합이 60 cm^2이므로

$x^2+(3x)^2=60,\quad 10x^2=60$

$x^2=6\quad \therefore x=\sqrt{6}\ (\because x>0)$

따라서 작은 정사각형의 한 변의 길이는 $\sqrt{6}$ cm이다. 답 ④

다른 풀이 닮음비가 $1:3$인 두 정사각형의 넓이의 비는

$1^2:3^2=1:9$

작은 정사각형의 넓이를 a cm^2라 하면 큰 정사각형의 넓이는 $9a$ cm^2이므로

$a+9a=60,\quad 10a=60$

$\therefore a=6$

따라서 작은 정사각형의 넓이가 6 cm^2이므로 한 변의 길이는 $\sqrt{6}$ cm이다.

RPM 비법 노트

닮은 두 평면도형의 닮음비가 $m:n$이면
① 둘레의 길이의 비는 $m:n$
② 넓이의 비는 $m^2:n^2$

0083 ④ $-\sqrt{\left(\frac{1}{7}\right)^2}=-\frac{1}{7}$

따라서 옳지 않은 것은 ④이다. 답 ④

0084 ① 5
②, ③, ④, ⑤ -5
따라서 그 값이 나머지 넷과 다른 하나는 ①이다. 답 ①

0085 $\sqrt{7^2}=7$, $(-\sqrt{3})^2=3$, $-\sqrt{8^2}=-8$, $-(-\sqrt{2})^2=-2$, $\sqrt{(-6)^2}=6$이므로 작은 것부터 차례대로 나열하면

$-\sqrt{8^2},\ -(-\sqrt{2})^2,\ (-\sqrt{3})^2,\ \sqrt{(-6)^2},\ \sqrt{7^2}$

따라서 세 번째에 오는 수는 $(-\sqrt{3})^2$이다. 답 $(-\sqrt{3})^2$

0086 $\sqrt{\left(-\frac{1}{4}\right)^2}=\frac{1}{4}$의 양의 제곱근은 $\frac{1}{2}$이므로

$A=\frac{1}{2}$ ··· 1단계

$(\sqrt{10})^2=10$의 음의 제곱근은 $-\sqrt{10}$이므로

$B=-\sqrt{10}$ ··· 2단계

$\therefore AB^2=\frac{1}{2}\times(-\sqrt{10})^2=\frac{1}{2}\times 10=5$ ··· 3단계

답 5

단계	채점 요소	비율
1	A의 값 구하기	40 %
2	B의 값 구하기	40 %
3	AB^2의 값 구하기	20 %

0087 ① (주어진 식)$=3+12=15$
② (주어진 식)$=15-4=11$
③ (주어진 식)$=0.2\div 2=0.1$
④ (주어진 식)$=\frac{3}{4}\times\left(-\frac{8}{9}\right)=-\frac{2}{3}$
⑤ (주어진 식)$=-\frac{1}{8}\times 0.32=-0.04$
따라서 옳은 것은 ④이다. 답 ④

0088 $A=\sqrt{49}-3\times\sqrt{\left(-\frac{1}{3}\right)^2}+\sqrt{100}$

$=7-3\times\frac{1}{3}+10$

$=7-1+10=16$

$\therefore \sqrt{A}=\sqrt{16}=4$ 답 ③

0089 $2a^2+b^2-3c^2=2\times(\sqrt{5})^2+(-\sqrt{2})^2-3\times(\sqrt{6})^2$

$=2\times 5+2-3\times 6$

$=10+2-18$

$=-6$ 답 -6

0090 $A=\sqrt{144}-\sqrt{(-10)^2}+\sqrt{3^2}-(-\sqrt{8})^2$

$=12-10+3-8=-3$ ··· 1단계

$B=(\sqrt{0.6})^2\div(-\sqrt{0.09})\times\sqrt{\frac{25}{4}}+\sqrt{(-11)^2}$

$=0.6\div(-0.3)\times\frac{5}{2}+11$

$=-5+11=6$ ··· 2단계

$\therefore A+B=-3+6=3$ ··· 3단계

답 3

단계	채점 요소	비율
1	A의 값 구하기	40 %
2	B의 값 구하기	40 %
3	$A+B$의 값 구하기	20 %

0091 ① $-2a<0$이므로

$\sqrt{(-2a)^2}=-(-2a)=2a$

② $3a>0$이므로 $\sqrt{(3a)^2}=3a$

③ $-5a<0$이므로

$-\sqrt{(-5a)^2}=-\{-(-5a)\}=-5a$

④ $8a>0$이므로 $-\sqrt{(8a)^2}=-8a$

⑤ $\sqrt{16a^2}=\sqrt{(4a)^2}$이고 $4a>0$이므로

$\sqrt{16a^2}=4a$

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다. 답 ⑤

0092 $\sqrt{\frac{81}{4}a^2}=\sqrt{\left(\frac{9}{2}a\right)^2}$이고 $a<0$에서 $\frac{9}{2}a<0$이므로

$\sqrt{\frac{81}{4}a^2}=-\frac{9}{2}a$ 답 ①

0093 ① $-a<0$이므로 $\sqrt{(-a)^2}=-(-a)=a$
② $2a>0$이므로 $-\sqrt{(2a)^2}=-2a$

③ $-\frac{\sqrt{16a^2}}{8}=-\frac{\sqrt{(4a)^2}}{8}$이고 $4a>0$이므로

$-\frac{\sqrt{16a^2}}{8}=-\frac{4a}{8}=-\frac{1}{2}a$

④ $-\sqrt{\frac{9}{4}a^2}=-\sqrt{\left(\frac{3}{2}a\right)^2}$이고 $\frac{3}{2}a>0$이므로

$-\sqrt{\frac{9}{4}a^2}=-\frac{3}{2}a$

⑤ $-3a<0$이므로

$-\sqrt{(-3a)^2}=-\{-(-3a)\}=-3a$

즉 $-3a<-2a<-\frac{3}{2}a<-\frac{1}{2}a<a$이므로

$-\sqrt{(-3a)^2}<-\sqrt{(2a)^2}<-\sqrt{\frac{9}{4}a^2}<-\frac{\sqrt{16a^2}}{8}<\sqrt{(-a)^2}$

따라서 그 값이 가장 작은 것은 ⑤이다. 답 ⑤

0094 $a<0$, $b>0$에서

$4a<0$, $3b>0$, $-8b<0$

$\therefore$ (주어진 식)$=-4a+3b-\{-(-8b)\}$

$=-4a+3b-8b$

$=-4a-5b$ 답 $-4a-5b$

0095 $\sqrt{25a^2}=\sqrt{(5a)^2}$이고 $a>0$에서

$-\frac{a}{5}<0$, $5a>0$

$\therefore$ (주어진 식)$=\left\{-\left(-\frac{a}{5}\right)\right\}\div 5a=\frac{a}{5}\times\frac{1}{5a}=\frac{1}{25}$

답 ①

0096 $\sqrt{0.36a^2}=\sqrt{(0.6a)^2}$, $\sqrt{\frac{9}{4}a^2}=\sqrt{\left(\frac{3}{2}a\right)^2}$이고 $a<0$에서

$0.6a<0$, $-10a>0$, $\frac{3}{2}a<0$, $-2a>0$

$\therefore$ (주어진 식)$=(-0.6a)\times(-10a)-\left(-\frac{3}{2}a\right)\times(-2a)$

$=6a^2-3a^2=3a^2$ 답 $3a^2$

0097 $a-b>0$에서 $a>b$이고, $ab<0$에서 a, b의 부호가 다르므로

$a>0$, $b<0$, $-2a<0$ ··· 1단계

$\therefore \sqrt{a^2}-\sqrt{(-2a)^2}+\sqrt{b^2}$

$=a-\{-(-2a)\}+(-b)$

$=a-2a-b$

$=-a-b$ ··· 2단계

답 $-a-b$

단계	채점 요소	비율
1	a, b, $-2a$의 부호 구하기	40 %
2	식 간단히 하기	60 %

0098 $-1<a<2$에서 $a-2<0$, $1+a>0$

$\therefore$ (주어진 식)$=-(a-2)-(1+a)$

$=-a+2-1-a$

$=-2a+1$ 답 ①

0099 $x<5$에서 $x-5<0$, $5-x>0$

$\therefore$ (주어진 식)$=-(x-5)+(5-x)$

$=-x+5+5-x$

$=-2x+10$ 답 ②

0100 $a<0<b<c$에서

$a-b<0$, $b-c<0$, $c-a>0$

$\therefore$ (주어진 식)$=-(a-b)+\{-(b-c)\}+(c-a)$

$=-a+b-b+c+c-a$

$=-2a+2c$ 답 ②

0101 $\sqrt{135x}=\sqrt{3^3\times5\times x}$가 자연수가 되려면 $x=3\times5\times$(자연수)^{2}의 꼴이어야 한다.

따라서 가장 작은 자연수 x의 값은

$3\times5=15$ 답 15

0102 $\sqrt{2^4\times7\times x}$가 자연수가 되려면 $x=7\times$(자연수)^{2}의 꼴이어야 한다.

① $7=7\times1^2$
② $14=7\times2$
③ $28=7\times2^2$
④ $63=7\times3^2$
⑤ $112=7\times4^2$

따라서 x의 값이 될 수 없는 것은 ②이다. 답 ②

0103 $\sqrt{\frac{40a}{3}}=\sqrt{\frac{2^3\times5\times a}{3}}$가 자연수가 되려면

$a=2\times3\times5\times$(자연수)^{2}의 꼴이어야 한다.

따라서 가장 작은 자연수 a의 값은

$2\times3\times5=30$ 답 30

0104 $\sqrt{12n}=\sqrt{2^2\times3\times n}$이 자연수가 되려면

$n=3\times$(자연수)^{2}의 꼴이어야 한다. ··· 1단계

이때 $10<n<50$이므로 자연수 n의 값은

$3\times2^2=12$, $3\times3^2=27$, $3\times4^2=48$ ··· 2단계

따라서 모든 자연수 n의 값의 합은

$12+27+48=87$ ··· 3단계

답 87

단계	채점 요소	비율
1	$n=3\times$(자연수)^{2}의 꼴임을 알기	30 %
2	자연수 n의 값 구하기	50 %
3	모든 자연수 n의 값의 합 구하기	20 %

0105 $\sqrt{\frac{360}{x}}=\sqrt{\frac{2^3\times3^2\times5}{x}}$가 자연수가 되려면 x는 360의 약수이면서 $2\times5\times$(자연수)^{2}의 꼴이어야 한다.

따라서 가장 작은 자연수 x의 값은

$2\times5=10$ 답 ③

0106 $\sqrt{\frac{162}{n}}=\sqrt{\frac{2\times3^4}{n}}$이 자연수가 되려면 n은 162의 약수이면서 $2\times$(자연수)^{2}의 꼴이어야 한다.

따라서 자연수 n의 값은

$2\times1^2=2,\ 2\times3^2=18,\ 2\times3^4=162$

이므로 구하는 합은 $2+18+162=182$ 답 182

0107 (i) $\sqrt{60x}=\sqrt{2^2\times3\times5\times x}$가 자연수가 되려면 $x=3\times5\times$(자연수)^{2}의 꼴이어야 한다.

(ii) $\sqrt{\dfrac{540}{x}}=\sqrt{\dfrac{2^2\times3^3\times5}{x}}$가 자연수가 되려면 x는 540의 약수이면서 $3\times5\times$(자연수)^{2}의 꼴이어야 한다.

(i), (ii)에서 구하는 두 자리 자연수 x의 값은

$3\times5\times1^2=15,\ 3\times5\times2^2=60$

의 2개이다. 답 ②

0108 $\sqrt{67+x}$가 자연수가 되려면 $67+x$는 (자연수)^{2}의 꼴이어야 한다.

이때 x는 자연수이므로 $67+x>67$에서

$67+x=81,\ 100,\ 121,\ \cdots$

x는 가장 작은 자연수이므로

$67+x=81 \qquad \therefore x=14$ 답 ③

0109 $\sqrt{13+n}$이 자연수가 되려면 $13+n$은 (자연수)^{2}의 꼴이어야 한다.

이때 n은 자연수이므로 $13+n>13$에서

$13+n=16,\ 25,\ 36,\ 49,\ 64,\ \cdots$

$\therefore n=3,\ 12,\ 23,\ 36,\ 51,\ \cdots$

따라서 자연수 n의 값이 될 수 없는 것은 ④이다. 답 ④

0110 $\sqrt{46+m}$이 자연수가 되려면 $46+m$은 (자연수)^{2}의 꼴이어야 한다.

이때 m은 자연수이므로 $46+m>46$에서

$46+m=49,\ 64,\ 81,\ \cdots$

m은 가장 작은 자연수이므로

$46+m=49 \qquad \therefore m=3$

$m=3$일 때, $n=\sqrt{46+3}=\sqrt{49}=7$

$\therefore m+n=3+7=10$ 답 ③

0111 $\sqrt{36-x}$가 정수가 되려면 $36-x$는 0 또는 (자연수)^{2}의 꼴이어야 한다.

이때 x는 자연수이므로 $36-x<36$에서

$36-x=0,\ 1,\ 4,\ 9,\ 16,\ 25$

$\therefore x=36,\ 35,\ 32,\ 27,\ 20,\ 11$

따라서 구하는 자연수 x의 개수는 6이다. 답 ④

0112 $\sqrt{14-x}$가 정수가 되려면 $14-x$는 0 또는 (자연수)^{2}의 꼴이어야 한다.

이때 x는 자연수이므로 $14-x<14$에서

$14-x=0,\ 1,\ 4,\ 9$

$\therefore x=14,\ 13,\ 10,\ 5$

따라서 모든 자연수 x의 값의 합은

$14+13+10+5=42$ 답 42

0113 $\sqrt{28-x}$가 자연수가 되려면 $28-x$는 (자연수)^{2}의 꼴이어야 한다.

이때 x는 자연수이므로 $28-x<28$에서

$28-x=1,\ 4,\ 9,\ 16,\ 25$

$\therefore x=27,\ 24,\ 19,\ 12,\ 3$ … 1단계

따라서 $M=27$, $m=3$이므로 … 2단계

$M-m=27-3=24$ … 3단계

답 24

단계	채점 요소	비율
1	$\sqrt{28-x}$가 자연수가 되도록 하는 자연수 x의 값 구하기	70 %
2	M, m의 값 구하기	20 %
3	$M-m$의 값 구하기	10 %

0114 ① $4=\sqrt{16}$이고 $16<20$이므로 $4<\sqrt{20}$

② $\sqrt{5}>\sqrt{2}$이므로 $-\sqrt{5}<-\sqrt{2}$

③ $6=\sqrt{36}$이고 $36<38$이므로

$6<\sqrt{38} \qquad \therefore -6>-\sqrt{38}$

④ $\dfrac{1}{3}=\sqrt{\dfrac{1}{9}}$이고 $\dfrac{1}{9}>\dfrac{1}{10}$이므로 $\dfrac{1}{3}>\sqrt{\dfrac{1}{10}}$

⑤ $0.7=\sqrt{0.49}$이고 $0.7>0.49$이므로 $\sqrt{0.7}>0.7$

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다. 답 ⑤

0115 $\sqrt{2}>\sqrt{\dfrac{1}{2}}$이므로 $-\sqrt{2}<-\sqrt{\dfrac{1}{2}}$

$\dfrac{2}{3}=\sqrt{\dfrac{4}{9}}$이고 $\dfrac{4}{9}<3$이므로 $\dfrac{2}{3}<\sqrt{3}$

따라서 작은 것부터 차례대로 나열하면

$-\sqrt{2},\ -\sqrt{\dfrac{1}{2}},\ 0,\ \dfrac{2}{3},\ \sqrt{3}$

이므로 네 번째에 오는 수는 $\dfrac{2}{3}$이다. 답 $\dfrac{2}{3}$

0116 $a=\dfrac{1}{4}$이라 하면

① $\sqrt{\dfrac{1}{a}}=\sqrt{4}=2$ ② $\dfrac{1}{a}=4$ ③ $\sqrt{a}=\sqrt{\dfrac{1}{4}}=\dfrac{1}{2}$

④ $a=\dfrac{1}{4}$ ⑤ $a^2=\dfrac{1}{16}$

따라서 그 값이 가장 큰 것은 ②이다. 답 ②

다른 풀이 $0<a<1$에서 $\dfrac{1}{a}>1$이므로

① $\sqrt{\dfrac{1}{a}}>1$ ② $\dfrac{1}{a}>1$ ③ $0<\sqrt{a}<1$

④ $0<a<1$ ⑤ $0<a^2<1$

이때 $\dfrac{1}{a}=\sqrt{\dfrac{1}{a^2}}$이고 $\dfrac{1}{a}<\dfrac{1}{a^2}$이므로

$\sqrt{\dfrac{1}{a}}<\dfrac{1}{a}$

따라서 $\dfrac{1}{a}$의 값이 가장 크다.

0117 $2=\sqrt{4}$에서 $2<\sqrt{5}$이므로

$2+\sqrt{5}>0,\ 2-\sqrt{5}<0$

$\therefore$ (주어진 식)$=(2+\sqrt{5})-\{-(2-\sqrt{5})\}$

$=2+\sqrt{5}+2-\sqrt{5}=4$

답 ④

0118 $3=\sqrt{9},\ 4=\sqrt{16}$에서 $3<\sqrt{10}<4$이므로

$3-\sqrt{10}<0,\ 4-\sqrt{10}>0$

$\therefore$ (주어진 식)$=-(3-\sqrt{10})+(4-\sqrt{10})$

$=-3+\sqrt{10}+4-\sqrt{10}=1$

답 1

0119 $x-y=4-(7+\sqrt{3})=-3-\sqrt{3}<0$ … 1단계

$x+y=4+(7+\sqrt{3})=11+\sqrt{3}>0$ … 2단계

$\therefore \sqrt{(x-y)^2}-\sqrt{(x+y)^2}=-(-3-\sqrt{3})-(11+\sqrt{3})$

$=3+\sqrt{3}-11-\sqrt{3}$

$=-8$ … 3단계

답 -8

단계	채점 요소	비율
1	$x-y$의 부호 구하기	30 %
2	$x+y$의 부호 구하기	30 %
3	주어진 식의 값 구하기	40 %

0120 $3<\sqrt{2n}\le 4$에서 $3^2<(\sqrt{2n})^2\le 4^2$

$9<2n\le 16 \quad \therefore \frac{9}{2}<n\le 8$

따라서 자연수 n은 5, 6, 7, 8의 4개이다.

답 ③

0121 $-8\le -\sqrt{n-1}<-7$에서

$7<\sqrt{n-1}\le 8$

$7^2<(\sqrt{n-1})^2\le 8^2, \quad 49<n-1\le 64$

$\therefore 50<n\le 65$

따라서 주어진 부등식을 만족시키는 자연수 n의 값이 아닌 것은 ①이다.

답 ①

0122 $\sqrt{6}<n<\sqrt{26}$에서 $(\sqrt{6})^2<n^2<(\sqrt{26})^2$

$\therefore 6<n^2<26$ … 1단계

따라서 자연수 n은 3, 4, 5이므로 구하는 합은

$3+4+5=12$ … 2단계

답 12

단계	채점 요소	비율
1	n^2의 값의 범위 구하기	70 %
2	모든 자연수 n의 값의 합 구하기	30 %

0123 $\sqrt{16}<\sqrt{23}<\sqrt{25}$에서 $4<\sqrt{23}<5$이므로 $\sqrt{23}$보다 작은 자연수는 1, 2, 3, 4의 4개이다.

$\therefore a=4$

$\sqrt{49}<\sqrt{56}<\sqrt{64}$에서 $7<\sqrt{56}<8$이므로 $\sqrt{56}$보다 작은 자연수는 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7의 7개이다.

$\therefore b=7$

$\therefore b-a=7-4=3$

답 3

0124 $\sqrt{1}=1,\ \sqrt{4}=2,\ \sqrt{9}=3,\ \sqrt{16}=4$이므로

$f(1)=f(2)=f(3)=1$

$f(4)=f(5)=f(6)=f(7)=f(8)=2$

$f(9)=f(10)=f(11)=\cdots=f(15)=3$

$\therefore f(1)+f(2)+f(3)+\cdots+f(15)$

$=1\times 3+2\times 5+3\times 7=34$

답 34

0125 $N(x)=9$를 만족시키는 자연수 x는 $9<\sqrt{x}\le 10$에서

$9^2<(\sqrt{x})^2\le 10^2$

이므로 $81<x\le 100$

따라서 자연수 x는 82, 83, 84, …, 100의 19개이다.

답 ③

시험에 꼭 나오는 문제

본문 21~24쪽

0126 전략 제곱근의 뜻을 이용한다.

x가 a의 제곱근이므로

$x^2=a$ 또는 $x=\pm\sqrt{a}$

따라서 바르게 나타낸 것은 ①, ③이다.

답 ①, ③

0127 전략 양수의 제곱근은 2개이고 음수의 제곱근은 없다.

① -2는 4의 음의 제곱근이다.

② $\sqrt{16}=4$이므로 제곱근 $\sqrt{16}$은 2이다.

③ 음수의 제곱근은 없다.

④ $\sqrt{169}=13$

⑤ $(\sqrt{5})^2=5$이고 $(-\sqrt{5})^2=5$이므로 $-\sqrt{5}$는 $(\sqrt{5})^2$의 제곱근이다.

따라서 옳은 것은 ⑤이다.

답 ⑤

0128 전략 근호 안의 수가 어떤 수의 제곱이면 근호를 사용하지 않고 나타낼 수 있다.

① $\sqrt{49}=7$

② $\sqrt{121}=11$

④ $\sqrt{\frac{1}{144}}=\frac{1}{12}$

⑤ $-\sqrt{\frac{289}{36}}=-\frac{17}{6}$

따라서 근호를 사용하지 않고 나타낼 수 없는 것은 ③이다.

답 ③

0129 전략 먼저 196의 제곱근을 구한다.

196의 제곱근은 ± 14이므로

$a=14,\ b=-14\ (\because a>b)$

$\therefore a-2b-6=14-2\times(-14)-6=36$

따라서 36의 양의 제곱근은 6이다.

답 ③

0130 전략 피타고라스 정리를 이용하여 $\overline{AD}$의 길이를 먼저 구한다.

△ABD에서 $\overline{AD}=\sqrt{7^2-4^2}=\sqrt{33}$ (cm)

따라서 △ADC에서 $\overline{DC}=\sqrt{8^2-(\sqrt{33})^2}=\sqrt{31}$ (cm)

답 $\sqrt{31}$ cm

0131 전략 넓이가 k인 정사각형의 한 변의 길이는 $\sqrt{k}$임을 이용한다.

주어진 도형의 넓이는 $6^2-(\sqrt{10})^2=26$ (cm^2)

따라서 넓이가 26 cm^{2}인 정사각형의 한 변의 길이는

$\sqrt{26}$ cm

답 $\sqrt{26}$ cm

0132 전략 $a>0$일 때, $(\sqrt{a})^2=(-\sqrt{a})^2=a$, $\sqrt{a^2}=\sqrt{(-a)^2}=a$임을 이용한다.

① $\sqrt{\left(-\frac{1}{3}\right)^2}=\frac{1}{3}$ ② $\sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2}=\frac{1}{2}$

③ $\left(\frac{1}{3}\right)^2=\frac{1}{9}$ ④ $\left(-\sqrt{\frac{2}{5}}\right)^2=\frac{2}{5}$

⑤ $\sqrt{\frac{1}{16}}=\frac{1}{4}$

따라서 가장 큰 수는 ②이다.

답 ②

0133 전략 제곱근의 성질을 이용하여 근호를 없앤 후 계산한다.

① $(\sqrt{7})^2-\sqrt{(-7)^2}=7-7=0$

② $-\sqrt{5^2}+\sqrt{(-5)^2}=-5+5=0$

③ $\sqrt{(-9)^2}-\sqrt{9^2}=9-9=0$

④ $\sqrt{4^2}-(-\sqrt{4})^2=4-4=0$

⑤ $(-\sqrt{2})^2+(\sqrt{2})^2=2+2=4$

따라서 계산 결과가 나머지 넷과 다른 하나는 ⑤이다.

답 ⑤

0134 전략 근호를 없앤 후 앞에서부터 차례대로 계산한다.

① $(\sqrt{6})^2+\sqrt{81}-\sqrt{4^2}=6+9-4=11$

② $\sqrt{(-5)^2}\times\sqrt{36}\div\sqrt{\frac{4}{9}}=5\times6\div\frac{2}{3}=5\times6\times\frac{3}{2}=45$

③ $(-\sqrt{5})^2\times\sqrt{\frac{49}{25}}\times\sqrt{10^2}=5\times\frac{7}{5}\times10=70$

④ $\sqrt{\frac{1}{16}}+\sqrt{\left(-\frac{3}{2}\right)^2}-\sqrt{\left(\frac{3}{4}\right)^2}=\frac{1}{4}+\frac{3}{2}-\frac{3}{4}=1$

⑤ $-\sqrt{0.49}\times\sqrt{20^2}-(\sqrt{12})^2$

$=(-0.7)\times20-12=-26$

따라서 옳은 것은 ④이다.

답 ④

0135 전략 $a<0$이면 $\sqrt{a^2}=-a$임을 이용한다.

ㄱ. $-a>0$이므로 $-\sqrt{(-a)^2}=-(-a)=a$

ㄴ. $2a<0$이므로 $\sqrt{(2a)^2}=-2a$

ㄷ. $\sqrt{36a^2}=\sqrt{(6a)^2}$이고 $6a<0$이므로

$-\sqrt{36a^2}=-\sqrt{(6a)^2}=-(-6a)=6a$

ㄹ. $-3a>0$이므로 $\sqrt{(-3a)^2}=-3a$

이상에서 옳은 것은 ㄱ, ㄹ이다.

답 ③

0136 전략 $a<0$임을 이용하여 $3a$, $9a$, $-5a$의 부호를 조사한다.

$a<0$에서 $3a<0$, $9a<0$, $-5a>0$이므로

(주어진 식)$=\sqrt{(3a)^2}+\sqrt{(9a)^2}-\sqrt{(-5a)^2}$

$=-3a+(-9a)-(-5a)$

$=-3a-9a+5a=-7a$

답 ③

0137 전략 주어진 x의 값의 범위를 이용하여 $x+3$과 $x-4$의 부호를 조사한다.

$-3<x<4$에서 $x+3>0$, $x-4<0$이므로

$\sqrt{(x+3)^2}-\sqrt{(x-4)^2}=x+3-\{-(x-4)\}$

$=x+3+x-4$

$=2x-1$

따라서 $a=2$, $b=-1$이므로

$a+b=2+(-1)=1$

답 1

0138 전략 252를 소인수분해 하여 근호 안의 모든 소인수의 지수가 짝수가 되도록 하는 x 중에서 조건을 만족시키는 값을 찾는다.

$\sqrt{252x}=\sqrt{2^2\times3^2\times7\times x}$가 자연수가 되려면 $x=7\times$(자연수)^{2}의 꼴이어야 한다.

따라서 가장 작은 두 자리 자연수 x의 값은

$7\times2^2=28$

답 ③

0139 전략 90을 소인수분해 하여 근호 안의 모든 소인수의 지수가 짝수가 되도록 하는 a 중에서 조건을 만족시키는 값을 찾는다.

$\sqrt{\frac{90}{a}}=\sqrt{\frac{2\times3^2\times5}{a}}$가 자연수가 되려면 a는 90의 약수이면서 $2\times5\times$(자연수)^{2}의 꼴이어야 한다.

따라서 가장 작은 자연수 a의 값은

$2\times5=10$

이때 $b=\sqrt{\frac{90}{a}}=\sqrt{\frac{90}{10}}=\sqrt{9}=3$이므로

$ab=10\times3=30$

답 30

0140 전략 근호 안의 수가 110보다 큰 (자연수)^{2}의 꼴이어야 한다.

$\sqrt{110+x}$가 자연수가 되려면 $110+x$는 (자연수)^{2}의 꼴이어야 한다.

이때 x는 자연수이므로 $110+x>110$에서

$110+x=121, 144, 169, 196, \cdots$

$\therefore x=11, 34, 59, 86, \cdots$

따라서 60 이하의 자연수 x는 11, 34, 59의 3개이다.

답 ①

0141 전략 $a>0$, $b>0$일 때, $a<b$이면 $\sqrt{a}<\sqrt{b}$, $-\sqrt{a}>-\sqrt{b}$임을 이용한다.

$\sqrt{5}<\sqrt{8}$이므로 $-\sqrt{5}>-\sqrt{8}$

$4=\sqrt{16}$이고 $10<16<17$이므로 $\sqrt{10}<4<\sqrt{17}$

따라서 $-\sqrt{8}<-\sqrt{5}<\sqrt{10}<4<\sqrt{17}$이므로

$m=-\sqrt{8},\ n=\sqrt{17}$

$\therefore m^2+n^2=(-\sqrt{8})^2+(\sqrt{17})^2$

$=8+17=25$

답 25

0142 전략 제곱근의 대소 관계를 이용하여 $2-\sqrt{7}$, $\sqrt{7}-2$의 부호를 조사한다.

$2=\sqrt{4}$에서 $2<\sqrt{7}$이므로 $2-\sqrt{7}<0,\ \sqrt{7}-2>0$

$\therefore$ (주어진 식)$=-(2-\sqrt{7})-(\sqrt{7}-2)-2+7$

$=-2+\sqrt{7}-\sqrt{7}+2-2+7$

$=5$

답 ⑤

0143 전략 각 변을 제곱하여 x의 값의 범위를 구한다.

$-4\le-\sqrt{2x-1}\le-3$에서

$3\le\sqrt{2x-1}\le4,\quad 3^2\le(\sqrt{2x-1})^2\le4^2$

$9\le2x-1\le16,\quad 10\le2x\le17$

$\therefore 5\le x\le\frac{17}{2}$

따라서 자연수 x 중에서 짝수는 6, 8이므로 구하는 합은

$6+8=14$

답 ⑤

0144 전략 $\sqrt{x}$ 이하의 자연수를 구하려면 x와 가까운 (자연수)^{2}의 꼴인 수를 먼저 찾는다.

$\sqrt{121}<\sqrt{125}<\sqrt{144}$에서 $11<\sqrt{125}<12$

$\therefore N(125)=11$

$\sqrt{36}<\sqrt{43}<\sqrt{49}$에서 $6<\sqrt{43}<7$

$\therefore N(43)=6$

$\therefore N(125)-N(43)=11-6=5$

답 5

0145 전략 두 정사각형의 한 변의 길이를 각각 구한 후 피타고라스 정리를 이용한다.

정사각형 ABCD의 넓이가 81 cm^2이므로

$\overline{BC}=\sqrt{81}=9\ (\text{cm})$ … 1단계

정사각형 GCEF의 넓이가 25 cm^2이므로

$\overline{CE}=\sqrt{25}=5\ (\text{cm})$ … 2단계

$\overline{BE}=\overline{BC}+\overline{CE}=9+5=14\ (\text{cm})$이므로 $\triangle$ABE에서

$\overline{AE}=\sqrt{9^2+14^2}=\sqrt{277}\ (\text{cm})$ … 3단계

답 $\sqrt{277}$ cm

단계	채점 요소	비율
1	$\overline{BC}$의 길이 구하기	30 %
2	$\overline{CE}$의 길이 구하기	30 %
3	$\overline{AE}$의 길이 구하기	40 %

0146 전략 주어진 식의 양변을 제곱하여 근호를 없앤 후 순환소수를 분수로 바꾸어 계산한다.

주어진 식의 양변을 제곱하면

$1.0\dot{6}\times\frac{n}{m}=(0.\dot{4})^2$ … 1단계

$\frac{106-10}{90}\times\frac{n}{m}=\left(\frac{4}{9}\right)^2,\quad \frac{16}{15}\times\frac{n}{m}=\frac{16}{81}$

$\therefore \frac{n}{m}=\frac{16}{81}\times\frac{15}{16}=\frac{5}{27}$ … 2단계

따라서 $m=27,\ n=5$이므로

$m-n=27-5=22$ … 3단계

답 22

단계	채점 요소	비율
1	주어진 식의 근호 없애기	20 %
2	$\frac{n}{m}$의 값 구하기	60 %
3	$m-n$의 값 구하기	20 %

0147 전략 두 부등식의 각 변을 제곱하여 각각을 만족시키는 자연수 x의 값을 구한다.

$2<\sqrt{x}<3$의 각 변을 제곱하면 $4<x<9$이므로 이를 만족시키는 자연수 x는 5, 6, 7, 8이다. … 1단계

또 $\sqrt{47}<x<\sqrt{85}$의 각 변을 제곱하면 $47<x^2<85$이므로 이를 만족시키는 자연수 x는 7, 8, 9이다. … 2단계

따라서 두 부등식을 동시에 만족시키는 자연수 x는 7, 8이므로 구하는 합은

$7+8=15$ … 3단계

답 15

단계	채점 요소	비율
1	$2<\sqrt{x}<3$을 만족시키는 자연수 x의 값 구하기	40 %
2	$\sqrt{47}<x<\sqrt{85}$를 만족시키는 자연수 x의 값 구하기	40 %
3	두 부등식을 동시에 만족시키는 모든 자연수 x의 값의 합 구하기	20 %

0148 전략 $\sqrt{\ }$를 한 번 눌렀을 때 a가 나오는 수는 a^2이다.

$\sqrt{\ }$를 한 번 눌렀을 때 3이 나오는 수는 3^2

$\sqrt{\ }$를 두 번 눌렀을 때 3이 나오는 수는 $(3^2)^2=3^4$

$\sqrt{\ }$를 세 번 눌렀을 때 3이 나오는 수는 $(3^4)^2=3^8$

$\sqrt{\ }$를 네 번 눌렀을 때 3이 나오는 수는 $(3^8)^2=3^{16}$

답 ③

RPM 비법 노트

지수법칙

m, n이 자연수일 때

(1) $a^m\times a^n=a^{m+n}$

(2) $(a^m)^n=a^{mn}$

(3) $a\ne0$일 때

① $m>n$이면 $a^m\div a^n=a^{m-n}$

② $m=n$이면 $a^m\div a^n=1$

③ $m<n$이면 $a^m\div a^n=\frac{1}{a^{n-m}}$

(4) ① $(ab)^m=a^mb^m$

② $\left(\frac{a}{b}\right)^m=\frac{a^m}{b^m}$ (단, $b\ne0$)

0149 전략 먼저 x의 값의 범위를 이용하여 a, b의 값을 구한다.

$1.4<\sqrt{x}<2.5$의 각 변을 제곱하면

$1.96<x<6.25$

이때 가장 큰 자연수 x는 6이므로

$a=6$

가장 작은 자연수 x는 2이므로

$b=2$

$\sqrt{\frac{a}{b}\times n}$, 즉 $\sqrt{3n}$이 자연수가 되도록 하는 자연수 n은 $3\times(\text{자연수})^2$의 꼴이므로

$n=3\times1^2,\ 3\times2^2,\ 3\times3^2,\ 3\times4^2,\ \cdots$

이때 $\sqrt{3n}$의 값은 각각 3, 6, 9, 12, $\cdots$이므로 $\sqrt{3n}$이 한 자리 자연수가 되도록 하는 자연수 n의 값은

$3\times1^2=3,\ 3\times2^2=12,\ 3\times3^2=27$ 답 3, 12, 27

0150 전략 $m-n$의 값이 가장 크려면 m은 가장 크고, n은 가장 작아야 한다.

$\sqrt{80-2a}-\sqrt{40+b}$의 값이 가장 큰 정수가 되려면 $\sqrt{80-2a}$는 가장 큰 정수가 되고, $\sqrt{40+b}$는 가장 작은 정수가 되어야 한다.

$\sqrt{80-2a}$가 정수가 되려면 $80-2a$는 0 또는 $(\text{자연수})^2$의 꼴이어야 한다.

이때 a는 자연수이므로 $80-2a<80$에서

$80-2a=0,\ 1,\ 4,\ \cdots,\ 64$

$\sqrt{80-2a}$가 가장 큰 정수가 되는 것은

$80-2a=64 \qquad \therefore a=8$

또 $\sqrt{40+b}$가 정수가 되려면 $40+b$는 $(\text{자연수})^2$의 꼴이어야 한다.

이때 b는 자연수이므로 $40+b>40$에서

$40+b=49,\ 64,\ \cdots$

$\sqrt{40+b}$가 가장 작은 정수가 되는 것은

$40+b=49 \qquad \therefore b=9$

$\therefore a+b=8+9=17$ 답 17

I. 실수와 그 연산

02 무리수와 실수

교과서문제 정복하기

본문 27쪽

0151 답 무

0152 $\sqrt{\frac{1}{64}}=\frac{1}{8}$이므로 유리수이다. 답 유

0153 답 유

0154 답 무

0155 순환소수는 모두 유리수이다. 답 ×

0156 정수가 아닌 유리수는 유한소수 또는 순환소수로 나타내어진다. 답 ×

0157 답 ○

0158 △ABC에서 $\overline{AC}=\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5}$

따라서 점 P에 대응하는 수는 $\sqrt{5}$이고, 점 Q에 대응하는 수는 $-\sqrt{5}$이다. 답 P: $\sqrt{5}$, Q: $-\sqrt{5}$

0159 △ABC에서 $\overline{AC}=\sqrt{3^2+2^2}=\sqrt{13}$

따라서 점 P에 대응하는 수는 $\sqrt{13}$이고, 점 Q에 대응하는 수는 $-\sqrt{13}$이다. 답 P: $\sqrt{13}$, Q: $-\sqrt{13}$

0160 $4=\sqrt{16},\ 5=\sqrt{25}$이므로 $4<\sqrt{22}<5$

따라서 $\sqrt{22}$에 대응하는 점은 D이다. 답 점 D

0161 $1=\sqrt{1},\ 2=\sqrt{4}$이므로 $1<\sqrt{3}<2$

따라서 $\sqrt{3}$에 대응하는 점은 A이다. 답 점 A

0162 $3=\sqrt{9},\ 4=\sqrt{16}$이므로 $3<\sqrt{10}<4$

따라서 $\sqrt{10}$에 대응하는 점은 C이다. 답 점 C

0163 $2=\sqrt{4},\ 3=\sqrt{9}$이므로 $2<\sqrt{\frac{31}{5}}<3$

따라서 $\sqrt{\frac{31}{5}}$에 대응하는 점은 B이다. 답 점 B

0164 답 <, <

0165 $(\sqrt{5}+1)-4=\sqrt{5}-3=\sqrt{5}-\sqrt{9}<0$

$\therefore \sqrt{5}+1\ \boxed{<}\ 4$ 답 <

0166 $(\sqrt{13}-6)-(\sqrt{13}-7)=1>0$

$\therefore \sqrt{13}-6\ \boxed{>}\ \sqrt{13}-7$　　답 $>$

0167 $(\sqrt{7}-3)-(\sqrt{8}-3)=\sqrt{7}-\sqrt{8}<0$

$\therefore \sqrt{7}-3\ \boxed{<}\ \sqrt{8}-3$　　답 $<$

0168 $(-\sqrt{2}+\sqrt{10})-(-\sqrt{3}+\sqrt{10})=-\sqrt{2}+\sqrt{3}>0$

$\therefore -\sqrt{2}+\sqrt{10}\ \boxed{>}\ -\sqrt{3}+\sqrt{10}$　　답 $>$

0169 답 4.062　　**0170** 답 4.147

0171 답 4.278　　**0172** 답 4.370

유형 익히기

본문 28~32쪽

0173 ① $\sqrt{1.\dot{7}}=\sqrt{\frac{17-1}{9}}=\frac{4}{3}$

③ $\sqrt{\left(-\frac{8}{5}\right)^2}=\frac{8}{5}$

④ $-\sqrt{0.09}=-0.3$

따라서 무리수인 것은 ②, ⑤이다.　　답 ②, ⑤

0174 각 정사각형의 한 변의 길이를 구하면 다음과 같다.

① $\sqrt{5}$　② $\sqrt{10}$　③ $\sqrt{24}$　④ $\sqrt{36}=6$

⑤ 둘레의 길이가 $\sqrt{0.\dot{1}}=\sqrt{\frac{1}{9}}=\frac{1}{3}$이므로

$$\frac{1}{3}\div 4=\frac{1}{3}\times\frac{1}{4}=\frac{1}{12}$$

따라서 유리수인 것은 ④, ⑤이다.　　답 ④, ⑤

0175 ① $a-\sqrt{7}=\sqrt{7}-\sqrt{7}=0$

② $a+7=\sqrt{7}+7$

③ $a^2=(\sqrt{7})^2=7$

④ $-\sqrt{7a^2}=-\sqrt{7^2}=-7$

⑤ $\sqrt{7a}=(\sqrt{7})^2=7$

따라서 무리수인 것은 ②이다.　　답 ②

RPM 비법 노트

(1) (무리수)+(유리수)=(무리수), (유리수)+(무리수)=(무리수)
(2) (무리수)−(유리수)=(무리수), (유리수)−(무리수)=(무리수)

0176 ① 순환소수는 무한소수이지만 유리수이다.

② 유한소수는 모두 유리수이다.

③ 유리수이면서 무리수인 수는 없다.

⑤ 소수는 유한소수와 무한소수로 이루어져 있다.

따라서 옳은 것은 ④이다.　　답 ④

0177 ㄷ. $\sqrt{4}$는 근호를 사용하여 나타낸 수이지만 유리수이다.

ㅁ. 무리수는 $\frac{(\text{정수})}{(0\text{이 아닌 정수})}$의 꼴로 나타낼 수 없다.

이상에서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄹ이다.　　답 ④

RPM 비법 노트

근호를 사용하여 나타낸 수 중
(1) 근호 안의 수가 어떤 유리수의 제곱이면 그 수는 유리수이다.
(2) 근호 안의 수가 어떤 유리수의 제곱이 아니면 그 수는 무리수이다.

0178 ⑤ $\sqrt{3}$은 무리수이므로 근호를 없앨 수 없는 수이다.

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.　　답 ⑤

0179 $\sqrt{9}=3$, $\sqrt{\frac{64}{25}}=\frac{8}{5}$

① 자연수는 $\sqrt{9}$의 1개이다.

② 정수는 $\sqrt{9}$의 1개이다.

③ 정수가 아닌 유리수는 $\frac{7}{3}$, $-1.4\dot{3}$, $\sqrt{\frac{64}{25}}$의 3개이다.

④ 유리수는 $\frac{7}{3}$, $\sqrt{9}$, $-1.4\dot{3}$, $\sqrt{\frac{64}{25}}$의 4개이다.

⑤ 소수로 나타내었을 때 순환소수가 아닌 무한소수로 나타내어지는 것, 즉 무리수는 $-\sqrt{0.06}$, $\sqrt{18}$의 2개이다.

따라서 옳은 것은 ④이다.　　답 ④

0180 □ 안의 수는 무리수이다.

① $\sqrt{0.01}=0.1$ ➡ 유리수　② $\sqrt{1.6}$ ➡ 무리수

③ $\frac{3}{\sqrt{25}}=\frac{3}{5}$ ➡ 유리수　④ $\sqrt{\frac{1}{4}}=\frac{1}{2}$ ➡ 유리수

⑤ $1.2333\cdots=1.2\dot{3}$ ➡ 유리수

따라서 □ 안의 수에 해당하는 것은 ②이다.　　답 ②

0181 ③ $\frac{1}{3}$은 정수가 아니지만 유리수이다.

따라서 옳지 않은 것은 ③이다.　　답 ③

0182 $\triangle ABC$는 직각삼각형이므로

$\overline{AC}=\sqrt{2^2+2^2}=\sqrt{8}$

$\overline{AP}=\overline{AC}=\sqrt{8}$이므로 점 P에 대응하는 수는

$-1+\sqrt{8}$

$\overline{AQ}=\overline{AC}=\sqrt{8}$이므로 점 Q에 대응하는 수는

$-1-\sqrt{8}$　　답 $-1+\sqrt{8}$, $-1-\sqrt{8}$

0183 정사각형 ABCD의 넓이가 15이므로

$\overline{AP}=\overline{AB}=\sqrt{15}$　　… 1단계

따라서 점 P에 대응하는 수는　$-3+\sqrt{15}$　　… 2단계

답 $-3+\sqrt{15}$

단계	채점 요소	비율
1	$\overline{AP}$의 길이 구하기	50 %
2	점 P에 대응하는 수 구하기	50 %

0184 한 변의 길이가 1인 정사각형의 대각선의 길이는
$\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$
⑤ 점 E는 1에 대응하는 점에서 오른쪽으로 $\sqrt{2}$만큼 떨어진 점이므로 $\mathrm{E}(1+\sqrt{2})$
따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다. 답 ⑤

0185 ① $3<\sqrt{10}<4$, $3<\sqrt{15}<4$이므로 $\sqrt{10}$과 $\sqrt{15}$ 사이에는 자연수가 없다.
⑤ 모든 무리수는 수직선 위의 한 점에 각각 대응한다.
따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다. 답 ⑤

0186 ① 두 무리수 $\sqrt{2}$와 $\sqrt{3}$ 사이에는 정수가 없다.
② 서로 다른 두 유리수 사이에는 무수히 많은 무리수도 있다.
④ 수직선은 유리수와 무리수, 즉 실수에 대응하는 점들로 완전히 메울 수 있다.
따라서 옳은 것은 ③, ⑤이다. 답 ③, ⑤

0187 ㄹ. 모든 유리수는 수직선 위의 한 점에 각각 대응한다.
이상에서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ, ㅁ의 4개이다. 답 ④

0188 $\sqrt{4}<\sqrt{7}<\sqrt{9}$에서 $2<\sqrt{7}<3$이므로
$-1<\sqrt{7}-3<0$
따라서 $\sqrt{7}-3$에 대응하는 점은 C이다. 답 ③

0189 $\sqrt{1}<\sqrt{2}<\sqrt{4}$에서 $1<\sqrt{2}<2$이므로
$6<\sqrt{2}+5<7$
따라서 $\sqrt{2}+5$에 대응하는 점이 있는 구간은 E이다. 답 ⑤

0190 (1) $\sqrt{9}<\sqrt{15}<\sqrt{16}$이므로 $3<\sqrt{15}<4$
$\sqrt{4}<\sqrt{7}<\sqrt{9}$에서 $2<\sqrt{7}<3$이므로 $-3<-\sqrt{7}<-2$
$\therefore -2<1-\sqrt{7}<-1$
$\sqrt{9}<\sqrt{10}<\sqrt{16}$에서 $3<\sqrt{10}<4$이므로
$-1<\sqrt{10}-4<0$
따라서 세 점 A, B, C에 대응하는 수는 각각
$1-\sqrt{7}$, $\sqrt{10}-4$, $\sqrt{15}$ … 1단계
(2) 실수를 수직선에 나타내었을 때 오른쪽에 있는 수가 왼쪽에 있는 수보다 크므로
$1-\sqrt{7}<\sqrt{10}-4<\sqrt{15}$ … 2단계
답 (1) A: $1-\sqrt{7}$, B: $\sqrt{10}-4$, C: $\sqrt{15}$
(2) $1-\sqrt{7}<\sqrt{10}-4<\sqrt{15}$

단계	채점 요소	비율
1	세 점 A, B, C에 대응하는 수 구하기	80 %
2	세 수의 대소 비교하기	20 %

0191 ① $3-(\sqrt{2}+1)=2-\sqrt{2}=\sqrt{4}-\sqrt{2}>0$
$\therefore 3>\sqrt{2}+1$
② $1-(5-\sqrt{10})=-4+\sqrt{10}=-\sqrt{16}+\sqrt{10}<0$
$\therefore 1<5-\sqrt{10}$
③ $(-\sqrt{7}-6)-(-8)=-\sqrt{7}+2=-\sqrt{7}+\sqrt{4}<0$
$\therefore -\sqrt{7}-6<-8$
④ $(4+\sqrt{5})-(\sqrt{5}+\sqrt{12})=4-\sqrt{12}=\sqrt{16}-\sqrt{12}>0$
$\therefore 4+\sqrt{5}>\sqrt{5}+\sqrt{12}$
⑤ $(6-\sqrt{3})-(\sqrt{29}-\sqrt{3})=6-\sqrt{29}=\sqrt{36}-\sqrt{29}>0$
$\therefore 6-\sqrt{3}>\sqrt{29}-\sqrt{3}$
따라서 옳은 것은 ④이다. 답 ④

0192 ① $(\sqrt{15}+2)-5=\sqrt{15}-3=\sqrt{15}-\sqrt{9}>0$
$\therefore \sqrt{15}+2 \boxed{>} 5$
② $(2+\sqrt{7})-(\sqrt{7}+\sqrt{3})=2-\sqrt{3}=\sqrt{4}-\sqrt{3}>0$
$\therefore 2+\sqrt{7} \boxed{>} \sqrt{7}+\sqrt{3}$
③ $(-4-\sqrt{6})-(-\sqrt{13}-\sqrt{6})=-4+\sqrt{13}$
$=-\sqrt{16}+\sqrt{13}<0$
$\therefore -4-\sqrt{6} \boxed{<} -\sqrt{13}-\sqrt{6}$
④ $(7-\sqrt{8})-4=3-\sqrt{8}=\sqrt{9}-\sqrt{8}>0$
$\therefore 7-\sqrt{8} \boxed{>} 4$
⑤ $\{\sqrt{18}-\sqrt{(-3)^2}\}-(\sqrt{15}-3)=\sqrt{18}-3-\sqrt{15}+3$
$=\sqrt{18}-\sqrt{15}>0$
$\therefore \sqrt{18}-\sqrt{(-3)^2} \boxed{>} \sqrt{15}-3$
따라서 부등호가 나머지 넷과 다른 하나는 ③이다. 답 ③

0193 ㄱ. $(4-\sqrt{7})-(-\sqrt{11}+4)=-\sqrt{7}+\sqrt{11}>0$
$\therefore 4-\sqrt{7}>-\sqrt{11}+4$
ㄴ. $(\sqrt{5}-\sqrt{2})-(\sqrt{5}-1)=-\sqrt{2}+1<0$
$\therefore \sqrt{5}-\sqrt{2}<\sqrt{5}-1$
ㄷ. $(\sqrt{7}+4)-6=\sqrt{7}-2=\sqrt{7}-\sqrt{4}>0$
$\therefore \sqrt{7}+4>6$
ㄹ. $(-3+\sqrt{3})-(\sqrt{3}-\sqrt{14})=-3+\sqrt{14}=-\sqrt{9}+\sqrt{14}>0$
$\therefore -3+\sqrt{3}>\sqrt{3}-\sqrt{14}$
ㅁ. $(2+\sqrt{10})-(\sqrt{10}+\sqrt{3})=2-\sqrt{3}=\sqrt{4}-\sqrt{3}>0$
$\therefore 2+\sqrt{10}>\sqrt{10}+\sqrt{3}$
이상에서 옳은 것은 ㄴ, ㄷ, ㅁ이다. 답 ④

0194 $a-b=(\sqrt{5}+\sqrt{3})-(\sqrt{5}+1)=\sqrt{3}-1>0$이므로
$a>b$
$a-c=(\sqrt{5}+\sqrt{3})-(3+\sqrt{3})=\sqrt{5}-3=\sqrt{5}-\sqrt{9}<0$이므로
$a<c$
$\therefore b<a<c$ 답 ②

0195 한 변의 길이가 가장 긴 정사각형의 넓이가 가장 크다.
$\sqrt{23}-5=\sqrt{23}-\sqrt{25}<0$ $\therefore \sqrt{23}<5$
$5-(4+\sqrt{2})=1-\sqrt{2}<0$ $\therefore 5<4+\sqrt{2}$
따라서 $\sqrt{23}<5<4+\sqrt{2}$이므로 넓이가 가장 큰 정사각형은 C이다. 답 C

02 무리수와 실수

0196 $x-y=(\sqrt{7}+\sqrt{10})-(3+\sqrt{10})$
$=\sqrt{7}-3=\sqrt{7}-\sqrt{9}<0$

$\therefore x<y$ … 1단계

$x-z=(\sqrt{7}+\sqrt{10})-(\sqrt{7}+3)$
$=\sqrt{10}-3=\sqrt{10}-\sqrt{9}>0$

$\therefore x>z$ … 2단계

$\therefore z<x<y$ … 3단계

따라서 가장 작은 수는 z이다. … 4단계

답 z

단계	채점 요소	비율
1	x, y의 대소 비교하기	30 %
2	x, z의 대소 비교하기	30 %
3	x, y, z의 대소 비교하기	20 %
4	가장 작은 수 구하기	20 %

0197 $\sqrt{6.23}=2.496$이므로 $a=2.496$
$\sqrt{6.46}=2.542$이므로 $b=6.46$
$\therefore 100a-10b=249.6-64.6=185$

답 ①

0198 $\sqrt{32.5}=5.701$, $\sqrt{30.7}=5.541$이므로
$\sqrt{32.5}-\sqrt{30.7}=5.701-5.541=0.16$

답 0.16

0199 $\sqrt{86.7}=9.311$이므로 $a=86.7$
$\sqrt{88.4}=9.402$이므로 $b=88.4$
$\therefore b-a=88.4-86.7=1.7$

답 1.7

0200 $\sqrt{4}<\sqrt{8}<\sqrt{9}$에서 $2<\sqrt{8}<3$
$\sqrt{16}<\sqrt{20}<\sqrt{25}$에서 $4<\sqrt{20}<5$

① $\sqrt{\dfrac{25}{3}}=\sqrt{8.\dot{3}}$

② $\pi=3.141592\cdots$

③ $2<\sqrt{8}<3$에서 $3<\sqrt{8}+1<4$

④ $\dfrac{\sqrt{8}+\sqrt{20}}{2}$은 $\sqrt{8}$과 $\sqrt{20}$의 평균이다.

⑤ $3<\sqrt{8}+1<4$이므로 $\dfrac{3}{2}<\dfrac{\sqrt{8}+1}{2}<2$

따라서 $\sqrt{8}$과 $\sqrt{20}$ 사이에 있는 수가 아닌 것은 ⑤이다.

답 ⑤

0201 $\sqrt{4}<\sqrt{6}<\sqrt{9}$에서 $2<\sqrt{6}<3$이므로
$-3<-\sqrt{6}<-2$ $\therefore -2<1-\sqrt{6}<-1$ … 1단계

$\sqrt{1}<\sqrt{3}<\sqrt{4}$에서 $1<\sqrt{3}<2$이므로
$4<3+\sqrt{3}<5$ … 2단계

따라서 $1-\sqrt{6}$과 $3+\sqrt{3}$ 사이에 있는 정수는
-1, 0, 1, 2, 3, 4
의 6개이다. … 3단계

답 6

단계	채점 요소	비율
1	$1-\sqrt{6}$의 값의 범위 구하기	40 %
2	$3+\sqrt{3}$의 값의 범위 구하기	40 %
3	$1-\sqrt{6}$과 $3+\sqrt{3}$ 사이에 있는 정수의 개수 구하기	20 %

0202 $\sqrt{4}<\sqrt{5}<\sqrt{9}$에서 $2<\sqrt{5}<3$이므로
$a+2<a+\sqrt{5}<a+3$

이때 $a+\sqrt{5}<n$에서 $a+3\le n$ …… ㉠

또 $\sqrt{9}<\sqrt{10}<\sqrt{16}$에서 $3<\sqrt{10}<4$이므로
$-4<-\sqrt{10}<-3$
$\therefore b-4<b-\sqrt{10}<b-3$

이때 $n<b-\sqrt{10}$에서 $n\le b-4$ …… ㉡

㉠, ㉡에서 $a+3\le n\le b-4$

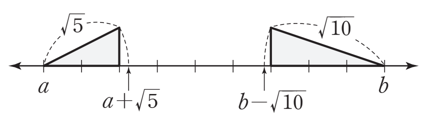
위의 부등식을 만족시키는 정수 n이 3개이므로
$(b-4)-(a+3)+1=3$
$\therefore b-a=9$

답 ②

RPM 비법 노트

$a<b$인 정수 a, b에 대하여
(1) 부등식 $a<x<b$를 만족시키는 정수 x의 개수
➡ $b-a-1$
(2) 부등식 $a\le x<b$ 또는 $a<x\le b$를 만족시키는 정수 x의 개수
➡ $b-a$
(3) 부등식 $a\le x\le b$를 만족시키는 정수 x의 개수
➡ $b-a+1$

다른 풀이 빗변의 길이가 $\sqrt{5}$, $\sqrt{10}$인 두 직각삼각형을 이용하여 두 무리수 $a+\sqrt{5}$와 $b-\sqrt{10}$ 사이에 3개의 정수가 존재하도록 $a+\sqrt{5}$, $b-\sqrt{10}$을 수직선 위에 나타내면 다음 그림과 같다.



이때 a와 $a+\sqrt{5}$ 사이에 있는 정수는 2개, $b-\sqrt{10}$과 b 사이에 있는 정수는 3개이므로 a와 b 사이에 있는 정수의 개수는
$2+3+3=8$
즉 $b-a-1=8$이므로 $b-a=9$

시험에 꼭 나오는 문제

본문 33~35쪽

0203 전략 소수로 나타내었을 때 순환소수가 아닌 무한소수가 되는 수는 무리수임을 이용한다.

ㄴ. $\sqrt{64}-8=8-8=0$
ㄷ. $\sqrt{2^2+3^2}=\sqrt{13}$
ㄹ. $\sqrt{(-3)^2+4^2}=\sqrt{25}=5$

이상에서 순환소수가 아닌 무한소수가 되는 것, 즉 무리수인 것은 ㄱ, ㄷ이다.

답 ①

0204 전략 유리수와 무리수의 합 또는 차는 항상 무리수임을 이용한다.

① (유리수)+(유리수)=(유리수)이므로 $a+\dfrac{1}{3}$은 유리수이다.

② $a=0$일 때, $\sqrt{7a}=0$이므로 $\sqrt{7a}$는 유리수가 될 수도 있다.

③ (유리수)×(유리수)=(유리수)이므로 $5a$는 유리수이다.
④ (유리수)−(무리수)=(무리수)이므로 $a-\sqrt{10}$은 무리수이다.
⑤ (유리수)^2=(유리수)이므로 a^2은 유리수이다.
따라서 항상 무리수인 것은 ④이다. 답 ④

0205 전략 유리수가 아닌 실수는 무리수이다.
① $\sqrt{9}$는 근호를 사용하여 나타낸 수이지만 유리수이다.
③ 유한소수로 나타낼 수 없다.
⑤ 기약분수로 나타낼 수 없는 수이다.
따라서 옳은 것은 ②, ④이다. 답 ②, ④

0206 전략 근호를 사용하여 나타낸 수는 근호를 없앨 수 있는지 확인한다.
$\sqrt{0.\dot{4}}=\sqrt{\frac{4}{9}}=\frac{2}{3}$, $-\sqrt{81}=-9$, $\sqrt{\frac{16}{49}}=\frac{4}{7}$
주어진 수는 모두 실수이고 8개이므로 $a=8$
유리수는 0.523, $\sqrt{0.\dot{4}}$, $-\sqrt{81}$, $\sqrt{\frac{16}{49}}$, $2.1555\cdots$의 5개이므로
$b=5$
$\therefore a-b=8-5=3$ 답 3
다른 풀이 실수는 유리수와 무리수로 이루어져 있으므로 $a-b$의 값은 무리수의 개수와 같다.
무리수는 π, $\sqrt{0.001}$, $-\sqrt{2.5}$의 3개이므로 $a-b=3$

0207 전략 직각삼각형의 빗변의 길이를 구한 후 기준점에서 빗변의 길이만큼 더하거나 빼어 각 점의 좌표를 구한다.
① △ABC는 직각삼각형이므로
$\overline{AB}=\sqrt{2^2+3^2}=\sqrt{13}$
② △ADE는 직각삼각형이므로
$\overline{AE}=\sqrt{3^2+1^2}=\sqrt{10}$
⑤ $\overline{DQ}=\overline{AQ}-\overline{AD}=\overline{AE}-\overline{AD}=\sqrt{10}-3$
따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다. 답 ⑤

0208 전략 점 A에 대응하는 수에 원이 이동한 거리만큼을 더한다.
반지름의 길이가 3인 원의 둘레의 길이는
$2\pi\times3=6\pi$
점 A와 점 A′ 사이의 거리는 원의 둘레의 길이의 2배와 같으므로 점 A′에 대응하는 수는
$1+6\pi\times2=1+12\pi$ 답 $1+12\pi$

0209 전략 서로 다른 두 실수 사이에는 무수히 많은 유리수와 무리수가 있다.
① $\sqrt{1}<\sqrt{3}<\sqrt{4}$에서 $1<\sqrt{3}<2$이므로
$-2<-\sqrt{3}<-1$
$\sqrt{9}<\sqrt{10}<\sqrt{16}$에서 $3<\sqrt{10}<4$
즉 $-\sqrt{3}$과 $\sqrt{10}$ 사이의 정수는 -1, 0, 1, 2, 3의 5개이다.
⑤ $\sqrt{5}$와 $\sqrt{7}$ 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.
따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다. 답 ⑤

0210 전략 수직선에서 2와 3 사이의 점에 대응하는 수를 찾는다.
① $\sqrt{1}<\sqrt{3}<\sqrt{4}$에서 $1<\sqrt{3}<2$
② $\sqrt{4}<\sqrt{5}<\sqrt{9}$에서 $2<\sqrt{5}<3$이므로
$3<\sqrt{5}+1<4$
③ $\sqrt{4}<\sqrt{8}<\sqrt{9}$에서 $2<\sqrt{8}<3$이므로
$1<-1+\sqrt{8}<2$
④ $\sqrt{16}<\sqrt{19}<\sqrt{25}$에서 $4<\sqrt{19}<5$이므로
$2<\sqrt{19}-2<3$
⑤ $\sqrt{16}<\sqrt{24}<\sqrt{25}$에서 $4<\sqrt{24}<5$이므로
$1<\sqrt{24}-3<2$
따라서 점 A에 대응하는 수로 가장 적당한 수는 ④이다.
답 ④

0211 전략 $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$에 가까운 정수를 이용한다.
(i) $\sqrt{1}<\sqrt{2}<\sqrt{4}$에서 $1<\sqrt{2}<2$이므로
$-2<-\sqrt{2}<-1$
$\therefore -4<-2-\sqrt{2}<-3$
따라서 $-2-\sqrt{2}$에 대응하는 점은 구간 A에 있다.
(ii) $\sqrt{1}<\sqrt{3}<\sqrt{4}$에서 $1<\sqrt{3}<2$이므로
$-2<-\sqrt{3}<-1$
따라서 $-\sqrt{3}$에 대응하는 점은 구간 C에 있다.
(iii) $\sqrt{4}<\sqrt{5}<\sqrt{9}$에서 $2<\sqrt{5}<3$이므로
$-3<-\sqrt{5}<-2$ $\therefore 1<4-\sqrt{5}<2$
따라서 $4-\sqrt{5}$에 대응하는 점은 구간 F에 있다.
이상에서 차례대로 나열하면 구간 A, 구간 C, 구간 F이다.
답 구간 A, 구간 C, 구간 F

0212 전략 두 수의 차를 이용한다.
① $(\sqrt{10}-1)-2=\sqrt{10}-3=\sqrt{10}-\sqrt{9}>0$
$\therefore \sqrt{10}-1>2$
② $(2+\sqrt{5})-(\sqrt{7}+\sqrt{5})=2-\sqrt{7}=\sqrt{4}-\sqrt{7}<0$
$\therefore 2+\sqrt{5}<\sqrt{7}+\sqrt{5}$
③ $(\sqrt{12}-3)-(\sqrt{12}-\sqrt{8})=-3+\sqrt{8}=-\sqrt{9}+\sqrt{8}<0$
$\therefore \sqrt{12}-3<\sqrt{12}-\sqrt{8}$
④ $(4-\sqrt{6})-(\sqrt{20}-\sqrt{6})=4-\sqrt{20}=\sqrt{16}-\sqrt{20}<0$
$\therefore 4-\sqrt{6}<\sqrt{20}-\sqrt{6}$
⑤ $(\sqrt{13}+2)-5=\sqrt{13}-3=\sqrt{13}-\sqrt{9}>0$
$\therefore \sqrt{13}+2>5$
따라서 옳지 않은 것은 ③, ⑤이다. 답 ③, ⑤

0213 전략 주어진 제곱근표를 이용하여 먼저 a, b의 값을 구한다.
$\sqrt{53.4}=7.308$이므로 $a=53.4$
$\sqrt{51.2}=7.155$이므로 $b=51.2$
따라서 $\frac{a+b}{2}=\frac{53.4+51.2}{2}=52.3$이므로
$\sqrt{\frac{a+b}{2}}=\sqrt{52.3}=7.232$ 답 ②

0214 전략 $a<\sqrt{c}<b$이면 $\sqrt{a^2}<\sqrt{c}<\sqrt{b^2}$임을 이용한다.

