

정답

수학의 시작 개념원리

중학 수학 **2-2**

정답 및 풀이





I-1

삼각형의 성질

01 이등변삼각형의 성질

개념원리 확인하기

▶ 본문 12쪽

01 (1) 70° (2) 40°

02 (1) 65° (2) 110°

03 (1) 10 (2) 30

04 (1) 11 (2) 8

01 (1) $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로

$$\angle C = \angle B = 55^\circ$$

삼각형의 세 내각의 크기의 합은 180° 이므로

$$\angle x + 55^\circ + 55^\circ = 180^\circ$$

$$\therefore \angle x = 70^\circ$$

(2) $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로

$$\angle B = \angle C = \angle x$$

삼각형의 세 내각의 크기의 합은 180° 이므로

$$100^\circ + \angle x + \angle x = 180^\circ, \quad 2\angle x = 80^\circ$$

$$\therefore \angle x = 40^\circ$$

답 (1) 70° (2) 40°

02 (1) $\angle ABC = 180^\circ - 115^\circ = 65^\circ$

$\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로

$$\angle x = \angle ABC = 65^\circ$$

(2) $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로

$$\angle ACB = \angle B = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 40^\circ) = 70^\circ$$

$$\therefore \angle x = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$$

답 (1) 65° (2) 110°

03 (1) 이등변삼각형의 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분하므로

$$\overline{BC} = 2\overline{BD} = 2 \times 5 = 10 \text{ (cm)}$$

$$\therefore x = 10$$

(2) 이등변삼각형의 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분하므로

$$\angle ADB = 90^\circ$$

$\angle B = 60^\circ$ 이므로 $\triangle ABD$ 에서

$$\angle BAD = 180^\circ - (60^\circ + 90^\circ) = 30^\circ$$

$$\therefore x = 30$$

답 (1) 10 (2) 30

04 (1) $\angle B = \angle C$ 이므로 $\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형이다.

즉 $\overline{AB} = \overline{AC} = 11 \text{ (cm)}$ 이므로

$$x = 11$$

(2) $\triangle ABC$ 에서

$$\angle C = 180^\circ - (65^\circ + 50^\circ) = 65^\circ$$

따라서 $\angle A = \angle C$ 이므로 $\triangle ABC$ 는 $\overline{BA} = \overline{BC}$ 인 이등변삼각형이다.

즉 $\overline{BC} = \overline{BA} = 8 \text{ (cm)}$ 이므로

$$x = 8$$

답 (1) 11 (2) 8

핵심문제 익히기

▶ 본문 13~15쪽

1 42°

2 79

3 35°

4 32°

5 3 cm

6 31

1 $\angle BDC = 180^\circ - 106^\circ = 74^\circ$

$\triangle BCD$ 에서 $\overline{BC} = \overline{BD}$ 이므로

$$\angle C = \angle BDC = 74^\circ$$

$$\therefore \angle CBD = 180^\circ - (74^\circ + 74^\circ) = 32^\circ$$

$\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로

$$\angle ABC = \angle C = 74^\circ$$

$$\therefore \angle x = \angle ABC - \angle CBD = 74^\circ - 32^\circ = 42^\circ$$

답 42°

2 이등변삼각형의 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분하므로

$$\overline{BC} = 2\overline{BD} = 2 \times 7 = 14 \text{ (cm)}$$

$$\therefore x = 14$$

$\triangle ADC$ 에서 $\angle ADC = 90^\circ$, $\angle CAD = \angle BAD = 25^\circ$ 이므로

$$\angle C = 180^\circ - (90^\circ + 25^\circ) = 65^\circ$$

$$\therefore y = 65$$

$$\therefore x + y = 14 + 65 = 79$$

답 79

3 $\triangle DBC$ 에서 $\overline{DB} = \overline{DC}$ 이므로

$$\angle B = \angle DCB = \angle x$$

$$\therefore \angle CDA = \angle x + \angle x = 2\angle x$$

$\triangle CAD$ 에서 $\overline{CD} = \overline{CA}$ 이므로

$$\angle A = \angle CDA = 2\angle x$$

따라서 $\triangle ABC$ 에서

$$\angle x + 2\angle x = 105^\circ, \quad 3\angle x = 105^\circ$$

$$\therefore \angle x = 35^\circ$$

답 35°

4 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로
 $\angle ACB = \angle ABC = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 76^\circ) = 52^\circ$
 $\angle ACE = 180^\circ - \angle ACB = 180^\circ - 52^\circ = 128^\circ$ 이므로
 $\angle DCE = \frac{1}{2} \angle ACE = \frac{1}{2} \times 128^\circ = 64^\circ$
 $\triangle DBC$ 에서 $\overline{CB} = \overline{CD}$ 이므로
 $\angle DBC = \angle D = \angle x$
 따라서 $\triangle DBC$ 에서
 $\angle x + \angle x = 64^\circ, \quad 2\angle x = 64^\circ$
 $\therefore \angle x = 32^\circ$ 답 32°

5 $\triangle DBC$ 에서
 $\angle ADC = 30^\circ + 30^\circ = 60^\circ$
 $\triangle ADC$ 에서
 $\angle ACD = 180^\circ - (60^\circ + 60^\circ) = 60^\circ$
 따라서 $\triangle ADC$ 는 정삼각형이므로
 $\overline{CD} = \overline{AD} = 3$ (cm)
 이때 $\angle B = \angle DCB = 30^\circ$ 이므로 $\triangle DBC$ 는 $\overline{DB} = \overline{DC}$ 인
 이등변삼각형이다.
 $\therefore \overline{BD} = \overline{CD} = 3$ (cm) 답 3 cm

