개념원리

수학의 시작 개념원리

중학 수학 3-2

정답 및 풀이

정답 및 풀이

I-1 삼각비

01 삼각비

개념원리 확인하기

본문 11쪽

01 (1) $\frac{15}{17}$, $\frac{8}{17}$, $\frac{15}{8}$ (2) $\frac{4}{5}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{4}{3}$

02 (1) $2\sqrt{3}$

(2) $\sin B=\frac{\sqrt{3}}{2}$, $\cos B=\frac{1}{2}$, $\tan B=\sqrt{3}$

(3) $\sin C=\frac{1}{2}$, $\cos C=\frac{\sqrt{3}}{2}$, $\tan C=\frac{\sqrt{3}}{3}$

03 (1) 6 (2) $3\sqrt{5}$

01 (1) $\sin A=\frac{\overline{BC}}{\overline{AC}}=\boxed{\frac{15}{17}}$

$\cos A=\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}}=\boxed{\frac{8}{17}}$

$\tan A=\frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}=\boxed{\frac{15}{8}}$

(2) $\sin B=\frac{\overline{AC}}{\overline{AB}}=\frac{12}{15}=\boxed{\frac{4}{5}}$

$\cos B=\frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}=\frac{9}{15}=\boxed{\frac{3}{5}}$

$\tan B=\frac{\overline{AC}}{\overline{BC}}=\frac{12}{9}=\boxed{\frac{4}{3}}$

답 (1) $\frac{15}{17}$, $\frac{8}{17}$, $\frac{15}{8}$ (2) $\frac{4}{5}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{4}{3}$

02 (1) $\overline{AC}=\sqrt{4^2-2^2}=\sqrt{12}=2\sqrt{3}$

(2) $\sin B=\frac{\overline{AC}}{\overline{BC}}=\frac{2\sqrt{3}}{4}=\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\cos B=\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}}=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$

$\tan B=\frac{\overline{AC}}{\overline{AB}}=\frac{2\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}$

(3) $\sin C=\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}}=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$

$\cos C=\frac{\overline{AC}}{\overline{BC}}=\frac{2\sqrt{3}}{4}=\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\tan C=\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}}=\frac{2}{2\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$

답 (1) $2\sqrt{3}$

(2) $\sin B=\frac{\sqrt{3}}{2}$, $\cos B=\frac{1}{2}$, $\tan B=\sqrt{3}$

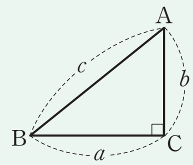
(3) $\sin C=\frac{1}{2}$, $\cos C=\frac{\sqrt{3}}{2}$, $\tan C=\frac{\sqrt{3}}{3}$

개념 더하기

피타고라스 정리

직각삼각형 ABC에서 직각을 낀 두 변의 길이를 각각 a, b라 하고 빗변의 길이를 c라 하면

$a^2+b^2=c^2$



03 (1) $\sin C=\frac{\overline{AB}}{9}=\frac{2}{3}$이므로

$\overline{AB}=6$

(2) $\overline{BC}=\sqrt{9^2-6^2}=\sqrt{45}=3\sqrt{5}$

답 (1) 6 (2) $3\sqrt{5}$

핵심문제 익히기

본문 12～14쪽

1 $\frac{\sqrt{5}}{3}$ **2** 4 **3** $\frac{24}{35}$

4 (1) $\frac{4\sqrt{2}}{9}$ (2) $\frac{7\sqrt{2}}{8}$ **5** $\frac{1}{5}$

6 $\sqrt{2}$

1 $\overline{AB}=\sqrt{3^2-(\sqrt{5})^2}=\sqrt{4}=2$이므로

$\tan A=\frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}=\frac{\sqrt{5}}{2}$, $\sin C=\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}}=\frac{2}{3}$

$\therefore \tan A\times\sin C=\frac{\sqrt{5}}{2}\times\frac{2}{3}=\frac{\sqrt{5}}{3}$

답 $\frac{\sqrt{5}}{3}$

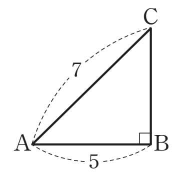
2 $\cos A=\frac{\overline{AC}}{12}=\frac{2\sqrt{2}}{3}$이므로

$\overline{AC}=8\sqrt{2}$

$\therefore \overline{BC}=\sqrt{12^2-(8\sqrt{2})^2}=\sqrt{16}=4$

답 4

3 $\cos A=\frac{5}{7}$이므로 오른쪽 그림과 같이 $\angle B=90^\circ$, $\overline{AC}=7$, $\overline{AB}=5$인 직각삼각형 ABC를 생각할 수 있다.



이때 $\overline{BC}=\sqrt{7^2-5^2}=\sqrt{24}=2\sqrt{6}$이므로

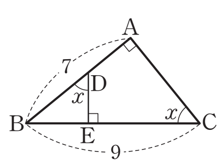
$\sin A=\frac{\overline{BC}}{\overline{AC}}=\frac{2\sqrt{6}}{7}$

$\tan A=\frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}=\frac{2\sqrt{6}}{5}$

$\therefore \sin A\times\tan A=\frac{2\sqrt{6}}{7}\times\frac{2\sqrt{6}}{5}=\frac{24}{35}$

답 $\frac{24}{35}$

4 $\triangle ABC \backsim \triangle EBD$ (AA 닮음)이므로



$\angle BCA=\angle BDE=x$

$\triangle ABC$에서

$\overline{AC}=\sqrt{9^2-7^2}=\sqrt{32}=4\sqrt{2}$

(1) $\cos x=\cos C=\dfrac{\overline{AC}}{\overline{BC}}=\dfrac{4\sqrt{2}}{9}$

(2) $\tan x=\tan C=\dfrac{\overline{AB}}{\overline{AC}}=\dfrac{7}{4\sqrt{2}}=\dfrac{7\sqrt{2}}{8}$

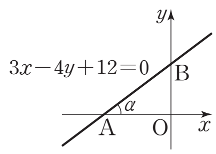
답 (1) $\dfrac{4\sqrt{2}}{9}$ (2) $\dfrac{7\sqrt{2}}{8}$

개념 더하기

삼각형의 닮음 조건

① SSS 닮음: 세 쌍의 대응변의 길이의 비가 같다.
② SAS 닮음: 두 쌍의 대응변의 길이의 비가 같고 그 끼인각의 크기가 같다.
③ AA 닮음: 두 쌍의 대응각의 크기가 각각 같다.

5 오른쪽 그림과 같이 일차방정식 $3x-4y+12=0$의 그래프가 x축, y축과 만나는 점을 각각 A, B라 하자.



$3x-4y+12=0$에 $y=0$을 대입하면

$3x+12=0 \quad \therefore x=-4$

$\therefore A(-4, 0)$

$3x-4y+12=0$에 $x=0$을 대입하면

$-4y+12=0 \quad \therefore y=3$

$\therefore B(0, 3)$

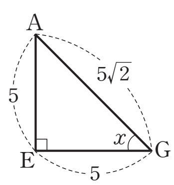
직각삼각형 AOB에서 $\overline{OA}=4$, $\overline{OB}=3$이므로

$\overline{AB}=\sqrt{4^2+3^2}=\sqrt{25}=5$

따라서 $\sin\alpha=\dfrac{\overline{OB}}{\overline{AB}}=\dfrac{3}{5}$, $\cos\alpha=\dfrac{\overline{OA}}{\overline{AB}}=\dfrac{4}{5}$이므로

$\cos\alpha-\sin\alpha=\dfrac{4}{5}-\dfrac{3}{5}=\dfrac{1}{5}$ 답 $\dfrac{1}{5}$

6 직각삼각형 EFG에서



$\overline{EG}=\sqrt{4^2+3^2}=\sqrt{25}=5$

직각삼각형 AEG에서

$\overline{AG}=\sqrt{5^2+5^2}=\sqrt{50}=5\sqrt{2}$

따라서 $\sin x=\dfrac{\overline{AE}}{\overline{AG}}=\dfrac{5}{5\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$,

$\cos x=\dfrac{\overline{EG}}{\overline{AG}}=\dfrac{5}{5\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$이므로

$\sin x+\cos x=\dfrac{\sqrt{2}}{2}+\dfrac{\sqrt{2}}{2}=\sqrt{2}$ 답 $\sqrt{2}$

이런 문제가 시험에 나온다

본문 15쪽

01 ⑤	02 54 cm^2	03 $\dfrac{\sqrt{2}}{3}$	04 $\dfrac{\sqrt{3}}{6}$
05 $\dfrac{2\sqrt{10}}{5}$	06 $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$		

01 $\overline{AC}=\sqrt{(\sqrt{5})^2-2^2}=1$

① $\sin A=\dfrac{\overline{BC}}{\overline{AB}}=\dfrac{2}{\sqrt{5}}=\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$

② $\tan A=\dfrac{\overline{BC}}{\overline{AC}}=\dfrac{2}{1}=2$

③ $\sin B=\dfrac{\overline{AC}}{\overline{AB}}=\dfrac{1}{\sqrt{5}}=\dfrac{\sqrt{5}}{5}$

④ $\cos B=\dfrac{\overline{BC}}{\overline{AB}}=\dfrac{2}{\sqrt{5}}=\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$

⑤ $\tan B=\dfrac{\overline{AC}}{\overline{BC}}=\dfrac{1}{2}$

따라서 옳은 것은 ⑤이다. 답 ⑤

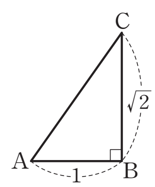
02 $\sin C=\dfrac{\overline{AB}}{15}=\dfrac{3}{5}$이므로

$\overline{AB}=9\ (\text{cm})$

따라서 $\overline{BC}=\sqrt{15^2-9^2}=\sqrt{144}=12\ (\text{cm})$이므로

$\triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times12\times9=54\ (\text{cm}^2)$ 답 54 cm^2

03 $\tan A=\sqrt{2}$이므로 오른쪽 그림과 같이 $\angle B=90^\circ$, $\overline{AB}=1$, $\overline{BC}=\sqrt{2}$인 직각삼각형 ABC를 생각할 수 있다.



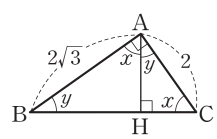
이때 $\overline{AC}=\sqrt{1^2+(\sqrt{2})^2}=\sqrt{3}$이므로

$\sin A=\dfrac{\overline{BC}}{\overline{AC}}=\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{6}}{3}$

$\cos A=\dfrac{\overline{AB}}{\overline{AC}}=\dfrac{1}{\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

$\therefore \sin A\times\cos A=\dfrac{\sqrt{6}}{3}\times\dfrac{\sqrt{3}}{3}=\dfrac{\sqrt{2}}{3}$ 답 $\dfrac{\sqrt{2}}{3}$

04 $\triangle ABC \backsim \triangle HBA$ (AA 닮음)이므로



$\angle BCA=\angle BAH=x$

$\triangle ABC \backsim \triangle HAC$ (AA 닮음)이므로

$\angle ABC=\angle HAC=y$

$\triangle ABC$에서 $\overline{BC}=\sqrt{(2\sqrt{3})^2+2^2}=\sqrt{16}=4$이므로

$\cos x=\cos C=\dfrac{\overline{AC}}{\overline{BC}}=\dfrac{2}{4}=\dfrac{1}{2}$

$\tan y=\tan B=\dfrac{\overline{AC}}{\overline{AB}}=\dfrac{2}{2\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

$\therefore \cos x\times\tan y=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{\sqrt{3}}{3}=\dfrac{\sqrt{3}}{6}$ 답 $\dfrac{\sqrt{3}}{6}$

05 $y=\dfrac{1}{3}x+2$에 $y=0$을 대입하면

$0=\dfrac{1}{3}x+2 \quad \therefore x=-6$

$\therefore A(-6, 0)$

$y=\frac{1}{3}x+2$에 $x=0$을 대입하면

$y=2$ $\quad\therefore$ B$(0,\ 2)$

직각삼각형 AOB에서 $\overline{OA}=6$, $\overline{OB}=2$이므로

$\overline{AB}=\sqrt{6^2+2^2}=\sqrt{40}=2\sqrt{10}$

따라서 $\sin\alpha=\frac{\overline{OB}}{\overline{AB}}=\frac{2}{2\sqrt{10}}=\frac{\sqrt{10}}{10}$,

$\cos\alpha=\frac{\overline{OA}}{\overline{AB}}=\frac{6}{2\sqrt{10}}=\frac{3\sqrt{10}}{10}$이므로

$\sin\alpha+\cos\alpha=\frac{\sqrt{10}}{10}+\frac{3\sqrt{10}}{10}=\frac{2\sqrt{10}}{5}$

답 $\frac{2\sqrt{10}}{5}$

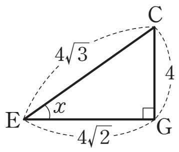
06 직각삼각형 EFG에서

$\overline{EG}=\sqrt{4^2+4^2}=\sqrt{32}=4\sqrt{2}$

직각삼각형 CEG에서

$\overline{CE}=\sqrt{(4\sqrt{2})^2+4^2}=\sqrt{48}=4\sqrt{3}$

$\therefore \sin x=\frac{\overline{CG}}{\overline{CE}}=\frac{4}{4\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$



답 $\frac{\sqrt{3}}{3}$

02 30°, 45°, 60°의 삼각비의 값

개념원리 확인하기

> 본문 17쪽

01 풀이 참조

02 (1) $\sqrt{2}$ (2) $-\frac{1}{2}$ (3) $\frac{1}{2}$ (4) 2

03 (1) 45° (2) 60° (3) 30°

04 (1) $x=2\sqrt{3}$, $y=2$ (2) $x=7$, $y=7\sqrt{2}$

01

삼각비 \ A	30°	45°	60°
$\sin A$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\cos A$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
$\tan A$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

답 풀이 참조

02 (1) $\sin 45^\circ+\cos 45^\circ=\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}=\sqrt{2}$

(2) $\cos 60^\circ-\tan 45^\circ=\frac{1}{2}-1=-\frac{1}{2}$

(3) $\sin 60^\circ\times\tan 30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}\times\frac{\sqrt{3}}{3}=\frac{1}{2}$

(4) $\tan 60^\circ\div\cos 30^\circ=\sqrt{3}\div\frac{\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}\times\frac{2}{\sqrt{3}}=2$

답 (1) $\sqrt{2}$ (2) $-\frac{1}{2}$ (3) $\frac{1}{2}$ (4) 2

03 (1) $\sin 45^\circ=\frac{\sqrt{2}}{2}$이므로

$x=45^\circ$

(2) $\cos 60^\circ=\frac{1}{2}$이므로

$x=60^\circ$

(3) $\tan 30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{3}$이므로

$x=30^\circ$

답 (1) 45° (2) 60° (3) 30°

04 (1) $\cos 30^\circ=\frac{x}{4}=\frac{\sqrt{3}}{2}$이므로

$x=2\sqrt{3}$

$\sin 30^\circ=\frac{y}{4}=\frac{1}{2}$이므로

$y=2$

(2) $\tan 45^\circ=\frac{7}{x}=1$이므로

$x=7$

$\sin 45^\circ=\frac{7}{y}=\frac{\sqrt{2}}{2}$이므로

$y=7\sqrt{2}$

답 (1) $x=2\sqrt{3}$, $y=2$ (2) $x=7$, $y=7\sqrt{2}$

핵심문제 익히기

> 본문 18~19쪽

1 (1) 1 (2) 2 (3) $\frac{7}{4}$

2 (1) 15° (2) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

3 6 cm

4 $y=\sqrt{3}x+\sqrt{3}$

1 (1) $\cos 60^\circ-\sin 30^\circ+\tan 45^\circ$

$=\frac{1}{2}-\frac{1}{2}+1=1$

(2) $\sin 60^\circ\times\tan 30^\circ+\cos 30^\circ\times\tan 60^\circ$

$=\frac{\sqrt{3}}{2}\times\frac{\sqrt{3}}{3}+\frac{\sqrt{3}}{2}\times\sqrt{3}$

$=\frac{1}{2}+\frac{3}{2}=2$

(3) $(1+\sin 45^\circ+\sin 30^\circ)(1-\cos 45^\circ+\cos 60^\circ)$

$=\left(1+\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{1}{2}\right)\left(1-\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{1}{2}\right)$

$=\left(\frac{3}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\left(\frac{3}{2}-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

$=\frac{9}{4}-\frac{1}{2}=\frac{7}{4}$

답 (1) 1 (2) 2 (3) $\frac{7}{4}$

2 (1) $\tan 60^\circ=\sqrt{3}$이므로

$2x+30^\circ=60^\circ \qquad \therefore x=15^\circ$

(2) $\sin 3x=\sin 45^\circ=\frac{\sqrt{2}}{2}$

답 (1) 15° (2) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

3 △ABC에서 $\tan 60^\circ=\frac{\overline{AC}}{4}=\sqrt{3}$

$\therefore \overline{AC}=4\sqrt{3}\,(\text{cm})$

△ACD에서 $\cos 30^\circ=\frac{\overline{CD}}{4\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\therefore \overline{CD}=6\,(\text{cm})$

답 6 cm

4 구하는 직선의 방정식을 $y=ax+b$라 하면

$a=\tan 60^\circ=\sqrt{3}$

직선 $y=\sqrt{3}x+b$가 점 $(-1, 0)$을 지나므로

$0=-\sqrt{3}+b \qquad \therefore b=\sqrt{3}$

$\therefore y=\sqrt{3}x+\sqrt{3}$

답 $y=\sqrt{3}x+\sqrt{3}$

이런 문제가 시험에 나온다 본문 20쪽

01 ⑤ 02 $\frac{\sqrt{3}}{3}$ 03 $2\sqrt{3}$ cm

04 $y=\frac{\sqrt{3}}{3}x-3$ 05 ③

01 ① $\sin 30^\circ+\cos 60^\circ=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=1$

② $\tan 60^\circ-\cos 30^\circ=\sqrt{3}-\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{\sqrt{3}}{2}$

③ $\sin 45^\circ\times\cos 45^\circ=\frac{\sqrt{2}}{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{1}{2}$

④ $\tan 45^\circ\div\sin 30^\circ=1\div\frac{1}{2}=1\times 2=2$

⑤ $\sin^2 60^\circ+\cos 30^\circ\times\tan 30^\circ$

$=\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2+\frac{\sqrt{3}}{2}\times\frac{\sqrt{3}}{3}$

$=\frac{3}{4}+\frac{1}{2}=\frac{5}{4}$

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

답 ⑤

02 $\sin 45^\circ=\frac{\sqrt{2}}{2}$이므로

$3x-15^\circ=45^\circ \qquad \therefore x=20^\circ$

$\therefore \tan(x+10^\circ)=\tan 30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{3}$

답 $\frac{\sqrt{3}}{3}$

03 △ABC에서 $\tan 60^\circ=\frac{\overline{BC}}{\sqrt{2}}=\sqrt{3}$

$\therefore \overline{BC}=\sqrt{6}\,(\text{cm})$

△BCD에서 $\sin 45^\circ=\frac{\sqrt{6}}{\overline{BD}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$

$\therefore \overline{BD}=2\sqrt{3}\,(\text{cm})$

답 $2\sqrt{3}$ cm

04 $\cos a=\frac{\sqrt{3}}{2}$이므로 $a=30^\circ$

즉 직선의 기울기는

$\tan 30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{3}$

따라서 기울기가 $\frac{\sqrt{3}}{3}$이고 y절편이 -3인 직선의 방정식은

$y=\frac{\sqrt{3}}{3}x-3$

답 $y=\frac{\sqrt{3}}{3}x-3$

05 △ABC에서

$\cos 60^\circ=\frac{1}{\overline{AC}}=\frac{1}{2} \qquad \therefore \overline{AC}=2$

$\therefore \overline{DC}=2$

$\tan 60^\circ=\frac{\overline{BC}}{1}=\sqrt{3} \qquad \therefore \overline{BC}=\sqrt{3}$

$\angle ACB=180^\circ-(60^\circ+90^\circ)=30^\circ$이고 △ACD는

$\overline{AC}=\overline{DC}$인 이등변삼각형이므로

$\angle CAD=\angle CDA=\frac{1}{2}\times 30^\circ=15^\circ$

따라서 $\angle DAB=15^\circ+60^\circ=75^\circ$이므로 △ABD에서

$\tan 75^\circ=\frac{\overline{BD}}{\overline{AB}}=\frac{\overline{DC}+\overline{BC}}{\overline{AB}}$

$=\frac{2+\sqrt{3}}{1}=2+\sqrt{3}$

답 ③

03 임의의 예각의 삼각비의 값

개념원리 확인하기 본문 22~23쪽

01 (1) $\overline{AB}$, $\overline{AB}$ (2) $\overline{OB}$, $\overline{OB}$ (3) $\overline{OD}$, $\overline{CD}$

(4) $\overline{OB}$, $\overline{OB}$ (5) $\overline{AB}$, $\overline{AB}$

02 (1) 0.6428 (2) 0.7660 (3) 0.8391

(4) 0.7660 (5) 0.6428

03 풀이 참조

04 (1) 0 (2) 1 (3) 1 (4) 2

05 (1) ○ (2) ○ (3) × (4) ○

06 (1) < (2) > (3) < (4) >

07 (1) 0.5736 (2) 0.7880 (3) 0.7536

01 (1) $\sin x=\frac{\boxed{\overline{AB}}}{\overline{OA}}=\boxed{\overline{AB}}$

(2) $\cos x=\frac{\boxed{\overline{OB}}}{\overline{OA}}=\boxed{\overline{OB}}$

(3) $\tan x=\frac{\overline{CD}}{\boxed{\overline{OD}}}=\boxed{\overline{CD}}$

(4) $\sin y=\frac{\boxed{\overline{OB}}}{\overline{OA}}=\boxed{\overline{OB}}$

(5) $\cos y=\frac{\boxed{\overline{AB}}}{\overline{OA}}=\boxed{\overline{AB}}$

답 (1) $\overline{AB}$, $\overline{AB}$ (2) $\overline{OB}$, $\overline{OB}$ (3) $\overline{OD}$, $\overline{CD}$
(4) $\overline{OB}$, $\overline{OB}$ (5) $\overline{AB}$, $\overline{AB}$

02 △AOB에서 $\angle OAB=90^\circ-40^\circ=50^\circ$

(1) $\sin 40^\circ=\frac{\overline{AB}}{\overline{OA}}=\overline{AB}=0.6428$

(2) $\cos 40^\circ=\frac{\overline{OB}}{\overline{OA}}=\overline{OB}=0.7660$

(3) $\tan 40^\circ=\frac{\overline{CD}}{\overline{OD}}=\overline{CD}=0.8391$

(4) $\sin 50^\circ=\frac{\overline{OB}}{\overline{OA}}=\overline{OB}=0.7660$

(5) $\cos 50^\circ=\frac{\overline{AB}}{\overline{OA}}=\overline{AB}=0.6428$

답 (1) 0.6428 (2) 0.7660 (3) 0.8391
(4) 0.7660 (5) 0.6428

03

삼각비 \ A	0°	30°	45°	60°	90°
$\sin A$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos A$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\tan A$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	

답 풀이 참조

04 (1) $\sin 0^\circ+\cos 90^\circ=0+0=0$
(2) $\sin 90^\circ-\tan 0^\circ=1-0=1$
(3) $\cos 0^\circ\times\tan 45^\circ=1\times1=1$
(4) $\sin 90^\circ\div\cos 60^\circ=1\div\frac{1}{2}=1\times2=2$

답 (1) 0 (2) 1 (3) 1 (4) 2

05 (3) $0^\circ\le x<45^\circ$일 때, $\sin x<\cos x$이다.
(4) $45^\circ<x<90^\circ$일 때, $0<\cos x<\frac{\sqrt{2}}{2}$이고
$\tan x>1$이므로 $\cos x<\tan x$이다.

답 (1) ○ (2) ○ (3) × (4) ○

개념 더하기

(1) $0^\circ\le x\le 90^\circ$일 때, x의 크기가 커지면
① $\sin x$의 값은 0에서 1까지 증가한다.
② $\cos x$의 값은 1에서 0까지 감소한다.
③ $\tan x$의 값은 0에서 한없이 증가한다. (단, $x\ne 90^\circ$)
(2) ① $0^\circ\le x<45^\circ$이면
$\sin x<\cos x$
② $x=45^\circ$이면
$\sin x=\cos x<\tan x$
③ $45^\circ<x<90^\circ$이면
$\cos x<\sin x<\tan x$

06 (1) $0^\circ\le x\le 90^\circ$일 때, x의 크기가 커지면 $\sin x$의 값은 증가하므로
$\sin 25^\circ\ \boxed{<}\ \sin 40^\circ$
(2) $0^\circ\le x\le 90^\circ$일 때, x의 크기가 커지면 $\cos x$의 값은 감소하므로
$\cos 50^\circ\ \boxed{>}\ \cos 70^\circ$
(3) $0^\circ\le x<90^\circ$일 때, x의 크기가 커지면 $\tan x$의 값은 증가하므로
$\tan 40^\circ\ \boxed{<}\ \tan 65^\circ$
(4) $45^\circ<x\le 90^\circ$일 때, $\sin x>\cos x$이므로
$\sin 85^\circ\ \boxed{>}\ \cos 85^\circ$

답 (1) < (2) > (3) < (4) >

07 (1) $\sin 35^\circ=0.5736$
(2) $\cos 38^\circ=0.7880$
(3) $\tan 37^\circ=0.7536$

답 (1) 0.5736 (2) 0.7880 (3) 0.7536

핵심문제 익히기

본문 24~26쪽

1 ③, ④	2 (1) 0 (2) -1 (3) 2
3 ㄱ, ㄹ	4 2
5 0.1872	6 4.502

1 △AOB에서 $\angle OAB=90^\circ-47^\circ=43^\circ$
① $\sin 47^\circ=\frac{\overline{AB}}{\overline{OA}}=\overline{AB}=0.73$
② $\cos 47^\circ=\frac{\overline{OB}}{\overline{OA}}=\overline{OB}=0.68$
③ $\tan 47^\circ=\frac{\overline{CD}}{\overline{OD}}=\overline{CD}=1.07$

④ $\sin 43^\circ=\dfrac{\overline{OB}}{\overline{OA}}=\overline{OB}=0.68$

⑤ $\cos 43^\circ=\dfrac{\overline{AB}}{\overline{OA}}=\overline{AB}=0.73$

따라서 옳은 것은 ③, ④이다. 답 ③, ④

2 (1) $\sin 90^\circ\times\cos 90^\circ+\cos 0^\circ\times\tan 0^\circ$
$=1\times0+1\times0=0$

(2) $\sin 0^\circ-\tan 30^\circ\times\tan 60^\circ+\cos 90^\circ$
$=0-\dfrac{\sqrt{3}}{3}\times\sqrt{3}+0=-1$

(3) $\dfrac{2\cos 60^\circ+\sin 90^\circ}{\tan 45^\circ}=\dfrac{2\times\frac{1}{2}+1}{1}=2$

답 (1) 0 (2) -1 (3) 2

3 ㄱ. $0^\circ\le x\le 90^\circ$일 때, x의 크기가 커지면 $\sin x$의 값은 증가하므로
$\sin 40^\circ<\sin 50^\circ$

ㄴ. $0^\circ\le x\le 90^\circ$일 때, x의 크기가 커지면 $\cos x$의 값은 감소하므로
$\cos 65^\circ>\cos 80^\circ$

ㄷ. $0^\circ\le x<45^\circ$일 때, $\sin x<\cos x$이므로
$\sin 38^\circ<\cos 38^\circ$

ㄹ. $\cos 60^\circ=\dfrac{1}{2}$, $\tan 60^\circ=\sqrt{3}$이므로
$\cos 60^\circ<\tan 60^\circ$

이상에서 옳은 것은 ㄱ, ㄹ이다. 답 ㄱ, ㄹ

4 $0^\circ<A<90^\circ$일 때, $0<\cos A<1$이므로
$\cos A+1>0$, $\cos A-1<0$
$\therefore \sqrt{(\cos A+1)^2}+\sqrt{(\cos A-1)^2}$
$=\cos A+1-(\cos A-1)$
$=\cos A+1-\cos A+1$
$=2$ 답 2

5 $\sin 50^\circ=0.7660$, $\cos 49^\circ=0.6561$, $\tan 51^\circ=1.2349$이므로
$\sin 50^\circ+\cos 49^\circ-\tan 51^\circ$
$=0.7660+0.6561-1.2349$
$=0.1872$ 답 0.1872

6 $\tan 42^\circ=\dfrac{\overline{AC}}{5}=0.9004$이므로
$\overline{AC}=4.502$ 답 4.502

이런 문제가 시험에 나온다

본문 27쪽

01 ④ 02 ③, ④ 03 ③ 04 0
05 2.456

01 $\tan x=\dfrac{\overline{CD}}{\overline{OD}}=\overline{CD}$
$\overline{AB}/\!/\overline{CD}$이므로
$\angle OAB=\angle OCD=y$ (동위각)
$\therefore \cos y=\dfrac{\overline{AB}}{\overline{OA}}=\overline{AB}$ 답 ④

02 ① $\sin 30^\circ+\sin 60^\circ=\dfrac{1}{2}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}$, $\sin 90^\circ=1$이므로
$\sin 30^\circ+\sin 60^\circ\ne\sin 90^\circ$

② $\cos 45^\circ=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$, $\tan 45^\circ=1$이므로
$\cos 45^\circ\ne\tan 45^\circ$

③ $\sin 60^\circ=\cos 30^\circ=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

④ $\sin 0^\circ+\cos 90^\circ-\tan 0^\circ=0+0-0=0$

⑤ $\sin 90^\circ\times\cos 0^\circ\times\tan 45^\circ=1\times1\times1=1$

따라서 옳은 것은 ③, ④이다. 답 ③, ④

03 $\sin 0^\circ=0$, $\cos 0^\circ=1$
$0<\cos 80^\circ<\sin 80^\circ<1$이고 $1<\tan 80^\circ$이므로 큰 것부터 차례대로 나열하면
$\tan 80^\circ$, $\cos 0^\circ$, $\sin 80^\circ$, $\cos 80^\circ$, $\sin 0^\circ$
따라서 세 번째에 해당하는 것은 ③ $\sin 80^\circ$이다.

답 ③

04 $45^\circ<A<90^\circ$일 때, $\tan A>1$이므로
$1-\tan A<0$, $\tan A-1>0$
$\therefore \sqrt{(1-\tan A)^2}-\sqrt{(\tan A-1)^2}$
$=-(1-\tan A)-(\tan A-1)$
$=-1+\tan A-\tan A+1$
$=0$ 답 0

05 $\angle A=90^\circ-35^\circ=55^\circ$
$\cos 55^\circ=\dfrac{x}{10}=0.5736$이므로
$x=5.736$
$\sin 55^\circ=\dfrac{y}{10}=0.8192$이므로
$y=8.192$
$\therefore y-x=8.192-5.736=2.456$ 답 2.456

중단원 마무리하기

> 본문 28~31쪽

01 ③	02 $4\sqrt{10}$	03 ②	04 ③
05 ④	06 1	07 ④	08 ③
09 ②, ④	10 ②	11 ③	12 60°
13 ④	14 $\frac{2\sqrt{5}}{5}$	15 ⑤	16 ⑤
17 $16\sqrt{3}\,\text{cm}^2$	18 ①	19 $\sqrt{2}-1$	20 ③
21 2.9042	22 $\frac{2\sqrt{5}}{13}$	23 $\frac{\sqrt{3}}{3}$	24 $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$

01 전략 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{AC}$의 길이를 문자를 사용한 식으로 나타낸다.

$\overline{AB}=3k$, $\overline{BC}=2k$ $(k>0)$라 하면

$\overline{AC}=\sqrt{(3k)^2+(2k)^2}=\sqrt{13}k$ $(\because k>0)$

$\therefore \cos C=\frac{\overline{BC}}{\overline{AC}}=\frac{2k}{\sqrt{13}k}=\frac{2\sqrt{13}}{13}$

답 ③

02 전략 먼저 $\sin A=\frac{3}{7}$임을 이용하여 $\overline{BC}$의 길이를 구한다.

$\sin A=\frac{\overline{BC}}{14}=\frac{3}{7}$이므로 $\overline{BC}=6$

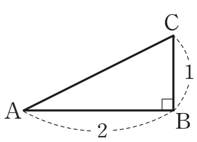
$\therefore \overline{AB}=\sqrt{14^2-6^2}=\sqrt{160}=4\sqrt{10}$

답 $4\sqrt{10}$

03 전략 $\tan A=\frac{1}{2}$을 만족시키는 직각삼각형을 그려 본다.

$2\tan A=1$에서 $\tan A=\frac{1}{2}$

$\tan A=\frac{1}{2}$이므로 오른쪽 그림과 같이 $\angle B=90^\circ$, $\overline{AB}=2$, $\overline{BC}=1$인 직각삼각형 ABC를 생각할 수 있다.