$\sqrt{1}<\sqrt{3}<\sqrt{4}$에서 $1<\sqrt{3}<2$이고 $4=\sqrt{16}$이다.

$\sqrt{\frac{19}{2}}=\sqrt{9.5}$

$\sqrt{9}<\sqrt{10}<\sqrt{16}$에서 $3<\sqrt{10}<4$이므로

$4<\sqrt{10}+1<5$

$1<\sqrt{3}<2$이므로　$3<\sqrt{3}+2<4$

$\sqrt{4}<\sqrt{5}<\sqrt{9}$에서 $2<\sqrt{5}<3$이므로　$4<\sqrt{5}+2<5$

$1<\sqrt{3}<2$에서 $-2<-\sqrt{3}<-1$이므로

$2<4-\sqrt{3}<3$

따라서 $\sqrt{3}$과 4 사이에 있는 수는 $\sqrt{\frac{19}{2}}$, $\sqrt{3}+2$, $4-\sqrt{3}$의 3개이다.

답 3

0215 전략 점 P에 대응하는 수를 이용하여 점 B에 대응하는 수를 먼저 구한다.

$\overline{BP}=\overline{BD}=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$이므로 점 B에 대응하는 수는

-4 … 1단계

□ABCD는 한 변의 길이가 1인 정사각형이므로 점 A에 대응하는 수는

$-4-1=-5$ … 2단계

$\overline{AQ}=\overline{AC}=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$이므로 점 Q에 대응하는 수는

$-5+\sqrt{2}$ … 3단계

답 $-5+\sqrt{2}$

단계	채점 요소	비율
1	점 B에 대응하는 수 구하기	40 %
2	점 A에 대응하는 수 구하기	20 %
3	점 Q에 대응하는 수 구하기	40 %

0216 전략 먼저 양수와 음수를 구분한다.

$-1-\sqrt{3}$은 음수이고 2, $1+\sqrt{3}$, $\sqrt{2}+\sqrt{3}$은 양수이다. … 1단계

$2-(1+\sqrt{3})=1-\sqrt{3}<0$이므로　$2<1+\sqrt{3}$

$(1+\sqrt{3})-(\sqrt{2}+\sqrt{3})=1-\sqrt{2}<0$이므로

$1+\sqrt{3}<\sqrt{2}+\sqrt{3}$

$\therefore -1-\sqrt{3}<2<1+\sqrt{3}<\sqrt{2}+\sqrt{3}$ … 2단계

따라서 작은 것부터 차례대로 나열하면

$-1-\sqrt{3}$, 2, $1+\sqrt{3}$, $\sqrt{2}+\sqrt{3}$

이므로 세 번째에 오는 수는 $1+\sqrt{3}$이다. … 3단계

답 $1+\sqrt{3}$

단계	채점 요소	비율
1	양수와 음수 구분하기	20 %
2	네 수의 대소 비교하기	60 %
3	세 번째에 오는 수 구하기	20 %

0217 전략 $\sqrt{14}$와 $\sqrt{123}$에 가까운 정수를 이용한다.

$\sqrt{9}<\sqrt{14}<\sqrt{16}$에서 $3<\sqrt{14}<4$이므로

$5<2+\sqrt{14}<6$ … 1단계

$\sqrt{121}<\sqrt{123}<\sqrt{144}$에서 $11<\sqrt{123}<12$이므로

$8<\sqrt{123}-3<9$ … 2단계

따라서 $2+\sqrt{14}$, $\sqrt{123}-3$ 사이에 있는 정수는 6, 7, 8이므로 구하는 합은

$6+7+8=21$ … 3단계

답 21

단계	채점 요소	비율
1	$2+\sqrt{14}$의 값의 범위 구하기	30 %
2	$\sqrt{123}-3$의 값의 범위 구하기	30 %
3	두 수 사이에 있는 모든 정수의 합 구하기	40 %

0218 전략 $\sqrt{n}$, $\sqrt{3n}$이 유리수가 되도록 하는 n의 개수를 구한다.

(i) $\sqrt{n}$이 유리수가 되도록 하는 n은

$1^2, 2^2, 3^2, \cdots, 14^2$

의 14개이다.

(ii) $\sqrt{3n}$이 유리수가 되도록 하는 n은

$3\times1^2, 3\times2^2, 3\times3^2, \cdots, 3\times8^2$

의 8개이다.

(i), (ii)에서 중복되는 경우는 없으므로 $\sqrt{n}$, $\sqrt{3n}$이 모두 무리수가 되도록 하는 n의 개수는

$200-(14+8)=178$

답 178

0219 전략 $\sqrt{a}$의 정수 부분이 n이면 $n\le\sqrt{a}<n+1$임을 이용한다.

$\sqrt{x^2+y^2}$의 정수 부분이 5이므로

$5\le\sqrt{x^2+y^2}<6$, 즉 $\sqrt{25}\le\sqrt{x^2+y^2}<\sqrt{36}$

따라서 $25\le x^2+y^2<36$을 만족시키는 순서쌍 (x, y)는

$(0, 5)$, $(1, 5)$, $(2, 5)$, $(3, 4)$, $(3, 5)$,
$(4, 3)$, $(4, 4)$, $(5, 0)$, $(5, 1)$, $(5, 2)$,
$(5, 3)$

의 11개이다.

답 11

0220 전략 $[1, 2]$, $[2, 3]$, $[3, 4]$의 값을 구하여 규칙을 찾는다.

1과 2 사이에 있는 자연수의 양의 제곱근은

$\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$의 2개

이므로　$[1, 2]=2$

2와 3 사이에 있는 자연수의 양의 제곱근은

$\sqrt{5}$, $\sqrt{6}$, $\sqrt{7}$, $\sqrt{8}$의 4개

이므로　$[2, 3]=4$

3과 4 사이에 있는 자연수의 양의 제곱근은

$\sqrt{10}$, $\sqrt{11}$, $\sqrt{12}$, $\sqrt{13}$, $\sqrt{14}$, $\sqrt{15}$의 6개

이므로　$[3, 4]=6$

⋮

따라서 $[n, n+1]=2n$이므로

$[99, 100]=2\times99=198$

답 198

I. 실수와 그 연산

03 근호를 포함한 식의 계산

교과서문제 정복하기

본문 37, 39쪽

0221 $\sqrt{2}\sqrt{11}=\sqrt{2\times11}=\sqrt{22}$ 답 $\sqrt{22}$

0222 $\sqrt{\frac{1}{7}}\times\sqrt{28}=\sqrt{\frac{1}{7}\times28}=\sqrt{4}=2$ 답 2

0223 $\sqrt{\frac{5}{3}}\times\sqrt{\frac{9}{10}}=\sqrt{\frac{5}{3}\times\frac{9}{10}}=\sqrt{\frac{3}{2}}$ 답 $\sqrt{\frac{3}{2}}$

0224 $-4\sqrt{6}\times2\sqrt{5}=(-4\times2)\times\sqrt{6\times5}=-8\sqrt{30}$ 답 $-8\sqrt{30}$

0225 $\frac{\sqrt{70}}{\sqrt{14}}=\sqrt{\frac{70}{14}}=\sqrt{5}$ 답 $\sqrt{5}$

0226 $\sqrt{13}\div(-\sqrt{26})=-\frac{\sqrt{13}}{\sqrt{26}}=-\sqrt{\frac{13}{26}}=-\sqrt{\frac{1}{2}}$ 답 $-\sqrt{\frac{1}{2}}$

0227 $8\sqrt{15}\div4\sqrt{3}=\frac{8\sqrt{15}}{4\sqrt{3}}=2\sqrt{\frac{15}{3}}=2\sqrt{5}$ 답 $2\sqrt{5}$

0228 $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{24}}\div\frac{\sqrt{10}}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{24}}\times\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{10}}=\sqrt{\frac{5}{24}\times\frac{3}{10}}$
$=\sqrt{\frac{1}{16}}=\frac{1}{4}$ 답 $\frac{1}{4}$

0229 답 2, 2 **0230** 답 6, 6

0231 답 9, 23, 9 **0232** 답 27, 3, 3, 10

0233 $\sqrt{45}=\sqrt{3^2\times5}=3\sqrt{5}$ 답 $3\sqrt{5}$

0234 $-\sqrt{72}=-\sqrt{6^2\times2}=-6\sqrt{2}$ 답 $-6\sqrt{2}$

0235 $\sqrt{\frac{7}{64}}=\sqrt{\frac{7}{8^2}}=\frac{\sqrt{7}}{8}$ 답 $\frac{\sqrt{7}}{8}$

0236 $\sqrt{\frac{31}{144}}=\sqrt{\frac{31}{12^2}}=\frac{\sqrt{31}}{12}$ 답 $\frac{\sqrt{31}}{12}$

0237 $\sqrt{0.11}=\sqrt{\frac{11}{100}}=\sqrt{\frac{11}{10^2}}=\frac{\sqrt{11}}{10}$ 답 $\frac{\sqrt{11}}{10}$

0238 $\sqrt{0.24}=\sqrt{\frac{24}{100}}=\sqrt{\frac{2^2\times6}{10^2}}=\frac{2\sqrt{6}}{10}=\frac{\sqrt{6}}{5}$ 답 $\frac{\sqrt{6}}{5}$

0239 답 4, 80

0240 답 2, 28

0241 답 9, $\frac{2}{81}$

0242 답 5, 6, $\frac{25}{6}$

0243 $-3\sqrt{6}=-\sqrt{3^2\times6}=-\sqrt{54}$ 답 $-\sqrt{54}$

0244 $10\sqrt{5}=\sqrt{10^2\times5}=\sqrt{500}$ 답 $\sqrt{500}$

0245 $-\frac{\sqrt{11}}{2}=-\sqrt{\frac{11}{2^2}}=-\sqrt{\frac{11}{4}}$ 답 $-\sqrt{\frac{11}{4}}$

0246 $\frac{2\sqrt{3}}{5}=\sqrt{\frac{2^2\times3}{5^2}}=\sqrt{\frac{12}{25}}$ 답 $\sqrt{\frac{12}{25}}$

0247 답 (가) $\sqrt{7}$ (나) $\sqrt{7}$ (다) 21

0248 $\frac{1}{\sqrt{10}}=\frac{\sqrt{10}}{\sqrt{10}\times\sqrt{10}}=\frac{\sqrt{10}}{10}$ 답 $\frac{\sqrt{10}}{10}$

0249 $-\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{2}}=-\frac{\sqrt{7}\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=-\frac{\sqrt{14}}{2}$ 답 $-\frac{\sqrt{14}}{2}$

0250 $-\frac{\sqrt{5}}{5\sqrt{3}}=-\frac{\sqrt{5}\times\sqrt{3}}{5\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=-\frac{\sqrt{15}}{15}$ 답 $-\frac{\sqrt{15}}{15}$

0251 $\frac{3}{2\sqrt{6}}=\frac{3\times\sqrt{6}}{2\sqrt{6}\times\sqrt{6}}=\frac{3\sqrt{6}}{12}=\frac{\sqrt{6}}{4}$ 답 $\frac{\sqrt{6}}{4}$

0252 $2\sqrt{6}+5\sqrt{6}=(2+5)\sqrt{6}=7\sqrt{6}$ 답 $7\sqrt{6}$

0253 $\sqrt{2}+4\sqrt{2}=(1+4)\sqrt{2}=5\sqrt{2}$ 답 $5\sqrt{2}$

0254 $12\sqrt{7}-8\sqrt{7}=(12-8)\sqrt{7}=4\sqrt{7}$ 답 $4\sqrt{7}$

0255 $4\sqrt{10}-9\sqrt{10}+\sqrt{10}=(4-9+1)\sqrt{10}$
$=-4\sqrt{10}$ 답 $-4\sqrt{10}$

0256 $8\sqrt{3}+3\sqrt{5}-6\sqrt{3}+9\sqrt{5}$
$=(8-6)\sqrt{3}+(3+9)\sqrt{5}$
$=2\sqrt{3}+12\sqrt{5}$ 답 $2\sqrt{3}+12\sqrt{5}$

0257 $7\sqrt{6}-5\sqrt{11}+\sqrt{11}-4\sqrt{6}$
$=(7-4)\sqrt{6}+(-5+1)\sqrt{11}$
$=3\sqrt{6}-4\sqrt{11}$ 답 $3\sqrt{6}-4\sqrt{11}$

0258 $\sqrt{20}-\sqrt{80}=2\sqrt{5}-4\sqrt{5}=-2\sqrt{5}$ 답 $-2\sqrt{5}$

0259 $\sqrt{48}+\sqrt{75}-\sqrt{108}$
$=4\sqrt{3}+5\sqrt{3}-6\sqrt{3}=3\sqrt{3}$ 답 $3\sqrt{3}$

0260 $\sqrt{7}-\sqrt{24}+\sqrt{63}+\sqrt{96}$
$=\sqrt{7}-2\sqrt{6}+3\sqrt{7}+4\sqrt{6}$
$=2\sqrt{6}+4\sqrt{7}$ 답 $2\sqrt{6}+4\sqrt{7}$

0261 $11\sqrt{3}-4\sqrt{8}-2\sqrt{12}+3\sqrt{50}$
$=11\sqrt{3}-8\sqrt{2}-4\sqrt{3}+15\sqrt{2}$
$=7\sqrt{2}+7\sqrt{3}$ 답 $7\sqrt{2}+7\sqrt{3}$

0262 $\sqrt{2}(\sqrt{7}+\sqrt{5})=\sqrt{2}\times\sqrt{7}+\sqrt{2}\times\sqrt{5}$
$=\sqrt{14}+\sqrt{10}$ 답 $\sqrt{14}+\sqrt{10}$

0263 $\sqrt{3}(\sqrt{6}-\sqrt{15})=\sqrt{3}\times\sqrt{6}-\sqrt{3}\times\sqrt{15}$
$=\sqrt{18}-\sqrt{45}$
$=3\sqrt{2}-3\sqrt{5}$ 답 $3\sqrt{2}-3\sqrt{5}$

0264 $\sqrt{7}(2\sqrt{3}+4\sqrt{7})=\sqrt{7}\times2\sqrt{3}+\sqrt{7}\times4\sqrt{7}$
$=2\sqrt{21}+28$ 답 $2\sqrt{21}+28$

0265 $3\sqrt{2}(\sqrt{2}-2\sqrt{10})=3\sqrt{2}\times\sqrt{2}-3\sqrt{2}\times2\sqrt{10}$
$=6-6\sqrt{20}$
$=6-12\sqrt{5}$ 답 $6-12\sqrt{5}$

0266 $(\sqrt{18}-\sqrt{6})\div\sqrt{3}=(\sqrt{18}-\sqrt{6})\times\frac{1}{\sqrt{3}}$
$=\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{3}}-\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{3}}$
$=\sqrt{\frac{18}{3}}-\sqrt{\frac{6}{3}}$
$=\sqrt{6}-\sqrt{2}$ 답 $\sqrt{6}-\sqrt{2}$

0267 $(\sqrt{45}+\sqrt{30})\div\sqrt{5}=(\sqrt{45}+\sqrt{30})\times\frac{1}{\sqrt{5}}$
$=\frac{\sqrt{45}}{\sqrt{5}}+\frac{\sqrt{30}}{\sqrt{5}}$
$=\sqrt{\frac{45}{5}}+\sqrt{\frac{30}{5}}$
$=\sqrt{9}+\sqrt{6}$
$=3+\sqrt{6}$ 답 $3+\sqrt{6}$

0268 답 (가) $\sqrt{3}$ (나) 3 (다) 18 (라) 2

0269 $\frac{4+\sqrt{3}}{\sqrt{5}}=\frac{(4+\sqrt{3})\times\sqrt{5}}{\sqrt{5}\times\sqrt{5}}$
$=\frac{4\sqrt{5}+\sqrt{15}}{5}$ 답 $\frac{4\sqrt{5}+\sqrt{15}}{5}$

0270 $\frac{\sqrt{2}-2}{\sqrt{3}}=\frac{(\sqrt{2}-2)\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}$
$=\frac{\sqrt{6}-2\sqrt{3}}{3}$ 답 $\frac{\sqrt{6}-2\sqrt{3}}{3}$

0271 $\frac{\sqrt{2}-2\sqrt{3}}{3\sqrt{2}}=\frac{(\sqrt{2}-2\sqrt{3})\times\sqrt{2}}{3\sqrt{2}\times\sqrt{2}}$
$=\frac{2-2\sqrt{6}}{6}=\frac{1-\sqrt{6}}{3}$ 답 $\frac{1-\sqrt{6}}{3}$

0272 $\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{12}}=\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{2\sqrt{3}}=\frac{(\sqrt{3}+\sqrt{2})\times\sqrt{3}}{2\sqrt{3}\times\sqrt{3}}$
$=\frac{3+\sqrt{6}}{6}$ 답 $\frac{3+\sqrt{6}}{6}$

0273 $15\sqrt{10}\div3-3\sqrt{2}\times\sqrt{5}$
$=5\sqrt{10}-3\sqrt{10}=2\sqrt{10}$ 답 $2\sqrt{10}$

0274 $\sqrt{3}(\sqrt{7}+4)-5\sqrt{3}$
$=\sqrt{21}+4\sqrt{3}-5\sqrt{3}=\sqrt{21}-\sqrt{3}$ 답 $\sqrt{21}-\sqrt{3}$

0275 $\sqrt{54}+(\sqrt{27}+\sqrt{3})\div\frac{1}{\sqrt{2}}$
$=\sqrt{54}+(\sqrt{27}+\sqrt{3})\times\sqrt{2}$
$=\sqrt{54}+\sqrt{54}+\sqrt{6}$
$=3\sqrt{6}+3\sqrt{6}+\sqrt{6}=7\sqrt{6}$ 답 $7\sqrt{6}$

0276 $2\sqrt{2}(1-2\sqrt{3})-\sqrt{2}\left(5+\frac{6}{\sqrt{12}}\right)$
$=2\sqrt{2}-4\sqrt{6}-5\sqrt{2}-\frac{6}{\sqrt{6}}$
$=2\sqrt{2}-4\sqrt{6}-5\sqrt{2}-\sqrt{6}$
$=-3\sqrt{2}-5\sqrt{6}$ 답 $-3\sqrt{2}-5\sqrt{6}$

유형 익히기

본문 40~50쪽

0277 ④ $4\sqrt{\frac{2}{13}}\times3\sqrt{26}=(4\times3)\times\sqrt{\frac{2}{13}\times26}=12\sqrt{4}=24$
따라서 옳지 않은 것은 ④이다. 답 ④

0278 $3\sqrt{6}\times\left(-\sqrt{\frac{11}{6}}\right)\times(-4\sqrt{2})$
$=\{3\times(-1)\times(-4)\}\times\sqrt{6\times\frac{11}{6}\times2}$
$=12\sqrt{22}$ 답 ④

0279 $2\sqrt{0.75}\times\sqrt{\frac{20}{3}}=2\sqrt{0.75\times\frac{20}{3}}=2\sqrt{5}$이므로
$a=2\sqrt{5}$ … 1단계
$-8\sqrt{\frac{10}{21}}\times\sqrt{\frac{21}{2}}=-8\sqrt{\frac{10}{21}\times\frac{21}{2}}=-8\sqrt{5}$이므로
$b=-8\sqrt{5}$ … 2단계

$\therefore ab=2\sqrt{5}\times(-8\sqrt{5})=-80$ ··· 3단계

답 -80

단계	채점 요소	비율
1	a의 값 구하기	40 %
2	b의 값 구하기	40 %
3	ab의 값 구하기	20 %

0280 ㄷ. $2\sqrt{5}\div\frac{6}{\sqrt{3}}=2\sqrt{5}\times\frac{\sqrt{3}}{6}=\frac{1}{3}\sqrt{5\times3}=\frac{\sqrt{15}}{3}$

이상에서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄹ이다. 답 ④

0281 $\frac{\sqrt{10}}{\sqrt{7}}\div\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{a}}=\frac{\sqrt{10}}{\sqrt{7}}\times\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{5}}=\sqrt{\frac{10}{7}\times\frac{a}{5}}=\sqrt{\frac{2}{7}a}$

이때 $\sqrt{\frac{2}{7}a}=\sqrt{6}$이므로

$\frac{2}{7}a=6$ $\therefore a=21$ 답 21

0282 $\frac{2\sqrt{14}}{3}\div\frac{\sqrt{42}}{\sqrt{3}}\div\frac{2}{3\sqrt{6}}=\frac{2\sqrt{14}}{3}\times\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{42}}\times\frac{3\sqrt{6}}{2}$

$=\sqrt{14\times\frac{3}{42}\times6}$

$=\sqrt{6}$ 답 ⑤

0283 $7\sqrt{2}=\sqrt{7^2\times2}=\sqrt{98}$이므로 $a=98$

$\sqrt{180}=\sqrt{6^2\times5}=6\sqrt{5}$이므로 $b=6$

$\therefore a-b=98-6=92$ 답 ③

0284 ① $-3\sqrt{6}=-\sqrt{3^2\times6}=-\sqrt{54}$

② $4\sqrt{5}=\sqrt{4^2\times5}=\sqrt{80}$

③ $5\sqrt{7}=\sqrt{5^2\times7}=\sqrt{175}$

④ $-\sqrt{216}=-\sqrt{6^2\times6}=-6\sqrt{6}$

⑤ $\sqrt{147}=\sqrt{7^2\times3}=7\sqrt{3}$

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다. 답 ⑤

0285 $\sqrt{150}=\sqrt{5^2\times6}=5\sqrt{6}$이므로 $a=6$ ··· 1단계

$8\sqrt{3}=\sqrt{8^2\times3}=\sqrt{192}$이므로 $b=192$ ··· 2단계

$\sqrt{208}=\sqrt{4^2\times13}=4\sqrt{13}$이므로 $c=4$ ··· 3단계

$\therefore a\sqrt{b+c}=6\sqrt{192+4}=6\sqrt{196}$

$=6\times14=84$ ··· 4단계

답 84

단계	채점 요소	비율
1	a의 값 구하기	20 %
2	b의 값 구하기	20 %
3	c의 값 구하기	20 %
4	$a\sqrt{b+c}$의 값 구하기	40 %

0286 $a\sqrt{\frac{12b}{a}}+b\sqrt{\frac{27a}{b}}=\sqrt{a^2\times\frac{12b}{a}}+\sqrt{b^2\times\frac{27a}{b}}$

$=\sqrt{12ab}+\sqrt{27ab}$

$=2\sqrt{3ab}+3\sqrt{3ab}$ ······ ㉠

이때 $ab=48$을 ㉠에 대입하면

(주어진 식)$=2\sqrt{3\times48}+3\sqrt{3\times48}$

$=2\sqrt{144}+3\sqrt{144}$

$=2\times12+3\times12=60$ 답 ③

0287 $\sqrt{\frac{150}{49}}=\sqrt{\frac{5^2\times6}{7^2}}=\frac{5\sqrt{6}}{7}$이므로

$a=\frac{5}{7}$

$\sqrt{0.84}=\sqrt{\frac{84}{100}}=\sqrt{\frac{2^2\times21}{10^2}}=\frac{2\sqrt{21}}{10}=\frac{\sqrt{21}}{5}$이므로

$b=21$

$\therefore ab=\frac{5}{7}\times21=15$ 답 15

0288 $\sqrt{\frac{39}{192}}=\sqrt{\frac{13}{64}}=\sqrt{\frac{13}{8^2}}=\frac{\sqrt{13}}{8}$

따라서 $a=8$, $b=13$이므로

$a+b=8+13=21$ 답 21

0289 $\sqrt{0.016}=\sqrt{\frac{160}{10000}}=\sqrt{\frac{4^2\times10}{100^2}}=\frac{4\sqrt{10}}{100}=\frac{\sqrt{10}}{25}$

$\therefore k=\frac{1}{25}$ 답 $\frac{1}{25}$

0290 ① $\sqrt{\frac{10}{121}}=\sqrt{\frac{10}{11^2}}=\frac{\sqrt{10}}{11}$

② $\frac{\sqrt{7}}{4}=\sqrt{\frac{7}{4^2}}=\sqrt{\frac{7}{16}}$

③ $-\sqrt{\frac{33}{75}}=-\sqrt{\frac{11}{25}}=-\sqrt{\frac{11}{5^2}}=-\frac{\sqrt{11}}{5}$

④ $\sqrt{0.24}=\sqrt{\frac{24}{100}}=\sqrt{\frac{2^2\times6}{10^2}}=\frac{2\sqrt{6}}{10}=\frac{\sqrt{6}}{5}$

⑤ $\frac{4\sqrt{2}}{3}=\sqrt{\frac{4^2\times2}{3^2}}=\sqrt{\frac{32}{9}}$

따라서 옳은 것은 ①, ③이다. 답 ①, ③

0291 ① $\sqrt{500}=\sqrt{5\times100}=10\sqrt{5}=10\times2.236=22.36$

② $\sqrt{0.5}=\sqrt{\frac{50}{100}}=\frac{\sqrt{50}}{10}=\frac{7.071}{10}=0.7071$

③ $\sqrt{5000}=\sqrt{50\times100}=10\sqrt{50}=10\times7.071=70.71$

④ $\sqrt{0.05}=\sqrt{\frac{5}{100}}=\frac{\sqrt{5}}{10}=\frac{2.236}{10}=0.2236$

⑤ $\sqrt{0.005}=\sqrt{\frac{50}{10000}}=\frac{\sqrt{50}}{100}=\frac{7.071}{100}=0.07071$

따라서 옳은 것은 ③이다. 답 ③

0292 $17.86=10\times1.786$

$=10\sqrt{3.19}=\sqrt{3.19\times100}=\sqrt{319}$

$\therefore a=319$ 답 319

0293 ① $\sqrt{0.00068}=\sqrt{\frac{6.8}{10000}}=\frac{\sqrt{6.8}}{100}=\frac{2.608}{100}=0.02608$

② $\sqrt{0.068}=\sqrt{\frac{6.8}{100}}=\frac{\sqrt{6.8}}{10}=\frac{2.608}{10}=0.2608$

③ $\sqrt{680}=\sqrt{6.8\times100}=10\sqrt{6.8}=10\times2.608=26.08$

④ $\sqrt{6800}=\sqrt{68\times100}=10\sqrt{68}$이므로 $\sqrt{6800}$의 값은 구할 수 없다.

⑤ $\sqrt{68000}=\sqrt{6.8\times10000}=100\sqrt{6.8}$
$=100\times2.608=260.8$

따라서 그 값을 구할 수 없는 것은 ④이다. 답 ④

0294 $\sqrt{0.32}=\sqrt{\frac{32}{100}}$
$=\frac{4\sqrt{2}}{10}=\frac{2\sqrt{2}}{5}$
$=\frac{2}{5}\times1.414=0.5656$ … 1단계

$\sqrt{\frac{1}{50}}=\sqrt{\frac{2}{100}}=\frac{\sqrt{2}}{10}=\frac{1.414}{10}=0.1414$ … 2단계

$\therefore \sqrt{0.32}+\sqrt{\frac{1}{50}}=0.5656+0.1414$
$=0.707$ … 3단계

답 0.707

단계	채점 요소	비율
1	$\sqrt{0.32}$의 값 구하기	40 %
2	$\sqrt{\frac{1}{50}}$의 값 구하기	40 %
3	$\sqrt{0.32}+\sqrt{\frac{1}{50}}$의 값 구하기	20 %

0295 $\sqrt{126}=\sqrt{2\times3^2\times7}=\sqrt{2}\times3\times\sqrt{7}=3ab$ 답 ①

0296 $\sqrt{80}-\sqrt{147}=\sqrt{4^2\times5}-\sqrt{7^2\times3}$
$=4\sqrt{5}-7\sqrt{3}$
$=4B-7A$ 답 ④

0297 $\sqrt{7.04}=\sqrt{\frac{704}{100}}=\sqrt{\frac{8^2\times11}{10^2}}=\frac{8\sqrt{11}}{10}=\frac{4\sqrt{11}}{5}=\frac{4}{5}A$

답 ④

0298 ① $\frac{1}{\sqrt{11}}=\frac{\sqrt{11}}{\sqrt{11}\times\sqrt{11}}=\frac{\sqrt{11}}{11}$

② $\frac{6}{\sqrt{8}}=\frac{6}{2\sqrt{2}}=\frac{3}{\sqrt{2}}=\frac{3\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\frac{3\sqrt{2}}{2}$

③ $\frac{\sqrt{2}}{3\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{2}\times\sqrt{5}}{3\sqrt{5}\times\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{10}}{15}$

④ $\frac{3}{4\sqrt{7}}=\frac{3\times\sqrt{7}}{4\sqrt{7}\times\sqrt{7}}=\frac{3\sqrt{7}}{28}$

⑤ $\frac{5\sqrt{11}}{\sqrt{32}}=\frac{5\sqrt{11}}{4\sqrt{2}}=\frac{5\sqrt{11}\times\sqrt{2}}{4\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\frac{5\sqrt{22}}{8}$

따라서 옳지 않은 것은 ④이다. 답 ④

0299 $\frac{3\sqrt{a}}{2\sqrt{6}}=\frac{3\sqrt{a}\times\sqrt{6}}{2\sqrt{6}\times\sqrt{6}}=\frac{3\sqrt{6a}}{12}=\frac{\sqrt{6a}}{4}$이므로

$\frac{\sqrt{6a}}{4}=\frac{\sqrt{15}}{2}$, $\sqrt{6a}=2\sqrt{15}=\sqrt{60}$

$6a=60$ $\therefore a=10$ 답 ④

0300 $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{7}}=\frac{\sqrt{5}\times\sqrt{7}}{\sqrt{7}\times\sqrt{7}}=\frac{\sqrt{35}}{7}$

$\sqrt{7}=\frac{7\sqrt{7}}{7}=\frac{\sqrt{343}}{7}$

$\frac{5}{\sqrt{7}}=\frac{5\times\sqrt{7}}{\sqrt{7}\times\sqrt{7}}=\frac{5\sqrt{7}}{7}=\frac{\sqrt{175}}{7}$

$\frac{5}{7}=\frac{\sqrt{25}}{7}$

이므로 큰 것부터 차례대로 나열하면

$\sqrt{7}$, $\frac{5}{\sqrt{7}}$, $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{7}}$, $\frac{5}{7}$, $\frac{\sqrt{5}}{7}$

따라서 두 번째에 오는 수는 $\frac{5}{\sqrt{7}}$이다. 답 $\frac{5}{\sqrt{7}}$

0301 $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{15}}\div\frac{2}{\sqrt{6}}\times\frac{3\sqrt{5}}{\sqrt{3}}=\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{15}}\times\frac{\sqrt{6}}{2}\times\frac{3\sqrt{5}}{\sqrt{3}}$
$=\frac{6}{\sqrt{3}}=\frac{6\sqrt{3}}{3}$
$=2\sqrt{3}$ 답 ④

0302 ① $3\sqrt{12}\div(-2\sqrt{3})=6\sqrt{3}\times\left(-\frac{1}{2\sqrt{3}}\right)=-3$

② $2\sqrt{20}\div\sqrt{10}\times\sqrt{2}=4\sqrt{5}\times\frac{1}{\sqrt{10}}\times\sqrt{2}=4$

③ $\sqrt{18}\times\sqrt{48}\div\sqrt{108}=3\sqrt{2}\times4\sqrt{3}\times\frac{1}{6\sqrt{3}}=2\sqrt{2}$

④ $\sqrt{\frac{3}{4}}\div\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{10}}\div\frac{\sqrt{5}}{3}=\frac{\sqrt{3}}{2}\times\frac{\sqrt{10}}{\sqrt{2}}\times\frac{3}{\sqrt{5}}=\frac{3\sqrt{3}}{2}$

⑤ $\frac{5\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\times\left(-\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{5}}\right)\div\frac{\sqrt{14}}{2\sqrt{3}}=\frac{5\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\times\left(-\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{5}}\right)\times\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{14}}$
$=-\frac{10}{\sqrt{5}}=-\frac{10\sqrt{5}}{5}$
$=-2\sqrt{5}$

따라서 옳지 않은 것은 ④, ⑤이다. 답 ④, ⑤

0303 $3\sqrt{15}\div2\sqrt{18}\times2\sqrt{6}=3\sqrt{15}\times\frac{1}{6\sqrt{2}}\times2\sqrt{6}=3\sqrt{5}$

이므로 $a=3$ … 1단계

$\frac{\sqrt{50}}{2}\div(-6\sqrt{3})\times\sqrt{48}=\frac{5\sqrt{2}}{2}\times\left(-\frac{1}{6\sqrt{3}}\right)\times4\sqrt{3}=-\frac{5\sqrt{2}}{3}$

이므로 $b=-\frac{5}{3}$ … 2단계

$\therefore ab=3\times\left(-\frac{5}{3}\right)=-5$ … 3단계

답 -5

단계	채점 요소	비율
1	a의 값 구하기	40 %
2	b의 값 구하기	40 %
3	ab의 값 구하기	20 %

0304 $\overline{AD}$를 한 변으로 하는 정사각형의 넓이가 32이므로
$\overline{AD}=\sqrt{32}=4\sqrt{2}$
$\overline{CD}$를 한 변으로 하는 정사각형의 넓이가 6이므로
$\overline{CD}=\sqrt{6}$

$\therefore \square ABCD = \overline{AD} \times \overline{CD}$
$= 4\sqrt{2} \times \sqrt{6}$
$= 4\sqrt{12} = 8\sqrt{3}$

답 ④

0305 $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{10} \times \overline{AH} = \sqrt{10}\,\overline{AH}$이므로

$\sqrt{10}\,\overline{AH} = 6\sqrt{15}$

$\therefore \overline{AH} = \frac{6\sqrt{15}}{\sqrt{10}} = \frac{6\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \frac{6\sqrt{6}}{2} = 3\sqrt{6}\,(\text{cm})$

답 $3\sqrt{6}$ cm

0306 (1) $\triangle HFG$에서

$\overline{FH} = \sqrt{(3\sqrt{5})^2 + 4^2} = \sqrt{61}\,(\text{cm})$

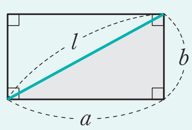
(2) $\triangle DFH$에서

$\overline{FD} = \sqrt{(\sqrt{61})^2 + (\sqrt{39})^2} = \sqrt{100} = 10\,(\text{cm})$

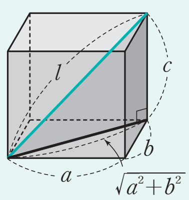
답 (1) $\sqrt{61}$ cm (2) 10 cm

RPM 비법 노트

(1) 가로, 세로의 길이가 각각 a, b인 직사각형의 대각선의 길이를 l이라 하면
$l = \sqrt{a^2 + b^2}$



(2) 세 모서리의 길이가 각각 a, b, c인 직육면체의 대각선의 길이를 l이라 하면
$l = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$



0307 (원기둥의 부피) $= \pi \times (4\sqrt{2})^2 \times x$
$= 32\pi x\,(\text{cm}^3)$ ··· 1단계

(원뿔의 부피) $= \frac{1}{3} \times \pi \times (3\sqrt{6})^2 \times 2\sqrt{7}$
$= \frac{1}{3} \times \pi \times 54 \times 2\sqrt{7} = 36\sqrt{7}\pi\,(\text{cm}^3)$ ··· 2단계

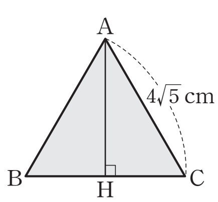
즉 $32\pi x = 36\sqrt{7}\pi$이므로

$x = \frac{36\sqrt{7}\pi}{32\pi} = \frac{9\sqrt{7}}{8}$ ··· 3단계

답 $\frac{9\sqrt{7}}{8}$

단계	채점 요소	비율
1	원기둥의 부피 구하기	30 %
2	원뿔의 부피 구하기	30 %
3	x의 값 구하기	40 %

0308 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 변 BC에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{CH} = \frac{1}{2}\overline{BC} = 2\sqrt{5}\,(\text{cm})$

$\triangle AHC$에서

$\overline{AH} = \sqrt{(4\sqrt{5})^2 - (2\sqrt{5})^2} = \sqrt{60} = 2\sqrt{15}\,(\text{cm})$

$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 4\sqrt{5} \times 2\sqrt{15}$
$= 20\sqrt{3}\,(\text{cm}^2)$

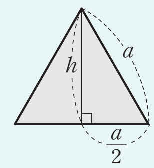
답 ②

RPM 비법 노트

한 변의 길이가 a인 정삼각형의 높이를 h, 넓이를 S라 하면

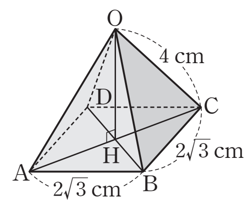
(1) $h = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{3}}{2}a$

(2) $S = \frac{1}{2} \times a \times \frac{\sqrt{3}}{2}a = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2$



다른 풀이 $\triangle ABC = \frac{\sqrt{3}}{4} \times (4\sqrt{5})^2 = 20\sqrt{3}\,(\text{cm}^2)$

0309 $\triangle ABC$는 직각이등변삼각형이므로



$\overline{AC} = \sqrt{(2\sqrt{3})^2 + (2\sqrt{3})^2}$
$= \sqrt{24} = 2\sqrt{6}\,(\text{cm})$

$\triangle OAC$는 이등변삼각형이므로

$\overline{AH} = \frac{1}{2}\overline{AC} = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{6} = \sqrt{6}\,(\text{cm})$

$\triangle OAH$에서 $\overline{OH} = \sqrt{4^2 - (\sqrt{6})^2} = \sqrt{10}\,(\text{cm})$

$\therefore$ (사각뿔의 부피) $= \frac{1}{3} \times (2\sqrt{3} \times 2\sqrt{3}) \times \sqrt{10}$
$= 4\sqrt{10}\,(\text{cm}^3)$

답 $4\sqrt{10}$ cm^3

0310 $\frac{3\sqrt{3}}{4} + \frac{2\sqrt{6}}{5} - \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{2\sqrt{6}}{3}$

$= \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{2}\right)\sqrt{3} + \left(\frac{2}{5} - \frac{2}{3}\right)\sqrt{6}$

$= \frac{\sqrt{3}}{4} - \frac{4\sqrt{6}}{15}$

따라서 $a = \frac{1}{4}$, $b = -\frac{4}{15}$이므로

$ab = \frac{1}{4} \times \left(-\frac{4}{15}\right) = -\frac{1}{15}$

답 ②

0311 $\frac{\sqrt{a}}{3} - \frac{\sqrt{a}}{5} = \frac{2\sqrt{a}}{15}$이므로 $\frac{2\sqrt{a}}{15} = \frac{3}{5}$

$\sqrt{a} = \frac{9}{2}$ $\therefore a = \frac{81}{4}$

답 ⑤

0312 $A = (3 + 2 - 10)\sqrt{5} = -5\sqrt{5}$

$B = (4 - 6 + 1)\sqrt{3} = -\sqrt{3}$

$\therefore AB = (-5\sqrt{5}) \times (-\sqrt{3}) = 5\sqrt{15}$

답 $5\sqrt{15}$

0313 $1 < \sqrt{3} < 3$이므로 $3 - \sqrt{3} > 0$, $1 - \sqrt{3} < 0$ ··· 1단계

$\therefore$ (주어진 식) $= (3 - \sqrt{3}) - \{-(1 - \sqrt{3})\}$
$= 3 - \sqrt{3} + 1 - \sqrt{3}$
$= 4 - 2\sqrt{3}$ ··· 2단계

답 $4 - 2\sqrt{3}$

단계	채점 요소	비율
1	$3-\sqrt{3}$, $1-\sqrt{3}$의 부호 구하기	40 %
2	주어진 식 계산하기	60 %

0314 $\sqrt{175}-\sqrt{63}+\sqrt{28}=5\sqrt{7}-3\sqrt{7}+2\sqrt{7}=4\sqrt{7}$

$\therefore k=4$ 답 ②

0315 $\sqrt{216}+\sqrt{24}-a\sqrt{6}=6\sqrt{6}+2\sqrt{6}-a\sqrt{6}$

$=(8-a)\sqrt{6}$

$\sqrt{54}=3\sqrt{6}$이므로 $(8-a)\sqrt{6}=3\sqrt{6}$

따라서 $8-a=3$이므로 $a=5$ 답 5

0316 $2\sqrt{147}+6\sqrt{8}-4\sqrt{27}-\sqrt{128}$

$=14\sqrt{3}+12\sqrt{2}-12\sqrt{3}-8\sqrt{2}$

$=4\sqrt{2}+2\sqrt{3}$

따라서 $a=4$, $b=2$이므로

$a+b=4+2=6$ 답 ⑤

0317 $\sqrt{125}-\sqrt{75}+\sqrt{108}-3\sqrt{20}$

$=5\sqrt{5}-5\sqrt{3}+6\sqrt{3}-6\sqrt{5}$

$=\sqrt{3}-\sqrt{5}$

$=a-b$ 답 ③

0318 $\sqrt{125}-\dfrac{\sqrt{90}}{\sqrt{2}}+\dfrac{6}{\sqrt{3}}-\sqrt{27}$

$=5\sqrt{5}-\sqrt{45}+\dfrac{6\sqrt{3}}{3}-3\sqrt{3}$

$=5\sqrt{5}-3\sqrt{5}+2\sqrt{3}-3\sqrt{3}$

$=-\sqrt{3}+2\sqrt{5}$ 답 ③

0319 $\sqrt{18}-\dfrac{3}{\sqrt{8}}+\dfrac{2}{\sqrt{50}}=3\sqrt{2}-\dfrac{3}{2\sqrt{2}}+\dfrac{2}{5\sqrt{2}}$

$=3\sqrt{2}-\dfrac{3\sqrt{2}}{4}+\dfrac{\sqrt{2}}{5}$

$=\dfrac{49\sqrt{2}}{20}$

$\therefore k=\dfrac{49}{20}$ 답 ③

0320 $y=\dfrac{1}{2\sqrt{5}}$이므로

$x-y=2\sqrt{5}-\dfrac{1}{2\sqrt{5}}=2\sqrt{5}-\dfrac{\sqrt{5}}{10}=\dfrac{19\sqrt{5}}{10}$ 답 ④

0321 (주어진 식)$=4\sqrt{2}-\dfrac{6\sqrt{3}}{3}-5\sqrt{2}-\dfrac{6\sqrt{2}}{6}+4\sqrt{3}$

$=4\sqrt{2}-2\sqrt{3}-5\sqrt{2}-\sqrt{2}+4\sqrt{3}$

$=-2\sqrt{2}+2\sqrt{3}$

따라서 $a=-2$, $b=2$이므로

$2a+b=2\times(-2)+2=-2$ 답 -2

0322 $\overline{AP}=\overline{AB}=\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5}$이므로 $p=2+\sqrt{5}$

$\overline{AQ}=\overline{AD}=\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{5}$이므로 $q=2-\sqrt{5}$

$\therefore 2p-q=2(2+\sqrt{5})-(2-\sqrt{5})$

$=4+2\sqrt{5}-2+\sqrt{5}$

$=2+3\sqrt{5}$ 답 $2+3\sqrt{5}$

0323 $\overline{AP}=\overline{AC}=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$이므로 $p=-2+\sqrt{2}$

$\overline{BQ}=\overline{BD}=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$이므로 $q=-1-\sqrt{2}$

$\therefore p-q=(-2+\sqrt{2})-(-1-\sqrt{2})$

$=-2+\sqrt{2}+1+\sqrt{2}$

$=-1+2\sqrt{2}$ 답 $-1+2\sqrt{2}$

0324 $\overline{PB}=\overline{AB}=\sqrt{2^2+3^2}=\sqrt{13}$이므로 점 P에 대응하는 수는

$-1-\sqrt{13}$ … 1단계

$\overline{QF}=\overline{DF}=\sqrt{3^2+2^2}=\sqrt{13}$이므로 점 Q에 대응하는 수는

$6+\sqrt{13}$ … 2단계

$\therefore \overline{PQ}=(6+\sqrt{13})-(-1-\sqrt{13})$

$=6+\sqrt{13}+1+\sqrt{13}$

$=7+2\sqrt{13}$ … 3단계

답 $7+2\sqrt{13}$

단계	채점 요소	비율
1	점 P에 대응하는 수 구하기	30 %
2	점 Q에 대응하는 수 구하기	30 %
3	$\overline{PQ}$의 길이 구하기	40 %

0325 $3(\sqrt{45}-\sqrt{50})+2\sqrt{2}(4-\sqrt{10})$

$=3(3\sqrt{5}-5\sqrt{2})+8\sqrt{2}-2\sqrt{20}$

$=9\sqrt{5}-15\sqrt{2}+8\sqrt{2}-4\sqrt{5}$

$=-7\sqrt{2}+5\sqrt{5}$

따라서 $x=-7$, $y=5$이므로

$x+y=-7+5=-2$ 답 -2

0326 (주어진 식)$=11-24+\sqrt{7}\left(2\sqrt{7}-\dfrac{1}{\sqrt{7}}\right)$

$=-13+14-1=0$ 답 ②

0327 $\sqrt{3}A-\sqrt{2}B=\sqrt{3}(\sqrt{2}+\sqrt{3})-\sqrt{2}(\sqrt{2}-\sqrt{3})$

$=\sqrt{6}+3-2+\sqrt{6}$

$=2\sqrt{6}+1$ 답 ②

0328 $\dfrac{2\sqrt{10}-\sqrt{75}}{3\sqrt{2}}=\dfrac{(2\sqrt{10}-5\sqrt{3})\times\sqrt{2}}{3\sqrt{2}\times\sqrt{2}}$

$=\dfrac{4\sqrt{5}-5\sqrt{6}}{6}$

따라서 $a=\dfrac{4}{6}$, $b=-\dfrac{5}{6}$이므로

$a-b=\dfrac{4}{6}-\left(-\dfrac{5}{6}\right)=\dfrac{3}{2}$ 답 ④

0329 (주어진 식)

$=\dfrac{(2\sqrt{3}-\sqrt{2})\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}-\dfrac{(3\sqrt{2}+\sqrt{3})\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}$

$=\dfrac{2\sqrt{6}-2}{2}-\dfrac{3\sqrt{6}+3}{3}$

$=\sqrt{6}-1-\sqrt{6}-1$

$=-2$ 답 ②

0330 $x=\dfrac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{2}}=\dfrac{(\sqrt{5}+\sqrt{3})\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{10}+\sqrt{6}}{2}$

$y=\dfrac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{2}}=\dfrac{(\sqrt{5}-\sqrt{3})\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{10}-\sqrt{6}}{2}$ … 1단계

이때

$x+y=\dfrac{\sqrt{10}+\sqrt{6}}{2}+\dfrac{\sqrt{10}-\sqrt{6}}{2}=\sqrt{10}$,

$x-y=\dfrac{\sqrt{10}+\sqrt{6}}{2}-\dfrac{\sqrt{10}-\sqrt{6}}{2}=\sqrt{6}$ … 2단계

이므로

$\dfrac{x-y}{x+y}=\dfrac{\sqrt{6}}{\sqrt{10}}=\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}=\dfrac{\sqrt{15}}{5}$ … 3단계

답 $\dfrac{\sqrt{15}}{5}$

단계	채점 요소	비율
1	x, y의 분모를 유리화하기	40 %
2	$x+y$, $x-y$의 값 구하기	40 %
3	$\dfrac{x-y}{x+y}$의 값 구하기	20 %

0331 $\dfrac{10}{\sqrt{7}}(\sqrt{7}-\sqrt{42})-\dfrac{\sqrt{32}-4\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$

$=10-\dfrac{10\sqrt{42}}{\sqrt{7}}-\dfrac{4\sqrt{2}-4\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$

$=10-10\sqrt{6}-4+2\sqrt{6}$

$=6-8\sqrt{6}$

답 ①

0332 $\sqrt{5}x+2\sqrt{3}y=\sqrt{5}\left(\dfrac{6}{\sqrt{3}}+2\sqrt{5}\right)+2\sqrt{3}\left(4\sqrt{5}-\dfrac{\sqrt{3}}{3}\right)$

$=\dfrac{6\sqrt{5}}{\sqrt{3}}+10+8\sqrt{15}-2$

$=2\sqrt{15}+10+8\sqrt{15}-2$

$=10\sqrt{15}+8$

답 ⑤

0333 $A=2\sqrt{3}-2\sqrt{6}-\sqrt{3}+2\sqrt{3}=3\sqrt{3}-2\sqrt{6}$ … 1단계

$B=\sqrt{2}(\sqrt{6}+3\sqrt{3})-\dfrac{3\sqrt{2}-6}{\sqrt{3}}$

$=2\sqrt{3}+3\sqrt{6}-\sqrt{6}+2\sqrt{3}$

$=4\sqrt{3}+2\sqrt{6}$ … 2단계

$\therefore A+B=(3\sqrt{3}-2\sqrt{6})+(4\sqrt{3}+2\sqrt{6})$

$=7\sqrt{3}$ … 3단계

답 $7\sqrt{3}$

단계	채점 요소	비율
1	A의 값 구하기	40 %
2	B의 값 구하기	40 %
3	$A+B$의 값 구하기	20 %

0334 (주어진 식)$=3+a\sqrt{3}-2\sqrt{3}(2-\sqrt{3})$

$=3+a\sqrt{3}-4\sqrt{3}+6$

$=9+(a-4)\sqrt{3}$

유리수가 되려면

$a-4=0$ $\therefore a=4$

답 4

0335 (1) $P=8\sqrt{10}+5a-5\sqrt{10}+3a\sqrt{10}+13$

$=5a+13+(3a+3)\sqrt{10}$ …… ㉠

P가 유리수가 되려면

$3a+3=0$, $3a=-3$

$\therefore a=-1$

(2) $a=-1$을 ㉠에 대입하면

$P=5\times(-1)+13=8$

답 (1) -1 (2) 8

0336 (주어진 식)$=a\sqrt{6}+3a-6+2\sqrt{6}$

$=3a-6+(a+2)\sqrt{6}$

유리수가 되려면

$a+2=0$ $\therefore a=-2$

답 ②

0337 $\square ABCD=\dfrac{1}{2}\times\{\sqrt{27}+(\sqrt{48}+\sqrt{12})\}\times\sqrt{32}$

$=\dfrac{1}{2}\times(3\sqrt{3}+4\sqrt{3}+2\sqrt{3})\times4\sqrt{2}$

$=\dfrac{1}{2}\times9\sqrt{3}\times4\sqrt{2}$

$=18\sqrt{6}\ (cm^2)$

답 $18\sqrt{6}\ cm^2$

0338 넓이가 112 cm^2인 정사각형의 한 변의 길이는

$\sqrt{112}=4\sqrt{7}\ (cm)$

넓이가 252 cm^2인 정사각형의 한 변의 길이는

$\sqrt{252}=6\sqrt{7}\ (cm)$

$\therefore \overline{AB}=4\sqrt{7}+6\sqrt{7}=10\sqrt{7}\ (cm)$

답 ③

0339 (밑넓이)$=(\sqrt{2}+\sqrt{6})\times\sqrt{2}$

$=2+2\sqrt{3}\ (cm^2)$

(옆넓이)$=2\times\{(\sqrt{2}+\sqrt{6})+\sqrt{2}\}\times\sqrt{6}$

$=(4\sqrt{2}+2\sqrt{6})\times\sqrt{6}$

$=8\sqrt{3}+12\ (cm^2)$

$\therefore$ (겉넓이)$=$(밑넓이)$\times2+$(옆넓이)

$=(2+2\sqrt{3})\times2+(8\sqrt{3}+12)$

$=4+4\sqrt{3}+8\sqrt{3}+12$

$=16+12\sqrt{3}\ (cm^2)$

답 ②

0340 직사각형 ABFE의 넓이가 $24\sqrt{7}\ cm^2$이므로

$2\sqrt{14}\times\overline{AE}=24\sqrt{7}$

$\therefore \overline{AE}=\dfrac{24\sqrt{7}}{2\sqrt{14}}=\dfrac{12}{\sqrt{2}}=6\sqrt{2}\ (cm)$

$\therefore \overline{ED}=\overline{AD}-\overline{AE}=10\sqrt{2}-6\sqrt{2}=4\sqrt{2}\ (cm)$

따라서 직사각형 EFCD의 둘레의 길이는

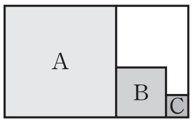
$2\times(2\sqrt{14}+4\sqrt{2})=4\sqrt{14}+8\sqrt{2}\ (cm)$

답 $(4\sqrt{14}+8\sqrt{2})$ cm

0341 (상자의 밑면의 가로의 길이)$=\sqrt{80}-2\sqrt{5}$
$=4\sqrt{5}-2\sqrt{5}$
$=2\sqrt{5}\,(\mathrm{cm})$
(상자의 밑면의 세로의 길이)$=\sqrt{125}-2\sqrt{5}$
$=5\sqrt{5}-2\sqrt{5}$
$=3\sqrt{5}\,(\mathrm{cm})$
(상자의 높이)$=\sqrt{5}\,\mathrm{cm}$
$\therefore$ (상자의 부피)$=2\sqrt{5}\times3\sqrt{5}\times\sqrt{5}=30\sqrt{5}\,(\mathrm{cm}^3)$

답 $30\sqrt{5}\,\mathrm{cm}^3$

0342 (정사각형 A의 넓이)$=125\,\mathrm{cm}^2$
(정사각형 B의 넓이)$=125\times\dfrac{1}{5}=25\,(\mathrm{cm}^2)$
(정사각형 C의 넓이)$=25\times\dfrac{1}{5}=5\,(\mathrm{cm}^2)$ … 1단계
이때 세 정사각형 A, B, C의 한 변의 길이는 각각
$\sqrt{125}=5\sqrt{5}\,(\mathrm{cm})$, $\sqrt{25}=5\,(\mathrm{cm})$, $\sqrt{5}\,\mathrm{cm}$ … 2단계
따라서 구하는 도형의 둘레의 길이는 오른쪽 그림의 큰 직사각형의 둘레의 길이와 같으므로



$(5\sqrt{5}+5+\sqrt{5})\times2+5\sqrt{5}\times2$
$=12\sqrt{5}+10+10\sqrt{5}$
$=10+22\sqrt{5}\,(\mathrm{cm})$ … 3단계

답 $(10+22\sqrt{5})\,\mathrm{cm}$

단계	채점 요소	비율
1	정사각형 A, B, C의 넓이 각각 구하기	30 %
2	정사각형 A, B, C의 한 변의 길이 각각 구하기	30 %
3	도형의 둘레의 길이 구하기	40 %

0343 ① $(\sqrt{3}+1)-(2\sqrt{3}-2)=-\sqrt{3}+3$
$=-\sqrt{3}+\sqrt{9}>0$
$\therefore \sqrt{3}+1>2\sqrt{3}-2$
② $(4\sqrt{3}+1)-\sqrt{75}=4\sqrt{3}+1-5\sqrt{3}=1-\sqrt{3}<0$
$\therefore 4\sqrt{3}+1<\sqrt{75}$
③ $(5\sqrt{6}+\sqrt{7})-(\sqrt{7}+6\sqrt{5})=5\sqrt{6}-6\sqrt{5}$
$=\sqrt{150}-\sqrt{180}<0$
$\therefore 5\sqrt{6}+\sqrt{7}<\sqrt{7}+6\sqrt{5}$
④ $(3-\sqrt{5})-(2\sqrt{2}-\sqrt{5})=3-2\sqrt{2}=\sqrt{9}-\sqrt{8}>0$
$\therefore 3-\sqrt{5}>2\sqrt{2}-\sqrt{5}$
⑤ $(2\sqrt{7}+\sqrt{2})-(\sqrt{7}+3\sqrt{2})=\sqrt{7}-2\sqrt{2}$
$=\sqrt{7}-\sqrt{8}<0$
$\therefore 2\sqrt{7}+\sqrt{2}<\sqrt{7}+3\sqrt{2}$
따라서 옳은 것은 ④이다.

답 ④

0344 ① $4\sqrt{2}-(\sqrt{5}+2\sqrt{2})=2\sqrt{2}-\sqrt{5}$
$=\sqrt{8}-\sqrt{5}>0$
$\therefore 4\sqrt{2}\ \boxed{>}\ \sqrt{5}+2\sqrt{2}$
② $\sqrt{11}-(-2\sqrt{11}+9)=3\sqrt{11}-9$
$=\sqrt{99}-\sqrt{81}>0$
$\therefore \sqrt{11}\ \boxed{>}\ -2\sqrt{11}+9$
③ $(3\sqrt{7}-1)-(2\sqrt{7}+1)=\sqrt{7}-2$
$=\sqrt{7}-\sqrt{4}>0$
$\therefore 3\sqrt{7}-1\ \boxed{>}\ 2\sqrt{7}+1$
④ $(4\sqrt{6}-2\sqrt{2})-(8\sqrt{2}-2\sqrt{6})=6\sqrt{6}-10\sqrt{2}$
$=\sqrt{216}-\sqrt{200}>0$
$\therefore 4\sqrt{6}-2\sqrt{2}\ \boxed{>}\ 8\sqrt{2}-2\sqrt{6}$
⑤ $(\sqrt{250}-\sqrt{45})-(\sqrt{90}+\sqrt{5})=5\sqrt{10}-3\sqrt{5}-3\sqrt{10}-\sqrt{5}$
$=2\sqrt{10}-4\sqrt{5}$
$=\sqrt{40}-\sqrt{80}<0$
$\therefore \sqrt{250}-\sqrt{45}\ \boxed{<}\ \sqrt{90}+\sqrt{5}$
따라서 부등호의 방향이 나머지 넷과 다른 하나는 ⑤이다.

답 ⑤

0345 $a-b=(2\sqrt{7}-1)-(2\sqrt{2}+\sqrt{7}-1)$
$=\sqrt{7}-2\sqrt{2}$
$=\sqrt{7}-\sqrt{8}<0$
$\therefore a<b$
$a-c=(2\sqrt{7}-1)-(\sqrt{7}+1)$
$=\sqrt{7}-2$
$=\sqrt{7}-\sqrt{4}>0$
$\therefore a>c$
$\therefore c<a<b$

답 ⑤

0346 $1<\sqrt{2}<2$에서 $-2<-\sqrt{2}<-1$이므로
$4<6-\sqrt{2}<5$
따라서 $a=4$, $b=(6-\sqrt{2})-4=2-\sqrt{2}$이므로
$a-2b=4-2(2-\sqrt{2})=4-4+2\sqrt{2}=2\sqrt{2}$

답 ③

0347 $3<\sqrt{11}<4$이므로
$a=\sqrt{11}-3$ $\quad\therefore \sqrt{11}=a+3$
이때 $16<\sqrt{275}<17$이므로 $\sqrt{275}$의 소수 부분은
$\sqrt{275}-16=5\sqrt{11}-16$
$=5(a+3)-16=5a-1$

답 ②

0348 $5<\sqrt{27}<6$이므로
$f(27)=\sqrt{27}-5=-5+3\sqrt{3}$ … 1단계
$8<\sqrt{75}<9$이므로
$f(75)=\sqrt{75}-8=-8+5\sqrt{3}$ … 2단계
$\therefore f(27)-f(75)=(-5+3\sqrt{3})-(-8+5\sqrt{3})$
$=-5+3\sqrt{3}+8-5\sqrt{3}$
$=3-2\sqrt{3}$ … 3단계

답 $3-2\sqrt{3}$

단계	채점 요소	비율
1	$f(27)$의 값 구하기	40 %
2	$f(75)$의 값 구하기	40 %
3	$f(27)-f(75)$의 값 구하기	20 %

시험에 꼭 나오는 문제

본문 51~54쪽

0349 전략 근호 밖의 수끼리, 근호 안의 수끼리 곱한다.

① $\sqrt{5}\sqrt{6}=\sqrt{5\times6}=\sqrt{30}$

② $-2\sqrt{3}\times\sqrt{10}=-2\sqrt{3\times10}=-2\sqrt{30}$

③ $4\sqrt{5}\times\sqrt{7}=4\sqrt{5\times7}=4\sqrt{35}$

④ $\sqrt{\frac{11}{7}}\times\sqrt{\frac{28}{11}}=\sqrt{\frac{11}{7}\times\frac{28}{11}}=\sqrt{4}=2$

⑤ $-2\sqrt{\frac{16}{15}}\times3\sqrt{\frac{5}{8}}=(-2\times3)\times\sqrt{\frac{16}{15}\times\frac{5}{8}}=-6\sqrt{\frac{2}{3}}$

따라서 옳은 것은 ③이다. 답 ③

0350 전략 나누는 수의 역수를 곱하여 계산한다.

$\sqrt{50}\div\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{10}}=\sqrt{50}\times\frac{\sqrt{10}}{\sqrt{5}}=\sqrt{50\times\frac{10}{5}}=\sqrt{100}=10$

따라서 $\sqrt{50}$은 $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{10}}$의 10배이다. 답 ②

0351 전략 근호 밖의 양수는 제곱하여 근호 안으로 넣는다.

$4\sqrt{6}=\sqrt{4^2\times6}=\sqrt{96}$이므로 $30+6a=96$

$6a=66$ $\therefore a=11$ 답 11

0352 전략 $a>0$, $b>0$일 때, $\frac{\sqrt{b}}{a}=\sqrt{\frac{b}{a^2}}$임을 이용한다.

$\frac{\sqrt{5}}{2\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2^2\times3}}=\sqrt{\frac{5}{12}}$이므로 $a=\frac{5}{12}$

$\frac{\sqrt{3}}{3\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3^2\times5}}=\sqrt{\frac{3}{45}}=\sqrt{\frac{1}{15}}$이므로 $b=\frac{1}{15}$

$\therefore 4a+5b=4\times\frac{5}{12}+5\times\frac{1}{15}=\frac{5}{3}+\frac{1}{3}=2$ 답 2

0353 전략 근호 안의 수를 10 또는 $\frac{1}{10}$의 거듭제곱과의 곱의 꼴로 나타낸다.