이때 $\overline{AC}=\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{5}$이므로

$\sin A=\frac{\overline{BC}}{\overline{AC}}=\frac{1}{\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{5}}{5}$

$\cos A=\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}}=\frac{2}{\sqrt{5}}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$

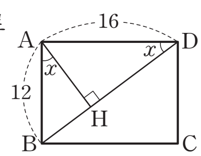
$\therefore \sin A\times\cos A=\frac{\sqrt{5}}{5}\times\frac{2\sqrt{5}}{5}=\frac{2}{5}$

답 ②

04 전략 △ABD∽△HBA임을 이용하여 크기가 같은 각을 찾는다.

△ABD∽△HBA (AA 닮음)이므로

$\angle ADB=\angle HAB=x$



△ABD에서

$\overline{BD}=\sqrt{12^2+16^2}=\sqrt{400}=20$

$\therefore \sin x=\sin(\angle ADB)$

$=\frac{\overline{AB}}{\overline{BD}}=\frac{12}{20}=\frac{3}{5}$

답 ③

05 전략 30°, 45°, 60°의 삼각비의 값을 이용한다.

① $\sin 30^\circ+\cos 30^\circ\times\sqrt{3}=\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}\times\sqrt{3}=2$

② $2\tan 60^\circ\times\tan 30^\circ=2\times\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{3}=2$

③ $4(\sin^2 30^\circ+\cos^2 60^\circ)=4\left\{\left(\frac{1}{2}\right)^2+\left(\frac{1}{2}\right)^2\right\}=4\times\frac{1}{2}=2$

④ $2(1-\cos 60^\circ)(1+\cos 60^\circ)=2\left(1-\frac{1}{2}\right)\left(1+\frac{1}{2}\right)$

$=2\times\frac{1}{2}\times\frac{3}{2}=\frac{3}{2}$

⑤ $\tan^2 45^\circ\times\tan 60^\circ\div\sin 60^\circ=1^2\times\sqrt{3}\div\frac{\sqrt{3}}{2}$

$=1\times\sqrt{3}\times\frac{2}{\sqrt{3}}=2$

따라서 계산 결과가 나머지 넷과 다른 하나는 ④이다.

답 ④

06 전략 $\cos(x+15^\circ)=\frac{1}{2}$을 만족시키는 $x+15^\circ$의 크기를 구한다.

$\cos 60^\circ=\frac{1}{2}$이므로 $x+15^\circ=60^\circ$ $\therefore x=45^\circ$

$\therefore \tan x=\tan 45^\circ=1$

답 1

07 전략 먼저 △ABC에서 $\overline{AC}$의 길이를 구한다.

△ABC에서 $\sin 45^\circ=\frac{\overline{AC}}{2\sqrt{6}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$

$\therefore \overline{AC}=2\sqrt{3}$ (cm)

△ACD에서 $\sin 60^\circ=\frac{\overline{CD}}{2\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\therefore \overline{CD}=3$ (cm)

답 ④

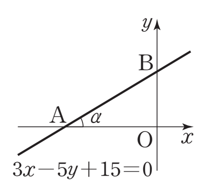
08 전략 직선 $y=ax+b$가 x축의 양의 방향과 이루는 예각의 크기를 α라 할 때, $\tan\alpha=a$임을 이용한다.

$3x-5y+15=0$에서 $y=\frac{3}{5}x+3$이므로 직선의 기울기는 $\frac{3}{5}$이다. $\therefore \tan\alpha=\frac{3}{5}$

답 ③

다른 풀이

일차방정식 $3x-5y+15=0$의 그래프가 x축, y축과 만나는 점을 각각 A, B라 하자.



$3x-5y+15=0$에 $y=0$을 대입하여 풀면

$x=-5$ $\therefore$ A$(-5, 0)$

$3x-5y+15=0$에 $x=0$을 대입하여 풀면

$y=3$ $\therefore$ B$(0, 3)$

직각삼각형 AOB에서 $\overline{OA}=5$, $\overline{OB}=3$이므로

$\tan\alpha=\frac{\overline{OB}}{\overline{OA}}=\frac{3}{5}$

09 전략 분모가 되는 변의 길이가 1인 직각삼각형을 찾는다.

① $\sin x=\dfrac{\overline{AB}}{\overline{OA}}=\overline{AB}$

② $\cos x=\dfrac{\overline{OB}}{\overline{OA}}=\overline{OB}$

③ $\tan x=\dfrac{\overline{CD}}{\overline{OD}}=\overline{CD}$

④ $\sin y=\dfrac{\overline{OB}}{\overline{OA}}=\overline{OB}$

⑤ $\cos y=\dfrac{\overline{AB}}{\overline{OA}}=\overline{AB}$

따라서 $\overline{OB}$의 길이와 그 값이 같은 것은 ②, ④이다.

답 ②, ④

10 전략 0°, 90°의 삼각비의 값을 이용한다.

$\cos 0^\circ+\sin 90^\circ-\sin 45^\circ\times\cos 45^\circ+\tan 0^\circ-2\tan 45^\circ$

$=1+1-\dfrac{\sqrt{2}}{2}\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}+0-2\times1$

$=-\dfrac{1}{2}$

답 ②

11 전략 $45^\circ<x<90^\circ$일 때, $\sin x$, $\cos x$, $\tan x$의 값의 범위를 생각해 본다.

$45^\circ<x<90^\circ$일 때, $\cos x<\sin x<1$이므로

$\cos 53^\circ<\sin 53^\circ<1$

또 $\tan 45^\circ=1$이므로

$1<\tan 53^\circ$

$\therefore \cos 53^\circ<\sin 53^\circ<\tan 53^\circ$

답 ③

12 전략 삼각비의 표를 이용하여 조건을 만족시키는 x, y, z의 크기를 구한다.

$\sin 62^\circ=0.8829$이므로

$x=62^\circ$

$\cos 61^\circ=0.4848$이므로

$y=61^\circ$

$\tan 63^\circ=1.9626$이므로

$z=63^\circ$

$\therefore x+y-z=62^\circ+61^\circ-63^\circ=60^\circ$

답 60°

13 전략 먼저 △ABC에서 $\overline{BC}$의 길이를 구한다.

△ABC에서

$\overline{BC}=\sqrt{6^2-(2\sqrt{3})^2}=\sqrt{24}=2\sqrt{6}$

$\therefore \overline{BD}=\dfrac{1}{2}\overline{BC}=\dfrac{1}{2}\times2\sqrt{6}=\sqrt{6}$

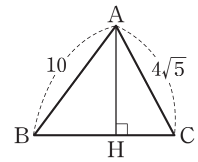
△ABD에서

$\overline{AD}=\sqrt{(2\sqrt{3})^2+(\sqrt{6})^2}=\sqrt{18}=3\sqrt{2}$

$\therefore \cos x=\dfrac{\overline{AB}}{\overline{AD}}=\dfrac{2\sqrt{3}}{3\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{6}}{3}$

답 ④

14 전략 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 수선을 긋는다.



오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면

△ABH에서

$\cos B=\dfrac{\overline{BH}}{10}=\dfrac{3}{5}$

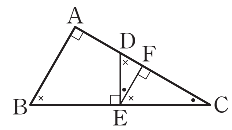
$\therefore \overline{BH}=6$

따라서 $\overline{AH}=\sqrt{10^2-6^2}=\sqrt{64}=8$이므로

$\sin C=\dfrac{\overline{AH}}{\overline{AC}}=\dfrac{8}{4\sqrt{5}}=\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$

답 $\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$

15 전략 직각삼각형의 닮음을 이용하여 크기가 같은 각을 찾는다.



△ABC∽△EDC∽△FEC∽△FDE (AA 닮음)이므로

$\angle ABC=\angle EDC=\angle FEC=\angle FDE$

$\therefore \tan B=\dfrac{\overline{AC}}{\overline{AB}}=\dfrac{\overline{CE}}{\overline{DE}}=\dfrac{\overline{CF}}{\overline{EF}}=\dfrac{\overline{EF}}{\overline{DF}}$

따라서 $\tan B$를 나타내는 것이 아닌 것은 ⑤이다.

답 ⑤

16 전략 $\tan 45^\circ-\cos 60^\circ$의 값을 구한 후 주어진 이차방정식에 대입한다.

$\tan 45^\circ-\cos 60^\circ=1-\dfrac{1}{2}=\dfrac{1}{2}$

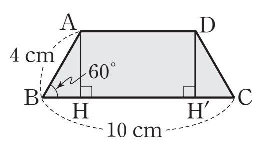
따라서 $2x^2+ax-4=0$에 $x=\dfrac{1}{2}$을 대입하면

$2\times\left(\dfrac{1}{2}\right)^2+a\times\dfrac{1}{2}-4=0$

$\dfrac{1}{2}a=\dfrac{7}{2}\qquad\therefore a=7$

답 ⑤

17 전략 두 꼭짓점 A, D에서 $\overline{BC}$에 각각 수선을 긋는다.



오른쪽 그림과 같이 두 꼭짓점 A, D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 각각 H, H′이라 하면

△ABH에서

$\sin 60^\circ=\dfrac{\overline{AH}}{4}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\qquad\therefore \overline{AH}=2\sqrt{3}\,(\text{cm})$

$\cos 60^\circ=\dfrac{\overline{BH}}{4}=\dfrac{1}{2}\qquad\therefore \overline{BH}=2\,(\text{cm})$

따라서 $\overline{AD}=\overline{HH'}=10-(2+2)=6\,(\text{cm})$이므로

$\square ABCD=\dfrac{1}{2}\times(6+10)\times2\sqrt{3}=16\sqrt{3}\,(\text{cm}^2)$

답 $16\sqrt{3}\text{ cm}^2$

18 **전략** 먼저 조건을 만족시키는 직선의 방정식을 구한다.

직선의 방정식을 $y=ax+b$라 하면

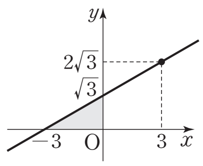
$$a=\tan 30^{\circ}=\frac{\sqrt{3}}{3}$$

직선 $y=\frac{\sqrt{3}}{3}x+b$가 점 $(3,\ 2\sqrt{3})$을 지나므로

$$2\sqrt{3}=\frac{\sqrt{3}}{3}\times 3+b \qquad \therefore b=\sqrt{3}$$

즉 직선의 방정식은

$y=\frac{\sqrt{3}}{3}x+\sqrt{3}$이므로



x절편은 -3, y절편은 $\sqrt{3}$이다.

따라서 구하는 삼각형의 넓이는

$$\frac{1}{2}\times 3\times\sqrt{3}=\frac{3\sqrt{3}}{2}$$

답 ①

19 **전략** $\overline{AC}$, $\overline{DC}$의 길이를 구한 후 $\overline{AD}=\overline{BD}$임을 이용하여 $\angle B$의 크기를 구한다.

$\triangle ADC$에서 $\quad \cos 45^{\circ}=\frac{\overline{DC}}{2}=\frac{\sqrt{2}}{2}$

$$\therefore \overline{DC}=\sqrt{2}$$

$$\sin 45^{\circ}=\frac{\overline{AC}}{2}=\frac{\sqrt{2}}{2} \qquad \therefore \overline{AC}=\sqrt{2}$$

$\triangle ABD$는 $\overline{AD}=\overline{BD}$인 이등변삼각형이므로

$$\angle B=\angle BAD=\frac{1}{2}\times 45^{\circ}=22.5^{\circ}$$

따라서 $\triangle ABC$에서

$$\tan 22.5^{\circ}=\frac{\overline{AC}}{\overline{BC}}=\frac{\overline{AC}}{\overline{BD}+\overline{DC}}$$
$$=\frac{\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}}=\sqrt{2}-1$$

답 $\sqrt{2}-1$

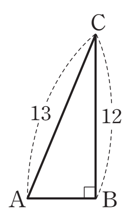
20 **전략** $45^{\circ}<A<90^{\circ}$일 때, $\sin A$와 $\cos A$의 대소를 비교한다.

$45^{\circ}<A<90^{\circ}$일 때, $0<\cos A<\sin A$이므로

$$\sin A+\cos A>0,\ \cos A-\sin A<0$$
$$\therefore \sqrt{(\sin A+\cos A)^2}+\sqrt{(\cos A-\sin A)^2}$$
$$=\sin A+\cos A-(\cos A-\sin A)$$
$$=\sin A+\cos A-\cos A+\sin A$$
$$=2\sin A$$

즉 $2\sin A=\frac{24}{13}$이므로 $\qquad \sin A=\frac{12}{13}$

따라서 오른쪽 그림과 같이 $\angle B=90^{\circ}$, $\overline{AC}=13$, $\overline{BC}=12$인 직각삼각형 ABC를 생각할 수 있다.



이때 $\overline{AB}=\sqrt{13^2-12^2}=\sqrt{25}=5$이므로

$$\tan A=\frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}=\frac{12}{5},$$

$$\cos A=\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}}=\frac{5}{13}$$

$$\therefore \tan A\times\cos A=\frac{12}{5}\times\frac{5}{13}=\frac{12}{13}$$

답 ③

21 **전략** 먼저 $\overline{OB}$의 길이를 구한다.

$\overline{BC}=0.6744$이므로

$$\overline{OB}=1-0.6744=0.3256$$

$\angle AOB=x$라 하면

$$\cos x=\frac{\overline{OB}}{\overline{OA}}=\overline{OB}=0.3256$$

주어진 삼각비의 표에서 $\cos 71^{\circ}=0.3256$이므로

$$x=71^{\circ}$$

$$\therefore \overline{CD}=\frac{\overline{CD}}{\overline{OC}}=\tan 71^{\circ}=2.9042$$

답 2.9042

22 **전략** $\overline{AD}$의 길이를 구한 후 $\triangle ABD\backsim\triangle CED$임을 이용한다.

$\triangle ABD$에서 $\qquad \sin x=\frac{6}{\overline{AD}}=\frac{2}{3}$

$$\therefore \overline{AD}=9$$

$\triangle ABD\backsim\triangle CED$ (AA 닮음)이므로

$$\overline{AD}:\overline{CD}=\overline{BD}:\overline{ED}$$
$$9:6=6:\overline{ED}$$
$$\therefore \overline{ED}=4$$

$\triangle CDE$에서

$$\overline{CE}=\sqrt{6^2-4^2}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$$

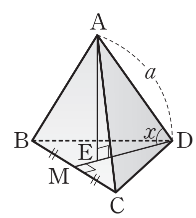
$\overline{AE}=\overline{AD}+\overline{DE}=9+4=13$이므로

$$\tan y=\frac{\overline{CE}}{\overline{AE}}=\frac{2\sqrt{5}}{13}$$

답 $\frac{2\sqrt{5}}{13}$

23 **전략** 정사면체의 꼭짓점에서 밑면에 내린 수선의 발은 밑면의 무게중심임을 이용한다.

정사면체의 한 모서리의 길이를 a라 하면



$$\overline{BM}=\overline{CM}=\frac{1}{2}a$$

$\angle DMC=90^{\circ}$이므로 $\triangle DMC$에서

$$\overline{DM}=\sqrt{a^2-\left(\frac{1}{2}a\right)^2}$$
$$=\sqrt{\frac{3}{4}a^2}$$
$$=\frac{\sqrt{3}}{2}a$$

꼭짓점 A에서 밑면 BCD에 내린 수선의 발을 E라 하면 점 E는 $\triangle BCD$의 무게중심이므로

$$\overline{DE}=\frac{2}{3}\overline{DM}=\frac{2}{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}a=\frac{\sqrt{3}}{3}a$$

따라서 $\triangle AED$에서

$$\cos x=\frac{\overline{DE}}{\overline{AD}}=\frac{\sqrt{3}}{3}a\div a=\frac{\sqrt{3}}{3}$$

답 $\frac{\sqrt{3}}{3}$

24 전략 크기가 15°인 각이 있는 직각삼각형을 찾는다.

$\angle DAF=90^\circ-(30^\circ+45^\circ)=15^\circ$

$\triangle ABE$에서

$\cos 30^\circ=\dfrac{3}{\overline{AE}}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\qquad \therefore \overline{AE}=2\sqrt{3}$

$\triangle AEF$에서

$\cos 45^\circ=\dfrac{2\sqrt{3}}{\overline{AF}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}\qquad \therefore \overline{AF}=2\sqrt{6}$

$\tan 45^\circ=\dfrac{\overline{EF}}{2\sqrt{3}}=1\qquad \therefore \overline{EF}=2\sqrt{3}$

이때 $\angle AEB=90^\circ-30^\circ=60^\circ$이므로

$\angle FEC=180^\circ-(60^\circ+90^\circ)=30^\circ$

$\triangle ECF$에서

$\sin 30^\circ=\dfrac{\overline{CF}}{2\sqrt{3}}=\dfrac{1}{2}\qquad \therefore \overline{CF}=\sqrt{3}$

$\therefore \overline{DF}=\overline{DC}-\overline{CF}=3-\sqrt{3}$

따라서 $\triangle AFD$에서

$\sin 15^\circ=\dfrac{\overline{DF}}{\overline{AF}}=\dfrac{3-\sqrt{3}}{2\sqrt{6}}=\dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$

답 $\dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$

서술형 대비 문제

본문 32～33쪽

1 $\dfrac{4}{3}$	**2** 0	**3** $\dfrac{1}{2}$
4 2	**5** 6	**6** 1

1 1단계 $\triangle ABD$에서

$\overline{AB}=\sqrt{13^2-5^2}=\sqrt{144}=12$

2단계 $\triangle ABC$에서

$\overline{BC}=\sqrt{15^2-12^2}=\sqrt{81}=9$

3단계 $\tan x=\dfrac{\overline{AB}}{\overline{BC}}=\dfrac{12}{9}=\dfrac{4}{3}$

답 $\dfrac{4}{3}$

2 1단계 $\sin(3x-15^\circ)=\cos 60^\circ$에서

$\sin(3x-15^\circ)=\dfrac{1}{2}$

$\sin 30^\circ=\dfrac{1}{2}$이므로

$3x-15^\circ=30^\circ\qquad \therefore x=15^\circ$

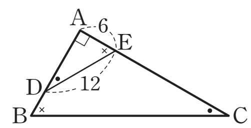
2단계 $\sin(x+45^\circ)+\cos(90^\circ-4x)-\tan 4x$

$=\sin 60^\circ+\cos 30^\circ-\tan 60^\circ$

$=\dfrac{\sqrt{3}}{2}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}-\sqrt{3}=0$

답 0

3 1단계 $\triangle ADE \backsim \triangle ACB$ (AA 닮음)



이므로

$\angle AED=\angle ABC$

2단계 $\triangle ADE$에서

$\overline{AD}=\sqrt{12^2-6^2}=\sqrt{108}=6\sqrt{3}$

3단계 $\sin B=\sin(\angle AED)$

$=\dfrac{\overline{AD}}{\overline{DE}}=\dfrac{6\sqrt{3}}{12}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$\tan C=\tan(\angle ADE)$

$=\dfrac{\overline{AE}}{\overline{AD}}=\dfrac{6}{6\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

4단계 $\sin B\times\tan C=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times\dfrac{\sqrt{3}}{3}=\dfrac{1}{2}$

답 $\dfrac{1}{2}$

단계	채점 요소	배점
1	$\angle AED=\angle ABC$임을 알기	2점
2	$\overline{AD}$의 길이 구하기	1점
3	$\sin B$, $\tan C$의 값 구하기	3점
4	$\sin B\times\tan C$의 값 구하기	1점

4 1단계 직각삼각형 FGH에서

$\overline{FH}=\sqrt{8^2+6^2}=\sqrt{100}=10$

직각삼각형 BFH에서

$\overline{BH}=\sqrt{10^2+10^2}=\sqrt{200}=10\sqrt{2}$

2단계 $\cos x=\dfrac{\overline{FH}}{\overline{BH}}=\dfrac{10}{10\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

$\tan x=\dfrac{\overline{BF}}{\overline{FH}}=\dfrac{10}{10}=1$

3단계 $\sqrt{2}\cos x+\tan x=\sqrt{2}\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}+1=2$

답 2

단계	채점 요소	배점
1	$\overline{FH}$, $\overline{BH}$의 길이 구하기	2점
2	$\cos x$, $\tan x$의 값 구하기	4점
3	$\sqrt{2}\cos x+\tan x$의 값 구하기	1점

5 1단계 $\triangle ABC$에서 $\quad \sin 30^\circ=\dfrac{\overline{AC}}{16}=\dfrac{1}{2}$

$\therefore \overline{AC}=8$

2단계 $\angle A=180^\circ-(30^\circ+90^\circ)=60^\circ$이므로 $\triangle ADC$에서

$\sin 60^\circ=\dfrac{\overline{CD}}{8}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$\therefore \overline{CD}=4\sqrt{3}$

3단계 △ADC에서

$$\angle ACD=180^\circ-(60^\circ+90^\circ)=30^\circ$$

이때 $\angle DCE=90^\circ-30^\circ=60^\circ$이므로 △DEC에서

$$\sin 60^\circ=\frac{\overline{DE}}{4\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\therefore \overline{DE}=6$$

답 6

단계	채점 요소	배점
1	$\overline{AC}$의 길이 구하기	2점
2	$\overline{CD}$의 길이 구하기	2점
3	$\overline{DE}$의 길이 구하기	2점

6 1단계 $0^\circ<x<45^\circ$일 때, $0<\sin x<\cos x$이므로

$$\sin x+\cos x>0,\ \sin x-\cos x<0$$

2단계 $\sqrt{(\sin x+\cos x)^2}+\sqrt{(\sin x-\cos x)^2}$

$=\sin x+\cos x-(\sin x-\cos x)$

$=\sin x+\cos x-\sin x+\cos x$

$=2\cos x$

3단계 $2\cos x=\sqrt{3}$이므로 $\cos x=\frac{\sqrt{3}}{2}$

$$\therefore x=30^\circ$$

4단계 $\sin 3x=\sin 90^\circ=1$

답 1

단계	채점 요소	배점
1	$\sin x+\cos x$, $\sin x-\cos x$의 부호 구하기	1점
2	좌변을 간단히 하기	3점
3	x의 크기 구하기	2점
4	$\sin 3x$의 값 구하기	2점

I-2 삼각비의 활용

01 길이 구하기

개념원리 확인하기

본문 38~39쪽

01 (1) $b\sin C$ (2) $\frac{a}{b}$, $\frac{a}{\cos C}$ (3) $\frac{c}{a}$, $\frac{c}{\tan C}$, $a\tan C$

02 (1) 9, $6\sqrt{3}$ (2) 9, $3\sqrt{3}$

03 3, 3, 7, 7, $2\sqrt{19}$

04 $5\sqrt{3}$, $5\sqrt{3}$, $5\sqrt{6}$

05 (1) 45°, 60° (2) h (3) $\sqrt{3}h$ (4) $9(\sqrt{3}-1)$

06 (1) 60°, 30° (2) $\sqrt{3}h$ (3) $\frac{\sqrt{3}}{3}h$ (4) $2\sqrt{3}$

01 (1) $\sin C=\frac{c}{b}$ ➡ $b=\frac{c}{\sin C}$, $c=\boxed{b\sin C}$

(2) $\cos C=\boxed{\frac{a}{b}}$ ➡ $a=b\cos C$, $b=\boxed{\frac{a}{\cos C}}$

(3) $\tan C=\boxed{\frac{c}{a}}$ ➡ $a=\boxed{\frac{c}{\tan C}}$, $c=\boxed{a\tan C}$

답 (1) $b\sin C$ (2) $\frac{a}{b}$, $\frac{a}{\cos C}$ (3) $\frac{c}{a}$, $\frac{c}{\tan C}$, $a\tan C$

02 (1) $\cos 30^\circ=\frac{9}{\overline{AB}}$이므로

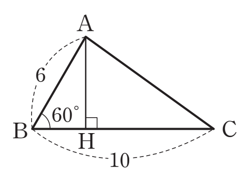
$$\overline{AB}=\frac{\boxed{9}}{\cos 30^\circ}=9\div\frac{\sqrt{3}}{2}=9\times\frac{2}{\sqrt{3}}=\boxed{6\sqrt{3}}$$

(2) $\tan 30^\circ=\frac{\overline{AC}}{9}$이므로

$$\overline{AC}=\boxed{9}\tan 30^\circ=9\times\frac{\sqrt{3}}{3}=\boxed{3\sqrt{3}}$$

답 (1) 9, $6\sqrt{3}$ (2) 9, $3\sqrt{3}$

03 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 △ABH에서



$\overline{AH}=6\sin 60^\circ$

$=6\times\frac{\sqrt{3}}{2}=3\sqrt{3}$

$\overline{BH}=6\cos 60^\circ$

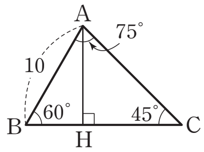
$=6\times\frac{1}{2}=\boxed{3}$

$\overline{CH}=\overline{BC}-\overline{BH}=10-\boxed{3}=\boxed{7}$이므로 △AHC에서

$$\overline{AC}=\sqrt{(3\sqrt{3})^2+\boxed{7}^2}=\sqrt{76}=\boxed{2\sqrt{19}}$$

답 3, 3, 7, 7, $2\sqrt{19}$

04 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



△ABH에서

$$\overline{AH}=10\sin 60^\circ$$
$$=10\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\boxed{5\sqrt{3}}$$

$\angle C=180^\circ-(75^\circ+60^\circ)=45^\circ$이므로 △AHC에서

$$\overline{AC}=\frac{\boxed{5\sqrt{3}}}{\sin 45^\circ}$$
$$=5\sqrt{3}\div\frac{\sqrt{2}}{2}$$
$$=5\sqrt{3}\times\frac{2}{\sqrt{2}}=\boxed{5\sqrt{6}}$$

답 $5\sqrt{3}$, $5\sqrt{3}$, $5\sqrt{6}$

05 (1) △ABH에서

$\angle BAH=90^\circ-45^\circ=45^\circ$

△AHC에서

$\angle CAH=90^\circ-30^\circ=60^\circ$

(2) $\angle BAH=45^\circ$이므로

$\overline{BH}=h\tan 45^\circ=h$

(3) $\angle CAH=60^\circ$이므로

$\overline{CH}=h\tan 60^\circ=\sqrt{3}h$

(4) $\overline{BC}=\overline{BH}+\overline{CH}$이므로

$18=h+\sqrt{3}h,\qquad (1+\sqrt{3})h=18$

$\therefore h=\dfrac{18}{1+\sqrt{3}}=9(\sqrt{3}-1)$

답 (1) 45°, 60° (2) h (3) $\sqrt{3}h$ (4) $9(\sqrt{3}-1)$

06 (1) △ABH에서

$\angle BAH=90^\circ-30^\circ=60^\circ$

$\angle ACH=180^\circ-120^\circ=60^\circ$이므로 △ACH에서

$\angle CAH=90^\circ-60^\circ=30^\circ$

(2) $\angle BAH=60^\circ$이므로

$\overline{BH}=h\tan 60^\circ=\sqrt{3}h$

(3) $\angle CAH=30^\circ$이므로

$\overline{CH}=h\tan 30^\circ=\dfrac{\sqrt{3}}{3}h$

(4) $\overline{BC}=\overline{BH}-\overline{CH}$이므로

$4=\sqrt{3}h-\dfrac{\sqrt{3}}{3}h,\qquad \dfrac{2\sqrt{3}}{3}h=4$

$\therefore h=2\sqrt{3}$

답 (1) 60°, 30° (2) $\sqrt{3}h$ (3) $\dfrac{\sqrt{3}}{3}h$ (4) $2\sqrt{3}$

핵심문제 익히기

본문 40～42쪽

1 ②, ③ **2** 19.6 m **3** $\sqrt{31}$ cm
4 $2\sqrt{2}$ cm **5** (1) $7(\sqrt{3}-1)$ cm (2) $49(\sqrt{3}-1)$ cm^2
6 $5(\sqrt{3}+1)$ km

1 $\angle C=35^\circ$이므로

$\overline{BC}=5\cos 35^\circ$

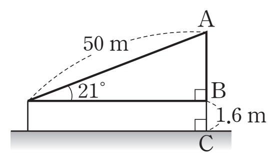
$\angle A=90^\circ-35^\circ=55^\circ$이므로

$\overline{BC}=5\sin 55^\circ$

따라서 $\overline{BC}$의 길이를 나타내는 것은 ②, ③이다.

답 ②, ③

2 오른쪽 그림과 같이 세 점 A, B, C를 정하면



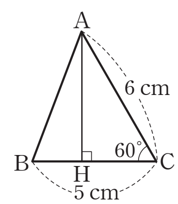
$\overline{AB}=50\sin 21^\circ$
$=50\times 0.36$
$=18\ (\mathrm{m})$

따라서 지면으로부터 연까지의 높이는

$\overline{AC}=\overline{AB}+\overline{BC}=18+1.6=19.6\ (\mathrm{m})$

답 19.6 m

3 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



△AHC에서

$\overline{AH}=6\sin 60^\circ$

$=6\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=3\sqrt{3}\ (\mathrm{cm})$

$\overline{CH}=6\cos 60^\circ$

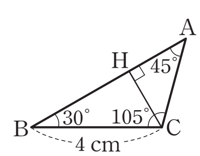
$=6\times\dfrac{1}{2}=3\ (\mathrm{cm})$

$\overline{BH}=\overline{BC}-\overline{CH}=5-3=2\ (\mathrm{cm})$이므로 △ABH에서

$\overline{AB}=\sqrt{(3\sqrt{3})^2+2^2}=\sqrt{31}\ (\mathrm{cm})$

답 $\sqrt{31}$ cm

4 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 C에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



△BCH에서

$\overline{CH}=4\sin 30^\circ$

$=4\times\dfrac{1}{2}=2\ (\mathrm{cm})$

$\angle A=180^\circ-(30^\circ+105^\circ)=45^\circ$이므로 △AHC에서

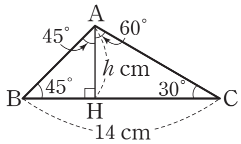
$\overline{AC}=\dfrac{2}{\sin 45^\circ}$

$=2\div\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

$=2\times\dfrac{2}{\sqrt{2}}=2\sqrt{2}\ (\mathrm{cm})$

답 $2\sqrt{2}$ cm

5 (1) $\overline{AH}=h$ cm라 하면



$\angle BAH=45^\circ$,

$\angle CAH=60^\circ$이므로

$\triangle ABH$에서

$\overline{BH}=h\tan 45^\circ=h\ (\mathrm{cm})$

$\triangle AHC$에서

$\overline{CH}=h\tan 60^\circ=\sqrt{3}h\ (\mathrm{cm})$

$\overline{BC}=\overline{BH}+\overline{CH}$이므로

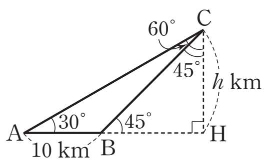
$14=h+\sqrt{3}h,\quad (1+\sqrt{3})h=14$

$\therefore h=\dfrac{14}{1+\sqrt{3}}=7(\sqrt{3}-1)$

(2) $\triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times 14\times 7(\sqrt{3}-1)=49(\sqrt{3}-1)\ (\mathrm{cm}^2)$

답 (1) $7(\sqrt{3}-1)$ cm (2) $49(\sqrt{3}-1)\ \mathrm{cm}^2$

6 $\overline{CH}=h$ km라 하면



$\angle ACH=60^\circ$, $\angle BCH=45^\circ$

이므로 $\triangle CAH$에서

$\overline{AH}=h\tan 60^\circ$

$=\sqrt{3}h\ (\mathrm{km})$

$\triangle CBH$에서

$\overline{BH}=h\tan 45^\circ=h\ (\mathrm{km})$

$\overline{AB}=\overline{AH}-\overline{BH}$이므로

$10=\sqrt{3}h-h,\quad (\sqrt{3}-1)h=10$

$\therefore h=\dfrac{10}{\sqrt{3}-1}=5(\sqrt{3}+1)$

따라서 지면으로부터 인공위성까지의 높이는

$5(\sqrt{3}+1)$ km이다. 답 $5(\sqrt{3}+1)$ km

이런 문제가 시험에 나온다 > 본문 43쪽

01 $9\sqrt{3}\pi\ \mathrm{cm}^3$	**02** $15\sqrt{3}$ m	**03** $2\sqrt{5}$ cm
04 $60\sqrt{6}$ m	**05** ④	**06** $9\sqrt{3}\ \mathrm{cm}^2$

01 $\overline{AO}=3\tan 60^\circ=3\times\sqrt{3}=3\sqrt{3}\ (\mathrm{cm})$

따라서 원뿔의 부피는

$\dfrac{1}{3}\times\pi\times 3^2\times 3\sqrt{3}=9\sqrt{3}\pi\ (\mathrm{cm}^3)$

답 $9\sqrt{3}\pi\ \mathrm{cm}^3$

02 $\overline{AC}=15\tan 30^\circ=15\times\dfrac{\sqrt{3}}{3}=5\sqrt{3}\ (\mathrm{m})$

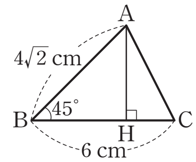
$\overline{AB}=\dfrac{15}{\cos 30^\circ}=15\div\dfrac{\sqrt{3}}{2}=15\times\dfrac{2}{\sqrt{3}}=10\sqrt{3}\ (\mathrm{m})$

따라서 부러지기 전의 나무의 높이는

$\overline{AC}+\overline{AB}=5\sqrt{3}+10\sqrt{3}=15\sqrt{3}\ (\mathrm{m})$

답 $15\sqrt{3}$ m

03 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 $\triangle ABH$에서



$\overline{AH}=4\sqrt{2}\sin 45^\circ$

$=4\sqrt{2}\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=4\ (\mathrm{cm})$

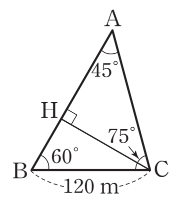
$\overline{BH}=4\sqrt{2}\cos 45^\circ$

$=4\sqrt{2}\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=4\ (\mathrm{cm})$

$\overline{CH}=\overline{BC}-\overline{BH}=6-4=2\ (\mathrm{cm})$이므로 $\triangle AHC$에서

$\overline{AC}=\sqrt{4^2+2^2}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}\ (\mathrm{cm})$ 답 $2\sqrt{5}$ cm

04 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 C에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 $\triangle BCH$에서



$\overline{CH}=120\sin 60^\circ$

$=120\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=60\sqrt{3}\ (\mathrm{m})$

$\angle A=180^\circ-(60^\circ+75^\circ)=45^\circ$이므로 $\triangle AHC$에서

$\overline{AC}=\dfrac{60\sqrt{3}}{\sin 45^\circ}$

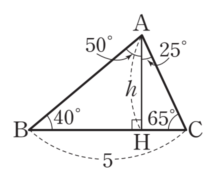
$=60\sqrt{3}\div\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

$=60\sqrt{3}\times\dfrac{2}{\sqrt{2}}=60\sqrt{6}\ (\mathrm{m})$

따라서 두 지점 A, C 사이의 거리는 $60\sqrt{6}$ m이다.

답 $60\sqrt{6}$ m

05 $\overline{AH}=h$라 하면



$\angle BAH=50^\circ$, $\angle CAH=25^\circ$

이므로 $\triangle ABH$에서

$\overline{BH}=h\tan 50^\circ$

$\triangle AHC$에서

$\overline{CH}=h\tan 25^\circ$

$\overline{BC}=\overline{BH}+\overline{CH}$이므로

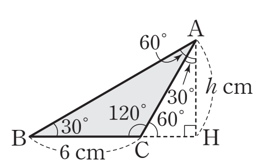
$5=h\tan 50^\circ+h\tan 25^\circ$

$h(\tan 50^\circ+\tan 25^\circ)=5$

$\therefore h=\dfrac{5}{\tan 50^\circ+\tan 25^\circ}$

따라서 $\overline{AH}$의 길이를 나타내는 식은 ④이다. 답 ④

06 $\overline{AH}=h$ cm라 하면



$\angle BAH=60^\circ$, $\angle CAH=30^\circ$

이므로 $\triangle ABH$에서

$\overline{BH}=h\tan 60^\circ$

$=\sqrt{3}h\ (\mathrm{cm})$

$\triangle ACH$에서

$\overline{CH}=h\tan 30^\circ=\dfrac{\sqrt{3}}{3}h\ (\mathrm{cm})$

$\overline{BC}=\overline{BH}-\overline{CH}$이므로

$6=\sqrt{3}h-\frac{\sqrt{3}}{3}h, \quad \frac{2\sqrt{3}}{3}h=6$

$\therefore h=3\sqrt{3}$

$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times 6\times 3\sqrt{3}=9\sqrt{3}\,(cm^2)$

답 $9\sqrt{3}\ cm^2$

02 넓이 구하기

개념원리 확인하기 본문 46쪽

01 (1) $15\sqrt{3}$ (2) $6\sqrt{2}$ (3) $10\sqrt{2}$ (4) 30
02 (1) 8 (2) 48 (3) 56
03 (1) 24 (2) $21\sqrt{3}$
04 (1) $18\sqrt{3}$ (2) $48\sqrt{2}$

01 (1) $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times 6\times 10\times \sin 60^\circ$
$=\frac{1}{2}\times 6\times 10\times \frac{\sqrt{3}}{2}$
$=15\sqrt{3}$

(2) $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times 3\times 8\times \sin 45^\circ$
$=\frac{1}{2}\times 3\times 8\times \frac{\sqrt{2}}{2}$
$=6\sqrt{2}$

(3) $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times 5\times 8\times \sin(180^\circ-135^\circ)$
$=\frac{1}{2}\times 5\times 8\times \sin 45^\circ$
$=\frac{1}{2}\times 5\times 8\times \frac{\sqrt{2}}{2}$
$=10\sqrt{2}$

(4) $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times 10\times 12\times \sin(180^\circ-150^\circ)$
$=\frac{1}{2}\times 10\times 12\times \sin 30^\circ$
$=\frac{1}{2}\times 10\times 12\times \frac{1}{2}$
$=30$

답 (1) $15\sqrt{3}$ (2) $6\sqrt{2}$ (3) $10\sqrt{2}$ (4) 30

02 (1) $\triangle ABD=\frac{1}{2}\times 4\times 4\sqrt{2}\times \sin(180^\circ-135^\circ)$
$=\frac{1}{2}\times 4\times 4\sqrt{2}\times \sin 45^\circ$
$=\frac{1}{2}\times 4\times 4\sqrt{2}\times \frac{\sqrt{2}}{2}$
$=8$

(2) $\triangle BCD=\frac{1}{2}\times 8\sqrt{2}\times 12\times \sin 45^\circ$
$=\frac{1}{2}\times 8\sqrt{2}\times 12\times \frac{\sqrt{2}}{2}$
$=48$

(3) $\square ABCD=\triangle ABD+\triangle BCD$
$=8+48$
$=56$

답 (1) 8 (2) 48 (3) 56

03 (1) $\square ABCD=6\times 8\times \sin 30^\circ$
$=6\times 8\times \frac{1}{2}$
$=24$

(2) $\square ABCD=6\times 7\times \sin(180^\circ-120^\circ)$
$=6\times 7\times \sin 60^\circ$
$=6\times 7\times \frac{\sqrt{3}}{2}$
$=21\sqrt{3}$

답 (1) 24 (2) $21\sqrt{3}$

04 (1) $\square ABCD=\frac{1}{2}\times 8\times 9\times \sin 60^\circ$
$=\frac{1}{2}\times 8\times 9\times \frac{\sqrt{3}}{2}$
$=18\sqrt{3}$

(2) $\square ABCD=\frac{1}{2}\times 16\times 12\times \sin(180^\circ-135^\circ)$
$=\frac{1}{2}\times 16\times 12\times \sin 45^\circ$
$=\frac{1}{2}\times 16\times 12\times \frac{\sqrt{2}}{2}$
$=48\sqrt{2}$

답 (1) $18\sqrt{3}$ (2) $48\sqrt{2}$

핵심문제 익히기 본문 47～48쪽

1 8 cm
2 $33\sqrt{3}\ cm^2$
3 60°
4 9 cm

1 $\frac{1}{2}\times \overline{AC}\times 9\times \sin(180^\circ-120^\circ)=18\sqrt{3}$에서

$\frac{1}{2}\times \overline{AC}\times 9\times \frac{\sqrt{3}}{2}=18\sqrt{3}$

$\frac{9\sqrt{3}}{4}\overline{AC}=18\sqrt{3}$

$\therefore \overline{AC}=8\,(cm)$

답 8 cm

2 △ABC에서

$$\overline{AC}=12\sin 60^\circ=12\times\frac{\sqrt{3}}{2}=6\sqrt{3}\,(\text{cm})$$

$\therefore$ □ABCD

$=\triangle ABC+\triangle ACD$

$=\frac{1}{2}\times6\times6\sqrt{3}+\frac{1}{2}\times6\sqrt{3}\times10\times\sin 30^\circ$

$=\frac{1}{2}\times6\times6\sqrt{3}+\frac{1}{2}\times6\sqrt{3}\times10\times\frac{1}{2}$

$=18\sqrt{3}+15\sqrt{3}$

$=33\sqrt{3}\,(\text{cm}^2)$

답 $33\sqrt{3}\text{ cm}^2$

3 $2\times4\times\sin B=4\sqrt{3}$에서

$8\sin B=4\sqrt{3}$

따라서 $\sin B=\frac{\sqrt{3}}{2}$이므로

$\angle B=60^\circ$

답 60°

4 $\frac{1}{2}\times12\times\overline{BD}\times\sin(180^\circ-150^\circ)=27$에서

$\frac{1}{2}\times12\times\overline{BD}\times\frac{1}{2}=27$

$3\overline{BD}=27$

$\therefore \overline{BD}=9\,(\text{cm})$

답 9 cm

이런 문제가 시험에 나온다

본문 49쪽

01 30°	**02** ④	**03** $128\sqrt{2}\text{ cm}^2$
04 4 cm	**05** $25\sqrt{3}\text{ cm}^2$	

01 $\frac{1}{2}\times7\times12\times\sin C=21$에서

$42\sin C=21$

따라서 $\sin C=\frac{1}{2}$이므로

$\angle C=30^\circ$

답 30°

02 $\overline{BC}=\overline{BD}=\overline{DE}=16\,(\text{cm})$

△ABC에서

$$\overline{AB}=16\cos 45^\circ=16\times\frac{\sqrt{2}}{2}=8\sqrt{2}\,(\text{cm})$$

$\angle ABD=45^\circ+90^\circ=135^\circ$이므로

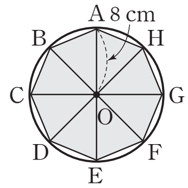
$\triangle ABD=\frac{1}{2}\times8\sqrt{2}\times16\times\sin(180^\circ-135^\circ)$

$=\frac{1}{2}\times8\sqrt{2}\times16\times\frac{\sqrt{2}}{2}$

$=64\,(\text{cm}^2)$

답 ④

03 오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O에서 정팔각형의 각 꼭짓점을 연결하는 선분을 그으면 정팔각형은 8개의 합동인 삼각형으로 나누어진다.



$\angle AOB=\frac{1}{8}\times360^\circ=45^\circ$이므로

$\triangle ABO=\frac{1}{2}\times8\times8\times\sin 45^\circ$

$=\frac{1}{2}\times8\times8\times\frac{\sqrt{2}}{2}$

$=16\sqrt{2}\,(\text{cm}^2)$

따라서 구하는 정팔각형의 넓이는

$8\triangle ABO=8\times16\sqrt{2}=128\sqrt{2}\,(\text{cm}^2)$

답 $128\sqrt{2}\text{ cm}^2$

04 마름모 ABCD의 한 변의 길이를 x cm라 하면

$x\times x\times\sin 60^\circ=8\sqrt{3}$

$x\times x\times\frac{\sqrt{3}}{2}=8\sqrt{3},\quad \frac{\sqrt{3}}{2}x^2=8\sqrt{3}$

$x^2=16\quad \therefore x=4\ (\because x>0)$

따라서 마름모 ABCD의 한 변의 길이는 4 cm이다.

답 4 cm

05 등변사다리꼴의 두 대각선의 길이는 같으므로

$\overline{AC}=\overline{BD}=10\,(\text{cm})$

$\therefore$ □ABCD$=\frac{1}{2}\times10\times10\times\sin(180^\circ-120^\circ)$

$=\frac{1}{2}\times10\times10\times\frac{\sqrt{3}}{2}$

$=25\sqrt{3}\,(\text{cm}^2)$

답 $25\sqrt{3}\text{ cm}^2$

중단원 마무리하기

본문 50～53쪽

01 ④	**02** 96 cm^3	**03** ③	**04** ⑤
05 $75\sqrt{3}$ m	**06** ②	**07** 12 cm	**08** ③
09 ①	**10** ④	**11** ③	**12** 135°
13 ④	**14** ⑤	**15** $(3\sqrt{2}+3\sqrt{6})$ km	
16 $16(\sqrt{3}-1)$		**17** ③	**18** ⑤
19 $(2+\sqrt{3})\text{ cm}^2$		**20** ④	**21** ②
22 40초	**23** $3\sqrt{3}\text{ cm}^2$	**24** $(75+10\sqrt{15})\text{ cm}^2$	

01 전략 직각삼각형의 각 변의 길이를 삼각비를 이용하여 나타내어 본다.

④ $\tan A=\frac{a}{b}$이므로 $\quad a=b\tan A$

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

답 ④

02 전략 $\overline{CG}$의 길이를 구한 후
(직육면체의 부피)=(가로의 길이)×(세로의 길이)×(높이)
임을 이용한다.

△CFG에서

$\overline{CG}=4\tan 60^\circ=4\times\sqrt{3}=4\sqrt{3}$ (cm)

따라서 직육면체의 부피는

$4\times 2\sqrt{3}\times 4\sqrt{3}=96$ (cm^3)　　답 96 cm^3

03 전략 먼저 △ABH에서 $\overline{AH}$의 길이를 구한다.

△ABH에서

$\overline{AH}=200\cos 30^\circ$

$=200\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=100\sqrt{3}$ (m)

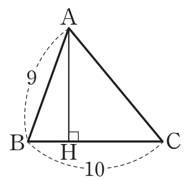
따라서 △AHC에서

$\overline{CH}=100\sqrt{3}\tan 45^\circ$

$=100\sqrt{3}\times 1=100\sqrt{3}$ (m)　　답 ③

04 전략 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 수선을 긋는다.

오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



△ABH에서

$\overline{BH}=9\cos B=9\times\dfrac{1}{3}=3$

$\therefore\ \overline{AH}=\sqrt{9^2-3^2}$

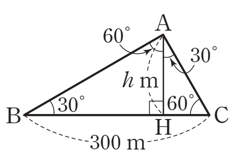
$=\sqrt{72}=6\sqrt{2}$

$\overline{CH}=\overline{BC}-\overline{BH}=10-3=7$이므로 △AHC에서

$\overline{AC}=\sqrt{(6\sqrt{2})^2+7^2}=\sqrt{121}=11$　　답 ⑤

05 전략 $\overline{BH}$, $\overline{CH}$의 길이를 $\overline{AH}$의 길이에 대한 식으로 나타낸 후 $\overline{BC}=\overline{BH}+\overline{CH}$임을 이용한다.

$\overline{AH}=h$ m라 하면



$\angle BAH=60^\circ$, $\angle CAH=30^\circ$

이므로 △ABH에서

$\overline{BH}=h\tan 60^\circ=\sqrt{3}h$ (m)

△AHC에서

$\overline{CH}=h\tan 30^\circ=\dfrac{\sqrt{3}}{3}h$ (m)

$\overline{BC}=\overline{BH}+\overline{CH}$이므로

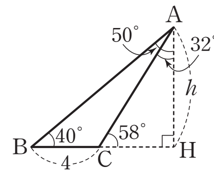
$300=\sqrt{3}h+\dfrac{\sqrt{3}}{3}h$,　$\dfrac{4\sqrt{3}}{3}h=300$

$\therefore\ h=75\sqrt{3}$

따라서 지면으로부터 열기구까지의 높이 $\overline{AH}$의 길이는 $75\sqrt{3}$ m이다.　　답 $75\sqrt{3}$ m

06 전략 $\overline{BH}$, $\overline{CH}$의 길이를 $\overline{AH}$의 길이에 대한 식으로 나타낸 후 $\overline{BC}=\overline{BH}-\overline{CH}$임을 이용한다.

$\overline{AH}=h$라 하면



$\angle BAH=50^\circ$, $\angle CAH=32^\circ$

이므로 △ABH에서

$\overline{BH}=h\tan 50^\circ$

△ACH에서

$\overline{CH}=h\tan 32^\circ$

$\overline{BC}=\overline{BH}-\overline{CH}$이므로

$4=h\tan 50^\circ-h\tan 32^\circ$

$h(\tan 50^\circ-\tan 32^\circ)=4$

$\therefore\ h=\dfrac{4}{\tan 50^\circ-\tan 32^\circ}$

따라서 $\overline{AH}$의 길이를 나타내는 식은 ②이다.　　답 ②

07 전략 두 변의 길이와 그 끼인각의 크기를 알 때, 삼각형의 넓이 구하는 공식을 이용한다.

$\dfrac{1}{2}\times 7\times\overline{BC}\times\sin 45^\circ=21\sqrt{2}$에서

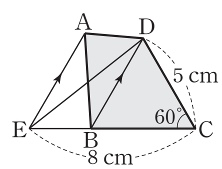
$\dfrac{1}{2}\times 7\times\overline{BC}\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=21\sqrt{2}$

$\dfrac{7\sqrt{2}}{4}\overline{BC}=21\sqrt{2}$

$\therefore\ \overline{BC}=12$ (cm)　　답 12 cm

08 전략 $\overline{AE}\,/\!/\,\overline{DB}$임을 이용하여 △ABD와 넓이가 같은 삼각형을 찾는다.

오른쪽 그림과 같이 $\overline{DE}$를 그으면



$\overline{AE}\,/\!/\,\overline{DB}$이므로

△ABD=△EBD

∴ □ABCD

=△ABD+△DBC

=△EBD+△DBC

=△DEC

$=\dfrac{1}{2}\times 5\times 8\times\sin 60^\circ$

$=\dfrac{1}{2}\times 5\times 8\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$=10\sqrt{3}$ (cm^2)　　답 ③

09 전략 점 O가 △ABC의 외심임을 이용하여 ∠BOC의 크기를 구한다.

점 O가 △ABC의 외심이므로

$\angle BOC=2\angle BAC=2\times 75^\circ=150^\circ$

$\therefore\ \triangle OBC=\dfrac{1}{2}\times 10\times 10\times\sin(180^\circ-150^\circ)$

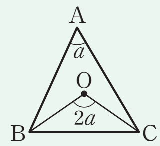
$=\dfrac{1}{2}\times 10\times 10\times\dfrac{1}{2}$

$=25$ (cm^2)　　답 ①

개념 더하기

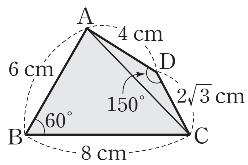
점 O가 △ABC의 외심이면

$\angle BOC = 2\angle A$



10 전략 보조선을 그어 □ABCD를 2개의 삼각형으로 나눈다.

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$를 그으면



$\square ABCD$

$= \triangle ABC + \triangle ACD$

$= \frac{1}{2} \times 6 \times 8 \times \sin 60^\circ$

$\quad + \frac{1}{2} \times 4 \times 2\sqrt{3} \times \sin(180^\circ - 150^\circ)$

$= \frac{1}{2} \times 6 \times 8 \times \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} \times 4 \times 2\sqrt{3} \times \frac{1}{2}$

$= 12\sqrt{3} + 2\sqrt{3}$

$= 14\sqrt{3}\ (\text{cm}^2)$

답 ④

11 전략 평행사변형 ABCD의 넓이를 구한 후 높이가 같은 두 삼각형의 넓이의 비는 밑변의 길이의 비와 같음을 이용한다.

$\square ABCD = 8 \times 6\sqrt{3} \times \sin(180^\circ - 120^\circ)$

$= 8 \times 6\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2}$

$= 72\ (\text{cm}^2)$

$\overline{BE} : \overline{EC} = 2 : 1$에서 $\overline{BE} = \frac{2}{3}\overline{BC}$이므로

$\triangle BED = \frac{2}{3}\triangle BCD$

$= \frac{2}{3} \times \frac{1}{2}\square ABCD$

$= \frac{1}{3}\square ABCD$

$= \frac{1}{3} \times 72$

$= 24\ (\text{cm}^2)$

답 ③

12 전략 두 대각선의 길이와 두 대각선이 이루는 각의 크기를 알 때, 사각형의 넓이 구하는 공식을 이용한다.

$\frac{1}{2} \times 12\sqrt{2} \times 10 \times \sin(180^\circ - x) = 60$에서

$60\sqrt{2}\sin(180^\circ - x) = 60$

따라서 $\sin(180^\circ - x) = \frac{\sqrt{2}}{2}$이므로

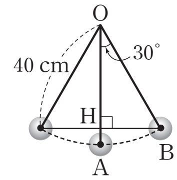
$180^\circ - x = 45^\circ$

$\therefore x = 135^\circ$

답 135°

13 전략 점 B에서 $\overline{OA}$에 수선을 긋는다.

오른쪽 그림과 같이 점 B에서 $\overline{OA}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 구하는 길이는 $\overline{AH}$의 길이이다.



$\overline{OA} = \overline{OB} = 40\ (\text{cm})$이므로 △OHB에서

$\overline{OH} = 40\cos 30^\circ$

$= 40 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 20\sqrt{3}\ (\text{cm})$

$\therefore \overline{AH} = \overline{OA} - \overline{OH}$

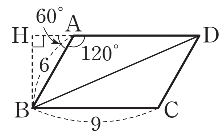
$= 40 - 20\sqrt{3}\ (\text{cm})$

따라서 지점 B는 지점 A보다 $(40 - 20\sqrt{3})$ cm 더 높다.

답 ④

14 전략 꼭짓점 B에서 $\overline{AD}$의 연장선에 수선을 긋는다.

오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 B에서 $\overline{AD}$의 연장선에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\angle BAH = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$이므로 △BAH에서

$\overline{BH} = 6\sin 60^\circ = 6 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3}$

$\overline{AH} = 6\cos 60^\circ = 6 \times \frac{1}{2} = 3$

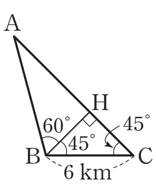
$\overline{DH} = \overline{AD} + \overline{AH} = 9 + 3 = 12$이므로 △BDH에서

$\overline{BD} = \sqrt{(3\sqrt{3})^2 + 12^2} = \sqrt{171} = 3\sqrt{19}$

답 ⑤

15 전략 꼭짓점 B에서 $\overline{AC}$에 수선을 긋는다.

오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 B에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\angle CBH = 180^\circ - (90^\circ + 45^\circ)$

$= 45^\circ$

$\angle ABH = 105^\circ - 45^\circ = 60^\circ$

△BCH에서

$\overline{BH} = 6\sin 45^\circ = 6 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2}\ (\text{km})$

$\overline{CH} = 6\cos 45^\circ = 6 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2}\ (\text{km})$

△ABH에서

$\overline{AH} = 3\sqrt{2}\tan 60^\circ = 3\sqrt{2} \times \sqrt{3} = 3\sqrt{6}\ (\text{km})$

따라서 두 지점 A와 C 사이의 거리는

$\overline{AC} = \overline{CH} + \overline{AH} = 3\sqrt{2} + 3\sqrt{6}\ (\text{km})$

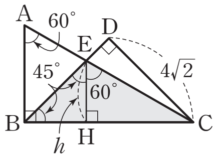
답 $(3\sqrt{2} + 3\sqrt{6})$ km

16 전략 먼저 $\overline{BC}$의 길이를 구한다.

△DBC에서

$\overline{BC} = \frac{4\sqrt{2}}{\sin 45^\circ} = 4\sqrt{2} \div \frac{\sqrt{2}}{2} = 4\sqrt{2} \times \frac{2}{\sqrt{2}} = 8$

오른쪽 그림과 같이 점 E에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하고 $\overline{EH}=h$라 하면



$\angle BEH=180^\circ-(90^\circ+45^\circ)$
$=45^\circ$

$\angle CEH=\angle A=60^\circ$ (동위각)

$\triangle EBH$에서

$\overline{BH}=h\tan 45^\circ=h$

$\triangle EHC$에서

$\overline{CH}=h\tan 60^\circ=\sqrt{3}h$

$\overline{BC}=\overline{BH}+\overline{CH}$이므로

$8=h+\sqrt{3}h,\qquad (1+\sqrt{3})h=8$

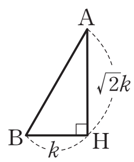
$\therefore h=\dfrac{8}{1+\sqrt{3}}=4(\sqrt{3}-1)$

$\therefore \triangle EBC=\dfrac{1}{2}\times 8\times 4(\sqrt{3}-1)$

$=16(\sqrt{3}-1)$ 　　답 $16(\sqrt{3}-1)$

17 전략 $\tan B=\sqrt{2}$를 만족시키는 직각삼각형을 그려 본다.

$\tan B=\sqrt{2}$이므로 오른쪽 그림과 같이 $\angle H=90^\circ$, $\overline{BH}=k$, $\overline{AH}=\sqrt{2}k$인 직각삼각형 ABH를 생각할 수 있다.



$\overline{AB}=\sqrt{k^2+(\sqrt{2}k)^2}=\sqrt{3}k$이므로

$\sin B=\dfrac{\sqrt{2}k}{\sqrt{3}k}=\dfrac{\sqrt{6}}{3}$

$\therefore \triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times 6\times 8\times \sin B$

$=\dfrac{1}{2}\times 6\times 8\times \dfrac{\sqrt{6}}{3}$

$=8\sqrt{6}$ 　　답 ③

18 전략 $\triangle ABC=\triangle ABD+\triangle ADC$임을 이용하여 식을 세운다.

$\overline{AD}=x$ cm라 하면 $\triangle ABC=\triangle ABD+\triangle ADC$이므로

$\dfrac{1}{2}\times 15\times 10\times \sin 60^\circ$

$=\dfrac{1}{2}\times 15\times x\times \sin 30^\circ+\dfrac{1}{2}\times x\times 10\times \sin 30^\circ$

$\dfrac{1}{2}\times 15\times 10\times \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$=\dfrac{1}{2}\times 15\times x\times \dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2}\times x\times 10\times \dfrac{1}{2}$

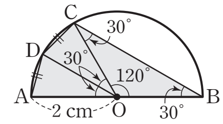
$\dfrac{75\sqrt{3}}{2}=\dfrac{15}{4}x+\dfrac{5}{2}x$

$\dfrac{25}{4}x=\dfrac{75\sqrt{3}}{2}$

$\therefore x=6\sqrt{3}$ 　　답 ⑤

19 전략 보조선을 그어 □ABCD를 3개의 삼각형으로 나눈다.

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OC}$, $\overline{OD}$를 그으면 $\triangle OBC$에서 $\overline{OB}=\overline{OC}$이므로



$\angle OCB=\angle OBC=30^\circ$

$\therefore \angle BOC=180^\circ-2\times 30^\circ=120^\circ$

두 부채꼴 AOD, DOC에서 $\overline{AD}=\overline{CD}$이므로

$\angle AOD=\angle DOC=\dfrac{1}{2}\angle AOC$

$=\dfrac{1}{2}\times(180^\circ-120^\circ)=30^\circ$

$\therefore$ □ABCD

$=\triangle AOD+\triangle DOC+\triangle COB$

$=\dfrac{1}{2}\times 2\times 2\times \sin 30^\circ+\dfrac{1}{2}\times 2\times 2\times \sin 30^\circ$

$+\dfrac{1}{2}\times 2\times 2\times \sin(180^\circ-120^\circ)$

$=\dfrac{1}{2}\times 2\times 2\times \dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2}\times 2\times 2\times \dfrac{1}{2}$

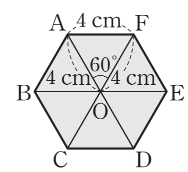
$+\dfrac{1}{2}\times 2\times 2\times \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$=1+1+\sqrt{3}$

$=2+\sqrt{3}\,(\text{cm}^2)$ 　　답 $(2+\sqrt{3})\ \text{cm}^2$

20 전략 정육각형은 6개의 합동인 정삼각형으로 나누어진다.

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}$, $\overline{BE}$, $\overline{CF}$의 교점을 O라 하면 정육각형은 6개의 합동인 삼각형으로 나누어진다.



$\angle AOF=\dfrac{1}{6}\times 360^\circ=60^\circ$이므로

$\triangle AOF$는 정삼각형이다.

$\therefore \triangle AOF=\dfrac{1}{2}\times 4\times 4\times \sin 60^\circ$

$=\dfrac{1}{2}\times 4\times 4\times \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$=4\sqrt{3}\,(\text{cm}^2)$

따라서 정육각형 ABCDEF의 넓이는

$6\triangle AOF=6\times 4\sqrt{3}=24\sqrt{3}\,(\text{cm}^2)$ 　　답 ④

21 전략 $2\overline{AB}=\overline{BC}$에서 $\overline{AB}:\overline{BC}=1:2$임을 이용한다.

$2\overline{AB}=\overline{BC}$에서 $\overline{AB}:\overline{BC}=1:2$이므로 $\overline{AB}=a$ cm, $\overline{BC}=2a$ cm $(a>0)$라 하면

□ABCD$=a\times 2a\times \sin 60^\circ$

$=a\times 2a\times \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$=\sqrt{3}a^2\,(\text{cm}^2)$

즉 $\sqrt{3}a^2=9\sqrt{3}$이므로 　$a^2=9$

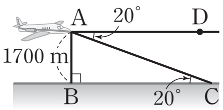
$\therefore a=3\ (\because a>0)$

따라서 □ABCD의 둘레의 길이는

$2(a+2a)=6a=6\times 3=18\,(\text{cm})$ 　　답 ②

22 전략 먼저 $\overline{AC}$의 길이를 구한 후 $(시간)=\dfrac{(거리)}{(속력)}$임을 이용한다.

$\angle ACB=\angle DAC=20^\circ$ (엇각)이므로



$$\overline{AC}=\frac{1700}{\sin 20^\circ}$$
$$=\frac{1700}{0.34}=5000\ (\text{m})$$

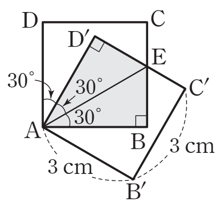
따라서 비행기가 착륙하는 데 걸리는 시간은

$$\frac{5000}{125}=40\ (초)$$

답 40초

23 전략 $\overline{AE}$를 긋고 정사각형의 성질을 이용하여 합동인 두 삼각형을 찾는다.

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AE}$를 그으면 $\triangle AED'\equiv\triangle AEB$ (RHS 합동) 이므로



$$\angle D'AE=\angle BAE$$
$$=\frac{1}{2}\times(90^\circ-30^\circ)$$
$$=30^\circ$$

$\triangle ABE$에서

$$\overline{BE}=3\tan 30^\circ=3\times\frac{\sqrt{3}}{3}=\sqrt{3}\ (\text{cm})$$

$$\therefore\ \triangle ABE=\frac{1}{2}\times3\times\sqrt{3}=\frac{3\sqrt{3}}{2}\ (\text{cm}^2)$$

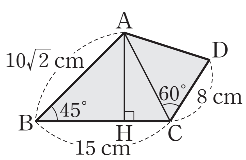
따라서 구하는 넓이는

$$\square ABED'=2\triangle ABE$$
$$=2\times\frac{3\sqrt{3}}{2}=3\sqrt{3}\ (\text{cm}^2)$$

답 $3\sqrt{3}\ \text{cm}^2$

24 전략 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 수선을 긋는다.

오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 $\triangle ABH$에서



$$\overline{AH}=10\sqrt{2}\sin 45^\circ$$
$$=10\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}$$
$$=10\ (\text{cm})$$

$$\overline{BH}=10\sqrt{2}\cos 45^\circ$$
$$=10\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=10\ (\text{cm})$$

$\overline{CH}=\overline{BC}-\overline{BH}=15-10=5\ (\text{cm})$이므로 $\triangle AHC$에서

$$\overline{AC}=\sqrt{10^2+5^2}=\sqrt{125}=5\sqrt{5}\ (\text{cm})$$

$$\therefore\ \square ABCD=\triangle ABC+\triangle ACD$$
$$=\frac{1}{2}\times10\sqrt{2}\times15\times\sin 45^\circ$$
$$+\frac{1}{2}\times5\sqrt{5}\times8\times\sin 60^\circ$$
$$=\frac{1}{2}\times10\sqrt{2}\times15\times\frac{\sqrt{2}}{2}$$
$$+\frac{1}{2}\times5\sqrt{5}\times8\times\frac{\sqrt{3}}{2}$$
$$=75+10\sqrt{15}\ (\text{cm}^2)$$

답 $(75+10\sqrt{15})\ \text{cm}^2$

서술형 대비 문제

본문 54~55쪽

1 $(60-20\sqrt{3})$ m **2** $(72+27\sqrt{6})\ \text{cm}^2$
3 $8\sqrt{6}$ m **4** $10\sqrt{2}\ \text{cm}^2$
5 $(12\pi-9\sqrt{3})\ \text{cm}^2$ **6** $35\sqrt{2}\ \text{cm}^2$

1 1단계 $\triangle ABC$에서

$$\overline{AC}=60\tan 45^\circ$$
$$=60\times1=60\ (\text{m})$$

2단계 $\triangle BCD$에서

$$\overline{CD}=60\tan 30^\circ$$
$$=60\times\frac{\sqrt{3}}{3}=20\sqrt{3}\ (\text{m})$$

3단계 $\overline{AD}=\overline{AC}-\overline{CD}=60-20\sqrt{3}\ (\text{m})$

답 $(60-20\sqrt{3})$ m

2 1단계 $\triangle ABC$에서

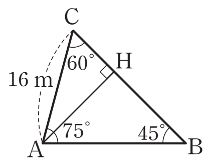
$$\overline{AC}=\frac{12}{\sin 45^\circ}$$
$$=12\div\frac{\sqrt{2}}{2}$$
$$=12\times\frac{2}{\sqrt{2}}=12\sqrt{2}\ (\text{cm})$$

2단계 $\angle ACB=180^\circ-(90^\circ+45^\circ)=45^\circ$이므로

$$\square ABCD$$
$$=\triangle ABC+\triangle ACD$$
$$=\frac{1}{2}\times12\times12\sqrt{2}\times\sin 45^\circ$$
$$+\frac{1}{2}\times12\sqrt{2}\times9\times\sin(180^\circ-120^\circ)$$
$$=\frac{1}{2}\times12\times12\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}$$
$$+\frac{1}{2}\times12\sqrt{2}\times9\times\frac{\sqrt{3}}{2}$$
$$=72+27\sqrt{6}\ (\text{cm}^2)$$

답 $(72+27\sqrt{6})\ \text{cm}^2$

3 1단계 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{AH}=16\sin 60^\circ$

$=16\times\frac{\sqrt{3}}{2}=8\sqrt{3}\,(\mathrm{m})$

2단계 $\angle B=180^\circ-(75^\circ+60^\circ)=45^\circ$이므로

$\overline{AB}=\frac{8\sqrt{3}}{\sin 45^\circ}$

$=8\sqrt{3}\div\frac{\sqrt{2}}{2}$

$=8\sqrt{3}\times\frac{2}{\sqrt{2}}=8\sqrt{6}\,(\mathrm{m})$

따라서 두 지점 A, B 사이의 거리는 $8\sqrt{6}$ m이다.