① $\sqrt{0.0634}=\sqrt{\frac{6.34}{100}}=\frac{\sqrt{6.34}}{10}=0.2518$

② $\sqrt{0.454}=\sqrt{\frac{45.4}{100}}=\frac{\sqrt{45.4}}{10}=0.6738$

③ $\sqrt{646}=\sqrt{6.46\times100}=10\sqrt{6.46}=25.42$

④ $\sqrt{45300}=\sqrt{4.53\times10000}=100\sqrt{4.53}$이므로 $\sqrt{45300}$의 값은 구할 수 없다.

⑤ $\sqrt{63700}=\sqrt{6.37\times10000}=100\sqrt{6.37}=252.4$

따라서 그 값을 구할 수 없는 것은 ④이다. 답 ④

0354 전략 근호 안의 수를 2.8 또는 28과 어떤 수의 거듭제곱의 곱으로 나타낸다.

① $\sqrt{280}=\sqrt{2.8\times100}=10\sqrt{2.8}=10a$

② $\sqrt{0.0028}=\sqrt{\frac{28}{10000}}=\frac{\sqrt{28}}{100}=\frac{b}{100}$

③ $\sqrt{112}=\sqrt{2^2\times28}=2\sqrt{28}=2b$

④ $\sqrt{11.2}=\sqrt{2^2\times2.8}=2\sqrt{2.8}=2a$

⑤ $\sqrt{2.52}=\sqrt{\frac{252}{100}}=\sqrt{\frac{3^2\times28}{100}}=\frac{3}{10}\sqrt{28}=\frac{3}{10}b$

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다. 답 ⑤

0355 전략 근호 안의 제곱인 인수를 근호 밖으로 꺼낸 후 분모를 유리화한다.

$\sqrt{\frac{32}{75}}=\frac{\sqrt{32}}{\sqrt{75}}=\frac{4\sqrt{2}}{5\sqrt{3}}=\frac{4\sqrt{2}\times\sqrt{3}}{5\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\frac{4\sqrt{6}}{15}$

따라서 $a=5$, $b=4$, $c=\frac{4}{15}$이므로

$abc=5\times4\times\frac{4}{15}=\frac{16}{3}$ 답 ③

0356 전략 나눗셈은 역수의 곱셈으로 바꾼 후 앞에서부터 순서대로 계산한다.

(주어진 식)$=\frac{3\sqrt{b}}{\sqrt{a}}\times\frac{\sqrt{10a}}{\sqrt{3b}}\times\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{6a}}\times\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{5b}}=3\sqrt{\frac{1}{9}}=1$

답 1

0357 전략 먼저 주어진 직사각형의 세로의 길이를 구한 후 피타고라스 정리를 이용하여 $\overline{AC}$의 길이를 구한다.

□ABCD의 넓이가 84 cm^2이므로

$4\sqrt{7}\times\overline{CD}=84$

$\therefore \overline{CD}=\frac{84}{4\sqrt{7}}=3\sqrt{7}(cm)$

$\therefore \overline{AC}=\sqrt{(4\sqrt{7})^2+(3\sqrt{7})^2}=\sqrt{175}=5\sqrt{7}(cm)$

답 $5\sqrt{7}$ cm

0358 전략 근호 안의 수가 같은 것끼리 모아서 계산한다.

ㄱ. $\sqrt{10}+5\sqrt{10}=(1+5)\sqrt{10}=6\sqrt{10}$

ㄷ. $4\sqrt{3}-2\sqrt{3}=(4-2)\sqrt{3}=2\sqrt{3}$

이상에서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다. 답 ②

0359 전략 먼저 근호 안의 제곱인 인수를 근호 밖으로 꺼낸다.

$\sqrt{24}+3\sqrt{a}-\sqrt{150}=\sqrt{54}$에서

$2\sqrt{6}+3\sqrt{a}-5\sqrt{6}=3\sqrt{6}$

$3\sqrt{a}=6\sqrt{6}$, $\sqrt{a}=2\sqrt{6}=\sqrt{24}$

$\therefore a=24$ 답 ④

0360 전략 주어진 식의 a에 $\sqrt{5}$를 대입하여 계산한다.

$b=a-\frac{1}{a}=\sqrt{5}-\frac{1}{\sqrt{5}}=\sqrt{5}-\frac{\sqrt{5}}{5}=\frac{4\sqrt{5}}{5}=\frac{4}{5}a$

따라서 b는 a의 $\frac{4}{5}$배이다. 답 ⑤

0361 전략 정사각형의 대각선의 길이를 이용하여 두 점 A, B의 좌표를 각각 구한다.

$\overline{PA}=\overline{PR}=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$이므로 점 A의 좌표는

$-1+\sqrt{2}$

$\overline{QB}=\overline{QS}=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$이므로 점 B의 좌표는

$3-\sqrt{2}$

따라서 두 점 A, B 사이의 거리는

$$(3-\sqrt{2})-(-1+\sqrt{2})=3-\sqrt{2}+1-\sqrt{2}$$
$$=4-2\sqrt{2}$$

답 $4-2\sqrt{2}$

0362 전략 분모를 유리화한 후 계산한다.

(주어진 식)

$$=\frac{3\sqrt{26}-\sqrt{2}}{\sqrt{2}}-\frac{3\sqrt{6}+2\sqrt{78}}{\sqrt{6}}$$
$$=\frac{(3\sqrt{26}-\sqrt{2})\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}-\frac{(3\sqrt{6}+2\sqrt{78})\times\sqrt{6}}{\sqrt{6}\times\sqrt{6}}$$
$$=\frac{6\sqrt{13}-2}{2}-\frac{18+12\sqrt{13}}{6}$$
$$=3\sqrt{13}-1-3-2\sqrt{13}$$
$$=-4+\sqrt{13}$$

답 ②

0363 전략 분배법칙을 이용하여 괄호를 풀고 분모를 유리화한 후 계산한다.

$$(\text{주어진 식})=\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{5}}-2+\sqrt{2}+\frac{3\sqrt{10}}{5}-\sqrt{2}$$
$$=\frac{2\sqrt{10}}{5}-2+\frac{3\sqrt{10}}{5}$$
$$=-2+\sqrt{10}$$

답 ④

0364 전략 a, b가 유리수이고 $\sqrt{m}$이 무리수일 때, $a+b\sqrt{m}$이 유리수가 되는 조건은 $b=0$임을 이용한다.

$$(\text{주어진 식})=\frac{3\sqrt{3}-24}{3}-6k\sqrt{3}-6$$
$$=\sqrt{3}-8-6k\sqrt{3}-6$$
$$=-14+(1-6k)\sqrt{3}$$

유리수가 되려면

$1-6k=0,\qquad -6k=-1$

$\therefore k=\frac{1}{6}$

답 ③

0365 전략 주어진 직육면체의 부피를 이용하여 높이를 먼저 구한다.

직육면체의 높이를 x cm라 하면

$\sqrt{12}\times\sqrt{3}\times x=18\sqrt{3}$

$6x=18\sqrt{3}$

$\therefore x=3\sqrt{3}$

따라서 직육면체의 모든 모서리의 길이의 합은

$$4(\sqrt{12}+\sqrt{3}+3\sqrt{3})=4(2\sqrt{3}+\sqrt{3}+3\sqrt{3})$$
$$=4\times6\sqrt{3}$$
$$=24\sqrt{3}\,(\text{cm})$$

답 $24\sqrt{3}$ cm

0366 전략 두 수의 차의 부호를 이용하여 대소를 비교한다.

① $2\sqrt{3}-(5-\sqrt{3})=3\sqrt{3}-5=\sqrt{27}-\sqrt{25}>0$

$\therefore 2\sqrt{3}>5-\sqrt{3}$

② $(2+3\sqrt{5})-\sqrt{80}=2-\sqrt{5}=\sqrt{4}-\sqrt{5}<0$

$\therefore 2+3\sqrt{5}<\sqrt{80}$

③ $(\sqrt{2}+1)-(\sqrt{8}-1)=2-\sqrt{2}=\sqrt{4}-\sqrt{2}>0$

$\therefore \sqrt{2}+1>\sqrt{8}-1$

④ $(4-\sqrt{7})-(3\sqrt{2}-\sqrt{7})=4-3\sqrt{2}=\sqrt{16}-\sqrt{18}<0$

$\therefore 4-\sqrt{7}<3\sqrt{2}-\sqrt{7}$

⑤ $(5\sqrt{2}+\sqrt{10})-(\sqrt{10}+3\sqrt{6})=5\sqrt{2}-3\sqrt{6}=\sqrt{50}-\sqrt{54}<0$

$\therefore 5\sqrt{2}+\sqrt{10}<\sqrt{10}+3\sqrt{6}$

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

답 ⑤

0367 전략 분모에 근호를 포함한 무리수가 있으면 분모를 유리화한다.

$\frac{9\sqrt{3}}{\sqrt{5}}=\frac{9\sqrt{3}\times\sqrt{5}}{\sqrt{5}\times\sqrt{5}}=\frac{9\sqrt{15}}{5}$이므로

$a=\frac{9}{5}$ … 1단계

$\frac{20}{\sqrt{27}}=\frac{20}{3\sqrt{3}}=\frac{20\times\sqrt{3}}{3\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\frac{20\sqrt{3}}{9}$이므로

$b=\frac{20}{9}$ … 2단계

$\therefore \sqrt{ab}=\sqrt{\frac{9}{5}\times\frac{20}{9}}=\sqrt{4}=2$ … 3단계

답 2

단계	채점 요소	비율
1	a의 값 구하기	40 %
2	b의 값 구하기	40 %
3	$\sqrt{ab}$의 값 구하기	20 %

0368 전략 주어진 넓이를 이용하여 $\overline{OA}$, $\overline{AB}$, $\overline{BC}$의 길이를 각각 구한 후 세 점 A, B, C의 x좌표를 각각 구한다.

$\frac{1}{2}\times\overline{OA}^2=6$에서 $\overline{OA}^2=12$

$\therefore \overline{OA}=\sqrt{12}=2\sqrt{3}$ … 1단계

$\frac{1}{2}\times\overline{AB}^2=12$에서 $\overline{AB}^2=24$

$\therefore \overline{AB}=\sqrt{24}=2\sqrt{6}$ … 2단계

$\frac{1}{2}\times\overline{BC}^2=24$에서 $\overline{BC}^2=48$

$\therefore \overline{BC}=\sqrt{48}=4\sqrt{3}$ … 3단계

따라서 세 점 A, B, C의 x좌표 a, b, c는

$a=2\sqrt{3}$, $b=2\sqrt{3}+2\sqrt{6}$,

$c=2\sqrt{3}+2\sqrt{6}+4\sqrt{3}=6\sqrt{3}+2\sqrt{6}$ … 4단계

$\therefore a+b-c=2\sqrt{3}+(2\sqrt{3}+2\sqrt{6})-(6\sqrt{3}+2\sqrt{6})$

$=-2\sqrt{3}$ … 5단계

답 $-2\sqrt{3}$

단계	채점 요소	비율
1	$\overline{OA}$의 길이 구하기	20 %
2	$\overline{AB}$의 길이 구하기	20 %
3	$\overline{BC}$의 길이 구하기	20 %
4	a, b, c의 값 구하기	20 %
5	$a+b-c$의 값 구하기	20 %

0369 전략 분배법칙을 이용하여 괄호를 풀고 근호 안의 수가 같은 것끼리 모아서 계산한다.

$3\left(\frac{4}{\sqrt{2}}-2\sqrt{6}\right)-\frac{\sqrt{3}}{3}(3\sqrt{6}-9\sqrt{2})$

$=\frac{12}{\sqrt{2}}-6\sqrt{6}-\sqrt{18}+3\sqrt{6}$

$=6\sqrt{2}-6\sqrt{6}-3\sqrt{2}+3\sqrt{6}$

$=3\sqrt{2}-3\sqrt{6}$ … 1단계

따라서 $a=3$, $b=-3$이므로 … 2단계

$a+b=3+(-3)=0$ … 3단계

답 0

단계	채점 요소	비율
1	주어진 등식의 좌변 계산하기	60 %
2	a, b의 값 구하기	20 %
3	$a+b$의 값 구하기	20 %

0370 전략 두 닮은 도형의 넓이의 비가 $a^2 : b^2$이면 닮음비는 $a : b$임을 이용한다.

$\triangle ABC$와 $\triangle ADE$에서 $\overline{DE} /\!/ \overline{BC}$이므로

$\triangle ABC \backsim \triangle ADE$ (AA 닮음)

$\square DBCE=\frac{2}{3}\triangle ABC$이므로

$\triangle ADE=\frac{1}{3}\triangle ABC$

$\therefore \triangle ABC : \triangle ADE=3:1$

즉 $\triangle ABC$와 $\triangle ADE$의 닮음비가 $\sqrt{3}:1$이므로

$6:\overline{DE}=\sqrt{3}:1$, $\sqrt{3}\,\overline{DE}=6$

$\therefore \overline{DE}=\frac{6}{\sqrt{3}}=2\sqrt{3}$ (cm)

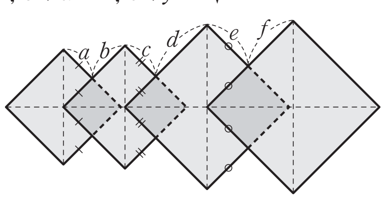
답 $2\sqrt{3}$ cm

0371 전략 네 정사각형의 한 변의 길이를 각각 구한 후 겹치는 부분을 제외하여 도형의 둘레의 길이를 구한다.

넓이가 각각 8, 9, 16, 18인 네 정사각형의 한 변의 길이는 각각 $2\sqrt{2}$, 3, 4, $3\sqrt{2}$이다.

겹치는 부분은 모두 정사각형이므로 다음 그림에서

$a+b=3$, $c+d=4$, $e+f=3\sqrt{2}$



따라서 도형의 둘레의 길이는

$2\times(2\sqrt{2}+a+b+c+d+e+f+3\sqrt{2})$

$=2\times(2\sqrt{2}+3+4+3\sqrt{2}+3\sqrt{2})$

$=2\times(8\sqrt{2}+7)$

$=16\sqrt{2}+14$

답 $16\sqrt{2}+14$

0372 전략 무리수 A의 소수 부분은 $A-(A$의 정수 부분$)$임을 이용한다.

$\sqrt{1}<\sqrt{2}<\sqrt{4}$, 즉 $1<\sqrt{2}<2$이므로 $7<6+\sqrt{2}<8$

$6+\sqrt{2}$의 정수 부분은 7이므로 소수 부분은

$(6+\sqrt{2})-7=\sqrt{2}-1$

$\therefore a=\sqrt{2}-1$

$\sqrt{4}<\sqrt{7}<\sqrt{9}$, 즉 $2<\sqrt{7}<3$이므로 $4<2+\sqrt{7}<5$

$2+\sqrt{7}$의 정수 부분은 4이므로 소수 부분은

$(2+\sqrt{7})-4=\sqrt{7}-2$

$\therefore b=\sqrt{7}-2$

$\sqrt{4}<\sqrt{5}<\sqrt{9}$, 즉 $2<\sqrt{5}<3$이므로 $1<\sqrt{5}-1<2$

$\sqrt{5}-1$의 정수 부분은 1이므로 소수 부분은

$(\sqrt{5}-1)-1=\sqrt{5}-2$

$\therefore c=\sqrt{5}-2$

$2a-b=2(\sqrt{2}-1)-(\sqrt{7}-2)=2\sqrt{2}-\sqrt{7}=\sqrt{8}-\sqrt{7}>0$

이므로 $2a>b$

또 $b-c=(\sqrt{7}-2)-(\sqrt{5}-2)=\sqrt{7}-\sqrt{5}>0$이므로

$b>c$

$\therefore c<b<2a$

답 $c<b<2a$

04 다항식의 곱셈

교과서문제 정복하기

> 본문 57쪽

0373 답 $ab-3a+2b-6$

0374 답 $3ac+12ad-bc-4bd$

0375 $(-x+y)(5x-2y)=-5x^2+2xy+5xy-2y^2$
$=-5x^2+7xy-2y^2$
답 $-5x^2+7xy-2y^2$

0376 답 $ax+ay+az+bx+by+bz$

0377 $(5x-1)(3x-y+4)$
$=15x^2-5xy+20x-3x+y-4$
$=15x^2-5xy+17x+y-4$
답 $15x^2-5xy+17x+y-4$

0378 $(a-b+4)(-2a+3b)$
$=-2a^2+3ab+2ab-3b^2-8a+12b$
$=-2a^2+5ab-3b^2-8a+12b$
답 $-2a^2+5ab-3b^2-8a+12b$

0379 $(x+3)^2=x^2+2\times x\times 3+3^2=x^2+6x+9$
답 x^2+6x+9

0380 $(2a+5b)^2=(2a)^2+2\times 2a\times 5b+(5b)^2$
$=4a^2+20ab+25b^2$
답 $4a^2+20ab+25b^2$

0381 $(a-7)^2=a^2-2\times a\times 7+7^2=a^2-14a+49$
답 $a^2-14a+49$

0382 $(x-2y)^2=x^2-2\times x\times 2y+(2y)^2=x^2-4xy+4y^2$
답 $x^2-4xy+4y^2$

0383 $(a+4)(a-4)=a^2-4^2=a^2-16$
답 a^2-16

0384 $(5x+8y)(5x-8y)=(5x)^2-(8y)^2=25x^2-64y^2$
답 $25x^2-64y^2$

0385 $(x+2)(x+6)=x^2+(2+6)x+12=x^2+8x+12$
답 $x^2+8x+12$

0386 $(x+1)(x-7)=x^2+(1-7)x-7=x^2-6x-7$
답 x^2-6x-7

0387 $(3x-2)(4x+5)=12x^2+(15-8)x-10$
$=12x^2+7x-10$
답 $12x^2+7x-10$

0388 $(2y-5)(5y-1)=10y^2+(-2-25)y+5$
$=10y^2-27y+5$
답 $10y^2-27y+5$

0389 답 A, A^2-9, $x+y$, $x^2+2xy+y^2-9$

0390 답 4, 16, 10816

0391 답 1, 200, 9801

0392 답 70, 70, 4900, 4896

0393 $\dfrac{1}{\sqrt{3}+1}=\dfrac{\sqrt{3}-1}{(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)}=\dfrac{\sqrt{3}-1}{2}$
답 $\dfrac{\sqrt{3}-1}{2}$

0394 $\dfrac{1}{4-\sqrt{2}}=\dfrac{4+\sqrt{2}}{(4-\sqrt{2})(4+\sqrt{2})}=\dfrac{4+\sqrt{2}}{14}$
답 $\dfrac{4+\sqrt{2}}{14}$

0395 $\dfrac{5}{\sqrt{10}+3}=\dfrac{5(\sqrt{10}-3)}{(\sqrt{10}+3)(\sqrt{10}-3)}$
$=5\sqrt{10}-15$
답 $5\sqrt{10}-15$

0396 $\dfrac{\sqrt{7}}{\sqrt{7}-\sqrt{5}}=\dfrac{\sqrt{7}(\sqrt{7}+\sqrt{5})}{(\sqrt{7}-\sqrt{5})(\sqrt{7}+\sqrt{5})}$
$=\dfrac{7+\sqrt{35}}{2}$
답 $\dfrac{7+\sqrt{35}}{2}$

0397 $x^2+y^2=(x+y)^2-2xy=4^2-2\times(-2)=20$
답 20

0398 $(x-y)^2=(x+y)^2-4xy=4^2-4\times(-2)=24$
답 24

0399 $x^2+y^2=(x-y)^2+2xy=5^2+2\times 6=37$ 답 37

0400 $(x+y)^2=(x-y)^2+4xy=5^2+4\times 6=49$ 답 49

유형 익히기

본문 58~67쪽

0401 $(2x-y)(x-2y+3)$
$=2x^2-4xy+6x-xy+2y^2-3y$
$=2x^2-5xy+2y^2+6x-3y$ 답 ③

0402 $(x-4)(5-2y)=5x-2xy-20+8y$이므로
$a=-2,\ b=5,\ c=8$
$\therefore\ a+b+c=-2+5+8=11$ 답 11

0403 $(3x+7)(Ax+B)$
$=3Ax^2+3Bx+7Ax+7B$
$=3Ax^2+(7A+3B)x+7B$
따라서 $3A=12,\ 7A+3B=C,\ 7B=-21$이므로
$A=4,\ B=-3,\ C=19$
$\therefore\ A+B-C=4+(-3)-19=-18$ 답 -18

0404 $(a+b-2)(a+5)-(2a-3)(b+4)$
$=a^2+5a+ab+5b-2a-10-2ab-8a+3b+12$
$=a^2-5a-ab+8b+2$ 답 $a^2-5a-ab+8b+2$

0405 주어진 식의 전개식에서 xy항은
$5x\times4y+(-y)\times(-3x)=20xy+3xy=23xy$
따라서 xy의 계수는 23이다. 답 ⑤

0406 각각의 주어진 식의 전개식에서 y항은
ㄱ. $(-2)\times3y=-6y$
ㄴ. $(-6y)\times(-1)+4\times y=10y$
ㄷ. $(-7y)\times2=-14y$
ㄹ. $(-5y)\times1+1\times(-y)=-6y$
이상에서 y의 계수가 같은 것은 ㄱ, ㄹ이다. 답 ③

0407 주어진 식의 전개식에서 x^2항은
$(-3x)\times ax=-3ax^2$
이므로 x^2의 계수는 $-3a$ … 1단계
또 xy항은
$(-3x)\times5y+2y\times ax=-15xy+2axy$
$=(-15+2a)xy$
이므로 xy의 계수는 $-15+2a$ … 2단계
x^2의 계수와 xy의 계수가 같으므로 $-3a=-15+2a$
$-5a=-15\qquad\therefore\ a=3$ … 3단계
답 3

단계	채점 요소	비율
1	x^2의 계수 구하기	30 %
2	xy의 계수 구하기	30 %
3	a의 값 구하기	40 %

0408 ④ $\left(-\frac{1}{2}x+5\right)^2=\frac{1}{4}x^2-5x+25$
따라서 옳지 않은 것은 ④이다. 답 ④

0409 $\left(x+\frac{1}{6}\right)^2=x^2+\frac{1}{3}x+\frac{1}{36}$이므로
$a=\frac{1}{3}$ 답 $\frac{1}{3}$

0410 $(2x-3y)^2-2(x+2y)^2$
$=4x^2-12xy+9y^2-2(x^2+4xy+4y^2)$
$=4x^2-12xy+9y^2-2x^2-8xy-8y^2$
$=2x^2-20xy+y^2$ 답 ④

0411 $\left(-\frac{1}{5}x+4y\right)^2=\left\{-\frac{1}{5}(x-20y)\right\}^2$
$=\frac{1}{25}(x-20y)^2$
따라서 주어진 식과 전개식이 같은 것은 ④이다. 답 ④

0412 $(ax-1)^2=a^2x^2-2ax+1$이므로
$a^2=b,\ -2a=-1$
따라서 $a=\frac{1}{2},\ b=\frac{1}{4}$이므로
$a+b=\frac{1}{2}+\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$ 답 ③

0413 $(3x+A)^2=9x^2+6Ax+A^2$이므로 … 1단계
$9=B,\ 6A=-C,\ A^2=4$
이때 $A>0$이므로
$A=2,\ B=9,\ C=-12$ … 2단계
$\therefore\ A-B-C=2-9-(-12)=5$ … 3단계
답 5

단계	채점 요소	비율
1	주어진 식 전개하기	50 %
2	$A,\ B,\ C$의 값 구하기	30 %
3	$A-B-C$의 값 구하기	20 %

0414 $(7x+4y)(4y-7x)$
$=(4y+7x)(4y-7x)$
$=(4y)^2-(7x)^2$
$=16y^2-49x^2$
따라서 $A=-49,\ B=16$이므로
$A+B=-49+16=-33$ 답 ②

0415 ② $(-3+x)(-3-x)=(-3)^2-x^2$
$=9-x^2$
따라서 옳지 않은 것은 ②이다. 답 ②

0416 $\left(\frac{2}{5}x-ay\right)\left(ay+\frac{2}{5}x\right)=\left(\frac{2}{5}x-ay\right)\left(\frac{2}{5}x+ay\right)$
$=\frac{4}{25}x^2-a^2y^2$

이므로

$a^2=\frac{1}{9}$

이때 $a>0$이므로 $a=\frac{1}{3}$

답 $\frac{1}{3}$

0417 $(1-a)(1+a)(1+a^2)(1+a^4)$
$=(1-a^2)(1+a^2)(1+a^4)$
$=(1-a^4)(1+a^4)$
$=1-a^8$
따라서 □ 안에 알맞은 수는 8이다.

답 8

0418 $\left(x-\frac{1}{3}\right)\left(x+\frac{1}{5}\right)=x^2-\frac{2}{15}x-\frac{1}{15}$
따라서 $a=-\frac{2}{15}$, $b=-\frac{1}{15}$이므로

$b-a=-\frac{1}{15}-\left(-\frac{2}{15}\right)=\frac{1}{15}$

답 ③

0419 ① $(x-7)(x+5)=x^2-\boxed{2}x-35$
② $(x+6)\left(x-\frac{1}{3}\right)=x^2+\frac{17}{3}x-\boxed{2}$
③ $(x+y)(x+2y)=x^2+3xy+\boxed{2}y^2$
④ $(a+4)(a-2)=a^2+\boxed{2}a-8$
⑤ $(a-3b)(-a+5b)=-a^2+\boxed{8}ab-15b^2$
따라서 □ 안에 알맞은 수가 나머지 넷과 다른 하나는 ⑤이다.

답 ⑤

0420 $(x+a)(x-7)=x^2+(a-7)x-7a$이므로
$a-7=b$, $-7a=-14$
$\therefore a=2$, $b=-5$
$\therefore a+b=2+(-5)=-3$

답 -3

0421 $(x-4)\left(x+\frac{1}{6}\right)=x^2-\frac{23}{6}x-\frac{2}{3}$이므로

$a=-\frac{23}{6}$ … 1단계

$(x-3)(x+8)=x^2+5x-24$이므로
$b=-24$ … 2단계
$\therefore ab=\left(-\frac{23}{6}\right)\times(-24)=92$ … 3단계

답 92

단계	채점 요소	비율
1	a의 값 구하기	40 %
2	b의 값 구하기	40 %
3	ab의 값 구하기	20 %

0422 $(2x+a)(4x-3)=8x^2+(-6+4a)x-3a$이므로
$-6+4a=b$, $-3a=-27$
따라서 $a=9$, $b=30$이므로
$a-b=9-30=-21$

답 ①

0423 (주어진 식)$=30x^2-13x-3-4(6x^2-x-1)$
$=30x^2-13x-3-24x^2+4x+4$
$=6x^2-9x+1$

답 ②

0424 $(Ax+1)(3x+B)$
$=3Ax^2+(AB+3)x+B$ … 1단계
따라서 $3A=15$, $AB+3=C$, $B=-5$이므로
$A=5$
$C=AB+3=5\times(-5)+3=-22$ … 2단계
$\therefore A+B+C=5+(-5)+(-22)=-22$ … 3단계

답 -22

단계	채점 요소	비율
1	주어진 등식의 좌변 전개하기	50 %
2	A, B, C의 값 구하기	30 %
3	$A+B+C$의 값 구하기	20 %

0425 $(4x+a)(5x-2)=20x^2+(-8+5a)x-2a$이므로
$-8+5a=27$, $-2a=-14$
$\therefore a=7$
바르게 곱하여 전개한 식은
$(4x+7)(2x-5)=8x^2-6x-35$
따라서 x의 계수는 -6, 상수항은 -35이므로 구하는 합은
$-6+(-35)=-41$

답 -41

0426 ② $(-x-5)^2=\{-(x+5)\}^2$
$=(x+5)^2=x^2+10x+25$
따라서 옳지 않은 것은 ②이다.

답 ②

0427 ① $(-x+3)^2=x^2-6x+9$ ➡ x의 계수: -6
② $(4x-1)^2=16x^2-8x+1$ ➡ x의 계수: -8
③ $(-x+4)(-x-6)=x^2+2x-24$ ➡ x의 계수: 2
④ $(4-3x)(x+2)=-3x^2-2x+8$ ➡ x의 계수: -2
⑤ $(2x-5)(3x+1)=6x^2-13x-5$ ➡ x의 계수: -13
따라서 x의 계수가 가장 작은 것은 ⑤이다.

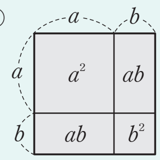
답 ⑤

0428 $P+Q=(a+b)(a-b)$, $P+R=a^2-b^2$
이때 $P+Q=P+R$이므로
$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$

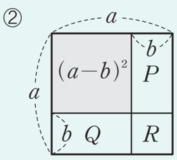
답 ③

RPM 비법 노트

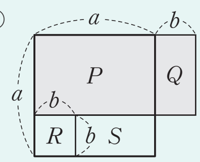
다음과 같이 사각형의 넓이를 이용하여 곱셈 공식을 설명할 수도 있다.

①


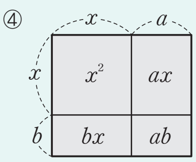
$(a+b)^2$
$=a^2+2ab+b^2$

②


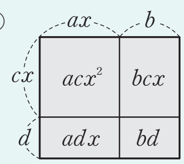
$(a-b)^2$
$=a^2-(P+R)-(Q+R)+R$
$=a^2-2ab+b^2$

③


$(a+b)(a-b)$
$=P+Q=P+S$
$=(P+R+S)-R$
$=a^2-b^2$

④


$(x+a)(x+b)$
$=x^2+(a+b)x+ab$

⑤


$(ax+b)(cx+d)$
$=acx^2+(ad+bc)x+bd$

0429 새로 만든 직사각형의 가로의 길이는 $5x+2$, 세로의 길이는 $6x-3$이므로 구하는 넓이는

$(5x+2)(6x-3)=30x^2-3x-6$ 답 ②

0430 직사각형의 가로의 길이는 $a-3$, 세로의 길이는 $a+4$이므로 이 직사각형의 넓이는

$(a-3)(a+4)=a^2+a-12$ … 1단계

이때 처음 정사각형의 넓이는 a^2이고 직사각형의 넓이는 처음 정사각형의 넓이보다 5만큼 크므로

$a^2+a-12=a^2+5$ … 2단계

$\therefore a=17$ … 3단계

답 17

단계	채점 요소	비율
1	직사각형의 넓이 구하기	30 %
2	조건을 만족시키는 식 세우기	40 %
3	a의 값 구하기	30 %

0431 □EFCD는 정사각형이므로

$\overline{ED}=\overline{DC}=a+2$

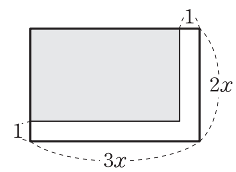
□AGHE도 정사각형이므로

$\overline{AG}=\overline{AE}=\overline{AD}-\overline{ED}$
$=3a-1-(a+2)=2a-3$

따라서 $\overline{GB}=\overline{AB}-\overline{AG}=a+2-(2a-3)=-a+5$이므로

□GBFH$=(-a+5)(2a-3)$
$=-2a^2+13a-15$ 답 $-2a^2+13a-15$

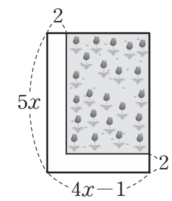
0432 오른쪽 그림과 같이 폭이 일정한 길을 가장자리로 이동하면 길을 제외한 땅의 넓이는



$(3x-1)(2x-1)=6x^2-5x+1$

답 $6x^2-5x+1$

0433 오른쪽 그림과 같이 폭이 일정한 길을 가장자리로 이동하면 길을 제외한 화단의 넓이는



$\{(4x-1)-2\}(5x-2)$
$=(4x-3)(5x-2)$
$=20x^2-23x+6$

따라서 $a=20$, $b=-23$, $c=6$이므로

$a-b+c=20-(-23)+6=49$ 답 49

0434 새로운 직사각형의 가로의 길이는 $a-b$, 세로의 길이는 $a+b$이므로 구하는 넓이는

$(a-b)(a+b)=a^2-b^2$ 답 a^2-b^2

0435 $x-2=A$로 놓으면

$(x+3y-2)(x-3y-2)=(A+3y)(A-3y)$
$=A^2-9y^2$
$=(x-2)^2-9y^2$
$=x^2-4x-9y^2+4$ 답 ②

0436 $a-7b=A$로 놓으면

$(a-7b+1)^2=(A+1)^2=A^2+2A+1$
$=(a-7b)^2+2(a-7b)+1$
$=a^2-14ab+49b^2+\boxed{2a-14b+1}$

답 $2a-14b+1$

0437 $2x+y=A$로 놓으면

$(2x+y+5)(2x+y-4)$
$=(A+5)(A-4)=A^2+A-20$
$=(2x+y)^2+(2x+y)-20$
$=4x^2+4xy+y^2+2x+y-20$ … 1단계

따라서 $a=4$, $b=2$, $c=-20$이므로 … 2단계

$a+b-c=4+2-(-20)=26$ … 3단계

답 26

단계	채점 요소	비율
1	주어진 식 전개하기	60 %
2	a, b, c의 값 구하기	30 %
3	$a+b-c$의 값 구하기	10 %

0438 ① $97^2=(100-3)^2 \Rightarrow (a-b)^2=a^2-2ab+b^2$

② $102^2=(100+2)^2 \Rightarrow (a+b)^2=a^2+2ab+b^2$

③ $103\times104=(100+3)(100+4)$

$\Rightarrow (x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$

④ $8.1\times7.9=(8+0.1)(8-0.1) \Rightarrow (a+b)(a-b)=a^2-b^2$

⑤ $9.9^2=(10-0.1)^2 \Rightarrow (a-b)^2=a^2-2ab+b^2$

따라서 주어진 곱셈 공식을 이용하면 가장 편리한 것은 ④이다.

답 ④

0439 ⑤ $504\times507=(500+4)(500+7)$

$\Rightarrow (x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다. 답 ⑤

0440 $2027=x$라 하면

$$\frac{2026\times2029+2}{2027}=\frac{(x-1)(x+2)+2}{x}=\frac{x^2+x}{x}$$
$$=x+1=2027+1=2028$$

답 2028

0441 주어진 식에 $2-1(=1)$을 곱하면

$$(2-1)(2+1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)$$
$$=(2^2-1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)$$
$$=(2^4-1)(2^4+1)(2^8+1)$$
$$=(2^8-1)(2^8+1)$$
$$=2^{16}-1$$

답 ③

0442 $(-3\sqrt{7}+2)^2=(-3\sqrt{7})^2+2\times(-3\sqrt{7})\times2+2^2$

$$=63-12\sqrt{7}+4$$
$$=67-12\sqrt{7}$$

답 ⑤

0443 $(5\sqrt{3}+4)(2\sqrt{3}-1)$

$$=5\sqrt{3}\times2\sqrt{3}+(-5+8)\sqrt{3}-4$$
$$=26+3\sqrt{3}$$

따라서 $a=26$, $b=3$이므로 $a-b=26-3=23$ 답 ①

0444 $(6+4\sqrt{2})(6-4\sqrt{2})(5+2\sqrt{6})(5-2\sqrt{6})$

$$=\{(6+4\sqrt{2})(6-4\sqrt{2})\}\{(5+2\sqrt{6})(5-2\sqrt{6})\}$$
$$=\{6^2-(4\sqrt{2})^2\}\{5^2-(2\sqrt{6})^2\}$$
$$=(36-32)(25-24)$$
$$=4$$

답 4

0445 $(8+\sqrt{5})(a-2\sqrt{5})$

$=8a+(a-16)\sqrt{5}-10$

$=(8a-10)+(a-16)\sqrt{5}$ … 1단계

유리수가 되려면 $a-16=0$

$\therefore a=16$ … 2단계

답 16

단계	채점 요소	비율
1	주어진 식 전개하기	70 %
2	a의 값 구하기	30 %

0446 $$\frac{\sqrt{2}+5}{3-2\sqrt{2}}=\frac{(\sqrt{2}+5)(3+2\sqrt{2})}{(3-2\sqrt{2})(3+2\sqrt{2})}$$
$$=3\sqrt{2}+4+15+10\sqrt{2}$$
$$=19+13\sqrt{2}$$

따라서 $a=19$, $b=13$이므로

$a+b=19+13=32$ 답 ⑤

0447 $$\frac{\sqrt{50}}{\sqrt{5}-\sqrt{10}}=\frac{5\sqrt{2}}{\sqrt{5}-\sqrt{10}}$$
$$=\frac{5\sqrt{2}(\sqrt{5}+\sqrt{10})}{(\sqrt{5}-\sqrt{10})(\sqrt{5}+\sqrt{10})}$$
$$=\frac{5\sqrt{10}+10\sqrt{5}}{5-10}=-\sqrt{10}-2\sqrt{5}$$

답 $-\sqrt{10}-2\sqrt{5}$

0448 $$\frac{1}{x}=\frac{1}{7+4\sqrt{3}}=\frac{7-4\sqrt{3}}{(7+4\sqrt{3})(7-4\sqrt{3})}=7-4\sqrt{3}$$

$\therefore x+\frac{1}{x}=(7+4\sqrt{3})+(7-4\sqrt{3})=14$ 답 ③

0449 $$\frac{\sqrt{6}-\sqrt{3}}{\sqrt{6}+\sqrt{3}}-\frac{\sqrt{6}+\sqrt{3}}{\sqrt{6}-\sqrt{3}}$$
$$=\frac{(\sqrt{6}-\sqrt{3})^2}{(\sqrt{6}+\sqrt{3})(\sqrt{6}-\sqrt{3})}-\frac{(\sqrt{6}+\sqrt{3})^2}{(\sqrt{6}-\sqrt{3})(\sqrt{6}+\sqrt{3})}$$
$$=\frac{6-2\sqrt{18}+3}{6-3}-\frac{6+2\sqrt{18}+3}{6-3}$$
$$=\frac{9-6\sqrt{2}}{3}-\frac{9+6\sqrt{2}}{3}$$
$$=3-2\sqrt{2}-(3+2\sqrt{2})$$
$$=-4\sqrt{2}$$

답 ①

0450 $\sqrt{4}<\sqrt{7}<\sqrt{9}$, 즉 $2<\sqrt{7}<3$이므로

$-3<-\sqrt{7}<-2$ $\therefore 5<8-\sqrt{7}<6$

따라서 $a=5$, $b=(8-\sqrt{7})-5=3-\sqrt{7}$이므로 … 1단계

$$\frac{3}{a-b}=\frac{3}{5-(3-\sqrt{7})}=\frac{3}{2+\sqrt{7}}$$
$$=\frac{3(2-\sqrt{7})}{(2+\sqrt{7})(2-\sqrt{7})}=\frac{3(2-\sqrt{7})}{-3}$$
$$=\sqrt{7}-2$$

… 2단계

답 $\sqrt{7}-2$

단계	채점 요소	비율
1	a, b의 값 구하기	50 %
2	$\frac{3}{a-b}$의 값 구하기	50 %

0451 $$\frac{1}{f(x)}=\frac{1}{\sqrt{x}+\sqrt{x+1}}$$
$$=\frac{\sqrt{x}-\sqrt{x+1}}{(\sqrt{x}+\sqrt{x+1})(\sqrt{x}-\sqrt{x+1})}$$
$$=\frac{\sqrt{x}-\sqrt{x+1}}{x-(x+1)}$$
$$=-\sqrt{x}+\sqrt{x+1}$$

$\therefore \frac{1}{f(1)}+\frac{1}{f(2)}+\frac{1}{f(3)}+\cdots+\frac{1}{f(8)}$
$=(-\sqrt{1}+\sqrt{2})+(-\sqrt{2}+\sqrt{3})+(-\sqrt{3}+\sqrt{4})$
$+\cdots+(-\sqrt{8}+\sqrt{9})$
$=-\sqrt{1}+\sqrt{9}=-1+3=2$ 답 2

0452 $x=3+\sqrt{15}$에서 $x-3=\sqrt{15}$
$(x-3)^2=(\sqrt{15})^2,\quad x^2-6x+9=15$
$x^2-6x=6$
$\therefore x^2-6x+4=6+4=10$ 답 ⑤

다른 풀이 $x=3+\sqrt{15}$를 x^2-6x+4에 대입하면
$(3+\sqrt{15})^2-6(3+\sqrt{15})+4$
$=9+6\sqrt{15}+15-18-6\sqrt{15}+4$
$=10$

0453 $x=\frac{1}{\sqrt{2}-1}=\frac{\sqrt{2}+1}{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)}=\sqrt{2}+1$
$x-1=\sqrt{2}$에서 $(x-1)^2=(\sqrt{2})^2$
$x^2-2x+1=2,\quad x^2-2x=1$
$\therefore x^2-2x-10=1-10=-9$ 답 -9

0454 $x=2\sqrt{6}-4$에서 $x+4=2\sqrt{6}$
$(x+4)^2=(2\sqrt{6})^2,\quad x^2+8x+16=24$
$x^2+8x=8$
$\therefore \sqrt{x^2+8x+8}=\sqrt{8+8}=\sqrt{16}=4$ 답 ②

0455 $x^2+y^2=(x+y)^2-2xy$
$=(4\sqrt{3})^2-2\times5$
$=48-10=38$ 답 ③

0456 $(x+y)^2=(x-y)^2+4xy$
$=7^2+4\times4=65$ 답 ①

0457 $a^2+b^2=(a-b)^2+2ab$이므로
$12=(2\sqrt{5})^2+2ab,\quad 2ab=-8$
$\therefore ab=-4$ 답 -4

0458 (1) $x+y=(\sqrt{3}+\sqrt{2})+(\sqrt{3}-\sqrt{2})=2\sqrt{3}$ … 1단계
(2) $xy=(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2})=1$ … 2단계
(3) $\frac{y}{x}+\frac{x}{y}=\frac{x^2+y^2}{xy}=\frac{(x+y)^2-2xy}{xy}$
$=\frac{(2\sqrt{3})^2-2\times1}{1}=10$ … 3단계
답 (1) $2\sqrt{3}$ (2) 1 (3) 10

단계	채점 요소	비율
1	$x+y$의 값 구하기	20 %
2	xy의 값 구하기	20 %
3	$\frac{y}{x}+\frac{x}{y}$의 값 구하기	60 %

0459 $x^2+\frac{1}{x^2}=\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-2=6^2-2=34$ 답 34

0460 $\left(x+\frac{1}{x}\right)^2=\left(x-\frac{1}{x}\right)^2+4=3^2+4=13$ 답 ④

0461 $x^2+\frac{1}{x^2}=\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-2$이므로
$18=\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-2\quad \therefore \left(x+\frac{1}{x}\right)^2=20$
그런데 $x>0$이므로 $x+\frac{1}{x}>0$
$\therefore x+\frac{1}{x}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$ 답 ⑤

0462 $\left(x-\frac{1}{x}\right)^2=\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-4$
$=(2\sqrt{7})^2-4=24$
그런데 $0<x<1$이므로 $x-\frac{1}{x}<0$
$\therefore x-\frac{1}{x}=-\sqrt{24}=-2\sqrt{6}$ 답 $-2\sqrt{6}$

0463 (주어진 식)$=\{x(x-2)\}\{(x+1)(x-3)\}$
$=(x^2-2x)(x^2-2x-3)$
$x^2-2x=A$로 놓으면
(주어진 식)$=A(A-3)$
$=A^2-3A$
$=(x^2-2x)^2-3(x^2-2x)$
$=x^4-4x^3+4x^2-3x^2+6x$
$=x^4-4x^3+x^2+6x$ 답 $x^4-4x^3+x^2+6x$

0464 (주어진 식)$=\{(x+1)(x-3)\}\{(x+2)(x-4)\}$
$=(x^2-2x-3)(x^2-2x-8)$
$x^2-2x=A$로 놓으면
(주어진 식)$=(A-3)(A-8)$
$=A^2-11A+24$
$=(x^2-2x)^2-11(x^2-2x)+24$
$=x^4-4x^3+4x^2-11x^2+22x+24$
$=x^4-4x^3-7x^2+22x+24$
따라서 x^3의 계수는 -4, x의 계수는 22이므로
$a=-4,\ b=22$
$\therefore a+b=-4+22=18$ 답 ③

0465 $x^2-4x-1=0$에서 $x^2-4x=1$
$\therefore$ (주어진 식)$=\{(x-5)(x+1)\}\{(x-3)(x-1)\}$
$=(x^2-4x-5)(x^2-4x+3)$
$=(1-5)(1+3)=-16$ 답 ①

0466 $x\neq0$이므로 $x^2-8x+1=0$의 양변을 x로 나누면

$x-8+\dfrac{1}{x}=0$ $\quad\therefore x+\dfrac{1}{x}=8$

$\therefore x^2+\dfrac{1}{x^2}=\left(x+\dfrac{1}{x}\right)^2-2=8^2-2=62$ 답 ④

0467 $x\neq0$이므로 $x^2+4x-1=0$의 양변을 x로 나누면

$x+4-\dfrac{1}{x}=0$ $\quad\therefore x-\dfrac{1}{x}=-4$

$\therefore \left(x+\dfrac{1}{x}\right)^2=\left(x-\dfrac{1}{x}\right)^2+4=(-4)^2+4=20$ 답 20

0468 $x\neq0$이므로 $x^2+3x-1=0$의 양변을 x로 나누면

$x+3-\dfrac{1}{x}=0$

$\therefore x-\dfrac{1}{x}=-3$ … 1단계

$\therefore x^2+x-\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{x^2}=\left(x^2+\dfrac{1}{x^2}\right)+\left(x-\dfrac{1}{x}\right)$

$=\left(x-\dfrac{1}{x}\right)^2+2+\left(x-\dfrac{1}{x}\right)$

$=(-3)^2+2+(-3)=8$ … 2단계

답 8

단계	채점 요소	비율
1	$x-\dfrac{1}{x}$의 값 구하기	30 %
2	$x^2+x-\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{x^2}$의 값 구하기	70 %

시험에 꼭 나오는 문제

＞본문 68~71쪽

0469 전략 분배법칙을 이용하여 식을 전개한다.

$(6x+y)(5y-6x)=-36x^2+24xy+5y^2$이므로

$A=-36,\ B=24,\ C=5$

$\therefore A+B-C=-36+24-5=-17$ 답 ①

0470 전략 특정한 부분만 전개하여 상수항과 xy항을 구한다.

주어진 식의 전개식에서 상수항은 $5b$이므로

$5b=5$ $\quad\therefore b=1$

또 xy항은 $3xy+2axy=(3+2a)xy$이므로

$3+2a=-5$ $\quad\therefore a=-4$

$\therefore a+b=-4+1=-3$ 답 -3

0471 전략 $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$임을 이용한다.

$(3x-ay)^2=9x^2-6axy+a^2y^2$

xy의 계수가 -30이므로

$-6a=-30$ $\quad\therefore a=5$

따라서 y^2의 계수는 $\quad a^2=5^2=25$ 답 ⑤

0472 전략 $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$임을 이용한다.

$(2x+3y)(2x-3y)-3(x+y)(x-y)$

$=4x^2-9y^2-3(x^2-y^2)$

$=4x^2-9y^2-3x^2+3y^2$

$=x^2-6y^2$

이므로 $\quad A=1,\ B=-6$

$\therefore A+B=1+(-6)=-5$ 답 -5

0473 전략 곱셈 공식을 이용하여 주어진 식을 각각 전개한다.

$(-a+b)(-a-b)=(-a)^2-b^2=a^2-b^2$

① $(a+b)(-a-b)=-(a+b)^2=-a^2-2ab-b^2$

② $(a-b)(-a-b)=-(a-b)(a+b)=-a^2+b^2$

③ $-(a-b)^2=-a^2+2ab-b^2$

④ $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$

⑤ $-(a+b)(a-b)=-a^2+b^2$

따라서 주어진 식과 전개식이 같은 것은 ④이다. 답 ④

0474 전략 $(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$임을 이용한다.

$\left(x-\dfrac{1}{3}\right)(x+a)=x^2+\left(-\dfrac{1}{3}+a\right)x-\dfrac{1}{3}a$에서 x의 계수와 상수항이 같으므로

$-\dfrac{1}{3}+a=-\dfrac{1}{3}a,\quad \dfrac{4}{3}a=\dfrac{1}{3}$

$\therefore a=\dfrac{1}{4}$ 답 ④

0475 전략 $(ax+b)(cx+d)=acx^2+(ad+bc)x+bd$임을 이용한다.

$(3x+a)(4x-5)=12x^2+(4a-15)x-5a$이므로

$4a-15=b,\ -5a=-10$

따라서 $a=2,\ b=-7$이므로

$a-b=2-(-7)=9$ 답 9

0476 전략 곱셈 공식을 이용하여 전개한다.

① $(x+3y)^2=x^2+6xy+9y^2$

③ $(-a+9)(-a-9)=a^2-81$

④ $(-3x-2y)^2=\{-(3x+2y)\}^2=9x^2+12xy+4y^2$

따라서 옳은 것은 ②, ⑤이다. 답 ②, ⑤

0477 전략 곱셈 공식을 이용하여 전개한 후 x의 계수를 비교한다.

① $(2x-3)^2=4x^2-12x+9$ ➡ x의 계수: -12

② $(x-7)(x-5)=x^2-12x+35$ ➡ x의 계수: -12

③ $(x+2)(7x-2)=7x^2+12x-4$ ➡ x의 계수: 12

④ $(-x+8)(-x+4)=x^2-12x+32$ ➡ x의 계수: -12

⑤ $(5x+3)(x-3)=5x^2-12x-9$ ➡ x의 계수: -12

따라서 x의 계수가 나머지 넷과 다른 하나는 ③이다. 답 ③

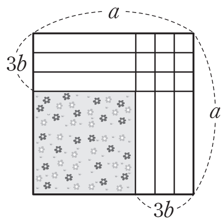
0478 전략 색칠한 두 직사각형의 가로, 세로의 길이를 문자를 사용하여 나타낸 후 곱셈 공식을 이용한다.

$(5a-2b)(4a-b)+2b\times b=20a^2-13ab+2b^2+2b^2$
$=20a^2-13ab+4b^2$

답 $20a^2-13ab+4b^2$

0479 전략 폭이 일정한 길을 가장자리로 이동하여 생각한다.

오른쪽 그림과 같이 폭이 일정한 길을 가장자리로 이동하면 길을 제외한 꽃밭의 넓이는 한 변의 길이가 $a-3b$인 정사각형의 넓이와 같으므로



$(a-3b)^2=a^2-6ab+9b^2$

답 ④

0480 전략 주어진 수의 계산을 두 자연수의 합과 차의 곱으로 나타내어 본다.

$198\times201=(200-2)(200+1)$
➡ $(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$
따라서 가장 편리한 것은 ④이다.

답 ④

0481 전략 제곱근을 문자로 생각하고 곱셈 공식을 이용한다.

① $(\sqrt{7}+2)^2=7+4\sqrt{7}+4=11+4\sqrt{7}$
② $(1-\sqrt{5})^2=1-2\sqrt{5}+5=6-2\sqrt{5}$
③ $(\sqrt{3}+\sqrt{6})(\sqrt{3}-\sqrt{6})=3-6=-3$
④ $(\sqrt{2}+4)(\sqrt{2}-9)=2+(-9+4)\sqrt{2}-36$
$=-34-5\sqrt{2}$
⑤ $(2\sqrt{5}-\sqrt{3})(2\sqrt{5}+\sqrt{2})=20+2\sqrt{10}-2\sqrt{15}-\sqrt{6}$
따라서 유리수인 것은 ③이다.

답 ③

0482 전략 $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$을 이용하여 분모를 유리화한다.

$$\frac{2+\sqrt{10}}{4-\sqrt{10}}=\frac{(2+\sqrt{10})(4+\sqrt{10})}{(4-\sqrt{10})(4+\sqrt{10})}$$
$$=\frac{18+6\sqrt{10}}{6}=3+\sqrt{10}$$
따라서 $a=3$, $b=1$이므로
$a+b=3+1=4$

답 ①

0483 전략 먼저 x의 분모를 유리화한 후 등식을 변형한다.

$$x=\frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}=\frac{(\sqrt{5}-\sqrt{3})^2}{(\sqrt{5}+\sqrt{3})(\sqrt{5}-\sqrt{3})}$$
$$=\frac{5-2\sqrt{15}+3}{2}=4-\sqrt{15}$$
$x-4=-\sqrt{15}$에서
$(x-4)^2=(-\sqrt{15})^2$
$x^2-8x+16=15,\quad x^2-8x=-1$
$\therefore x^2-8x+14=-1+14=13$

답 13

0484 전략 x, y의 분모를 각각 유리화한 후 $x+y$, xy의 값을 구한다.

$$x=\frac{3+2\sqrt{2}}{(3-2\sqrt{2})(3+2\sqrt{2})}=3+2\sqrt{2}$$
$$y=\frac{3-2\sqrt{2}}{(3+2\sqrt{2})(3-2\sqrt{2})}=3-2\sqrt{2}$$
따라서 $x+y=6$, $xy=1$이므로
$x^2-xy+y^2=(x+y)^2-3xy=6^2-3=33$

답 ④

0485 전략 공통부분이 생기도록 두 개씩 짝을 지어 전개한다.

(주어진 식)
$=\{(x-6)(x+5)\}\{(x-2)(x+1)\}$
$=(x^2-x-30)(x^2-x-2)$
$x^2-x=A$로 놓으면
(주어진 식)
$=(A-30)(A-2)$
$=A^2-32A+60$
$=(x^2-x)^2-32(x^2-x)+60$
$=x^4-2x^3+x^2-32x^2+32x+60$
$=x^4-2x^3-31x^2+32x+60$
따라서 $a=-2$, $b=-31$, $c=32$, $d=60$이므로
$a-b-c+d=-2-(-31)-32+60=57$

답 57

0486 전략 먼저 주어진 등식의 양변을 x로 나누어 식을 변형한다.

$x\neq0$이므로 $x^2-5x+1=0$의 양변을 x로 나누면
$x-5+\frac{1}{x}=0\qquad\therefore x+\frac{1}{x}=5$
$\therefore x^2-7+\frac{1}{x^2}=x^2+\frac{1}{x^2}-7$
$=\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-2-7$
$=5^2-2-7=16$

답 ②

0487 전략 $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$임을 이용한다.

$(Ax+3B)^2=A^2x^2+6ABx+9B^2$ … 1단계
x^2의 계수가 16, 상수항이 4이므로
$A^2=16$, $9B^2=4$, 즉 $B^2=\frac{4}{9}$
이때 $A>0$, $B>0$이므로 $\quad A=4$, $B=\frac{2}{3}$ … 2단계
따라서 x의 계수는 $\quad 6AB=6\times4\times\frac{2}{3}=16$ … 3단계

답 16

단계	채점 요소	비율
1	주어진 식 전개하기	30 %
2	A, B의 값 구하기	40 %
3	x의 계수 구하기	30 %

0488 전략 잘못 본 수 대신에 문자를 대입하여 식을 전개한 후 양변의 계수를 비교한다.

$(x+5)(x-4)$에서 -4를 A로 잘못 보고 전개하여

x^2+9x+B가 되었으므로

$(x+5)(x+A)=x^2+9x+B$, 즉

$x^2+(5+A)x+5A=x^2+9x+B$

따라서 $5+A=9$, $5A=B$이므로

$A=4$, $B=5\times4=20$ … 1단계

$(3x-2)(x+1)$에서 3을 C로 잘못 보고 전개하여

Dx^2-8x-2가 되었으므로

$(Cx-2)(x+1)=Dx^2-8x-2$, 즉

$Cx^2+(C-2)x-2=Dx^2-8x-2$

따라서 $C=D$, $C-2=-8$이므로

$C=-6$, $D=-6$ … 2단계

$\therefore A-B-C-D=4-20-(-6)-(-6)=-4$ … 3단계

답 -4

단계	채점 요소	비율
1	A, B의 값 구하기	40 %
2	C, D의 값 구하기	40 %
3	$A-B-C-D$의 값 구하기	20 %

0489 전략 $x+2y=A$로 놓고 곱셈 공식을 이용하여 전개한다.

$x+2y=A$로 놓으면

$$\begin{aligned}(x+2y-3)^2&=(A-3)^2\\&=A^2-6A+9\\&=(x+2y)^2-6(x+2y)+9\\&=x^2+4xy+4y^2-6x-12y+9\end{aligned}$$ … 1단계

따라서 xy의 계수는 4, 상수항은 9이므로

$a=4$, $b=9$ … 2단계

$\therefore a-b=4-9=-5$ … 3단계

답 -5

단계	채점 요소	비율
1	주어진 식 전개하기	70 %
2	a, b의 값 구하기	20 %
3	$a-b$의 값 구하기	10 %

0490 전략 □HECF의 가로와 세로의 길이를 각각 문자로 나타낸다.

$\overline{\mathrm{BE}}=\overline{\mathrm{AB}}=b$이므로 $\overline{\mathrm{EC}}=\overline{\mathrm{BC}}-\overline{\mathrm{BE}}=a-b$

$\overline{\mathrm{DF}}=\overline{\mathrm{HF}}=\overline{\mathrm{EC}}=a-b$이므로

$\overline{\mathrm{FC}}=\overline{\mathrm{DC}}-\overline{\mathrm{DF}}=b-(a-b)=-a+2b$

$$\begin{aligned}\therefore \square\mathrm{HECF}&=\overline{\mathrm{EC}}\times\overline{\mathrm{FC}}\\&=(a-b)(-a+2b)\\&=-a^2+2ab+ab-2b^2\\&=-a^2+3ab-2b^2\end{aligned}$$

답 $-a^2+3ab-2b^2$

0491 전략 곱셈 공식 $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$을 이용할 수 있도록 식을 변형한다.

$$\begin{aligned}6\times26\times626&=(5+1)(5^2+1)(5^4+1)\\&=\frac{1}{4}(5-1)(5+1)(5^2+1)(5^4+1)\\&=\frac{1}{4}(5^2-1)(5^2+1)(5^4+1)\\&=\frac{1}{4}(5^4-1)(5^4+1)\\&=\frac{1}{4}(5^8-1)\end{aligned}$$

따라서 $a=4$, $b=8$이므로 $\frac{b}{a}=\frac{8}{4}=2$

답 2

0492 전략 주어진 조건을 이용하여 먼저 ab의 값을 구한다.

$a^2+b^2=(a+b)^2-2ab$이므로

$18=4^2-2ab$ $\therefore ab=-1$

$\therefore$ (주어진 식)

$$\begin{aligned}&=\left\{(a+b)+\frac{a+b}{ab}\right\}+\left\{(a^3+b^3)+\frac{a^3+b^3}{a^3b^3}\right\}\\&\quad+\left\{(a^5+b^5)+\frac{a^5+b^5}{a^5b^5}\right\}+\left\{(a^7+b^7)+\frac{a^7+b^7}{a^7b^7}\right\}\\&\quad+\left\{(a^9+b^9)+\frac{a^9+b^9}{a^9b^9}\right\}\\&=\left\{(a+b)+\frac{a+b}{ab}\right\}+\left\{(a^3+b^3)+\frac{a^3+b^3}{(ab)^3}\right\}\\&\quad+\left\{(a^5+b^5)+\frac{a^5+b^5}{(ab)^5}\right\}+\left\{(a^7+b^7)+\frac{a^7+b^7}{(ab)^7}\right\}\\&\quad+\left\{(a^9+b^9)+\frac{a^9+b^9}{(ab)^9}\right\}\\&=\{(a+b)-(a+b)\}+\{(a^3+b^3)-(a^3+b^3)\}\\&\quad+\{(a^5+b^5)-(a^5+b^5)\}+\{(a^7+b^7)-(a^7+b^7)\}\\&\quad+\{(a^9+b^9)-(a^9+b^9)\}\\&=0\end{aligned}$$

답 0

Ⅱ. 다항식의 곱셈과 인수분해

05 다항식의 인수분해

교과서문제 정복하기

본문 73, 75쪽

0493 답 $x-8x^2$

0494 답 x^2+2x+1

0495 답 x^2-25

0496 답 $4x^2-7x-2$

0497 답 $x(a+b-c)$

0498 답 $2m^2(m-3)$

0499 답 $xy^2(x-2)$

0500 답 $3ab(a+6b-5)$

0501 답 $(x-2)(a+5)$

0502 답 $(a-b)(a-b-x)$

0503 답 $(x+3)^2$

0504 답 $(x-8)^2$

0505 답 $(5x-1)^2$

0506 답 $(2x+y)^2$

0507 $\square=\left(\frac{8}{2}\right)^2=16$ 답 16

0508 $\square=\left(\frac{-14}{2}\right)^2=49$ 답 49

0509 $x^2+\square x+81=x^2+\square x+9^2$에서
$\square=2\times1\times9=18$ ($\because \square>0$) 답 18

0510 $a^2+\square a+\frac{1}{25}=a^2+\square a+\left(\frac{1}{5}\right)^2$에서
$\square=2\times1\times\frac{1}{5}=\frac{2}{5}$ ($\because \square>0$) 답 $\frac{2}{5}$

0511 답 $(2x+3)(2x-3)$

0512 답 $(6a+b)(6a-b)$

0513 답 $\left(9x+\frac{1}{4}y\right)\left(9x-\frac{1}{4}y\right)$

0514 답 $(x+3)(x+5)$

0515 답 $(x+1)(x-7)$

0516 답 $(x+4y)(x-5y)$

0517 답 $(x+1)(3x+1)$

0518 답 $(2x-3)(3x-2)$

0519 답 $(2x-y)(4x+3y)$

0520 $a-6=A$로 놓으면
(주어진 식)$=A^2+2A+1$
$=(A+1)^2$
$=(a-6+1)^2$
$=(a-5)^2$ 답 $(a-5)^2$

0521 $4x+1=A$로 놓으면
(주어진 식)$=A^2-4A-32$
$=(A+4)(A-8)$
$=(4x+1+4)(4x+1-8)$
$=(4x+5)(4x-7)$ 답 $(4x+5)(4x-7)$

0522 $x-y=A$로 놓으면
(주어진 식)$=2A^2+11A+15$
$=(A+3)(2A+5)$
$=(x-y+3)\{2(x-y)+5\}$
$=(x-y+3)(2x-2y+5)$
답 $(x-y+3)(2x-2y+5)$

0523 답 $A-B$, $3a+2$

0524 답 $x-y$

0525 답 $a-4$

0526 답 $a+3$

0527 답 $x-1$

0528 (주어진 식)$=(x+y)(x-y)+5(x-y)$
$=(x-y)(x+y+5)$
답 $(x-y)(x+y+5)$

0529 (주어진 식)$=4-(x^2-2xy+y^2)$
$=2^2-(x-y)^2$
$=\{2+(x-y)\}\{2-(x-y)\}$
$=(2+x-y)(2-x+y)$
답 $(2+x-y)(2-x+y)$

0530 답 $x-3$, $x-3$, $x-3$, $x-3$, $2y$

0531 $15\times47-15\times45=15(47-45)$
$=15\times2=30$ 답 30

0532 $81^2-162+1=81^2-2\times81\times1+1^2$
$=(81-1)^2$
$=80^2=6400$ 답 6400

0533 $63^2-37^2=(63+37)(63-37)$
$=100\times26=2600$ 답 2600

0534 $40\times51^2-40\times49^2=40(51^2-49^2)$
$=40(51+49)(51-49)$
$=40\times100\times2$
$=8000$ 답 8000

0535 $x^2+10x+25=(x+5)^2$
$=(65+5)^2$
$=70^2=4900$ 답 4900

0536 $x^2-2xy+y^2=(x-y)^2$
$=\{(1+\sqrt{3})-(1-\sqrt{3})\}^2$
$=(2\sqrt{3})^2=12$ 답 12

0537 $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$
$=(7.2+2.8)(7.2-2.8)$
$=10\times4.4=44$ 답 44

0538 $a^2+4a-5=(a-1)(a+5)$
$=(\sqrt{2}-5-1)(\sqrt{2}-5+5)$
$=(\sqrt{2}-6)\times\sqrt{2}=2-6\sqrt{2}$ 답 $2-6\sqrt{2}$

유형 익히기

본문 76~86쪽

0539 ④ $3a+b$는 $3a^2(a+b)$의 인수가 아니다.
답 ④

0540 ③ $(x-1)+x=2x-1$
따라서 $x-1$을 인수로 갖지 않는 것은 ③이다. 답 ③

0541 ㄹ. $2(x-2)(2x+1)=(x-2)(4x+2)$
이상에서 인수인 것은 ㄱ, ㄷ, ㄹ, ㅂ이다. 답 ④

0542 ① $7a^2-a=a(7a-1)$
② $3x^2-15x=3x(x-5)$
③ $4x^2y-3xy^2+xy=xy(4x-3y+1)$
④ $x(x-8)-6(x-8)=(x-8)(x-6)$
따라서 인수분해한 것이 옳은 것은 ⑤이다. 답 ⑤

0543 $4a^2b-8ab=4ab(a-2)$
따라서 인수가 아닌 것은 ④이다. 답 ④

0544 $3a(x+y)+b(x+y)-(x+y)$
$=(x+y)(3a+b-1)$ 답 $(x+y)(3a+b-1)$

0545 (주어진 식)$=(x-5y)(x-1)+y(x-5y)$
$=(x-5y)(x+y-1)$ … 1단계
따라서 두 일차식은 $x-5y$, $x+y-1$이므로
$(x-5y)+(x+y-1)=2x-4y-1$ … 2단계
답 $2x-4y-1$

단계	채점 요소	비율
1	주어진 식 인수분해하기	70 %
2	두 일차식의 합 구하기	30 %

0546 ㄱ. $-a^2+2ab-b^2=-(a^2-2ab+b^2)=-(a-b)^2$
ㄹ. $9x^2+42xy+49y^2=(3x+7y)^2$
이상에서 완전제곱식으로 인수분해되는 것은 ㄱ, ㄹ이다.
답 ㄱ, ㄹ

0547 $\frac{1}{16}x^2-\frac{1}{2}x+1=\left(\frac{1}{4}x-1\right)^2$
따라서 주어진 다항식의 인수인 것은 ②이다. 답 ②

0548 ⑤ $3ax^2-24axy+48ay^2=3a(x^2-8xy+16y^2)$
$=3a(x-4y)^2$
따라서 인수분해한 것이 옳지 않은 것은 ⑤이다. 답 ⑤

0549 $ax^2+24xy+by^2=(4x+cy)^2$에서
$ax^2+24xy+by^2=16x^2+8cxy+c^2y^2$
$a=16$이고, $24=8c$이므로 $c=3$
$b=c^2$이므로 $b=9$
$\therefore a+b+c=16+9+3=28$ 답 28

0550 $x^2-10x+a$에서
$a=\left(\frac{-10}{2}\right)^2=25$
$x^2+bx+64=x^2+bx+8^2$에서
$b=2\times1\times8=16$ ($\because b>0$)
$\therefore a+b=25+16=41$ 답 41

0551 $\frac{1}{9}x^2+axy+y^2=\left(\frac{1}{3}x\right)^2+axy+y^2$에서

$a=\pm2\times\frac{1}{3}\times1=\pm\frac{2}{3}$

답 ③

0552 ① x^2-2x+A에서

$A=\left(\frac{-2}{2}\right)^2=1$

② $x^2+Axy+\frac{1}{25}y^2=x^2+Axy+\left(\frac{1}{5}y\right)^2$에서

$A=2\times1\times\frac{1}{5}=\frac{2}{5}$

③ $Ax^2-4x+1=Ax^2-2\times2x\times1+1^2$에서

$A=2^2=4$

④ $9x^2+6x+A=(3x)^2+2\times3x\times1+A$에서

$A=1^2=1$

⑤ $4x^2+Ax+\frac{1}{4}=(2x)^2+Ax+\left(\frac{1}{2}\right)^2$에서

$A=2\times2\times\frac{1}{2}=2$

따라서 양수 A의 값이 가장 큰 것은 ③이다.

답 ③

0553 $(x+3)(x-7)+k=x^2-4x-21+k$ … 1단계

따라서 $-21+k=\left(\frac{-4}{2}\right)^2=4$이므로

$k=25$ … 2단계

답 25

단계	채점 요소	비율
1	주어진 식 전개하기	30 %
2	k의 값 구하기	70 %

0554 $\sqrt{x^2-6x+9}+\sqrt{x^2+8x+16}=\sqrt{(x-3)^2}+\sqrt{(x+4)^2}$

$-4<x<3$이므로

$x-3<0,\ x+4>0$

$\therefore$ (주어진 식) $=\sqrt{(x-3)^2}+\sqrt{(x+4)^2}$

$=-(x-3)+(x+4)$

$=-x+3+x+4$

$=7$

답 ③

0555 $\sqrt{9x^2-36x+36}=\sqrt{9(x^2-4x+4)}=\sqrt{9(x-2)^2}$

$x>2$이므로 $x-2>0$

$\therefore$ (주어진 식) $=\sqrt{9(x-2)^2}$

$=3(x-2)$

$=3x-6$

답 $3x-6$

0556 $\sqrt{a^2-2ab+b^2}-\sqrt{a^2+2ab+b^2}=\sqrt{(a-b)^2}-\sqrt{(a+b)^2}$

$0<a<b$이므로

$a-b<0,\ a+b>0$

$\therefore$ (주어진 식) $=\sqrt{(a-b)^2}-\sqrt{(a+b)^2}$

$=-(a-b)-(a+b)$

$=-a+b-a-b$

$=-2a$

답 ①

0557 $\sqrt{x^2+x+\frac{1}{4}}+\sqrt{x^2-x+\frac{1}{4}}-\sqrt{x^2}$

$=\sqrt{\left(x+\frac{1}{2}\right)^2}+\sqrt{\left(x-\frac{1}{2}\right)^2}-\sqrt{x^2}$ … 1단계

$0<2x<1$에서 $0<x<\frac{1}{2}$이므로

$x+\frac{1}{2}>0,\ x-\frac{1}{2}<0$ … 2단계

$\therefore$ (주어진 식) $=\sqrt{\left(x+\frac{1}{2}\right)^2}+\sqrt{\left(x-\frac{1}{2}\right)^2}-\sqrt{x^2}$

$=\left(x+\frac{1}{2}\right)-\left(x-\frac{1}{2}\right)-x$

$=x+\frac{1}{2}-x+\frac{1}{2}-x$

$=-x+1$ … 3단계

답 $-x+1$

단계	채점 요소	비율
1	근호 안의 식 인수분해하기	30 %
2	$x+\frac{1}{2}$과 $x-\frac{1}{2}$의 부호 구하기	20 %
3	주어진 식 간단히 하기	50 %

0558 $16x^2-81=(4x)^2-9^2=(4x+9)(4x-9)$이므로

$A=4,\ B=9$

$\therefore A+B=4+9=13$

답 13

0559 ① $x^2-25=x^2-5^2=(x+5)(x-5)$

② $\frac{1}{4}a^2-b^2=\left(\frac{1}{2}a\right)^2-b^2=\left(\frac{1}{2}a+b\right)\left(\frac{1}{2}a-b\right)$

③ $-49x^2+1=1-49x^2=1-(7x)^2=(1+7x)(1-7x)$

④ $-x^3+x=-x(x^2-1)=-x(x+1)(x-1)$

⑤ $\frac{1}{64}a^2-\frac{1}{9}b^2=\left(\frac{1}{8}a\right)^2-\left(\frac{1}{3}b\right)^2=\left(\frac{1}{8}a+\frac{1}{3}b\right)\left(\frac{1}{8}a-\frac{1}{3}b\right)$

따라서 인수분해한 것이 옳은 것은 ④, ⑤이다.

답 ④, ⑤

0560 $x^4-1=(x^2)^2-1=(x^2+1)(x^2-1)$

$=(x^2+1)(x+1)(x-1)$

따라서 인수가 아닌 것은 ⑤이다.

답 ⑤

0561 $-18x^2+98y^2=-2(9x^2-49y^2)$

$=-2\{(3x)^2-(7y)^2\}$

$=-2(3x+7y)(3x-7y)$

따라서 $a=-2,\ b=3,\ c=7$이므로

$a-b+c=-2-3+7=2$

답 2

0562 $x^2+9x-36=(x-3)(x+12)$

답 ③

0563 ㄱ. $x^2-5x+4=(x-1)(x-4)$

ㄴ. $x^2+9x+20=(x+4)(x+5)$

ㄷ. $x^2+4x-12=(x-2)(x+6)$

ㄹ. $2x^2-2x-40=2(x^2-x-20)=2(x+4)(x-5)$

이상에서 $x+4$를 인수로 갖는 것은 ㄴ, ㄹ이다.

답 ㄴ, ㄹ

0564 $x^2+Ax+21=(x-3)(x+B)$

$\qquad\qquad\qquad\qquad=x^2+(B-3)x-3B$

이므로 $\quad A=B-3,\ 21=-3B$

$\therefore B=-7,\ A=-7-3=-10$

$\therefore A+B=-10+(-7)=-17$

답 -17

0565 $x^2+Ax-8=(x+a)(x+b)$

$\qquad\qquad\qquad=x^2+(a+b)x+ab$

이므로 $\quad A=a+b,\ -8=ab$

곱이 -8인 두 정수는

-1과 8, 1과 -8, -2와 4, 2와 -4

이므로 A의 값이 될 수 있는 수는 $7,\ -7,\ 2,\ -2$이다.

따라서 A의 값이 될 수 없는 것은 ④이다.

답 ④

0566 $2x^2-7xy+3y^2=(x-3y)(2x-y)$이므로

$a=1,\ b=-3,\ c=2,\ d=-1$ 또는

$a=2,\ b=-1,\ c=1,\ d=-3$

$\therefore a+b+c+d=-1$

답 ②

0567 $3x^2+2x-8=(x+2)(3x-4)$이므로 주어진 다항식의 인수인 것은 ②, ④이다.

답 ②, ④

0568 $6x^2+ax-20=(2x+b)(cx-4)$

$\qquad\qquad\qquad\qquad=2cx^2+(bc-8)x-4b$

이므로 $\quad 6=2c,\ a=bc-8,\ -20=-4b$

$b=5,\ c=3$이므로 $\quad a=5\times3-8=7$

$\therefore a+b+c=7+5+3=15$

답 15

0569 $(x-3)(5x+9)+19=5x^2-6x-27+19$

$\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad=5x^2-6x-8$

$\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad=(x-2)(5x+4)$ $\quad\cdots$ 1단계

따라서 두 일차식의 합은

$(x-2)+(5x+4)=6x+2$ $\quad\cdots$ 2단계

답 $6x+2$

단계	채점 요소	비율
1	주어진 식 인수분해하기	70 %
2	두 일차식의 합 구하기	30 %

0570 ⑤ $12x^2-2x-2=2(6x^2-x-1)$

$\qquad\qquad\qquad\qquad=2(2x-1)(3x+1)$

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

답 ⑤

0571 ① $9x^2+6x+1=(3x+1)^2$ $\quad\therefore \square=3$

② $4x^2-49y^2=(2x+7y)(2x-7y)$ $\quad\therefore \square=2$

③ $x^2+12x+32=(x+4)(x+8)$ $\quad\therefore \square=4$

④ $15x^2-7x-4=(3x+1)(5x-4)$ $\quad\therefore \square=1$

⑤ $x^2+5xy-6y^2=(x-y)(x+6y)$ $\quad\therefore \square=6$

따라서 $\square$ 안에 알맞은 수가 가장 큰 것은 ⑤이다.

답 ⑤

0572 ㄱ. $2x^2-11x+5=(x-5)(2x-1)$

ㄴ. $x^2-x-20=(x+4)(x-5)$

ㄷ. $3x^2+13x-10=(x+5)(3x-2)$

ㄹ. $2x^2-4x-30=2(x^2-2x-15)$

$\qquad\qquad\qquad\qquad=2(x+3)(x-5)$

이상에서 $x-5$를 인수로 갖는 다항식은 ㄱ, ㄴ, ㄹ이다.

답 ④

0573 $x^2-x-6=(x+2)(x-3)$

$2x^2+x-6=(x+2)(2x-3)$

따라서 공통인 인수는 $x+2$이다.

답 ②

0574 ① $-2a^2b+2ab=-2ab(a-1)$

② $a^2+2ab-3b^2=(a-b)(a+3b)$

③ $-3a+3b=-3(a-b)$

④ $2a^2-3ab+b^2=(a-b)(2a-b)$

⑤ $a^3b-ab^3=ab(a^2-b^2)=ab(a+b)(a-b)$

따라서 1이 아닌 공통인 인수를 갖지 않는 것은 ①이다.

답 ①

0575 $9x^2-1=(3x+1)(3x-1)$,

$3x^2+2x-1=(x+1)(3x-1)$

이므로 공통인 인수는 $3x-1$이다.

$\therefore a=3$ $\quad\cdots$ 1단계

$x^2+5x-6=(x-1)(x+6)$,

$5x^2-3x-2=(x-1)(5x+2)$

이므로 공통인 인수는 $x-1$이다.

$\therefore b=-1$ $\quad\cdots$ 2단계

$\therefore a-b=3-(-1)=4$ $\quad\cdots$ 3단계

답 4

단계	채점 요소	비율
1	a의 값 구하기	40 %
2	b의 값 구하기	40 %
3	$a-b$의 값 구하기	20 %

0576 $x-3$이 $2x^2+ax-3$의 인수이고 x^2의 계수가 2이므로

$2x^2+ax-3=(x-3)(2x+k)$ (k는 상수)

로 놓으면

$2x^2+ax-3=2x^2+(k-6)x-3k$

따라서 $a=k-6,\ -3=-3k$이므로

$k=1,\ a=-5$

답 ①

0577 $4x+y$가 $12x^2-5xy+Ay^2$의 인수이고 x^2의 계수가 12이므로

$12x^2-5xy+Ay^2=(4x+y)(3x+By)$ (B는 상수)

로 놓으면

$12x^2-5xy+Ay^2=12x^2+(4B+3)xy+By^2$

따라서 $-5=4B+3,\ A=B$이므로 $\quad B=-2,\ A=-2$

즉 이 다항식의 다른 한 인수는 $3x-2y$이다. 답 ④

0578 $2x^2-3x+a=(x-1)(2x+m)$ (m은 상수)으로 놓으면

$2x^2-3x+a=2x^2+(m-2)x-m$

이므로 $-3=m-2,\ a=-m$

$\therefore m=-1,\ a=1$

$7x^2+bx-3=(x-1)(7x+n)$ (n은 상수)으로 놓으면

$7x^2+bx-3=7x^2+(n-7)x-n$

이므로 $b=n-7,\ -3=-n$

$\therefore n=3,\ b=-4$

$\therefore a+b=1+(-4)=-3$ 답 -3

0579 지성이는 상수항을 제대로 보았으므로

$(x+1)(x-8)=x^2-7x-8$

에서 처음 이차식의 상수항은 -8이다.

수지는 x의 계수를 제대로 보았으므로

$(x-4)(x+6)=x^2+2x-24$

에서 처음 이차식의 x의 계수는 2이다.

따라서 처음 이차식은 x^2+2x-8이므로 바르게 인수분해하면

$x^2+2x-8=(x-2)(x+4)$ 답 ②

0580 건호는 x의 계수를 제대로 보았으므로

$2(x+3)(x-7)=2x^2-8x-42$

에서 처음 이차식의 x의 계수는 -8이다. … 1단계

시안이는 상수항을 제대로 보았으므로

$2(x-1)(x+5)=2x^2+8x-10$

에서 처음 이차식의 상수항은 -10이다. … 2단계

따라서 처음 이차식은 $2x^2-8x-10$이므로 바르게 인수분해하면

$2x^2-8x-10=2(x^2-4x-5)$

$=2(x+1)(x-5)$ … 3단계

답 $2(x+1)(x-5)$

단계	채점 요소	비율
1	처음 이차식의 x의 계수 구하기	30 %
2	처음 이차식의 상수항 구하기	30 %
3	처음 이차식을 바르게 인수분해하기	40 %

0581 예지는 x^2의 계수와 상수항을 제대로 보았으므로

$(x+6)(2x-1)=2x^2+11x-6$

에서 처음 이차식의 x^2의 계수는 2, 상수항은 -6이다.

유나는 x^2의 계수와 x의 계수를 제대로 보았으므로

$(x+4)(2x-7)=2x^2+x-28$

에서 처음 이차식의 x^2의 계수는 2, x의 계수는 1이다.

따라서 처음 이차식은 $2x^2+x-6$이므로 바르게 인수분해하면

$2x^2+x-6=(x+2)(2x-3)$ 답 $(x+2)(2x-3)$

0582 새로 만든 직사각형의 넓이는

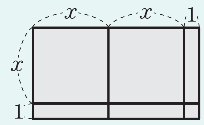
$2x^2+3x+1=(x+1)(2x+1)$

따라서 구하는 둘레의 길이는

$2\{(x+1)+(2x+1)\}=6x+4$ 답 ④

RPM 비법 노트

주어진 모든 직사각형을 빈틈없이 겹치지 않게 붙여서 만든 큰 직사각형은 오른쪽 그림과 같다.



0583 새로 만든 정사각형의 넓이는

$x^2+4x+4=(x+2)^2$

따라서 구하는 한 변의 길이는 $x+2$이다. 답 $x+2$

0584 넓이가 1인 정사각형이 a개 더 필요하고, 새로 만든 직사각형의 가로의 길이를 $x+b$라 하면

$x^2+6x+2+a=(x+4)(x+b)=x^2+(4+b)x+4b$

따라서 $6=4+b,\ 2+a=4b$이므로 $b=2,\ a=6$

즉 넓이가 1인 정사각형이 6개 더 필요하다. 답 6개

0585 $2x^2+11x+5=(x+5)(2x+1)$

따라서 직사각형의 가로의 길이는 $2x+1$이다. 답 $2x+1$

0586 $2(x-5)x^2+5(x-5)x+2(x-5)$

$=(x-5)(2x^2+5x+2)$

$=(x-5)(x+2)(2x+1)$

따라서 직육면체의 높이는 $x-5$이므로 모든 모서리의 길이의 합은

$4\{(2x+1)+(x+2)+(x-5)\}=4(4x-2)$

$=16x-8$ 답 ⑤

0587 (도형 A의 넓이)$=(5x+3)^2-4^2$ … 1단계

$=(5x+3+4)(5x+3-4)$

$=(5x+7)(5x-1)$ … 2단계

도형 B는 도형 A와 넓이가 같고, 세로의 길이가 $5x-1$이므로 가로의 길이는 $5x+7$이다. … 3단계

답 $5x+7$

단계	채점 요소	비율
1	도형 A의 넓이 구하는 식 세우기	40 %
2	도형 A의 넓이 인수분해하기	40 %
3	도형 B의 가로의 길이 구하기	20 %

0588 $2x+3=A$로 놓으면

(주어진 식)$=2A^2+5A-3$

$=(A+3)(2A-1)$

$=\{(2x+3)+3\}\{2(2x+3)-1\}$

$=(2x+6)(4x+5)=2(x+3)(4x+5)$

따라서 $a=3,\ b=5$이므로

$a-b=3-5=-2$ 답 ①

0589 $a-4=A$로 놓으면

(주어진 식)$=A^2+7A+10$

$=(A+2)(A+5)$

$=\{(a-4)+2\}\{(a-4)+5\}$

$=(a-2)(a+1)$

따라서 인수인 것은 ②이다. 답 ②

0590 $a-b=A$로 놓으면

(주어진 식)$=(A-2)(A+5)-18$

$=A^2+3A-28$

$=(A-4)(A+7)$

$=(a-b-4)(a-b+7)$ 답 ③

0591 $x^2-3x=A$로 놓으면

(주어진 식)$=A^2-8A-20$

$=(A+2)(A-10)$

$=(x^2-3x+2)(x^2-3x-10)$

$=(x-1)(x-2)(x+2)(x-5)$ … 1단계

따라서 네 일차식은 $x-1$, $x-2$, $x+2$, $x-5$이므로 네 일차식의 합은

$(x-1)+(x-2)+(x+2)+(x-5)=4x-6$ … 2단계

답 $4x-6$

단계	채점 요소	비율
1	주어진 식 인수분해하기	70 %
2	네 일차식의 합 구하기	30 %

0592 $a+1=A$, $b-1=B$로 놓으면

(주어진 식)$=A^2-B^2$

$=(A+B)(A-B)$

$=\{(a+1)+(b-1)\}\{(a+1)-(b-1)\}$

$=(a+b)(a-b+2)$ 답 ④

0593 $x+y=A$, $x-y=B$로 놓으면

(좌변)$=A^2-25B^2$

$=(A+5B)(A-5B)$

$=\{(x+y)+5(x-y)\}\{(x+y)-5(x-y)\}$

$=(6x-4y)(-4x+6y)$

$=-4(3x-2y)(2x-3y)$

따라서 $a=-2$, $b=-3$이므로

$a-b=-2-(-3)=1$ 답 ④

0594 $x+4=A$, $x-1=B$로 놓으면

(주어진 식)$=6A^2+11AB-10B^2$

$=(2A+5B)(3A-2B)$

$=\{2(x+4)+5(x-1)\}\{3(x+4)-2(x-1)\}$

$=(7x+3)(x+14)$

따라서 두 일차식의 합은

$(7x+3)+(x+14)=8x+17$ 답 $8x+17$

0595 (주어진 식)$=x^2-y^2-2x+2y$

$=(x+y)(x-y)-2(x-y)$

$=(x-y)(x+y-2)$

따라서 인수인 것은 ②, ③이다. 답 ②, ③

0596 (주어진 식)$=x^3-5x^2+5-x$

$=x^2(x-5)-(x-5)$

$=(x-5)(x^2-1)$

$=(x-5)(x+1)(x-1)$

따라서 세 일차식의 합은

$(x-5)+(x+1)+(x-1)=3x-5$ 답 $3x-5$

0597 $xy+y^2-x-y=y(x+y)-(x+y)$

$=(x+y)(\underline{y-1})$

$xy+1-x-y=xy-x+1-y$

$=x(y-1)-(y-1)$

$=(\underline{y-1})(x-1)$

따라서 공통인 인수는 $y-1$이다. 답 ③

0598 (주어진 식)$=(9x^2-6xy+y^2)-4$

$=(3x-y)^2-2^2$

$=(3x-y+2)(3x-y-2)$ 답 ③

0599 (주어진 식)$=a^2-(4b^2+4bc+c^2)$

$=a^2-(2b+c)^2$

$=(a+2b+c)(a-2b-c)$

따라서 인수인 것은 ①, ③이다. 답 ①, ③

0600 (주어진 식)

$=16-(x^2-10xy+25y^2)$

$=4^2-(x-5y)^2$

$=(4+x-5y)(4-x+5y)$ … 1단계

따라서 $a=4$, $b=-5$, $c=5$이므로 … 2단계

$abc=4\times(-5)\times5=-100$ … 3단계

답 -100

단계	채점 요소	비율
1	주어진 식 인수분해하기	60 %
2	a, b, c의 값 구하기	30 %
3	abc의 값 구하기	10 %

0601 $A=12.5^2-5\times12.5+2.5^2$

$=12.5^2-2\times12.5\times2.5+2.5^2$

$=(12.5-2.5)^2$

$=10^2=100$

$B=\sqrt{52^2-48^2}$

$=\sqrt{(52+48)(52-48)}$

$=\sqrt{100\times4}=\sqrt{400}=20$

$\therefore A-B=100-20=80$ 답 80

0602 $\dfrac{999\times1000+999}{1000^2-1}=\dfrac{999(1000+1)}{(1000+1)(1000-1)}$

$=\dfrac{999\times1001}{1001\times999}$

$=1$

답 1

0603 (주어진 식)

$=\left(1-\frac{1}{2}\right)\left(1+\frac{1}{2}\right)\left(1-\frac{1}{3}\right)\left(1+\frac{1}{3}\right)\left(1-\frac{1}{4}\right)\left(1+\frac{1}{4}\right)$

$\times\cdots\times\left(1-\frac{1}{10}\right)\left(1+\frac{1}{10}\right)\left(1-\frac{1}{11}\right)\left(1+\frac{1}{11}\right)$

$=\frac{1}{2}\times\frac{3}{2}\times\frac{2}{3}\times\frac{4}{3}\times\frac{3}{4}\times\frac{5}{4}\times\cdots\times\frac{9}{10}\times\frac{11}{10}\times\frac{10}{11}\times\frac{12}{11}$

$=\frac{1}{2}\times\frac{12}{11}$

$=\frac{6}{11}$

답 ④

0604 $x+y=(\sqrt{2}-1)+(\sqrt{2}+1)=2\sqrt{2}$

$x-y=(\sqrt{2}-1)-(\sqrt{2}+1)=-2$

$xy=(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)=2-1=1$

$\therefore x^3y-xy^3=xy(x^2-y^2)$

$=xy(x+y)(x-y)$

$=1\times2\sqrt{2}\times(-2)$

$=-4\sqrt{2}$

답 ①

0605 $x^2-y^2+4x-4y=(x+y)(x-y)+4(x-y)$

$=(x-y)(x+y+4)$

$=\sqrt{5}\times(-3+4)$

$=\sqrt{5}$

답 ③

0606 $x=\dfrac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}=\dfrac{(\sqrt{2}-\sqrt{3})^2}{(\sqrt{2}+\sqrt{3})(\sqrt{2}-\sqrt{3})}$

$=\dfrac{2-2\sqrt{6}+3}{-1}$

$=-5+2\sqrt{6}$

$y=\dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}=\dfrac{(\sqrt{2}+\sqrt{3})^2}{(\sqrt{2}-\sqrt{3})(\sqrt{2}+\sqrt{3})}$

$=\dfrac{2+2\sqrt{6}+3}{-1}$

$=-5-2\sqrt{6}$ … 1단계

이므로

$x-y=(-5+2\sqrt{6})-(-5-2\sqrt{6})=4\sqrt{6}$ … 2단계

$\therefore x^2+y^2-2xy=(x-y)^2$

$=(4\sqrt{6})^2=96$ … 3단계

답 96

단계	채점 요소	비율
1	x, y의 분모를 유리화하기	40 %
2	$x-y$의 값 구하기	20 %
3	x^2+y^2-2xy의 값 구하기	40 %

0607 (주어진 식)$=\{x(x+3)\}\{(x+1)(x+2)\}-15$

$=(x^2+3x)(x^2+3x+2)-15$

$x^2+3x=A$로 놓으면

(주어진 식)$=A(A+2)-15$

$=A^2+2A-15$

$=(A-3)(A+5)$

$=(x^2+3x-3)(x^2+3x+5)$

답 ③

0608 (좌변)$=\{(x-3)(x+1)\}\{(x-5)(x+3)\}+36$

$=(x^2-2x-3)(x^2-2x-15)+36$

$x^2-2x=A$로 놓으면

(좌변)$=(A-3)(A-15)+36$

$=A^2-18A+81$

$=(A-9)^2$

$=(x^2-2x-9)^2$ … 1단계

따라서 $a=-2$, $b=-9$이므로 … 2단계

$a-b=-2-(-9)=7$ … 3단계

답 7

단계	채점 요소	비율
1	좌변의 식 인수분해하기	70 %
2	a, b의 값 구하기	20 %
3	$a-b$의 값 구하기	10 %

0609 (주어진 식)$=\{x(x+6)\}\{(x+2)(x+4)\}+k$

$=(x^2+6x)(x^2+6x+8)+k$

$x^2+6x=A$로 놓으면

(주어진 식)$=A(A+8)+k$

$=A^2+8A+k$

위의 식이 완전제곱식이 되려면

$k=\left(\frac{8}{2}\right)^2=16$

답 ⑤

0610 y에 대하여 내림차순으로 정리하면

(주어진 식)$=(-x+3)y+(x^2-6x+9)$

$=-(x-3)y+(x-3)^2$

$=(x-3)(-y+x-3)$

$=(x-3)(x-y-3)$

답 ①

0611 x에 대하여 내림차순으로 정리하면

(주어진 식)$=x^2-(2y+8)x+(y^2+8y+16)$

$=x^2-2(y+4)x+(y+4)^2$

$y+4=A$로 놓으면

(주어진 식)$=x^2-2Ax+A^2=(x-A)^2$

$=\{x-(y+4)\}^2$

$=(x-y-4)^2$

따라서 인수인 것은 ⑤이다.

답 ⑤

다른 풀이 (주어진 식)$=(x^2-2xy+y^2)-8(x-y)+16$

$=(x-y)^2-8(x-y)+16$

05 다항식의 인수분해

$x-y=A$로 놓으면

$$\begin{aligned}(\text{주어진 식})&=A^2-8A+16=(A-4)^2\\&=(x-y-4)^2\end{aligned}$$

0612 x에 대하여 내림차순으로 정리하면

$$\begin{aligned}(\text{주어진 식})&=x^2-(4y+6)x+(3y^2+2y-16)\\&=x^2-(4y+6)x+(y-2)(3y+8)\end{aligned}$$

$$\begin{array}{llll}1 & \searrow\nearrow & -(y-2) \rightarrow & -(y-2)\\ 1 & \nearrow\searrow & -(3y+8) \rightarrow & \underline{-(3y+8)}\ (+\\ & & & -(4y+6)\end{array}$$

$$\begin{aligned}&=\{x-(y-2)\}\{x-(3y+8)\}\\&=(x-y+2)(x-3y-8)\end{aligned}$$

따라서 $a=2$, $b=-3$, $c=-8$이므로

$a-b+c=2-(-3)+(-8)=-3$ 답 -3

시험에 꼭 나오는 문제

> 본문 87~90쪽

0613 전략 하나의 다항식을 두 개 이상의 다항식의 곱으로 나타낼 때, 각각의 식을 처음 다항식의 인수라 한다.

$8x(x+1)(x-1)$의 인수인 것은

$8x$, $x(x+1)$, x^2-1

의 3개이다. 답 ③

0614 전략 다항식의 각 항에 공통인 인수가 있으면 그 인수로 묶어 내어 인수분해한다.

④ ㉡의 과정에서 분배법칙이 이용된다.

따라서 옳지 않은 것은 ④이다. 답 ④

0615 전략 $m^2\pm2mn+n^2=(m\pm n)^2$ (복호동순)임을 이용한다.

① $x^2+8x+16=(x+4)^2$

② $a^2-16ab+64b^2=(a-8b)^2$

④ $\frac{1}{36}x^2-\frac{1}{3}x+1=\left(\frac{1}{6}x-1\right)^2$

따라서 인수분해한 것이 옳은 것은 ③, ⑤이다. 답 ③, ⑤

0616 전략 완전제곱식이 되도록 하는 조건을 이용한다.

$4x^2+(5+k)xy+9y^2=(2x\pm3y)^2$이므로

$5+k=\pm12$ $\quad\therefore k=-17$ 또는 $k=7$

따라서 구하는 합은 $\quad -17+7=-10$ 답 ②

0617 전략 먼저 근호 안의 식을 각각 인수분해한다.

$\sqrt{a^2+2a+1}-\sqrt{a^2-2a+1}=\sqrt{(a+1)^2}-\sqrt{(a-1)^2}$

$0<a<1$이므로

$a+1>0$, $a-1<0$

$$\begin{aligned}\therefore (\text{주어진 식})&=\sqrt{(a+1)^2}-\sqrt{(a-1)^2}\\&=(a+1)-\{-(a-1)\}\\&=a+1+a-1\\&=2a\end{aligned}$$

답 $2a$

0618 전략 공통인 인수로 묶어 낸 후 $m^2-n^2=(m+n)(m-n)$임을 이용한다.

$$\begin{aligned}(a-1)x^2+(1-a)y^2&=(a-1)x^2-(a-1)y^2\\&=(a-1)(x^2-y^2)\\&=(a-1)(x+y)(x-y)\end{aligned}$$

답 $(a-1)(x+y)(x-y)$

0619 전략 먼저 주어진 식을 전개하여 정리한 후 인수분해한다.

$$\begin{aligned}(x-6)(x+2)-33&=x^2-4x-12-33\\&=x^2-4x-45\\&=(x+5)(x-9)\end{aligned}$$

따라서 두 일차식의 합은

$(x+5)+(x-9)=2x-4$ 답 ③

0620 전략 $mpx^2+(mq+np)x+nq=(mx+n)(px+q)$임을 이용한다.

$4x^2+9x-9=(x+3)(4x-3)$이므로

$a=3$, $b=-3$

$\therefore a+b=3+(-3)=0$ 답 0

0621 전략 인수분해를 이용하여 □ 안에 알맞은 수를 구한다.

① $x^2-3x-10=(x+2)(x-5)$ $\quad\therefore$ □$=2$

② $49x^2+28x+4=(7x+2)^2$ $\quad\therefore$ □$=2$

③ $x^2-4y^2=(x+2y)(x-2y)$ $\quad\therefore$ □$=2$

④ $3x^2-12x+12=3(x^2-4x+4)=3(x-2)^2$ $\quad\therefore$ □$=2$

⑤ $5x^2-13xy+6y^2=(x-2y)(5x-3y)$ $\quad\therefore$ □$=3$

따라서 나머지 넷과 다른 하나는 ⑤이다. 답 ⑤

0622 전략 주어진 두 다항식을 각각 인수분해하여 공통인 인수를 찾는다.

$6x^2+x-2=(\underline{2x-1})(3x+2)$

$8x^2-10x+3=(\underline{2x-1})(4x-3)$

따라서 공통인 인수는 $2x-1$이므로 $\quad a=2$, $b=-1$

$\therefore ab=2\times(-1)=-2$ 답 -2

0623 전략 다항식 A가 다항식 B로 나누어떨어지면 다항식 A는 다항식 B를 인수로 갖는다.

$5x-3$이 $5x^2+Ax-6$의 인수이고 x^2의 계수가 5이므로

$5x^2+Ax-6=(5x-3)(x+k)$ (k는 상수)

로 놓으면

$5x^2+Ax-6=5x^2+(5k-3)x-3k$

따라서 $A=5k-3$, $-6=-3k$이므로

$k=2$, $A=7$ 　　　답 ④

0624 전략 영진이와 형우가 인수분해한 식을 각각 전개하여 제대로 본 항을 구한다.

영진이는 x의 계수를 제대로 보았으므로

$(x+4)(x-5)=x^2-x-20$

에서 처음 이차식의 x의 계수는 -1이다.

형우는 상수항을 제대로 보았으므로

$(x-2)(x+3)=x^2+x-6$

에서 처음 이차식의 상수항은 -6이다.

따라서 처음 이차식은 x^2-x-6이므로 바르게 인수분해하면

$x^2-x-6=(x+2)(x-3)$ 　　　답 $(x+2)(x-3)$

0625 전략 주어진 두 도형의 넓이를 식으로 나타내어 본다.

$k^2-3^2=(k+3)(k-3)$이므로 구하는 인수분해 공식은 ③이다.

답 ③

0626 전략 사다리꼴의 넓이를 나타내는 식을 인수분해한다.

$\frac{1}{2}\times\{(a-5)+(a+3)\}\times(\text{높이})=3a^2-5a+2$

이므로 　$(a-1)\times(\text{높이})=(a-1)(3a-2)$

$\therefore$ $(\text{높이})=3a-2$ 　　　답 $3a-2$

0627 전략 공통부분을 한 문자로 놓고 인수분해한 후 문자에 원래의 식을 대입하여 정리한다.

$x+1=A$로 놓으면

$$\begin{aligned}(x+1)^2-2(x+1)-24&=A^2-2A-24\\&=(A+4)(A-6)\\&=(x+1+4)(x+1-6)\\&=(x+5)\underline{(x-5)}\end{aligned}$$

또 $5x-3=B$, $3x+7=C$로 놓으면

$$\begin{aligned}&(5x-3)^2-(3x+7)^2\\&=B^2-C^2\\&=(B+C)(B-C)\\&=\{(5x-3)+(3x+7)\}\{(5x-3)-(3x+7)\}\\&=(8x+4)(2x-10)\\&=8(2x+1)\underline{(x-5)}\end{aligned}$$

따라서 공통인 인수는 $x-5$이다. 　　　답 ②

0628 전략 공통인 인수가 생기도록 2개의 항씩 묶어 인수분해한다.

$$\begin{aligned}(\text{주어진 식})&=(x+3y)(x-3y)-2(x-3y)\\&=(x-3y)(x+3y-2)\end{aligned}$$

답 ②

0629 전략 (소수 부분)=(무리수)−(정수 부분)임을 이용한다.

$\sqrt{1}<\sqrt{2}<\sqrt{4}$에서 $1<\sqrt{2}<2$이므로 $\sqrt{2}$의 소수 부분은

$\sqrt{2}-1$, 즉 $x=\sqrt{2}-1$

$x+4=A$로 놓으면

$$\begin{aligned}(\text{주어진 식})&=A^2-6A+8\\&=(A-4)(A-2)\\&=(x+4-4)(x+4-2)\\&=x(x+2)\\&=(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)\\&=2-1=1\end{aligned}$$

답 ③

0630 전략 공통부분이 생기도록 2개씩 묶어 전개한 후 공통부분을 한 문자로 놓고 인수분해한다.

(주어진 식)

$=\{(x+1)(x-2)\}\{(x+3)(x-4)\}+24$

$=(x^2-x-2)(x^2-x-12)+24$

$x^2-x=A$로 놓으면

$$\begin{aligned}(\text{주어진 식})&=(A-2)(A-12)+24\\&=A^2-14A+48\\&=(A-6)(A-8)\\&=(x^2-x-6)(x^2-x-8)\\&=(x+2)(x-3)(x^2-x-8)\end{aligned}$$

따라서 인수가 아닌 것은 ②, ④이다.

답 ②, ④

0631 전략 한 문자에 대하여 내림차순으로 정리한다.

x에 대하여 내림차순으로 정리하면

$$\begin{aligned}(\text{주어진 식})&=x^2+(6y-4)x+(9y^2-12y-32)\\&=x^2+(6y-4)x+(3y+4)(3y-8)\end{aligned}$$

$$\begin{array}{ccccc}1 & & 3y+4 & \rightarrow & 3y+4\\1 & & 3y-8 & \rightarrow & \underline{3y-8}\ (+\\ & & & & 6y-4\end{array}$$

$=(x+3y+4)(x+3y-8)$

따라서 두 일차식의 합은

$(x+3y+4)+(x+3y-8)=2x+6y-4$

답 $2x+6y-4$

다른 풀이 $(\text{주어진 식})=(x^2+6xy+9y^2)-4(x+3y)-32$

$=(x+3y)^2-4(x+3y)-32$

$x+3y=A$로 놓으면

$$\begin{aligned}(\text{주어진 식})&=A^2-4A-32\\&=(A+4)(A-8)\\&=(x+3y+4)(x+3y-8)\end{aligned}$$

따라서 두 일차식의 합은

$(x+3y+4)+(x+3y-8)=2x+6y-4$

0632 전략 먼저 미지수가 없는 두 다항식을 각각 인수분해한 후 공통인 인수를 구한다.

$2x^2y-4xy=2xy(x-2)$

$2x^2-5x+2=(x-2)(2x-1)$

즉 두 다항식의 공통인 인수는 $x-2$이므로 x^2+4x+a도 $x-2$를 인수로 갖는다. ··· 1단계

$x^2+4x+a=(x-2)(x+k)$ (k는 상수)로 놓으면

$$x^2+4x+a=x^2+(k-2)x-2k$$

따라서 $4=k-2$, $a=-2k$이므로

$k=6$, $a=-12$ … 2단계

답 -12

단계	채점 요소	비율
1	공통인 인수 구하기	50 %
2	a의 값 구하기	50 %

0633 전략 길의 한가운데를 지나는 원의 반지름의 길이를 먼저 구한다.

길의 한가운데를 지나는 원의 반지름의 길이를 r m라 하면

$2\pi r=20\pi$ $\quad\therefore r=10$ … 1단계

길의 폭이 $2x$ m이므로 호수의 반지름의 길이는 $(10-x)$ m, 길의 바깥쪽 원의 반지름의 길이는 $(10+x)$ m이다.

$$\begin{aligned}\therefore (\text{길의 넓이})&=\pi(10+x)^2-\pi(10-x)^2\\&=\pi(10+x+10-x)(10+x-10+x)\\&=\pi\times20\times2x=40\pi x\ (\text{m}^2)\end{aligned}$$

이때 길의 넓이가 80π m^2이므로

$40\pi x=80\pi$ $\quad\therefore x=2$ … 2단계

따라서 길의 폭은

$2x=2\times2=4$ (m) … 3단계

답 4 m

단계	채점 요소	비율
1	길의 한가운데를 지나는 원의 반지름의 길이 구하기	30 %
2	x의 값 구하기	50 %
3	길의 폭 구하기	20 %

0634 전략 항 4개 중 3개가 완전제곱식으로 인수분해되면 A^2-B^2의 꼴로 나타낸 후 인수분해한다.

$$\begin{aligned}x^2-y^2-12x+36&=(x^2-12x+36)-y^2\\&=(x-6)^2-y^2\\&=(x+y-6)(x-y-6)\end{aligned}$$ … 1단계

$x-y=8$이므로

$(x+y-6)\times(8-6)=-20$

$x+y-6=-10$

$\therefore x+y=-4$ … 2단계

$\therefore x^2+2xy+y^2=(x+y)^2=(-4)^2=16$ … 3단계

답 16

단계	채점 요소	비율
1	$x^2-y^2-12x+36$을 인수분해하기	50 %
2	$x+y$의 값 구하기	30 %
3	$x^2+2xy+y^2$의 값 구하기	20 %

0635 전략 완전제곱식이 되는 조건을 이용하여 a, b 사이의 관계식을 구한다.

$(x^2-4ax+b)+(2ax+b)=x^2-2ax+2b$

위의 식이 완전제곱식이 되려면

$$2b=\left(\frac{-2a}{2}\right)^2=a^2$$

따라서 10보다 작은 자연수 a, b의 순서쌍 (a, b)는

$(2, 2)$, $(4, 8)$

이므로 $a+b$의 값 중 가장 큰 수는

$4+8=12$

답 12

0636 전략 합이 -1, 곱이 -1, -2, -3, $\cdots$, -100인 두 수 중 두 수가 모두 정수인 것을 찾는다.

$x^2-x-k=(x+m)(x+n)$이라 하면

$$x^2-x-k=x^2+(m+n)x+mn$$

즉 $m+n=-1$, $mn=-k$인 두 정수 m, n $(m>n)$에 대하여

$m=1$, $n=-2$일 때, $\quad k=2$

$m=2$, $n=-3$일 때, $\quad k=6$

$m=3$, $n=-4$일 때, $\quad k=12$

$\vdots$

$m=9$, $n=-10$일 때, $\quad k=90$

따라서 조건을 만족시키는 다항식은

x^2-x-2, x^2-x-6, $\cdots$, x^2-x-90

의 9개이다.

답 9

0637 전략 $A^2-B^2=(A+B)(A-B)$임을 이용하여 주어진 자연수를 자연수의 곱으로 나타낸다.

$$\begin{aligned}&2^{160}-1\\&=(2^{80}+1)(2^{80}-1)\\&=(2^{80}+1)(2^{40}+1)(2^{40}-1)\\&=(2^{80}+1)(2^{40}+1)(2^{20}+1)(2^{20}-1)\\&=(2^{80}+1)(2^{40}+1)(2^{20}+1)(2^{10}+1)(2^{10}-1)\\&=(2^{80}+1)(2^{40}+1)(2^{20}+1)(2^{10}+1)(2^5+1)(2^5-1)\end{aligned}$$

따라서 $2^{160}-1$은 30과 40 사이의 두 자연수 $2^5+1=33$, $2^5-1=31$로 나누어떨어지므로 구하는 합은

$33+31=64$

답 64

06 이차방정식의 풀이

교과서문제 정복하기

본문 93, 95쪽

0638 일차방정식이다. 답 ×

0639 $-2x^2+x^3=6x-3+x^3$에서
$-2x^2-6x+3=0$ 답 ○

0640 등식이 아니므로 이차방정식이 아니다. 답 ×

0641 $(x+1)(x-3)=0$에서
$x^2-2x-3=0$ 답 ○

0642 이차방정식이 되려면 $a+4\neq0$
$\therefore a\neq-4$ 답 $a\neq-4$

0643 $ax^2+2x-1=4x+3$에서 $ax^2-2x-4=0$
이차방정식이 되려면 $a\neq0$ 답 $a\neq0$

0644 $x=-1$을 주어진 이차방정식에 대입하면
$(-1+1)(-1-6)=0$ 답 ○

0645 $x=7$을 주어진 이차방정식에 대입하면
$7^2+5\times7-14\neq0$ 답 ×

0646 $x=\frac{1}{2}$을 주어진 이차방정식에 대입하면
$2\times\left(\frac{1}{2}\right)^2-3\times\frac{1}{2}+1=0$ 답 ○

0647 $x=-1$일 때, $(-1)\times(-1-1)\neq0$
$x=0$일 때, $0\times(0-1)=0$
$x=1$일 때, $1\times(1-1)=0$
$x=2$일 때, $2\times(2-1)\neq0$
따라서 주어진 방정식의 해는 $x=0$ 또는 $x=1$이다.
답 $x=0$ 또는 $x=1$

0648 $x=-1$일 때, $2\times(-1)^2-9\times(-1)+10\neq0$
$x=0$일 때, $2\times0^2-9\times0+10\neq0$
$x=1$일 때, $2\times1^2-9\times1+10\neq0$
$x=2$일 때, $2\times2^2-9\times2+10=0$
따라서 주어진 방정식의 해는 $x=2$이다. 답 $x=2$

0649 $x=-4$를 주어진 이차방정식에 대입하면
$(-4)^2+3\times(-4)+a=0$, $a+4=0$
$\therefore a=-4$ 답 -4

0650 $x=2$를 주어진 이차방정식에 대입하면
$2\times2^2+a\times2+2=0$, $2a+10=0$
$\therefore a=-5$ 답 -5

0651 답 ㄱ, ㄴ, ㄷ

0652 $(x+9)(x-4)=0$에서
$x+9=0$ 또는 $x-4=0$
$\therefore x=-9$ 또는 $x=4$ 답 $x=-9$ 또는 $x=4$

0653 $x(x-7)=0$에서
$x=0$ 또는 $x-7=0$
$\therefore x=0$ 또는 $x=7$ 답 $x=0$ 또는 $x=7$

0654 $(x+5)(2x+3)=0$에서
$x+5=0$ 또는 $2x+3=0$
$\therefore x=-5$ 또는 $x=-\frac{3}{2}$ 답 $x=-5$ 또는 $x=-\frac{3}{2}$

0655 $\frac{1}{6}(x-1)(x-2)=0$에서
$x-1=0$ 또는 $x-2=0$
$\therefore x=1$ 또는 $x=2$ 답 $x=1$ 또는 $x=2$

0656 $x^2+9x=0$에서 $x(x+9)=0$
$\therefore x=0$ 또는 $x=-9$ 답 $x=0$ 또는 $x=-9$

0657 $x^2+2x-24=0$에서
$(x+6)(x-4)=0$
$\therefore x=-6$ 또는 $x=4$ 답 $x=-6$ 또는 $x=4$

0658 $x^2-6x-7=0$에서
$(x+1)(x-7)=0$
$\therefore x=-1$ 또는 $x=7$ 답 $x=-1$ 또는 $x=7$

0659 $x^2-4=0$에서
$(x+2)(x-2)=0$
$\therefore x=-2$ 또는 $x=2$ 답 $x=-2$ 또는 $x=2$

0660 $4x^2-8x+3=0$에서
$(2x-1)(2x-3)=0$
$\therefore x=\frac{1}{2}$ 또는 $x=\frac{3}{2}$ 답 $x=\frac{1}{2}$ 또는 $x=\frac{3}{2}$

0661 답 $x=-7$

0662 $x^2+2x+1=0$에서 $(x+1)^2=0$
$\therefore x=-1$ 답 $x=-1$

0663 $25x^2-10x=-1$에서 $25x^2-10x+1=0$

$(5x-1)^2=0$ $\therefore x=\frac{1}{5}$ 답 $x=\frac{1}{5}$

0664 $9x^2+4=12x$에서 $9x^2-12x+4=0$

$(3x-2)^2=0$ $\therefore x=\frac{2}{3}$ 답 $x=\frac{2}{3}$

0665 $a=\left(\frac{6}{2}\right)^2=9$ 답 9

0666 $a=\left(-\frac{1}{2}\right)^2=\frac{1}{4}$ 답 $\frac{1}{4}$

0667 $a-2=\left(\frac{8}{2}\right)^2=16$이므로 $a=18$ 답 18

0668 $x^2-8=0$에서 $x^2=8$

$\therefore x=\pm2\sqrt{2}$ 답 $x=\pm2\sqrt{2}$

0669 $7x^2=42$에서 $x^2=6$

$\therefore x=\pm\sqrt{6}$ 답 $x=\pm\sqrt{6}$

0670 $4x^2-5=0$에서 $4x^2=5$

$x^2=\frac{5}{4}$ $\therefore x=\pm\frac{\sqrt{5}}{2}$ 답 $x=\pm\frac{\sqrt{5}}{2}$

0671 $(x+3)^2=4$에서 $x+3=\pm2$

$\therefore x=-5$ 또는 $x=-1$ 답 $x=-5$ 또는 $x=-1$

0672 $(x-2)^2-10=0$에서 $(x-2)^2=10$

$x-2=\pm\sqrt{10}$ $\therefore x=2\pm\sqrt{10}$ 답 $x=2\pm\sqrt{10}$

0673 $6(x-1)^2=36$에서 $(x-1)^2=6$

$x-1=\pm\sqrt{6}$ $\therefore x=1\pm\sqrt{6}$ 답 $x=1\pm\sqrt{6}$

0674 $(2x+5)^2-12=0$에서 $(2x+5)^2=12$

$2x+5=\pm2\sqrt{3}$, $2x=-5\pm2\sqrt{3}$

$\therefore x=\frac{-5\pm2\sqrt{3}}{2}$ 답 $x=\frac{-5\pm2\sqrt{3}}{2}$

0675 답 25, 25, 5, 12

0676 $x^2+4x-2=0$에서 $x^2+4x=2$

$x^2+4x+4=2+4$

$\therefore (x+2)^2=6$ 답 $(x+2)^2=6$

0677 $x^2+5x+3=0$에서 $x^2+5x=-3$

$x^2+5x+\frac{25}{4}=-3+\frac{25}{4}$

$\therefore \left(x+\frac{5}{2}\right)^2=\frac{13}{4}$ 답 $\left(x+\frac{5}{2}\right)^2=\frac{13}{4}$

0678 $2x^2-8x-7=0$의 양변을 2로 나누면

$x^2-4x-\frac{7}{2}=0$

$x^2-4x=\frac{7}{2}$, $x^2-4x+4=\frac{7}{2}+4$

$\therefore (x-2)^2=\frac{15}{2}$ 답 $(x-2)^2=\frac{15}{2}$

0679 답 1, 1, 1, $\frac{7}{4}$, 1, $\frac{\sqrt{7}}{2}$, $1\pm\frac{\sqrt{7}}{2}$

0680 $x^2-4x-3=0$에서

$x^2-4x=3$, $x^2-4x+4=3+4$

$(x-2)^2=7$, $x-2=\pm\sqrt{7}$

$\therefore x=2\pm\sqrt{7}$ 답 $x=2\pm\sqrt{7}$

0681 $x^2+6x-1=0$에서

$x^2+6x=1$, $x^2+6x+9=1+9$

$(x+3)^2=10$, $x+3=\pm\sqrt{10}$

$\therefore x=-3\pm\sqrt{10}$ 답 $x=-3\pm\sqrt{10}$

0682 $2x^2-10x+7=0$의 양변을 2로 나누면

$x^2-5x+\frac{7}{2}=0$

$x^2-5x=-\frac{7}{2}$, $x^2-5x+\frac{25}{4}=-\frac{7}{2}+\frac{25}{4}$

$\left(x-\frac{5}{2}\right)^2=\frac{11}{4}$, $x-\frac{5}{2}=\pm\frac{\sqrt{11}}{2}$

$\therefore x=\frac{5\pm\sqrt{11}}{2}$ 답 $x=\frac{5\pm\sqrt{11}}{2}$

유형 익히기

본문 96~103쪽

0683 ㄱ. $\frac{x^2-x}{2}=1$에서 $\frac{1}{2}x^2-\frac{1}{2}x-1=0$

ㄹ. $(x+4)(2x-3)=-x^2$에서

$2x^2+5x-12=-x^2$ $\therefore 3x^2+5x-12=0$

이상에서 이차방정식인 것은 ㄱ, ㄹ이다. 답 ②

0684 ② $(x+1)(x-8)=0$에서 $x^2-7x-8=0$

③ $5+2x=x(5-2x)$에서 $5+2x=5x-2x^2$

$\therefore 2x^2-3x+5=0$

④ $x^3-(x+3)^2=x^3+x$에서 $x^3-(x^2+6x+9)=x^3+x$

$\therefore -x^2-7x-9=0$

⑤ $4x^2-x=4(x-1)^2$에서 $4x^2-x=4x^2-8x+4$

$\therefore 7x-4=0$

따라서 이차방정식이 아닌 것은 ⑤이다. 답 ⑤

0685 $(x-2)^2-x=2x-5x^2$에서

$x^2-4x+4-x=2x-5x^2$

$6x^2-7x+4=0$

따라서 $a=-7$, $b=4$이므로

$a+b=-7+4=-3$ 답 -3

0686 $(k-1)x^2+4x=x^2-9$에서

$(k-2)x^2+4x+9=0$

이 방정식이 x에 대한 이차방정식이 되려면

$k-2\neq 0$ $\therefore k\neq 2$

따라서 k의 값이 될 수 없는 것은 ④이다. 답 ④

0687 [ ] 안의 수를 각 이차방정식에 대입하면

① $7^2+7\times 7\neq 0$

② $(3-3)\times(3+2)\neq 6$

③ $(-1)^2+4\times(-1)-5\neq 0$

④ $(4-1)^2-4\neq 0$

⑤ $9\times\left(-\frac{1}{3}\right)^2+6\times\left(-\frac{1}{3}\right)+1=0$

따라서 [ ] 안의 수가 이차방정식의 해인 것은 ⑤이다. 답 ⑤

0688 ① $x=-1$을 주어진 이차방정식에 대입하면

$(-1)^2-6\neq -(-1)$

② $x=2$를 주어진 이차방정식에 대입하면

$2^2-3\times 2-4\neq 0$

③ $x=-1$을 주어진 이차방정식에 대입하면

$(-1)^2+2\times(-1)=3\times(-1)+2$

$x=2$를 주어진 이차방정식에 대입하면

$2^2+2\times 2=3\times 2+2$

④ $x=2$를 주어진 이차방정식에 대입하면

$2\times(2-3)\neq 2+5$

⑤ $x=-1$을 주어진 이차방정식에 대입하면

$(-1-2)^2\neq 2-(-1)$

따라서 $x=-1$, $x=2$를 모두 해로 갖는 것은 ③이다. 답 ③

0689 $3x-8<x$에서 $2x<8$

$\therefore x<4$

이때 x는 자연수이므로 $x=1, 2, 3$ … 1단계

$x=1$을 주어진 이차방정식에 대입하면

$1^2-2\times 1-3\neq 0$

$x=2$를 주어진 이차방정식에 대입하면

$2^2-2\times 2-3\neq 0$

$x=3$을 주어진 이차방정식에 대입하면

$3^2-2\times 3-3=0$

따라서 주어진 이차방정식의 해는 $x=3$이다. … 2단계

답 $x=3$

단계	채점 요소	비율
1	일차부등식을 만족시키는 자연수 x의 값 구하기	30 %
2	이차방정식의 해 구하기	70 %

0690 $x=3$을 $2x^2-(5+a)x+a+1=0$에 대입하면

$2\times 3^2-(5+a)\times 3+a+1=0$

$-2a+4=0$ $\therefore a=2$ 답 ④

0691 $x=1$을 $3x^2+ax-6=0$에 대입하면

$3\times 1^2+a\times 1-6=0$, $a-3=0$

$\therefore a=3$

$x=-4$를 $x^2-5x+b=0$에 대입하면

$(-4)^2-5\times(-4)+b=0$, $b+36=0$

$\therefore b=-36$

$\therefore a-b=3-(-36)=39$ 답 39

0692 $x=2$를 $x^2+ax-b=0$에 대입하면

$2^2+a\times 2-b=0$

$\therefore 2a-b=-4$ …… ㉠

$x=-\frac{1}{3}$을 $3x^2+bx+a=0$에 대입하면

$3\times\left(-\frac{1}{3}\right)^2+b\times\left(-\frac{1}{3}\right)+a=0$

$\therefore 3a-b=-1$ …… ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면

$a=3$, $b=10$

$\therefore ab=3\times 10=30$ 답 ③

0693 $x=a$를 $x^2+6x-5=0$에 대입하면

$a^2+6a-5=0$ $\therefore a^2+6a=5$

① $a^2+6a+2=5+2=7$

② $2a^2+12a=2(a^2+6a)=2\times 5=10$

③ $10-6a-a^2=10-(a^2+6a)=10-5=5$

④ $\frac{1}{3}a^2+2a=\frac{1}{3}(a^2+6a)=\frac{1}{3}\times 5=\frac{5}{3}$

⑤ $a\neq 0$이므로 $a^2+6a-5=0$의 양변을 a로 나누면

$a+6-\frac{5}{a}=0$ $\therefore a-\frac{5}{a}=-6$

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다. 답 ⑤

RPM 비법 노트

$x=0$을 이차방정식 $x^2+6x-5=0$에 대입하면

$0^2+6\times 0-5\neq 0$

즉 $x=0$은 $x^2+6x-5=0$의 근이 아니므로 $a\neq 0$

따라서 $a^2+6a-5=0$의 양변을 a로 나누어도 등식은 성립한다.

0694 $x=a$를 $2x^2-7x+4=0$에 대입하면

$2a^2-7a+4=0$ $\therefore 2a^2-7a=-4$

$x=b$를 $3x^2-2x-2=0$에 대입하면

$3b^2-2b-2=0$ $\therefore 3b^2-2b=2$

$\therefore 4a^2+3b^2-14a-2b=2(2a^2-7a)+3b^2-2b$

$=2\times(-4)+2=-6$

답 -6

06 이차방정식의 풀이

0695 $x=\alpha$를 $x^2+5x-1=0$에 대입하면

$\alpha^2+5\alpha-1=0$

이때 $\alpha\neq0$이므로 양변을 α로 나누면

$\alpha+5-\frac{1}{\alpha}=0 \qquad \therefore \alpha-\frac{1}{\alpha}=-5$ … 1단계

$\therefore \alpha^2+\frac{1}{\alpha^2}=\left(\alpha-\frac{1}{\alpha}\right)^2+2$

$=(-5)^2+2=27$ … 2단계

답 27

단계	채점 요소	비율
1	$\alpha-\frac{1}{\alpha}$의 값 구하기	30 %
2	$\alpha^2+\frac{1}{\alpha^2}$의 값 구하기	70 %

RPM 비법 노트

① $a^2+\frac{1}{a^2}=\left(a+\frac{1}{a}\right)^2-2$ ② $a^2+\frac{1}{a^2}=\left(a-\frac{1}{a}\right)^2+2$

③ $\left(a+\frac{1}{a}\right)^2=\left(a-\frac{1}{a}\right)^2+4$ ④ $\left(a-\frac{1}{a}\right)^2=\left(a+\frac{1}{a}\right)^2-4$

0696 ① $x=\frac{1}{2}$ 또는 $x=1$

② $x=-1$ 또는 $x=\frac{1}{2}$

③ $x=-1$ 또는 $x=\frac{1}{2}$

④ $x=-\frac{1}{2}$ 또는 $x=1$

⑤ $x=-1$ 또는 $x=-\frac{1}{2}$

답 ④

0697 $(x+5)(x-7)=0$에서

$x=-5$ 또는 $x=7$

이때 $\alpha>\beta$이므로

$\alpha=7,\ \beta=-5$

$\therefore \alpha^2-\beta^2=7^2-(-5)^2=24$

답 24

0698 ㄱ. $x=0$ 또는 $x=3$이므로

$3-0=3$

ㄴ. $x=-1$ 또는 $x=3$이므로

$3-(-1)=4$

ㄷ. $x=-4$ 또는 $x=-1$이므로

$-1-(-4)=3$

ㄹ. $x=-3$ 또는 $x=-1$이므로

$-1-(-3)=2$

ㅁ. $x=-2$ 또는 $x=2$이므로

$2-(-2)=4$

이상에서 두 근의 차가 4인 것은 ㄴ, ㅁ이다.

답 ④

0699 $3x^2-5x-2=0$에서

$(3x+1)(x-2)=0$

$\therefore x=-\frac{1}{3}$ 또는 $x=2$

이때 $\alpha>\beta$이므로

$\alpha=2,\ \beta=-\frac{1}{3}$

$\therefore \alpha+3\beta=2+3\times\left(-\frac{1}{3}\right)=1$

답 1

0700 $6x^2-8x+2=1-x^2$에서

$7x^2-8x+1=0, \qquad (7x-1)(x-1)=0$

$\therefore x=\frac{1}{7}$ 또는 $x=1$

답 ④

0701 $x^2-x-2=0$에서

$(x+1)(x-2)=0 \qquad \therefore x=-1$ 또는 $x=2$

$\therefore \alpha=-1$ 또는 $\alpha=2$

$x^2-2x-8=0$에서

$(x+2)(x-4)=0 \qquad \therefore x=-2$ 또는 $x=4$

$\therefore \beta=-2$ 또는 $\beta=4$

따라서 $|\alpha-\beta|$의 값 중에서 가장 큰 값은

$|-1-4|=5$

답 ③

0702 $x^2-9x+20=0$에서 $(x-4)(x-5)=0$

$\therefore x=4$ 또는 $x=5$ … 1단계

이때 $a<b$이므로

$a=4,\ b=5$ … 2단계

따라서 $x^2+(a+b)x-2b=0$, 즉 $x^2+(4+5)x-2\times5=0$에서

$x^2+9x-10=0, \qquad (x+10)(x-1)=0$

$\therefore x=-10$ 또는 $x=1$ … 3단계

답 $x=-10$ 또는 $x=1$

단계	채점 요소	비율
1	이차방정식 $x^2-9x+20=0$ 풀기	40 %
2	$a,\ b$의 값 구하기	20 %
3	이차방정식 $x^2+(a+b)x-2b=0$ 풀기	40 %

0703 $x=2$를 $x^2+ax-8=0$에 대입하면

$2^2+a\times2-8=0, \qquad 2a=4$

$\therefore a=2$

즉 $x^2+2x-8=0$에서 $(x+4)(x-2)=0$

$\therefore x=-4$ 또는 $x=2$

따라서 다른 한 근은 $x=-4$이다.