답 $8\sqrt{6}$ m

단계	채점 요소	배점
1	$\overline{AH}$의 길이 구하기	3점
2	두 지점 A, B 사이의 거리 구하기	3점

4 1단계 $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times10\times12\times\sin 45^\circ$

$=\frac{1}{2}\times10\times12\times\frac{\sqrt{2}}{2}$

$=30\sqrt{2}\,(\mathrm{cm}^2)$

2단계 점 G가 △ABC의 무게중심이므로

$\triangle AGC=\frac{1}{3}\triangle ABC$

$=\frac{1}{3}\times30\sqrt{2}$

$=10\sqrt{2}\,(\mathrm{cm}^2)$

답 $10\sqrt{2}$ cm^2

단계	채점 요소	배점
1	△ABC의 넓이 구하기	4점
2	△AGC의 넓이 구하기	2점

개념 더하기

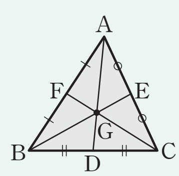
삼각형의 무게중심과 넓이

점 G가 △ABC의 무게중심일 때

(1) $\triangle GAF=\triangle GFB=\triangle GBD$

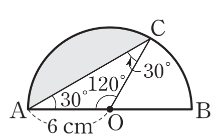
$=\triangle GDC=\triangle GCE$

$=\triangle GEA=\frac{1}{6}\triangle ABC$



(2) $\triangle GAB=\triangle GBC=\triangle GCA=\frac{1}{3}\triangle ABC$

5 1단계 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OC}$를 그으면 △AOC에서 $\overline{OA}=\overline{OC}$이므로



$\angle OCA=\angle OAC=30^\circ$

$\therefore\ \angle AOC=180^\circ-2\times30^\circ=120^\circ$

2단계 (색칠한 부분의 넓이)

=(부채꼴 AOC의 넓이)−(△AOC의 넓이)

$=\pi\times6^2\times\frac{120}{360}-\frac{1}{2}\times6\times6\times\sin(180^\circ-120^\circ)$

$=\pi\times6^2\times\frac{120}{360}-\frac{1}{2}\times6\times6\times\frac{\sqrt{3}}{2}$

$=12\pi-9\sqrt{3}\,(\mathrm{cm}^2)$

답 $(12\pi-9\sqrt{3})$ cm^2

단계	채점 요소	배점
1	∠AOC의 크기 구하기	2점
2	색칠한 부분의 넓이 구하기	5점

6 1단계 $\angle ABC+\angle BCD=180^\circ$이고

$\angle ABC:\angle BCD=1:3$이므로

$\angle ABC=180^\circ\times\frac{1}{4}=45^\circ$

2단계 $\square ABCD=20\times14\times\sin 45^\circ$

$=20\times14\times\frac{\sqrt{2}}{2}$

$=140\sqrt{2}\,(\mathrm{cm}^2)$

3단계 $\triangle OBC=\frac{1}{4}\square ABCD$

$=\frac{1}{4}\times140\sqrt{2}$

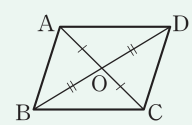
$=35\sqrt{2}\,(\mathrm{cm}^2)$

답 $35\sqrt{2}$ cm^2

단계	채점 요소	배점
1	∠ABC의 크기 구하기	3점
2	□ABCD의 넓이 구하기	3점
3	△OBC의 넓이 구하기	2점

개념 더하기

평행사변형 ABCD의 두 대각선의 교점을 O라 할 때



① $\triangle ABO\equiv\triangle CDO$,

$\triangle BCO\equiv\triangle DAO$

② $\triangle ABO=\triangle BCO=\triangle CDO=\triangle DAO=\frac{1}{4}\square ABCD$

Ⅱ-1 원과 직선

01 원의 현

개념원리 확인하기

본문 60쪽

01 (1) 8 (2) $3\sqrt{2}$
02 (1) 7 (2) 8
03 (1) ○ (2) ○ (3) × (4) ○
04 (1) 7 (2) 5

01 (1) $\overline{AB}=2\overline{AM}=2\times4=8$ $\therefore x=8$

(2) $\overline{AM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times6=3$

직각삼각형 OAM에서

$\overline{OA}=\sqrt{3^2+3^2}=\sqrt{18}=3\sqrt{2}$

$\therefore x=3\sqrt{2}$

답 (1) 8 (2) $3\sqrt{2}$

02 (1) $\overline{AB}$는 현 CD의 수직이등분선이므로 원의 중심을 지난다.
따라서 $\overline{AB}$가 원의 지름이므로 반지름의 길이는

$\frac{1}{2}\times(4+10)=7$

(2) $\overline{CD}$는 현 AB의 수직이등분선이므로 원의 중심을 지난다.
따라서 $\overline{CD}$가 원의 지름이므로 반지름의 길이는

$\frac{1}{2}\times(3+13)=8$

답 (1) 7 (2) 8

03 (2) $\overline{AB}=\overline{CD}$이므로

$\overline{AM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\overline{CD}=\overline{DN}$

(3) 알 수 없다.

(4) $\overline{AB}=\overline{CD}$이므로 $\angle AOB=\angle COD$

$\angle AOB=\angle COD$이므로 $\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{CD}$

답 (1) ○ (2) ○ (3) × (4) ○

개념 더하기

(1) 중심각의 크기와 호의 길이, 부채꼴의 넓이 사이의 관계
한 원에서
① 중심각의 크기가 같은 두 부채꼴의 호의 길이와 넓이는 각각 같다.
② 부채꼴의 호의 길이와 넓이는 각각 중심각의 크기에 정비례한다.
(2) 중심각의 크기와 현의 길이 사이의 관계
한 원에서
① 중심각의 크기가 같은 두 현의 길이는 같다.
② 길이가 같은 두 현에 대한 중심각의 크기는 같다.

04 (1) $\overline{OM}=\overline{ON}$이므로

$\overline{CD}=\overline{AB}=7$

$\therefore x=7$

(2) $\overline{AB}=2\overline{BM}=2\times8=16$

즉 $\overline{AB}=\overline{CD}$이므로

$\overline{OM}=\overline{ON}=5$

$\therefore x=5$

답 (1) 7 (2) 5

핵심문제 익히기

본문 61~63쪽

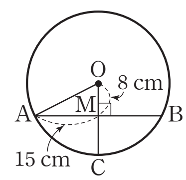
1 17 cm	**2** $4\sqrt{3}$ cm	**3** 3 cm
4 10 cm	**5** $3\sqrt{5}$ cm	**6** 56°

1 $\overline{AB}\perp\overline{OM}$이므로

$\overline{AM}=\overline{BM}$

$\therefore \overline{AM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times30=15\ (cm)$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$를 그으면 직각삼각형 OAM에서



$\overline{OA}=\sqrt{8^2+15^2}=\sqrt{289}$

$=17\ (cm)$

따라서 원 O의 반지름의 길이는 17 cm이다.

답 17 cm

2 직각삼각형 OMB에서

$\overline{BM}=\sqrt{6^2-2^2}=\sqrt{32}=4\sqrt{2}\ (cm)$

$\overline{AB}\perp\overline{OC}$이므로

$\overline{AM}=\overline{BM}=4\sqrt{2}\ (cm)$

또 $\overline{OC}=\overline{OB}=6\ (cm)$이므로

$\overline{MC}=\overline{OC}-\overline{OM}=6-2=4\ (cm)$

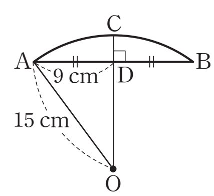
따라서 직각삼각형 ACM에서

$\overline{AC}=\sqrt{(4\sqrt{2})^2+4^2}=\sqrt{48}=4\sqrt{3}\ (cm)$

답 $4\sqrt{3}$ cm

3 $\overline{AD}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times18=9\ (cm)$

오른쪽 그림과 같이 원의 중심을 O라 하면 $\overline{CD}$의 연장선은 이 원의 중심 O를 지난다.



직각삼각형 AOD에서

$\overline{OD}=\sqrt{15^2-9^2}$

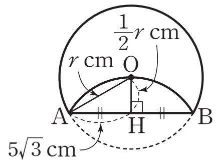
$=\sqrt{144}=12\ (cm)$

$\therefore \overline{CD}=\overline{OC}-\overline{OD}$

$=15-12=3\ (cm)$

답 3 cm

4 오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{AH}=\frac{1}{2}\overline{AB}$

$=\frac{1}{2}\times10\sqrt{3}=5\sqrt{3}$ (cm)

원의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$\overline{OA}=r$ (cm), $\overline{OH}=\frac{1}{2}\overline{OA}=\frac{1}{2}r$ (cm)

직각삼각형 OAH에서

$r^2=\left(\frac{1}{2}r\right)^2+(5\sqrt{3})^2,\quad r^2=100$

$\therefore r=10\ (\because r>0)$

따라서 원의 반지름의 길이는 10 cm이다.

답 10 cm

5 $\overline{CD}\perp\overline{ON}$이므로

$\overline{DN}=\overline{CN}=\frac{1}{2}\overline{CD}=\frac{1}{2}\times12=6$ (cm)

직각삼각형 ODN에서

$\overline{ON}=\sqrt{9^2-6^2}=\sqrt{45}=3\sqrt{5}$ (cm)

$\overline{AB}=\overline{CD}$이므로 $\quad\overline{OM}=\overline{ON}=3\sqrt{5}$ (cm)

답 $3\sqrt{5}$ cm

6 $\overline{OM}=\overline{ON}$이므로 $\quad\overline{AB}=\overline{AC}$

즉 $\triangle ABC$는 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이므로

$\angle ACB=\angle ABC=62^\circ$

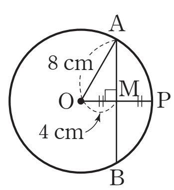
$\therefore \angle BAC=180^\circ-2\times62^\circ=56^\circ$

답 56°

이런 문제가 시험에 나온다 > 본문 64쪽

01 $8\sqrt{3}$ cm **02** $4\sqrt{5}$ cm **03** 5 cm **04** $4\sqrt{3}$ cm
05 25 cm^2 **06** 18 cm

01 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$를 그으면



$\overline{OA}=\overline{OP}=8$ (cm)

$\overline{OM}=\frac{1}{2}\overline{OP}=\frac{1}{2}\times8=4$ (cm)

직각삼각형 AOM에서

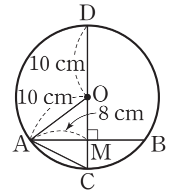
$\overline{AM}=\sqrt{8^2-4^2}=\sqrt{48}=4\sqrt{3}$ (cm)

$\overline{AB}\perp\overline{OP}$이므로 $\quad\overline{AM}=\overline{BM}$

$\therefore \overline{AB}=2\overline{AM}=2\times4\sqrt{3}=8\sqrt{3}$ (cm)

답 $8\sqrt{3}$ cm

02 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$를 그으면



$\overline{OA}=\overline{OC}=\overline{OD}=10$ (cm)

직각삼각형 OAM에서

$\overline{OM}=\sqrt{10^2-8^2}=\sqrt{36}=6$ (cm)

$\therefore \overline{CM}=\overline{OC}-\overline{OM}$

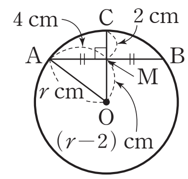
$=10-6=4$ (cm)

따라서 직각삼각형 ACM에서

$\overline{AC}=\sqrt{8^2+4^2}=\sqrt{80}=4\sqrt{5}$ (cm)

답 $4\sqrt{5}$ cm

03 오른쪽 그림과 같이 원의 중심을 O라 하면 $\overline{CM}$의 연장선은 이 원의 중심 O를 지난다.



이때 원의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$\overline{OC}=\overline{OA}=r$ (cm)

$\overline{OM}=\overline{OC}-\overline{CM}=r-2$ (cm)

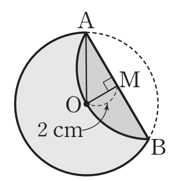
직각삼각형 AOM에서

$r^2=4^2+(r-2)^2,\quad 4r=20\quad\therefore r=5$

따라서 깨지기 전의 접시의 반지름의 길이는 5 cm이다.

답 5 cm

04 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$를 그으면 $\overline{OM}$의 길이는 원의 반지름의 길이의 $\frac{1}{2}$이므로



$\overline{OA}=2\overline{OM}=2\times2=4$ (cm)

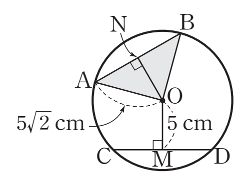
직각삼각형 AOM에서

$\overline{AM}=\sqrt{4^2-2^2}=\sqrt{12}=2\sqrt{3}$ (cm)

$\therefore \overline{AB}=2\overline{AM}=2\times2\sqrt{3}=4\sqrt{3}$ (cm)

답 $4\sqrt{3}$ cm

05 오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 N이라 하면 $\overline{AB}=\overline{CD}$이므로



$\overline{ON}=\overline{OM}=5$ (cm)

직각삼각형 OAN에서

$\overline{AN}=\sqrt{(5\sqrt{2})^2-5^2}=\sqrt{25}=5$ (cm)

$\therefore \overline{AB}=2\overline{AN}=2\times5=10$ (cm)

$\therefore \triangle OAB=\frac{1}{2}\times\overline{AB}\times\overline{ON}$

$=\frac{1}{2}\times10\times5=25$ (cm^2)

답 25 cm^2

06 $\overline{OD}=\overline{OE}=\overline{OF}$이므로

$\overline{AB}=\overline{BC}=\overline{CA}=6$ (cm)

따라서 $\triangle ABC$의 둘레의 길이는

$\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA}=6+6+6=18$ (cm)

답 18 cm

02 원의 접선 (1)

개념원리 확인하기 본문 66쪽

01 (1) 55° (2) 30°　　02 (1) 50° (2) 95°
03 (1) 14 (2) 12　　04 (1) 62° (2) 40°

01 (1) $\angle OAP=90°$이므로

$\angle x=180°-(35°+90°)=55°$

(2) $\angle OAP=90°$이므로

$\angle x=180°-(60°+90°)=30°$

답 (1) 55° (2) 30°

02 (1) □APBO의 내각의 크기의 합은 360°이고

$\angle PAO=\angle PBO=90°$이므로

$\angle x=360°-(90°+130°+90°)=50°$

(2) □AOBP의 내각의 크기의 합은 360°이고

$\angle PAO=\angle PBO=90°$이므로

$\angle x=360°-(90°+85°+90°)=95°$

답 (1) 50° (2) 95°

03 (1) $\overline{PB}=\overline{PA}=14$이므로　$x=14$

(2) $\angle PAO=90°$이므로 △POA에서

$\overline{PA}=\sqrt{13^2-5^2}=\sqrt{144}=12$

$\overline{PB}=\overline{PA}=12$이므로　$x=12$

답 (1) 14 (2) 12

04 (1) △PAB는 $\overline{PA}=\overline{PB}$인 이등변삼각형이므로

$\angle x=\frac{1}{2}\times(180°-56°)=62°$

(2) △PBA는 $\overline{PA}=\overline{PB}$인 이등변삼각형이므로

$\angle PAB=\angle PBA=70°$

$\therefore \angle x=180°-2\times70°=40°$

답 (1) 62° (2) 40°

핵심문제 익히기 본문 67~69쪽

1 $9\sqrt{2}$ cm²　　2 $12\sqrt{2}$ cm　　3 9 cm
4 42°　　5 (1) $5\sqrt{3}$ cm (2) $5\sqrt{3}$ cm
6 10 cm　　7 $27\sqrt{2}$ cm²

1 △OTP에서 $\angle OTP=90°$이고 $\overline{OT}=\overline{OA}=3$ (cm)이므로

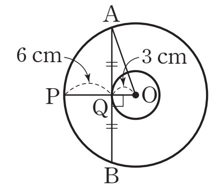
$\overline{PT}=\sqrt{(3+6)^2-3^2}=\sqrt{72}=6\sqrt{2}$ (cm)

$\therefore \triangle OTP=\frac{1}{2}\times\overline{OT}\times\overline{PT}$

$=\frac{1}{2}\times3\times6\sqrt{2}=9\sqrt{2}\,(\text{cm}^2)$

답 $9\sqrt{2}$ cm²

2 $\overline{AB}$가 작은 원의 접선이면서 큰 원의 현이므로



$\overline{AB}\perp\overline{OQ}$, $\overline{AQ}=\overline{BQ}$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$를 그으면

$\overline{OA}=\overline{OP}=3+6=9$ (cm)

△OAQ에서

$\overline{AQ}=\sqrt{9^2-3^2}=\sqrt{72}=6\sqrt{2}$ (cm)

$\therefore \overline{AB}=2\overline{AQ}=2\times6\sqrt{2}=12\sqrt{2}$ (cm)

답 $12\sqrt{2}$ cm

3 $\overline{OB}=x$ cm라 하면

$\overline{OP}=x+6$ (cm)

$\overline{PB}=\overline{PA}=12$ (cm)이고 $\angle OBP=90°$이므로 △OPB에서

$(x+6)^2=x^2+12^2$

$12x=108$　$\therefore x=9$

답 9 cm

4 $\angle PBC=90°$이므로

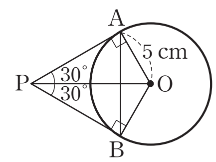
$\angle PBA=90°-21°=69°$

△PBA는 $\overline{PA}=\overline{PB}$인 이등변삼각형이므로

$\angle APB=180°-2\times69°=42°$

답 42°

5 (1) 오른쪽 그림과 같이 $\overline{PO}$를 그으면 $\angle OPA=30°$이므로



△APO에서

$\overline{PA}=\frac{\overline{OA}}{\tan 30°}$

$=5\div\frac{\sqrt{3}}{3}=5\sqrt{3}$ (cm)

(2) $\overline{PA}=\overline{PB}$이고 $\angle APB=60°$이므로 △APB는 정삼각형이다.

$\therefore \overline{AB}=\overline{PA}=\overline{PB}=5\sqrt{3}$ (cm)

답 (1) $5\sqrt{3}$ cm (2) $5\sqrt{3}$ cm

6 $\overline{BD}=\overline{BF}$, $\overline{CE}=\overline{CF}$, $\overline{AE}=\overline{AD}=18$ (cm)이므로

$\overline{AD}+\overline{AE}=\overline{AB}+\overline{BD}+\overline{AC}+\overline{CE}$

$=\overline{AB}+\overline{BF}+\overline{AC}+\overline{CF}$

$=\overline{AB}+(\overline{BF}+\overline{CF})+\overline{AC}$

$=\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{AC}$

즉 $18+18=12+\overline{BC}+14$이므로

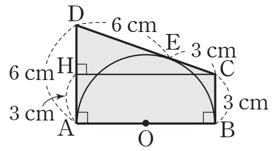
$\overline{BC}=10$ (cm)

답 10 cm

7 $\overline{DE}=\overline{DA}=6\ (cm)$, $\overline{CE}=\overline{CB}=3\ (cm)$이므로

$\overline{DC}=\overline{DE}+\overline{CE}=6+3=9\ (cm)$

오른쪽 그림과 같이 점 C에서 $\overline{DA}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{HA}=\overline{CB}=3\ (cm)$

$\therefore\ \overline{DH}=\overline{DA}-\overline{HA}$

$=6-3=3\ (cm)$

△DHC에서

$\overline{HC}=\sqrt{9^2-3^2}=\sqrt{72}=6\sqrt{2}\ (cm)$

$\therefore\ \square ABCD=\frac{1}{2}\times(6+3)\times 6\sqrt{2}=27\sqrt{2}\ (cm^2)$

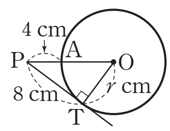
답 $27\sqrt{2}\ cm^2$

이런 문제가 시험에 나온다

본문 70쪽

01 6 cm **02** $100\pi\ cm^2$ **03** ④
04 24 cm **05** $6\pi\ cm^2$

01 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OT}$를 그으면



$\angle OTP=90^\circ$

원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면

△OPT에서

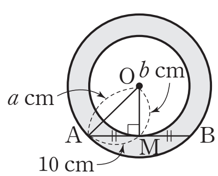
$(r+4)^2=r^2+8^2$

$8r=48 \qquad \therefore\ r=6$

따라서 원 O의 반지름의 길이는 6 cm이다.

답 6 cm

02 오른쪽 그림과 같이 큰 원의 반지름의 길이를 a cm, 작은 원의 반지름의 길이를 b cm라 하고, 작은 원과 $\overline{AB}$의 접점을 M이라 하면



(색칠한 부분의 넓이)

$=$(큰 원의 넓이)$-$(작은 원의 넓이)

$=\pi a^2-\pi b^2$

$=\pi(a^2-b^2)(cm^2)$

$\overline{AB}\perp\overline{OM}$이므로

$\overline{AM}=\overline{BM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times 20=10\ (cm)$

△OAM에서 $\quad a^2=10^2+b^2$

$\therefore\ a^2-b^2=100$

따라서 색칠한 부분의 넓이는

$\pi(a^2-b^2)=\pi\times 100=100\pi\ (cm^2)$

답 $100\pi\ cm^2$

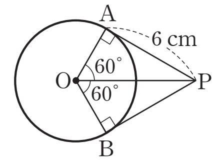
03 ① $\overline{PB}=\overline{PA}=6\ (cm)$

② □PAOB의 내각의 크기의 합은 360°이고

$\angle PAO=\angle PBO=90^\circ$이므로

$\angle APB=360^\circ-(90^\circ+120^\circ+90^\circ)=60^\circ$

③ 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OP}$를 그으면 △PAO와 △PBO에서



$\angle PAO=\angle PBO=90^\circ$,

$\overline{OP}$는 공통,

$\overline{OA}=\overline{OB}$ (반지름)

이므로 $\qquad$ △PAO≡△PBO (RHS 합동)

④, ⑤ $\angle AOP=60^\circ$이므로 △PAO에서

$\overline{OA}=\dfrac{\overline{AP}}{\tan 60^\circ}$

$=\dfrac{6}{\sqrt{3}}=2\sqrt{3}\ (cm)$

$\overline{OP}=\dfrac{\overline{AP}}{\sin 60^\circ}=6\div\dfrac{\sqrt{3}}{2}=4\sqrt{3}\ (cm)$

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

답 ④

04 $\angle PBO=90^\circ$이므로 △PBO에서

$\overline{PB}=\sqrt{13^2-5^2}=\sqrt{144}=12\ (cm)$

$\overline{PA}=\overline{PB}$, $\overline{DA}=\overline{DC}$, $\overline{EB}=\overline{EC}$이므로

(△PED의 둘레의 길이)

$=\overline{PD}+\overline{DE}+\overline{PE}$

$=\overline{PD}+\overline{DC}+\overline{EC}+\overline{PE}$

$=(\overline{PD}+\overline{DA})+(\overline{EB}+\overline{PE})$

$=\overline{PA}+\overline{PB}$

$=2\overline{PB}$

$=2\times 12$

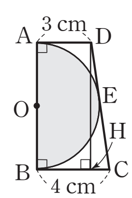
$=24\ (cm)$

답 24 cm

05 $\overline{DE}=\overline{DA}=3\ (cm)$, $\overline{CE}=\overline{CB}=4\ (cm)$이므로

$\overline{CD}=\overline{CE}+\overline{DE}=4+3=7\ (cm)$

오른쪽 그림과 같이 점 D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{CH}=\overline{BC}-\overline{BH}$

$=4-3=1\ (cm)$

△DHC에서

$\overline{DH}=\sqrt{7^2-1^2}=\sqrt{48}=4\sqrt{3}\ (cm)$

$\overline{AB}=\overline{DH}=4\sqrt{3}\ (cm)$이므로 반원 O의 반지름의 길이는

$\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times 4\sqrt{3}=2\sqrt{3}\ (cm)$

따라서 반원 O의 넓이는

$\frac{1}{2}\times\pi\times(2\sqrt{3})^2=6\pi\ (cm^2)$

답 $6\pi\ cm^2$

03 원의 접선 (2)

개념원리 확인하기 > 본문 72쪽

01 (1) 12 (2) 7
02 (1) 10 (2) $\overline{AF}=6-r$, $\overline{CF}=8-r$ (3) 2
03 (1) 9 (2) 19
04 (1) 4 (2) 6

01 (1) $\overline{BE}=\overline{BD}=7$

$\overline{AF}=\overline{AD}=4$이므로

$\overline{CF}=\overline{AC}-\overline{AF}=9-4=5$

$\overline{CE}=\overline{CF}=5$이므로

$\overline{BC}=\overline{BE}+\overline{CE}=7+5=12$

$\therefore x=12$

(2) $\overline{CE}=\overline{CF}=4$이므로

$\overline{BE}=\overline{BC}-\overline{CE}=10-4=6$

$\overline{BD}=\overline{BE}=6$이므로

$\overline{AD}=\overline{AB}-\overline{BD}=13-6=7$

$\therefore \overline{AF}=\overline{AD}=7$

$\therefore x=7$

답 (1) 12 (2) 7

02 (1) $\overline{AC}=\sqrt{8^2+6^2}=\sqrt{100}=10$

(2) $\overline{BD}=\overline{BE}=r$이므로

$\overline{AF}=\overline{AD}=6-r$, $\overline{CF}=\overline{CE}=8-r$

(3) $\overline{AC}=\overline{AF}+\overline{CF}$이므로

$10=(6-r)+(8-r)$

$2r=4 \qquad \therefore r=2$

답 (1) 10 (2) $\overline{AF}=6-r$, $\overline{CF}=8-r$ (3) 2

03 □ABCD가 원 O에 외접하므로

$\overline{AB}+\overline{CD}=\overline{AD}+\overline{BC}$

(1) $x+9=8+10$

$\therefore x=9$

(2) $15+17=13+x$

$\therefore x=19$

답 (1) 9 (2) 19

04 □ABCD가 원 O에 외접하므로

$\overline{AB}+\overline{CD}=\overline{AD}+\overline{BC}$

(1) $\overline{AB}=4+x$이므로

$(4+x)+11=9+10$

$\therefore x=4$

(2) $\overline{BC}=9+x$이므로

$12+9=6+(9+x)$

$\therefore x=6$

답 (1) 4 (2) 6

핵심문제 익히기 > 본문 73~74쪽

1 11 cm 2 9π cm^2 3 $x=8$, $y=10$
4 5 cm

1 $\overline{AD}=\overline{AF}=4$ (cm)이므로

$\overline{BE}=\overline{BD}=9-4=5$ (cm)

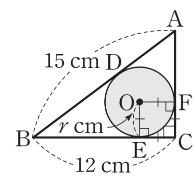
$\overline{CE}=\overline{CF}=10-4=6$ (cm)

$\therefore \overline{BC}=\overline{BE}+\overline{CE}=5+6=11$ (cm)

답 11 cm

2 $\overline{AC}=\sqrt{15^2-12^2}=\sqrt{81}=9$ (cm)

원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면



$\overline{CE}=\overline{CF}=r$ (cm)

$\therefore \overline{AD}=\overline{AF}=9-r$ (cm)

$\overline{BD}=\overline{BE}=12-r$ (cm)

$\overline{AB}=\overline{AD}+\overline{BD}$이므로

$15=(9-r)+(12-r)$

$2r=6 \qquad \therefore r=3$

따라서 원 O의 넓이는

$\pi\times3^2=9\pi$ (cm^2)

답 9π cm^2

3 □ABCD의 둘레의 길이가 30 cm이므로

$\overline{AB}+\overline{CD}=\overline{AD}+\overline{BC}$

$=\frac{1}{2}\times30=15$ (cm)

이때 $7+x=15$, $5+y=15$이므로

$x=8$, $y=10$

답 $x=8$, $y=10$

4 $\overline{AE}=x$ cm라 하면 □AECD가 원 O에 외접하므로

$\overline{AE}+\overline{CD}=\overline{AD}+\overline{CE}$

$x+4=6+\overline{CE}$

$\therefore \overline{CE}=x-2$ (cm)

$\therefore \overline{BE}=\overline{BC}-\overline{CE}=6-(x-2)=8-x$ (cm)

△ABE에서

$x^2=4^2+(8-x)^2$

$16x=80 \qquad \therefore x=5$

답 5 cm

이런 문제가 시험에 나온다 > 본문 75쪽

01 1 cm 02 54 cm^2 03 8 cm 04 6 cm
05 16 cm

01 $\overline{BE}=\overline{BD}=4\,(cm)$, $\overline{CF}=\overline{CE}=3\,(cm)$

$\overline{AF}=\overline{AD}=x\,(cm)$라 하면 $\triangle ABC$의 둘레의 길이가 16 cm이므로

$2(4+3+x)=16, \quad 2x=2$

$\therefore x=1$

답 1 cm

02 $\overline{AD}=\overline{AF}=x\,(cm)$라 하면 $\overline{BD}=\overline{BE}=6\,(cm)$, $\overline{CE}=\overline{CF}=3\,(cm)$이므로

$\overline{AB}=x+6\,(cm)$, $\overline{AC}=x+3\,(cm)$

$\triangle ABC$에서

$(x+6)^2=9^2+(x+3)^2, \quad 6x=54$

$\therefore x=9$

$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times(6+3)\times(9+3)=54\,(cm^2)$

답 54 cm^2

03 $\square ABCD$가 원 O에 외접하므로

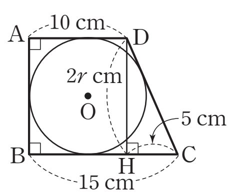
$\overline{AD}+\overline{BC}=\overline{AB}+\overline{CD}=5+9=14\,(cm)$

$\overline{AD}:\overline{BC}=3:4$이므로

$\overline{BC}=14\times\frac{4}{3+4}=8\,(cm)$

답 8 cm

04 오른쪽 그림과 같이 점 D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{CH}=15-10=5\,(cm)$

이때 원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$\overline{AB}=\overline{DH}=2r\,(cm)$

또 $\overline{AB}+\overline{CD}=\overline{AD}+\overline{BC}$이므로

$2r+\overline{CD}=10+15$

$\therefore \overline{CD}=25-2r\,(cm)$

$\triangle DHC$에서

$(25-2r)^2=5^2+(2r)^2$

$100r=600 \quad \therefore r=6$

따라서 원 O의 반지름의 길이는 6 cm이다.

답 6 cm

05 $\overline{DI}=x$ cm라 하면 $\square ABID$는 원 O에 외접하므로

$\overline{AB}+\overline{DI}=\overline{AD}+\overline{BI}$

$6+x=8+\overline{BI} \quad \therefore \overline{BI}=x-2\,(cm)$

$\therefore \overline{CI}=\overline{BC}-\overline{BI}=8-(x-2)=10-x\,(cm)$

따라서 $\triangle CDI$의 둘레의 길이는

$\overline{CD}+\overline{CI}+\overline{DI}=6+(10-x)+x=16\,(cm)$

답 16 cm

다른 풀이

$(\triangle CDI$의 둘레의 길이$)=\overline{CD}+\overline{CI}+\overline{DI}$

$=\overline{CD}+\overline{CI}+(\overline{DH}+\overline{IH})$

$=\overline{CD}+\overline{CI}+\overline{DE}+\overline{IG}$

$=\overline{CD}+(\overline{CI}+\overline{IG})+\overline{DE}$

$=\overline{CD}+\overline{CG}+\overline{DE}$

이때 $\overline{AE}=\overline{AF}=\frac{1}{2}\times 6=3\,(cm)$이므로

$\overline{DE}=8-3=5\,(cm)$

또 $\overline{BG}=\overline{BF}=3\,(cm)$이므로

$\overline{CG}=8-3=5\,(cm)$

따라서 $\triangle CDI$의 둘레의 길이는

$\overline{CD}+\overline{CG}+\overline{DE}=6+5+5=16\,(cm)$

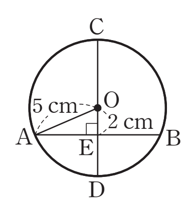
중단원 마무리하기

본문 76～79쪽

01 ②	02 ②	03 ③	04 18 cm
05 ④	06 ③	07 ⑤	08 ⑤
09 9 cm	10 ②	11 13 cm	12 3 cm
13 $8\sqrt{5}$ cm^2	14 ④	15 ③	16 ③
17 ⑤	18 $4\sqrt{15}$ cm^2	19 ③	20 2 cm
21 ③	22 $\left(\frac{100}{3}\pi-25\sqrt{3}\right)$ cm^2		23 5
24 4 cm			

01 전략 원의 중심에서 현에 내린 수선은 그 현을 이등분함을 이용한다.