답 ③

0704 $x=-7$을 $x^2+3x+a=0$에 대입하면

$(-7)^2+3\times(-7)+a=0, \qquad a+28=0$

$\therefore a=-28$

즉 $x^2+3x-28=0$에서 $(x+7)(x-4)=0$

$\therefore x=-7$ 또는 $x=4$

따라서 $b=4$이므로

$b-a=4-(-28)=32$

답 32

0705 $x=-3$을 $x^2+ax-12=0$에 대입하면

$(-3)^2+a\times(-3)-12=0$

$-3a=3$ $\quad\therefore a=-1$

즉 $x^2-x-12=0$에서 $\quad(x+3)(x-4)=0$

$\therefore x=-3$ 또는 $x=4$

$\therefore b=4$

따라서 $ax^2+5x-b=0$, 즉 $-x^2+5x-4=0$에서

$x^2-5x+4=0$, $\quad(x-1)(x-4)=0$

$\therefore x=1$ 또는 $x=4$ 답 $x=1$ 또는 $x=4$

0706 $x=-1$을 $(a-2)x^2+4ax+(a+1)^2-1=0$에 대입하면

$(a-2)\times(-1)^2+4a\times(-1)+(a+1)^2-1=0$

$a^2-a-2=0$, $\quad(a+1)(a-2)=0$

$\therefore a=-1$ 또는 $a=2$

그런데 $a=2$이면 x^2의 계수가 0이 되므로

$a=-1$

즉 $-3x^2-4x-1=0$에서 $\quad 3x^2+4x+1=0$

$(x+1)(3x+1)=0$

$\therefore x=-1$ 또는 $x=-\frac{1}{3}$

따라서 다른 한 근은 $x=-\frac{1}{3}$이다. 답 $x=-\frac{1}{3}$

0707 $x^2-7x+6=0$에서 $\quad(x-1)(x-6)=0$

$\therefore x=1$ 또는 $x=6$

즉 $4x^2+(a-1)x-5=0$의 한 근이 $x=1$이므로

$4\times1^2+(a-1)\times1-5=0$ $\quad\therefore a=2$ 답 ⑤

0708 $2x^2-x-6=0$에서 $\quad(2x+3)(x-2)=0$

$\therefore x=-\frac{3}{2}$ 또는 $x=2$

즉 $x^2+a(x-a)-1=0$의 한 근이 $x=2$이므로

$2^2+a(2-a)-1=0$, $\quad a^2-2a-3=0$

$(a+1)(a-3)=0$

$\therefore a=-1$ 또는 $a=3$

따라서 양수 a의 값은 3이다. 답 ③

0709 $x=5$를 $x^2-ax-5=0$에 대입하면

$5^2-a\times5-5=0$, $\quad 20-5a=0$

$\therefore a=4$ … 1단계

즉 $x^2-4x-5=0$에서

$(x+1)(x-5)=0$

$\therefore x=-1$ 또는 $x=5$

따라서 $3x^2+7x+b=0$의 한 근이 $x=-1$이므로

$3\times(-1)^2+7\times(-1)+b=0$ $\quad\therefore b=4$ … 2단계

$\therefore a+b=4+4=8$ … 3단계

답 8

단계	채점 요소	비율
1	a의 값 구하기	30 %
2	b의 값 구하기	50 %
3	$a+b$의 값 구하기	20 %

0710 $x^2+6x-16=0$에서 $\quad(x+8)(x-2)=0$

$\therefore x=-8$ 또는 $x=2$

$4x^2-7x-2=0$에서 $\quad(4x+1)(x-2)=0$

$\therefore x=-\frac{1}{4}$ 또는 $x=2$

따라서 두 이차방정식의 공통인 근은 $x=2$이다. 답 $x=2$

0711 $x^2-2x-3=0$에서 $\quad(x+1)(x-3)=0$

$\therefore x=-1$ 또는 $x=3$

$3x^2+8x+5=0$에서 $\quad(3x+5)(x+1)=0$

$\therefore x=-\frac{5}{3}$ 또는 $x=-1$

따라서 두 이차방정식의 공통이 아닌 두 근은 각각 $x=3$, $x=-\frac{5}{3}$이므로 구하는 곱은

$3\times\left(-\frac{5}{3}\right)=-5$ 답 -5

0712 $x^2-x-2=0$에서 $\quad(x+1)(x-2)=0$

$\therefore x=-1$ 또는 $x=2$ … 1단계

$2x^2+x-1=0$에서 $\quad(x+1)(2x-1)=0$

$\therefore x=-1$ 또는 $x=\frac{1}{2}$ … 2단계

따라서 두 이차방정식의 공통인 근은 $x=-1$이므로 $x=-1$을 $x^2+5x+k=0$에 대입하면

$(-1)^2+5\times(-1)+k=0$ $\quad\therefore k=4$ … 3단계

답 4

단계	채점 요소	비율
1	이차방정식 $x^2-x-2=0$ 풀기	30 %
2	이차방정식 $2x^2+x-1=0$ 풀기	30 %
3	k의 값 구하기	40 %

0713 $x=-1$을 $x^2-3x+a=0$에 대입하면

$(-1)^2-3\times(-1)+a=0$ $\quad\therefore a=-4$

$x^2+(a+7)x-10=0$, 즉 $x^2+3x-10=0$에서

$(x+5)(x-2)=0$

$\therefore x=-5$ 또는 $x=2$

또 $(a+1)x^2+(2a-3)x+20=0$, 즉 $-3x^2-11x+20=0$에서

$3x^2+11x-20=0$, $\quad(x+5)(3x-4)=0$

$\therefore x=-5$ 또는 $x=\frac{4}{3}$

따라서 두 이차방정식의 공통인 근은 $x=-5$이다. 답 $x=-5$

0714 ① $x^2-\frac{4}{25}=0$에서 $\quad\left(x+\frac{2}{5}\right)\left(x-\frac{2}{5}\right)=0$

$\therefore x=-\frac{2}{5}$ 또는 $x=\frac{2}{5}$

② $x^2+4x=-4$에서 $x^2+4x+4=0$

$(x+2)^2=0$ $\therefore x=-2$

③ $(x-4)(x+2)=-9$에서 $x^2-2x-8=-9$

$x^2-2x+1=0$, $(x-1)^2=0$

$\therefore x=1$

④ $4x^2-4x+1=0$에서 $(2x-1)^2=0$

$\therefore x=\frac{1}{2}$

⑤ $2x^2-5x-3=0$에서 $(2x+1)(x-3)=0$

$\therefore x=-\frac{1}{2}$ 또는 $x=3$

따라서 중근을 갖지 않는 것은 ①, ⑤이다. 답 ①, ⑤

0715 ㄱ. $(x-7)^2=0$에서 $x=7$

ㄴ. $2x^2-3x+1=x^2-5x$에서 $x^2+2x+1=0$

$(x+1)^2=0$ $\therefore x=-1$

ㄷ. $x^2=x$에서 $x^2-x=0$

$x(x-1)=0$

$\therefore x=0$ 또는 $x=1$

ㄹ. $3x^2-75=0$에서 $x^2-25=0$

$(x+5)(x-5)=0$ $\therefore x=-5$ 또는 $x=5$

ㅁ. $x^2-10x+25=0$에서 $(x-5)^2=0$

$\therefore x=5$

ㅂ. $x^2=-x^2+8$에서 $2x^2-8=0$

$x^2-4=0$, $(x+2)(x-2)=0$

$\therefore x=-2$ 또는 $x=2$

이상에서 중근을 갖는 것은 ㄱ, ㄴ, ㅁ의 3개이다. 답 3

0716 $x^2+18x+81=0$에서 $(x+9)^2=0$

$\therefore x=-9$ $\therefore a=-9$

$9x^2-12x+4=0$에서 $(3x-2)^2=0$

$\therefore x=\frac{2}{3}$ $\therefore b=\frac{2}{3}$

$\therefore ab=(-9)\times\frac{2}{3}=-6$ 답 -6

0717 $x^2+8x+3p+1=0$이 중근을 가지므로

$3p+1=\left(\frac{8}{2}\right)^2=16$, $3p=15$

$\therefore p=5$ 답 ③

0718 $x^2-(m-3)x+2m-1=0$이 중근을 가지므로

$2m-1=\left\{\frac{-(m-3)}{2}\right\}^2$

$(m-3)^2=4(2m-1)$

$m^2-6m+9=8m-4$, $m^2-14m+13=0$

$(m-1)(m-13)=0$

$\therefore m=1$ 또는 $m=13$ 답 ③, ④

0719 $x^2+6x+p+2=0$이 중근을 가지므로

$p+2=\left(\frac{6}{2}\right)^2=9$ $\therefore p=7$

즉 $5x^2+7x-6=0$에서 $(x+2)(5x-3)=0$

$\therefore x=-2$ 또는 $x=\frac{3}{5}$ 답 $x=-2$ 또는 $x=\frac{3}{5}$

0720 $3x^2-12x+4a-8=0$의 양변을 3으로 나누면

$x^2-4x+\frac{4a-8}{3}=0$

이 이차방정식이 중근을 가지므로

$\frac{4a-8}{3}=\left(\frac{-4}{2}\right)^2=4$, $4a=20$

$\therefore a=5$ … 1단계

즉 주어진 이차방정식은 $3x^2-12x+12=0$이므로

$x^2-4x+4=0$, $(x-2)^2=0$

$\therefore x=2$ $\therefore b=2$ … 2단계

$\therefore a+b=5+2=7$ … 3단계

답 7

단계	채점 요소	비율
1	a의 값 구하기	40 %
2	b의 값 구하기	40 %
3	$a+b$의 값 구하기	20 %

0721 $2(x+5)^2=12$에서 $(x+5)^2=6$

$x+5=\pm\sqrt{6}$ $\therefore x=-5\pm\sqrt{6}$

따라서 $p=-5$, $q=6$이므로

$p+q=-5+6=1$ 답 ④

0722 $3(x+a)^2-9=0$에서 $3(x+a)^2=9$

$(x+a)^2=3$, $x+a=\pm\sqrt{3}$

$\therefore x=-a\pm\sqrt{3}$

따라서 $a=-2$, $b=3$이므로

$a-b=-2-3=-5$ 답 -5

0723 $4(x-3)^2=a$에서 $(x-3)^2=\frac{a}{4}$

$x-3=\pm\frac{\sqrt{a}}{2}$ $\therefore x=3\pm\frac{\sqrt{a}}{2}$

두 근의 차가 5이므로

$3+\frac{\sqrt{a}}{2}-\left(3-\frac{\sqrt{a}}{2}\right)=5$

$\sqrt{a}=5$ $\therefore a=25$ 답 ④

0724 $(x-2)^2=a$가 근을 가지려면 $a\geq0$

따라서 a의 값이 될 수 없는 것은 ①이다. 답 ①

0725 ① $k<3$, 즉 $k-3<0$이면 근을 갖지 않는다.

② $k=3$이면 중근을 갖는다.

③ $k>3$, 즉 $k-3>0$이면 서로 다른 두 근을 갖는다.
④ $k=0$이면 $(x+1)^2=-3$에서 근을 갖지 않는다.
⑤ $k=7$이면 $(x+1)^2=4$에서 $x+1=\pm2$
$\therefore x=-3$ 또는 $x=1$
즉 두 근의 곱은 $(-3)\times1=-3$
따라서 옳은 것은 ⑤이다. 답 ⑤

0726 $(x-5)^2=k+4$가 중근을 가지려면
$k+4=0$ $\therefore k=-4$
즉 $(x-5)^2=0$에서 $x=5$
$\therefore a=5$
$\therefore k+a=-4+5=1$ 답 1

0727 $2x^2-4x-3=0$에서
$x^2-2x-\frac{3}{2}=0,\quad x^2-2x=\frac{3}{2}$
$x^2-2x+1=\frac{3}{2}+1\quad \therefore (x-1)^2=\frac{5}{2}$
따라서 $a=-1$, $b=\frac{5}{2}$이므로
$a+b=-1+\frac{5}{2}=\frac{3}{2}$ 답 ④

0728 $\frac{1}{2}x^2-3x-6=0$에서
$x^2-6x-12=0,\quad x^2-6x=12$
$x^2-6x+9=12+9\quad \therefore (x-3)^2=21$
따라서 $a=-3$, $b=21$이므로
$\frac{b}{a}=\frac{21}{-3}=-7$ 답 -7

0729 $2(x-1)^2=(x-4)^2$에서
$2(x^2-2x+1)=x^2-8x+16$
$x^2+4x=14,\quad x^2+4x+4=14+4$
$\therefore (x+2)^2=18$ … 1단계
따라서 $m=2$, $n=18$이므로 … 2단계
$m+n=2+18=20$ … 3단계
답 20

단계	채점 요소	비율
1	$(x+m)^2=n$의 꼴로 나타내기	70 %
2	m, n의 값 구하기	20 %
3	$m+n$의 값 구하기	10 %

0730 $2x^2-6x+1=0$의 양변을 2로 나누면
$x^2-3x+\frac{1}{2}=0,\quad x^2-3x=-\frac{1}{2}$
$x^2-3x+\frac{9}{4}=-\frac{1}{2}+\frac{9}{4},\quad \left(x-\frac{3}{2}\right)^2=\frac{7}{4}$
$x-\frac{3}{2}=\pm\frac{\sqrt{7}}{2}\quad \therefore x=\frac{3\pm\sqrt{7}}{2}$
$\therefore A=2,\ B=\frac{9}{4},\ C=-\frac{3}{2},\ D=7,\ E=3$
따라서 옳지 않은 것은 ③이다. 답 ③

0731 $x^2+6x=p$에서 $x^2+6x+9=p+9$
$(x+3)^2=p+9,\quad x+3=\pm\sqrt{p+9}$
$\therefore x=-3\pm\sqrt{p+9}$
따라서 $q=-3$, $p+9=10$이므로 $p=1$
$\therefore pq=1\times(-3)=-3$ 답 -3

0732 $4x^2-8x-7=0$의 양변을 4로 나누면
$x^2-2x-\frac{7}{4}=0,\quad x^2-2x=\frac{7}{4}$
$x^2-2x+1=\frac{7}{4}+1,\quad (x-1)^2=\frac{11}{4}$
$x-1=\pm\frac{\sqrt{11}}{2}$
$\therefore x=1\pm\frac{\sqrt{11}}{2}=\frac{2\pm\sqrt{11}}{2}$
따라서 $a=-1$, $b=\frac{11}{4}$, $c=2$, $d=11$이므로
$2abcd=2\times(-1)\times\frac{11}{4}\times2\times11=-121$ 답 -121

0733 $(x+5)^2=3k$에서 $x+5=\pm\sqrt{3k}$
$\therefore x=-5\pm\sqrt{3k}$
해가 정수가 되려면 $k=3\times$(자연수)^{2}의 꼴이어야 하므로
$k=3\times1^2,\ 3\times2^2,\ 3\times3^2,\ \cdots$
따라서 자연수 k의 값으로 알맞은 것은 ③이다. 답 ③

0734 $(x-4)^2=2k$에서 $x-4=\pm\sqrt{2k}$
$\therefore x=4\pm\sqrt{2k}$
서로 다른 두 근이 모두 자연수가 되려면 $k=2\times$(자연수)^{2}의 꼴이면서 $\sqrt{2k}$는 4보다 작아야 하므로
$\sqrt{2k}<4,\quad 2k<16\quad \therefore k<8$
따라서 자연수 k의 값은
$2\times1^2=2$ 답 2

0735 $x^2-10x+a+13=0$에서
$x^2-10x=-a-13$
$x^2-10x+25=-a-13+25$
$(x-5)^2=12-a,\quad x-5=\pm\sqrt{12-a}$
$\therefore x=5\pm\sqrt{12-a}$ … 1단계
해가 모두 정수가 되려면 $12-a$는 0 또는 (자연수)^{2}의 꼴이어야 한다.
이때 a는 자연수이므로 $12-a<12$에서
$12-a=0,\ 1,\ 4,\ 9$
$\therefore a=12,\ 11,\ 8,\ 3$ … 2단계
따라서 구하는 모든 자연수 a의 값의 합은
$3+8+11+12=34$ … 3단계
답 34

단계	채점 요소	비율
1	완전제곱식을 이용하여 이차방정식 풀기	40 %
2	a의 값 구하기	50 %
3	모든 자연수 a의 값의 합 구하기	10 %

시험에 꼭 나오는 문제

> 본문 104~107쪽

0736 전략 등식의 모든 항을 좌변으로 이항하여 정리한 후 $ax^2+bx+c=0$ (a, b, c는 상수, $a\neq0$)의 꼴인 것을 찾는다.

① $x^2=(x-2)(x+5)$에서 $x^2=x^2+3x-10$
$\therefore -3x+10=0$

② $x+4=(x-2)^2$에서 $x+4=x^2-4x+4$
$\therefore -x^2+5x=0$

③ $(x-3)^2=(x+1)^2$에서
$x^2-6x+9=x^2+2x+1$
$\therefore -8x+8=0$

④ $(2x-1)(x+1)=2x^2(1+x)$에서
$2x^2+x-1=2x^2+2x^3$
$\therefore -2x^3+x-1=0$

⑤ $2(x+4)^2=(x-1)^2+(x+1)^2$에서
$2x^2+16x+32=x^2-2x+1+x^2+2x+1$
$\therefore 16x+30=0$

따라서 이차방정식인 것은 ②이다. 답 ②

0737 전략 등식의 모든 항을 좌변으로 이항하여 정리한 후 x^2의 계수가 0이 아님을 이용한다.

$(ax+1)(x-2)+6=4x(x-1)$에서
$ax^2+(1-2a)x+4=4x^2-4x$
$(a-4)x^2+(5-2a)x+4=0$
이 방정식이 이차방정식이 되려면
$a-4\neq0$ $\therefore a\neq4$ 답 $a\neq4$

0738 전략 $x=-3$을 각각의 이차방정식에 대입한다.

$x=-3$을 각 이차방정식에 대입하면
① $(-3)^2-9=0$
② $(-3)^2+3\times(-3)=0$
③ $(-3)^2-2\times(-3)-15=0$
④ $2\times(-3)^2+4\times(-3)+5\neq0$
⑤ $(-3+1)\times(-3-2)=10$
따라서 $x=-3$을 해로 갖지 않는 것은 ④이다. 답 ④

0739 전략 $x=-2$를 두 이차방정식에 각각 대입한다.

$x=-2$를 $x^2-5x+a=0$에 대입하면
$(-2)^2-5\times(-2)+a=0$, $a+14=0$
$\therefore a=-14$
$x=-2$를 $3x^2+bx-6=0$에 대입하면
$3\times(-2)^2+b\times(-2)-6=0$, $-2b+6=0$
$\therefore b=3$
$\therefore a+b=-14+3=-11$ 답 ①

0740 전략 $x=p$, $x=q$를 각각의 이차방정식에 대입한 후 식을 변형한다.

$x=p$를 $x^2+3x-6=0$에 대입하면
$p^2+3p-6=0$, $p^2+3p=6$
$\therefore 2p^2+6p=2(p^2+3p)=2\times6=12$
$x=q$를 $2x^2+x-1=0$에 대입하면
$2q^2+q-1=0$ $\therefore 2q^2+q=1$
$\therefore (2p^2+6p+1)(2q^2+q+3)=(12+1)\times(1+3)$
$=52$
답 52

0741 전략 $AB=0$이면 $A=0$ 또는 $B=0$임을 이용한다.

①, ②, ③, ④ $x=-3$ 또는 $x=2$
⑤ $x=-\frac{1}{3}$ 또는 $x=2$
따라서 해가 나머지 넷과 다른 하나는 ⑤이다. 답 ⑤

0742 전략 주어진 이차방정식을 $ax^2+bx+c=0$의 꼴로 나타낸 후 좌변을 인수분해한다.

$x^2+2x-15=x-3$에서
$x^2+x-12=0$, $(x+4)(x-3)=0$
$\therefore x=-4$ 또는 $x=3$ 답 ④

0743 전략 이차방정식의 좌변을 인수분해하여 해를 구한다.

$6x^2+5x-4=0$에서
$(3x+4)(2x-1)=0$
$\therefore x=-\frac{4}{3}$ 또는 $x=\frac{1}{2}$
따라서 $A=-\frac{4}{3}+\frac{1}{2}=-\frac{5}{6}$, $B=\frac{1}{2}-\left(-\frac{4}{3}\right)=\frac{11}{6}$이므로
$A-B=-\frac{5}{6}-\frac{11}{6}=-\frac{8}{3}$ 답 ②

0744 전략 α, β의 값을 구한 후 새로운 이차방정식에 대입하여 이차방정식을 푼다.

$2x^2-12x=x^2-8x+5$에서
$x^2-4x-5=0$, $(x+1)(x-5)=0$
$\therefore x=-1$ 또는 $x=5$
이때 $\alpha>\beta$이므로
$\alpha=5$, $\beta=-1$
따라서 $x^2+\alpha x+\alpha-\beta=0$, 즉 $x^2+5x+6=0$에서
$(x+3)(x+2)=0$
$\therefore x=-3$ 또는 $x=-2$
답 $x=-3$ 또는 $x=-2$

0745 전략 근을 구할 수 있는 이차방정식을 먼저 풀고 그 근을 다른 이차방정식에 대입한다.

$(x+2)(x-b)=0$에서 $x=-2$ 또는 $x=b$

즉 $x^2+x+a=0$의 한 근이 $x=-2$이므로

$(-2)^2-2+a=0$ $\therefore a=-2$

따라서 $x^2+x-2=0$에서 $(x+2)(x-1)=0$

$\therefore x=-2$ 또는 $x=1$ $\therefore b=1$

$\therefore b-a=1-(-2)=3$

답 ④

0746 전략 주어진 한 근을 이차방정식에 대입하여 먼저 a의 값을 구한다.

$x=-5$를 $x^2+ax-15=0$에 대입하면

$(-5)^2+a\times(-5)-15=0$, $-5a=-10$

$\therefore a=2$

즉 $x^2+2x-15=0$에서

$(x+5)(x-3)=0$

$\therefore x=-5$ 또는 $x=3$

따라서 $bx^2-(3b+1)x+b+1=0$의 한 근이 $x=3$이므로

$b\times3^2-(3b+1)\times3+b+1=0$ $\therefore b=2$

$\therefore ab=2\times2=4$

답 ③

0747 전략 각각의 이차방정식을 푼 후 공통인 근을 찾는다.

$4x^2-4x-3=0$에서 $(2x+1)(2x-3)=0$

$\therefore x=-\frac{1}{2}$ 또는 $x=\frac{3}{2}$

$6x^2-13x+6=0$에서 $(3x-2)(2x-3)=0$

$\therefore x=\frac{2}{3}$ 또는 $x=\frac{3}{2}$

따라서 두 이차방정식의 공통인 근은 $x=\frac{3}{2}$이다.

답 $x=\frac{3}{2}$

0748 전략 (완전제곱식)$=0$의 꼴로 나타내어지는 이차방정식을 찾는다.

① $(5x+3)^2=0$에서 $x=-\frac{3}{5}$

② $x^2-4=2x-1$에서

$x^2-2x-3=0$, $(x+1)(x-3)=0$

$\therefore x=-1$ 또는 $x=3$

③ $x+4=(x-2)^2$에서 $x+4=x^2-4x+4$

$x^2-5x=0$, $x(x-5)=0$

$\therefore x=0$ 또는 $x=5$

④ $3-x^2=6(x+2)$에서 $3-x^2=6x+12$

$x^2+6x+9=0$, $(x+3)^2=0$

$\therefore x=-3$

⑤ $x^2-10x+10=0$에서 $x^2-10x=-10$

$x^2-10x+25=-10+25$

$(x-5)^2=15$ $\therefore x=5\pm\sqrt{15}$

따라서 중근을 갖는 것은 ①, ④이다.

답 ①, ④

0749 전략 제곱근을 이용하여 이차방정식의 해를 구한다.

$5(x+a)^2=b$에서 $(x+a)^2=\frac{b}{5}$

$x+a=\pm\sqrt{\frac{b}{5}}$ $\therefore x=-a\pm\sqrt{\frac{b}{5}}$

따라서 $-a=3$, $\frac{b}{5}=3$이므로 $a=-3$, $b=15$

$\therefore b-a=15-(-3)=18$

답 18

0750 전략 이차방정식 $(x+p)^2=q$가 근을 가지려면 $q\geq0$이어야 한다.

$(x+4)^2=7-m$이 근을 가지려면 $7-m\geq0$

$\therefore m\leq7$

답 ③

0751 전략 먼저 중근을 가질 조건을 이용하여 m의 값을 구한다.

$2(x-1)^2=m-4$가 중근을 가지므로

$m-4=0$ $\therefore m=4$

$x^2-mx-12=0$, 즉 $x^2-4x-12=0$에서

$(x+2)(x-6)=0$

$\therefore x=-2$ 또는 $x=6$

답 ③

0752 전략 먼저 주어진 이차방정식의 양변을 3으로 나눈다.

$3x^2-4x-2=0$에서

$x^2-\frac{4}{3}x-\frac{2}{3}=0$, $x^2-\frac{4}{3}x=\frac{2}{3}$

$x^2-\frac{4}{3}x+\frac{4}{9}=\frac{2}{3}+\frac{4}{9}$

$\therefore \left(x-\frac{2}{3}\right)^2=\frac{10}{9}$

따라서 $a=-\frac{2}{3}$, $b=\frac{10}{9}$이므로

$a+b=-\frac{2}{3}+\frac{10}{9}=\frac{4}{9}$

답 ②

0753 전략 이차방정식을 (완전제곱식)$=$(상수)의 꼴로 나타낸다.

$x^2-10x-3=0$에서

$x^2-10x=3$, $x^2-10x+25=3+25$

$(x-5)^2=28$, $x-5=\pm2\sqrt{7}$

$\therefore x=5\pm2\sqrt{7}$

따라서 $a=5$, $b=7$이므로

$ab=5\times7=35$

답 35

0754 전략 $x=\alpha$를 주어진 이차방정식에 대입한 후 식을 변형한다.

$x=\alpha$를 $x^2-4x+1=0$에 대입하면

$\alpha^2-4\alpha+1=0$

$\alpha\neq0$이므로 $\alpha^2-4\alpha+1=0$의 양변을 α로 나누면

$\alpha-4+\frac{1}{\alpha}=0$

$\therefore \alpha+\frac{1}{\alpha}=4$ … 1단계

이때 $a^2+\frac{1}{a^2}=\left(a+\frac{1}{a}\right)^2-2=4^2-2=14$이므로 ··· 2단계

$$a^2-3a-\frac{3}{a}+\frac{1}{a^2}=a^2+\frac{1}{a^2}-3\left(a+\frac{1}{a}\right)$$
$$=14-3\times4=2$$ ··· 3단계

답 2

단계	채점 요소	비율
1	$a+\frac{1}{a}$의 값 구하기	30 %
2	$a^2+\frac{1}{a^2}$의 값 구하기	40 %
3	$a^2-3a-\frac{3}{a}+\frac{1}{a^2}$의 값 구하기	30 %

0755 전략 x의 계수와 상수항을 바꾼 이차방정식에 주어진 한 근을 대입하여 a의 값을 구한다.

주어진 이차방정식의 x의 계수와 상수항을 바꾸면

$x^2+(a+5)x+2a=0$

$x=-4$를 이 식에 대입하면

$(-4)^2+(a+5)\times(-4)+2a=0$

$-2a=4 \quad \therefore a=-2$ ··· 1단계

따라서 처음 이차방정식은 $x^2-4x+3=0$이므로

$(x-1)(x-3)=0$

$\therefore x=1$ 또는 $x=3$ ··· 2단계

답 $x=1$ 또는 $x=3$

단계	채점 요소	비율
1	a의 값 구하기	50 %
2	처음 이차방정식의 해 구하기	50 %

0756 전략 이차방정식이 중근을 가질 조건을 이용하여 k의 값을 모두 구한다.

$x^2-(k-2)x+16=0$이 중근을 가지므로

$16=\left\{\frac{-(k-2)}{2}\right\}^2, \quad k^2-4k-60=0$

$(k+6)(k-10)=0$

$\therefore k=-6$ 또는 $k=10$ ··· 1단계

즉 $x^2-ax+b=0$의 두 근이 -6, 10이므로 $x=-6$을 $x^2-ax+b=0$에 대입하면

$(-6)^2-a\times(-6)+b=0$

$\therefore 6a+b=-36$ ······ ㉠

$x=10$을 $x^2-ax+b=0$에 대입하면

$10^2-a\times10+b=0$

$\therefore 10a-b=100$ ······ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면

$a=4,\ b=-60$ ··· 2단계

$\therefore a+b=4+(-60)=-56$ ··· 3단계

답 -56

단계	채점 요소	비율
1	k의 값 구하기	40 %
2	a, b의 값 구하기	40 %
3	$a+b$의 값 구하기	20 %

0757 전략 주어진 점의 좌표를 일차함수의 식에 대입하여 이차방정식을 세운다.

일차함수 $ax+2y=2$의 그래프가 점 $(1-a,\ a^2)$을 지나므로 $x=1-a$, $y=a^2$을 $ax+2y=2$에 대입하면

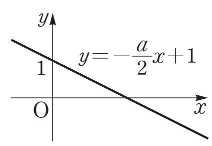
$a(1-a)+2a^2=2, \quad a^2+a-2=0$

$(a+2)(a-1)=0$

$\therefore a=-2$ 또는 $a=1$

이때 일차함수 $ax+2y=2$, 즉

$y=-\frac{a}{2}x+1$의 그래프가 제3사분면을 지나지 않으려면 오른쪽 그림과 같이 (기울기)<0이어야 하므로



$-\frac{a}{2}<0 \quad \therefore a>0$

따라서 구하는 a의 값은 1이다.

답 1

RPM 비법 노트

일차함수 $y=ax+b$의 그래프가

➡ $\begin{cases} \text{오른쪽 위로 향하면} & a>0 \\ \text{오른쪽 아래로 향하면} & a<0 \end{cases}$

$\begin{cases} y\text{축과 양의 부분에서 만나면} & b>0 \\ y\text{축과 음의 부분에서 만나면} & b<0 \end{cases}$

0758 전략 인수분해를 이용하여 이차방정식의 해를 각각 구한 후 공통인 근을 갖는 경우를 나누어 생각한다.

$x^2+mx+m-1=0$에서

$(x+m-1)(x+1)=0$

$\therefore x=-m+1$ 또는 $x=-1$

$x^2-(m+3)x+3m=0$에서

$(x-3)(x-m)=0$

$\therefore x=3$ 또는 $x=m$

(i) 공통인 근이 $x=-1$일 때, $\quad m=-1$

(ii) 공통인 근이 $x=3$일 때,

$-m+1=3 \quad \therefore m=-2$

(iii) 공통인 근이 $x=m$ $(m\neq-1,\ m\neq3)$일 때,

$m=-m+1, \quad 2m=1$

$\therefore m=\frac{1}{2}$

이상에서 양수 m의 값은 $\frac{1}{2}$이다.

답 $\frac{1}{2}$

0759 전략 주어진 이차방정식의 해를 미지수를 포함한 식으로 나타낸다.

$2x^2+3x+a-1=0$에서

$$x^2+\frac{3}{2}x+\frac{a-1}{2}=0, \qquad x^2+\frac{3}{2}x=\frac{1-a}{2}$$

$$x^2+\frac{3}{2}x+\frac{9}{16}=\frac{1-a}{2}+\frac{9}{16}$$

$$\left(x+\frac{3}{4}\right)^2=\frac{17-8a}{16}$$

$$x+\frac{3}{4}=\pm\frac{\sqrt{17-8a}}{4}$$

$$\therefore x=\frac{-3\pm\sqrt{17-8a}}{4}$$

해가 모두 유리수가 되려면 $17-8a$는 0 또는 (자연수)^{2}의 꼴이어야 한다.

이때 a는 자연수이므로 $17-8a<17$에서

$17-8a=0, 1, 4, 9, 16$

$\therefore a=\frac{17}{8}, 2, \frac{13}{8}, 1, \frac{1}{8}$

따라서 가장 큰 자연수 a의 값은 2이다. 답 2

07 이차방정식의 활용

교과서문제 정복하기

본문 109, 111쪽

0760 $x=\frac{-\boxed{5}\pm\sqrt{\boxed{5}^2-4\times\boxed{2}\times1}}{2\times\boxed{2}}=\boxed{\frac{-5\pm\sqrt{17}}{4}}$

답 풀이 참조

0761 $x=\frac{-(\boxed{-4})\pm\sqrt{(-4)^2-3\times\boxed{3}}}{3}=\boxed{\frac{4\pm\sqrt{7}}{3}}$

답 풀이 참조

0762 $x=\frac{-(-7)\pm\sqrt{(-7)^2-4\times1\times5}}{2\times1}=\frac{7\pm\sqrt{29}}{2}$

답 $x=\frac{7\pm\sqrt{29}}{2}$

0763 $x=\frac{-1\pm\sqrt{1^2-4\times2\times(-4)}}{2\times2}=\frac{-1\pm\sqrt{33}}{4}$

답 $x=\frac{-1\pm\sqrt{33}}{4}$

0764 $x=\frac{-(-5)\pm\sqrt{(-5)^2-4\times3\times(-1)}}{2\times3}=\frac{5\pm\sqrt{37}}{6}$

답 $x=\frac{5\pm\sqrt{37}}{6}$

0765 $x=\frac{-(-2)\pm\sqrt{(-2)^2-1\times2}}{1}=2\pm\sqrt{2}$

답 $x=2\pm\sqrt{2}$

0766 $x=\frac{-(-3)\pm\sqrt{(-3)^2-1\times(-6)}}{1}=3\pm\sqrt{15}$

답 $x=3\pm\sqrt{15}$

0767 $x=\frac{-6\pm\sqrt{6^2-5\times(-3)}}{5}=\frac{-6\pm\sqrt{51}}{5}$

답 $x=\frac{-6\pm\sqrt{51}}{5}$

0768 $2x(x+1)=5x+9$에서

$2x^2+2x=5x+9, \qquad 2x^2-3x-9=0$

$(2x+3)(x-3)=0$

$\therefore x=-\frac{3}{2}$ 또는 $x=3$ 답 $x=-\frac{3}{2}$ 또는 $x=3$

0769 $(x+1)^2=3x+2$에서

$x^2+2x+1=3x+2, \qquad x^2-x-1=0$

$\therefore x=\dfrac{-(-1)\pm\sqrt{(-1)^2-4\times1\times(-1)}}{2\times1}=\dfrac{1\pm\sqrt{5}}{2}$

답 $x=\dfrac{1\pm\sqrt{5}}{2}$

0770 $x^2-1.3x+0.4=0$의 양변에 10을 곱하면

$10x^2-13x+4=0$

$(2x-1)(5x-4)=0$

$\therefore x=\dfrac{1}{2}$ 또는 $x=\dfrac{4}{5}$ 답 $x=\dfrac{1}{2}$ 또는 $x=\dfrac{4}{5}$

0771 $0.01x^2+0.08=0.12x$의 양변에 100을 곱하면

$x^2+8=12x,\quad x^2-12x+8=0$

$\therefore x=-(-6)\pm\sqrt{(-6)^2-1\times8}$

$=6\pm\sqrt{28}=6\pm2\sqrt{7}$ 답 $x=6\pm2\sqrt{7}$

0772 $\dfrac{x^2+1}{6}=x+\dfrac{4}{3}$의 양변에 6을 곱하면

$x^2+1=6x+8$

$x^2-6x-7=0,\quad (x+1)(x-7)=0$

$\therefore x=-1$ 또는 $x=7$ 답 $x=-1$ 또는 $x=7$

0773 $\dfrac{1}{2}x^2-\dfrac{1}{4}x-0.5=0$의 양변에 4를 곱하면

$2x^2-x-2=0$

$\therefore x=\dfrac{-(-1)\pm\sqrt{(-1)^2-4\times2\times(-2)}}{2\times2}=\dfrac{1\pm\sqrt{17}}{4}$

답 $x=\dfrac{1\pm\sqrt{17}}{4}$

0774 $\dfrac{1}{5}x^2-0.5x+\dfrac{3}{10}=0$의 양변에 10을 곱하면

$2x^2-5x+3=0$

$(x-1)(2x-3)=0\quad \therefore x=1$ 또는 $x=\dfrac{3}{2}$

답 $x=1$ 또는 $x=\dfrac{3}{2}$

0775 답 2, 2, 2, 4

0776 $x^2+x-5=0$에서

$1^2-4\times1\times(-5)=21>0$

따라서 서로 다른 두 근을 갖는다. 답 2

0777 $9x^2-6x+1=0$에서

$(-6)^2-4\times9\times1=0$

따라서 중근을 갖는다. 답 1

0778 $x^2-2x+3=0$에서

$(-2)^2-4\times1\times3=-8<0$

따라서 근이 없다. 답 0

0779 $2^2-4k>0$에서 $\quad -4k>-4$

$\therefore k<1$ 답 $k<1$

0780 $2^2-4k=0$에서 $\quad -4k=-4$

$\therefore k=1$ 답 1

0781 $2^2-4k<0$에서 $\quad -4k<-4$

$\therefore k>1$ 답 $k>1$

0782 두 근이 5, 8이고 x^2의 계수가 1인 이차방정식은

$(x-5)(x-8)=0$

$\therefore x^2-13x+40=0$ 답 $x^2-13x+40=0$

0783 두 근이 -3, 7이고 x^2의 계수가 2인 이차방정식은

$2(x+3)(x-7)=0$

$\therefore 2x^2-8x-42=0$ 답 $2x^2-8x-42=0$

0784 두 근이 0, 4이고 x^2의 계수가 1인 이차방정식은

$x(x-4)=0$

$\therefore x^2-4x=0$ 답 $x^2-4x=0$

0785 두 근이 $-\dfrac{1}{5}$, $-\dfrac{1}{2}$이고 x^2의 계수가 10인 이차방정식은

$10\left(x+\dfrac{1}{5}\right)\left(x+\dfrac{1}{2}\right)=0$

$\therefore 10x^2+7x+1=0$ 답 $10x^2+7x+1=0$

0786 중근이 6이고 x^2의 계수가 1인 이차방정식은

$(x-6)^2=0$

$\therefore x^2-12x+36=0$ 답 $x^2-12x+36=0$

0787 중근이 $-\dfrac{3}{2}$이고 x^2의 계수가 4인 이차방정식은

$4\left(x+\dfrac{3}{2}\right)^2=0$

$\therefore 4x^2+12x+9=0$ 답 $4x^2+12x+9=0$

0788 (2) $x^2=3x+28$에서

$x^2-3x-28=0,\quad (x+4)(x-7)=0$

$\therefore x=-4$ 또는 $x=7$

따라서 어떤 수는 -4, 7이다.

답 (1) $x^2=3x+28$ (2) -4, 7

0789 (2) $x^2+(x+1)^2=85$에서

$2x^2+2x-84=0,\quad x^2+x-42=0$

$(x+7)(x-6)=0$

$\therefore x=-7$ 또는 $x=6$

그런데 x는 자연수이므로 $\quad x=6$

따라서 연속하는 두 자연수는 6, 7이다.

답 (1) $x^2+(x+1)^2=85$ (2) 6, 7

0790 (2) $x(x+4)=192$에서

$x^2+4x-192=0$, $(x+16)(x-12)=0$

$\therefore x=-16$ 또는 $x=12$

그런데 x는 자연수이므로 $x=12$

따라서 유라의 나이는 12살이다.

답 (1) $x(x+4)=192$ (2) 12살

0791 (2) $35x-5x^2=0$에서 $x^2-7x=0$

$x(x-7)=0$ $\therefore x=0$ 또는 $x=7$

그런데 $x>0$이므로 $x=7$

따라서 공이 지면에 떨어지는 것은 쏘아 올린 지 7초 후이다.

답 (1) 0 m (2) 7초

0792 (1) 밑변의 길이는 $(x+3)$ cm이고 삼각형의 넓이는 54 cm^2이므로 $\frac{1}{2}x(x+3)=54$

(2) $\frac{1}{2}x(x+3)=54$에서

$x^2+3x-108=0$, $(x+12)(x-9)=0$

$\therefore x=-12$ 또는 $x=9$

그런데 $x>0$이므로 $x=9$

따라서 삼각형의 높이는 9 cm이다.

답 (1) $\frac{1}{2}x(x+3)=54$ (2) 9 cm

0793 (1) 가로의 길이는 $(10-x)$ cm

세로의 길이는 $(7-x)$ cm

(2) 새로 만든 직사각형의 넓이가 40 cm^2이므로

$(10-x)(7-x)=40$

(3) $(10-x)(7-x)=40$에서

$x^2-17x+30=0$, $(x-2)(x-15)=0$

$\therefore x=2$ 또는 $x=15$

그런데 $0<x<7$이므로 $x=2$

따라서 새로운 직사각형의 가로, 세로의 길이는

$10-2=8$ (cm), $7-2=5$ (cm)

답 (1) $(10-x)$ cm, $(7-x)$ cm
(2) $(10-x)(7-x)=40$ (3) 8 cm, 5 cm

유형 익히기

본문 112~119쪽

0794 ① $x=\dfrac{-(-1)\pm\sqrt{(-1)^2-4\times1\times(-1)}}{2\times1}$

$=\dfrac{1\pm\sqrt{5}}{2}$

② $x=\dfrac{-1\pm\sqrt{1^2-1\times(-6)}}{1}=-1\pm\sqrt{7}$

③ $x=\dfrac{-(-5)\pm\sqrt{(-5)^2-4\times1\times3}}{2\times1}=\dfrac{5\pm\sqrt{13}}{2}$

④ $x=\dfrac{-2\pm\sqrt{2^2-2\times(-5)}}{2}=\dfrac{-2\pm\sqrt{14}}{2}$

⑤ $x=\dfrac{-7\pm\sqrt{7^2-4\times3\times3}}{2\times3}=\dfrac{-7\pm\sqrt{13}}{6}$

따라서 근이 바르게 짝 지어진 것은 ④이다.

답 ④

0795 $2x^2-3x-1=0$에서

$x=\dfrac{-(-3)\pm\sqrt{(-3)^2-4\times2\times(-1)}}{2\times2}=\dfrac{3\pm\sqrt{17}}{4}$

따라서 $A=3$, $B=17$이므로

$A+B=3+17=20$

답 20

0796 $3x^2-8x+a=0$에서

$x=\dfrac{-(-4)\pm\sqrt{(-4)^2-3\times a}}{3}=\dfrac{4\pm\sqrt{16-3a}}{3}$

따라서 $b=4$, $16-3a=10$에서 $a=2$

$\therefore ab=2\times4=8$

답 8

0797 $x=k$를 $x^2+5x-10k=0$에 대입하면

$k^2+5k-10k=0$, $k^2-5k=0$

$k(k-5)=0$ $\therefore k=5$ ($\because k\neq0$) … 1단계

$k=5$를 $x^2+(k+1)x-2=0$에 대입하면

$x^2+6x-2=0$

$\therefore x=\dfrac{-3\pm\sqrt{3^2-1\times(-2)}}{1}=-3\pm\sqrt{11}$ … 2단계

답 $x=-3\pm\sqrt{11}$

단계	채점 요소	비율
1	k의 값 구하기	40 %
2	$x^2+(k+1)x-2=0$ 풀기	60 %

0798 주어진 이차방정식의 양변에 6을 곱하면

$5x^2-6=2(x+2)(x-4)+15$

$3x^2+4x-5=0$

$\therefore x=\dfrac{-2\pm\sqrt{19}}{3}$

따라서 두 근의 합은

$\dfrac{-2+\sqrt{19}}{3}+\dfrac{-2-\sqrt{19}}{3}=-\dfrac{4}{3}$

답 ②

0799 주어진 이차방정식의 양변에 10을 곱하면

$10x^2-3x-1=0$, $(5x+1)(2x-1)=0$

$\therefore x=-\dfrac{1}{5}$ 또는 $x=\dfrac{1}{2}$

답 ④

0800 주어진 이차방정식의 양변에 14를 곱하면

$2x^2=7x-5$, $2x^2-7x+5=0$

$(x-1)(2x-5)=0$

$\therefore x=1$ 또는 $x=\frac{5}{2}$

따라서 $\alpha=1, \beta=\frac{5}{2}$이므로

$2\beta-\alpha=2\times\frac{5}{2}-1=4$ 답 4

0801 주어진 이차방정식에서

$4x^2-16x+16=3x^2-6x+3$

$x^2-10x+13=0$

$\therefore x=5\pm\sqrt{12}=5\pm2\sqrt{3}$

이때 $\sqrt{9}<\sqrt{12}<\sqrt{16}$, 즉 $3<2\sqrt{3}<4$에서

$-4<-2\sqrt{3}<-3$

이므로 $1<5-2\sqrt{3}<2,\ 8<5+2\sqrt{3}<9$

따라서 두 근 사이에 있는 정수는 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8의 7개이다.

답 ③

0802 주어진 이차방정식의 양변에 10을 곱하면

$5x^2-20(x-1.2)=10$

$5x^2-20x+14=0$

$\therefore x=\frac{10\pm\sqrt{30}}{5}$

따라서 $a=10, b=30$이므로

$a+b=10+30=40$ 답 ④

0803 주어진 이차방정식의 양변에 2를 곱하면

$5x(x-3)-6=2(x+2)(x-4)$

$5x^2-15x-6=2x^2-4x-16$

$3x^2-11x+10=0$ … 1단계

$(3x-5)(x-2)=0$

$\therefore x=\frac{5}{3}$ 또는 $x=2$ … 2단계

따라서 두 근의 차는 $2-\frac{5}{3}=\frac{1}{3}$ … 3단계

답 $\frac{1}{3}$

단계	채점 요소	비율
1	이차방정식 정리하기	40 %
2	이차방정식 풀기	40 %
3	두 근의 차 구하기	20 %

0804 $x+1=A$로 놓으면

$2A^2-A-15=0,\quad (2A+5)(A-3)=0$

$\therefore A=-\frac{5}{2}$ 또는 $A=3$

즉 $x+1=-\frac{5}{2}$ 또는 $x+1=3$이므로

$x=-\frac{7}{2}$ 또는 $x=2$

따라서 $\alpha=-\frac{7}{2}, \beta=2$이므로

$2\alpha+\beta=2\times\left(-\frac{7}{2}\right)+2=-5$ 답 -5

0805 $x-\frac{1}{6}=A$로 놓으면

$3A^2+A-1=0$

$\therefore A=\frac{-1\pm\sqrt{13}}{6}$

즉 $x-\frac{1}{6}=\frac{-1\pm\sqrt{13}}{6}$이므로 $x=\pm\frac{\sqrt{13}}{6}$ 답 ②

0806 $2x+3=A$로 놓으면

$\frac{1}{5}A^2+\frac{1}{2}A-\frac{3}{10}=0$

양변에 10을 곱하면

$2A^2+5A-3=0$

$(A+3)(2A-1)=0$

$\therefore A=-3$ 또는 $A=\frac{1}{2}$

즉 $2x+3=-3$ 또는 $2x+3=\frac{1}{2}$이므로

$x=-3$ 또는 $x=-\frac{5}{4}$

따라서 정수인 해는 $x=-3$ 답 ③

0807 $x-y=A$로 놓으면

$A(A-5)=14$

$A^2-5A-14=0,\quad (A+2)(A-7)=0$

$\therefore A=-2$ 또는 $A=7$

이때 $x>y$이므로 $A=x-y>0$

따라서 $x-y=7$이므로

$3x-3y=3(x-y)=3\times7=21$ 답 21

0808 ① $5^2-4\times1\times7=-3<0$이므로 근이 없다.

② $(-8)^2-4\times1\times10=24>0$이므로 서로 다른 두 근을 갖는다.

③ $4^2-4\times4\times1=0$이므로 중근을 갖는다.

④ $(-4)^2-4\times5\times2=-24<0$이므로 근이 없다.

⑤ $1^2-4\times3\times(-1)=13>0$이므로 서로 다른 두 근을 갖는다.

따라서 서로 다른 두 근을 갖는 것은 ②, ⑤이다. 답 ②, ⑤

0809 ㄱ. $7^2-4\times1\times12=1>0$이므로 서로 다른 두 근을 갖는다.

ㄴ. $(-2)^2-4\times1\times2=-4<0$이므로 근이 없다.

ㄷ. $1^2-4\times2\times5=-39<0$이므로 근이 없다.

ㄹ. $(-6)^2-4\times2\times(-3)=60>0$이므로 서로 다른 두 근을 갖는다.

이상에서 근이 없는 것은 ㄴ, ㄷ이다. 답 ④

0810 ① $0^2-4\times1\times(-7)=28>0$이므로 서로 다른 두 근을 갖는다.

② $x^2+1=6x$에서 $x^2-6x+1=0$

$(-6)^2-4\times1\times1=32>0$이므로 서로 다른 두 근을 갖는다.

③ $(2x-1)(x+5)+4=0$에서 $2x^2+9x-1=0$

$9^2-4\times2\times(-1)=89>0$이므로 서로 다른 두 근을 갖는다.

④ $3x^2-\frac{1}{4}=x$에서 $12x^2-4x-1=0$
$(-4)^2-4\times12\times(-1)=64>0$이므로 서로 다른 두 근을 갖는다.
⑤ $9=8x(3-2x)$에서 $16x^2-24x+9=0$
$(-24)^2-4\times16\times9=0$이므로 중근을 갖는다.
따라서 근의 개수가 나머지 넷과 다른 하나는 ⑤이다.

답 ⑤

0811 $2x^2-(a+2)x+8=0$이 중근을 가지므로
$\{-(a+2)\}^2-4\times2\times8=0$
$a^2+4a-60=0$, $(a+10)(a-6)=0$
$\therefore a=-10$ 또는 $a=6$
따라서 모든 상수 a의 값의 합은
$-10+6=-4$

답 ②

0812 $x^2+10x+2k-1=0$이 중근을 가지므로
$10^2-4\times1\times(2k-1)=0$
$-8k+104=0$ $\therefore k=13$
즉 주어진 이차방정식은 $x^2+10x+25=0$이므로
$(x+5)^2=0$ $\therefore x=-5$
$\therefore a=-5$
$\therefore k+a=13+(-5)=8$

답 ④

0813 $x^2-6x-m=0$이 중근을 가지므로
$(-6)^2-4\times1\times(-m)=0$
$36+4m=0$ $\therefore m=-9$ … 1단계
$x^2-2(m+5)x+n=0$, 즉 $x^2+8x+n=0$이 중근을 가지므로
$8^2-4\times1\times n=0$, $64-4n=0$
$\therefore n=16$ … 2단계
$\therefore m-n=-9-16=-25$ … 3단계

답 -25

단계	채점 요소	비율
1	m의 값 구하기	40 %
2	n의 값 구하기	40 %
3	$m-n$의 값 구하기	20 %

0814 $3x^2+ax+12=0$이 중근을 가지므로
$a^2-4\times3\times12=0$, $a^2=144$
$\therefore a=\pm12$
(i) $a=12$일 때,
$3x^2+12x+12=0$, 즉 $x^2+4x+4=0$이므로
$(x+2)^2=0$ $\therefore x=-2$
(ii) $a=-12$일 때,
$3x^2-12x+12=0$, 즉 $x^2-4x+4=0$이므로
$(x-2)^2=0$ $\therefore x=2$
(i), (ii)에서 음수인 중근을 가질 때의 a의 값은 12이다. 답 12

0815 $x^2-3x-p=0$이 서로 다른 두 근을 가지므로
$(-3)^2-4\times1\times(-p)>0$
$9+4p>0$, $4p>-9$
$\therefore p>-\frac{9}{4}$

답 ④

0816 $x^2+(2k-1)x+k^2=0$이 근을 가지므로
$(2k-1)^2-4\times1\times k^2\geq0$
$-4k+1\geq0$, $-4k\geq-1$
$\therefore k\leq\frac{1}{4}$
따라서 k의 값이 될 수 없는 것은 ⑤이다. 답 ⑤

0817 $(2a+1)x^2+6x+1=0$이 근을 갖지 않으려면
$6^2-4\times(2a+1)\times1<0$
$-8a+32<0$, $-8a<-32$
$\therefore a>4$ … 1단계
따라서 가장 작은 정수 a의 값은 5이다. … 2단계

답 5

단계	채점 요소	비율
1	이차방정식이 근을 갖지 않도록 하는 a의 값의 범위 구하기	70 %
2	가장 작은 정수 a의 값 구하기	30 %

0818 두 근이 $-\frac{1}{2}$, 3이고 x^2의 계수가 2인 이차방정식은
$2\left(x+\frac{1}{2}\right)(x-3)=0$ $\therefore 2x^2-5x-3=0$
따라서 $a=-5$, $b=-3$이므로
$a-b=-5-(-3)=-2$ 답 ①

0819 중근 $x=5$를 갖고 x^2의 계수가 1인 이차방정식은
$(x-5)^2=0$ $\therefore x^2-10x+25=0$
따라서 $a=-10$, $b=25$이므로
$a+b=-10+25=15$ 답 15

0820 두 근이 -2, 4이고 x^2의 계수가 1인 이차방정식은
$(x+2)(x-4)=0$ $\therefore x^2-2x-8=0$
$\therefore a=-2$, $b=8$
따라서 두 근이 -2, 8이고 x^2의 계수가 1인 이차방정식은
$(x+2)(x-8)=0$
$\therefore x^2-6x-16=0$ 답 ①

0821 $\frac{n(n-3)}{2}=77$에서 $n^2-3n-154=0$
$(n+11)(n-14)=0$
$\therefore n=-11$ 또는 $n=14$
그런데 $n>3$이므로 $n=14$
따라서 구하는 다각형은 십사각형이다. 답 ④

0822 $\frac{n(n+1)}{2}=120$에서 $n^2+n-240=0$

$(n+16)(n-15)=0$

$\therefore n=-16$ 또는 $n=15$

그런데 n은 자연수이므로 $n=15$

따라서 1부터 15까지의 자연수를 더해야 한다. 답 ③

0823 $\frac{n(n-1)}{2}=45$에서 $n^2-n-90=0$

$(n+9)(n-10)=0$

$\therefore n=-9$ 또는 $n=10$

그런데 $n>1$이므로 $n=10$

따라서 동아리 회원은 10명이다. 답 10명

0824 연속하는 세 자연수를 $x-1$, x, $x+1$이라 하면

$(x+1)^2=3x(x-1)-24$, $2x^2-5x-25=0$

$(2x+5)(x-5)=0$

$\therefore x=-\frac{5}{2}$ 또는 $x=5$

그런데 $x>1$이므로 $x=5$

따라서 연속하는 세 자연수는 4, 5, 6이므로 구하는 합은

$4+5+6=15$ 답 ③

0825 연속하는 두 홀수를 $x-2$, x라 하면

$(x-2)^2+x^2=130$, $2x^2-4x-126=0$

$x^2-2x-63=0$, $(x+7)(x-9)=0$

$\therefore x=-7$ 또는 $x=9$

그런데 $x>2$이므로 $x=9$

따라서 두 수 중 큰 수는 9이다. 답 9

0826 어떤 자연수를 x라 하면

$(x+2)^2=2x^2-92$ … 1단계

$x^2-4x-96=0$, $(x+8)(x-12)=0$

$\therefore x=-8$ 또는 $x=12$ … 2단계

그런데 x는 자연수이므로 $x=12$

따라서 어떤 자연수는 12이다. … 3단계

답 12

단계	채점 요소	비율
1	이차방정식 세우기	40 %
2	이차방정식 풀기	40 %
3	어떤 자연수 구하기	20 %

0827 십의 자리의 숫자를 x라 하면 일의 자리의 숫자는 $11-x$이다.

따라서 두 자리 자연수는 $10x+(11-x)$이므로

$x(11-x)=10x+(11-x)-26$

$x^2-2x-15=0$, $(x+3)(x-5)=0$

$\therefore x=-3$ 또는 $x=5$

그런데 x는 자연수이므로 $x=5$

따라서 구하는 수는 56이다. 답 56

0828 학생 수를 x라 하면 학생 한 명이 받은 볼펜의 개수는 $x-2$이므로

$x(x-2)=195$, $x^2-2x-195=0$

$(x+13)(x-15)=0$

$\therefore x=-13$ 또는 $x=15$

그런데 $x>2$이므로 $x=15$

따라서 학생은 모두 15명이다. 답 ②

0829 위아래로 이웃하는 두 날의 수 중 작은 수를 x라 하면 큰 수는 $x+7$이므로

$x(x+7)=294$, $x^2+7x-294=0$

$(x+21)(x-14)=0$

$\therefore x=-21$ 또는 $x=14$

그런데 x는 자연수이므로 $x=14$

따라서 두 날짜는 9월 14일과 9월 21일이므로 빠른 날짜는 9월 14일이다. 답 ②

0830 지원이의 나이를 x살이라 하면 동생의 나이는 $(x-4)$살이므로

$x^2=3(x-4)^2+6$ … 1단계

$2x^2-24x+54=0$, $x^2-12x+27=0$

$(x-3)(x-9)=0$

$\therefore x=3$ 또는 $x=9$ … 2단계

그런데 $x>4$이므로 $x=9$

따라서 지원이의 나이는 9살이다. … 3단계

답 9살

단계	채점 요소	비율
1	이차방정식 세우기	40 %
2	이차방정식 풀기	40 %
3	지원이의 나이 구하기	20 %

0831 $-5x^2+50x+120=200$에서

$5x^2-50x+80=0$, $x^2-10x+16=0$

$(x-2)(x-8)=0$

$\therefore x=2$ 또는 $x=8$

따라서 물체의 높이가 처음으로 200 m가 되는 것은 쏘아 올린 지 2초 후이다. 답 2초

0832 공이 달 표면에 떨어지는 것은 공의 높이가 0 m일 때이므로

$-0.8x^2+20x=0$, $x^2-25x=0$

$x(x-25)=0$

$\therefore x=0$ 또는 $x=25$

그런데 $x>0$이므로 $x=25$

따라서 공이 달 표면에 떨어지는 것은 공을 던져 올린 지 25초 후이다. 답 ③

0833 $60t-5t^2=160$에서

$-5t^2+60t-160=0,\quad t^2-12t+32=0$

$(t-4)(t-8)=0$

$\therefore t=4$ 또는 $t=8$

따라서 로켓이 높이가 160 m 이상인 지점을 지나는 것은 4초 후부터 8초 후까지이므로 4초 동안이다. 답 4초

0834 늘어난 길이를 x m라 하면

$(10+x)(7+x)=10\times7+60$

$x^2+17x-60=0,\quad (x+20)(x-3)=0$

$\therefore x=-20$ 또는 $x=3$

그런데 $x>0$이므로 $\quad x=3$

따라서 가로, 세로의 길이는 3 m만큼 늘어났다. 답 3 m

0835 처음 원의 반지름의 길이를 x cm라 하면

$\pi(x+4)^2=3\times\pi x^2,\quad 2x^2-8x-16=0$

$x^2-4x-8=0$

$\therefore x=2\pm2\sqrt{3}$

그런데 $x>0$이므로 $\quad x=2+2\sqrt{3}$

따라서 처음 원의 반지름의 길이는 $(2+2\sqrt{3})$ cm이다.

답 $(2+2\sqrt{3})$ cm

0836 큰 정사각형의 한 변의 길이를 x cm라 하면 작은 정사각형의 한 변의 길이는 $(10-x)$ cm이므로

$x^2+(10-x)^2=52,\quad 2x^2-20x+48=0$

$x^2-10x+24=0,\quad (x-4)(x-6)=0$

$\therefore x=4$ 또는 $x=6$

그런데 $5<x<10$이므로 $\quad x=6$

따라서 큰 정사각형의 한 변의 길이는 6 cm이다. 답 6 cm

0837 점 P는 1초에 1 cm씩 움직이므로 t초 후에

$\overline{AP}=t$ cm, $\overline{PB}=(10-t)$ cm

또 점 Q는 1초에 2 cm씩 움직이므로 t초 후에

$\overline{BQ}=2t$ cm

t초 후에 $\triangle PBQ$의 넓이가 16 cm^2가 된다고 하면

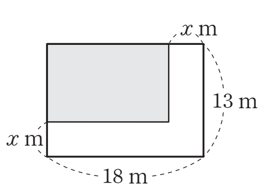
$\frac{1}{2}\times(10-t)\times2t=16,\quad t^2-10t+16=0$

$(t-2)(t-8)=0$

$\therefore t=2$ 또는 $t=8$

따라서 $\triangle PBQ$의 넓이가 16 cm^2가 되는 것은 출발한 지 2초 후, 8초 후이다. 답 2초, 8초

0838 오른쪽 그림과 같이 길의 폭을 x m라 하고 폭이 일정한 길을 가장자리로 이동하면 길을 제외한 땅의 넓이는 어두운 부분의 넓이와 같으므로



$(18-x)(13-x)=126,\quad x^2-31x+234=126$

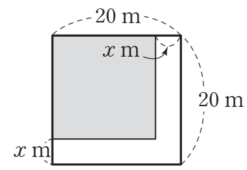
$x^2-31x+108=0,\quad (x-4)(x-27)=0$

$\therefore x=4$ 또는 $x=27$

그런데 $0<x<13$이므로 $\quad x=4$

따라서 길의 폭을 4 m로 해야 한다. 답 4 m

0839 오른쪽 그림과 같이 폭이 일정한 길을 가장자리로 이동하면 길을 제외한 땅의 넓이는 어두운 부분의 넓이와 같으므로



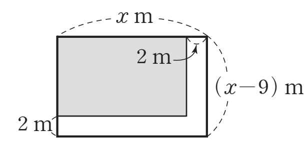
$(20-x)^2=289$

$20-x=\pm17$

$\therefore x=3$ 또는 $x=37$

그런데 $0<x<20$이므로 $\quad x=3$ 답 3

0840 오른쪽 그림과 같이 땅의 가로의 길이를 x m라 하면 세로의 길이는 $(x-9)$ m이다. 폭이 일정한 길을 가장자리로 이동하면 길을 제외한 땅의 넓이는 어두운 부분의 넓이와 같으므로



$(x-2)(x-9-2)=162$, 즉

$(x-2)(x-11)=162$ … 1단계

$x^2-13x+22=162$

$x^2-13x-140=0,\quad (x+7)(x-20)=0$

$\therefore x=-7$ 또는 $x=20$ … 2단계

그런데 $x>11$이므로 $\quad x=20$

따라서 땅의 가로의 길이는 20 m이다. … 3단계

답 20 m

단계	채점 요소	비율
1	이차방정식 세우기	40 %
2	이차방정식 풀기	40 %
3	땅의 가로의 길이 구하기	20 %

0841 처음 정사각형의 한 변의 길이를 x cm라 하면 뚜껑이 없는 상자의 밑면의 한 변의 길이는 $(x-6)$ cm이므로

$(x-6)^2\times3=243$

$(x-6)^2=81,\quad x-6=\pm9$

$\therefore x=-3$ 또는 $x=15$

그런데 $x>6$이므로 $\quad x=15$

따라서 처음 정사각형의 한 변의 길이는 15 cm이다.