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$를 그으면



$\overline{OA}=\frac{1}{2}\times(7+3)=5\,(cm)$이므로

$\overline{OE}=\overline{CE}-\overline{OC}$

$=7-5=2\,(cm)$

$\triangle OAE$에서

$\overline{AE}=\sqrt{5^2-2^2}=\sqrt{21}\,(cm)$

$\therefore \overline{AB}=2\overline{AE}=2\times\sqrt{21}=2\sqrt{21}\,(cm)$

답 ②

02 전략 먼저 $\overline{BM}$의 길이를 구한다.

$\overline{AB}\perp\overline{OC}$이므로 $\quad \overline{BM}=\overline{AM}=8\,(cm)$

$\overline{OB}=x$ cm라 하면 $\overline{OC}=\overline{OB}$이므로

$\overline{OM}=x-4\,(cm)$

$\triangle OMB$에서

$x^2=8^2+(x-4)^2, \quad 8x=80$

$\therefore x=10$

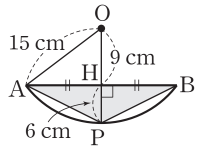
답 ②

03 전략 원에서 현의 수직이등분선은 그 원의 중심을 지남을 이용한다.

오른쪽 그림과 같이 원의 중심을 O라 하면 $\overline{OA}=\overline{OP}=15\ (\text{cm})$이고

$\overline{OH}=\overline{OP}-\overline{HP}$

$=15-6=9\ (\text{cm})$



$\triangle OAH$에서

$\overline{AH}=\sqrt{15^2-9^2}=\sqrt{144}=12\ (\text{cm})$

따라서 $\overline{AB}=2\overline{AH}=2\times12=24\ (\text{cm})$이므로

$\triangle APB=\frac{1}{2}\times24\times6=72\ (\text{cm}^2)$

답 ③

04 전략 원의 중심으로부터 같은 거리에 있는 두 현의 길이는 같음을 이용한다.

$\overline{AB}\perp\overline{OM}$이므로 $\overline{BM}=\overline{AM}=9\ (\text{cm})$

$\overline{OM}=\overline{ON}$이므로

$\overline{CD}=\overline{AB}=2\overline{AM}=2\times9=18\ (\text{cm})$

답 18 cm

05 전략 $\triangle ABC$가 어떤 삼각형인지 생각해 본다.

$\overline{OM}=\overline{ON}$이므로 $\overline{AB}=\overline{AC}$

즉 $\triangle ABC$는 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이므로

$\angle ABC=\angle ACB=52^\circ$

$\therefore \angle BAC=180^\circ-2\times52^\circ=76^\circ$

따라서 $\square AMON$에서

$\angle MON=360^\circ-(76^\circ+90^\circ+90^\circ)=104^\circ$

답 ④

06 전략 원의 접선은 그 접점을 지나는 반지름에 수직임을 이용한다.

$\angle OTP=90^\circ$이므로 $\triangle OPT$에서

$\overline{OP}=\sqrt{5^2+(5\sqrt{3})^2}=\sqrt{100}=10\ (\text{cm})$

$\therefore \overline{PQ}=\overline{OP}-\overline{OQ}=10-5=5\ (\text{cm})$

답 ③

07 전략 원 밖의 한 점에서 그 원에 그은 두 접선의 길이는 같음을 이용한다.

$\overline{PA}=\overline{PB}$, $\overline{PB}=\overline{PC}$이므로 $\overline{PA}=\overline{PC}$

즉 $13+x=3x-7$이므로 $x=10$

답 ⑤

08 전략 $\triangle PBA$가 어떤 삼각형인지 생각해 본다.

$\triangle PBA$는 $\overline{PA}=\overline{PB}$인 이등변삼각형이므로

$\angle PAB=\frac{1}{2}\times(180^\circ-48^\circ)=66^\circ$

이때 $\angle PAO=90^\circ$이므로

$\angle x=90^\circ-66^\circ=24^\circ$

답 ⑤

09 전략 $\overline{AD}=\overline{AF}$, $\overline{BD}=\overline{BE}$, $\overline{CE}=\overline{CF}$임을 이용한다.

$\overline{BD}=\overline{BE}$, $\overline{CF}=\overline{CE}$이므로

$\overline{AD}+\overline{AF}=\overline{AB}+\overline{BD}+\overline{AC}+\overline{CF}$

$=\overline{AB}+\overline{BE}+\overline{AC}+\overline{CE}$

$=\overline{AB}+(\overline{BE}+\overline{CE})+\overline{AC}$

$=\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{AC}$

$=7+6+5=18\ (\text{cm})$

이때 $\overline{AD}=\overline{AF}$이므로

$2\overline{AD}=18$ $\therefore \overline{AD}=9\ (\text{cm})$

답 9 cm

10 전략 $\overline{CE}=\overline{CF}=x\ (\text{cm})$라 하고 $\overline{AD}$와 $\overline{BD}$의 길이를 x를 사용한 식으로 나타낸다.

$\overline{CE}=\overline{CF}=x\ (\text{cm})$라 하면

$\overline{AD}=\overline{AF}=9-x\ (\text{cm})$, $\overline{BD}=\overline{BE}=11-x\ (\text{cm})$

$\overline{AB}=\overline{AD}+\overline{BD}$이므로

$10=(9-x)+(11-x)$, $2x=10$

$\therefore x=5$

답 ②

11 전략 원에 외접하는 사각형의 성질을 생각해 본다.

$\square ABCD$가 원 O에 외접하므로

$\overline{AB}+\overline{CD}=\overline{AD}+\overline{BC}=8+18=26\ (\text{cm})$

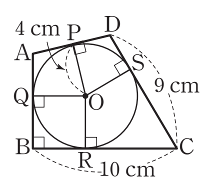
그런데 $\overline{AB}=\overline{CD}$이므로

$\overline{AB}=\frac{1}{2}\times26=13\ (\text{cm})$

답 13 cm

12 전략 $\angle B=90^\circ$일 때, $\square QBRO$가 어떤 사각형인지 생각해 본다.

오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O에서 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$에 내린 수선의 발을 각각 Q, R, S라 하면 $\square QBRO$는 한 변의 길이가 4 cm인 정사각형이므로



$\overline{CS}=\overline{CR}=10-4=6\ (\text{cm})$

$\therefore \overline{DP}=\overline{DS}=9-6=3\ (\text{cm})$

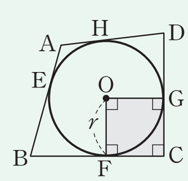
답 3 cm

개념 더하기

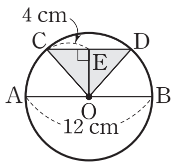
원 O에 외접하는 사각형 ABCD에서

$\angle C=90^\circ$일 때, $\square OFCG$는 정사각형이다.

➡ $\overline{CF}=\overline{CG}=\overline{OF}=r$



13 전략 원의 중심 O에서 $\overline{CD}$에 수선을 긋는다.



오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O에서 $\overline{CD}$에 내린 수선의 발을 E라 하면

$$\overline{OC}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times 12=6\ (\text{cm})$$

$$\overline{CE}=\frac{1}{2}\overline{CD}=\frac{1}{2}\times 8=4\ (\text{cm})$$

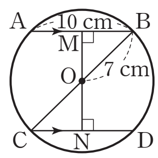
$\triangle COE$에서

$$\overline{OE}=\sqrt{6^2-4^2}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}\ (\text{cm})$$

$$\therefore\ \triangle COD=\frac{1}{2}\times 8\times 2\sqrt{5}=8\sqrt{5}\ (\text{cm}^2)$$

답 $8\sqrt{5}\ \text{cm}^2$

14 전략 원의 중심 O에서 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$에 각각 수선을 긋는다.



오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O에서 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$에 내린 수선의 발을 각각 M, N이라 하면 $\overline{AB}=\overline{CD}=10$ (cm)이므로

$$\overline{OM}=\overline{ON}$$

또 $\overline{AB}\perp\overline{OM}$이므로

$$\overline{BM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times 10=5\ (\text{cm})$$

$\triangle MOB$에서

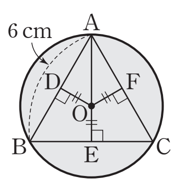
$$\overline{OM}=\sqrt{7^2-5^2}=\sqrt{24}=2\sqrt{6}\ (\text{cm})$$

$$\therefore\ \overline{MN}=2\overline{OM}=2\times 2\sqrt{6}=4\sqrt{6}\ (\text{cm})$$

따라서 두 현 AB와 CD 사이의 거리는 $4\sqrt{6}$ cm이다.

답 ④

15 전략 $\triangle ABC$가 어떤 삼각형인지 생각해 본다.



$\overline{OD}=\overline{OE}=\overline{OF}$이므로

$$\overline{AB}=\overline{BC}=\overline{CA}$$

즉 $\triangle ABC$는 정삼각형이다.

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AO}$를 그으면

$$\triangle ADO\equiv\triangle AFO\ (\text{RHS 합동})$$

$$\therefore\ \angle DAO=\frac{1}{2}\angle BAC=\frac{1}{2}\times 60^\circ=30^\circ$$

또 $\overline{AB}\perp\overline{OD}$이므로

$$\overline{AD}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times 6=3\ (\text{cm})$$

$\triangle ADO$에서

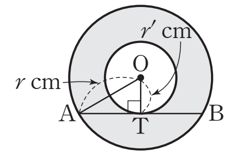
$$\overline{AO}=\frac{\overline{AD}}{\cos 30^\circ}=3\div\frac{\sqrt{3}}{2}=2\sqrt{3}\ (\text{cm})$$

따라서 원 O의 반지름의 길이가 $2\sqrt{3}$ cm이므로 넓이는

$$\pi\times(2\sqrt{3})^2=12\pi\ (\text{cm}^2)$$

답 ③

16 전략 원의 중심에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발은 작은 원과 $\overline{AB}$의 접점임을 이용한다.



오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 T라 하고, 큰 원의 반지름의 길이를 r cm, 작은 원의 반지름의 길이를 r' cm라 하면 색칠한 부분의 넓이가 $36\pi\ \text{cm}^2$이므로

$$\pi r^2-\pi r'^2=\pi(r^2-r'^2)=36\pi$$

$$\therefore\ r^2-r'^2=36$$

$\triangle OAT$에서

$$\overline{AT}=\sqrt{r^2-r'^2}=\sqrt{36}=6\ (\text{cm})$$

$\overline{AB}\perp\overline{OT}$이므로

$$\overline{AB}=2\overline{AT}=2\times 6=12\ (\text{cm})$$

답 ③

17 전략 원의 접선의 성질을 생각해 본다.

① $\angle PAO=\angle PBO=90^\circ$이므로 □APBO에서

$$\angle APB=360^\circ-(90^\circ+120^\circ+90^\circ)=60^\circ$$

$\triangle PAO\equiv\triangle PBO$ (RHS 합동)이므로

$$\angle APO=\angle BPO=\frac{1}{2}\angle APB=\frac{1}{2}\times 60^\circ=30^\circ$$

②, ③ $\triangle APO$에서

$$\overline{PO}=\frac{\overline{AO}}{\sin 30^\circ}=12\div\frac{1}{2}=24\ (\text{cm})$$

$$\overline{PA}=\frac{\overline{AO}}{\tan 30^\circ}=12\div\frac{\sqrt{3}}{3}=12\sqrt{3}\ (\text{cm})$$

④ $\overline{PA}=\overline{PB}$이고 $\angle APB=60^\circ$이므로 $\triangle APB$는 정삼각형이다.

$$\therefore\ \overline{AB}=\overline{PA}=\overline{PB}=12\sqrt{3}\ (\text{cm})$$

⑤ $\triangle OAB=\frac{1}{2}\times\overline{OA}\times\overline{OB}\times\sin(180^\circ-120^\circ)$

$$=\frac{1}{2}\times 12\times 12\times\frac{\sqrt{3}}{2}=36\sqrt{3}\ (\text{cm}^2)$$

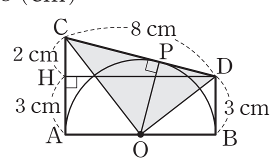
따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

답 ⑤

18 전략 점 D에서 $\overline{AC}$에 수선을 긋는다.

$\overline{CP}=\overline{CA}=5$ (cm), $\overline{DP}=\overline{DB}=3$ (cm)이므로

$$\overline{CD}=\overline{CP}+\overline{DP}=5+3=8\ (\text{cm})$$



오른쪽 그림과 같이 점 D에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 $\triangle CHD$에서

$$\overline{DH}=\sqrt{8^2-2^2}=\sqrt{60}=2\sqrt{15}\ (\text{cm})$$

$$\therefore\ \overline{AB}=\overline{DH}=2\sqrt{15}\ (\text{cm})$$

또 $\overline{OP}$를 그으면 $\overline{CD}\perp\overline{OP}$이고

$$\overline{OP}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times 2\sqrt{15}=\sqrt{15}\ (\text{cm})$$

$\therefore \triangle COD=\frac{1}{2}\times\overline{CD}\times\overline{OP}$

$=\frac{1}{2}\times 8\times\sqrt{15}=4\sqrt{15}\ (cm^2)$

답 $4\sqrt{15}\ cm^2$

19 전략 원 밖의 한 점에서 그 원에 그은 두 접선의 길이는 같다.

$\overline{BP}=\overline{BQ}=x\ (cm)$라 하면

$\overline{AR}=\overline{AP}=18-x\ (cm)$, $\overline{CR}=\overline{CQ}=16-x\ (cm)$

$\overline{AC}=\overline{AR}+\overline{CR}$이므로

$12=(18-x)+(16-x)$

$2x=22 \qquad \therefore x=11$

$\therefore$ ($\triangle DBE$의 둘레의 길이)$=\overline{BD}+\overline{DE}+\overline{BE}$

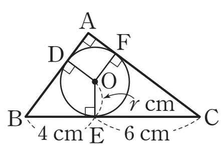
$=\overline{BP}+\overline{BQ}$

$=11+11=22\ (cm)$

답 ③

20 전략 원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하고 $\overline{AB}$와 $\overline{AC}$의 길이를 r를 사용한 식으로 나타낸다.

원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면 $\overline{AD}=\overline{AF}=r\ (cm)$이므로



$\overline{AB}=4+r\ (cm)$

$\overline{AC}=6+r\ (cm)$

$\triangle ABC$에서

$(4+6)^2=(4+r)^2+(6+r)^2$

$r^2+10r-24=0$

$(r+12)(r-2)=0$

$\therefore r=2\ (\because r>0)$

따라서 원 O의 반지름의 길이는 2 cm이다.

답 2 cm

21 전략 $\overline{AB}$의 길이는 원 O의 지름의 길이와 같음을 이용한다.

$\overline{AF}=\overline{BF}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times 8=4\ (cm)$이므로

$\overline{BG}=\overline{BF}=4\ (cm)$, $\overline{AE}=\overline{AF}=4\ (cm)$

$\overline{DH}=\overline{DE}=10-4=6\ (cm)$

$\overline{GI}=\overline{HI}=x\ (cm)$라 하면

$\overline{IC}=10-(4+x)=6-x\ (cm)$

$\overline{DI}=6+x\ (cm)$

$\triangle DIC$에서

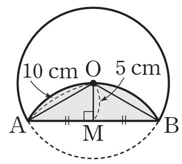
$(6+x)^2=(6-x)^2+8^2$

$24x=64 \qquad \therefore x=\frac{8}{3}$

답 ③

22 전략 색칠한 부분의 넓이는 부채꼴 OAB의 넓이와 $\triangle OAB$의 넓이의 차와 같음을 이용한다.

오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 M이라 하면



$\overline{OA}=10\ (cm)$

$\overline{OM}=\frac{1}{2}\times 10=5\ (cm)$

$\triangle OAM$에서

$\overline{AM}=\sqrt{10^2-5^2}=\sqrt{75}=5\sqrt{3}\ (cm)$

$\therefore \overline{AB}=2\overline{AM}=2\times 5\sqrt{3}=10\sqrt{3}\ (cm)$

한편 $\cos(\angle AOM)=\frac{\overline{OM}}{\overline{OA}}=\frac{5}{10}=\frac{1}{2}$이고

$0^\circ<\angle AOM<90^\circ$이므로 $\quad \angle AOM=60^\circ$

$\therefore \angle AOB=2\angle AOM=2\times 60^\circ=120^\circ$

$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)

$=$(부채꼴 OAB의 넓이)$-\triangle OAB$

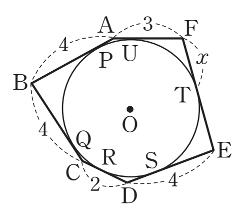
$=\pi\times 10^2\times\frac{120}{360}-\frac{1}{2}\times 10\sqrt{3}\times 5$

$=\frac{100}{3}\pi-25\sqrt{3}\ (cm^2)$

답 $\left(\frac{100}{3}\pi-25\sqrt{3}\right)cm^2$

23 전략 $\overline{FT}=\overline{FU}=x$라 하고 원의 접선의 성질을 이용하여 $\overline{ET}$의 길이를 x를 사용한 식으로 나타낸다.

$\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$, $\overline{DE}$, $\overline{EF}$, $\overline{FA}$와 원 O의 접점을 각각 P, Q, R, S, T, U라 하고 $\overline{FT}=\overline{FU}=x$라 하면



$\overline{AP}=\overline{AU}=3-x$

$\overline{BQ}=\overline{BP}=4-(3-x)=1+x$

$\overline{CR}=\overline{CQ}=4-(1+x)=3-x$

$\overline{DS}=\overline{DR}=2-(3-x)=x-1$

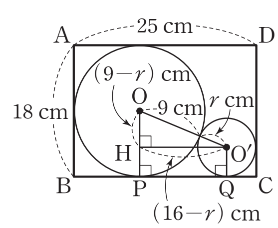
$\overline{ET}=\overline{ES}=4-(x-1)=5-x$

$\therefore \overline{EF}=\overline{ET}+\overline{FT}=(5-x)+x=5$

답 5

24 전략 두 원 O, O′과 $\overline{BC}$와의 접점을 각각 P, Q라 하고 원 O′의 중심에서 $\overline{OP}$에 수선을 긋는다.

오른쪽 그림과 같이 두 원 O, O′과 $\overline{BC}$와의 접점을 각각 P, Q라 하고 원 O′의 중심에서 $\overline{OP}$에 내린 수선의 발을 H라 하자.



원 O의 반지름의 길이는

$\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times 18=9\ (cm)$

원 O′의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$\overline{OH}=9-r$ (cm)

$\overline{OO'}=9+r$ (cm)

$\overline{O'H}=25-(9+r)=16-r$ (cm)

△OHO′에서

$(9+r)^2=(9-r)^2+(16-r)^2$

$r^2-68r+256=0$

$(r-4)(r-64)=0$

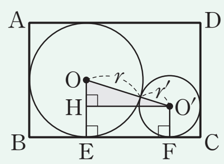
$\therefore r=4$ ($\because 0<r<9$)

따라서 원 O′의 반지름의 길이는 4 cm이다.

답 4 cm

개념 더하기

직사각형 ABCD의 변에 접하면서 동시에 외접하는 두 원 O, O′의 반지름의 길이가 각각 r, r' ($r>r'$)일 때



(1) $\overline{OO'}=r+r'$

(2) $\overline{OH}=\overline{OE}-\overline{HE}=\overline{OE}-\overline{O'F}$
$=r-r'$

(3) $\overline{O'H}=\overline{AD}-(r+r')$

(4) △OHO′에서 $\overline{OO'}^2=\overline{HO'}^2+\overline{OH}^2$

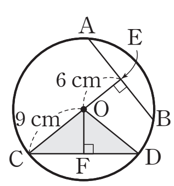
서술형 대비 문제

> 본문 80～81쪽

1 $18\sqrt{5}$ cm^2　2 8 cm　3 15π cm

4 $8\sqrt{5}$ cm　5 $(24+8\sqrt{2})$ cm　6 $(\sqrt{3}-1)$ cm

1 1단계 오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O에서 $\overline{CD}$에 내린 수선의 발을 F라 하면 $\overline{AB}=\overline{CD}$이므로



$\overline{OF}=\overline{OE}=6$ (cm)

2단계 △OCF에서

$\overline{CF}=\sqrt{9^2-6^2}=\sqrt{45}=3\sqrt{5}$ (cm)

$\therefore \overline{CD}=2\overline{CF}=2\times3\sqrt{5}=6\sqrt{5}$ (cm)

3단계 $\triangle OCD=\frac{1}{2}\times6\sqrt{5}\times6=18\sqrt{5}$ (cm^2)

답 $18\sqrt{5}$ cm^2

2 1단계 △ABC에서

$\overline{BC}=\sqrt{(3\sqrt{13})^2-6^2}=\sqrt{81}=9$ (cm)

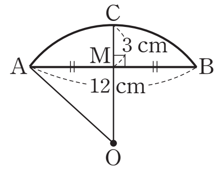
2단계 □ABCD는 원에 외접하므로

$6+\overline{DC}=5+9$

$\therefore \overline{DC}=8$ (cm)

답 8 cm

3 1단계 오른쪽 그림과 같이 원의 중심을 O라 하면 $\overline{CM}$의 연장선은 이 원의 중심 O를 지난다.



2단계 원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$\overline{OA}=r$ (cm), $\overline{OM}=r-3$ (cm)

$\overline{AM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times12=6$ (cm)이므로

△AOM에서　$r^2=6^2+(r-3)^2$

$6r=45$　$\therefore r=\frac{15}{2}$

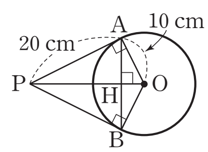
3단계 원의 둘레의 길이는

$2\pi\times\frac{15}{2}=15\pi$ (cm)

답 15π cm

단계	채점 요소	배점
1	$\overline{CM}$의 연장선이 원의 중심을 지남을 알기	2점
2	원의 반지름의 길이 구하기	4점
3	원의 둘레의 길이 구하기	2점

4 1단계 오른쪽 그림과 같이 $\overline{PO}$를 그어 $\overline{AB}$와의 교점을 H라 하면 ∠PAO=∠PBO=90°이므로 △POA에서



$\overline{PO}=\sqrt{10^2+20^2}=\sqrt{500}=10\sqrt{5}$ (cm)

2단계 $\overline{PO}\perp\overline{AH}$이므로 △APO의 넓이에서

$\overline{AP}\times\overline{AO}=\overline{PO}\times\overline{AH}$

$20\times10=10\sqrt{5}\times\overline{AH}$

$\therefore \overline{AH}=4\sqrt{5}$ (cm)

3단계 $\overline{AB}=2\overline{AH}=2\times4\sqrt{5}=8\sqrt{5}$ (cm)

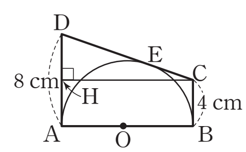
답 $8\sqrt{5}$ cm

단계	채점 요소	배점
1	$\overline{PO}$의 길이 구하기	3점
2	$\overline{AH}$의 길이 구하기	2점
3	$\overline{AB}$의 길이 구하기	2점

5 1단계 $\overline{DE}=\overline{DA}=8$ (cm), $\overline{CE}=\overline{CB}=4$ (cm)이므로

$\overline{CD}=\overline{CE}+\overline{DE}=4+8=12$ (cm)

2단계 오른쪽 그림과 같이 점 C에서 $\overline{DA}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{HA}=\overline{CB}=4$ (cm)

$\therefore \overline{DH}=8-4=4$ (cm)

△DHC에서

$\overline{HC}=\sqrt{12^2-4^2}=\sqrt{128}=8\sqrt{2}$ (cm)

$\therefore \overline{AB}=\overline{HC}=8\sqrt{2}$ (cm)

3단계 □ABCD의 둘레의 길이는

$\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CD}+\overline{DA}=8\sqrt{2}+4+12+8$

$=24+8\sqrt{2}\,(\mathrm{cm})$

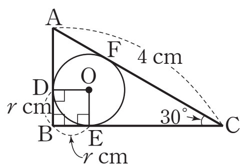
답 $(24+8\sqrt{2})$ cm

단계	채점 요소	배점
1	$\overline{CD}$의 길이 구하기	2점
2	$\overline{AB}$의 길이 구하기	3점
3	□ABCD의 둘레의 길이 구하기	2점

6 1단계 $\overline{AB}=4\sin 30^\circ=4\times\frac{1}{2}=2\,(\mathrm{cm})$

2단계 $\overline{BC}=4\cos 30^\circ=4\times\frac{\sqrt{3}}{2}=2\sqrt{3}\,(\mathrm{cm})$

3단계 원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면



$\overline{BD}=\overline{BE}=r\,(\mathrm{cm})$

$\overline{AF}=\overline{AD}$

$=2-r\,(\mathrm{cm})$

$\overline{CF}=\overline{CE}=2\sqrt{3}-r\,(\mathrm{cm})$

$\overline{AC}=\overline{AF}+\overline{CF}$이므로

$4=(2-r)+(2\sqrt{3}-r)$

$2r=2\sqrt{3}-2 \qquad \therefore r=\sqrt{3}-1$

따라서 원 O의 반지름의 길이는 $(\sqrt{3}-1)$ cm이다.

답 $(\sqrt{3}-1)$ cm

단계	채점 요소	배점
1	$\overline{AB}$의 길이 구하기	2점
2	$\overline{BC}$의 길이 구하기	2점
3	원 O의 반지름의 길이 구하기	4점

Ⅱ-2 원주각

01 원주각

개념원리 확인하기

본문 86쪽

01 (1) 65° (2) 80° (3) 148°
02 (1) 51° (2) 75°
03 (1) 52° (2) 35°
04 (1) 20 (2) 12 (3) 9

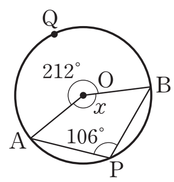
01 (1) $\angle x=\frac{1}{2}\angle AOB=\frac{1}{2}\times 130^\circ=65^\circ$

(2) $\angle x=2\angle APB=2\times 40^\circ=80^\circ$

(3) $\overset{\frown}{AQB}$에 대한 중심각의 크기는

$2\angle APB=2\times 106^\circ=212^\circ$

$\therefore \angle x=360^\circ-212^\circ=148^\circ$



답 (1) 65° (2) 80° (3) 148°

02 (1) $\angle x=\angle CBD=51^\circ$

(2) $\angle BDC=\angle BAC=35^\circ$

△DPC에서 $\angle x=40^\circ+35^\circ=75^\circ$

답 (1) 51° (2) 75°

03 (1) $\angle APB=90^\circ$이므로 △PAB에서

$\angle x=180^\circ-(90^\circ+38^\circ)=52^\circ$

(2) $\angle APB=90^\circ$이므로 △PBA에서

$\angle x=180^\circ-(90^\circ+55^\circ)=35^\circ$

답 (1) 52° (2) 35°

04 (1) $\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{CD}$이므로 $\angle APB=\angle CQD$

$\therefore x=20$

(2) $\angle APB=\angle BPC$이므로 $\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{BC}$

$\therefore x=12$

(3) $\angle APB : \angle BQC=\overset{\frown}{AB} : \overset{\frown}{BC}$이므로

$45 : 15=x : 3 \qquad \therefore x=9$

답 (1) 20 (2) 12 (3) 9

핵심문제 익히기

본문 87～90쪽

1 (1) 40° (2) 50° **2** 65°
3 (1) 56° (2) 13° **4** (1) 40° (2) 42°
5 $3\sqrt{3}$ cm **6** 42° **7** 20 cm **8** 80°

1 (1) $\angle AOB = 2\angle APB = 2\times 50^\circ = 100^\circ$

이때 $\triangle OAB$는 $\overline{OA}=\overline{OB}$인 이등변삼각형이므로

$\angle x = \frac{1}{2}\times(180^\circ - 100^\circ) = 40^\circ$

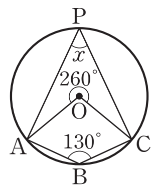
(2) $\widehat{APC}$에 대한 중심각의 크기는

$2\times 130^\circ = 260^\circ$이므로

$\widehat{ABC}$에 대한 중심각의 크기는

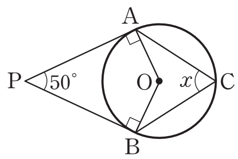
$360^\circ - 260^\circ = 100^\circ$

$\therefore\ \angle x = \frac{1}{2}\times 100^\circ = 50^\circ$



답 (1) 40° (2) 50°

2 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$, $\overline{OB}$를 그으면



$\angle PAO = \angle PBO = 90^\circ$이므로

□APBO에서

$\angle AOB = 360^\circ - (90^\circ + 50^\circ + 90^\circ)$

$= 130^\circ$

$\therefore\ \angle x = \frac{1}{2}\angle AOB$

$= \frac{1}{2}\times 130^\circ = 65^\circ$

답 65°

3 (1) $\angle AQB = \angle APB = 63^\circ$

$\angle PBA = \angle PQA = 36^\circ$이므로

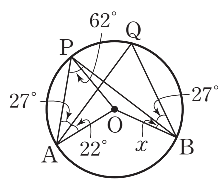
$\angle ABQ = 25^\circ + 36^\circ = 61^\circ$

따라서 $\triangle ABQ$에서

$\angle x = 180^\circ - (63^\circ + 61^\circ) = 56^\circ$

(2) $\angle PAQ = \angle PBQ = 27^\circ$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OP}$를 그으면 $\triangle OPA$는 $\overline{OP}=\overline{OA}$인 이등변삼각형이므로



$\angle APO = \angle PAO$

$= 27^\circ + 22^\circ = 49^\circ$

$\triangle OBP$는 $\overline{OP}=\overline{OB}$인 이등변삼각형이므로

$\angle x = \angle OPB = 62^\circ - 49^\circ = 13^\circ$

답 (1) 56° (2) 13°

4 (1) $\overline{BC}$는 원 O의 지름이므로

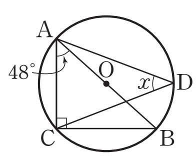
$\angle CAB = 90^\circ$

$\angle ACB = \angle ADB = 50^\circ$이므로 $\triangle CAB$에서

$\angle x = 180^\circ - (90^\circ + 50^\circ) = 40^\circ$

(2) 오른쪽 그림과 같이 $\overline{CB}$를 그으면

$\overline{AB}$는 원 O의 지름이므로



$\angle ACB = 90^\circ$

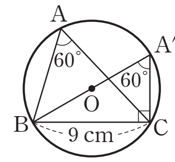
$\triangle ACB$에서

$\angle ABC = 180^\circ - (90^\circ + 48^\circ) = 42^\circ$

$\therefore\ \angle x = \angle ABC = 42^\circ$

답 (1) 40° (2) 42°

5 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BO}$의 연장선이 원 O와 만나는 점을 A′이라 하면



$\angle BA'C = \angle BAC = 60^\circ$

또 반원에 대한 원주각의 크기는 90°이므로

$\angle BCA' = 90^\circ$

$\triangle A'BC$에서

$\overline{A'B} = \frac{\overline{BC}}{\sin 60^\circ} = 9 \div \frac{\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3}\,(\text{cm})$

따라서 원 O의 반지름의 길이는

$\frac{1}{2}\times 6\sqrt{3} = 3\sqrt{3}\,(\text{cm})$

답 $3\sqrt{3}$ cm

6 $\angle ACD = \angle ABD = 56^\circ$

$\widehat{AB} = \widehat{BC}$이므로

$\angle ADB = \angle BDC = \angle x$

$\triangle ACD$에서

$\angle ADC = 180^\circ - (40^\circ + 56^\circ) = 84^\circ$

$\therefore\ \angle x = \frac{1}{2}\angle ADC = \frac{1}{2}\times 84^\circ = 42^\circ$

답 42°

7 $\triangle PCD$에서

$\angle PCD = 80^\circ - 30^\circ = 50^\circ$

$\angle ACD : \angle BDC = \widehat{AD} : \widehat{BC}$이므로

$50 : 30 = \widehat{AD} : 12$

$\therefore\ \widehat{AD} = 20\,(\text{cm})$

답 20 cm

8 $\widehat{AB} : \widehat{BC} : \widehat{CA} = 2:3:4$이므로

$\angle C : \angle A : \angle B = 2:3:4$

따라서 $\angle B$의 크기가 가장 크므로

$\angle B = 180^\circ \times \frac{4}{2+3+4} = 80^\circ$

답 80°

이런 문제가 시험에 나온다

본문 91～92쪽

01 ④	02 $5\pi\ \text{cm}^2$	03 114°	04 60°
05 72°	06 ②	07 32°	08 125°
09 ③	10 50°		