답 15 cm

0842 상자의 높이를 x cm라 하면 밑면의 가로의 길이는 $(20-2x)$ cm, 세로의 길이는 $(14-2x)$ cm이므로

$(20-2x)(14-2x)=160$

$x^2-17x+30=0,\quad (x-2)(x-15)=0$

$\therefore x=2$ 또는 $x=15$

그런데 $x>0$, $14-2x>0$이므로 $\quad 0<x<7$

$\therefore x=2$

따라서 상자의 높이는 2 cm이다. 답 2 cm

0843 물받이의 높이를 x cm라 하면 물받이의 단면의 가로의 길이는 $(50-2x)$ cm이므로

$(50-2x)\times x=200$ … 1단계

$2x^2-50x+200=0$

$x^2-25x+100=0,\quad (x-5)(x-20)=0$

$\therefore x=5$ 또는 $x=20$ … 2단계

그런데 $x>0$, $50-2x>0$이므로 $\quad 0<x<25$

$\therefore x=5$ 또는 $x=20$

따라서 물받이의 높이가 될 수 있는 것은 5 cm, 20 cm이다.

… 3단계

답 5 cm, 20 cm

단계	채점 요소	비율
1	이차방정식 세우기	40 %
2	이차방정식 풀기	40 %
3	물받이의 높이가 될 수 있는 것 모두 구하기	20 %

0844 $\overline{AB}=x$라 하면 □AEFD는 정사각형이므로 $\overline{AE}=2$에서

$\overline{BE}=x-2$

이때 □ABCD∽□BCFE이므로

$\overline{AB}:\overline{BC}=\overline{AD}:\overline{BE}$

$x:2=2:(x-2),\quad x(x-2)=4$

$x^2-2x-4=0\quad \therefore x=1\pm\sqrt{5}$

그런데 $x>2$이므로 $\quad x=1+\sqrt{5}$

따라서 $\overline{AB}$의 길이는 $1+\sqrt{5}$이다. 답 $1+\sqrt{5}$

0845 작은 정삼각형의 한 변의 길이를 x cm라 하면 큰 정삼각형의 한 변의 길이는

$\dfrac{15-3x}{3}=5-x$ (cm)

큰 정삼각형과 작은 정삼각형은 닮은 도형이므로 닮음비는 $(5-x):x$이고 넓이의 비가 $4:3$이므로

$(5-x)^2:x^2=4:3$

$3(5-x)^2=4x^2,\quad x^2+30x-75=0$

$\therefore x=-15\pm\sqrt{300}=-15\pm10\sqrt{3}$

그런데 $0<x<5$이므로 $\quad x=-15+10\sqrt{3}$

따라서 작은 정삼각형의 한 변의 길이는 $(-15+10\sqrt{3})$ cm이다. 답 $(-15+10\sqrt{3})$ cm

참고 $\sqrt{289}<\sqrt{300}<\sqrt{324}$, 즉 $17<10\sqrt{3}<18$이므로

$2<-15+10\sqrt{3}<3$

다른 풀이 작은 정삼각형의 한 변의 길이를 x cm라 하면 큰 정삼각형의 한 변의 길이는

$\dfrac{15-3x}{3}=5-x$ (cm)

큰 정삼각형과 작은 정삼각형의 넓이의 비가 $4:3$이므로 닮음비는 $\quad 2:\sqrt{3}$

즉 $(5-x):x=2:\sqrt{3}$이므로

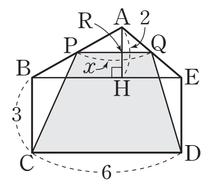
$\sqrt{3}(5-x)=2x,\quad 5\sqrt{3}-\sqrt{3}x=2x$

$(2+\sqrt{3})x=5\sqrt{3}$

$\therefore x=\dfrac{5\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}=5\sqrt{3}(2-\sqrt{3})=-15+10\sqrt{3}$

따라서 작은 정삼각형의 한 변의 길이는 $(-15+10\sqrt{3})$ cm이다.

0846 △APQ와 △ABE에서 $\overline{PQ}\,/\!/\,\overline{BE}$이므로



△APQ∽△ABE (AA 닮음)

$\overline{AH}$와 $\overline{PQ}$의 교점을 R라 하고 $\overline{PQ}=x$라 하자.

$\overline{AR}:\overline{AH}=\overline{PQ}:\overline{BE}$에서 $\quad \overline{AR}:2=x:6$

$\therefore \overline{AR}=\dfrac{1}{3}x$

즉 사다리꼴 PCDQ의 높이는

$\left(2-\dfrac{1}{3}x\right)+3=5-\dfrac{1}{3}x$

사다리꼴 PCDQ의 넓이가 직사각형 BCDE의 넓이와 같으므로

$\dfrac{1}{2}(x+6)\left(5-\dfrac{1}{3}x\right)=6\times3$

$x^2-9x+18=0$

$(x-3)(x-6)=0$

$\therefore x=3$ 또는 $x=6$

그런데 $0<x<6$이므로 $\quad x=3$

따라서 $\overline{PQ}$의 길이는 3이다. 답 3

시험에 꼭 나오는 문제

> 본문 120~123쪽

0847 전략 근의 공식을 이용하여 두 근 중 큰 근을 구한다.

$x^2+4x-6=0$에서

$x=-2\pm\sqrt{10}$

따라서 $a=-2+\sqrt{10}$이므로 $\quad a+2=\sqrt{10}$

답 ③

0848 전략 근의 공식을 이용하여 이차방정식을 풀고 주어진 해와 비교한다.

$ax^2-6x-2=0$에서

$x=\dfrac{3\pm\sqrt{9+2a}}{a}$

따라서 $a=4$, $9+2a=b$이므로 $\quad b=17$

$\therefore a+b=4+17=21$ 답 21

0849 전략 이차방정식의 양변에 분모의 최소공배수를 곱하여 계수를 정수로 고친다.

주어진 이차방정식의 양변에 6을 곱하면

$3(x-2)^2=2(x^2+6)$

$3x^2-12x+12=2x^2+12$

$x^2-12x=0,\quad x(x-12)=0$

$\therefore x=0$ 또는 $x=12$ 답 ③

0850 전략 이차방정식의 양변에 10의 거듭제곱을 곱하여 계수를 정수로 고친다.

주어진 이차방정식의 양변에 100을 곱하면

$9x^2-18x=5$

$9x^2-18x-5=0$

$\therefore x=\frac{9\pm\sqrt{126}}{9}=\frac{9\pm3\sqrt{14}}{9}=1\pm\frac{\sqrt{14}}{3}$

따라서 두 근의 차는

$1+\frac{\sqrt{14}}{3}-\left(1-\frac{\sqrt{14}}{3}\right)=\frac{2\sqrt{14}}{3}$ 답 ①

0851 전략 공통부분을 한 문자로 놓는다.

$x-2=A$로 놓으면

$A^2+2A-15=0,\quad (A+5)(A-3)=0$

$\therefore A=-5$ 또는 $A=3$

즉 $x-2=-5$ 또는 $x-2=3$이므로

$x=-3$ 또는 $x=5$

$\alpha<\beta$이므로 $\alpha=-3,\ \beta=5$

따라서 $\alpha x+\beta+1=0$에서 $-3x+6=0$

$\therefore x=2$ 답 $x=2$

0852 전략 주어진 A, B의 값을 이차방정식에 대입하여 근의 개수를 확인한다.

ㄱ. $x^2+4x+2=0$에서 $4^2-4\times1\times2=8>0$이므로 서로 다른 두 근을 갖는다.

ㄴ. $x^2-6x+9=0$에서 $(-6)^2-4\times1\times9=0$이므로 중근을 갖는다.

ㄷ. $B<0$이면 $A^2-4B>0$이므로 서로 다른 두 근을 갖는다.

이상에서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ이다. 답 ③

0853 전략 이차방정식이 중근을 가질 조건을 이용한다.

$4x^2-2x+\frac{k}{8}=0$이 중근을 가지므로

$(-2)^2-4\times4\times\frac{k}{8}=0,\quad 4-2k=0$

$\therefore k=2$

즉 $(k-1)x^2-kx-1=0$은 $x^2-2x-1=0$이므로

$x=1\pm\sqrt{2}$ 답 ③

0854 전략 이차방정식이 근을 가질 조건을 이용한다.

$3mx^2-9x+1=0$이 근을 가지므로

$(-9)^2-4\times3m\times1\geq0$

$-12m\geq-81\quad \therefore m\leq\frac{27}{4}$

따라서 자연수 m은 1, 2, 3, ⋯, 6의 6개이다. 답 ④

0855 전략 두 이차방정식의 해에 대한 조건을 동시에 만족시키는 a의 값을 찾는다.

$x^2+(a+3)x+1=0$이 중근을 가지므로

$(a+3)^2-4\times1\times1=0$

$a^2+6a+5=0,\quad (a+5)(a+1)=0$

$\therefore a=-5$ 또는 $a=-1$ ⋯⋯ ㉠

$x^2-5x-2a=0$이 근을 갖지 않으므로

$(-5)^2-4\times1\times(-2a)<0,\quad 8a<-25$

$\therefore a<-\frac{25}{8}$ ⋯⋯ ㉡

㉠, ㉡을 동시에 만족시키는 a의 값은 -5이다. 답 -5

0856 전략 주어진 중근과 x^2의 계수를 이용하여 이차방정식을 구한다.

중근 $x=-1$을 갖고 x^2의 계수가 8인 이차방정식은

$8(x+1)^2=0\quad \therefore 8x^2+16x+8=0$

따라서 $2a=16$, $b=8$이므로 $a=8$

$\therefore a+b=8+8=16$ 답 ⑤

0857 전략 주어진 두 근과 x^2의 계수를 이용하여 이차방정식을 구한다.

두 근이 $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{2}$이고 x^2의 계수가 6인 이차방정식은

$6\left(x-\frac{1}{3}\right)\left(x-\frac{1}{2}\right)=0\quad \therefore 6x^2-5x+1=0$

$\therefore a=-5,\ b=1$

따라서 -5, 1을 두 근으로 하고 x^2의 계수가 1인 이차방정식은

$(x+5)(x-1)=0\quad \therefore x^2+4x-5=0$ 답 ④

0858 전략 주어진 식을 이용하여 이차방정식을 세운다.

$\frac{n(n+1)}{2}=21$에서 $n^2+n-42=0$

$(n+7)(n-6)=0$

$\therefore n=-7$ 또는 $n=6$

그런데 n은 자연수이므로 $n=6$

따라서 사용한 점의 개수가 21인 삼각형은 6번째 삼각형이다.

답 6번째

0859 전략 연속하는 두 자연수를 x, $x+1$로 놓고 이차방정식을 세운다.

연속하는 두 자연수를 x, $x+1$이라 하면

$3x^2=(x+1)^2+3,\quad 2x^2-2x-4=0$

$x^2-x-2=0,\quad (x+1)(x-2)=0$

$\therefore x=-1$ 또는 $x=2$

그런데 x는 자연수이므로 $x=2$

따라서 두 수는 2, 3이므로 구하는 곱은

$2\times3=6$ 답 ①

0860 전략 펼쳐져 있는 책의 두 면의 쪽수는 연속하는 두 자연수임을 이용한다.

펼쳐진 두 면의 쪽수를 x, $x+1$이라 하면

$x(x+1)=930,\quad x^2+x-930=0$

$(x+31)(x-30)=0$

$\therefore x=-31$ 또는 $x=30$

그런데 x는 자연수이므로 $\quad x=30$

따라서 두 면의 쪽수는 30, 31이므로 구하는 합은

$30+31=61$

답 61

0861 전략 비가 온 날을 x일이라 하고 이차방정식을 세운다.

비가 온 날을 x일이라 하면 비가 오지 않은 날은 $(30-x)$일이므로

$x^2=4(30-x)-3, \quad x^2+4x-117=0$

$(x+13)(x-9)=0$

$\therefore x=-13$ 또는 $x=9$

그런데 x는 자연수이므로 $\quad x=9$

따라서 비가 온 날은 9일이다.

답 9일

0862 전략 주어진 식을 이용하여 물 로켓이 지면으로부터 55 m의 높이에 도달할 때까지 걸린 시간을 구한다.

$10+30x-5x^2=55$에서 $\quad -5x^2+30x-45=0$

$x^2-6x+9=0, \quad (x-3)^2=0$

$\therefore x=3$

따라서 물 로켓이 55 m의 높이에 도달하는 것은 쏘아 올린 지 3초 후이다.

답 ②

0863 전략 x초 후의 가로, 세로의 길이를 이용하여 이차방정식을 세운다.

x초 후에 처음 직사각형의 넓이와 같아진다고 하면

$(16-x)(12+2x)=16\times12$

$2x^2-20x=0, \quad x^2-10x=0$

$x(x-10)=0$

$\therefore x=0$ 또는 $x=10$

그런데 $0<x<16$이므로 $\quad x=10$

따라서 처음 직사각형의 넓이와 같아지는 것은 10초 후이다.

답 10초

0864 전략 산책로의 폭을 x m라 하고 이차방정식을 세운다.

산책로의 폭을 x m라 하면

$(11+2x)(8+2x)-11\times8=92$

$4x^2+38x-92=0, \quad 2x^2+19x-46=0$

$(2x+23)(x-2)=0$

$\therefore x=-\frac{23}{2}$ 또는 $x=2$

그런데 $x>0$이므로 $\quad x=2$

따라서 산책로의 폭은 2 m이다.

답 2 m

0865 전략 계수가 분수이면 양변에 분모의 최소공배수를 곱하여 계수를 정수로 고쳐서 푼다.

$(2x+3)(x+3)=x^2+19$에서

$x^2+9x-10=0, \quad (x+10)(x-1)=0$

$\therefore x=-10$ 또는 $x=1$ … 1단계

$a>b$이므로 $\quad a=1,\ b=-10$ … 2단계

$\frac{1}{b}x^2-\frac{1}{5}x+a=0$에서 $\quad -\frac{1}{10}x^2-\frac{1}{5}x+1=0$

$x^2+2x-10=0$

$\therefore x=-1\pm\sqrt{11}$ … 3단계

답 $x=-1\pm\sqrt{11}$

단계	채점 요소	비율
1	$(2x+3)(x+3)=x^2+19$ 풀기	40 %
2	a, b의 값 구하기	20 %
3	$\frac{1}{b}x^2-\frac{1}{5}x+a=0$ 풀기	40 %

0866 전략 공통부분을 한 문자로 놓는다.

$a-b=A$로 놓으면

$3A^2-10A-8=0$

$(3A+2)(A-4)=0$

$\therefore A=-\frac{2}{3}$ 또는 $A=4$ … 1단계

이때 $a>b$에서 $A=a-b>0$이므로 $\quad A=4$

$\therefore a-b=4$ …… ㉠ … 2단계

따라서 $a+b=6$과 ㉠을 연립하여 풀면

$a=5,\ b=1$ … 3단계

답 $a=5,\ b=1$

단계	채점 요소	비율
1	$a-b=A$로 놓고 A에 대한 이차방정식 풀기	40 %
2	$a-b$의 값 구하기	30 %
3	a, b의 값 구하기	30 %

0867 전략 $\overline{AC}$의 길이를 x cm로 놓고 이차방정식을 세운다.

$\overline{AC}=x$ cm라 하면 $\quad \overline{CB}=(10-x)$ cm

(색칠한 부분의 넓이)

$=$($\overline{AB}$를 지름으로 하는 반원의 넓이)

$-$($\overline{AC}$를 지름으로 하는 반원의 넓이)

$-$($\overline{CB}$를 지름으로 하는 반원의 넓이)

이므로

$6\pi=\frac{1}{2}\times\pi\times\left(\frac{10}{2}\right)^2$

$-\frac{1}{2}\times\pi\times\left(\frac{x}{2}\right)^2-\frac{1}{2}\times\pi\times\left(\frac{10-x}{2}\right)^2$ … 1단계

$12=25-\frac{x^2}{4}-\frac{(10-x)^2}{4}$

$48=100-x^2-(10-x)^2$

$2x^2-20x+48=0$

$x^2-10x+24=0$

$(x-4)(x-6)=0$

$\therefore x=4$ 또는 $x=6$ … 2단계

그런데 $\overline{AC}>\overline{CB}$이므로 $\quad x=6$

따라서 $\overline{AC}$의 길이는 6 cm이다. … 3단계

답 6 cm

단계	채점 요소	비율
1	이차방정식 세우기	40 %
2	이차방정식 풀기	40 %
3	$\overline{AC}$의 길이 구하기	20 %

0868 전략 이차방정식이 중근을 갖도록 하는 조건을 이용한다.

$(k^2-4)x^2-(k+2)x+3=0$이 중근을 가지므로

$\{-(k+2)\}^2-4\times(k^2-4)\times3=0$

$11k^2-4k-52=0,\quad (k+2)(11k-26)=0$

$\therefore k=-2$ 또는 $k=\frac{26}{11}$

그런데 주어진 방정식은 이차방정식이므로 $k^2-4\neq0$

$(k+2)(k-2)\neq0 \quad \therefore k\neq-2,\ k\neq2$

$\therefore k=\frac{26}{11}$ 답 $\frac{26}{11}$

0869 전략 상품의 가격과 판매량을 문자로 놓고 이차방정식을 세운다.

상품의 가격이 a원일 때의 판매량을 b개라 하자.

a원에서 $10x$ %만큼 인하한 가격은

$a\left(1-\frac{10x}{100}\right)$원

b개에서 $20x$ %만큼 늘어난 판매량은

$b\left(1+\frac{20x}{100}\right)$개

상품의 총 판매 금액이 가격 인하 전과 같아졌으므로

$a\left(1-\frac{10x}{100}\right)\times b\left(1+\frac{20x}{100}\right)=ab$

$\left(1-\frac{10x}{100}\right)\left(1+\frac{20x}{100}\right)=1$

$x^2-5x=0,\quad x(x-5)=0$

$\therefore x=0$ 또는 $x=5$

그런데 $x>0$이므로 $\quad x=5$ 답 5

0870 전략 $\overline{AE}=x$라 하고 닮음비를 이용하여 필요한 선분의 길이를 x에 대한 식으로 나타낸다.

$\overline{AE}=x$라 하면 $\overline{GC}=\overline{OF}=\overline{EB}=3-x$이고

$\triangle OBF \backsim \triangle DBC$ (AA 닮음)이므로

$\overline{BF}:\overline{BC}=\overline{OF}:\overline{DC}$

$\overline{BF}:6=(3-x):3,\quad 3\overline{BF}=6(3-x)$

$\therefore \overline{BF}=2(3-x)$

$\overline{FC}=\overline{BC}-\overline{BF}=6-2(3-x)=2x$

□AEOH와 □OFCG의 넓이의 합이 5이므로

$\overline{AE}\times\overline{AH}+\overline{FC}\times\overline{GC}=5$

$x\times2(3-x)+2x\times(3-x)=5$

$4x^2-12x+5=0,\quad (2x-1)(2x-5)=0$

$\therefore x=\frac{1}{2}$ 또는 $x=\frac{5}{2}$

그런데 $0<x<\frac{3}{2}$이므로 $\quad x=\frac{1}{2}$

따라서 $\overline{AE}$의 길이는 $\frac{1}{2}$이다. 답 $\frac{1}{2}$

IV. 이차함수

08 이차함수의 그래프 (1)

교과서문제 정복하기

본문 127, 129쪽

0871 $y=x^2-2x-1$이므로 이차함수이다. 답 ○

0872 $y=3x-14$이므로 이차함수가 아니다. 답 ×

0873 $y=-\frac{1}{4}x^2+\frac{1}{4}$이므로 이차함수이다. 답 ○

0874 $y=-\frac{1}{2}x^2+4x$이므로 이차함수이다. 답 $y=-\frac{1}{2}x^2+4x$, ○

0875 $y=x^3$이므로 이차함수가 아니다. 답 $y=x^3$, ×

0876 $y=4\pi x^2$이므로 이차함수이다. 답 $y=4\pi x^2$, ○

0877 $f(0)=0^2-5\times0+1=1$ 답 1

0878 $f(2)=2^2-5\times2+1=-5$ 답 -5

0879 $f(-3)=(-3)^2-5\times(-3)+1=25$ 답 25

0880 $f\left(\frac{1}{5}\right)=\left(\frac{1}{5}\right)^2-5\times\frac{1}{5}+1=\frac{1}{25}$ 답 $\frac{1}{25}$

0881 답 아래

0882 답 y

0883 답 감소, 증가

0884 답 x

0885 답 $(0,\ 0)$

0886 답 $x=0$

0887 답 $y=-\frac{3}{4}x^2$

0888 답 ㄷ

08 이차함수의 그래프 (1)

0889 답 ㉣

0890 답 ㉠

0891 답 ㉡

0892 답 ㄴ, ㄷ

0893 답 ㄹ

0894 답 ㄱ과 ㄷ

0895 답 $y=3x^2+5$

0896 답 $y=\frac{1}{2}x^2-1$

0897 답 $y=-4x^2-\frac{1}{3}$

0898 답 꼭짓점의 좌표: $(0,\ -7)$
축의 방정식: $x=0$

0899 답 꼭짓점의 좌표: $(0,\ 4)$
축의 방정식: $x=0$

0900 그래프가 아래로 볼록하므로
$a>0$
꼭짓점 $(0,\ q)$가 x축의 아래쪽에 있으므로
$q<0$ 답 $a>0,\ q<0$

0901 그래프가 위로 볼록하므로
$a<0$
꼭짓점 $(0,\ q)$가 x축의 위쪽에 있으므로
$q>0$ 답 $a<0,\ q>0$

0902 답 $y=\frac{1}{5}(x+6)^2$

0903 답 $y=-3(x-4)^2$

0904 답 $y=-8\left(x+\frac{3}{2}\right)^2$

0905 답 꼭짓점의 좌표: $(-1,\ 0)$
축의 방정식: $x=-1$

0906 답 꼭짓점의 좌표: $(4,\ 0)$
축의 방정식: $x=4$

0907 그래프가 아래로 볼록하므로
$a>0$
꼭짓점 $(p,\ 0)$이 y축의 왼쪽에 있으므로
$p<0$ 답 $a>0,\ p<0$

0908 그래프가 위로 볼록하므로
$a<0$
꼭짓점 $(p,\ 0)$이 y축의 오른쪽에 있으므로
$p>0$ 답 $a<0,\ p>0$

0909 답 $y=6(x+5)^2+2$

0910 답 $y=-2(x-4)^2-1$

0911 답 $y=\frac{3}{7}(x+3)^2-\frac{1}{2}$

0912 답 꼭짓점의 좌표: $(-1,\ 5)$
축의 방정식: $x=-1$

0913 답 꼭짓점의 좌표: $(2,\ -7)$
축의 방정식: $x=2$

0914 그래프가 아래로 볼록하므로
$a>0$
꼭짓점 $(p,\ q)$가 제4사분면 위에 있으므로
$p>0,\ q<0$ 답 $a>0,\ p>0,\ q<0$

0915 그래프가 위로 볼록하므로
$a<0$
꼭짓점 $(p,\ q)$가 제2사분면 위에 있으므로
$p<0,\ q>0$ 답 $a<0,\ p<0,\ q>0$

유형 익히기

> 본문 130~140쪽

0916 ① $y=6x-3$ ➡ 일차함수이다.
② $y=\frac{1}{x^2}$ ➡ 이차함수가 아니다.
③ $y=\frac{1}{4}x^2-\frac{1}{2}x+1$ ➡ 이차함수이다.
④ $y=5x$ ➡ 일차함수이다.
⑤ $y=-10x+15$ ➡ 일차함수이다.
따라서 y가 x에 대한 이차함수인 것은 ③이다. 답 ③

0917 ① $y=\frac{1}{5}x^2$ ➡ 이차함수이다.
② $y=2x^2+4x+1$ ➡ 이차함수이다.

③ $3x^2-4x+1=0$ ➡ 이차방정식이다.
④ $y=1-x^2$ ➡ 이차함수이다.
⑤ $y=2x^3+x-1$ ➡ 이차함수가 아니다.
따라서 y가 x에 대한 이차함수가 아닌 것은 ③, ⑤이다.

답 ③, ⑤

0918 ① $y=2\pi\times 2x=4\pi x$ ➡ 일차함수이다.
② $y=60x$ ➡ 일차함수이다.
③ $y=\frac{1}{2}\times x\times 4=2x$ ➡ 일차함수이다.
④ $y=\frac{x(x-3)}{2}=\frac{1}{2}x^2-\frac{3}{2}x$ ➡ 이차함수이다.
⑤ $y=3000x$ ➡ 일차함수이다.
따라서 y가 x에 대한 이차함수인 것은 ④이다.

답 ④

0919 $y=(x+1)^2-kx^2+8$
$=x^2+2x+1-kx^2+8$
$=(1-k)x^2+2x+9$
이차함수가 되려면
$1-k\neq 0$ $\therefore k\neq 1$

답 ④

0920 $y=-ax(3-x)+2+4x^2$
$=-3ax+ax^2+2+4x^2$
$=(a+4)x^2-3ax+2$
이차함수이므로
$a+4\neq 0$ $\therefore a\neq -4$
따라서 a의 값이 될 수 없는 것은 ①이다.

답 ①

0921 $y=k(k-5)x^2+7x+6x^2$
$=(k^2-5k+6)x^2+7x$ … 1단계
이차함수가 되려면
$k^2-5k+6\neq 0$, $(k-2)(k-3)\neq 0$
$\therefore k\neq 2$이고 $k\neq 3$ … 2단계

답 $k\neq 2$이고 $k\neq 3$

단계	채점 요소	비율
1	$y=ax^2+bx+c$의 꼴로 정리하기	40 %
2	k의 조건 구하기	60 %

0922 $f(x)=x^2-6x+4$에서
$f(0)=0^2-6\times 0+4=4$
$f(-1)=(-1)^2-6\times(-1)+4=11$
$\therefore f(0)f(-1)=4\times 11=44$

답 ⑤

0923 $f(-2)=-(-2)^2+a\times(-2)-3$
$=-2a-7$
$f(-2)=-9$이므로
$-2a-7=-9$, $-2a=-2$
$\therefore a=1$

답 ④

0924 $f(a)=2a^2-5a-1$이므로
$2a^2-5a-1=2$, $2a^2-5a-3=0$
$(2a+1)(a-3)=0$
$\therefore a=-\frac{1}{2}$ 또는 $a=3$
그런데 a는 정수이므로 $a=3$

답 3

0925 $f(x)=x^2+ax+b$에 대하여
$f(1)=2$에서 $1+a+b=2$
$\therefore a+b=1$ …… ㉠
$f(-1)=4$에서 $1-a+b=4$
$\therefore -a+b=3$ …… ㉡ … 1단계
㉠, ㉡을 연립하여 풀면
$a=-1$, $b=2$ … 2단계
$\therefore 2a-b=2\times(-1)-2=-4$ … 3단계

답 -4

단계	채점 요소	비율
1	a, b에 대한 연립방정식 세우기	50 %
2	a, b의 값 구하기	40 %
3	$2a-b$의 값 구하기	10 %

0926 그래프가 위로 볼록하므로 x^2의 계수가 음수이어야 한다. x^2의 계수가 음수인 이차함수의 x^2의 계수의 절댓값의 대소를 비교하면
$\left|-\frac{2}{3}\right|<|-2|<\left|-\frac{8}{3}\right|$
따라서 그래프가 위로 볼록하면서 폭이 가장 넓은 것은 ②이다.

답 ②

0927 $y=ax^2$의 그래프가 두 이차함수 $y=3x^2$과 $y=\frac{2}{5}x^2$의 그래프 사이에 있으므로
$\frac{2}{5}<a<3$

답 $\frac{2}{5}<a<3$

0928 $y=ax^2$의 그래프가 색칠한 부분에 있으려면
(i) 그래프가 아래로 볼록한 경우
$a>0$이고, $|a|<|1|$이어야 하므로
$0<a<1$
(ii) 그래프가 위로 볼록한 경우
$a<0$이고, $|a|<\left|-\frac{1}{2}\right|$이어야 하므로
$-\frac{1}{2}<a<0$
(i), (ii)에서 a의 값이 될 수 있는 것은 ③이다.

답 ③

0929 $y=ax^2$의 그래프와 $y=-ax^2$의 그래프는 x축에 대하여 대칭이다.
따라서 보기의 이차함수 중 그래프가 x축에 대하여 대칭인 것은 ㄱ과 ㅁ, ㄴ과 ㅂ이다.

답 ①, ③

0930 $y=\frac{1}{5}x^2$의 그래프와 x축에 대하여 대칭인 것은
$y=-\frac{1}{5}x^2$의 그래프이다. 답 ③

0931 $y=-4x^2$의 그래프와 x축에 대하여 대칭인 것은
$y=4x^2$의 그래프이므로

$a=4$ … 1단계

$y=\frac{3}{2}x^2$의 그래프와 x축에 대하여 대칭인 것은 $y=-\frac{3}{2}x^2$의 그래프이므로

$b=-\frac{3}{2}$ … 2단계

$\therefore ab=4\times\left(-\frac{3}{2}\right)=-6$ … 3단계

답 -6

단계	채점 요소	비율
1	a의 값 구하기	40 %
2	b의 값 구하기	40 %
3	ab의 값 구하기	20 %

0932 ① 꼭짓점의 좌표는 $(0, 0)$이다.
② 축의 방정식은 $x=0$이다.
③ 위로 볼록한 포물선이다.
④ $\left|\frac{1}{3}\right|<|-3|$이므로 $y=-3x^2$의 그래프는 $y=\frac{1}{3}x^2$의 그래프보다 폭이 좁다.
⑤ $y=3x^2$의 그래프와 x축에 대하여 대칭이다.
따라서 옳은 것은 ④이다. 답 ④

0933 ② a의 절댓값이 클수록 그래프의 폭이 좁아진다.
⑤ $y=ax^2$의 그래프에서 $a<0$이면 $x>0$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값은 감소한다.
따라서 옳지 않은 것은 ②, ⑤이다. 답 ②, ⑤

0934 ① 그래프가 아래로 볼록한 것은 (나), (다)이다.
② 모두 y축을 축으로 하는 포물선이다.
③ $\left|\frac{1}{5}\right|<|5|$이므로 (나)는 (다)보다 그래프의 폭이 넓다.
⑤ (가)의 그래프는 (다)의 그래프와 x축에 대하여 대칭이다.
따라서 옳은 것은 ④이다. 답 ④

0935 $y=ax^2$의 그래프가 점 $(-1, 4)$를 지나므로

$4=a\times(-1)^2 \qquad \therefore a=4$

$y=4x^2$의 그래프가 점 $(3, b)$를 지나므로

$b=4\times3^2=36$

$\therefore a+b=4+36=40$ 답 40

0936 ③ $x=-\frac{1}{5}$, $y=-\frac{1}{5}$을 $y=5x^2$에 대입하면

$-\frac{1}{5}\neq5\times\left(-\frac{1}{5}\right)^2$

따라서 $y=5x^2$의 그래프 위의 점이 아닌 것은 ③이다. 답 ③

0937 $y=-6x^2$의 그래프가 점 $(k, 3k)$를 지나므로

$3k=-6k^2, \qquad 2k^2+k=0$

$k(2k+1)=0$

$\therefore k=0$ 또는 $k=-\frac{1}{2}$

그런데 $k\neq0$이므로 $\quad k=-\frac{1}{2}$ 답 $-\frac{1}{2}$

0938 $y=-\frac{1}{4}x^2$의 그래프가 점 $(-4, a)$를 지나므로

$a=-\frac{1}{4}\times(-4)^2=-4$

$y=-\frac{1}{4}x^2$의 그래프와 x축에 대하여 대칭인 것은 $y=\frac{1}{4}x^2$의 그래프이므로 $\quad b=\frac{1}{4}$

$\therefore ab=(-4)\times\frac{1}{4}=-1$ 답 -1

0939 원점을 꼭짓점으로 하는 포물선이므로 이차함수의 식을 $y=ax^2$으로 놓으면 이 그래프가 점 $(2, -3)$을 지나므로

$-3=a\times2^2 \qquad \therefore a=-\frac{3}{4}$

따라서 구하는 이차함수의 식은

$y=-\frac{3}{4}x^2$ 답 ③

0940 원점을 꼭짓점으로 하는 포물선이므로 이차함수의 식을 $y=ax^2$으로 놓으면 이 그래프가 점 $(-6, 24)$를 지나므로

$24=a\times(-6)^2 \qquad \therefore a=\frac{2}{3}$

따라서 $y=\frac{2}{3}x^2$의 그래프가 점 $(k, 6)$을 지나므로

$6=\frac{2}{3}k^2, \qquad k^2=9 \qquad \therefore k=\pm3$

그런데 $k>0$이므로 $\quad k=3$ 답 3

0941 원점을 꼭짓점으로 하는 포물선이므로 $f(x)=ax^2$으로 놓으면 $y=f(x)$의 그래프가 점 $(4, 8)$을 지나므로

$8=a\times4^2 \qquad \therefore a=\frac{1}{2}$

따라서 $f(x)=\frac{1}{2}x^2$이므로 … 1단계

$f(-2)=\frac{1}{2}\times(-2)^2=2$ … 2단계

답 2

단계	채점 요소	비율
1	$f(x)$ 구하기	70 %
2	$f(-2)$의 값 구하기	30 %

0942 $y=3x^2$의 그래프를 y축의 방향으로 -5만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=3x^2-5$

이 그래프가 점 $(-2,\ a)$를 지나므로

$a=3\times(-2)^2-5=7$ 답 7

0943 $y=-\frac{1}{4}x^2+1$의 그래프는 꼭짓점의 좌표가 $(0,\ 1)$이고 위로 볼록한 포물선이다.

따라서 그래프로 알맞은 것은 ④이다. 답 ④

0944 $y=-\frac{5}{2}x^2+q$의 그래프가 점 $(2,\ -6)$을 지나므로

$-6=-\frac{5}{2}\times2^2+q \qquad \therefore q=4$ … 1단계

따라서 $y=-\frac{5}{2}x^2+4$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(0,\ 4)$이다. … 2단계

답 $(0,\ 4)$

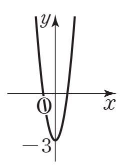
단계	채점 요소	비율
1	q의 값 구하기	70 %
2	꼭짓점의 좌표 구하기	30 %

0945 ① 꼭짓점의 좌표는 $(0,\ 7)$이다.

⑤ $\left|-\frac{5}{2}\right|>|-2|$이므로 $y=-2x^2+7$의 그래프는 $y=-\frac{5}{2}x^2+7$의 그래프보다 폭이 넓다.

따라서 옳지 않은 것은 ①, ⑤이다. 답 ①, ⑤

0946 ㄱ. 오른쪽 그림과 같이 모든 사분면을 지난다.

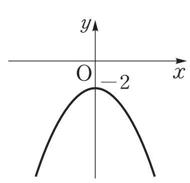


ㄴ. 꼭짓점의 좌표는 $(0,\ -3)$이다.

ㄹ. $y=5x^2$의 그래프를 y축의 방향으로 -3만큼 평행이동한 것이다.

이상에서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다. 답 ㄱ, ㄷ

0947 ② 오른쪽 그림과 같이 제3사분면과 제4사분면을 지난다.



④ $x>0$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값은 감소한다.

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

답 ④

0948 꼭짓점의 좌표가 $(0,\ 3)$이므로 이차함수의 식을 $y=ax^2+3$으로 놓으면 이 그래프가 점 $(2,\ -2)$를 지나므로

$-2=a\times2^2+3 \qquad \therefore a=-\frac{5}{4}$

따라서 구하는 이차함수의 식은

$y=-\frac{5}{4}x^2+3$ 답 ①

0949 꼭짓점의 좌표가 $(0,\ -1)$이므로 이차함수의 식을 $y=ax^2-1$로 놓으면 이 그래프가 점 $(-4,\ -9)$를 지나므로

$-9=a\times(-4)^2-1 \qquad \therefore a=-\frac{1}{2}$

$\therefore y=-\frac{1}{2}x^2-1$

주어진 점의 좌표를 각각 대입하면

① $-3=-\frac{1}{2}\times(-2)^2-1$

② $-1\neq-\frac{1}{2}\times(-1)^2-1$

③ $-\frac{11}{2}=-\frac{1}{2}\times3^2-1$

④ $-9=-\frac{1}{2}\times4^2-1$

⑤ $-19=-\frac{1}{2}\times6^2-1$

따라서 이차함수의 그래프 위의 점이 아닌 것은 ②이다.

답 ②

0950 꼭짓점의 좌표가 $(0,\ -2)$이므로 $f(x)=ax^2-2$로 놓으면 이 그래프가 점 $(3,\ 1)$을 지나므로

$1=a\times3^2-2 \qquad \therefore a=\frac{1}{3}$

따라서 $f(x)=\frac{1}{3}x^2-2$이므로

$f(-3)=\frac{1}{3}\times(-3)^2-2=1$

$f(2)=\frac{1}{3}\times2^2-2=-\frac{2}{3}$

$\therefore f(-3)+3f(2)=1+3\times\left(-\frac{2}{3}\right)$

$=-1$ 답 -1

0951 $y=3(x+5)^2$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(-5,\ 0)$이고, 축의 방정식은 $x=-5$이므로

$a=-5,\ b=0,\ c=-5$

$\therefore a-b+c=-5-0+(-5)=-10$ 답 -10

0952 $y=\frac{1}{2}(x-2)^2$의 그래프는 꼭짓점의 좌표가 $(2,\ 0)$이고 아래로 볼록한 포물선이다.

또 $x=0$일 때 $y=\frac{1}{2}\times(0-2)^2=2$이므로 y축과의 교점의 좌표는 $(0,\ 2)$이다.

따라서 그래프로 알맞은 것은 ②이다. 답 ②

0953 $y=-\frac{1}{5}x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 a만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=-\frac{1}{5}(x-a)^2$

이 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(a,\ 0)$이므로

$a=-1$ … 1단계

08 이차함수의 그래프 (1)

$y=-\frac{1}{5}(x+1)^2$의 그래프가 점 $(4,\ b)$를 지나므로

$b=-\frac{1}{5}\times(4+1)^2=-5$ … 2단계

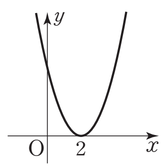
$\therefore\ a+b=-1+(-5)=-6$ … 3단계

답 -6

단계	채점 요소	비율
1	a의 값 구하기	40 %
2	b의 값 구하기	40 %
3	$a+b$의 값 구하기	20 %

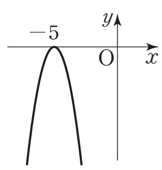
0954 ④ $x=-1$이면 $y=0$이므로 모든 실수 x에 대하여 y의 값은 음이 아닌 실수이다.
따라서 옳지 않은 것은 ④이다. 답 ④

0955 $y=(x-2)^2$의 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 x의 값이 증가할 때 y의 값은 감소하는 x의 값의 범위는 $x<2$이다.



답 ③

0956 $y=-2x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 -5만큼 평행이동한 그래프의 식은



$y=-2(x+5)^2$

ㄴ. 축의 방정식이 $x=-5$이므로 직선 $x=-5$에 대하여 대칭이다.

ㄹ. $x>-5$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값은 감소한다.

이상에서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다. 답 ㄱ, ㄷ

0957 꼭짓점의 좌표가 $(4,\ 0)$이므로 이차함수의 식을 $y=a(x-4)^2$으로 놓으면 이 그래프가 점 $(0,\ 4)$를 지나므로

$4=a\times(0-4)^2 \qquad \therefore\ a=\frac{1}{4}$

따라서 구하는 이차함수의 식은

$y=\frac{1}{4}(x-4)^2$ 답 ②

0958 축의 방정식이 $x=1$이고 x축에 접하므로 꼭짓점의 좌표는 $(1,\ 0)$이다.
이차함수의 식을 $y=a(x-1)^2$으로 놓으면 이 그래프가 점 $(0,\ -3)$을 지나므로

$-3=a$

따라서 구하는 이차함수의 식은

$y=-3(x-1)^2$ 답 ④

0959 $y=(x+6)^2$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(-6,\ 0)$
주어진 이차함수의 식을 $y=a(x+6)^2$으로 놓으면 이 그래프가 점 $(-4,\ 6)$을 지나므로

$6=a\times(-4+6)^2 \qquad \therefore\ a=\frac{3}{2}$

따라서 주어진 이차함수의 식은

$y=\frac{3}{2}(x+6)^2$ … 1단계

이 이차함수의 그래프가 점 $(k,\ 24)$를 지나므로

$24=\frac{3}{2}(k+6)^2, \qquad (k+6)^2=16$

$k+6=\pm4$

$\therefore\ k=-10$ 또는 $k=-2$ … 2단계

따라서 모든 k의 값의 합은 $-10+(-2)=-12$ … 3단계

답 -12

단계	채점 요소	비율
1	이차함수의 식 구하기	60 %
2	k의 값 구하기	30 %
3	모든 k의 값의 합 구하기	10 %

0960 $y=a(x+p)^2-3$의 그래프의 축의 방정식은 $x=-p$이므로

$-p=-2 \qquad \therefore\ p=2$

$y=a(x+2)^2-3$의 그래프가 점 $(-3,\ 1)$을 지나므로

$1=a\times(-3+2)^2-3 \qquad \therefore\ a=4$

$\therefore\ a-p=4-2=2$ 답 2

0961 $y=-\frac{8}{5}x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 m만큼, y축의 방향으로 n만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=-\frac{8}{5}(x-m)^2+n$

이 그래프가 $y=-\frac{8}{5}(x+1)^2-5$의 그래프와 일치하므로

$m=-1,\ n=-5$

$\therefore\ m+n=-1+(-5)=-6$ 답 -6

0962 $y=-\frac{1}{2}(x-3)^2-4$의 그래프는 꼭짓점의 좌표가 $(3,\ -4)$이고 위로 볼록한 포물선이다.
또 $x=0$일 때, $y=-\frac{1}{2}\times(0-3)^2-4=-\frac{17}{2}$이므로 y축과의 교점의 좌표는 $\left(0,\ -\frac{17}{2}\right)$이다.
따라서 그래프로 알맞은 것은 ②이다. 답 ②

0963 각 이차함수의 그래프의 꼭짓점의 좌표를 구하면
① $(0,\ 1)$ ➡ 꼭짓점이 y축 위에 있다.
② $(-3,\ 0)$ ➡ 꼭짓점이 x축 위에 있다.
③ $(1,\ 6)$ ➡ 꼭짓점이 제1사분면 위에 있다.
④ $(5,\ -2)$ ➡ 꼭짓점이 제4사분면 위에 있다.
⑤ $(-2,\ -4)$ ➡ 꼭짓점이 제3사분면 위에 있다.
따라서 꼭짓점이 제3사분면 위에 있는 것은 ⑤이다. 답 ⑤

0964 $y=-3x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 5만큼, y축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=-3(x-5)^2-2$ … 1단계

따라서 꼭짓점의 좌표는 $(5,\ -2)$이고 직선 $x=5$를 축으로 하므로

$p=5,\ q=-2,\ k=5$ … 2단계

$\therefore\ p-q+k=5-(-2)+5$

$=12$ … 3단계

답 12

단계	채점 요소	비율
1	평행이동한 그래프의 식 구하기	40 %
2	$p,\ q,\ k$의 값 구하기	40 %
3	$p-q+k$의 값 구하기	20 %

0965 $y=6(x+p)^2+q$의 그래프의 축의 방정식은 $x=-p$이므로

$-p=-1 \qquad \therefore\ p=1$

$\therefore\ y=6(x+1)^2+q$

이때 꼭짓점 $(-1,\ q)$가 직선 $y=2x+7$ 위에 있으므로

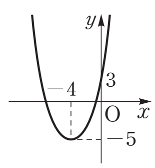
$q=2\times(-1)+7=5$

$\therefore\ p+q=1+5=6$

답 ③

0966 $y=\frac{1}{2}(x+4)^2-5$의 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 x의 값이 증가할 때 y의 값도 증가하는 x의 값의 범위는 $x>-4$이다.

답 ④

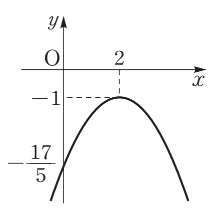


0967 $y=-\frac{3}{5}x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 2만큼, y축의 방향으로 -1만큼 평행이동한 그래프의 식은

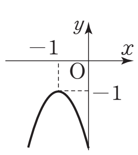
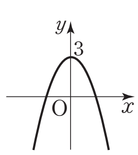
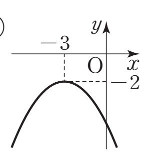
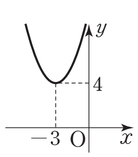
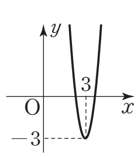
$y=-\frac{3}{5}(x-2)^2-1$

이 이차함수의 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 x의 값이 증가할 때 y의 값은 감소하는 x의 값의 범위는 $x>2$이다.

답 ⑤



0968 각 이차함수의 그래프를 그려 보면 다음과 같다.

①

②

③

④

⑤


따라서 x의 값이 증가할 때 y의 값도 증가하는 x의 값의 범위가 $x>-3$인 것은 ④이다.

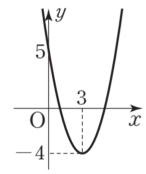
답 ④

0969 ⑤ 오른쪽 그림에서

$y=(x-3)^2-4$의 그래프는 제3사분면을 지나지 않는다.

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

답 ⑤



0970 $y=-\frac{1}{2}x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 1만큼, y축의 방향으로 4만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=-\frac{1}{2}(x-1)^2+4$

ㄴ. 꼭짓점의 좌표는 $(1,\ 4)$이다.

ㄷ. 위로 볼록한 포물선이다.

이상에서 옳은 것은 ㄱ, ㄹ, ㅁ이다.

답 ④

0971 꼭짓점의 좌표가 $(2,\ -1)$이므로 이차함수의 식을 $y=a(x-2)^2-1$로 놓으면 이 그래프가 점 $(0,\ 2)$를 지나므로

$2=a\times(0-2)^2-1 \qquad \therefore\ a=\frac{3}{4}$

따라서 구하는 이차함수의 식은

$y=\frac{3}{4}(x-2)^2-1$

답 ④

0972 꼭짓점의 좌표가 $(-4,\ 3)$이므로 이차함수의 식을 $y=a(x+4)^2+3$으로 놓으면 이 그래프가 점 $(-3,\ 2)$를 지나므로

$2=a\times(-3+4)^2+3 \qquad \therefore\ a=-1$

$\therefore\ y=-(x+4)^2+3$

따라서 $x=0$일 때, $y=-(0+4)^2+3=-13$이므로 y축과 만나는 점의 좌표는 $(0,\ -13)$이다.

답 $(0,\ -13)$

0973 꼭짓점의 좌표가 $(3,\ -2)$이므로 이차함수의 식을 $y=a(x-3)^2-2$로 놓으면 이 그래프가 점 $(-1,\ 14)$를 지나므로

$14=a\times(-1-3)^2-2 \qquad \therefore\ a=1$

$\therefore\ y=(x-3)^2-2$

주어진 점의 좌표를 각각 대입하면

① $34=(-3-3)^2-2$

② $23=(-2-3)^2-2$

③ $2=(1-3)^2-2$

④ $-1=(2-3)^2-2$

⑤ $1\neq(4-3)^2-2$

따라서 그래프 위의 점이 아닌 것은 ⑤이다.

답 ⑤

0974 $y=-4(x+1)^2+2$의 그래프를 x축의 방향으로 m만큼, y축의 방향으로 n만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y-n=-4(x-m+1)^2+2$, 즉

$y=-4(x-m+1)^2+2+n$

이 그래프가 $y=-4(x-1)^2-1$의 그래프와 일치하므로

$-m+1=-1,\ 2+n=-1$

$\therefore\ m=2,\ n=-3$

$\therefore\ m+n=2+(-3)=-1$

답 -1

0975 $y=a(x-2)^2+1$의 그래프를 x축의 방향으로 -1만큼, y축의 방향으로 2만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y-2=a(x+1-2)^2+1$, 즉 $y=a(x-1)^2+3$

이 그래프가 점 $(3, -2)$를 지나므로

$-2=a\times(3-1)^2+3$

$\therefore a=-\frac{5}{4}$

답 ②

0976 $y=3x^2+1$의 그래프를 x축의 방향으로 k만큼, y축의 방향으로 3만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=3(x-k)^2+1+3$, 즉

$y=3(x-k)^2+4$ ··· 1단계

이 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(k, 4)$이다. ··· 2단계

이 점이 직선 $y=-4x+12$ 위에 있으므로

$4=-4k+12$ $\therefore k=2$ ··· 3단계

답 2

단계	채점 요소	비율
1	평행이동한 그래프의 식 구하기	40 %
2	꼭짓점의 좌표 구하기	30 %
3	k의 값 구하기	30 %

0977 그래프가 아래로 볼록하므로 $a>0$

꼭짓점 (p, q)가 제2사분면 위에 있으므로

$p<0$, $q>0$

답 ③

0978 ① 그래프가 위로 볼록하므로 $a<0$

② 꼭짓점 $(0, q)$가 x축의 위쪽에 있으므로 $q>0$

③ $a-q<0$

④ $aq<0$

⑤ $a+q$의 부호는 알 수 없다.

따라서 항상 옳은 것은 ④이다.

답 ④

0979 $y=a(x-p)^2+q$의 그래프가 위로 볼록하므로

$a<0$ ··· 1단계

꼭짓점 (p, q)가 제4사분면 위에 있으므로

$p>0$, $q<0$ ··· 2단계

따라서 $y=q(x+p)^2+\frac{q}{a}$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는

$\left(-p, \frac{q}{a}\right)$이고

$-p<0$, $\frac{q}{a}>0$

이므로 꼭짓점은 제2사분면 위에 있다. ··· 3단계

답 제2사분면

단계	채점 요소	비율
1	a의 부호 구하기	20 %
2	p, q의 부호 구하기	30 %
3	$y=q(x+p)^2+\frac{q}{a}$의 그래프의 꼭짓점이 제몇 사분면 위에 있는지 말하기	50 %

0980 점 D의 x좌표를 a $(a>0)$라 하면

$D\left(a, \frac{1}{3}a^2\right)$, $C\left(-a, \frac{1}{3}a^2\right)$ ······ ㉠

점 B의 y좌표가 12이므로

$12=\frac{1}{3}x^2$, $x^2=36$

$\therefore x=\pm 6$

그런데 점 B는 제1사분면 위의 점이므로 $x=6$

$\therefore B(6, 12)$

한편 $\overline{CD}=\overline{AB}=6$이므로 ㉠에서

$a-(-a)=6$, $2a=6$

$\therefore a=3$

$\therefore D(3, 3)$

답 D(3, 3)

0981 점 D의 y좌표가 4이므로

$4=x^2$ $\therefore x=\pm 2$

그런데 점 D는 제1사분면 위의 점이므로 $x=2$

$\therefore D(2, 4)$

$\overline{CD}=\overline{DE}=2$이므로 $\overline{CE}=4$

$\therefore E(4, 4)$

$y=ax^2$의 그래프가 점 E(4, 4)를 지나므로

$4=a\times 4^2$ $\therefore a=\frac{1}{4}$

답 ④

0982 점 D의 x좌표를 a $(a>0)$라 하면

$D(a, -a^2+15)$, $C(a, 0)$, $B(-a, 0)$

이므로

$\overline{BC}=a-(-a)=2a$, $\overline{CD}=-a^2+15$

이때 □ABCD에서 $\overline{BC}=\overline{CD}$이므로

$2a=-a^2+15$, $a^2+2a-15=0$

$(a+5)(a-3)=0$

$\therefore a=-5$ 또는 $a=3$

그런데 $a>0$이므로 $a=3$

따라서 $\overline{BC}=6$이므로

□ABCD$=6\times6=36$

답 36

시험에 꼭 나오는 문제

본문 141~144쪽

0983 전략 $y=$(x에 대한 이차식)의 꼴인 것을 찾는다.

① $x^2+7x+1=0$ ➡ 이차방정식이다.

② $y=-4x-2$ ➡ 일차함수이다.

③ $y=-5x^3+4x$ ➡ 이차함수가 아니다.

④ $y=2x^2-6x-3$ ➡ 이차함수이다.

⑤ $y=3x$ ➡ 일차함수이다.

따라서 y가 x에 대한 이차함수인 것은 ④이다.

답 ④

0984 전략 $y=ax^2+bx+c$가 x에 대한 이차함수이면 $a\neq0$이어야 한다.

이차함수가 되려면 $k^2-1=0$, $(k+1)(k-2)\neq0$이어야 한다.

(i) $k^2-1=0$에서 $(k+1)(k-1)=0$

$\therefore k=-1$ 또는 $k=1$

(ii) $(k+1)(k-2)\neq0$에서 $k\neq-1$이고 $k\neq2$

(i), (ii)에서 $k=1$ 답 ④

0985 전략 주어진 함숫값을 이용하여 먼저 k의 값을 구한다.

$f(-3)=\frac{1}{3}\times(-3)^2-2\times(-3)+k=9+k$

$f(-3)=6$이므로 $9+k=6$

$\therefore k=-3$

따라서 $f(x)=\frac{1}{3}x^2-2x-3$이므로

$f(6)=\frac{1}{3}\times6^2-2\times6-3=-3$ 답 -3

0986 전략 $y=ax^2$의 그래프에서 a의 절댓값이 클수록 그래프의 폭이 좁아진다.

$y=ax^2$의 그래프가 위로 볼록하므로 $a<0$

또 $y=ax^2$의 그래프의 폭이 $y=-\frac{4}{5}x^2$의 그래프의 폭보다 좁으므로

$|a|>\left|-\frac{4}{5}\right|$, 즉 $|a|>\frac{4}{5}$

$\therefore a<-\frac{4}{5}$

따라서 a의 값이 될 수 없는 것은 ①이다. 답 ①

0987 전략 두 이차함수 $y=ax^2$과 $y=-ax^2$의 그래프는 x축에 대하여 대칭이다.

$y=\frac{7}{2}x^2$의 그래프와 x축에 대하여 대칭인 것은 $y=-\frac{7}{2}x^2$의 그래프이므로

$a=-\frac{7}{2}$ 답 $-\frac{7}{2}$

0988 전략 $y=ax^2$의 그래프의 성질을 이용한다.

④ $x>0$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값은 감소하는 그래프는 ㄱ, ㄷ, ㅁ의 3개이다.

따라서 옳지 않은 것은 ④이다. 답 ④

0989 전략 이차함수의 식을 $y=ax^2$으로 놓고 그래프가 지나는 점을 이용하여 a의 값을 구한다.

원점을 꼭짓점으로 하는 포물선이므로 $f(x)=ax^2$으로 놓으면 $y=f(x)$의 그래프가 점 $(3,\ -3)$을 지나므로

$-3=a\times3^2$ $\therefore a=-\frac{1}{3}$

따라서 $f(x)=-\frac{1}{3}x^2$이므로

$f(-6)=-\frac{1}{3}\times(-6)^2=-12$ 답 ⑤

0990 전략 평행이동한 그래프의 식을 구한 후 그래프가 지나는 점의 좌표를 대입한다.

$y=ax^2$의 그래프를 y축의 방향으로 -8만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=ax^2-8$

이 그래프가 점 $(-3,\ 4)$를 지나므로

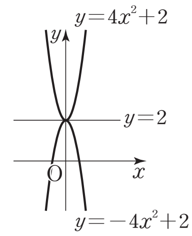
$4=a\times(-3)^2-8$

$\therefore a=\frac{4}{3}$ 답 $\frac{4}{3}$

0991 전략 주어진 이차함수의 그래프를 그려 본다.

④ 오른쪽 그림에서 $y=-4x^2+2$의 그래프는 $y=4x^2+2$의 그래프와 직선 $y=2$에 대하여 대칭이다.

따라서 옳지 않은 것은 ④이다. 답 ④



0992 전략 $y=ax^2$의 그래프를 x축의 방향으로 p만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y=a(x-p)^2$이다.

$y=2(x+8)^2$의 그래프는 $y=2x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 -8만큼 평행이동한 것이므로

$a=-8$

축의 방정식은 $x=-8$이므로

$b=-8$

$\therefore a+b=-8+(-8)=-16$ 답 -16

0993 전략 주어진 꼭짓점의 좌표를 이용하여 p의 값을 먼저 구한다.

꼭짓점의 좌표가 $(-1,\ 0)$이므로

$-p=-1$ $\therefore p=1$

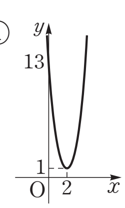
$y=a(x+1)^2$의 그래프가 점 $(1,\ 6)$을 지나므로

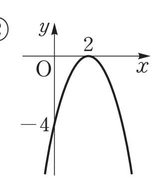
$6=a\times(1+1)^2$ $\therefore a=\frac{3}{2}$

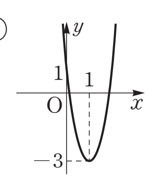
$\therefore a+p=\frac{3}{2}+1=\frac{5}{2}$ 답 ①

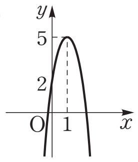
0994 전략 이차함수의 그래프의 꼭짓점의 좌표, y축과의 교점의 좌표를 구하여 그래프를 그린다.

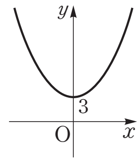
각 이차함수의 그래프를 그려 보면 다음과 같다.

①


②


③


④ 

⑤ 

따라서 모든 사분면을 지나는 것은 ④이다. 답 ④

0995 전략 이차함수 $y=a(x-p)^2+q$의 그래프의 성질을 이용한다.

④ $y=-\frac{3}{4}(x-5)^2+8$

$=-\frac{3}{4}(x-5)^2+1+7$

즉 $y=-\frac{3}{4}(x-5)^2+8$의 그래프는 $y=-\frac{3}{4}x^2+1$의 그래프를 x축의 방향으로 5만큼, y축의 방향으로 7만큼 평행이동한 것이다.

따라서 옳지 않은 것은 ④이다. 답 ④

0996 전략 먼저 주어진 그래프를 이용하여 꼭짓점의 좌표를 구한다.

꼭짓점의 좌표가 $(2, 5)$이므로

$p=2,\ q=5$

즉 $y=a(x-2)^2+5$의 그래프가 점 $(0, 1)$을 지나므로

$1=a\times(0-2)^2+5 \qquad \therefore a=-1$

$\therefore apq=(-1)\times2\times5=-10$ 답 -10

0997 전략 이차함수 $y=a(x-p)^2+q$의 그래프를 평행이동한 그래프의 식의 x^2의 계수는 a이다.

$y=-3(x+2)^2-4$의 그래프를 x축의 방향으로 1만큼, y축의 방향으로 6만큼 평행이동하면 ①의 그래프와 완전히 포개어진다.

답 ①

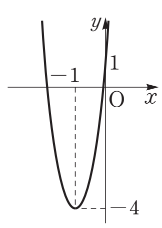
0998 전략 평행이동한 그래프의 식을 구한다.

$y=5(x-2)^2-4$의 그래프를 x축의 방향으로 -3만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=5(x+3-2)^2-4$, 즉

$y=5(x+1)^2-4$

따라서 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 x의 값이 증가할 때 y의 값은 감소하는 x의 값의 범위는 $x<-1$이다. 답 ①



0999 전략 먼저 주어진 일차함수의 그래프의 기울기와 y절편을 이용하여 a, b의 부호를 구한다.

$y=ax-b$의 그래프에서 기울기가 양수이므로 $\quad a>0$

또한 y절편이 양수이므로 $\quad -b>0$, 즉 $b<0$

따라서 $y=a(x-b)^2$의 그래프는 아래로 볼록하고 x축에 접하며 축이 y축의 왼쪽에 있는 포물선이므로 ①이다. 답 ①

RPM 비법 노트

일차함수 $y=ax+b$의 그래프의 기울기는 a, y절편은 b이다.
일차함수 $y=ax+b$의 그래프가
(1) 오른쪽 위로 향하면 $\quad a>0$
오른쪽 아래로 향하면 $\quad a<0$
(2) y축과 양의 부분에서 만나면 $\quad b>0$
y축과 음의 부분에서 만나면 $\quad b<0$

1000 전략 이차함수의 그래프의 꼭짓점의 y좌표와 삼각형의 넓이를 이용하여 두 점 B, C의 좌표를 구한다.

주어진 이차함수의 그래프의 꼭짓점 A의 좌표는 A$(0, 6)$이다.
또 x축과 만나는 두 점 B, C의 좌표를 각각 B$(-k, 0)$, C$(k, 0)$ $(k>0)$이라 하면

$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times2k\times6=36$

$\therefore k=6$

즉 $y=ax^2+6$의 그래프가 점 C$(6, 0)$을 지나므로

$0=a\times6^2+6 \qquad \therefore a=-\frac{1}{6}$ 답 $-\frac{1}{6}$

1001 전략 두 이차함수 $y=ax^2$과 $y=-ax^2$의 그래프는 x축에 대하여 대칭임을 이용하여 함수의 식을 구한다.

$y=\frac{5}{4}x^2$의 그래프와 x축에 대하여 대칭인 그래프의 식은

$y=-\frac{5}{4}x^2$ … 1단계

$y=-\frac{5}{4}x^2$의 그래프가 두 점 $(-4, a)$, $(2, b)$를 지나므로

$a=-\frac{5}{4}\times(-4)^2=-20,\ b=-\frac{5}{4}\times2^2=-5$ … 2단계

$\therefore a-b=-20-(-5)=-15$ … 3단계

답 -15

단계	채점 요소	비율
1	x축에 대하여 대칭인 그래프의 식 구하기	40 %
2	a, b의 값 구하기	40 %
3	$a-b$의 값 구하기	20 %

1002 전략 먼저 주어진 이차함수의 그래프의 꼭짓점의 좌표를 구한다.

조건 (나), (다)에 의하여 꼭짓점의 좌표는 $\quad (4, 0)$

이차함수의 식을 $y=a(x-4)^2$으로 놓으면 조건 (가)에서 이 그래프는 점 $(0, -16)$을 지나므로

$-16=a\times(0-4)^2 \qquad \therefore a=-1$

$\therefore y=-(x-4)^2$ … 1단계

이 그래프가 점 $(k, -25)$를 지나므로

$-25=-(k-4)^2$

$(k-4)^2=25,\quad k-4=\pm5$

$\therefore k=-1$ 또는 $k=9$

그런데 k는 양수이므로 $\quad k=9$ … 2단계

답 9

단계	채점 요소	비율
1	이차함수의 식 구하기	60 %
2	k의 값 구하기	40 %

1003 전략 이차함수의 그래프가 증가 또는 감소하는 범위를 이용하여 p의 값을 먼저 구한다.

$y=\frac{1}{3}(x+p)^2+q$의 그래프는 아래로 볼록한 포물선이고 축의 방정식은 $x=-p$이다.
$x<-p$이면 x의 값이 증가할 때 y의 값은 감소하고, $x>-p$이면 x의 값이 증가할 때 y의 값도 증가하므로

$-p=2 \qquad \therefore p=-2$ … 1단계

$\therefore y=\frac{1}{3}(x-2)^2+q$

이 그래프가 점 $(5,\ -2)$를 지나므로

$-2=\frac{1}{3}\times(5-2)^2+q \qquad \therefore q=-5$ … 2단계

$\therefore pq=(-2)\times(-5)=10$ … 3단계

답 10

단계	채점 요소	비율
1	p의 값 구하기	40 %
2	q의 값 구하기	40 %
3	pq의 값 구하기	20 %

1004 전략 두 이차함수의 그래프의 꼭짓점의 좌표를 각각 구하여 서로의 이차함수의 식에 대입한다.

$y=2(x-1)^2$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는

$(1,\ 0)$

$y=a(x-p)^2+q$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는

$(p,\ q)$

$\overline{AB}$의 길이가 4이므로 점 B의 좌표를 $(p+4,\ q)$라 하자.
두 점 $A(p,\ q)$, $B(p+4,\ q)$가 모두 $y=2(x-1)^2$의 그래프 위의 점이고, 두 점의 y좌표가 같으므로

$2(p-1)^2=2(p+4-1)^2$

$(p-1)^2=(p+3)^2$

$p^2-2p+1=p^2+6p+9, \qquad -8p=8$

$\therefore p=-1$

점 $A(-1,\ q)$가 $y=2(x-1)^2$의 그래프 위의 점이므로

$q=2\times(-1-1)^2=8$

따라서 $y=a(x+1)^2+8$의 그래프가 점 $(1,\ 0)$을 지나므로

$0=a\times(1+1)^2+8, \qquad 4a=-8$

$\therefore a=-2$

$\therefore a+p+q=-2+(-1)+8=5$

답 5

1005 전략 점 A의 x좌표를 a로 놓고 다른 점의 좌표를 a에 대한 식으로 나타낸 후 □ABCD의 네 변의 길이가 모두 같음을 이용한다.

점 A의 x좌표를 $a\ (a>0)$라 하면

$A(a,\ a^2)$, $D(a,\ 4a^2)$

점 C의 y좌표가 $4a^2$이고 점 C는 $y=x^2$의 그래프 위의 점이므로

$4a^2=x^2 \qquad \therefore x=\pm 2a$

그런데 점 C는 제1사분면 위의 점이므로

$x=2a$

$\therefore C(2a,\ 4a^2)$

이때 $\overline{AD}=4a^2-a^2=3a^2$, $\overline{CD}=2a-a=a$이므로 $\overline{AD}=\overline{CD}$에서

$3a^2=a, \qquad 3a^2-a=0$

$a(3a-1)=0$

$\therefore a=0$ 또는 $a=\frac{1}{3}$

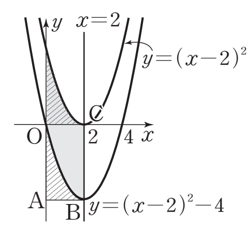
그런데 $a>0$이므로 $\qquad a=\frac{1}{3}$

따라서 $B(2a,\ a^2)$이므로 $\qquad B\left(\frac{2}{3},\ \frac{1}{9}\right)$

답 $B\left(\frac{2}{3},\ \frac{1}{9}\right)$

1006 전략 평행이동한 두 이차함수의 그래프의 모양이 같음을 이용하여 넓이가 같은 부분을 찾는다.

$y=(x-2)^2-4$의 그래프는 $y=(x-2)^2$의 그래프를 y축의 방향으로 -4만큼 평행이동한 것이므로 두 그래프의 폭이 같다.
즉 빗금 친 두 부분의 넓이는 같으므로 구하는 넓이는 직사각형 OABC의 넓이와 같다.



점 B의 좌표는 $(2,\ -4)$이므로

□OABC$=2\times4=8$

답 8

09 이차함수의 그래프 (2)

교과서문제 정복하기

본문 147, 149쪽

1007 답 (가) 3 (나) 4 (다) 2 (라) 7

1008 $y=x^2+2x+6$
$=x^2+2x+1-1+6$
$=(x+1)^2+5$ 답 $y=(x+1)^2+5$

1009 $y=-\frac{1}{4}x^2+3x-10$
$=-\frac{1}{4}(x^2-12x+36-36)-10$
$=-\frac{1}{4}(x-6)^2-1$ 답 $y=-\frac{1}{4}(x-6)^2-1$

1010 $y=x^2+8x+1$
$=x^2+8x+16-16+1$
$=(x+4)^2-15$
이므로 꼭짓점의 좌표는 $(-4,\ -15)$, 축의 방정식은 $x=-4$이다.
또 $y=x^2+8x+1$에 $x=0$을 대입하면 $y=1$
따라서 y절편은 1이다. 답 $(-4,\ -15)$, $x=-4$, 1

1011 $y=-4x^2+2x-2$
$=-4\left(x^2-\frac{1}{2}x+\frac{1}{16}-\frac{1}{16}\right)-2$
$=-4\left(x-\frac{1}{4}\right)^2-\frac{7}{4}$
이므로 꼭짓점의 좌표는 $\left(\frac{1}{4},\ -\frac{7}{4}\right)$, 축의 방정식은 $x=\frac{1}{4}$이다.
또 $y=-4x^2+2x-2$에 $x=0$을 대입하면 $y=-2$
따라서 y절편은 -2이다. 답 $\left(\frac{1}{4},\ -\frac{7}{4}\right)$, $x=\frac{1}{4}$, -2

1012 $y=-\frac{1}{2}x^2-3x-5$
$=-\frac{1}{2}(x^2+6x+9-9)-5$
$=-\frac{1}{2}(x+3)^2-\frac{1}{2}$
이므로 꼭짓점의 좌표는 $\left(-3,\ -\frac{1}{2}\right)$, 축의 방정식은 $x=-3$이다.
또 $y=-\frac{1}{2}x^2-3x-5$에 $x=0$을 대입하면 $y=-5$
따라서 y절편은 -5이다. 답 $\left(-3,\ -\frac{1}{2}\right)$, $x=-3$, -5

1013 $y=x^2-3x-10$에 $y=0$을 대입하면
$0=x^2-3x-10$, $(x+2)(x-5)=0$
$\therefore x=-2$ 또는 $x=5$
따라서 구하는 점의 좌표는 $(-2,\ 0)$, $(5,\ 0)$
답 $(-2,\ 0)$, $(5,\ 0)$

1014 $y=-2x^2-4x+6$에 $y=0$을 대입하면
$0=-2x^2-4x+6$, $x^2+2x-3=0$
$(x+3)(x-1)=0$
$\therefore x=-3$ 또는 $x=1$
따라서 구하는 점의 좌표는 $(-3,\ 0)$, $(1,\ 0)$
답 $(-3,\ 0)$, $(1,\ 0)$

1015 $y=\frac{1}{3}x^2+\frac{7}{3}x+4$에 $y=0$을 대입하면
$0=\frac{1}{3}x^2+\frac{7}{3}x+4$, $x^2+7x+12=0$
$(x+4)(x+3)=0$
$\therefore x=-4$ 또는 $x=-3$
따라서 구하는 점의 좌표는 $(-4,\ 0)$, $(-3,\ 0)$
답 $(-4,\ 0)$, $(-3,\ 0)$

1016 답 (1) $>$ (2) $<$, $<$ (3) $<$

1017 답 (1) $<$ (2) $>$, $<$ (3) $>$

1018 그래프가 아래로 볼록하므로
$a>0$
축이 y축의 왼쪽에 있으므로
$ab>0$ $\therefore b>0$
y축과의 교점이 x축의 아래쪽에 있으므로
$c<0$
답 $a>0$, $b>0$, $c<0$

1019 그래프가 위로 볼록하므로
$a<0$
축이 y축의 오른쪽에 있으므로
$ab<0$ $\therefore b>0$
y축과의 교점이 x축의 위쪽에 있으므로
$c>0$
답 $a<0$, $b>0$, $c>0$

1020 그래프가 위로 볼록하므로
$a<0$
축이 y축의 왼쪽에 있으므로
$ab>0$ $\therefore b<0$
y축과의 교점이 x축의 아래쪽에 있으므로
$c<0$
답 $a<0$, $b<0$, $c<0$

1021 그래프가 아래로 볼록하므로
$a>0$
축이 y축의 오른쪽에 있으므로
$ab<0$ $\therefore b<0$
y축과의 교점이 x축의 위쪽에 있으므로
$c>0$
답 $a>0$, $b<0$, $c>0$

1022 꼭짓점의 좌표가 $(-1, 3)$이므로 이차함수의 식을 $y=a(x+1)^2+3$으로 놓으면 그래프가 점 $(0, 2)$를 지나므로
$2=a+3$ $\therefore a=-1$
$\therefore y=-(x+1)^2+3=-x^2-2x+2$
답 $y=-x^2-2x+2$

1023 꼭짓점의 좌표가 $(4, -2)$이므로 이차함수의 식을 $y=a(x-4)^2-2$로 놓으면 그래프가 점 $(8, 6)$을 지나므로
$6=16a-2$ $\therefore a=\frac{1}{2}$
$\therefore y=\frac{1}{2}(x-4)^2-2=\frac{1}{2}x^2-4x+6$
답 $y=\frac{1}{2}x^2-4x+6$

1024 축의 방정식이 $x=1$이므로 이차함수의 식을 $y=a(x-1)^2+q$로 놓으면 그래프가 두 점 $(-2, -4)$, $(3, 1)$을 지나므로
$-4=9a+q$, $1=4a+q$
위의 두 식을 연립하여 풀면
$a=-1$, $q=5$
$\therefore y=-(x-1)^2+5=-x^2+2x+4$
답 $y=-x^2+2x+4$

1025 축의 방정식이 $x=-3$이므로 이차함수의 식을 $y=a(x+3)^2+q$로 놓으면 그래프가 두 점 $(-5, -8)$, $(-4, -11)$을 지나므로
$-8=4a+q$, $-11=a+q$
위의 두 식을 연립하여 풀면
$a=1$, $q=-12$
$\therefore y=(x+3)^2-12=x^2+6x-3$
답 $y=x^2+6x-3$

1026 이차함수의 식을 $y=ax^2+bx+c$로 놓으면 그래프가 점 $(0, 1)$을 지나므로
$c=1$
$y=ax^2+bx+1$의 그래프가 점 $(-2, 1)$을 지나므로
$1=4a-2b+1$ …… ㉠
또 점 $(1, -5)$를 지나므로
$-5=a+b+1$ …… ㉡
㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=-2$, $b=-4$
$\therefore y=-2x^2-4x+1$ 답 $y=-2x^2-4x+1$

1027 이차함수의 식을 $y=ax^2+bx+c$로 놓으면 그래프가 점 $(0, -6)$을 지나므로
$c=-6$
$y=ax^2+bx-6$의 그래프가 점 $(-1, 0)$을 지나므로
$0=a-b-6$ …… ㉠
또 점 $(3, 12)$를 지나므로
$12=9a+3b-6$ …… ㉡
㉠, ㉡을 연립하여 풀면
$a=3$, $b=-3$
$\therefore y=3x^2-3x-6$ 답 $y=3x^2-3x-6$

1028 x축과의 교점이 $(1, 0)$, $(5, 0)$이므로 이차함수의 식을 $y=a(x-1)(x-5)$로 놓으면 그래프가 점 $(3, -8)$을 지나므로
$-8=-4a$ $\therefore a=2$
$\therefore y=2(x-1)(x-5)=2x^2-12x+10$
답 $y=2x^2-12x+10$

1029 x축과의 교점이 $(-3, 0)$, $(2, 0)$이므로 이차함수의 식을 $y=a(x+3)(x-2)$로 놓으면 그래프가 점 $(0, 6)$을 지나므로
$6=-6a$ $\therefore a=-1$
$\therefore y=-(x+3)(x-2)=-x^2-x+6$
답 $y=-x^2-x+6$

1030 $y=x^2+8$의 그래프는 아래로 볼록하고 꼭짓점의 좌표가 $(0, 8)$이므로 $x=0$일 때 최솟값 8을 갖는다.
답 최솟값: 8, $x=0$

1031 $y=x^2-4x+1=(x-2)^2-3$
따라서 $y=x^2-4x+1$의 그래프는 아래로 볼록하고 꼭짓점의 좌표가 $(2, -3)$이므로 $x=2$일 때 최솟값 -3을 갖는다.
답 최솟값: -3, $x=2$

1032 $y=-\frac{1}{5}(x+1)^2-2$의 그래프는 위로 볼록하고 꼭짓점의 좌표가 $(-1, -2)$이므로 $x=-1$일 때 최댓값 -2를 갖는다. 답 최댓값: -2, $x=-1$

1033 $y=-x^2-6x-9=-(x+3)^2$
따라서 $y=-x^2-6x-9$의 그래프는 위로 볼록하고 꼭짓점의 좌표가 $(-3, 0)$이므로 $x=-3$일 때 최댓값 0을 갖는다.
답 최댓값: 0, $x=-3$

1034 두 수 중 작은 수가 x이면 큰 수는 $x+8$이므로
$y=x(x+8)$ 답 $y=x(x+8)$

1035 $y=x(x+8)=x^2+8x=(x+4)^2-16$
즉 $x=-4$일 때 최솟값 -16을 갖는다. 답 -16

1036 곱이 최소가 될 때의 두 수는 -4, 4이다.

답 -4, 4

1037 가로의 길이가 x cm이면 세로의 길이는 $(10-x)$ cm 이므로

$y=x(10-x)$ 답 $y=x(10-x)$

1038 $y=x(10-x)=-x^2+10x$
$=-(x-5)^2+25$

즉 $x=5$일 때 최댓값 25를 갖는다.
따라서 직사각형의 최대 넓이는 25 cm^2이다.

답 25 cm^2

1039 넓이가 최대가 될 때의 가로의 길이와 세로의 길이는 각각 5 cm, 5 cm이다. 답 5 cm, 5 cm

유형 익히기

본문 150~160쪽

1040 $y=2x^2-8x+1$
$=2(x^2-4x+4-4)+1$
$=2(x-2)^2-7$

따라서 $a=2$, $p=2$, $q=-7$이므로
$a+p-q=2+2-(-7)=11$ 답 11

1041 (가) 6 (나) 9 (다) 3 (라) 6 (마) 1
따라서 (가)~(마)에 알맞은 수가 아닌 것은 ⑤이다. 답 ⑤

1042 $y=-4x^2-20x-9$
$=-4\left(x^2+5x+\frac{25}{4}-\frac{25}{4}\right)-9$
$=-4\left(x+\frac{5}{2}\right)^2+16$ … 1단계

이 이차함수의 그래프는 $y=-4x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 $-\frac{5}{2}$만큼, y축의 방향으로 16만큼 평행이동한 것이므로

$p=-\frac{5}{2}$, $q=16$ … 2단계

$\therefore pq=\left(-\frac{5}{2}\right)\times 16=-40$ … 3단계

답 -40

단계	채점 요소	비율
1	주어진 함수를 $y=a(x-p)^2+q$의 꼴로 나타내기	50 %
2	p, q의 값 구하기	40 %
3	pq의 값 구하기	10 %

1043 $y=-x^2+6x-7=-(x-3)^2+2$
이 이차함수의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(3, 2)$, 축의 방정식은 $x=3$이므로

$a=3$, $b=2$, $c=3$
$\therefore a+b+c=3+2+3=8$ 답 ④

1044 각 이차함수의 그래프의 축의 방정식은 다음과 같다.
① $x=0$
② $x=-4$
③ $x=-3$
④ $y=2x^2+2x-3=2\left(x+\frac{1}{2}\right)^2-\frac{7}{2}$이므로
$x=-\frac{1}{2}$
⑤ $y=-3x^2+6x-7=-3(x-1)^2-4$이므로
$x=1$

따라서 그래프의 축이 가장 오른쪽에 있는 것은 ⑤이다.

답 ⑤

1045 $y=\frac{1}{2}x^2+2x-k=\frac{1}{2}(x+2)^2-2-k$
이 이차함수의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(-2, -2-k)$이고 꼭짓점이 x축 위에 있으므로

$-2-k=0$ $\therefore k=-2$ 답 -2

RPM 비법 노트
(1) x축 위의 점의 좌표 ➡ y좌표가 0이다.
(2) y축 위의 점의 좌표 ➡ x좌표가 0이다.

1046 $y=-5x^2+4kx=-5\left(x-\frac{2}{5}k\right)^2+\frac{4}{5}k^2$

이 이차함수의 그래프의 축의 방정식은 $x=\frac{2}{5}k$이므로

$\frac{2}{5}k=4$ $\therefore k=10$ 답 ④

1047 $y=x^2+2ax+7=(x+a)^2-a^2+7$
이 이차함수의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(-a, -a^2+7)$
$y=-4x^2-8x+b-2=-4(x+1)^2+b+2$
이 이차함수의 그래프의 꼭짓점의 좌표는
$(-1, b+2)$ … 1단계

두 이차함수의 그래프의 꼭짓점이 일치하므로
$-a=-1$, $-a^2+7=b+2$

따라서 $a=1$, $b=4$이므로 … 2단계
$b-a=4-1=3$ … 3단계

답 3

단계	채점 요소	비율
1	두 이차함수의 그래프의 꼭짓점의 좌표 구하기	60 %
2	a, b의 값 구하기	30 %
3	$b-a$의 값 구하기	10 %

1048 $y=\frac{1}{3}x^2+6x-2k+11$

$=\frac{1}{3}(x+9)^2-2k-16$

이 이차함수의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(-9,\ -2k-16)$이고, 이 점은 제3사분면 위에 있으므로

$-2k-16<0,\qquad -2k<16$

$\therefore k>-8$

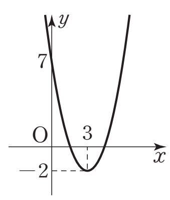
따라서 k의 값이 될 수 없는 것은 ①이다. 답 ①

RPM 비법 노트

(1) 각 사분면 위의 점의 x좌표와 y좌표의 부호
① 제1사분면 ➡ $(+,\ +)$ ② 제2사분면 ➡ $(-,\ +)$
③ 제3사분면 ➡ $(-,\ -)$ ④ 제4사분면 ➡ $(+,\ -)$
(2) 좌표축 위의 점은 어느 사분면에도 속하지 않는다.

1049 $y=-2x^2-4x+1=-2(x+1)^2+3$
이 이차함수의 그래프는 꼭짓점의 좌표가 $(-1,\ 3)$이고 위로 볼록하며, y축과의 교점의 좌표가 $(0,\ 1)$인 포물선이므로 주어진 이차함수의 그래프로 알맞은 것은 ③이다. 답 ③

1050 $y=x^2-6x+7=(x-3)^2-2$
이 이차함수의 그래프는 꼭짓점의 좌표가 $(3,\ -2)$이고 아래로 볼록하며, y축과의 교점의 좌표가 $(0,\ 7)$인 포물선이므로 그 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



따라서 주어진 이차함수의 그래프는 제3사분면을 지나지 않는다. 답 ③

1051 ① $y=x^2+3x=\left(x+\frac{3}{2}\right)^2-\frac{9}{4}$
이 이차함수의 그래프는 꼭짓점의 좌표가 $\left(-\frac{3}{2},\ -\frac{9}{4}\right)$이고 아래로 볼록하며, y축과의 교점의 좌표가 $(0,\ 0)$인 포물선이다.

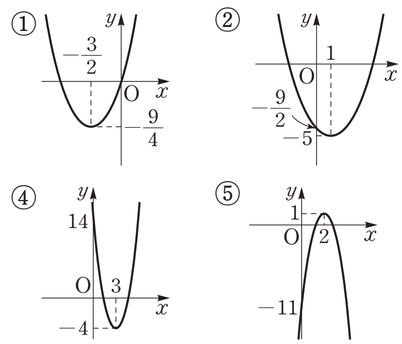
② $y=\frac{1}{2}x^2-x-\frac{9}{2}=\frac{1}{2}(x-1)^2-5$
이 이차함수의 그래프는 꼭짓점의 좌표가 $(1,\ -5)$이고 아래로 볼록하며, y축과의 교점의 좌표가 $\left(0,\ -\frac{9}{2}\right)$인 포물선이다.

③ $y=-x^2-4x-13=-(x+2)^2-9$
이 이차함수의 그래프는 꼭짓점의 좌표가 $(-2,\ -9)$이고 위로 볼록하며, y축과의 교점의 좌표가 $(0,\ -13)$인 포물선이다.

④ $y=2x^2-12x+14=2(x-3)^2-4$
이 이차함수의 그래프는 꼭짓점의 좌표가 $(3,\ -4)$이고 아래로 볼록하며, y축과의 교점의 좌표가 $(0,\ 14)$인 포물선이다.

⑤ $y=-3x^2+12x-11=-3(x-2)^2+1$
이 이차함수의 그래프는 꼭짓점의 좌표가 $(2,\ 1)$이고 위로 볼록하며, y축과의 교점의 좌표가 $(0,\ -11)$인 포물선이다.

따라서 각 이차함수의 그래프를 그려 보면 다음과 같으므로 모든 사분면을 지나는 것은 ②이다.



답 ②

1052 $y=-\frac{1}{4}x^2-2x+1=-\frac{1}{4}(x+4)^2+5$
이 이차함수의 그래프의 축의 방정식은 $x=-4$이고 위로 볼록하므로 x의 값이 증가할 때 y의 값은 감소하는 x의 값의 범위는 $x>-4$이다. 답 ③

1053 $y=2x^2-3kx+13$의 그래프가 점 $(1,\ 3)$을 지나므로

$3=2-3k+13,\qquad 3k=12$

$\therefore k=4$

$\therefore y=2x^2-12x+13=2(x-3)^2-5$

따라서 이 이차함수의 그래프의 축의 방정식은 $x=3$이고 아래로 볼록하므로 x의 값이 증가할 때 y의 값도 증가하는 x의 값의 범위는 $x>3$이다. 답 ⑤

1054 $y=x^2-kx+k=\left(x-\frac{k}{2}\right)^2-\frac{k^2}{4}+k$

이 이차함수의 그래프의 축의 방정식은 $x=\frac{k}{2}$이고 아래로 볼록하므로 $x<\frac{k}{2}$이면 x의 값이 증가할 때 y의 값은 감소하고, $x>\frac{k}{2}$이면 x의 값이 증가할 때 y의 값도 증가한다.

따라서 $\frac{k}{2}=2$이므로 $\qquad k=4$

즉 $y=x^2-4x+4=(x-2)^2$이므로 꼭짓점의 좌표는 $(2,\ 0)$이다. 답 $(2,\ 0)$

1055 $y=2x^2-7x+3$에 $y=0$을 대입하면

$0=2x^2-7x+3,\qquad (2x-1)(x-3)=0$

$\therefore x=\frac{1}{2}$ 또는 $x=3$

이때 $p<q$이므로

$p=\frac{1}{2},\ q=3$

또 $y=2x^2-7x+3$에 $x=0$을 대입하면 $\qquad y=3$

$\therefore r=3$

$\therefore p-q+r=\frac{1}{2}-3+3=\frac{1}{2}$ 답 ③

09 이차함수의 그래프 (2)

1056 $y=-3x^2-x-5$에 $x=0$을 대입하면

$y=-5$

이 이차함수의 그래프가 y축과 만나는 점의 좌표가 $(0,\ -5)$이므로 직선 $y=x-2k+1$과 점 $(0,\ -5)$에서 만난다.

따라서 직선 $y=x-2k+1$이 점 $(0,\ -5)$를 지나므로

$-5=-2k+1,\qquad 2k=6$

$\therefore k=3$

답 3

1057 $y=-x^2+px+3$의 그래프가 점 $(3,\ 0)$을 지나므로

$0=-9+3p+3,\qquad -3p=-6$

$\therefore p=2$ … 1단계

$y=-x^2+2x+3$에 $y=0$을 대입하면

$0=-x^2+2x+3,\qquad x^2-2x-3=0$

$(x+1)(x-3)=0$

$\therefore x=-1$ 또는 $x=3$ … 2단계

따라서 구하는 다른 한 점의 좌표는 $(-1,\ 0)$이다. … 3단계

답 $(-1,\ 0)$

단계	채점 요소	비율
1	p의 값 구하기	40 %
2	x축과 만나는 두 점의 x좌표 구하기	40 %
3	다른 한 점의 좌표 구하기	20 %

1058 $y=\frac{1}{2}x^2-3x+k=\frac{1}{2}(x-3)^2-\frac{9}{2}+k$

이 이차함수의 그래프의 축의 방정식은 $x=3$이고, $\overline{AB}=8$이므로

$A(3-4,\ 0),\ B(3+4,\ 0)$, 즉 $A(-1,\ 0),\ B(7,\ 0)$

$y=\frac{1}{2}x^2-3x+k$의 그래프가 점 $A(-1,\ 0)$을 지나므로

$0=\frac{1}{2}+3+k$

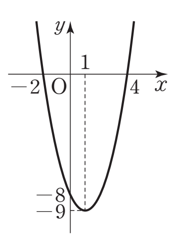
$\therefore k=-\frac{7}{2}$

답 $-\frac{7}{2}$

RPM 비법 노트

이차함수의 그래프가 x축과 서로 다른 두 점에서 만날 때, 그래프의 축은 그래프가 x축과 만나는 두 점을 이은 선분의 중점을 지난다.

1059 $y=x^2-2x-8=(x-1)^2-9$이므로 이 이차함수의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



② $y=x^2-2x-8$에 $y=0$을 대입하면

$0=x^2-2x-8$

$(x+2)(x-4)=0$

$\therefore x=-2$ 또는 $x=4$

즉 x축과의 교점의 좌표는 $(-2,\ 0),\ (4,\ 0)$이다.

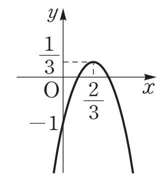
⑤ 그래프는 모든 사분면을 지난다.

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

답 ⑤

1060 $y=-3x^2+4x-1$

$=-3\left(x-\frac{2}{3}\right)^2+\frac{1}{3}$



이므로 그래프는 오른쪽 그림과 같다.

ㄴ. y축과 만나는 점의 y좌표는 -1이다.

ㄹ. $x>\frac{2}{3}$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값은 감소한다.

이상에서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ, ㅁ이다.

답 ④

1061 $y=3x^2+12x-7=3(x+2)^2-19$의 그래프를 x축의 방향으로 -1만큼, y축의 방향으로 2만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y-2=3(x+1+2)^2-19$

$\therefore y=3(x+3)^2-17$

$=3x^2+18x+10$

이 식이 $y=ax^2+bx+c$와 일치하므로

$a=3,\ b=18,\ c=10$

$\therefore a+b-c=3+18-10=11$

답 11

1062 $y=-\frac{1}{3}x^2-2x+4=-\frac{1}{3}(x+3)^2+7$의 그래프를 x축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=-\frac{1}{3}(x+2+3)^2+7\qquad \therefore y=-\frac{1}{3}(x+5)^2+7$

이 그래프가 점 $(1,\ k)$를 지나므로

$k=-\frac{1}{3}\times 6^2+7=-5$

답 -5

1063 $y=4x^2-8x+5=4(x-1)^2+1$의 그래프를 x축의 방향으로 m만큼, y축의 방향으로 3만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y-3=4(x-m-1)^2+1\qquad \therefore y=4(x-m-1)^2+4$

이 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(3,\ n)$이므로

$m+1=3,\ 4=n\qquad \therefore m=2,\ n=4$

$\therefore m+n=2+4=6$

답 ④

1064 $y=-5x^2+10x+k=-5(x-1)^2+5+k$ … 1단계

이 이차함수의 그래프를 y축의 방향으로 -4만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y+4=-5(x-1)^2+5+k$

$\therefore y=-5(x-1)^2+k+1$ … 2단계

이 그래프는 위로 볼록하고, 꼭짓점의 좌표는 $(1,\ k+1)$이므로 그래프가 x축과 만나지 않으려면

$k+1<0\qquad \therefore k<-1$ … 3단계

답 $k<-1$

단계	채점 요소	비율
1	$y=a(x-p)^2+q$의 꼴로 변형하기	30 %
2	평행이동한 그래프의 식 구하기	30 %
3	k의 값의 범위 구하기	40 %

1065 $y=x^2-9$에 $y=0$을 대입하면

$0=x^2-9,\quad (x+3)(x-3)=0$

$\therefore x=-3$ 또는 $x=3$

$\therefore A(-3, 0), B(3, 0)$

또 $C(0, -9)$이므로

$\triangle ACB=\frac{1}{2}\times\{3-(-3)\}\times 9=27$

답 27

1066 $y=-x^2+4x+5$에 $y=0$을 대입하면

$0=-x^2+4x+5,\quad x^2-4x-5=0$

$(x+1)(x-5)=0$

$\therefore x=-1$ 또는 $x=5$

$\therefore B(-1, 0), C(5, 0)$

또 $x=0$을 대입하면 $y=5$이므로 $A(0, 5)$

$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times\{5-(-1)\}\times 5=15$

답 15

1067 $y=\frac{1}{3}x^2-2x-2$에 $x=0$을 대입하면 $y=-2$이므로

$A(0, -2)$ … 1단계

$y=\frac{1}{3}x^2-2x-2=\frac{1}{3}(x-3)^2-5$이므로

$B(3, -5)$ … 2단계

$\therefore \triangle OAB=\frac{1}{2}\times 2\times 3=3$ … 3단계

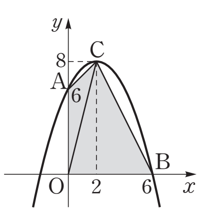
답 3

단계	채점 요소	비율
1	점 A의 좌표 구하기	40 %
2	점 B의 좌표 구하기	40 %
3	△OAB의 넓이 구하기	20 %

1068 $y=-\frac{1}{2}x^2+2x+6$에 $x=0$을 대입하면 $y=6$이므로

$A(0, 6)$

$y=-\frac{1}{2}x^2+2x+6$에 $y=0$을 대입하면



$0=-\frac{1}{2}x^2+2x+6$

$x^2-4x-12=0$

$(x+2)(x-6)=0$

$\therefore x=-2$ 또는 $x=6$

$\therefore B(6, 0)$

$y=-\frac{1}{2}x^2+2x+6=-\frac{1}{2}(x-2)^2+8$이므로

$C(2, 8)$

$\therefore \square AOBC=\triangle AOC+\triangle COB$

$=\frac{1}{2}\times 6\times 2+\frac{1}{2}\times 6\times 8$

$=6+24=30$

답 30

1069 그래프가 위로 볼록하므로 $a<0$

축이 y축의 오른쪽에 있으므로 $ab<0$

$\therefore b>0$

y축과의 교점이 x축의 아래쪽에 있으므로 $c<0$

답 $a<0$, $b>0$, $c<0$

1070 그래프가 아래로 볼록하므로 $a>0$

축이 y축의 오른쪽에 있으므로 $ab<0$

$\therefore b<0$

y축과의 교점이 x축의 아래쪽에 있으므로 $c<0$

① $ab<0$

② $ac<0$

③ $bc>0$

④ $x=1$일 때, $y=a+b+c$

주어진 그래프에서 $x=1$일 때의 함숫값이 음수이므로

$a+b+c<0$

⑤ $x=-1$일 때, $y=a-b+c$

주어진 그래프에서 $x=-1$일 때의 함숫값이 양수이므로

$a-b+c>0$

따라서 옳은 것은 ⑤이다.

답 ⑤

1071 $y=ax^2+bx+c$의 그래프가 아래로 볼록하므로

$a>0$

축이 y축의 왼쪽에 있으므로 $ab>0$

$\therefore b>0$

y축과의 교점이 x축의 아래쪽에 있으므로 $c<0$

즉 $y=cx^2+bx+a$의 그래프는 $c<0$이므로 위로 볼록하고, $bc<0$이므로 축은 y축의 오른쪽에 있다. 또 $a>0$이므로 y축과의 교점은 x축의 위쪽에 있다.

따라서 $y=cx^2+bx+a$의 그래프로 알맞은 것은 ④이다.

답 ④

1072 꼭짓점의 좌표가 $(1, -2)$이므로 이차함수의 식을

$y=a(x-1)^2-2$

로 놓으면 그래프가 점 $(-2, 7)$을 지나므로

$7=9a-2\quad \therefore a=1$

$\therefore y=(x-1)^2-2=x^2-2x-1$

답 ③

1073 꼭짓점의 좌표가 $(0, 5)$이므로 이차함수의 식을

$y=ax^2+5$

로 놓으면 그래프가 점 $(4, -3)$을 지나므로

$-3=16a+5\quad \therefore a=-\frac{1}{2}$

따라서 $y=-\frac{1}{2}x^2+5$의 그래프가 점 $(-6, k)$를 지나므로

$k=-\frac{1}{2}\times(-6)^2+5=-13$

답 ②

1074 꼭짓점의 좌표가 $(2, -1)$이므로 이차함수의 식을

$y=a(x-2)^2-1$

로 놓으면 그래프가 점 $(0, 3)$을 지나므로

$3=4a-1\quad \therefore a=1$ … 1단계

따라서 $y=(x-2)^2-1=x^2-4x+3$이므로

$b=-4,\ c=3$ ⋯ 2단계

$\therefore a+b-c=1+(-4)-3=-6$ ⋯ 3단계

답 -6

단계	채점 요소	비율
1	a의 값 구하기	40 %
2	b, c의 값 구하기	40 %
3	$a+b-c$의 값 구하기	20 %

1075 축의 방정식이 $x=-2$이므로 이차함수의 식을

$y=a(x+2)^2+q$

로 놓으면 그래프가 두 점 $(-3,\ 4)$, $(2,\ -11)$을 지나므로

$4=a+q,\ -11=16a+q$

위의 두 식을 연립하여 풀면

$a=-1,\ q=5$

따라서 $y=-(x+2)^2+5$이므로 $x=0$을 대입하면

$y=-4+5=1$

즉 y축과 만나는 점의 y좌표는 1이다. 답 1

1076 축의 방정식이 $x=1$이고, x^2의 계수가 -2이므로 이차함수의 식을

$y=-2(x-1)^2+q$

로 놓으면 그래프가 점 $(0,\ 6)$을 지나므로

$6=-2+q \qquad \therefore q=8$

$\therefore y=-2(x-1)^2+8=-2x^2+4x+6$

따라서 $a=4,\ b=6$이므로

$a+b=4+6=10$ 답 ⑤

1077 조건 (다)에서 이차함수의 그래프의 축의 방정식은 $x=-3$이다.

조건 (나)에 의하여 이차함수의 식을

$y=\frac{1}{4}(x+3)^2+q$

로 놓으면 조건 (가)에서 그래프가 점 $(-1,\ 0)$을 지나므로

$0=\frac{1}{4}\times4+q \qquad \therefore q=-1$

따라서 $y=\frac{1}{4}(x+3)^2-1$이므로 꼭짓점의 좌표는 $(-3,\ -1)$이다. 답 $(-3,\ -1)$

1078 이차함수의 식을 $y=ax^2+bx+c$로 놓으면 그래프가 점 $(0,\ 8)$을 지나므로

$8=c$

$y=ax^2+bx+8$의 그래프가 점 $(-3,\ 5)$를 지나므로

$5=9a-3b+8$ ⋯⋯ ㉠

또 점 $(2,\ 0)$을 지나므로

$0=4a+2b+8$ ⋯⋯ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면

$a=-1,\ b=-2$

$\therefore y=-x^2-2x+8=-(x+1)^2+9$

따라서 이 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(-1,\ 9)$이다. 답 ④

1079 $y=ax^2+bx+c$의 그래프가 점 $(0,\ 3)$을 지나므로

$3=c$

$y=ax^2+bx+3$의 그래프가 점 $(1,\ 0)$을 지나므로

$0=a+b+3$ ⋯⋯ ㉠

또 점 $(2,\ -1)$을 지나므로

$-1=4a+2b+3$ ⋯⋯ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면

$a=1,\ b=-4$

$\therefore abc=1\times(-4)\times3=-12$ 답 ①

1080 이차함수의 식을 $y=ax^2+bx+c$로 놓으면 그래프가 점 $(0,\ 4)$를 지나므로

$4=c$

$y=ax^2+bx+4$의 그래프가 점 $(-2,\ 6)$을 지나므로

$6=4a-2b+4$ ⋯⋯ ㉠

또 점 $(1,\ -3)$을 지나므로

$-3=a+b+4$ ⋯⋯ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면

$a=-2,\ b=-5$

$\therefore y=-2x^2-5x+4$ ⋯ 1단계

이 그래프가 점 $(k,\ 1)$을 지나므로

$1=-2k^2-5k+4, \qquad 2k^2+5k-3=0$

$(k+3)(2k-1)=0$

$\therefore k=-3$ 또는 $k=\frac{1}{2}$

그런데 $k<0$이므로 $\quad k=-3$ ⋯ 2단계

답 -3

단계	채점 요소	비율
1	이차함수의 식 구하기	50 %
2	k의 값 구하기	50 %

1081 x축과 두 점 $(-2,\ 0)$, $(6,\ 0)$에서 만나므로 이차함수의 식을

$y=a(x+2)(x-6)$

으로 놓으면 그래프가 점 $(0,\ 24)$를 지나므로

$24=-12a \qquad \therefore a=-2$

$\therefore y=-2(x+2)(x-6)=-2x^2+8x+24$

따라서 $b=8,\ c=24$이므로

$ab+c=(-2)\times8+24=8$ 답 8

1082 $y=-2x^2+3x-1$의 그래프를 평행이동하면 완전히 포갤 수 있는 그래프의 식의 x^2의 계수는 -2이다.

그 그래프가 x축과 두 점 $(-1,\ 0)$, $(3,\ 0)$에서 만나므로 이차함수의 식은

$y=-2(x+1)(x-3)=-2x^2+4x+6$ 답 ④

1083 x^2의 계수가 1이고 x축과 두 점 $(2,\ 0)$, $(4,\ 0)$에서 만나므로 이차함수의 식은

$y=(x-2)(x-4)=x^2-6x+8$

$\therefore a=-6,\ b=8$

이 그래프가 점 $(3,\ k)$를 지나므로

$k=9-18+8=-1$

$\therefore a+b+k=-6+8+(-1)=1$

답 1

1084 x축과 두 점 $(-3,\ 0)$, $(2,\ 0)$에서 만나므로 이차함수의 식을

$y=a(x+3)(x-2)$

로 놓으면 그래프가 점 $(3,\ 4)$를 지나므로

$4=6a \qquad \therefore a=\frac{2}{3}$

따라서 $y=\frac{2}{3}(x+3)(x-2)$이므로 이 식에 $x=0$을 대입하면

$y=\frac{2}{3}\times3\times(-2)=-4$

답 -4

1085 $y=2x^2-4x-5=2(x-1)^2-7$이므로 $x=1$일 때 최솟값 -7을 갖는다.

$\therefore m=-7$

$y=-x^2-6x+1=-(x+3)^2+10$이므로 $x=-3$일 때 최댓값 10을 갖는다.

$\therefore M=10$

$\therefore M+m=10+(-7)=3$

답 3

1086 이차함수 $y=ax^2+bx+c$는 $a>0$일 때 최솟값을 갖는다.

따라서 최솟값을 갖는 이차함수는 ①, ⑤이다.

답 ①, ⑤

1087 ① $x=2$일 때 최댓값 0을 갖는다.

② $y=-3x^2+9x=-3\left(x-\frac{3}{2}\right)^2+\frac{27}{4}$이므로 $x=\frac{3}{2}$일 때 최댓값 $\frac{27}{4}$을 갖는다.

③ $x=-1$일 때 최댓값 4를 갖는다.

④ $y=-x^2+2x+6=-(x-1)^2+7$이므로 $x=1$일 때 최댓값 7을 갖는다.

⑤ $x=0$일 때 최댓값 3을 갖는다.

따라서 최댓값이 가장 큰 이차함수는 ④이다.

답 ④

1088 ㄱ. $x=5$일 때 최솟값 0을 갖는다.

ㄴ. $x=0$일 때 최댓값 5를 갖고, 최솟값은 없다.

ㄷ. $x=-1$일 때 최솟값 5를 갖는다.

ㄹ. $x=3$일 때 최솟값 -5를 갖는다.

ㅁ. $y=2x^2-4x+7=2(x-1)^2+5$이므로 $x=1$일 때 최솟값 5를 갖는다.

ㅂ. $y=-3x^2-6x+2=-3(x+1)^2+5$이므로 $x=-1$일 때 최댓값 5를 갖고, 최솟값은 없다.

이상에서 최솟값이 5인 이차함수는 ㄷ, ㅁ의 2개이다.

답 2

1089 $y=-x^2+6x+k-4=-(x-3)^2+k+5$

따라서 $x=3$일 때 최댓값 $k+5$를 가지므로

$k+5=8 \qquad \therefore k=3$

답 ①

1090 $y=ax^2-2ax=a(x-1)^2-a$

주어진 이차함수는 최솟값을 가지므로

$a>0$

$x=1$일 때 최솟값 $-a$를 가지므로

$-a=-3 \qquad \therefore a=3$ … 1단계

따라서 $y=3x^2-6x$의 그래프가 점 $(-1,\ k)$를 지나므로

$k=3+6=9$ … 2단계

$\therefore a-k=3-9=-6$ … 3단계

답 -6

단계	채점 요소	비율
1	a의 값 구하기	60 %
2	k의 값 구하기	30 %
3	$a-k$의 값 구하기	10 %

1091 $y=\frac{3}{4}x^2-3x+k=\frac{3}{4}(x-2)^2-3+k$이므로 $x=2$일 때 최솟값 $-3+k$를 갖는다.

$y=-x^2-8x-2k+5=-(x+4)^2+21-2k$이므로 $x=-4$일 때 최댓값 $21-2k$를 갖는다.

두 이차함수의 최솟값과 최댓값이 같으므로

$-3+k=21-2k \qquad \therefore k=8$

답 ④

1092 주어진 이차함수는 x^2의 계수가 1이고 $x=4$일 때 최솟값 -5를 가지므로

$y=(x-4)^2-5$

로 놓을 수 있다.

즉 $y=(x-4)^2-5=x^2-8x+11$이므로

$a=-8,\ b=11$

$\therefore a+b=-8+11=3$

답 ②

1093 주어진 이차함수는 x^2의 계수가 -5이고 $x=-1$일 때 최댓값 q를 가지므로

$y=-5(x+1)^2+q$

로 놓을 수 있다.

즉 $y=-5(x+1)^2+q=-5x^2-10x-5+q$이므로

$p=-10,\ 3=-5+q$

$\therefore q=8$

$\therefore q-p=8-(-10)=18$

답 18

1094 조건 (가), (나)에서 주어진 이차함수는 $x=2$일 때 최솟값 0을 가지므로

$y=a(x-2)^2$

으로 놓을 수 있다. … 1단계

조건 (다)에서 이 함수의 그래프가 점 $(-1, 27)$을 지나므로

$27=9a \qquad \therefore a=3$

따라서 $y=3(x-2)^2$이므로 y축과의 교점의 y좌표는 … 2단계

$y=3\times(0-2)^2=12$ … 3단계

답 12

단계	채점 요소	비율
1	이차함수의 식을 $y=a(x-p)^2+q$의 꼴로 놓기	40 %
2	이차함수의 식 구하기	40 %
3	y축과의 교점의 y좌표 구하기	20 %

1095 두 수를 x, $18-x$라 하고 두 수의 곱을 y라 하면

$y=x(18-x)=-x^2+18x$

$=-(x-9)^2+81$

이므로 $x=9$일 때 최댓값 81을 갖는다.

따라서 두 수의 곱의 최댓값은 81이다. 답 ④

1096 두 수를 x, $x+12$라 하고 두 수의 곱을 y라 하면

$y=x(x+12)=x^2+12x$

$=(x+6)^2-36$

이므로 $x=-6$일 때 최솟값 -36을 갖는다.

따라서 두 수의 곱이 최소가 될 때의 두 수는 -6, 6이다.

답 -6, 6

1097 $2x-y=10$에서 $y=2x-10$이므로

$xy=x(2x-10)=2x^2-10x$

$=2\left(x-\frac{5}{2}\right)^2-\frac{25}{2}$

따라서 $x=\frac{5}{2}$일 때 최솟값 $-\frac{25}{2}$를 갖는다. 답 ④

1098 $y=40x-5x^2=-5(x-4)^2+80$이므로 $x=4$일 때 최댓값 80을 갖는다.

따라서 최고 높이에 도달했을 때의 지면으로부터의 높이는 80 m이다. 답 ⑤

1099 $h=-5t^2+20t+15=-5(t-2)^2+35$이므로 $t=2$일 때 최댓값 35를 갖는다.

따라서 최고 높이에 도달할 때까지 걸리는 시간은 2초이다.

답 2초

1100 $y=80x-5x^2=-5(x-8)^2+320$

즉 $x=8$일 때 최댓값 320을 가지므로 8초 후에 최고 높이에 도달한다.

물체가 지면에 떨어지는 것은 $y=0$일 때이므로

$0=80x-5x^2, \qquad x^2-16x=0$

$x(x-16)=0$

$\therefore x=0$ 또는 $x=16$

그런데 $x>0$이므로 $x=16$

따라서 다시 지면에 떨어지는 것은 최고 높이에 도달한 지 $16-8=8$(초) 후이다. 답 ③

1101 가로의 길이를 x cm만큼 줄이고, 세로의 길이를 x cm만큼 늘였으므로

$y=(15-x)(11+x)=-x^2+4x+165$

$=-(x-2)^2+169$

즉 $x=2$일 때 최댓값 169를 갖는다.

따라서 y의 값이 최대가 되도록 하는 x의 값은 2이다. 답 2

1102 울타리의 세로의 길이를 x m라 하면 가로의 길이는 $(28-2x)$ m이다.

울타리의 넓이를 y m^{2}라 하면

$y=x(28-2x)=-2x^2+28x$

$=-2(x-7)^2+98$

이므로 $x=7$일 때 최댓값 98을 갖는다.

따라서 울타리 내부의 최대 넓이는 98 m^{2}이다. 답 ②

1103 부채꼴의 반지름의 길이를 x cm라 하면 부채꼴의 호의 길이는 $(16-2x)$ cm이다.

부채꼴의 넓이를 y cm^{2}라 하면

$y=\frac{1}{2}x(16-2x)=-x^2+8x$

$=-(x-4)^2+16$ … 1단계

이므로 $x=4$일 때 최댓값 16을 갖는다.

따라서 부채꼴의 최대 넓이는 16 cm^{2}이다. … 2단계

답 16 cm^2

단계	채점 요소	비율
1	이차함수의 식 세우기	50 %
2	부채꼴의 최대 넓이 구하기	50 %

RPM 비법 노트

반지름의 길이가 r, 호의 길이가 l인 부채꼴의 넓이를 S라 하면

$S=\frac{1}{2}rl$

1104 $y=-x^2+2kx+6k=-(x-k)^2+k^2+6k$

따라서 최댓값 M은

$M=k^2+6k=(k+3)^2-9$

이므로 M은 $k=-3$일 때 최솟값 -9를 갖는다. 답 ③

1105 $y=2x^2-ax+a=2\left(x-\frac{a}{4}\right)^2-\frac{a^2}{8}+a$

따라서 최솟값 m은

$$m=-\frac{a^2}{8}+a=-\frac{1}{8}(a-4)^2+2$$

이므로 m은 $a=4$일 때 최댓값 2를 갖는다.

즉 m의 값이 최대가 되도록 하는 a의 값은 4이다.

답 4

1106 $y=\frac{1}{4}x^2+kx-3k=\frac{1}{4}(x+2k)^2-k^2-3k$

따라서 최솟값 $f(k)$는

$$f(k)=-k^2-3k=-\left(k+\frac{3}{2}\right)^2+\frac{9}{4}$$

이므로 $f(k)$는 $k=-\frac{3}{2}$일 때 최댓값 $\frac{9}{4}$를 갖는다.

답 ④

1107 점 P의 좌표를 $(x,\ -x+10)$이라 하고 □OQPR의 넓이를 y라 하면

$$y=x(-x+10)=-x^2+10x$$
$$=-(x-5)^2+25$$

이므로 $x=5$일 때 최댓값 25를 갖는다.

따라서 □OQPR의 최대 넓이는 25이다.

답 ②

1108 점 P의 좌표를 $(x,\ -2x+8)$이라 하고 △PRQ의 넓이를 y라 하면

$$y=\frac{1}{2}x(-2x+8)=-x^2+4x$$
$$=-(x-2)^2+4$$

이므로 $x=2$일 때 최댓값 4를 갖는다.

따라서 △PRQ의 최대 넓이는 4이다.

답 4

1109 직선 l은 두 점 $(0,\ 4)$, $(12,\ 0)$을 지나므로 직선의 방정식은

$$y=\frac{0-4}{12-0}x+4,\ \text{즉}\ y=-\frac{1}{3}x+4$$ … 1단계

점 P의 좌표를 $\left(x,\ -\frac{1}{3}x+4\right)$라 하고 □OQPR의 넓이를 y라 하면

$$y=x\left(-\frac{1}{3}x+4\right)=-\frac{1}{3}x^2+4x$$
$$=-\frac{1}{3}(x-6)^2+12$$ … 2단계

이므로 $x=6$일 때 최댓값 12를 갖는다.

따라서 □OQPR의 넓이가 최대일 때의 점 P의 좌표는

$$\left(6,\ -\frac{1}{3}\times6+4\right),\ \text{즉}\ (6,\ 2)$$ … 3단계

답 $(6,\ 2)$

단계	채점 요소	비율
1	직선의 방정식 구하기	20 %
2	이차함수의 식 세우기	60 %
3	점 P의 좌표 구하기	20 %

시험에 꼭 나오는 문제

본문 161~164쪽

1110 전략 이차함수의 식을 $y=a(x-p)^2+q$의 꼴로 고친다.

① $y=2x^2-4x=2(x^2-2x+1-1)$
$=2(x-1)^2-2$

② $y=x^2+6x+7=x^2+6x+9-9+7$
$=(x+3)^2-2$

③ $y=-2x^2+12x-9=-2(x^2-6x+9-9)-9$
$=-2(x-3)^2+9$

④ $y=-\frac{1}{4}x^2+x+2=-\frac{1}{4}(x^2-4x+4-4)+2$
$=-\frac{1}{4}(x-2)^2+3$

⑤ $y=-\frac{1}{3}x^2+2x-2=-\frac{1}{3}(x^2-6x+9-9)-2$
$=-\frac{1}{3}(x-3)^2+1$

따라서 바르게 나타낸 것은 ④이다.

답 ④

1111 전략 이차함수의 식을 $y=a(x-p)^2+q$의 꼴로 고친 후 꼭짓점의 좌표를 구한다.

① $y=x^2-4x+1=(x-2)^2-3$
이 이차함수의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(2,\ -3)$이므로 제4사분면 위에 있다.

② $y=-x^2-6x-11=-(x+3)^2-2$
이 이차함수의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(-3,\ -2)$이므로 제3사분면 위에 있다.

③ $y=2x^2+2x+3=2\left(x+\frac{1}{2}\right)^2+\frac{5}{2}$
이 이차함수의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $\left(-\frac{1}{2},\ \frac{5}{2}\right)$이므로 제2사분면 위에 있다.

④ $y=3x^2-6x=3(x-1)^2-3$
이 이차함수의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(1,\ -3)$이므로 제4사분면 위에 있다.

⑤ $y=\frac{1}{2}x^2-2x+3=\frac{1}{2}(x-2)^2+1$
이 이차함수의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(2,\ 1)$이므로 제1사분면 위에 있다.

따라서 꼭짓점이 제2사분면 위에 있는 것은 ③이다.

답 ③

1112 전략 먼저 그래프가 지나는 점의 좌표를 주어진 이차함수의 식에 대입하여 k의 값을 구한다.

$y=-3x^2+kx-4$의 그래프가 점 $(2,\ -4)$를 지나므로

$-4=-12+2k-4\quad\therefore k=6$

$y=-3x^2+6x-4=-3(x-1)^2-1$이므로 이 그래프의 축의 방정식은 $x=1$이다.

답 $x=1$

1113 전략 이차함수의 식을 $y=a(x-p)^2+q$의 꼴로 고친 후 축의 방정식을 구한다.

$y=-2x^2+8x-7=-2(x-2)^2+1$

이 그래프의 축의 방정식은 $x=2$이고 위로 볼록하므로 x의 값이 증가할 때 y의 값도 증가하는 x의 값의 범위는 $x<2$이다.

답 ②

1114 전략 $y=0$일 때의 x의 값을 구하여 두 점 A, E의 좌표를 구한다.

$y=x^2+4x-5$에 $y=0$을 대입하면

$0=x^2+4x-5,\quad (x+5)(x-1)=0$

$\therefore x=-5$ 또는 $x=1$

$\therefore$ A$(-5, 0)$, E$(1, 0)$

$y=x^2+4x-5$에 $x=0$을 대입하면

$y=-5\quad \therefore$ D$(0, -5)$

$y=x^2+4x-5=(x+2)^2-9$이므로 C$(-2, -9)$

축의 방정식은 $x=-2$이고, 그래프의 축에서 두 점 B, D까지의 거리가 같으므로 B$(-4, -5)$

따라서 옳지 않은 것은 ②이다.

답 ②

1115 전략 이차함수의 식을 $y=a(x-p)^2+q$의 꼴로 고친 후 평행이동한 그래프의 식을 구한다.

$y=2x^2-4x+1=2(x-1)^2-1$의 그래프를 x축의 방향으로 a만큼, y축의 방향으로 b만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y-b=2(x-a-1)^2-1$, 즉

$y=2(x-a-1)^2-1+b$ …… ㉠

$y=2x^2+8x+3=2(x+2)^2-5$의 그래프가 ㉠의 그래프와 일치하므로

$-a-1=2,\ -1+b=-5$

$\therefore a=-3,\ b=-4$

$\therefore a^2+b^2=(-3)^2+(-4)^2=25$

답 25

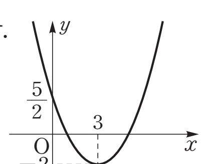
1116 전략 이차함수의 식을 $y=a(x-p)^2+q$의 꼴로 고친 후 평행이동한 그래프의 식을 구한다.

$y=\frac{1}{2}x^2-2x+3=\frac{1}{2}(x-2)^2+1$의 그래프를 x축의 방향으로 1만큼, y축의 방향으로 -3만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y+3=\frac{1}{2}(x-1-2)^2+1$

$\therefore y=\frac{1}{2}(x-3)^2-2$

이 이차함수의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



ㄹ. 꼭짓점의 좌표는 $(3, -2)$이다.

ㅂ. $x>3$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값도 증가한다.

이상에서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ, ㅁ이다.

답 ㄱ, ㄴ, ㄷ, ㅁ

1117 전략 두 점 C, D의 좌표를 구한 후 밑변의 길이가 같은 두 삼각형의 넓이의 비는 높이의 비와 같음을 이용한다.

$y=3x^2-5x-2$에 $x=0$을 대입하면 $y=-2$

$\therefore$ C$(0, -2)$

$y=3x^2-5x-2=3\left(x-\frac{5}{6}\right)^2-\frac{49}{12}$이므로

D$\left(\frac{5}{6}, -\frac{49}{12}\right)$

이때 $\triangle$ACB와 $\triangle$ADB의 밑변을 $\overline{\text{AB}}$로 정하면 두 삼각형의 넓이의 비는 높이의 비와 같다.

$\therefore \triangle\text{ACB} : \triangle\text{ADB}=2 : \frac{49}{12}=24 : 49$

답 ③

1118 전략 먼저 주어진 그래프에서 a, b, c의 부호를 구한다.

그래프가 위로 볼록하므로 $a<0$

축이 y축의 오른쪽에 있으므로 $ab<0$

$\therefore b>0$

y축과의 교점이 x축의 위쪽에 있으므로 $c>0$

① $ab<0$ ② $ac<0$ ③ $abc<0$

④ $x=1$일 때, $y=a+b+c$

주어진 그래프에서 $x=1$일 때의 함숫값이 양수이므로

$a+b+c>0$

⑤ $x=-2$일 때, $y=4a-2b+c$

주어진 그래프에서 $x=-2$일 때의 함숫값이 음수이므로

$4a-2b+c<0$

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

답 ⑤

1119 전략 주어진 축의 방정식을 이용하여 이차함수의 식을 $y=a(x-p)^2+q$로 놓는다.

축의 방정식이 $x=2$이므로 이차함수의 식을 $y=a(x-2)^2+q$로 놓으면 그래프가 두 점 $(-1, 0)$, $(3, 8)$을 지나므로

$0=9a+q,\ 8=a+q$

위의 두 식을 연립하여 풀면

$a=-1,\ q=9$

$\therefore y=-(x-2)^2+9=-x^2+4x+5$

따라서 $b=4$, $c=5$이므로

$a+b-c=-1+4-5=-2$

답 ①

1120 전략 이차함수의 식을 $y=ax^2+bx+c$로 놓고 세 점의 좌표를 대입한다.

이차함수의 식을 $y=ax^2+bx+c$로 놓으면 그래프가 점 $(0, 6)$을 지나므로

$6=c$

$y=ax^2+bx+6$의 그래프가 점 $(-1, 0)$을 지나므로

$0=a-b+6$ …… ㉠

또 점 $(4, -10)$을 지나므로

$-10=16a+4b+6$ …… ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면

$a=-2,\ b=4$

따라서 $y=-2x^2+4x+6$의 그래프가 점 $(2, k)$를 지나므로

$k=-8+8+6=6$

답 6

1121 전략 이차함수의 그래프가 x축과 두 점 $(m, 0)$, $(n, 0)$에서 만나면 이차함수의 식을 $y=a(x-m)(x-n)$으로 놓는다.

$y=\frac{1}{4}x^2$의 그래프와 모양이 같고, x축과 두 점 $(-6, 0)$, $(2, 0)$에서 만나므로 이차함수의 식은

$$y=\frac{1}{4}(x+6)(x-2)$$
$$=\frac{1}{4}(x^2+4x-12)=\frac{1}{4}(x+2)^2-4$$

따라서 이 이차함수의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(-2, -4)$이다. 답 $(-2, -4)$

1122 전략 먼저 그래프가 지나는 점을 이용하여 $f(x)$를 구한다.

$y=f(x)$의 그래프가 두 점 $(-1, 0)$, $(5, 0)$을 지나므로

$f(x)=a(x+1)(x-5)$로 놓으면 $f(0)=-\frac{5}{2}$이므로

$$-5a=-\frac{5}{2} \qquad \therefore a=\frac{1}{2}$$
$$\therefore f(x)=\frac{1}{2}(x+1)(x-5)$$
$$=\frac{1}{2}(x^2-4x-5)$$
$$=\frac{1}{2}(x-2)^2-\frac{9}{2}$$

따라서 함수 $f(x)$는 $x=2$일 때 최솟값 $-\frac{9}{2}$를 갖는다.

답 ③

1123 전략 이차함수의 식을 $y=a(x-p)^2+q$의 꼴로 고친다.

$y=-x^2+2x+2a=-(x-1)^2+1+2a$

따라서 $x=1$일 때 최댓값 $1+2a$를 가지므로

$$1+2a=7-a \qquad \therefore a=2$$ 답 2

1124 전략 이차함수가 $x=p$에서 최댓값 q를 가지면 이차함수의 식은 $y=a(x-p)^2+q$ $(a<0)$로 놓을 수 있다.

주어진 이차함수는 x^2의 계수가 $-\frac{1}{3}$이고 $x=-3$일 때 최댓값 b를 가지므로

$$y=-\frac{1}{3}(x+3)^2+b$$

로 놓을 수 있다.

즉 $y=-\frac{1}{3}(x+3)^2+b=-\frac{1}{3}x^2-2x-3+b$이므로

$$a=-2,\ 11=-3+b$$
$$\therefore b=14$$

또 $y=-\frac{1}{3}x^2-2x+11$의 그래프가 점 $(k, 2)$를 지나므로

$$2=-\frac{1}{3}k^2-2k+11, \qquad k^2+6k-27=0$$
$$(k+9)(k-3)=0$$
$$\therefore k=-9 \text{ 또는 } k=3$$

그런데 $k<0$이므로 $\quad k=-9$

$$\therefore a+b+k=-2+14+(-9)=3$$ 답 ②

1125 전략 두 수를 x, $6-x$라 하고 주어진 조건을 식으로 나타낸다.

두 수를 x, $6-x$라 하고 두 수의 제곱의 합을 y라 하면

$$y=x^2+(6-x)^2=2x^2-12x+36$$
$$=2(x-3)^2+18$$

이므로 $x=3$일 때 최솟값 18을 갖는다.

따라서 두 수의 제곱의 합의 최솟값은 18이다. 답 18

1126 전략 이익을 y만 원이라 하고 주어진 식을 $y=a(x-p)^2+q$의 꼴로 고친다.

이익을 y만 원이라 하면

$$y=-\frac{1}{10}x^2+80x-7000=-\frac{1}{10}(x-400)^2+9000$$

이므로 $x=400$일 때 최댓값 9000을 갖는다.

따라서 최대의 이익을 내기 위해서는 하루에 400개의 제품을 판매해야 한다. 답 ③

1127 전략 주어진 이차함수의 식을 $y=a(x-p)^2+q$의 꼴로 고친 후 m을 k에 대한 식으로 나타낸다.

$y=x^2+2kx+4k=(x+k)^2-k^2+4k$

따라서 최솟값 m은

$$m=-k^2+4k=-(k-2)^2+4$$

이므로 m은 $k=2$일 때 최댓값 4를 갖는다. 답 4

1128 전략 꼭짓점과 그래프가 지나는 한 점을 이용하여 이차함수의 식을 구한다.

$y=ax^2+bx+c$의 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(-2, -4)$이므로 이차함수의 식을

$$y=a(x+2)^2-4$$

로 놓으면 그래프가 점 $(2, 4)$를 지나므로

$$4=16a-4 \qquad \therefore a=\frac{1}{2}$$ … 1단계

$$\therefore y=\frac{1}{2}(x+2)^2-4=\frac{1}{2}x^2+2x-2$$
$$\therefore b=2,\ c=-2$$ … 2단계

따라서 $y=bx^2+cx+a=2x^2-2x+\frac{1}{2}=2\left(x-\frac{1}{2}\right)^2$이므로 이 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $\left(\frac{1}{2}, 0\right)$이다. … 3단계

답 $\left(\frac{1}{2}, 0\right)$

단계	채점 요소	비율
1	a의 값 구하기	40 %
2	b, c의 값 구하기	40 %
3	$y=bx^2+cx+a$의 그래프의 꼭짓점의 좌표 구하기	20 %

1129 전략 이차함수 $y=-\frac{1}{4}x^2$의 그래프와 모양이 같음을 이용하여 a의 값을 구한다.

조건 (가)에서 $c=0$이고, 조건 (라)에서 $a=-\frac{1}{4}$이다. … 1단계

09 이차함수의 그래프 (2)

따라서 이차함수의 식은

$$y=-\frac{1}{4}x^2+bx=-\frac{1}{4}(x-2b)^2+b^2$$

조건 (나)에서 꼭짓점 $(2b,\ b^2)$이 직선 $y=x+3$ 위의 점이므로

$b^2=2b+3, \quad b^2-2b-3=0$

$(b+1)(b-3)=0$

$\therefore\ b=-1$ 또는 $b=3$

그런데 조건 (다)에서 그래프가 제2사분면을 지나지 않으므로

$b>0$

$\therefore\ b=3$ ··· 2단계

$\therefore\ 4a+b-c=4\times\left(-\frac{1}{4}\right)+3-0=2$ ··· 3단계

답 2

단계	채점 요소	비율
1	a, c의 값 구하기	40 %
2	b의 값 구하기	50 %
3	$4a+b-c$의 값 구하기	10 %

1130 전략 $\overline{\mathrm{AP}}$의 길이를 x cm, 두 도형의 넓이의 합을 y cm^{2}라 하고 이차함수의 식을 세운다.