01 $\triangle OAB$는 $\overline{OA}=\overline{OB}$인 이등변삼각형이므로

$\angle OBA = \angle OAB = 28^\circ$

$\triangle OAB$에서 $\angle AOB = 180^\circ - 2\times 28^\circ = 124^\circ$

$\therefore\ \angle x = \frac{1}{2}\angle AOB = \frac{1}{2}\times 124^\circ = 62^\circ$

답 ④

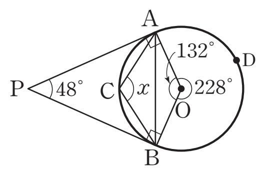
02 색칠한 부분인 부채꼴의 중심각의 크기는

$2\angle ABC = 2\times 100^\circ = 200^\circ$

따라서 색칠한 부분의 넓이는

$\pi \times 3^2 \times \frac{200}{360} = 5\pi\ (\text{cm}^2)$ 답 $5\pi\ \text{cm}^2$

03 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$, $\overline{OB}$를 그으면



$\angle PAO = \angle PBO = 90^\circ$이므로

□APBO에서

$\angle AOB = 360^\circ - (90^\circ + 48^\circ + 90^\circ)$

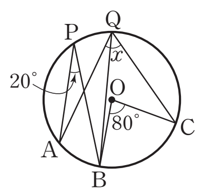
$= 132^\circ$

이때 $\widehat{ADB}$에 대한 중심각의 크기는

$360^\circ - 132^\circ = 228^\circ$

$\therefore\ \angle x = \frac{1}{2}\times 228^\circ = 114^\circ$ 답 114°

04 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BQ}$를 그으면



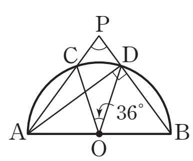
$\angle AQB = \angle APB = 20^\circ$

$\angle BQC = \frac{1}{2}\angle BOC$

$= \frac{1}{2}\times 80^\circ = 40^\circ$

$\therefore\ \angle x = 20^\circ + 40^\circ = 60^\circ$ 답 60°

05 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}$를 그으면 $\overline{AB}$는 반원 O의 지름이므로



$\angle ADB = 90^\circ$

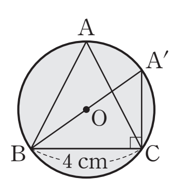
$\angle CAD = \frac{1}{2}\angle COD = \frac{1}{2}\times 36^\circ = 18^\circ$

이므로 △PAD에서

$\angle APB = 180^\circ - (90^\circ + 18^\circ) = 72^\circ$

답 72°

06 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BO}$의 연장선이 원 O와 만나는 점을 A′이라 하면



$\angle BAC = \angle BA'C$

또 반원에 대한 원주각의 크기는 90°이므로 $\angle BCA' = 90^\circ$

$\tan A = \tan A' = \sqrt{2}$이므로

$\frac{4}{\overline{A'C}} = \sqrt{2}$

$\therefore\ \overline{A'C} = 2\sqrt{2}\ (\text{cm})$

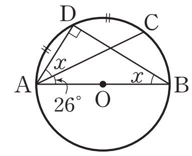
△A′BC에서

$\overline{A'B} = \sqrt{4^2 + (2\sqrt{2})^2} = \sqrt{24} = 2\sqrt{6}\ (\text{cm})$

따라서 원 O의 반지름의 길이는 $\frac{1}{2}\times 2\sqrt{6} = \sqrt{6}\ (\text{cm})$이므로 원 O의 넓이는

$\pi \times (\sqrt{6})^2 = 6\pi\ (\text{cm}^2)$ 답 ②

07 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BD}$를 그으면



$\widehat{AD} = \widehat{CD}$이므로

$\angle ABD = \angle DAC = \angle x$

이때 $\overline{AB}$는 원 O의 지름이므로

$\angle ADB = 90^\circ$

△DAB에서

$(\angle x + 26^\circ) + \angle x + 90^\circ = 180^\circ$

$2\angle x = 64^\circ \qquad \therefore\ \angle x = 32^\circ$ 답 32°

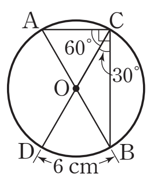
08 $\widehat{AB} = \frac{1}{2}\widehat{BC}$이므로

$\angle x = 2\angle AEB = 2\times 25^\circ = 50^\circ$

$\therefore\ \angle y = \angle AEC = 25^\circ + 50^\circ = 75^\circ$

$\therefore\ \angle x + \angle y = 50^\circ + 75^\circ = 125^\circ$ 답 125°

09 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$를 그으면 $\overline{AB}$는 원 O의 지름이므로



$\angle ACB = 90^\circ$

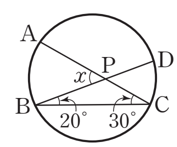
$\therefore\ \angle ACD = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$

$\angle ACD : \angle DCB = \widehat{AD} : \widehat{DB}$이므로

$60 : 30 = \widehat{AD} : 6$

$\therefore\ \widehat{AD} = 12\ (\text{cm})$ 답 ③

10 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BC}$를 그으면 $\widehat{AB}$의 길이가 원의 둘레의 길이의 $\frac{1}{6}$이므로



$\angle ACB = 180^\circ \times \frac{1}{6} = 30^\circ$

또 $\widehat{CD}$의 길이가 원의 둘레의 길이의 $\frac{1}{9}$이므로

$\angle DBC = 180^\circ \times \frac{1}{9} = 20^\circ$

따라서 △PBC에서

$\angle x = 20^\circ + 30^\circ = 50^\circ$ 답 50°

02 원과 사각형

개념원리 확인하기

> 본문 94쪽

01 ㄱ, ㄴ

02 (1) $\angle x = 105^\circ$, $\angle y = 80^\circ$ (2) $\angle x = 85^\circ$, $\angle y = 95^\circ$

03 (1) 130° (2) 114°

04 (1) 96° (2) 70°

01 ㄱ. $\angle CAD=\angle CBD=24°$이므로 네 점 A, B, C, D는 한 원 위에 있다.

ㄴ. $\angle BAC=\angle BDC=90°$이므로 네 점 A, B, C, D는 한 원 위에 있다.

ㄷ. $\angle BAC=36°$, $\angle BDC=35°$이므로

$\angle BAC\neq\angle BDC$

즉 네 점 A, B, C, D는 한 원 위에 있지 않다.

이상에서 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있는 것은 ㄱ, ㄴ이다. 답 ㄱ, ㄴ

02 (1) □ABCD가 원에 내접하므로

$\angle x+75°=180°$ $\therefore \angle x=105°$

$\angle y+100°=180°$ $\therefore \angle y=80°$

(2) △BCD에서

$\angle y=180°-(35°+50°)=95°$

또 □ABCD가 원에 내접하므로

$\angle x+95°=180°$

$\therefore \angle x=85°$

답 (1) $\angle x=105°$, $\angle y=80°$ (2) $\angle x=85°$, $\angle y=95°$

03 (1) □ABCD가 원에 내접하므로

$\angle x=\angle DAB=130°$

(2) △ACD에서

$\angle ADC=180°-(30°+36°)=114°$

□ABCD가 원에 내접하므로

$\angle x=\angle ADC=114°$

답 (1) 130° (2) 114°

04 (1) □ABCD가 원에 내접하려면

$\angle x+84°=180°$ $\therefore \angle x=96°$

(2) □ABCD가 원에 내접하려면

$\angle x=\angle A=70°$

답 (1) 96° (2) 70°

핵심문제 익히기 본문 95~98쪽

1 ④	2 20°	3 $\angle x=70°$, $\angle y=110°$	
4 $\angle x=45°$, $\angle y=35°$		5 95°	6 38°
7 70°	8 50°		

1 ① $\angle ABD=180°-(60°+70°)=50°$, $\angle ACD=50°$

이므로 네 점 A, B, C, D는 한 원 위에 있다.

② $\angle BAC=30°$, $\angle BDC=110°-80°=30°$

이므로 네 점 A, B, C, D는 한 원 위에 있다.

③ $\angle BAC=60°$, $\angle BDC=180°-(45°+75°)=60°$

이므로 네 점 A, B, C, D는 한 원 위에 있다.

④ $\angle CAD=85°-45°=40°$, $\angle CBD=45°$

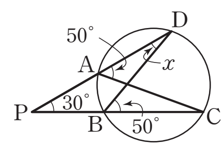
이므로 네 점 A, B, C, D는 한 원 위에 있지 않다.

⑤ $\angle CAD=65°$, $\angle CBD=35°+30°=65°$

이므로 네 점 A, B, C, D는 한 원 위에 있다.

따라서 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있지 않은 것은 ④이다. 답 ④

2 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있으므로



$\angle DBC=\angle DAC=50°$

△PBD에서

$30°+\angle x=50°$

$\therefore \angle x=20°$ 답 20°

3 △ABC는 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이므로

$\angle x=\frac{1}{2}\times(180°-40°)=70°$

또 □ABCD가 원에 내접하므로

$\angle x+\angle y=180°$

$\therefore \angle y=180°-70°=110°$

답 $\angle x=70°$, $\angle y=110°$

4 $\angle BDC=\angle BAC=55°$

□ABCD가 원 O에 내접하므로

$\angle ADC=\angle ABE=100°$

$\angle x+55°=100°$ $\therefore \angle x=45°$

또 $\overline{BD}$는 원 O의 지름이므로

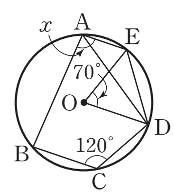
$\angle BCD=90°$

△BCD에서

$\angle y=180°-(90°+55°)=35°$

답 $\angle x=45°$, $\angle y=35°$

5 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}$를 그으면



$\angle DAE=\frac{1}{2}\angle DOE$

$=\frac{1}{2}\times70°=35°$

이때 □ABCD가 원 O에 내접하므로

$\angle BAD+\angle BCD=180°$

$\therefore \angle BAD=180°-120°=60°$

$\therefore \angle x=\angle BAD+\angle DAE$

$=60°+35°=95°$ 답 95°

6 □ABCD가 원에 내접하므로

$\angle ABC+\angle ADC=180^\circ$

$\therefore \angle ABC=180^\circ-127^\circ=53^\circ$

△PBC에서 $\angle PCQ=\angle x+53^\circ$

△DCQ에서 $(\angle x+53^\circ)+36^\circ=127^\circ$

$\therefore \angle x=38^\circ$

답 38°

7 □ABQP가 원 O에 내접하므로

$\angle APQ=\angle ABE=70^\circ$

□PQCD가 원 O′에 내접하므로

$\angle DCQ=\angle APQ=70^\circ$

답 70°

8 □ABCD가 원에 내접하므로

$\angle BAD+\angle BCD=180^\circ$

$\therefore \angle BAD=180^\circ-80^\circ=100^\circ$

따라서 △ABD에서

$\angle ABD=180^\circ-(100^\circ+30^\circ)=50^\circ$

답 50°

이런 문제가 시험에 나온다

본문 99쪽

01 $\angle x=36^\circ$, $\angle y=110^\circ$ 02 125° 03 55°
04 256° 05 ⑤

01 □ABCD가 원 O에 내접하므로

$\angle BAD=\angle DCE=56^\circ$

$\angle x+20^\circ=56^\circ$ $\therefore \angle x=36^\circ$

$\overline{AD}$가 원 O의 지름이므로 $\angle ACD=90^\circ$

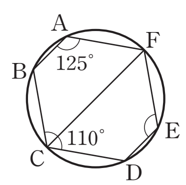
△ACD에서 $\angle ADC=180^\circ-(20^\circ+90^\circ)=70^\circ$

$\angle ADC+\angle y=180^\circ$이므로

$\angle y=180^\circ-70^\circ=110^\circ$

답 $\angle x=36^\circ$, $\angle y=110^\circ$

02 오른쪽 그림과 같이 $\overline{CF}$를 그으면



□ABCF가 원에 내접하므로

$125^\circ+\angle BCF=180^\circ$

$\therefore \angle BCF=55^\circ$

$\therefore \angle FCD=110^\circ-55^\circ=55^\circ$

□CDEF가 원에 내접하므로

$55^\circ+\angle DEF=180^\circ$

$\therefore \angle DEF=180^\circ-55^\circ=125^\circ$

답 125°

03 □ABCD가 원에 내접하므로

$\angle CDF=\angle ABC=\angle x$

△EBC에서 $\angle ECF=30^\circ+\angle x$

△DCF에서 $\angle x+(30^\circ+\angle x)+40^\circ=180^\circ$

$2\angle x=110^\circ$ $\therefore \angle x=55^\circ$

답 55°

04 □PQCD가 원 O′에 내접하므로

$\angle y=\angle PDC=104^\circ$

□ABQP가 원 O에 내접하므로

$\angle BAP+\angle y=180^\circ$

$\therefore \angle BAP=180^\circ-104^\circ=76^\circ$

$\angle x=2\angle BAP=2\times 76^\circ=152^\circ$이므로

$\angle x+\angle y=152^\circ+104^\circ=256^\circ$

답 256°

05 ① $\angle BAC=\angle BDC=50^\circ$

② $\angle ABC=180^\circ-110^\circ=70^\circ$이므로

$\angle ABC=\angle CDE=70^\circ$

③ △ABC에서

$\angle ABC=180^\circ-(65^\circ+40^\circ)=75^\circ$

$\therefore \angle ABC+\angle ADC=75^\circ+105^\circ=180^\circ$

④ $\angle BAD+\angle BCD=100^\circ+80^\circ=180^\circ$

⑤ △DEC에서 $\angle CDE=180^\circ-(90^\circ+30^\circ)=60^\circ$

$\therefore \angle BAC\neq\angle BDC$

따라서 □ABCD가 원에 내접하지 않는 것은 ⑤이다.

답 ⑤

03 접선과 현이 이루는 각

개념원리 확인하기

본문 101쪽

01 (1) ○ (2) × (3) × (4) ○
02 (1) 100° (2) 60° (3) 75° (4) 70°
03 (1) 34° (2) 34° (3) 34° (4) $\overline{CD}$

01 답 (1) ○ (2) × (3) × (4) ○

02 (1) $\angle x=\angle CBA=100^\circ$

(2) $\angle x=\angle BAT=60^\circ$

(3) $\angle BAT=180^\circ-(35^\circ+70^\circ)=75^\circ$

$\therefore \angle x=\angle BAT=75^\circ$

(4) △ABC에서 $\angle ABC=180^\circ-(85^\circ+25^\circ)=70^\circ$

$\therefore \angle x=\angle ABC=70^\circ$

답 (1) 100° (2) 60° (3) 75° (4) 70°

03 (1) 직선 PQ가 원 O의 접선이므로

$\angle BTQ=\angle BAT=34^\circ$

(2) $\angle DTP=\angle BTQ=34^\circ$ (맞꼭지각)

(3) 직선 PQ가 원 O′의 접선이므로

$\angle DCT=\angle DTP=34^\circ$

(4) $\angle BAT=\angle DCT=34^\circ$로 엇각의 크기가 같으므로

$\overline{AB}/\!/\overline{CD}$

답 (1) 34° (2) 34° (3) 34° (4) $\overline{CD}$

핵심문제 익히기

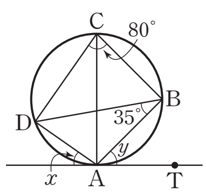
> 본문 102～104쪽

1 $\angle x=90^\circ$, $\angle y=25^\circ$　　2 $\angle x=35^\circ$, $\angle y=45^\circ$
3 36°　　4 64°　　5 50°
6 $\angle x=68^\circ$, $\angle y=68^\circ$

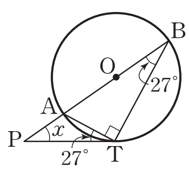
1 $\angle y=\angle CBA=25^\circ$
$\overline{AB}$는 원 O의 지름이므로　$\angle ACB=90^\circ$
$\therefore\ \angle x=\angle ACB=90^\circ$
답 $\angle x=90^\circ$, $\angle y=25^\circ$

2 $\angle x=\angle DBA=35^\circ$
□ABCD가 원에 내접하므로
$\angle DCB+\angle DAB=180^\circ$
$\therefore\ \angle DAB=180^\circ-80^\circ=100^\circ$
△ABD에서
$\angle BDA=180^\circ-(100^\circ+35^\circ)=45^\circ$
$\therefore\ \angle y=\angle BDA=45^\circ$
답 $\angle x=35^\circ$, $\angle y=45^\circ$

다른 풀이
오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$를 그으면
$\angle DCA=\angle DBA=35^\circ$이므로
$\angle ACB=80^\circ-35^\circ=45^\circ$
$\therefore\ \angle x=\angle DBA=35^\circ$,
$\angle y=\angle ACB=45^\circ$



3 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AT}$를 그으면
$\overline{AB}$가 원 O의 지름이므로
$\angle ATB=90^\circ$
$\overline{PT}$가 원 O의 접선이므로
$\angle ATP=\angle ABT=27^\circ$
△BPT에서
$27^\circ+\angle x+(27^\circ+90^\circ)=180^\circ$
$\therefore\ \angle x=36^\circ$
답 36°



4 △ABC에서
$\angle ABC=180^\circ-(58^\circ+70^\circ)=52^\circ$
△BDF는 $\overline{BD}=\overline{BF}$인 이등변삼각형이므로
$\angle BDF=\frac{1}{2}\times(180^\circ-52^\circ)=64^\circ$
$\overline{BC}$가 원 O의 접선이므로
$\angle x=\angle BDF=64^\circ$
답 64°

5 $\angle ATB=\angle CTD=50^\circ$ (맞꼭지각)
△ABT에서
$\angle ABT=180^\circ-(80^\circ+50^\circ)=50^\circ$
$\therefore\ \angle x=\angle CTQ=\angle ATP=\angle ABT=50^\circ$
답 50°

6 $\angle x=\angle CTQ=68^\circ$
$\angle y=\angle BTQ=68^\circ$
답 $\angle x=68^\circ$, $\angle y=68^\circ$

이런 문제가 시험에 나온다

> 본문 105쪽

01 71°　　02 88°　　03 $18\sqrt{3}\ \text{cm}^2$
04 ②　　05 ⑤

01 직선 AT가 원의 접선이므로
$\angle BCA=\angle BAT=38^\circ$
△ABC는 $\overline{CA}=\overline{CB}$인 이등변삼각형이므로
$\angle x=\frac{1}{2}\times(180^\circ-38^\circ)=71^\circ$
답 71°

02 직선 PT가 원의 접선이므로　$\angle x=\angle BAT=48^\circ$
□ABCD가 원에 내접하므로
$\angle CBA+\angle CDA=180^\circ$
$\therefore\ \angle CDA=180^\circ-110^\circ=70^\circ$
△DPA에서　$70^\circ=30^\circ+\angle y$
$\therefore\ \angle y=40^\circ$
$\therefore\ \angle x+\angle y=48^\circ+40^\circ=88^\circ$
답 88°

03 직선 AT가 원 O의 접선이므로
$\angle ACB=\angle BAT=60^\circ$
또 $\overline{AC}$가 원 O의 지름이므로　$\angle ABC=90^\circ$
△ABC에서　$\overline{BC}=12\cos 60^\circ=12\times\frac{1}{2}=6\ (\text{cm})$
$\therefore\ \triangle ABC=\frac{1}{2}\times 12\times 6\times\sin 60^\circ$
$=\frac{1}{2}\times 12\times 6\times\frac{\sqrt{3}}{2}$
$=18\sqrt{3}\ (\text{cm}^2)$
답 $18\sqrt{3}\ \text{cm}^2$

04 △PBA는 $\overline{PA}=\overline{PB}$인 이등변삼각형이므로
$\angle PAB=\frac{1}{2}\times(180^\circ-64^\circ)=58^\circ$
$\overrightarrow{PA}$가 원의 접선이므로
$\angle ACB=\angle PAB=58^\circ$
답 ②

05 ② $\angle BAT=\angle BTQ=\angle CDT$
③ 동위각의 크기가 같으므로　$\overline{AB}\,/\!/\,\overline{CD}$
④ △ABT와 △DCT에서
$\angle ATB$는 공통, $\angle BAT=\angle CDT$
이므로　△ABT∽△DCT (AA 닮음)
⑤ △ABT∽△DCT이므로
$\overline{AB}:\overline{DC}=\overline{AT}:\overline{DT}=\overline{BT}:\overline{CT}$
따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.
답 ⑤

중단원 마무리하기

> 본문 106～109쪽

01 ⑤	02 ③	03 40°	04 ②
05 108°	06 ①, ④	07 120°	08 ③
09 ④	10 ②	11 54°	12 ③
13 52°	14 ②	15 ④	16 15π cm
17 ⑤	18 ③	19 88°	20 ③
21 ④	22 100°	23 10π	24 40°

01 전략 $\overline{OP}$를 긋고 $\triangle PAO$와 $\triangle PBO$가 어떤 삼각형인지 생각해 본다.

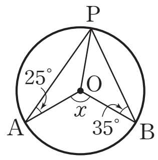
오른쪽 그림과 같이 $\overline{OP}$를 그으면

$\triangle PAO$는 $\overline{OA}=\overline{OP}$인 이등변삼각형

이므로 $\angle APO=\angle PAO=25^\circ$

또 $\triangle PBO$는 $\overline{OB}=\overline{OP}$인 이등변삼각형

이므로 $\angle BPO=\angle PBO=35^\circ$



$\therefore \angle APB=\angle APO+\angle BPO$
$=25^\circ+35^\circ=60^\circ$

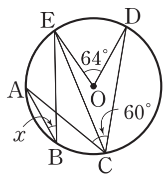
$\therefore \angle x=2\angle APB=2\times 60^\circ=120^\circ$

답 ⑤

02 전략 $\overline{CE}$를 긋고 원주각과 중심각의 크기 사이의 관계를 이용하여 $\angle ECD$의 크기를 구한다.

오른쪽 그림과 같이 $\overline{CE}$를 그으면

$\angle ECD=\frac{1}{2}\angle EOD$
$=\frac{1}{2}\times 64^\circ=32^\circ$



$\therefore \angle ACE=60^\circ-32^\circ=28^\circ$

$\therefore \angle x=\angle ACE=28^\circ$

답 ③

03 전략 반원에 대한 원주각의 크기는 90°임을 이용한다.

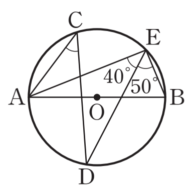
오른쪽 그림과 같이 $\overline{AE}$를 그으면

$\overline{AB}$가 원 O의 지름이므로

$\angle AEB=90^\circ$

$\therefore \angle AED=90^\circ-50^\circ=40^\circ$

$\therefore \angle ACD=\angle AED=40^\circ$



답 40°

04 전략 한 원에서 길이가 같은 호에 대한 원주각의 크기가 같음을 이용한다.

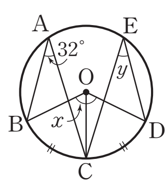
$\widehat{BC}=\widehat{CD}$이므로 $\angle y=\angle BAC=32^\circ$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OC}$를 그으면

$\angle BOC=2\angle BAC=2\times 32^\circ=64^\circ$,

$\angle COD=2\angle CED=2\times 32^\circ=64^\circ$

$\therefore \angle x=\angle BOC+\angle COD$
$=64^\circ+64^\circ=128^\circ$



$\therefore \angle x-\angle y=128^\circ-32^\circ=96^\circ$

답 ②

05 전략 한 원에서 호의 길이는 그 호에 대한 원주각의 크기에 정비례함을 이용한다.

$\angle ACD : \angle CAB=\widehat{AD} : \widehat{BC}$이므로

$60^\circ : \angle CAB=10 : 8$

$\therefore \angle CAB=48^\circ$

$\triangle ACP$에서

$\angle CPB=48^\circ+60^\circ=108^\circ$

답 108°

06 전략 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있을 조건이 성립하는지 확인한다.

① $\angle BAC=90^\circ-35^\circ=55^\circ$, $\angle BDC=55^\circ$
이므로 네 점 A, B, C, D는 한 원 위에 있다.

② $\angle ACB\neq\angle ADB$이므로 네 점 A, B, C, D는 한 원 위에 있지 않다.

③ $\angle ACB$와 $\angle ADB$의 크기가 같은지 알 수 없으므로 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있다고 할 수 없다.

④ $\angle ADB=180^\circ-(98^\circ+37^\circ)=45^\circ$, $\angle ACB=45^\circ$
이므로 네 점 A, B, C, D는 한 원 위에 있다.

⑤ $\angle ADB=180^\circ-(30^\circ+110^\circ)=40^\circ$
즉 $\angle ACB\neq\angle ADB$이므로 네 점 A, B, C, D는 한 원 위에 있지 않다.

따라서 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있는 것은 ①, ④이다.

답 ①, ④

07 전략 원에 내접하는 사각형의 성질을 이용한다.

□ABCD가 원에 내접하므로

$\angle BAD+\angle BCD=180^\circ$

$(65^\circ+\angle x)+100^\circ=180^\circ$

$\therefore \angle x=15^\circ$

$\angle BDC=\angle BAC=65^\circ$이고 □ABCD가 원에 내접하므로

$\angle y=\angle ADC=40^\circ+65^\circ=105^\circ$

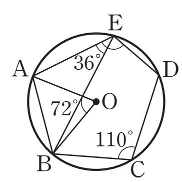
$\therefore \angle x+\angle y=15^\circ+105^\circ=120^\circ$

답 120°

08 전략 $\overline{BE}$를 그어 오각형 ABCDE를 원 O에 내접하는 사각형과 삼각형으로 나눈다.

오른쪽 그림과 같이 $\overline{BE}$를 그으면

$\angle AEB=\frac{1}{2}\angle AOB$
$=\frac{1}{2}\times 72^\circ=36^\circ$



이때 □BCDE가 원 O에 내접하므로

$\angle BCD+\angle BED=180^\circ$

$\therefore \angle BED=180^\circ-110^\circ=70^\circ$

$\therefore \angle AED=\angle AEB+\angle BED$
$=36^\circ+70^\circ=106^\circ$

답 ③

09 전략 한 쌍의 대각의 크기의 합이 180°인 사각형은 원에 내접함을 이용한다.

정사각형, 등변사다리꼴, 직사각형은 모두 한 쌍의 대각의 크기의 합이 180°이므로 항상 원에 내접한다. 답 ④

10 전략 원의 접선과 그 접점을 지나는 현이 이루는 각의 크기는 그 각의 내부에 있는 호에 대한 원주각의 크기와 같음을 이용한다.

$\overline{PT}$가 원의 접선이므로

$\angle BTP = \angle BAT = 40^\circ$

$\triangle BTP$는 $\overline{BT} = \overline{BP}$인 이등변삼각형이므로

$\angle BPT = \angle BTP = 40^\circ$

따라서 $\triangle ATP$에서

$\angle ATB = 180^\circ - (40^\circ + 40^\circ + 40^\circ) = 60^\circ$ 답 ②

11 전략 원의 접선의 길이의 성질을 이용하여 $\triangle BED$는 어떤 삼각형인지 생각해 본다.

$\overline{BC}$가 원 O의 접선이므로

$\angle BED = \angle DFE = 50^\circ$

$\triangle BED$는 $\overline{BD} = \overline{BE}$인 이등변삼각형이므로

$\angle BDE = \angle BED = 50^\circ$

$\triangle BED$에서 $\angle DBE = 180^\circ - 2 \times 50^\circ = 80^\circ$

따라서 $\triangle ABC$에서

$\angle BCA = 180^\circ - (46^\circ + 80^\circ) = 54^\circ$ 답 54°

12 전략 원에 내접하는 사각형의 성질과 원의 접선과 현이 이루는 각의 성질을 이용한다.

$\square ABDC$가 원 O에 내접하므로

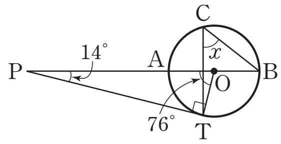
$\angle DCT = \angle ABD = 65^\circ$

직선 PQ가 원 O′의 접선이므로

$\angle DTQ = \angle DCT = 65^\circ$

$\therefore \angle CTD = 180^\circ - (70^\circ + 65^\circ) = 45^\circ$ 답 ③

13 전략 $\overline{OT}$를 긋고 $\triangle PTO$가 어떤 삼각형인지 생각해 본다.



오른쪽 그림과 같이 $\overline{OT}$를 그으면 $\overline{PT}$는 원 O의 접선이므로

$\angle PTO = 90^\circ$

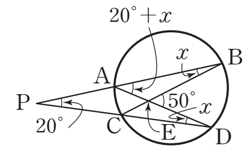
$\triangle PTO$에서

$\angle POT = 180^\circ - (14^\circ + 90^\circ) = 76^\circ$

$\angle TOB = 180^\circ - 76^\circ = 104^\circ$이므로

$\angle x = \frac{1}{2}\angle TOB = \frac{1}{2} \times 104^\circ = 52^\circ$ 답 52°

14 전략 삼각형의 한 외각의 크기는 그와 이웃하지 않는 두 내각의 크기의 합과 같음을 이용한다.



$\angle ABC = \angle ADC = \angle x$

$\triangle APD$에서

$\angle BAD = 20^\circ + \angle x$

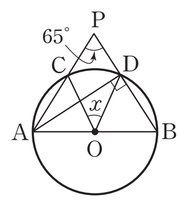
$\triangle AEB$에서

$(20^\circ + \angle x) + \angle x = 50^\circ$

$2\angle x = 30^\circ$

$\therefore \angle x = 15^\circ$ 답 ②

15 전략 반원에 대한 원주각의 크기는 90°임을 이용한다.



오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}$를 그으면 $\overline{AB}$는 원 O의 지름이므로

$\angle ADB = 90^\circ$

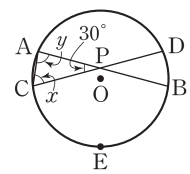
$\triangle PAD$에서

$\angle PAD = 180^\circ - (65^\circ + 90^\circ)$

$= 25^\circ$

$\therefore \angle x = 2\angle CAD = 2 \times 25^\circ = 50^\circ$ 답 ④

16 전략 한 원에서 모든 호에 대한 원주각의 크기의 합은 180°임을 이용한다.



오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$를 긋고

$\angle ACD = \angle x$, $\angle CAB = \angle y$라 하면

$\triangle ACP$에서

$\angle x + \angle y + 30^\circ = 180^\circ$

$\therefore \angle x + \angle y = 150^\circ$

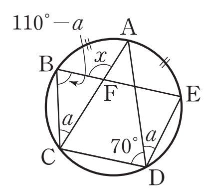
따라서 $\overset{\frown}{AD}$와 $\overset{\frown}{BEC}$에 대한 원주각의 크기의 합이 150°이므로 $\overset{\frown}{AD} + \overset{\frown}{BEC}$의 길이는 원의 둘레의 길이의

$\frac{150}{180} = \frac{5}{6}$(배)이다.

$\therefore \overset{\frown}{AD} + \overset{\frown}{BEC} = 2\pi \times 9 \times \frac{5}{6} = 15\pi\ (\mathrm{cm})$

답 15π cm

17 전략 $\angle ACB = \angle a$라 하고 길이가 같은 호에 대한 원주각의 크기는 같음을 이용한다.



$\angle ACB = \angle a$라 하면

$\overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{AE}$이므로

$\angle ADE = \angle ACB = \angle a$

이때 $\square BCDE$가 원에 내접하므로

$\angle CBE + \angle CDE = 180^\circ$

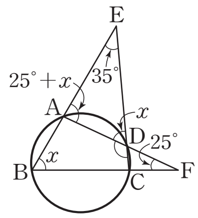
$\angle CBE + (70^\circ + \angle a) = 180^\circ$

$\therefore \angle CBE = 110^\circ - \angle a$

따라서 $\triangle BCF$에서

$\angle x = (110^\circ - \angle a) + \angle a = 110^\circ$ 답 ⑤

18 전략 $\angle ABC=\angle x$라 하고 원에 내접하는 사각형의 성질을 이용한다.



$\angle ABC=\angle x$라 하면

□ABCD가 원에 내접하므로

$\angle ADE=\angle ABC=\angle x$

△FAB에서

$\angle FAE=25°+\angle x$

△ADE에서

$35°+(25°+\angle x)+\angle x=180°$

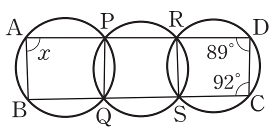
$2\angle x=120°$

$\therefore \angle x=60°$

$\therefore \angle ADC=180°-60°=120°$

답 ③

19 전략 $\overline{PQ}$, $\overline{RS}$를 긋고 원에 내접하는 사각형의 성질을 이용한다.



오른쪽 그림과 같이 $\overline{PQ}$, $\overline{RS}$를 그으면 □ABQP, □PQSR, □RSCD는 원에 내접한다.