$\overline{\mathrm{AP}}=x$ cm라 하면 $\overline{\mathrm{BP}}=(12-x)$ cm이고 두 도형의 넓이의 합을 y cm^{2}라 하면

$$y=x^2+\frac{1}{2}(12-x)^2=\frac{3}{2}x^2-12x+72$$

$=\frac{3}{2}(x-4)^2+48$ ··· 1단계

따라서 $x=4$일 때 최솟값 48을 갖는다.

즉 두 도형의 넓이의 합이 최소가 되도록 하는 $\overline{\mathrm{AP}}$의 길이는 4 cm이다. ··· 2단계

답 4 cm

단계	채점 요소	비율
1	이차함수의 식 세우기	50 %
2	두 도형의 넓이의 합이 최소가 되도록 하는 $\overline{\mathrm{AP}}$의 길이 구하기	50 %

1131 전략 주어진 이차함수를 $y=a(x-p)^2+q$의 꼴로 변형하여 꼭짓점의 좌표를 구한다.

$y=x^2+10ax+5a=(x+5a)^2-25a^2+5a$

이차함수의 그래프의 축의 방정식은 $x=-5a$이고 축이 y축의 왼쪽에 있으므로

$-5a<0 \quad \therefore\ a>0$ ······ ㉠

꼭짓점의 좌표는 $(-5a,\ -25a^2+5a)$이고 꼭짓점이 직선 $y=-4x-10$ 위에 있으므로

$-25a^2+5a=-4\times(-5a)-10$

$5a^2+3a-2=0, \quad (a+1)(5a-2)=0$

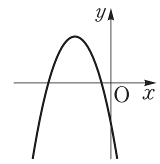
$\therefore\ a=-1$ 또는 $a=\frac{2}{5}$

그런데 ㉠에 의하여 $a=\frac{2}{5}$

답 $\frac{2}{5}$

1132 전략 이차함수의 그래프가 제1사분면만 지나지 않을 때의 그래프의 개형을 생각해 본다.

$y=ax^2+bx+c$의 그래프가 제1사분면만 지나지 않으므로 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



$\therefore\ a<0,\ b<0,\ c\le 0$

이때 $y=-cx^2+abx-bc$는 이차함수이므로

$-c\ne 0 \quad \therefore\ c<0$

따라서 $-c>0,\ ab>0,\ -bc<0$이므로 $y=-cx^2+abx-bc$의 그래프로 알맞은 것은 ④이다.

답 ④

1133 전략 두 이차함수의 그래프는 x축에 대하여 대칭임을 이용한다.

점 D의 좌표를 $(x,\ -x^2+2)$라 하고 직사각형 ABCD의 둘레의 길이를 y라 하자.

두 이차함수 $y=x^2-2$와 $y=-x^2+2$의 그래프는 x축에 대하여 대칭이므로

$\overline{\mathrm{AD}}=2x,\ \overline{\mathrm{DC}}=2(-x^2+2)$

$\therefore\ y=2\{2x+2(-x^2+2)\}$

$=-4x^2+4x+8$

$=-4\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+9$

따라서 $x=\frac{1}{2}$일 때 최댓값 9를 갖는다.

즉 □ABCD의 둘레의 길이의 최댓값은 9이다.

답 9

대표문제 다시 풀기

01 제곱근의 뜻과 성질

01 x가 15의 제곱근이므로 $\quad x^2=15$

따라서 바르게 나타낸 것은 ⑤이다. 답 ⑤

02 ① $\frac{9}{100}$의 제곱근은 $\pm\frac{3}{10}$이다.

② 0의 제곱근은 1개이고, 음의 정수의 제곱근은 없다.

③ 제곱근 $\frac{4}{25}$는 $\frac{2}{5}$이다.

⑤ -0.8은 0.64의 제곱근이다.

따라서 옳은 것은 ④이다. 답 ④

03 ⑤ $\sqrt{1.\dot{7}}=\sqrt{\frac{17-1}{9}}=\sqrt{\frac{16}{9}}=\frac{4}{3}$

따라서 근호를 사용하지 않고 나타낼 수 있는 수는 ⑤이다.

답 ⑤

04 $\sqrt{625}=25$의 음의 제곱근은 -5이므로 $\quad A=-5$

$(-13)^2=169$의 양의 제곱근은 13이므로 $\quad B=13$

$\therefore A+B=-5+13=8$ 답 8

05 (직사각형의 넓이)$=14\times6=84\ (\text{cm}^2)$

넓이가 84 cm^2인 정사각형의 한 변의 길이를 x cm라 하면

$x^2=84 \quad \therefore x=\sqrt{84}\ (\because x>0)$ 답 $\sqrt{84}$ cm

06 ① $\sqrt{(-4)^2}=4$ ② $-\sqrt{\left(\frac{1}{3}\right)^2}=-\frac{1}{3}$

③ $(\sqrt{25})^2=25$ ⑤ $(-\sqrt{0.6})^2=0.6$

따라서 옳은 것은 ④이다. 답 ④

07 ⑤ (주어진 식)$=1-0.5\times16=-7$

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다. 답 ⑤

08 ① $a<0$이므로 $\quad \sqrt{a^2}=-a$

② $-15a>0$이므로 $\quad \sqrt{(-15a)^2}=-15a$

③ $9a<0$이므로 $\quad \sqrt{(9a)^2}=-9a$

④ $6a<0$이므로 $\quad -\sqrt{36a^2}=-\sqrt{(6a)^2}=-(-6a)=6a$

⑤ $-49a>0$이므로 $\quad -\sqrt{(-49a)^2}=-(-49a)=49a$

따라서 옳은 것은 ④이다. 답 ④

09 $a<0,\ b>0$에서 $\quad -2a>0,\ 5b>0$

$\therefore$ (주어진 식)$=-2a+5b-(-a)=-a+5b$

답 $-a+5b$

10 $x-5<0,\ x+4>0$이므로

(주어진 식)$=-(x-5)+(x+4)$

$=-x+5+x+4=9$ 답 ②

11 $\sqrt{56x}=\sqrt{2^3\times7\times x}$가 자연수가 되려면

$x=2\times7\times$(자연수)^{2}의 꼴이어야 한다.

따라서 가장 작은 자연수 x의 값은

$2\times7=14$ 답 14

12 $\sqrt{\frac{48}{x}}=\sqrt{\frac{2^4\times3}{x}}$이 자연수가 되려면 x는 48의 약수이면서 $3\times$(자연수)^{2}의 꼴이어야 한다.

따라서 가장 작은 자연수 x의 값은 3이다. 답 3

13 $\sqrt{21+x}$가 자연수가 되려면 $21+x$는 (자연수)^{2}의 꼴이어야 한다.

이때 x는 자연수이므로 $21+x>21$에서

$21+x=25,\ 36,\ 49,\ \cdots$

x는 가장 작은 자연수이므로

$21+x=25 \quad \therefore x=4$ 답 4

14 $\sqrt{25-x}$가 정수가 되려면 $25-x$는 0 또는 (자연수)^{2}의 꼴이어야 한다.

이때 x는 자연수이므로 $25-x<25$에서

$25-x=0,\ 1,\ 4,\ 9,\ 16$

$\therefore x=25,\ 24,\ 21,\ 16,\ 9$

따라서 구하는 자연수 x의 개수는 5이다. 답 ①

15 ② $3=\sqrt{9}$이므로 $\quad \sqrt{7}<3$

$\therefore -\sqrt{7}>-3$

③ $5=\sqrt{25}$이므로 $\quad \sqrt{26}>5$

④ $\frac{1}{9}=\sqrt{\frac{1}{81}}$이므로 $\quad \frac{1}{9}<\sqrt{\frac{1}{18}}$

⑤ $0.4=\sqrt{0.16}$이므로 $\quad 0.4<\sqrt{0.4}$

$\therefore -0.4>-\sqrt{0.4}$

따라서 옳지 않은 것은 ④이다. 답 ④

16 $\sqrt{17}>4$이므로 $\quad \sqrt{17}-4>0,\ 4-\sqrt{17}<0$

$\therefore$ (주어진 식)$=\sqrt{17}-4-\{-(4-\sqrt{17})\}$

$=\sqrt{17}-4+4-\sqrt{17}=0$ 답 ③

17 $6<\sqrt{3n}<7$에서 $\quad 6^2<(\sqrt{3n})^2<7^2$

$36<3n<49 \quad \therefore 12<n<\frac{49}{3}$

따라서 자연수 n은 13, 14, 15, 16의 4개이다. 답 4

18 $6<\sqrt{45}<7$이므로 $\sqrt{45}$보다 작은 자연수는

$1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6$

의 6개이다.

$\therefore a=6$

$8<\sqrt{72}<9$이므로 $\sqrt{72}$보다 작은 자연수는

$1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7,\ 8$

의 8개이다.

$\therefore b=8$

$\therefore b-a=8-6=2$ 답 ②

I. 실수와 그 연산

02 무리수와 실수

01 ③ $\sqrt{25}=5$

⑤ $\sqrt{1.96}=1.4$

따라서 무리수인 것은 ④이다. 답 ④

02 ② 무리수는 소수로 나타내었을 때, 순환소수가 아닌 무한소수가 되므로 순환소수로 나타낼 수 없다.

⑤ 4의 제곱근인 2와 -2는 모두 유리수이다.

따라서 옳지 않은 것은 ②, ⑤이다. 답 ②, ⑤

03 $\sqrt{81}=9,\ -\sqrt{0.1\dot{2}}=-\sqrt{\frac{12-1}{90}}=-\sqrt{\frac{11}{90}}$

① 자연수는 $\sqrt{81}$의 1개이다.

② 정수는 $\sqrt{81}$의 1개이다.

③ 정수가 아닌 유리수는 $-\frac{1}{4}$, $6.02\dot{4}$의 2개이다.

④ 유리수는 $-\frac{1}{4}$, $\sqrt{81}$, $6.02\dot{4}$의 3개이다.

⑤ 소수로 나타내었을 때 순환소수가 아닌 무한소수로 나타내어지는 것, 즉 무리수는

$\sqrt{22.5},\ -\sqrt{0.1\dot{2}},\ \sqrt{3}-1$

의 3개이다.

따라서 옳은 것은 ⑤이다. 답 ⑤

04 $\triangle ABC$는 직각삼각형이므로 $\overline{CA}=\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{5}$

$\overline{CP}=\overline{CA}=\sqrt{5}$이므로 점 P에 대응하는 수는

$3-\sqrt{5}$

$\overline{CQ}=\overline{CA}=\sqrt{5}$이므로 점 Q에 대응하는 수는

$3+\sqrt{5}$ 답 $3-\sqrt{5},\ 3+\sqrt{5}$

05 ① 3에 가장 가까운 무리수를 찾을 수 없다.

② $\sqrt{6}$과 $\sqrt{7}$ 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.

④ $\frac{1}{13}$과 $\frac{6}{13}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.

따라서 옳은 것은 ③, ⑤이다. 답 ③, ⑤

06 $1<\sqrt{3}<2$이므로 $-1<\sqrt{3}-2<0$

따라서 $\sqrt{3}-2$에 대응하는 점은 B이다. 답 ②

07 ① $(\sqrt{5}-2)-1=\sqrt{5}-3=\sqrt{5}-\sqrt{9}<0$

$\therefore \sqrt{5}-2<1$

② $3-(5-\sqrt{6})=-2+\sqrt{6}=-\sqrt{4}+\sqrt{6}>0$

$\therefore 3>5-\sqrt{6}$

③ $\frac{1}{2}-\left(1-\sqrt{\frac{1}{2}}\right)=-\frac{1}{2}+\sqrt{\frac{1}{2}}=-\sqrt{\frac{1}{4}}+\sqrt{\frac{1}{2}}>0$

$\therefore \frac{1}{2}>1-\sqrt{\frac{1}{2}}$

④ $(6-\sqrt{10})-(6-\sqrt{11})=-\sqrt{10}+\sqrt{11}>0$

$\therefore 6-\sqrt{10}>6-\sqrt{11}$

⑤ $(-\sqrt{13}-\sqrt{7})-(-\sqrt{14}-\sqrt{7})=-\sqrt{13}+\sqrt{14}>0$

$\therefore -\sqrt{13}-\sqrt{7}>-\sqrt{14}-\sqrt{7}$

따라서 옳은 것은 ⑤이다. 답 ⑤

08 $a-b=(-3+\sqrt{5})-(\sqrt{5}-\sqrt{8})$

$=-3+\sqrt{8}=-\sqrt{9}+\sqrt{8}<0$

이므로 $a<b$

$a-c=(-3+\sqrt{5})-(-1)=-2+\sqrt{5}=-\sqrt{4}+\sqrt{5}>0$

이므로 $a>c$

$\therefore c<a<b$ 답 ④

09 $\sqrt{7.86}=2.804$이므로 $a=2.804$

$\sqrt{7.64}=2.764$이므로 $b=7.64$

$\therefore 100a-10b=280.4-76.4=204$ 답 204

10 $\sqrt{16}<\sqrt{17}<\sqrt{25}$에서 $4<\sqrt{17}<5$

① $5<\sqrt{17}+1<6$

② $\sqrt{\frac{61}{2}}=\sqrt{30.5}$

③ $\sqrt{1}<\sqrt{3}<\sqrt{4}$에서 $1<\sqrt{3}<2$이므로

$5<\sqrt{3}+4<6$

④ $6<\sqrt{17}+2<7$

⑤ $\sqrt{9}<\sqrt{12}<\sqrt{16}$에서 $3<\sqrt{12}<4$이므로

$5<\sqrt{12}+2<6$

따라서 $\sqrt{17}$과 6 사이에 있는 수가 아닌 것은 ④이다. 답 ④

I. 실수와 그 연산

03 근호를 포함한 식의 계산

01 ① $\sqrt{3}\times\sqrt{7}=\sqrt{21}$

② $(-\sqrt{6})\times 6\sqrt{11}=-6\sqrt{66}$

③ $(-\sqrt{5})\times(-2\sqrt{3})=2\sqrt{15}$

⑤ $3\sqrt{6}\times 8\sqrt{5}=24\sqrt{30}$

따라서 옳은 것은 ④이다. 답 ④

02 ① $\dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt{20}}=\sqrt{\dfrac{5}{20}}=\sqrt{\dfrac{1}{4}}=\dfrac{1}{2}$

② $2\sqrt{18}\div4\sqrt{6}=\dfrac{2\sqrt{18}}{4\sqrt{6}}=\dfrac{1}{2}\sqrt{\dfrac{18}{6}}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

③ $\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}\div\dfrac{\sqrt{12}}{\sqrt{40}}=\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}\times\dfrac{\sqrt{40}}{\sqrt{12}}=\sqrt{\dfrac{3}{5}\times\dfrac{40}{12}}=\sqrt{2}$

④ $\dfrac{\sqrt{45}}{\sqrt{15}}\div\dfrac{\sqrt{6}}{2\sqrt{14}}=\dfrac{\sqrt{45}}{\sqrt{15}}\times\dfrac{2\sqrt{14}}{\sqrt{6}}$
$=2\sqrt{\dfrac{45}{15}\times\dfrac{14}{6}}=2\sqrt{7}$

⑤ $\sqrt{24}\div\sqrt{12}\div\dfrac{1}{\sqrt{18}}=\sqrt{24}\times\dfrac{1}{\sqrt{12}}\times\sqrt{18}$
$=\sqrt{24\times\dfrac{1}{12}\times18}=\sqrt{36}=6$

따라서 옳지 않은 것은 ③이다. 답 ③

03 $4\sqrt{3}=\sqrt{4^2\times3}=\sqrt{48}$이므로 $a=48$
$\sqrt{98}=\sqrt{7^2\times2}=7\sqrt{2}$이므로 $b=7$
$\therefore a+b=48+7=55$ 답 55

04 $\sqrt{\dfrac{175}{4}}=\sqrt{\dfrac{5^2\times7}{2^2}}=\dfrac{5\sqrt{7}}{2}$이므로 $a=\dfrac{5}{2}$
$\sqrt{0.96}=\sqrt{\dfrac{96}{100}}=\sqrt{\dfrac{4^2\times6}{10^2}}=\dfrac{4\sqrt{6}}{10}=\dfrac{2\sqrt{6}}{5}$이므로
$b=\dfrac{2}{5}$
$\therefore ab=\dfrac{5}{2}\times\dfrac{2}{5}=1$ 답 1

05 ① $\sqrt{0.15}=\sqrt{\dfrac{15}{100}}=\dfrac{\sqrt{15}}{10}=\dfrac{3.873}{10}=0.3873$
② $\sqrt{150}=\sqrt{1.5\times100}=10\sqrt{1.5}=10\times1.225=12.25$
③ $\sqrt{0.015}=\sqrt{\dfrac{1.5}{100}}=\dfrac{\sqrt{1.5}}{10}=\dfrac{1.225}{10}=0.1225$
④ $\sqrt{1500}=\sqrt{15\times100}=10\sqrt{15}=10\times3.873=38.73$
⑤ $\sqrt{0.0015}=\sqrt{\dfrac{15}{10000}}=\dfrac{\sqrt{15}}{100}=\dfrac{3.873}{100}=0.03873$
따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다. 답 ⑤

06 $\sqrt{450}=\sqrt{2\times3^2\times5^2}=\sqrt{2}\times(\sqrt{3})^2\times5=5ab^2$ 답 ⑤

07 ① $\dfrac{1}{\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ ② $\dfrac{10}{\sqrt{5}}=2\sqrt{5}$
③ $\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}}=\dfrac{\sqrt{21}}{7}$ ⑤ $\dfrac{\sqrt{2}}{4\sqrt{6}}=\dfrac{\sqrt{3}}{12}$
따라서 옳은 것은 ④이다. 답 ④

08 $\dfrac{5\sqrt{2}}{\sqrt{7}}\times\sqrt{21}\div\dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt{24}}$
$=\dfrac{5\sqrt{2}}{\sqrt{7}}\times\sqrt{21}\times\dfrac{2\sqrt{6}}{\sqrt{5}}=\dfrac{60}{\sqrt{5}}=12\sqrt{5}$ 답 $12\sqrt{5}$

09 $\overline{AB}$를 한 변으로 하는 정사각형의 넓이가 28이므로
$\overline{AB}=\sqrt{28}=2\sqrt{7}$
$\overline{BC}$를 한 변으로 하는 정사각형의 넓이가 40이므로
$\overline{BC}=\sqrt{40}=2\sqrt{10}$
$\therefore \triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times2\sqrt{7}\times2\sqrt{10}=2\sqrt{70}$ 답 ④

10 $\dfrac{\sqrt{2}}{6}-\dfrac{\sqrt{3}}{2}-\sqrt{2}+\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$
$=\left(\dfrac{1}{6}-1\right)\sqrt{2}+\left(-\dfrac{1}{2}+\dfrac{2}{3}\right)\sqrt{3}$
$=-\dfrac{5\sqrt{2}}{6}+\dfrac{\sqrt{3}}{6}$
따라서 $a=-\dfrac{5}{6}$, $b=\dfrac{1}{6}$이므로
$b-a=\dfrac{1}{6}-\left(-\dfrac{5}{6}\right)=1$ 답 ①

11 $\sqrt{216}-\sqrt{96}+\sqrt{24}=6\sqrt{6}-4\sqrt{6}+2\sqrt{6}$
$=4\sqrt{6}$
$\therefore k=4$ 답 4

12 $2\sqrt{48}-\sqrt{108}-\dfrac{4}{\sqrt{2}}+\dfrac{3}{\sqrt{27}}$
$=8\sqrt{3}-6\sqrt{3}-2\sqrt{2}+\dfrac{\sqrt{3}}{3}$
$=-2\sqrt{2}+\dfrac{7\sqrt{3}}{3}$ 답 ③

13 $\overline{AP}=\overline{AB}=\sqrt{1^2+3^2}=\sqrt{10}$이므로
$p=-1+\sqrt{10}$
$\overline{AQ}=\overline{AD}=\sqrt{3^2+1^2}=\sqrt{10}$이므로
$q=-1-\sqrt{10}$
$\therefore p+2q=(-1+\sqrt{10})+2(-1-\sqrt{10})$
$=-3-\sqrt{10}$ 답 $-3-\sqrt{10}$

14 $\sqrt{3}(\sqrt{6}-5)-\sqrt{5}(\sqrt{10}+\sqrt{15})$
$=3\sqrt{2}-5\sqrt{3}-5\sqrt{2}-5\sqrt{3}$
$=-2\sqrt{2}-10\sqrt{3}$
따라서 $x=-2$, $y=-10$이므로
$x+y=-2+(-10)=-12$ 답 ④

15 $\dfrac{5\sqrt{12}-\sqrt{20}}{6\sqrt{3}}=\dfrac{10\sqrt{3}-2\sqrt{5}}{6\sqrt{3}}$
$=\dfrac{(10\sqrt{3}-2\sqrt{5})\times\sqrt{3}}{6\sqrt{3}\times\sqrt{3}}$
$=\dfrac{30-2\sqrt{15}}{18}$
$=-\dfrac{\sqrt{15}}{9}+\dfrac{5}{3}$
따라서 $a=-\dfrac{1}{9}$, $b=\dfrac{5}{3}$이므로
$3a-b=3\times\left(-\dfrac{1}{9}\right)-\dfrac{5}{3}=-2$ 답 ①

부록
대표문제 다시 풀기

16 $\sqrt{2}(2\sqrt{10}-5\sqrt{2})+\dfrac{9\sqrt{10}-60}{\sqrt{45}}$

$=4\sqrt{5}-10+\dfrac{9\sqrt{10}-60}{3\sqrt{5}}$

$=4\sqrt{5}-10+3\sqrt{2}-4\sqrt{5}$

$=-10+3\sqrt{2}$ 답 ②

17 (주어진 식)$=10-2\sqrt{10}+a\sqrt{10}+3a$

$=3a+10+(a-2)\sqrt{10}$

유리수가 되려면 $a-2=0$

$\therefore a=2$ 답 2

18 $\square\mathrm{ABCD}=\dfrac{1}{2}\times\{\sqrt{15}+(\sqrt{15}+\sqrt{10})\}\times\sqrt{12}$

$=\dfrac{1}{2}\times(\sqrt{10}+2\sqrt{15})\times2\sqrt{3}$

$=\sqrt{30}+6\sqrt{5}\ (\mathrm{cm}^2)$ 답 $(\sqrt{30}+6\sqrt{5})\ \mathrm{cm}^2$

19 ① $\sqrt{18}-(5-\sqrt{2})=3\sqrt{2}-5+\sqrt{2}$

$=4\sqrt{2}-5$

$=\sqrt{32}-\sqrt{25}>0$

$\therefore \sqrt{18}>5-\sqrt{2}$

② $(3-\sqrt{3})-(4-2\sqrt{3})=-1+\sqrt{3}>0$

$\therefore 3-\sqrt{3}>4-2\sqrt{3}$

③ $(5\sqrt{2}-2\sqrt{3})-(2\sqrt{2}+\sqrt{3})=3\sqrt{2}-3\sqrt{3}$

$=\sqrt{18}-\sqrt{27}<0$

$\therefore 5\sqrt{2}-2\sqrt{3}<2\sqrt{2}+\sqrt{3}$

④ $(3\sqrt{3}-4\sqrt{2})-(-\sqrt{12}+\sqrt{8})=3\sqrt{3}-4\sqrt{2}+2\sqrt{3}-2\sqrt{2}$

$=5\sqrt{3}-6\sqrt{2}$

$=\sqrt{75}-\sqrt{72}>0$

$\therefore 3\sqrt{3}-4\sqrt{2}>-\sqrt{12}+\sqrt{8}$

⑤ $(2\sqrt{7}-\sqrt{3})-(3\sqrt{3}-\sqrt{7})=3\sqrt{7}-4\sqrt{3}$

$=\sqrt{63}-\sqrt{48}>0$

$\therefore 2\sqrt{7}-\sqrt{3}>3\sqrt{3}-\sqrt{7}$

따라서 옳지 않은 것은 ④이다. 답 ④

20 $2<\sqrt{7}<3$에서 $-3<-\sqrt{7}<-2$이므로

$9<12-\sqrt{7}<10$

따라서 $a=9$, $b=(12-\sqrt{7})-9=3-\sqrt{7}$이므로

$2a-b=2\times9-(3-\sqrt{7})=15+\sqrt{7}$ 답 ⑤

Ⅱ. 다항식의 곱셈과 인수분해

04 다항식의 곱셈

01 $(x+5y-3)(4x+y)$

$=4x^2+xy+20xy+5y^2-12x-3y$

$=4x^2+21xy+5y^2-12x-3y$ 답 ④

02 주어진 식의 전개식에서 y항은

$3y\times5+1\times(-2y)=15y-2y=13y$

따라서 y의 계수는 13이다. 답 ④

03 ① $(x+3)^2=x^2+6x+9$

② $(3x-1)^2=9x^2-6x+1$

③ $\left(\dfrac{1}{2}x+3\right)^2=\dfrac{1}{4}x^2+3x+9$

④ $(-2x+3)^2=(2x-3)^2=4x^2-12x+9$

따라서 옳은 것은 ⑤이다. 답 ⑤

04 $\left(6x+\dfrac{1}{2}y\right)\left(\dfrac{1}{2}y-6x\right)=\left(\dfrac{1}{2}y+6x\right)\left(\dfrac{1}{2}y-6x\right)$

$=\dfrac{1}{4}y^2-36x^2$

따라서 $A=-36$, $B=\dfrac{1}{4}$이므로

$AB=(-36)\times\dfrac{1}{4}=-9$ 답 ②

05 $\left(x+\dfrac{1}{4}\right)(x-8)=x^2-\dfrac{31}{4}x-2$

따라서 $a=-\dfrac{31}{4}$, $b=-2$이므로

$b-a=-2-\left(-\dfrac{31}{4}\right)=\dfrac{23}{4}$ 답 ③

06 $(6x+a)(2x+7)=12x^2+(42+2a)x+7a$이므로

$42+2a=b$, $7a=-35$

따라서 $a=-5$, $b=32$이므로

$a+b=-5+32=27$ 답 27

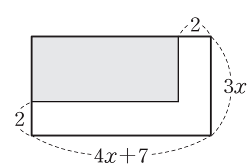
07 ⑤ $(3x+1)(3x-4)=9x^2-9x-4$

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다. 답 ⑤

08 (직사각형의 넓이)$=(5a-3b)(5a+3b)$

$=25a^2-9b^2$ 답 $25a^2-9b^2$

09 오른쪽 그림에서 길을 제외한 땅의 넓이는



$(4x+7-2)(3x-2)$

$=12x^2+7x-10$

답 $12x^2+7x-10$

10 $x+8=A$로 놓으면

$(x+y+8)(x-y+8)=(A+y)(A-y)$

$=A^2-y^2$

$=(x+8)^2-y^2$

$=x^2+16x+64-y^2$ 답 ④

11 ① $63^2=(60+3)^2$ ➡ $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$

② $97^2=(100-3)^2$ ➡ $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$

③ $502\times505=(500+2)(500+5)$

➡ $(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$

④ $10.4\times9.6=(10+0.4)(10-0.4)$

➡ $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$

⑤ $199\times204=(200-1)(200+4)$

➡ $(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$

따라서 주어진 곱셈 공식을 이용하면 가장 편리한 것은 ④이다.

답 ④

12 $(\sqrt{3}-\sqrt{5})^2=(\sqrt{3})^2-2\times\sqrt{3}\times\sqrt{5}+(\sqrt{5})^2$

$=3-2\sqrt{15}+5$

$=8-2\sqrt{15}$ 답 $8-2\sqrt{15}$

13 $\dfrac{1-\sqrt{6}}{5+2\sqrt{6}}=\dfrac{(1-\sqrt{6})(5-2\sqrt{6})}{(5+2\sqrt{6})(5-2\sqrt{6})}$

$=5-2\sqrt{6}-5\sqrt{6}+12$

$=17-7\sqrt{6}$

따라서 $a=17$, $b=-7$이므로

$a+b=17+(-7)=10$ 답 10

14 $x=2-\sqrt{3}$에서 $x-2=-\sqrt{3}$

$(x-2)^2=(-\sqrt{3})^2$, $x^2-4x+4=3$

$x^2-4x=-1$

$\therefore x^2-4x+9=-1+9=8$ 답 ③

15 $x^2+y^2=(x+y)^2-2xy=4^2-2\times1=14$ 답 ③

16 $x^2+\dfrac{1}{x^2}=\left(x+\dfrac{1}{x}\right)^2-2=(\sqrt{11})^2-2=9$ 답 9

17 (주어진 식)$=\{(x-2)(x+5)\}\{(x-1)(x+4)\}$

$=(x^2+3x-10)(x^2+3x-4)$

$x^2+3x=A$로 놓으면

(주어진 식)$=(A-10)(A-4)$

$=A^2-14A+40$

$=(x^2+3x)^2-14(x^2+3x)+40$

$=x^4+6x^3+9x^2-14x^2-42x+40$

$=x^4+6x^3-5x^2-42x+40$

답 $x^4+6x^3-5x^2-42x+40$

18 $x\neq0$이므로 $x^2-5x-1=0$의 양변을 x로 나누면

$x-5-\dfrac{1}{x}=0$ $\therefore x-\dfrac{1}{x}=5$

$\therefore x^2+\dfrac{1}{x^2}=\left(x-\dfrac{1}{x}\right)^2+2=5^2+2=27$ 답 ⑤

05 다항식의 인수분해

01 답 ⑤

02 ⑤ $(x-4)(x-3)+9(x-4)=(x-4)(x-3+9)$

$=(x-4)(x+6)$

따라서 인수분해한 것이 옳지 않은 것은 ⑤이다. 답 ⑤

03 ㄱ. $a^2-16a+64=(a-8)^2$

ㄴ. $\dfrac{1}{4}x^2+x+1=\left(\dfrac{1}{2}x+1\right)^2$

ㄹ. $12x^2-12xy+3y^2=3(4x^2-4xy+y^2)$

$=3(2x-y)^2$

이상에서 완전제곱식으로 인수분해되는 것은 ㄱ, ㄴ, ㄹ이다.

답 ㄱ, ㄴ, ㄹ

04 $x^2-12x+a$에서 $a=\left(\dfrac{-12}{2}\right)^2=36$

$x^2+bx+100=x^2+bx+10^2$에서

$b=2\times1\times10=20$ ($\because b>0$)

$\therefore a-b=36-20=16$ 답 16

05 $\sqrt{x^2+4x+4}-\sqrt{x^2-10x+25}=\sqrt{(x+2)^2}-\sqrt{(x-5)^2}$

$-2<x<5$이므로 $x+2>0$, $x-5<0$

$\therefore$ (주어진 식)$=\sqrt{(x+2)^2}-\sqrt{(x-5)^2}$

$=x+2-\{-(x-5)\}$

$=x+2+x-5$

$=2x-3$ 답 ①

06 $4x^2-49=(2x+7)(2x-7)$이므로

$A=2$, $B=7$

$\therefore A+B=2+7=9$ 답 ④

07 $x^2+5x-6=(x-1)(x+6)$ 답 ①

08 $3x^2+4x-15=(x+3)(3x-5)$

따라서 $a=1$, $b=3$, $c=-5$이므로

$a+b+c=1+3+(-5)=-1$ 답 -1

09 ⑤ $3x^2+13xy-10y^2=(x+5y)(3x-2y)$

따라서 인수분해한 것이 옳지 않은 것은 ⑤이다. 답 ⑤

10 $2x^2-9x-5=(\underline{x-5})(2x+1)$

$x^2-8x+15=(x-3)(\underline{x-5})$

따라서 두 다항식의 공통인 인수는 $x-5$이다. 답 ②

11 $3x+2$가 $9x^2+3x+a$의 인수이고 x^2의 계수가 9이므로

$9x^2+3x+a=(3x+2)(3x+k)$ (k는 상수)

로 놓으면

$9x^2+3x+a=9x^2+(3k+6)x+2k$

따라서 $3=3k+6$, $a=2k$이므로

$k=-1$, $a=-2$ 답 ②

12 규현이는 상수항을 제대로 보았으므로

$(x-3)(x+8)=x^2+5x-24$

에서 처음 이차식의 상수항은 -24이다.

유진이는 x의 계수를 제대로 보았으므로

$(x+2)(x-4)=x^2-2x-8$

에서 처음 이차식의 x의 계수는 -2이다.

따라서 처음 이차식은 $x^2-2x-24$이므로 바르게 인수분해하면

$x^2-2x-24=(x+4)(x-6)$ 답 ⑤

13 새로 만든 직사각형의 넓이는

$2x^2+5x+2=(x+2)(2x+1)$

따라서 구하는 둘레의 길이는

$2\{(x+2)+(2x+1)\}=6x+6$ 답 $6x+6$

14 $\frac{1}{2}\times$(밑변의 길이)$\times(x+3)=5x^2+13x-6$

$=(x+3)(5x-2)$

$\therefore$ (밑변의 길이)$=2(5x-2)=10x-4$ 답 $10x-4$

15 $3x-5=A$로 놓으면

(주어진 식)$=A^2-7A+10$

$=(A-2)(A-5)$

$=(3x-5-2)(3x-5-5)$

$=(3x-7)(3x-10)$

따라서 $a=-7$, $b=-10$ 또는 $a=-10$, $b=-7$이므로

$a+b=-17$ 답 ④

16 $x+2=A$, $x-3=B$로 놓으면

(주어진 식)$=2A^2-5AB-3B^2$

$=(A-3B)(2A+B)$

$=\{(x+2)-3(x-3)\}\{2(x+2)+(x-3)\}$

$=(-2x+11)(3x+1)$

$=-(2x-11)(3x+1)$ 답 ①

17 (주어진 식)$=x(x+1)-y(x+1)$

$=(x+1)(x-y)$

따라서 인수인 것은 ①, ③이다. 답 ①, ③

18 (주어진 식)$=(x^2-8x+16)-y^2$

$=(x-4)^2-y^2$

$=(x-4+y)(x-4-y)$

$=(x+y-4)(x-y-4)$ 답 ③

19 $A=4.26^2+2\times4.26\times5.74+5.74^2$

$=(4.26+5.74)^2$

$=10^2=100$

$B=121^2-21^2=(121+21)(121-21)=142\times100=14200$

$\therefore \frac{B}{A}=\frac{14200}{100}=142$ 답 142

20 $x+y=(2+\sqrt{5})+(2-\sqrt{5})=4$

$x-y=(2+\sqrt{5})-(2-\sqrt{5})=2\sqrt{5}$

$\therefore x^2(x-y)+y^2(y-x)=x^2(x-y)-y^2(x-y)$

$=(x-y)(x^2-y^2)$

$=(x-y)^2(x+y)$

$=(2\sqrt{5})^2\times4$

$=80$ 답 80

21 (주어진 식)$=\{(a-1)(a-7)\}\{(a-3)(a-5)\}+15$

$=(a^2-8a+7)(a^2-8a+15)+15$

$a^2-8a=A$로 놓으면

(주어진 식)$=(A+7)(A+15)+15$

$=A^2+22A+120$

$=(A+10)(A+12)$

$=(a^2-8a+10)(a^2-8a+12)$

$=(a-2)(a-6)(a^2-8a+10)$ 답 ①

22 y에 대하여 내림차순으로 정리하면

(주어진 식)$=(-x-2)y+(x^2-x-6)$

$=-(x+2)y+(x+2)(x-3)$

$=(x+2)(x-y-3)$

답 $(x+2)(x-y-3)$

06 이차방정식의 풀이

01 ㄴ. $x^2+\frac{1}{2}(x-3)=0$에서 $x^2+\frac{1}{2}x-\frac{3}{2}=0$

ㄷ. $x^3-(x-1)^2=x^3-5x$에서 $-x^2+7x-1=0$

ㄹ. $-x^3-3x=4(x-1)^2$에서 $-x^3-4x^2+5x-4=0$

이상에서 이차방정식인 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ이다. 답 ⑤

02 [ ] 안의 수를 각 이차방정식에 대입하면
① $0^2-5\neq 0$
② $(2\times 1-1)\times(1+1)\neq 0$
③ $(-2)^2+4\times(-2)=4\times\{2\times(-2)+3\}$
④ $(6-6)\times(6+6)\neq 13$
⑤ $3\times\left(\frac{1}{3}\right)^2+2\times\frac{1}{3}-1=0$
따라서 [ ] 안의 수가 이차방정식의 해인 것은 ③, ⑤이다.
답 ③, ⑤

03 $x=-2$를 $3x^2+ax-5a+2=0$에 대입하면
$3\times(-2)^2+a\times(-2)-5a+2=0$
$-7a=-14$
$\therefore a=2$
답 2

04 $x=\alpha$를 $x^2-4x+1=0$에 대입하면
$\alpha^2-4\alpha+1=0$
① $\alpha^2-4\alpha=-1$
② $3\alpha^2-12\alpha+2=3(\alpha^2-4\alpha)+2$
$=3\times(-1)+2=-1$
③ $-\alpha^2+4\alpha+4=-(\alpha^2-4\alpha)+4$
$=-(-1)+4=5$
④ $\alpha\neq 0$이므로 $\alpha^2-4\alpha+1=0$의 양변을 α로 나누면
$\alpha-4+\frac{1}{\alpha}=0 \qquad \therefore \alpha+\frac{1}{\alpha}=4$
⑤ $5\alpha^2-20\alpha+7=5(\alpha^2-4\alpha)+7$
$=5\times(-1)+7=2$
따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.
답 ⑤

05 ① $x=-3$ 또는 $x=2$
② $x=-2$ 또는 $x=3$
③ $x=2$ 또는 $x=3$
④ $x=-\frac{1}{2}$ 또는 $x=\frac{1}{3}$
⑤ $x=-\frac{1}{3}$ 또는 $x=\frac{1}{2}$
답 ②

06 $2x^2+x-6=0$에서 $\quad (x+2)(2x-3)=0$
$\therefore x=-2$ 또는 $x=\frac{3}{2}$
이때 $\alpha>\beta$이므로 $\quad \alpha=\frac{3}{2},\ \beta=-2$
$\therefore 2\alpha-\beta=2\times\frac{3}{2}-(-2)=5$
답 5

07 $x=3$을 $x^2-kx+k+7=0$에 대입하면
$3^2-k\times 3+k+7=0, \qquad -2k=-16$
$\therefore k=8$
즉 $x^2-8x+15=0$에서 $\quad (x-3)(x-5)=0$
$\therefore x=3$ 또는 $x=5$
따라서 다른 한 근은 $x=5$이다.
답 ④

08 $x^2-3x-4=0$에서 $\quad (x+1)(x-4)=0$
$\therefore x=-1$ 또는 $x=4$
즉 $x^2+ax+5=0$의 한 근이 $x=-1$이므로
$1-a+5=0 \qquad \therefore a=6$
답 ④

09 $x^2+4x-12=0$에서 $\quad (x+6)(x-2)=0$
$\therefore x=-6$ 또는 $x=2$
$2x^2+11x-6=0$에서 $\quad (x+6)(2x-1)=0$
$\therefore x=-6$ 또는 $x=\frac{1}{2}$
따라서 두 이차방정식의 공통인 근은 $x=-6$이다.
답 $x=-6$

10 ① $7x^2-1=0$에서 $\quad 7x^2=1$
$x^2=\frac{1}{7} \qquad \therefore x=\pm\frac{\sqrt{7}}{7}$
② $x^2-x+3=5x-6$에서 $\quad x^2-6x+9=0$
$(x-3)^2=0 \qquad \therefore x=3$
③ $6x^2-7x+2=x$에서 $\quad 3x^2-4x+1=0$
$(3x-1)(x-1)=0$
$\therefore x=\frac{1}{3}$ 또는 $x=1$
④ $x(x+1)=-\frac{1}{4}$에서 $\quad x^2+x+\frac{1}{4}=0$
$\left(x+\frac{1}{2}\right)^2=0 \qquad \therefore x=-\frac{1}{2}$
⑤ $(x-5)^2=1$에서 $\quad x-5=\pm 1$
$\therefore x=4$ 또는 $x=6$
따라서 중근을 갖는 것은 ②, ④이다.
답 ②, ④

11 $x^2-12x+5a+1=0$이 중근을 가지므로
$5a+1=\left(\frac{-12}{2}\right)^2=36, \qquad 5a=35$
$\therefore a=7$
답 7

12 $2(x-3)^2=10$에서 $\quad (x-3)^2=5$
$x-3=\pm\sqrt{5}$
$\therefore x=3\pm\sqrt{5}$
따라서 $p=3,\ q=5$이므로
$p+q=3+5=8$
답 ⑤

13 $\left(x+\frac{1}{4}\right)^2=m-1$이 근을 가지려면
$m-1\geq 0 \qquad \therefore m\geq 1$
따라서 m의 값이 될 수 없는 것은 ①이다.
답 ①

부록
대표문제 다시 풀기

14 $2x^2-8x+5=0$에서

$x^2-4x+\frac{5}{2}=0,\quad x^2-4x=-\frac{5}{2}$

$x^2-4x+4=-\frac{5}{2}+4$

$\therefore (x-2)^2=\frac{3}{2}$

따라서 $a=-2$, $b=\frac{3}{2}$이므로

$ab=(-2)\times\frac{3}{2}=-3$ 답 -3

15 $A=3$, $B=\frac{4}{9}$, $C=\frac{2}{3}$, $D=7$, $E=-2$

따라서 옳지 않은 것은 ④이다. 답 ④

16 $(x-1)^2=5k$에서 $\quad x-1=\pm\sqrt{5k}$

$\therefore x=1\pm\sqrt{5k}$

해가 정수가 되려면 $k=5\times$(자연수)^{2}의 꼴이어야 하므로

$k=5\times1^2,\ 5\times2^2,\ 5\times3^2,\ \cdots$

따라서 자연수 k의 값으로 알맞은 것은 ②이다. 답 ②

III. 이차방정식

07 이차방정식의 활용

01 ① $x=\frac{-1\pm\sqrt{17}}{2}$

② $x=\frac{-3\pm\sqrt{5}}{2}$

③ $x=3\pm\sqrt{2}$

④ $x=\frac{7\pm\sqrt{57}}{4}$

따라서 근이 바르게 짝 지어진 것은 ⑤이다. 답 ⑤

02 주어진 이차방정식의 양변에 12를 곱하면

$2(x+1)(x+2)-1=3(x+1)(x-1)$

$2x^2+6x+4-1=3x^2-3$

$x^2-6x-6=0$

$\therefore x=3\pm\sqrt{15}$

따라서 두 근의 합은

$3+\sqrt{15}+(3-\sqrt{15})=6$ 답 6

03 $x-1=A$로 놓으면

$3A^2+7A-6=0,\quad (A+3)(3A-2)=0$

$\therefore A=-3$ 또는 $A=\frac{2}{3}$

즉 $x-1=-3$ 또는 $x-1=\frac{2}{3}$이므로

$x=-2$ 또는 $x=\frac{5}{3}$

따라서 $\alpha=\frac{5}{3}$, $\beta=-2$이므로

$3\alpha-\beta=3\times\frac{5}{3}-(-2)=7$ 답 ④

04 ① $10^2-4\times1\times25=0$이므로 중근을 갖는다.

② $(-1)^2-4\times1\times1=-3<0$이므로 근이 없다.

③ $(-3)^2-4\times2\times2=-7<0$이므로 근이 없다.

④ $(-12)^2-4\times4\times9=0$이므로 중근을 갖는다.

⑤ $8^2-4\times5\times2=24>0$이므로 서로 다른 두 근을 갖는다.

따라서 서로 다른 두 근을 갖는 것은 ⑤이다. 답 ⑤

05 $x^2-mx+2m-3=0$이 중근을 가지므로

$(-m)^2-4\times1\times(2m-3)=0$

$m^2-8m+12=0$

$(m-2)(m-6)=0$

$\therefore m=2$ 또는 $m=6$

따라서 모든 상수 m의 값의 곱은

$2\times6=12$ 답 ④

06 $x^2-4x+k+1=0$이 서로 다른 두 근을 가지므로

$(-4)^2-4\times1\times(k+1)>0$

$-4k+12>0,\quad -4k>-12$

$\therefore k<3$ 답 $k<3$

07 두 근이 -6, $\frac{1}{3}$이고 x^2의 계수가 3인 이차방정식은

$3(x+6)\left(x-\frac{1}{3}\right)=0\quad \therefore 3x^2+17x-6=0$

따라서 $a=17$, $b=-6$이므로

$a+b=17+(-6)=11$ 답 ⑤

08 $\frac{n(n-3)}{2}=90$에서 $\quad n(n-3)=180$

$n^2-3n-180=0,\quad (n+12)(n-15)=0$

$\therefore n=-12$ 또는 $n=15$

그런데 $n>3$이므로 $\quad n=15$

따라서 구하는 다각형은 십오각형이다. 답 ③

09 연속하는 세 자연수를 $x-1$, x, $x+1$이라 하면

$(x-1)^2=2\{x+(x+1)\}-1$

$x^2-6x=0,\quad x(x-6)=0$

$\therefore x=0$ 또는 $x=6$

그런데 $x>1$이므로 $\quad x=6$

따라서 가장 큰 수는 7이다. 답 ③

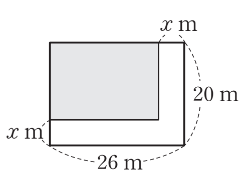
10 학생 수를 x라 하면 학생 한 명이 받은 꿀떡의 개수는 $x-5$이므로

$x(x-5)=176,\quad x^2-5x-176=0$
$(x+11)(x-16)=0$
$\therefore x=-11$ 또는 $x=16$
그런데 $x>5$이므로 $\quad x=16$
따라서 학생은 모두 16명이다. 답 16명

11 $-5x^2+35x+10=40$에서 $\quad -5x^2+35x-30=0$
$x^2-7x+6=0,\quad (x-1)(x-6)=0$
$\therefore x=1$ 또는 $x=6$
따라서 물체의 높이가 처음으로 40 m가 되는 것은 쏘아 올린 지 1초 후이다. 답 ①

12 처음 정사각형 모양의 화단의 한 변의 길이를 x m라 하면
$(x+3)(x+4)=56,\quad x^2+7x-44=0$
$(x+11)(x-4)=0$
$\therefore x=-11$ 또는 $x=4$
그런데 $x>0$이므로 $\quad x=4$
따라서 처음 화단의 한 변의 길이는 4 m이다. 답 4 m

13 오른쪽 그림과 같이 도로의 폭을 x m라 하고 폭이 일정한 도로를 가장자리로 이동하면 도로를 제외한 땅의 넓이는 어두운 부분의 넓이와 같으므로



$(26-x)(20-x)=315$
$x^2-46x+205=0,\quad (x-5)(x-41)=0$
$\therefore x=5$ 또는 $x=41$
그런데 $0<x<20$이므로 $\quad x=5$
따라서 도로의 폭을 5 m로 해야 한다. 답 ⑤

14 처음 정사각형의 한 변의 길이를 x cm라 하면
$(x-4)^2\times 2=288$
$(x-4)^2=144,\quad x-4=\pm 12$
$\therefore x=-8$ 또는 $x=16$
그런데 $x>4$이므로 $\quad x=16$
따라서 처음 정사각형의 한 변의 길이는 16 cm이다. 답 ④

15 $\overline{AB}=x$라 하면 □ABFE는 정사각형이므로 $\overline{AE}=x$에서
$\overline{DE}=2-x$
이때 □ABCD∽□DEFC이므로
$\overline{AD}:\overline{DC}=\overline{AB}:\overline{DE}$
$2:x=x:(2-x)$
$2(2-x)=x^2,\quad x^2+2x-4=0$
$\therefore x=-1\pm\sqrt{5}$
그런데 $0<x<2$이므로 $\quad x=-1+\sqrt{5}$
따라서 $\overline{AB}$의 길이는 $-1+\sqrt{5}$이다. 답 $-1+\sqrt{5}$

08 이차함수의 그래프 (1)

01 ② $y=8x-16$ ➡ 일차함수이다.
④ $x^2+4x+4=0$ ➡ 이차방정식이다.
⑤ $y=3x^3+2x^2-3x-2$ ➡ 이차함수가 아니다.
따라서 y가 x에 대한 이차함수인 것은 ③이다. 답 ③

02 $y=kx^2+(x+4)(x-5)=(k+1)x^2-x-20$
이차함수가 되려면
$k+1\neq 0\quad \therefore k\neq -1$ 답 $k\neq -1$

03 $f(-1)=(-1)^2+8\times(-1)-13=-20$
$f(2)=2^2+8\times 2-13=7$
$\therefore f(-1)+f(2)=-20+7=-13$ 답 ②

04 그래프가 아래로 볼록하므로 x^2의 계수는 양수이어야 한다.
x^2의 계수가 양수인 이차함수의 x^2의 계수의 절댓값의 대소를 비교하면
$\left|\frac{5}{6}\right|<\left|\frac{6}{5}\right|<|4|$
따라서 그래프가 아래로 볼록하면서 폭이 가장 좁은 것은 ⑤이다. 답 ⑤

05 x^2의 계수의 절댓값이 같고 부호가 반대인 것은 ㄴ과 ㅂ이다. 답 ③

06 ② 축의 방정식은 $x=0$이다.
③ 아래로 볼록한 포물선이다.
④ $y=-\frac{2}{3}x^2$의 그래프와 x축에 대하여 대칭이다.
따라서 옳은 것은 ①, ⑤이다. 답 ①, ⑤

07 $y=ax^2$의 그래프가 점 $(-2, 5)$를 지나므로
$5=a\times(-2)^2\quad \therefore a=\frac{5}{4}$
$y=\frac{5}{4}x^2$의 그래프가 점 $(4, b)$를 지나므로
$b=\frac{5}{4}\times 4^2=20$
$\therefore ab=\frac{5}{4}\times 20=25$ 답 25

08 이차함수의 식을 $y=ax^2$으로 놓으면 이 그래프가 점 $(3, -6)$을 지나므로
$-6=a\times 3^2\quad \therefore a=-\frac{2}{3}$
따라서 구하는 이차함수의 식은 $\quad y=-\frac{2}{3}x^2$ 답 ③

09 $y=-\frac{1}{5}x^2$의 그래프를 y축의 방향으로 2만큼 평행이동한 그래프의 식은

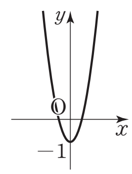
$$y=-\frac{1}{5}x^2+2$$

이 그래프가 점 $(-5,\ a)$를 지나므로

$$a=-\frac{1}{5}\times(-5)^2+2=-3$$

답 -3

10 $y=4x^2-1$의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



④ 모든 사분면을 지난다.

⑤ $x<0$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값은 감소한다.

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

답 ⑤

11 꼭짓점의 좌표가 $(0,\ 2)$이므로 이차함수의 식을 $y=ax^2+2$로 놓으면 이 그래프가 점 $(2,\ 4)$를 지나므로

$$4=a\times2^2+2 \qquad \therefore a=\frac{1}{2}$$

따라서 구하는 이차함수의 식은 $y=\frac{1}{2}x^2+2$

답 ③

12 꼭짓점의 좌표는 $(10,\ 0)$, 축의 방정식은 $x=10$이므로

$$a=10,\ b=0,\ c=10$$

$$\therefore a+b+c=10+0+10=20$$

답 20

13 ④ $\left|-\frac{1}{5}\right|<|-5|$이므로 $y=-5(x-3)^2$의 그래프는 $y=-\frac{1}{5}(x-3)^2$의 그래프보다 폭이 좁다.

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

답 ④

14 꼭짓점의 좌표가 $(-1,\ 0)$이므로 이차함수의 식을 $y=a(x+1)^2$으로 놓으면 이 그래프가 점 $(0,\ -2)$를 지나므로

$$a=-2$$

따라서 구하는 이차함수의 식은

$$y=-2(x+1)^2$$

답 ①

15 $y=a(x+p)^2+11$의 그래프의 축의 방정식은 $x=-p$이므로

$$-p=-4 \qquad \therefore p=4$$

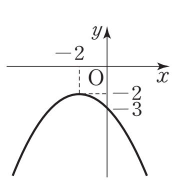
$y=a(x+4)^2+11$의 그래프가 점 $(2,\ 5)$를 지나므로

$$5=a\times(2+4)^2+11 \qquad \therefore a=-\frac{1}{6}$$

$$\therefore 6a+p=6\times\left(-\frac{1}{6}\right)+4=3$$

답 3

16 $y=-\frac{1}{4}(x+2)^2-2$의 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 x의 값이 증가할 때 y의 값은 감소하는 x의 값의 범위는 $x>-2$이다.



답 ③

17 ① 축의 방정식은 $x=1$이다.

② $y=\frac{2}{3}(x-1)^2-4$에 $x=4$를 대입하면

$$y=\frac{2}{3}\times(4-1)^2-4=2$$

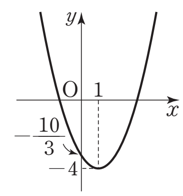
즉 점 $(4,\ 2)$를 지난다.

③ $y=\frac{2}{3}x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 1만큼, y축의 방향으로 -4만큼 평행이동한 것이다.

④ 오른쪽 그림과 같이 모든 사분면을 지난다.

⑤ 모든 실수 x에 대하여 $y\geq-4$이다.

따라서 옳은 것은 ④이다.



답 ④

18 꼭짓점의 좌표가 $(-2,\ -2)$이므로 이차함수의 식을 $y=a(x+2)^2-2$로 놓으면 이 그래프가 점 $(0,\ 10)$을 지나므로

$$10=a\times(0+2)^2-2 \qquad \therefore a=3$$

따라서 구하는 이차함수의 식은

$$y=3(x+2)^2-2$$

답 ③

19 $y=\frac{1}{5}(x-7)^2-3$의 그래프를 x축의 방향으로 m만큼, y축의 방향으로 n만큼 평행이동한 그래프의 식은

$$y-n=\frac{1}{5}(x-m-7)^2-3, \text{ 즉}$$

$$y=\frac{1}{5}(x-m-7)^2-3+n$$

이 그래프가 $y=\frac{1}{5}(x+2)^2+1$의 그래프와 일치하므로

$$-m-7=2,\ -3+n=1$$

$$\therefore m=-9,\ n=4$$

$$\therefore n-m=4-(-9)=13$$

답 ⑤

20 그래프가 위로 볼록하므로 $a<0$

꼭짓점 $(-p,\ -q)$가 제1사분면 위에 있으므로

$$-p>0,\ -q>0$$

$$\therefore p<0,\ q<0$$

답 ⑤

21 점 D의 x좌표를 $a\ (a>0)$라 하면

$$\mathrm{D}\left(a,\ \frac{1}{4}a^2\right),\ \mathrm{C}\left(-a,\ \frac{1}{4}a^2\right) \qquad \cdots\cdots\ ㉠$$

점 B의 y좌표가 16이므로 $16=\frac{1}{4}x^2$

$$x^2=64 \qquad \therefore x=\pm8$$

그런데 점 B는 제1사분면 위의 점이므로 $x=8$

$$\therefore \mathrm{B}(8,\ 16)$$

한편 $\overline{\mathrm{CD}}=\overline{\mathrm{AB}}=8$이므로 ㉠에서

$$a-(-a)=8, \qquad 2a=8$$

$$\therefore a=4$$

$$\therefore \mathrm{D}(4,\ 4)$$

답 D(4, 4)

09 이차함수의 그래프 (2)

01 $y=\frac{1}{2}x^2+x+1=\frac{1}{2}(x^2+2x+1-1)+1$

$=\frac{1}{2}(x+1)^2+\frac{1}{2}$

따라서 $a=\frac{1}{2}$, $p=-1$, $q=\frac{1}{2}$이므로

$a+p+q=\frac{1}{2}+(-1)+\frac{1}{2}=0$ 답 0

02 $y=-4x^2+16x-6=-4(x-2)^2+10$

따라서 이 이차함수의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 (2, 10), 축의 방정식은 $x=2$이므로

$a=2$, $b=10$, $c=2$

$\therefore a-b-c=2-10-2=-10$ 답 ②

03 $y=3x^2-6x+4=3(x-1)^2+1$

이 이차함수의 그래프는 꼭짓점의 좌표가 (1, 1)이고 아래로 볼록하며, y축과의 교점의 좌표가 (0, 4)인 포물선이므로 주어진 이차함수의 그래프로 알맞은 것은 ②이다. 답 ②

04 $y=-5x^2+15x-\frac{5}{4}=-5\left(x-\frac{3}{2}\right)^2+10$

이 함수의 그래프의 축의 방정식은 $x=\frac{3}{2}$이고 위로 볼록하므로 x의 값이 증가할 때 y의 값도 증가하는 x의 값의 범위는 $x<\frac{3}{2}$이다. 답 ③

05 $y=6x^2-x-2$에 $y=0$을 대입하면

$0=6x^2-x-2$, $(2x+1)(3x-2)=0$

$\therefore x=-\frac{1}{2}$ 또는 $x=\frac{2}{3}$

이때 $p>q$이므로

$p=\frac{2}{3}$, $q=-\frac{1}{2}$

또 $y=6x^2-x-2$에 $x=0$을 대입하면

$y=-2$

$\therefore r=-2$

$\therefore 3p+q+r=3\times\frac{2}{3}+\left(-\frac{1}{2}\right)+(-2)$

$=-\frac{1}{2}$ 답 ④

06 $y=3x^2+12x-1=3(x+2)^2-13$

⑤ $y=3x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 -2만큼, y축의 방향으로 -13만큼 평행이동한 것이다.

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다. 답 ⑤

07 $y=-\frac{1}{2}x^2-2x-\frac{5}{2}=-\frac{1}{2}(x+2)^2-\frac{1}{2}$의 그래프를 x축의 방향으로 4만큼, y축의 방향으로 $-\frac{3}{2}$만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y+\frac{3}{2}=-\frac{1}{2}(x-4+2)^2-\frac{1}{2}$

$\therefore y=-\frac{1}{2}(x-2)^2-2=-\frac{1}{2}x^2+2x-4$

따라서 $a=-\frac{1}{2}$, $b=2$, $c=-4$이므로

$abc=\left(-\frac{1}{2}\right)\times2\times(-4)=4$ 답 4

08 $y=x^2-2x-3$에 $y=0$을 대입하면

$0=x^2-2x-3$, $(x+1)(x-3)=0$

$\therefore x=-1$ 또는 $x=3$

$\therefore \mathrm{A}(-1, 0)$, $\mathrm{B}(3, 0)$

또 $y=x^2-2x-3=(x-1)^2-4$이므로

$\mathrm{C}(1, -4)$

$\therefore \triangle\mathrm{ACB}=\frac{1}{2}\times\{3-(-1)\}\times4=8$ 답 8

09 그래프가 위로 볼록하므로 $a<0$

축이 y축의 왼쪽에 있으므로

$ab>0$ $\therefore b<0$

y축과의 교점이 원점과 일치하므로 $c=0$

따라서 옳은 것은 ⑤이다. 답 ⑤

10 꼭짓점의 좌표가 (3, 0)이므로 이차함수의 식을 $y=a(x-3)^2$으로 놓으면 그래프가 점 (1, −4)를 지나므로

$-4=4a$ $\therefore a=-1$

$\therefore y=-(x-3)^2=-x^2+6x-9$ 답 ②

11 축의 방정식이 $x=2$이므로 이차함수의 식을 $y=a(x-2)^2+q$로 놓으면 그래프가 두 점 (0, 10), (3, 1)을 지나므로

$10=4a+q$, $1=a+q$

위의 두 식을 연립하여 풀면 $a=3$, $q=-2$

$\therefore y=3(x-2)^2-2=3x^2-12x+10$ 답 ③

12 이차함수의 식을 $y=ax^2+bx+c$로 놓으면 그래프가 점 (0, 6)을 지나므로

$6=c$

$y=ax^2+bx+6$의 그래프가 점 (−1, 10)을 지나므로

$10=a-b+6$ …… ㉠

또 점 (1, 4)를 지나므로

$4=a+b+6$ …… ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=1$, $b=-3$

$\therefore y=x^2-3x+6=\left(x-\frac{3}{2}\right)^2+\frac{15}{4}$

따라서 꼭짓점의 좌표는 $\left(\frac{3}{2}, \frac{15}{4}\right)$이다. 답 $\left(\frac{3}{2}, \frac{15}{4}\right)$

13 $y=a(x-2)(x-4)$로 놓으면 이 그래프가 점 $(0, 8)$을 지나므로

$8=8a \qquad \therefore a=1$

$\therefore y=(x-2)(x-4)=x^2-6x+8$

따라서 $b=-6$, $c=8$이므로

$a+b+c=1+(-6)+8=3$ 답 ③

14 $y=4x^2+12x-2=4\left(x+\frac{3}{2}\right)^2-11$이므로 $x=-\frac{3}{2}$일 때 최솟값 -11을 갖는다.

$\therefore m=-11$

$y=-\frac{1}{2}x^2+6x+3=-\frac{1}{2}(x-6)^2+21$이므로 $x=6$일 때 최댓값 21을 갖는다.

$\therefore M=21$

$\therefore M+m=21+(-11)=10$ 답 10

15 $y=-\frac{1}{3}x^2-2x+a=-\frac{1}{3}(x+3)^2+3+a$

따라서 $x=-3$일 때 최댓값 $3+a$를 가지므로

$3+a=12 \qquad \therefore a=9$ 답 ③

16 주어진 이차함수는 x^2의 계수가 3이고 $x=2$일 때 최솟값 -17을 가지므로

$y=3(x-2)^2-17$

로 놓을 수 있다.

즉 $y=3(x-2)^2-17=3x^2-12x-5$이므로

$a=-12$, $b-4=-5$

$\therefore b=-1$

$\therefore b-a=-1-(-12)=11$ 답 ⑤

17 두 수를 x, $16-x$라 하고 두 수의 곱을 y라 하면

$y=x(16-x)$

$=-x^2+16x=-(x-8)^2+64$

이므로 $x=8$일 때 최댓값 64를 갖는다.

따라서 두 수의 곱의 최댓값은 64이다. 답 ④

18 $y=60x-5x^2=-5(x-6)^2+180$이므로 $x=6$일 때 최댓값 180을 갖는다.

따라서 최고 높이에 도달했을 때의 지면으로부터의 높이는 180 m이다. 답 ⑤

19 $y=(12-x)(10+x)$

$=-x^2+2x+120=-(x-1)^2+121$

즉 $x=1$일 때 최댓값 121을 갖는다.

따라서 y의 값이 최대가 되도록 하는 x의 값은 1이다. 답 1

20 $y=-x^2+4kx+4k=-(x-2k)^2+4k^2+4k$

$\therefore M=4k^2+4k=4\left(k+\frac{1}{2}\right)^2-1$

따라서 M은 $k=-\frac{1}{2}$일 때 최솟값 -1을 갖는다. 답 ③

21 점 P의 좌표를 $(x, -x+8)$이라 하고 □OQPR의 넓이를 y라 하면

$y=x(-x+8)=-x^2+8x=-(x-4)^2+16$

이므로 $x=4$일 때 최댓값 16을 갖는다.

따라서 □OQPR의 최대 넓이는 16이다. 답 ④

MEMO

MEMO