□ABQP가 원에 내접하므로

$\angle PQS=\angle x$

□PQSR가 원에 내접하므로

$\angle SRD=\angle PQS=\angle x$

□RSCD가 원에 내접하므로

$\angle x+92°=180°$ $\quad\therefore \angle x=88°$

답 88°

20 전략 네 점이 한 원 위에 있을 조건과 사각형이 원에 내접하기 위한 조건을 이용한다.

① $\angle AFO+\angle AEO=90°+90°=180°$이므로 □AFOE는 원에 내접한다.

② $\angle BFO+\angle BDO=90°+90°=180°$이므로 □FBDO는 원에 내접한다.

④ $\angle BFC=\angle BEC=90°$이므로 □FBCE는 원에 내접한다.

⑤ $\angle AFC=\angle ADC=90°$이므로 □AFDC는 원에 내접한다.

따라서 원에 내접하는 사각형이 아닌 것은 ③이다.

답 ③

21 전략 닮음인 두 삼각형을 찾는다.

$\overline{AB}$는 원 O의 지름이므로 $\quad\angle ACB=90°$

$\therefore \angle APC=\angle ACB=90°$ …… ㉠

또 직선 CP는 원 O의 접선이므로

$\angle ACP=\angle ABC$ …… ㉡

㉠, ㉡에서 $\quad$△APC∽△ACB (AA 닮음)

따라서 $8:\overline{AC}=\overline{AC}:10$이므로 $\quad\overline{AC}^2=80$

$\therefore \overline{AC}=4\sqrt{5}$

답 ④

22 전략 원주각과 중심각의 크기 사이의 관계와 원에 내접하는 사각형의 성질을 이용한다.

$\angle BAD=\frac{1}{2}\angle BOD=\frac{1}{2}\angle x$

□ABCD가 원 O에 내접하므로

$\angle QCD=\angle BAD=\frac{1}{2}\angle x$

△PAD에서

$\angle PDQ=\frac{1}{2}\angle x+42°$

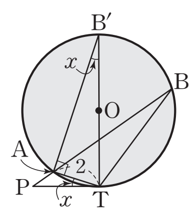
△CQD에서

$\frac{1}{2}\angle x+38°+\left(\frac{1}{2}\angle x+42°\right)=180°$

$\therefore \angle x=100°$

답 100°

23 전략 점 T를 지나는 원 O의 지름을 긋고 반원에 대한 원주각의 크기는 90°임을 이용하여 직각삼각형을 찾는다.



오른쪽 그림과 같이 점 T를 지나는 원 O의 지름을 $\overline{B'T}$라 하고 $\overline{AB'}$을 그으면

$\angle B'AT=90°$

$\overline{PT}$가 원 O의 접선이므로

$\angle AB'T=\angle ATP=\angle x$

△ATB′에서

$\overline{AB'}=\frac{\overline{AT}}{\tan x}=2\div\frac{1}{3}=6$

$\therefore \overline{B'T}=\sqrt{6^2+2^2}=\sqrt{40}=2\sqrt{10}$

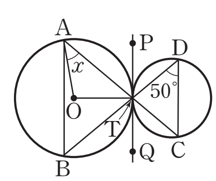
따라서 원 O의 반지름의 길이는 $\frac{1}{2}\times2\sqrt{10}=\sqrt{10}$이므로

원 O의 넓이는

$\pi\times(\sqrt{10})^2=10\pi$

답 10π

24 전략 두 원의 공통인 접선을 긋고 원의 접선과 현이 이루는 각의 성질을 이용한다.



오른쪽 그림과 같이 점 T를 지나는 두 원의 공통인 접선 PQ를 그으면

$\angle ABT=\angle ATP$

$=\angle CTQ$

$=\angle CDT=50°$

$\therefore \angle AOT=2\angle ABT=2\times50°=100°$

△AOT는 $\overline{OA}=\overline{OT}$인 이등변삼각형이므로

$\angle x=\frac{1}{2}\times(180°-100°)=40°$

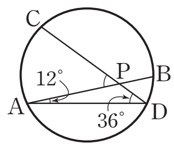
답 40°

서술형 대비 문제

본문 110~111쪽

1 48°	2 4 cm	3 15π cm
4 168°	5 42°	6 25°

1 1단계 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}$를 그으면 $\widehat{AC}$의 길이가 원의 둘레의 길이의 $\frac{1}{5}$이므로



$\angle ADC = 180^\circ \times \frac{1}{5} = 36^\circ$

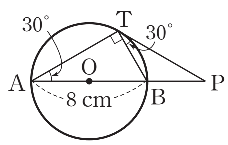
2단계 $\widehat{BD}$의 길이가 원의 둘레의 길이의 $\frac{1}{15}$이므로

$\angle BAD = 180^\circ \times \frac{1}{15} = 12^\circ$

3단계 $\triangle PAD$에서 $\angle APC = 36^\circ + 12^\circ = 48^\circ$

답 48°

2 1단계 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BT}$를 그으면



$\angle BTP = \angle TAB$
$= 30^\circ$

2단계 $\triangle APT$에서

$30^\circ + (90^\circ + 30^\circ) + \angle APT = 180^\circ$

$\therefore \angle APT = 30^\circ$

3단계 $\angle BTP = \angle BPT = 30^\circ$이므로 $\triangle BPT$는 $\overline{BP} = \overline{BT}$인 이등변삼각형이다.

$\therefore \overline{BP} = \overline{BT} = 8 \sin 30^\circ = 8 \times \frac{1}{2} = 4\,(\text{cm})$

답 4 cm

3 1단계 $\triangle DAP$에서

$\angle ADP = 78^\circ - 42^\circ = 36^\circ$

2단계 원의 둘레의 길이를 l cm라 하면

$\widehat{AB} : l = \angle ADB : 180^\circ$

$3\pi : l = 36^\circ : 180^\circ \quad \therefore l = 15\pi$

따라서 원의 둘레의 길이는 15π cm이다.

답 15π cm

단계	채점 요소	배점
1	$\angle ADP$의 크기 구하기	2점
2	원의 둘레의 길이 구하기	4점

4 1단계 □ABQP가 원 O에 내접하므로

$\angle PQC = \angle BAP = 96^\circ$

2단계 □PQCD가 원 O′에 내접하므로

$\angle PDC + \angle PQC = 180^\circ$

$\therefore \angle PDC = 180^\circ - 96^\circ = 84^\circ$

3단계 $\angle PO'C = 2\angle PDC$
$= 2 \times 84^\circ = 168^\circ$

답 168°

단계	채점 요소	배점
1	$\angle PQC$의 크기 구하기	2점
2	$\angle PDC$의 크기 구하기	3점
3	$\angle PO'C$의 크기 구하기	2점

5 1단계 $\overline{BC}$가 원 O의 접선이므로

$\angle EDC = \angle EFD = 52^\circ$

2단계 $\triangle DCE$는 $\overline{CD} = \overline{CE}$인 이등변삼각형이므로

$\angle DEC = \angle EDC = 52^\circ$

$\therefore \angle DCE = 180^\circ - 2 \times 52^\circ = 76^\circ$

3단계 $\triangle ABC$에서

$\angle FBD = 180^\circ - (62^\circ + 76^\circ) = 42^\circ$

답 42°

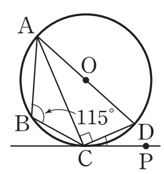
단계	채점 요소	배점
1	$\angle EDC$의 크기 구하기	2점
2	$\angle DCE$의 크기 구하기	3점
3	$\angle FBD$의 크기 구하기	2점

6 1단계 □ABCD가 원 O에 내접하므로

$\angle ABC + \angle ADC = 180^\circ$

$\therefore \angle ADC = 180^\circ - 115^\circ = 65^\circ$

2단계 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$를 그으면 $\overline{AD}$는 원 O의 지름이므로



$\angle ACD = 90^\circ$

$\triangle ACD$에서

$\angle DAC = 180^\circ - (90^\circ + 65^\circ) = 25^\circ$

3단계 직선 CP가 원 O의 접선이므로

$\angle DCP = \angle DAC = 25^\circ$

답 25°

단계	채점 요소	배점
1	$\angle ADC$의 크기 구하기	2점
2	$\angle DAC$의 크기 구하기	3점
3	$\angle DCP$의 크기 구하기	2점

Ⅲ-1 산포도

01 산포도와 표준편차

개념원리 확인하기

본문 115쪽

01 (1) 8점 (2) 풀이 참조 02 (1) 3 (2) −4
03 (1) −2 (2) 3시간
04 (1) 70점 (2) 250 (3) 50 (4) $5\sqrt{2}$점

01 (1) $(\text{평균})=\dfrac{8+6+10+7+9}{5}=\dfrac{40}{5}=8$ (점)

(2) 각 변량의 편차를 구하여 표를 완성하면 다음과 같다.

회	1	2	3	4	5
기록(점)	8	6	10	7	9
편차(점)	0	−2	2	−1	1

답 (1) 8점 (2) 풀이 참조

02 (1) 편차의 총합은 0이므로

$(-5)+0+x+2=0 \qquad \therefore x=3$

(2) 편차의 총합은 0이므로

$3+(-7)+9+(-1)+x=0 \qquad \therefore x=-4$

답 (1) 3 (2) −4

03 (1) 편차의 총합은 0이므로

$6+(-4)+x+3+(-2)+(-1)=0$

$\therefore x=-2$

(2) 평균이 5시간이므로 C의 독서 시간은

$5+(-2)=3$ (시간)

답 (1) −2 (2) 3시간

04 (1) $(\text{평균})=\dfrac{60+65+70+75+80}{5}=\dfrac{350}{5}=70$ (점)

(2) 각 변량의 편차를 구하면

−10점, −5점, 0점, 5점, 10점

따라서 $(\text{편차})^2$의 총합은

$(-10)^2+(-5)^2+0^2+5^2+10^2=250$

(3) $(\text{분산})=\dfrac{250}{5}=50$

(4) $(\text{표준편차})=\sqrt{50}=5\sqrt{2}$ (점)

답 (1) 70점 (2) 250 (3) 50 (4) $5\sqrt{2}$점

핵심문제 익히기

본문 116～118쪽

1 29분 2 분산: 5, 표준편차: $\sqrt{5}$회
3 29 4 E, B
5 7점 6 평균: 12, 표준편차: $2\sqrt{10}$

1 편차의 총합은 0이므로

$(-6)+18+(-3)+x=0 \qquad \therefore x=-9$

D의 통학 시간이 20분이므로

$(\text{평균})=20-(-9)=29$ (분)

답 29분

개념 더하기

(편차)=(변량)−(평균)
➡ (변량)=(평균)+(편차)
➡ (평균)=(변량)−(편차)

2 편차의 총합은 0이므로

$4+1+x+(-2)+1+(-2)=0 \qquad \therefore x=-2$

$\therefore (\text{분산})=\dfrac{4^2+1^2+(-2)^2+(-2)^2+1^2+(-2)^2}{6}$

$=\dfrac{30}{6}=5$

$(\text{표준편차})=\sqrt{5}$회

답 분산: 5, 표준편차: $\sqrt{5}$회

3 평균이 6이므로

$\dfrac{4+10+x+y+5}{5}=6$

$x+y+19=30$

$\therefore x+y=11 \qquad \cdots\cdots ㉠$

또 분산이 4.8이므로

$\dfrac{(4-6)^2+(10-6)^2+(x-6)^2+(y-6)^2+(5-6)^2}{5}$

$=4.8$

$(x-6)^2+(y-6)^2+21=24$

$\therefore x^2+y^2-12(x+y)+93=24 \qquad \cdots\cdots ㉡$

㉠을 ㉡에 대입하면

$x^2+y^2-12\times 11+93=24$

$\therefore x^2+y^2=63$

이때 $x^2+y^2=(x+y)^2-2xy$에서

$63=11^2-2xy, \qquad 2xy=58$

$\therefore xy=29$

답 29

4 운동 시간이 가장 긴 사람은 평균이 가장 큰 E이고, 운동 시간이 가장 고른 사람은 표준편차가 가장 작은 B이다.

답 E, B

5 남학생과 여학생의 평균이 같고 분산이 각각 5^2, 11^2이므로 $(\text{편차})^2$의 총합은 각각

$5^2\times30=750$, $11^2\times10=1210$

따라서 전체 40명에 대한 $(\text{편차})^2$의 총합은

$750+1210=1960$이므로

$(\text{분산})=\frac{1960}{40}=49$

$\therefore$ (표준편차)$=\sqrt{49}=7$ (점) 답 7점

6 a, b, c, d의 평균이 6이므로

$\frac{a+b+c+d}{4}=6$

또 a, b, c, d의 분산이 $(\sqrt{10})^2=10$이므로

$\frac{(a-6)^2+(b-6)^2+(c-6)^2+(d-6)^2}{4}=10$

따라서 변량 $2a$, $2b$, $2c$, $2d$에 대하여

$$(\text{평균})=\frac{2a+2b+2c+2d}{4}=\frac{2(a+b+c+d)}{4}=2\times6=12$$

$$(\text{분산})=\frac{(2a-12)^2+(2b-12)^2+(2c-12)^2+(2d-12)^2}{4}=\frac{4\{(a-6)^2+(b-6)^2+(c-6)^2+(d-6)^2\}}{4}=4\times10=40$$

$\therefore$ (표준편차)$=\sqrt{40}=2\sqrt{10}$

답 평균: 12, 표준편차: $2\sqrt{10}$

다른 풀이

(평균)$=2\times6=12$, (표준편차)$=|2|\sqrt{10}=2\sqrt{10}$

이런 문제가 시험에 나온다 본문 119쪽

01 ㄴ, ㄹ 02 $\sqrt{10}$점 03 -2 04 ⑤ 05 3

01 ㄱ. 서울의 기온의 편차는 -1 ℃로 음수이므로 평균보다 낮다.

ㄴ. 편차의 총합은 0이므로

$(-1)+(-5)+(-3)+y+6=0$

$\therefore y=3$

즉 부산의 기온의 편차는 3 ℃이다.

ㄷ. 서울의 기온은 9 ℃이고 편차는 -1 ℃이므로 5개 지역의 기온의 평균은

$9-(-1)=10$ (℃)

ㄹ. 5개 지역의 기온의 평균은 10 ℃이고 대전의 기온의 편차는 -3 ℃이므로

$x-10=-3$ $\therefore x=7$

즉 대전의 기온은 7 ℃이다.

이상에서 옳은 것은 ㄴ, ㄹ이다. 답 ㄴ, ㄹ

02 $(\text{평균})=\frac{3+10+13+9+6+7}{6}=\frac{48}{6}=8$ (점)

각 변량의 편차는 -5점, 2점, 5점, 1점, -2점, -1점이므로

$$(\text{분산})=\frac{(-5)^2+2^2+5^2+1^2+(-2)^2+(-1)^2}{6}=\frac{60}{6}=10$$

$\therefore$ (표준편차)$=\sqrt{10}$ (점) 답 $\sqrt{10}$점

03 편차의 총합은 0이므로

$a+(-2)+0+b+1=0$

$\therefore a+b=1$

분산이 2이므로

$\frac{a^2+(-2)^2+0^2+b^2+1^2}{5}=2$

$a^2+b^2+5=10$

$\therefore a^2+b^2=5$

이때 $a^2+b^2=(a+b)^2-2ab$이므로

$5=1^2-2ab$, $2ab=-4$

$\therefore ab=-2$ 답 -2

04 ① 사회 성적이 가장 우수한 반은 평균이 가장 높은 2반이다.

②, ③, ④ 각 반의 평균과 표준편차만으로 알 수 없다.

⑤ 3반의 표준편차가 2반의 표준편차보다 작으므로 3반의 성적이 2반의 성적보다 고르다.

따라서 옳은 것은 ⑤이다. 답 ⑤

05 A, B 두 그룹의 평균이 같고 분산이 각각 2^2, a^2이므로 $(\text{편차})^2$의 총합은 각각

$2^2\times4=16$, $a^2\times6=6a^2$

따라서 전체 10명에 대한 $(\text{편차})^2$의 총합은 $16+6a^2$이고 분산이 $(\sqrt{7})^2=7$이므로

$\frac{16+6a^2}{10}=7$, $16+6a^2=70$

$a^2=9$ $\therefore a=3$ ($\because a\geq0$) 답 3

중단원 마무리하기

> 본문 120～122쪽

01 ②, ④	02 ②	03 16세	04 10회
05 ⑤	06 ④	07 ③	
08 (1) B 팀 (2) A 팀		09 ③	10 ④
11 ④	12 2 cm	13 10	14 $\sqrt{5}$점
15 ①	16 20	17 16	18 ⑤

01 전략 편차, 분산, 표준편차의 의미를 생각해 본다.

① (편차)=(변량)−(평균)

③ 분산은 편차의 제곱의 평균이다.

⑤ 표준편차가 작을수록 자료의 분포 상태가 고르다.

따라서 옳은 것은 ②, ④이다. 답 ②, ④

02 전략 (편차)=(변량)−(평균)임을 이용한다.

$$(\text{평균})=\frac{17+21+22+19+20+21}{6}=\frac{120}{6}=20\ (\text{초})$$

이때 각 변량의 편차를 구하면

-3초, 1초, 2초, -1초, 0초, 1초

따라서 주어진 자료의 편차가 아닌 것은 ②이다. 답 ②

03 전략 (변량)=(평균)+(편차)임을 이용한다.

우찬이의 나이는

$23+(-7)=16$ (세) 답 16세

04 전략 먼저 편차의 총합은 0임을 이용하여 x의 값을 구한다.

편차의 총합은 0이므로

$6+x+3+(-1)+(-4)=0$

$\therefore x=-4$

따라서 지우와 도현이의 윗몸 일으키기 횟수의 차는

$6-(-4)=10$ (회) 답 10회

05 전략 $(\text{분산})=\dfrac{\{(\text{편차})^2\text{의 총합}\}}{(\text{변량의 개수})}$, $(\text{표준편차})=\sqrt{(\text{분산})}$ 임을 이용한다.

편차의 총합은 0이므로

$(-4)+2+4+x+0=0$

$\therefore x=-2$

$(\text{분산})=\dfrac{(-4)^2+2^2+4^2+(-2)^2+0^2}{5}=\dfrac{40}{5}=8$이므로

$(\text{표준편차})=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$ (점) 답 ⑤

06 전략 먼저 $(\text{평균})=\dfrac{(\text{변량의 총합})}{(\text{변량의 개수})}$임을 이용하여 x의 값을 구한다.

평균이 9이므로 $\dfrac{7+x+8+10}{4}=9$

$\dfrac{x+25}{4}=9$ $\quad\therefore x=11$

$\therefore (\text{분산})=\dfrac{(-2)^2+2^2+(-1)^2+1^2}{4}=\dfrac{5}{2}$ 답 ④

07 전략 분산과 표준편차가 작을수록 변량들이 평균을 중심으로 가까이 모여 있다.

③ $3\sqrt{2}<5$이므로 A 반의 표준편차가 B 반의 표준편차보다 작다. 즉 A 반의 성적이 B 반의 성적보다 고르다.

⑤ 각 반의 평균과 표준편차만으로 알 수 없다.

따라서 옳은 것은 ③이다. 답 ③

08 전략 꺾은선그래프를 해석하여 자료의 분포 상태를 파악한다.

(1) B 팀의 그래프가 A 팀의 그래프보다 오른쪽으로 치우쳐 있으므로 B 팀의 기록이 더 좋다.

(2) B 팀의 그래프보다 A 팀의 그래프의 폭이 더 좁으므로 A 팀의 기록이 더 고르다.

답 (1) B 팀 (2) A 팀

09 전략 변화된 변량에 대한 평균, 표준편차의 변화를 알아본다.

8명의 학생의 수학 성적이 각각 1점씩 올라가면 평균은 1점 올라가지만 각 변량들이 평균을 중심으로 흩어져 있는 정도는 그대로이므로 표준편차는 변함없다. 답 ③

10 전략 편차의 총합은 0임을 이용하여 x의 값을 구한 후 학생 A와 학생 C의 국어 성적을 구한다.

편차의 총합은 0이므로

$x+(-3)+(x+4)+2+(-1)=0$

$\therefore x=-1$

즉 학생 A와 학생 C의 국어 성적의 편차는 각각 -1점, $-1+4=3$ (점)이므로

(학생 A의 국어 성적)$=75+(-1)=74$ (점)

(학생 C의 국어 성적)$=75+3=78$ (점)

따라서 학생 A와 학생 C의 국어 성적의 평균은

$\dfrac{74+78}{2}=76$ (점) 답 ④

11 전략 연속하는 세 짝수를 미지수로 놓고 식을 세운다.

연속하는 세 짝수를 $2n$, $2n+2$, $2n+4$ (n은 자연수)라 하면

$(\text{평균})=\dfrac{2n+(2n+2)+(2n+4)}{3}=2n+2$

각 변량의 편차는 -2, 0, 2이므로

$(\text{분산})=\dfrac{(-2)^2+0^2+2^2}{3}=\dfrac{8}{3}$ 답 ④

12 전략 먼저 학생 A와 학생 D의 키의 편차를 각각 구해 본다.

(편차)=(변량)−(평균)이므로 학생 A와 학생 D의 키의 편차는 각각

3 cm, 0 cm

학생 B의 키는 학생 A의 키보다 4 cm만큼 작으므로 학생 B의 키의 편차는

$3-4=-1$ (cm)

학생 E의 키는 학생 D의 키보다 3 cm만큼 작으므로 학생 E의 키의 편차는

$0-3=-3$ (cm)

학생 C의 키의 편차를 x cm라 하면 편차의 총합은 0이므로

$3+(-1)+x+0+(-3)=0$

$\therefore x=1$

즉 5명의 학생의 키의 분산은

$$\frac{3^2+(-1)^2+1^2+0^2+(-3)^2}{5}=\frac{20}{5}=4$$

따라서 구하는 표준편차는

$\sqrt{4}=2$ (cm) 답 2 cm

13 전략 주어진 조건을 이용하여 a, b에 대한 식을 세운다.

평균이 5회이므로

$$\frac{a+1+8+b+9}{5}=5$$

$a+b+18=25$ $\therefore a+b=7$ …… ㉠

또 분산이 10이므로

$$\frac{(a-5)^2+(-4)^2+3^2+(b-5)^2+4^2}{5}=10$$

$\therefore a^2+b^2-10(a+b)+91=50$ …… ㉡

㉠을 ㉡에 대입하면

$a^2+b^2-10\times7+91=50$

$\therefore a^2+b^2=29$

이때 $a^2+b^2=(a+b)^2-2ab$이므로

$29=7^2-2ab$, $2ab=20$

$\therefore ab=10$ 답 10

14 전략 전체 학생에 대한 (편차)^{2}의 총합을 구한다.

A, B 두 반의 평균이 같고 분산이 각각 2^2, $(\sqrt{7})^2$이므로 (편차)^{2}의 총합은 각각

$2^2\times20=80$, $(\sqrt{7})^2\times10=70$

따라서 두 반 전체 학생의 (편차)^{2}의 총합은 $80+70=150$이므로

$$(\text{분산})=\frac{150}{30}=5$$

$\therefore$ (표준편차)$=\sqrt{5}$ (점) 답 $\sqrt{5}$점

15 전략 주어진 조건을 이용하여 a, b, c에 대한 식을 세운다.

변량 a, b, c의 평균이 4이므로

$$\frac{a+b+c}{3}=4$$

또 분산이 6이므로

$$\frac{(a-4)^2+(b-4)^2+(c-4)^2}{3}=6$$

이때 변량 $3a-2$, $3b-2$, $3c-2$의 평균은

$$\frac{(3a-2)+(3b-2)+(3c-2)}{3}$$

$$=\frac{3(a+b+c)-6}{3}=3\times4-2=10$$

이므로 분산은

$$\frac{(3a-2-10)^2+(3b-2-10)^2+(3c-2-10)^2}{3}$$

$$=\frac{9\{(a-4)^2+(b-4)^2+(c-4)^2\}}{3}=9\times6=54$$

따라서 $m=10$, $n=54$이므로

$n-m=54-10=44$ 답 ①

16 전략 직육면체에는 길이가 같은 모서리가 4개씩 있음을 이용하여 모서리 12개의 길이의 평균과 분산을 각각 a, b, c에 대한 식으로 나타낸다.

모서리 12개의 길이의 평균이 5이므로

$$\frac{4a+4b+4c}{12}=5$$

$\therefore a+b+c=15$ …… ㉠

또 분산이 $(\sqrt{10})^2$, 즉 10이므로

$$\frac{(a-5)^2\times4+(b-5)^2\times4+(c-5)^2\times4}{12}=10$$

$(a-5)^2+(b-5)^2+(c-5)^2=30$

$\therefore a^2+b^2+c^2-10(a+b+c)=-45$ …… ㉡

㉠을 ㉡에 대입하면

$a^2+b^2+c^2-10\times15=-45$

$\therefore a^2+b^2+c^2=105$

6개의 면의 넓이의 합은 $2ab+2bc+2ca$이고

$(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ca$이므로

$$2ab+2bc+2ca=(a+b+c)^2-(a^2+b^2+c^2)$$
$$=15^2-105=120$$

따라서 6개의 면의 넓이의 평균은

$$\frac{2ab+2bc+2ca}{6}=\frac{120}{6}=20$$ 답 20

17 전략 먼저 나머지 7명의 수학 성적의 평균을 구한다.

학생 8명의 수학 성적의 총합은 $60\times8=480$ (점)이므로 나머지 7명의 수학 성적의 평균은

$$\frac{480-60}{7}=\frac{420}{7}=60\ (\text{점})$$

학생 8명의 (편차)^{2}의 총합은 (분산)$\times$(변량의 개수)이므로

$$14\times8=112$$

빠진 한 학생의 편차는 0점이므로 나머지 7명의 수학 성적의 분산은

$$\frac{112-0}{7}=16$$

답 16

18 전략 표준편차가 작을수록 변량들이 평균을 중심으로 가까이 모여 있다.

A, B, C 세 사람의 점수의 평균을 각각 구해 보면

$$(\text{A의 평균})=\frac{6\times3+7\times1+8\times2+9\times1+10\times3}{10}=\frac{80}{10}=8\,(\text{점})$$

$$(\text{B의 평균})=\frac{6\times1+7\times3+8\times2+9\times3+10\times1}{10}=\frac{80}{10}=8\,(\text{점})$$

$$(\text{C의 평균})=\frac{7\times3+8\times5+9\times1+10\times1}{10}=\frac{80}{10}=8\,(\text{점})$$

즉 세 사람의 평균은 모두 8점이고 평균을 중심으로 점수가 흩어진 정도가 가장 작은 사람은 C, 흩어진 정도가 가장 큰 사람은 A이다.

$$\therefore c<b<a$$

답 ⑤

서술형 대비 문제

본문 123쪽

1 -8 **2** 13

3 선수 B

1 1단계 편차의 총합은 0이므로

$$(-2)+1+a+b+3=0$$

$$\therefore a+b=-2$$

2단계 분산이 6.8이므로

$$\frac{(-2)^2+1^2+a^2+b^2+3^2}{5}=6.8$$

$$a^2+b^2+14=34 \qquad \therefore a^2+b^2=20$$

3단계 $a^2+b^2=(a+b)^2-2ab$에서

$$20=(-2)^2-2ab, \qquad 2ab=-16$$

$$\therefore ab=-8$$

답 -8

2 1단계 a, b, c의 평균이 3이므로

$$\frac{a+b+c}{3}=3 \qquad \therefore a+b+c=9 \quad \cdots\cdots ㉠$$

2단계 a, b, c의 분산이 2^2, 즉 4이므로

$$\frac{(a-3)^2+(b-3)^2+(c-3)^2}{3}=4$$

$$\therefore a^2+b^2+c^2-6(a+b+c)+27=12 \quad \cdots\cdots ㉡$$

㉠을 ㉡에 대입하면

$$a^2+b^2+c^2-6\times9+27=12$$

$$\therefore a^2+b^2+c^2=39$$

3단계 변량 a^2, b^2, c^2의 평균은

$$\frac{a^2+b^2+c^2}{3}=\frac{39}{3}=13$$

답 13

단계	채점 요소	배점
1	$a+b+c$의 값 구하기	2점
2	$a^2+b^2+c^2$의 값 구하기	3점
3	a^2, b^2, c^2의 평균 구하기	2점

3 1단계 (A의 평균)

$$=\frac{15+17+11+20+12}{5}=\frac{75}{5}=15\,(\text{점})$$

각 변량의 편차는

0점, 2점, -4점, 5점, -3점

이므로

(A의 분산)

$$=\frac{0^2+2^2+(-4)^2+5^2+(-3)^2}{5}$$

$$=\frac{54}{5}=10.8$$

$$\therefore (\text{A의 표준편차})=\sqrt{10.8}\,(\text{점})$$

2단계 (B의 평균)

$$=\frac{14+13+16+15+17}{5}=\frac{75}{5}=15\,(\text{점})$$

각 변량의 편차는

-1점, -2점, 1점, 0점, 2점

이므로

(B의 분산)

$$=\frac{(-1)^2+(-2)^2+1^2+0^2+2^2}{5}$$

$$=\frac{10}{5}=2$$

$$\therefore (\text{B의 표준편차})=\sqrt{2}\,(\text{점})$$

3단계 B의 표준편차가 A의 표준편차보다 작으므로 선수 B의 득점이 더 고르다.

따라서 선수 B를 선발해야 한다.

답 선수 B

단계	채점 요소	배점
1	A의 표준편차 구하기	3점
2	B의 표준편차 구하기	3점
3	선발해야 할 선수 구하기	2점

Ⅲ-2 상자그림과 산점도

01 상자그림

개념원리 확인하기

> 본문 127쪽

01 14, 10, 9, 9, 17, 19, 19

02 (1) 제1사분위수: 5, 제2사분위수: 8,
제3사분위수: 10
(2) 제1사분위수: 13, 제2사분위수: 17,
제3사분위수: 21

03 풀이 참조

04 (1) 제1사분위수: 70점, 제2사분위수: 75점,
제3사분위수: 85점
(2) 95점 (3) ㉠

01 자료의 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

5, 8, 10, 13, 14, 15, 17, 21, 22

따라서 이 자료의 중앙값, 즉 제2사분위수는 $\boxed{14}$이다.

또 5, 8, 10, 13의 중앙값은 $\dfrac{8+\boxed{10}}{2}=\boxed{9}$이므로 제1사분위수는 $\boxed{9}$이고, 15, 17, 21, 22의 중앙값은

$\dfrac{\boxed{17}+21}{2}=\boxed{19}$이므로 제3사분위수는 $\boxed{19}$이다.

답 14, 10, 9, 9, 17, 19, 19

02 (1) 자료의 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

3, 5, 6, 8, 9, 10, 12

따라서 이 자료의 중앙값, 즉 제2사분위수는 8이다.
또 3, 5, 6의 중앙값은 5이므로 제1사분위수는 5이고, 9, 10, 12의 중앙값은 10이므로 제3사분위수는 10이다.

(2) 자료의 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

10, 12, 13, 15, 16, 18, 20, 21, 25, 25

따라서 이 자료의 중앙값, 즉 제2사분위수는
$\dfrac{16+18}{2}=17$이다.
또 10, 12, 13, 15, 16의 중앙값은 13이므로 제1사분위수는 13이고, 18, 20, 21, 25, 25의 중앙값은 21이므로 제3사분위수는 21이다.

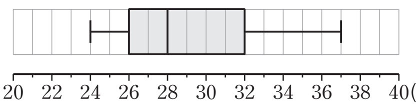
답 (1) 제1사분위수: 5, 제2사분위수: 8,
제3사분위수: 10
(2) 제1사분위수: 13, 제2사분위수: 17,
제3사분위수: 21

03 (1) 최솟값은 가장 작은 변량인 24세, 최댓값은 가장 큰 변량인 37세이다.
중앙값은 7번째 변량인 28세이다.
24, 25, 25, 27, 27, 27의 중앙값은 $\dfrac{25+27}{2}=26$ (세)
이므로 제1사분위수는 26세이다.
또 29, 30, 30, 34, 35, 37의 중앙값은
$\dfrac{30+34}{2}=32$ (세)이므로 제3사분위수는 32세이다.
따라서 표를 완성하면 다음과 같다.

(단위: 세)

최솟값	제1사분위수	중앙값	제3사분위수	최댓값
24	26	28	32	37

(2) 주어진 자료를 상자그림으로 나타내면 다음과 같다.



답 풀이 참조

04 (2) 최댓값은 95점이므로 수학 성적이 가장 높은 학생의 수학 성적은 95점이다.
(3) ㉠~㉣ 중 변량이 가장 흩어져 있는 구간은 길이가 가장 긴 ㉠이다.

답 (1) 제1사분위수: 70점, 제2사분위수: 75점,
제3사분위수: 85점
(2) 95점 (3) ㉠

핵심문제 익히기

> 본문 128~130쪽

1 제1사분위수: 5개, 제2사분위수: 8개,
제3사분위수: 10.5개

2 9, 16 **3** 풀이 참조

4 (1) 50 % (2) ㉡

5 (1) 16시간, 18시간 (2) B 건전지

6 ②, ⑤

1 자료의 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

3, 3, 3, 4, 6, 6, 7, 7,
9, 9, 10, 10, 11, 12, 13, 15

따라서 이 자료의 중앙값, 즉 제2사분위수는
$\dfrac{7+9}{2}=8$ (개)이다.

3, 3, 3, 4, 6, 6, 7, 7의 중앙값은 $\dfrac{4+6}{2}=5$ (개)이므로 제1사분위수는 5개이다.
또 9, 9, 10, 10, 11, 12, 13, 15의 중앙값은
$\dfrac{10+11}{2}=10.5$ (개)이므로 제3사분위수는 10.5개이다.

답 제1사분위수: 5개, 제2사분위수: 8개,
제3사분위수: 10.5개

2 이 자료의 중앙값이 13이므로

$\frac{x+15}{2}=13 \qquad \therefore x=11$

따라서 제1사분위수는 $x-2=11-2=9$,
제3사분위수는 $x+5=11+5=16$이다. 답 9, 16

3 자료의 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

3, 5, 6, 8, 8, 10, 12, 14, 15, 15, 18, 20

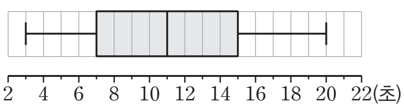
이때 최솟값은 가장 작은 변량인 3초, 최댓값은 가장 큰 변량인 20초이다.

이 자료의 중앙값은 $\frac{10+12}{2}=11$ (초)이다.

3, 5, 6, 8, 8, 10의 중앙값은 $\frac{6+8}{2}=7$ (초)이므로 제1사분위수는 7초이다.

또 12, 14, 15, 15, 18, 20의 중앙값은 $\frac{15+15}{2}=15$ (초)이므로 제3사분위수는 15초이다.

따라서 이 자료를 상자그림으로 나타내면 다음과 같다.



답 풀이 참조

4 (1) 제1사분위수가 6권, 제3사분위수가 10권이므로 읽은 책의 수가 6권 이상 10권 이하인 학생은 전체의 약 50 %이다.

(2) ㉠~㉣ 중 변량이 가장 밀집되어 있는 구간은 길이가 가장 짧은 ㉡이다.

답 (1) 50 % (2) ㉡

5 (1) A 건전지의 수명의 중앙값은 16시간이고, B 건전지의 수명의 중앙값은 18시간이다.

(2) B 건전지의 수명의 중앙값이 A 건전지의 수명의 중앙값보다 크고, B 건전지의 상자가 A 건전지의 상자보다 오른쪽에 있으므로 B 건전지를 사용하는 것이 A 건전지를 사용하는 것보다 더 유리하다고 할 수 있다.

답 (1) 16시간, 18시간 (2) B 건전지

6 ① 1반에서 최솟값이 4시간이므로 1반에서 봉사 활동 시간이 가장 짧은 학생의 봉사 활동 시간은 4시간이다.

② 2반에서 봉사 활동 시간이 18시간인 학생 수는 알 수 없다.

③ 1반에서 중앙값이 14시간이므로 봉사 활동 시간이 14시간 이하인 학생은 전체의 약 50 %이고, 2반에서 제3사분위수가 14시간이므로 봉사 활동 시간이 14시간 이하인 학생은 전체의 약 75 %이다.
즉 봉사 활동 시간이 14시간 이하인 학생의 비율이 더 높은 반은 2반이다.

④ 1반에서 봉사 활동 시간이 14시간 이상인 학생은 전체의 약 50 %이고, 2반에서 봉사 활동 시간이 14시간 이상인 학생은 전체의 약 25 %이다.
1반과 2반의 학생 수가 같으므로 봉사 활동 시간이 14시간 이상인 학생은 1반이 2반보다 많다.

⑤ 1반의 봉사 활동 시간의 중앙값은 14시간, 2반의 봉사 활동 시간의 중앙값은 12시간이므로 1반의 봉사 활동 시간의 중앙값이 2반의 봉사 활동 시간의 중앙값보다 크다.
또 1반의 상자가 2반의 상자보다 위쪽에 있으므로 1반의 봉사 활동 시간이 2반의 봉사 활동 시간보다 대체로 길다고 할 수 있다.

따라서 옳지 않은 것은 ②, ⑤이다. 답 ②, ⑤

이런 문제가 시험에 나온다

본문 131쪽

01 7 **02** 23, 28 **03** ②, ④ **04** ④

01 자료의 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

6, 8, 8, 9, 10, 10, 11, 14, 15,
15, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 20

이때 이 자료의 중앙값은 15편이다.

6, 8, 8, 9, 10, 10, 11, 14의 중앙값은

$\frac{9+10}{2}=9.5$ (편)이므로 제1사분위수는 9.5편이다.

또 15, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 20의 중앙값은

$\frac{17+18}{2}=17.5$ (편)이므로 제3사분위수는 17.5편이다.

따라서 $a=9.5$, $b=15$, $c=17.5$이므로

$a+b-c=9.5+15-17.5=7$ 답 7

02 제1사분위수가 18이므로

$3x=18 \qquad \therefore x=6$

따라서 주어진 자료는

15, 18, 21, 25, 28, 30

이므로 중앙값은 $\frac{21+25}{2}=23$, 제3사분위수는 28이다.

답 23, 28

03 ① 중앙값은 25분이지만 평균 통학 시간은 알 수 없다.

② 제1사분위수가 10분, 제3사분위수가 35분이므로 사분위수 범위는

$35-10=25$ (분)

③ 최댓값이 45분이므로 통학 시간이 가장 긴 학생의 통학 시간은 45분이다.

④ 제3사분위수가 35분이므로 통학 시간이 35분 이상인 학생은 전체의 약 25 %이다.

⑤ ㉠~㉣ 중 변량이 가장 흩어져 있는 구간은 길이가 가장 긴 ㉡이다.

따라서 옳은 것은 ②, ④이다. 답 ②, ④

04 ① A 반에서 최솟값이 15회이므로 A 반에서 기록이 15회 미만인 학생은 없다.

② B 반에서 제3사분위수가 45회이므로 기록이 45회 이하인 학생은 전체의 약 75 %이다.

③ A 반에서 기록의 최댓값과 최솟값의 차는

$60-15=45$ (회)

B 반에서 기록의 최댓값과 최솟값의 차는

$50-10=40$ (회)

즉 기록의 최댓값과 최솟값의 차는 A 반이 B 반보다 크다.

④ A 반에서 제1사분위수는 30회이므로 기록이 30회 이상인 학생은 전체의 약 75 %이고, B 반에서 중앙값은 30회이므로 기록이 30회 이상인 학생은 전체의 약 50 %이다.

A 반과 B 반의 학생 수가 같으므로 기록이 30회 이상인 학생은 A 반이 B 반보다 많다.

⑤ A 반의 기록의 중앙값은 35회, B 반의 기록의 중앙값은 30회이므로 A 반의 기록의 중앙값이 B 반의 기록의 중앙값보다 크다.

또 A 반의 상자가 B 반의 상자보다 오른쪽에 있으므로 A 반의 기록이 B 반의 기록보다 대체로 좋다고 할 수 있다.

따라서 옳지 않은 것은 ④이다. 답 ④

02 산점도와 상관관계

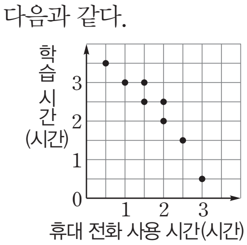
개념원리 확인하기 본문 133쪽

01 풀이 참조

02 (1) 4명 (2) 7명 (3) 3명

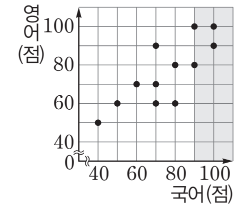
03 (1) ㄴ, ㅁ (2) ㄱ, ㄹ (3) ㄷ, ㅂ

01 휴대 전화 사용 시간과 학습 시간에 대한 산점도를 좌표평면 위에 그리면 다음과 같다.

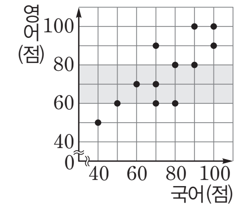


답 풀이 참조

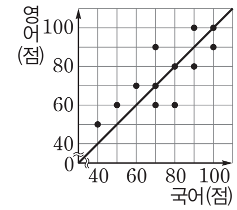
02 (1) 국어 성적이 90점 이상인 학생 수는 오른쪽 산점도에서 색칠한 부분(경계선 포함)의 점의 개수와 같으므로 4명이다.



(2) 영어 성적이 60점 이상 80점 이하인 학생 수는 오른쪽 산점도에서 색칠한 부분(경계선 포함)의 점의 개수와 같으므로 7명이다.



(3) 국어 성적과 영어 성적이 같은 학생 수는 오른쪽 산점도에서 대각선 위의 점의 개수와 같으므로 3명이다.



답 (1) 4명 (2) 7명 (3) 3명

03 (1) 산점도에서 점들이 오른쪽 위로 향하는 경향이 있는 것은 ㄴ, ㅁ이다.

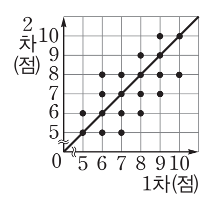
(2) 산점도에서 점들이 오른쪽 아래로 향하는 경향이 있는 것은 ㄱ, ㄹ이다.

답 (1) ㄴ, ㅁ (2) ㄱ, ㄹ (3) ㄷ, ㅂ

핵심문제 익히기 본문 134~136쪽

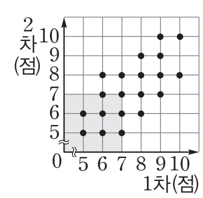
1 ④	**2** (1) 40 % (2) 35점
3 (1) 3명 (2) 7명	**4** 35 %
5 ④	**6** ㄴ, ㄷ

1 ③ 1차 성적과 2차 성적이 같은 학생 수는 오른쪽 산점도에서 대각선 위의 점의 개수와 같으므로 6명이다.



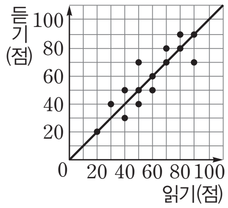
④ 1차 성적보다 2차 성적이 떨어진 학생 수는 위의 산점도에서 대각선 아래쪽 부분의 점의 개수와 같으므로 8명이다.

⑤ 1차 성적과 2차 성적이 모두 7점 이하인 학생 수는 오른쪽 산점도에서 색칠한 부분(경계선 포함)의 점의 개수와 같으므로 8명이다.



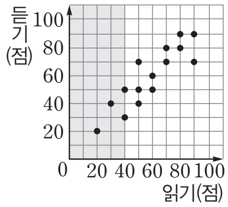
따라서 옳지 않은 것은 ④이다. 답 ④

2 (1) 읽기 점수와 듣기 점수가 같은 학생 수는 오른쪽 산점도에서 대각선 위의 점의 개수와 같으므로 6명이다.



$\therefore \frac{6}{15}\times 100=40\ (\%)$

(2) 읽기 점수가 40점 이하인 학생 수는 오른쪽 산점도에서 색칠한 부분(경계선 포함)의 점의 개수와 같으므로 4명이다.

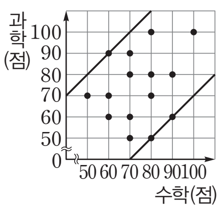


$\therefore (\text{평균})=\frac{20+30+40+50}{4}$

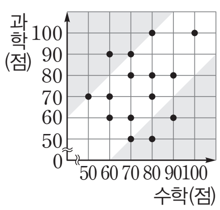
$=\frac{140}{4}=35\ (\text{점})$

답 (1) 40 % (2) 35점

3 (1) 수학 성적과 과학 성적의 차가 30점인 학생 수는 오른쪽 산점도에서 두 직선 위의 점의 개수와 같으므로 3명이다.

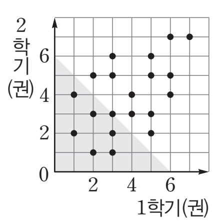


(2) 수학 성적과 과학 성적의 차가 20점 이상인 학생 수는 오른쪽 산점도에서 색칠한 부분(경계선 포함)의 점의 개수와 같으므로 7명이다.



답 (1) 3명 (2) 7명

4 1학기와 2학기에 읽은 책의 수의 평균이 3권 이하인 학생 수는 1학기와 2학기에 읽은 책의 수의 합이 6권 이하인 학생 수와 같다.
즉 오른쪽 산점도에서 색칠한 부분(경계선 포함)의 점의 개수와 같으므로 7명이다.



$\therefore \frac{7}{20}\times 100=35\ (\%)$

답 35 %

5 ①, ②, ③, ⑤ 양의 상관관계
④ 상관관계가 없다.
따라서 상관관계가 나머지 넷과 다른 하나는 ④이다.

답 ④

6 ㄱ. A가 B보다 성적이 좋다.
이상에서 옳은 것은 ㄴ, ㄷ이다.

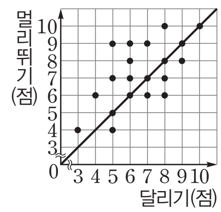
답 ㄴ, ㄷ

이런 문제가 시험에 나온다

> 본문 137쪽

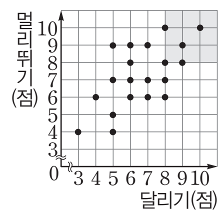
01 (1) 45 % (2) 9점
02 (1) 9개 (2) 20 %
03 ⑤
04 ①, ⑤

01 (1) 멀리뛰기 실기 점수가 달리기 실기 점수보다 높은 학생 수는 오른쪽 산점도에서 대각선 위쪽 부분의 점의 개수와 같으므로 9명이다.



$\therefore \frac{9}{20}\times 100=45\ (\%)$

(2) 달리기 실기 점수와 멀리뛰기 실기 점수가 모두 8점 이상인 학생 수는 오른쪽 산점도에서 색칠한 부분(경계선 포함)의 점의 개수와 같으므로 5명이다.

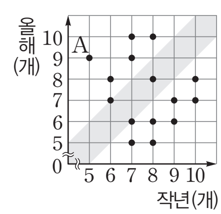


$\therefore (\text{평균})=\frac{8+8+9+10+10}{5}$

$=\frac{45}{5}=9\ (\text{점})$

답 (1) 45 % (2) 9점

02 (1) 작년과 올해 친 홈런의 개수의 차가 가장 큰 선수는 개수의 차가 4개인 A이다.
따라서 올해 친 홈런의 개수는 9개이다.



(2) 작년과 올해 친 홈런의 개수의 차가 1개 이하인 선수 수는 위의 산점도에서 색칠한 부분(경계선 포함)의 점의 개수와 같으므로 3명이다.

$\therefore \frac{3}{15}\times 100=20\ (\%)$

답 (1) 9개 (2) 20 %

03 교통량이 증가할수록 대기 중 이산화질소의 농도가 높아지므로 x와 y 사이에는 양의 상관관계가 있다.
따라서 x와 y 사이의 상관관계를 나타내는 산점도로 알맞은 것은 ⑤이다.

답 ⑤

04 ② A는 키에 비하여 몸무게가 많이 나간다.
③ B는 키도 크고 몸무게도 많이 나간다.
④ C는 키도 작고 몸무게도 적게 나간다.
따라서 옳은 것은 ①, ⑤이다. 답 ①, ⑤

중단원 마무리하기

> 본문 138～141쪽

01 제1사분위수: 7시간, 제2사분위수: 10시간, 제3사분위수: 12시간

02 ④	**03** ⑤	**04** ③	**05** ①, ⑤
06 ④	**07** ②	**08** ④	**09** ②
10 ⑤	**11** ㄱ, ㄷ	**12** ④	**13** B 반
14 음의 상관관계		**15** 9명	**16** 4명
17 ㄴ, ㄷ	**18** 30	**19** 15 %	**20** 64점

01 **전략** 먼저 자료의 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열한다.
자료의 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면
3, 5, 6, 8, 8, 10, 10, 10, 10, 14, 15, 20
따라서 이 자료의 중앙값, 즉 제2사분위수는
$\frac{10+10}{2}=10$ (시간)이다.
또 3, 5, 6, 8, 8, 10의 중앙값은 $\frac{6+8}{2}=7$ (시간)이므로 제1사분위수는 7시간이고, 10, 10, 10, 14, 15, 20의 중앙값은 $\frac{10+14}{2}=12$ (시간)이므로 제3사분위수는 12시간이다.
답 제1사분위수: 7시간, 제2사분위수: 10시간, 제3사분위수: 12시간

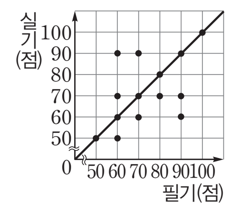
02 **전략** 중앙값이 21임을 이용하여 x의 값을 구한 후
(사분위수 범위)=(제3사분위수)−(제1사분위수)
임을 이용한다.
중앙값이 21이므로
$3x=21$ $\quad\therefore x=7$
따라서 제1사분위수는 $x+9=7+9=16$, 제3사분위수는 25이므로 사분위수 범위는
$25-16=9$ 답 ④

03 **전략** 상자그림의 특징에 대하여 생각해 본다.
⑤ 상자그림은 모든 자료의 값을 알 수 없으므로 자료의 평균을 구할 수 없다.
따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다. 답 ⑤

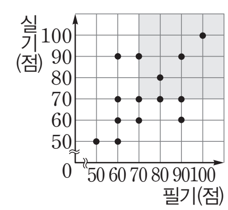
04 **전략** 최솟값, 제1사분위수, 중앙값, 제3사분위수, 최댓값을 이용하여 자료를 상자그림으로 나타낸다.
최솟값이 1 ℃, 제1사분위수가 4 ℃, 중앙값이 8 ℃, 제3사분위수가 10 ℃, 최댓값이 14 ℃이므로 상자그림으로 바르게 나타낸 것은 ③이다. 답 ③

05 **전략** 상자그림에서 구간의 길이가 짧을수록 변량이 밀집되어 있고, 구간의 길이가 길수록 넓게 흩어져 있다.
② 턱걸이 기록이 가장 나쁜 학생의 턱걸이 기록은 2회이다.
③ 턱걸이 기록이 10회 이상 16회 이하인 학생은 전체의 약 50 %이다.
④ 제3사분위수가 16회이므로 기록이 상위 25 % 이내에 들려면 기록은 최소 16회이어야 한다.
따라서 옳은 것은 ①, ⑤이다. 답 ①, ⑤

06 **전략** 주어진 산점도에 기준이 되는 보조선을 그어 해결한다.
① 필기 점수보다 실기 점수가 높은 학생 수는 오른쪽 산점도에서 대각선 위쪽 부분의 점의 개수와 같으므로 3명이다.

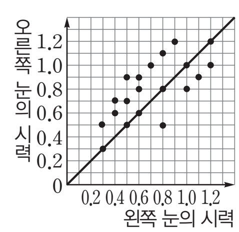


② 필기 점수보다 실기 점수가 낮은 학생 수는 위의 산점도에서 대각선 아래쪽 부분의 점의 개수와 같으므로 5명이다.
③ 70점의 도수가 4명으로 가장 크므로 최빈값은 70점이다.
④ 실기 점수가 70점인 학생들의 필기 점수는 60점, 70점, 80점, 90점이므로
$$(\text{평균})=\frac{60+70+80+90}{4}=\frac{300}{4}=75\ (\text{점})$$
⑤ 필기 점수와 실기 점수가 모두 70점 이상인 학생 수는 오른쪽 산점도에서 색칠한 부분(경계선 포함)의 점의 개수와 같으므로 7명이다.

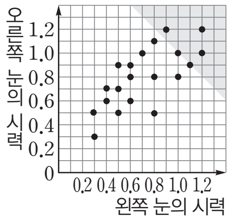


$$\therefore \frac{7}{14}\times100=50\ (\%)$$
따라서 옳은 것은 ④이다. 답 ④
참고 최빈값은 자료의 변량 중에서 가장 많이 나타난 값이다.

07 **전략** 주어진 산점도를 분석하여 참, 거짓을 판별한다.
ㄱ. 왼쪽 눈의 시력과 오른쪽 눈의 시력이 같은 학생 수는 오른쪽 산점도에서 대각선 위의 점의 개수와 같으므로 6명이다.



ㄴ. 왼쪽 눈의 시력과 오른쪽 눈의 시력의 합이 2.0 이상인 학생 수는 오른쪽 산점도에서 색칠한 부분(경계선 포함)의 점의 개수와 같으므로 5명이다.



ㄹ. 왼쪽 눈의 시력과 오른쪽 눈의 시력 사이에는 양의 상관관계가 있다.

이상에서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다. 답 ②

08 전략 산점도에서 점들이 오른쪽 위로 향하는 경향이 있으면 양의 상관관계가 있고, 오른쪽 아래로 향하는 경향이 있으면 음의 상관관계가 있다.

음의 상관관계를 나타내는 것은 ④, ⑤이고 ④가 ⑤보다 점들이 가까이 분포되어 있으므로 가장 강한 음의 상관관계를 나타내는 것은 ④이다. 답 ④

09 전략 한 변량이 증가함에 따라 다른 변량이 증가하는지 감소하는지 분명하지 않을 때, 두 변량 사이에는 상관관계가 없다고 한다.

①, ③, ⑤ 양의 상관관계

④ 음의 상관관계

따라서 두 변량 사이에 상관관계가 없는 것은 ②이다.

답 ②

10 전략 주어진 산점도에서 A, B, C, D, E의 가족 수와 생활비를 분석한다.

⑤ A, B, C, D, E 중 가족 수에 비하여 생활비가 가장 적게 드는 가구는 E이다.

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다. 답 ⑤

11 전략 히스토그램과 상자그림을 이용하여 자료를 분석한다.

ㄱ. 히스토그램에서 전체 학생 수는

$2+7+9+4+2+1=25$ (명)

ㄴ. 상자그림에서 최솟값이 152 cm이므로 키가 가장 작은 학생의 키는 152 cm이다.

ㄷ. 히스토그램에서 키가 165 cm 이상인 학생 수는

$4+2+1=7$ (명)

ㄹ. 상자그림에서 키가 158 cm 이상 166 cm 이하인 학생은 전체의 약 50 %이고, 키가 166 cm 이상인 학생은 전체의 약 25 %이므로 키가 158 cm 이상 166 cm 이하인 학생 수와 키가 166 cm 이상인 학생 수는 같지 않다.

이상에서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다. 답 ㄱ, ㄷ

개념 더하기

(1) 히스토그램에서 알 수 있는 것
➡ 계급의 크기, 계급의 도수, 전체 도수 등

(2) 상자그림에서 알 수 있는 것
➡ 최솟값, 최댓값, 사분위수

12 전략 주어진 두 상자그림을 분석하여 참, 거짓을 판별한다.

② 2반에서 읽은 책의 수가 12권 이상인 학생은 2반 전체의 약 25 %이다.

즉 2반에서 읽은 책의 수가 12권 이상인 학생은 최소

$$20\times\frac{25}{100}=5\text{ (명)}$$

③ 1반의 중앙값은 6권, 2반의 중앙값은 9권이므로 2반의 중앙값이 1반의 중앙값보다 크다.

④ 1반에서 읽은 책의 수가 6권 이하인 학생은 전체의 약 50 %이고, 2반에서 읽은 책의 수가 6권 이하인 학생은 전체의 약 25 %이다.

1반과 2반의 학생 수가 같으므로 읽은 책의 수가 6권 이하인 학생은 1반이 2반보다 많다.

⑤ 2반의 중앙값이 1반의 중앙값보다 크고, 2반의 상자가 1반의 상자보다 오른쪽에 있으므로 2반이 1반보다 읽은 책의 수가 대체로 많다고 할 수 있다.

따라서 옳지 않은 것은 ④이다. 답 ④

13 전략 A, B, C 세 반의 수학 성적의 중앙값을 구한다.

A 반의 중앙값은 65점, B 반의 중앙값은 75점, C 반의 중앙값은 70점이므로 수학 성적이 70점 이상인 학생의 비율이 가장 높은 반은 B 반이다. 답 B 반

다른 풀이 각 반에서 수학 성적이 70점 이상인 학생은

A 반: 전체의 약 25 %

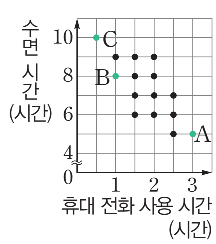
B 반: 전체의 약 75 %

C 반: 전체의 약 50 %

따라서 수학 성적이 70점 이상인 학생의 비율이 가장 높은 반은 B 반이다.

14 전략 점을 바르게 나타내어 휴대 전화 사용 시간과 수면 시간 사이에 어떤 상관관계가 있는지 알아본다.

A, B, C 세 명의 휴대 전화 사용 시간을 산점도에 바르게 나타내면 오른쪽 그림과 같다.

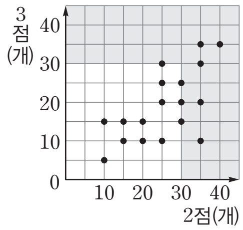


따라서 하준이네 반 친구들 15명의 휴대 전화 사용 시간과 수면 시간 사이에는 음의 상관관계가 있다.

답 음의 상관관계

15 전략 주어진 산점도에 기준이 되는 보조선을 그어 해결한다.

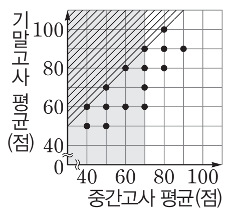
적어도 한 종류의 슛을 30개 이상 넣은 학생 수는 오른쪽 산점도에서 색칠한 부분(경계선 포함)의 점의 개수와 같으므로 9명이다.



답 9명

16 전략 산점도에서 두 조건을 모두 만족시키는 점의 개수를 구한다.

조건 (가)에서 중간고사 평균이 70점 이하인 학생 수는 오른쪽 산점도에서 색칠한 부분(경계선 포함)의 점의 개수와 같으므로 11명이다.



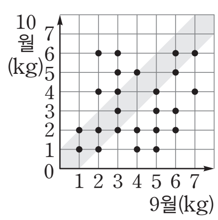
조건 (나)에서 기말고사 평균이 중간고사 평균보다 20점 이상 향상된 학생 수는 위의 산점도에서 빗금 친 부분(경계선 포함)의 점의 개수와 같으므로 5명이다.

따라서 조건 (가), (나)를 모두 만족시키는 학생은 4명이므로 발전상을 받게 될 학생은 4명이다. 답 4명

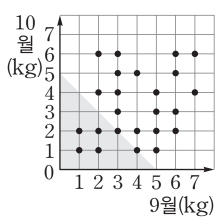
17 전략 주어진 산점도를 분석하여 참, 거짓을 판별한다.

ㄱ. 두 달 동안 가장 많은 체중을 감량한 참가자가 10월에 감량한 체중은 6 kg이다.

ㄴ. 두 달 동안 감량한 체중의 차가 1 kg 이하인 참가자 수는 오른쪽 산점도에서 색칠한 부분(경계선 포함)의 점의 개수와 같으므로 12명이다.



ㄷ. 두 달 동안 감량한 체중이 5 kg 이하인 참가자 수는 오른쪽 산점도에서 색칠한 부분(경계선 포함)의 점의 개수와 같으므로 6명이다.



$\therefore \dfrac{6}{24}\times 100=25\,(\%)$

이상에서 옳은 것은 ㄴ, ㄷ이다. 답 ㄴ, ㄷ

18 전략 먼저 평균을 이용하여 a와 b 사이의 관계식을 구한다.

평균이 7이므로

$$\frac{5+a+10+4+b+7+11+6+4+7+12}{11}=7$$

$66+a+b=77$

$\therefore a+b=11$

이때 a, b는 자연수이고 $a<b$이므로 a, b의 순서쌍 (a, b)는

$(1, 10)$, $(2, 9)$, $(3, 8)$, $(4, 7)$, $(5, 6)$ ······ ㉠

a, b를 제외한 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

4, 4, 5, 6, 7, 7, 10, 11, 12

전체 변량이 11개일 때, 제1사분위수는 3번째 변량이므로 제1사분위수가 5이려면 $a\geq 5$이어야 한다.

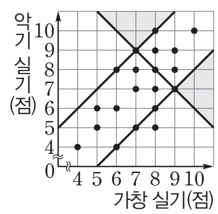
따라서 ㉠에서

$a=5$, $b=6$

$\therefore ab=5\times 6=30$ 답 30

19 전략 두 실기 점수의 평균이 8점 이상인 학생 수는 두 실기 점수의 합이 16점 이상인 학생 수와 같음을 이용한다.

두 실기 점수의 차가 2점 이상이고, 두 실기 점수의 평균이 8점 이상인 학생 수는 오른쪽 산점도에서 색칠한 부분(경계선 포함)의 점의 개수와 같으므로 3명이다.



$\therefore \dfrac{3}{20}\times 100=15\,(\%)$

답 15 %

20 전략 산점도에서 왼쪽 아래에 있을수록 두 과목의 성적의 합이 낮음을 이용한다.

하위 20 % 이내에 드는 학생 수는

$25\times\dfrac{20}{100}=5$ (명)

이 학생들의 영어 성적은 60점, 60점, 65점, 65점, 70점이므로

$$(\text{평균})=\frac{60+60+65+65+70}{5}$$

$$=\frac{320}{5}=64\text{ (점)}$$

답 64점

서술형 대비 문제

> 본문 142~143쪽

1 $a=37$, $b=45$ 2 25 %
3 제1사분위수: 14, 중앙값: 22
4 풀이 참조 5 47 6 160점

1 1단계 자료의 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

30, 30, 32, 37, 37, 38, 39, 40,
40, 40, 41, 42, 48, 48, 50, 51

30, 30, 32, 37, 37, 38, 39, 40의 중앙값은

$\dfrac{37+37}{2}=37$이므로 제1사분위수는 37이다.

$\therefore a=37$

2단계 40, 40, 41, 42, 48, 48, 50, 51의 중앙값은

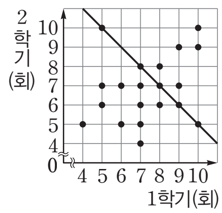
$\frac{42+48}{2}=45$이므로 제3사분위수는 45이다.

$\therefore b=45$

답 $a=37$, $b=45$

2 1단계 전체 학생 수는 산점도에서의 점의 개수와 같으므로 20명이다.

2단계 서점을 방문한 횟수의 합이 15회인 학생 수는 오른쪽 산점도에서 직선 위의 점의 개수와 같으므로 5명이다.



$\therefore \frac{5}{20}\times 100=25\ (\%)$

답 25 %

3 1단계 제3사분위수가 26이므로

$3x-1=26 \quad \therefore x=9$

2단계 제1사분위수는 $\quad x+5=9+5=14$

3단계 중앙값은

$\frac{(2x+3)+23}{2}=\frac{21+23}{2}=22$

답 제1사분위수: 14, 중앙값: 22

단계	채점 요소	배점
1	x의 값 구하기	2점
2	제1사분위수 구하기	2점
3	중앙값 구하기	2점

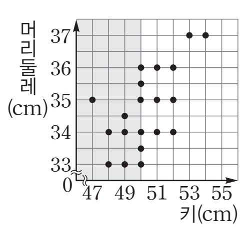
4 1단계 (1) A 회사 직원들의 나이의 중앙값은 36세이고, B 회사 직원들의 나이의 중앙값은 32세이다.

2단계 (2) B 회사 직원들의 나이의 중앙값이 A 회사 직원들의 나이의 중앙값보다 작고, B 회사의 상자가 A 회사의 상자보다 왼쪽에 있으므로 B 회사 직원들이 A 회사 직원들보다 대체로 젊다고 할 수 있다.

답 풀이 참조

단계	채점 요소	배점
1	A, B 두 회사 직원들의 나이의 중앙값 구하기	4점
2	A, B 두 회사 중 직원들이 대체로 더 젊은 회사는 어디인지 구하고, 그 이유 설명하기	4점

5 1단계 키가 50 cm 이하인 신생아 수는 오른쪽 산점도에서 색칠한 부분(경계선 포함)의 점의 개수와 같으므로 12명이다.



$\therefore a=12$

2단계 키가 51 cm인 신생아의 머리둘레의 평균은

$\frac{34+35+36}{3}=\frac{105}{3}=35\ (\text{cm})$

$\therefore b=35$

3단계 $a+b=12+35=47$

답 47

단계	채점 요소	배점
1	a의 값 구하기	3점
2	b의 값 구하기	3점
3	$a+b$의 값 구하기	1점

6 1단계 상위 30 % 이내에 드는 학생 수는

$20\times\frac{30}{100}=6\ (\text{명})$

2단계 수학 성적과 과학 성적의 합이 6번째로 높은 학생의 수학 성적과 과학 성적은 모두 80점이므로 두 성적의 합은

$80+80=160\ (\text{점})$

따라서 상장을 받은 학생의 두 성적의 합은 최소 160점이다.

답 160점

단계	채점 요소	배점
1	상위 30 % 이내에 드는 학생 수 구하기	3점
2	상장을 받은 학생의 두 성적의 합은 최소 몇 점인지 구하기	4점

MEMO

MEMO