6 $\angle BAC = \angle DAC = 70^\circ$ (접은 각)
 $\angle BCA = \angle DAC = 70^\circ$ (엇각)
 따라서 $\triangle ABC$ 에서
 $\angle ABC = 180^\circ - (70^\circ + 70^\circ) = 40^\circ$
 $\therefore x = 40$
 또 $\angle BAC = \angle BCA$ 에서 $\triangle ABC$ 는 $\overline{BA} = \overline{BC}$ 인 이등변
 삼각형이므로
 $\overline{BC} = \overline{BA} = 9$ (cm) $\therefore y = 9$
 $\therefore x - y = 40 - 9 = 31$ 답 31

이런 문제가 시험에 나온다

> 본문 16~17쪽

- 01 ④ 02 100° 03 ③ 04 6 cm
 05 ② 06 ④
 07 (가) $\angle ACB$ (나) $\angle DCB$ (다) 이등변 08 13 cm

01 ④ (라) SAS
 따라서 옳지 않은 것은 ④이다. 답 ④

02 $\triangle BCD$ 에서 $\overline{BC} = \overline{BD}$ 이므로
 $\angle BCD = \angle D = 70^\circ$
 $\therefore \angle B = 180^\circ - (70^\circ + 70^\circ) = 40^\circ$

$\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로
 $\angle ACB = \angle B = 40^\circ$
 $\therefore \angle x = 180^\circ - (40^\circ + 40^\circ) = 100^\circ$ 답 100°

03 $\overline{AE} \parallel \overline{BC}$ 이므로
 $\angle B = \angle DAE = 50^\circ$ (동위각)
 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{BA} = \overline{BC}$ 이므로
 $\angle C = \angle BAC = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 50^\circ) = 65^\circ$
 $\therefore \angle EAC = \angle C = 65^\circ$ (엇각) 답 ③

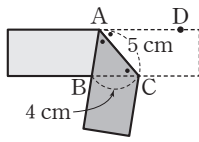
04 $\overline{AD}$ 는 $\angle A$ 의 이등분선이므로
 $\overline{BD} = \frac{1}{2} \overline{BC} = \frac{1}{2} \times 10 = 5$ (cm), $\angle ADB = 90^\circ$
 $\triangle ABD$ 의 넓이가 15 cm^2 이므로
 $\frac{1}{2} \times 5 \times \overline{AD} = 15$
 $\therefore \overline{AD} = 6$ (cm) 답 6 cm

05 $\triangle EBD$ 에서 $\overline{EB} = \overline{ED}$ 이므로
 $\angle EDB = \angle B = \angle x$
 $\therefore \angle AED = \angle x + \angle x = 2\angle x$
 $\triangle EDA$ 에서 $\overline{DE} = \overline{DA}$ 이므로
 $\angle DAE = \angle DEA = 2\angle x$
 $\triangle ABD$ 에서
 $\angle ADC = \angle x + 2\angle x = 3\angle x$
 $\triangle ADC$ 에서 $\overline{AD} = \overline{AC}$ 이므로
 $\angle ACD = \angle ADC = 3\angle x$
 $\triangle ABC$ 에서
 $\angle x + 3\angle x = 88^\circ, \quad 4\angle x = 88^\circ$
 $\therefore \angle x = 22^\circ$ 답 ②

06 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로
 $\angle ABC = \angle ACB = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 60^\circ) = 60^\circ$
 $\therefore \angle DBC = \frac{1}{2} \angle ABC = \frac{1}{2} \times 60^\circ = 30^\circ$
 또 $\angle ACE = 180^\circ - \angle ACB = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$ 이므로
 $\angle DCE = \frac{2}{1+2} \angle ACE = \frac{2}{3} \times 120^\circ = 80^\circ$
 따라서 $\triangle DBC$ 에서
 $30^\circ + \angle x = 80^\circ \quad \therefore \angle x = 50^\circ$ 답 ④

07 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로
 $\angle ABC = \angle ACB$
 $\therefore \angle DBC = \frac{1}{2} \angle ABC = \frac{1}{2} \angle ACB = \angle DCB$
 따라서 $\triangle DBC$ 는 $\overline{DB} = \overline{DC}$ 인 이등변 삼각형이다.
답 (가) $\angle ACB$ (나) $\angle DCB$ (다) 이등변

- 08 $\angle BAC = \angle DAC$ (접은 각),
 $\angle BCA = \angle DAC$ (엇각)이므로
 $\angle BAC = \angle BCA$
 즉 $\triangle ABC$ 는 $\overline{BA} = \overline{BC}$ 인 이등변
 삼각형이므로
 $\overline{BA} = \overline{BC} = 4$ (cm)
 따라서 $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이는
 $4 + 4 + 5 = 13$ (cm)



답 13 cm

02 직각삼각형의 합동 조건

개념원리 확인하기

> 본문 20쪽

- 01 (1) $\overline{DE}$, $\angle E$, RHA (2) $\angle E$, $\overline{DF}$, $\overline{FE}$, RHS
 02 (1) 8 (2) 25 03 4 04 28

- 01 (1) $\triangle ABC$ 와 $\triangle DEF$ 에서
 $\angle C = \angle F = 90^\circ$, $\overline{AB} = \overline{DE}$, $\angle B = \angle E$
 이므로 $\triangle ABC \equiv \triangle DEF$ (RHA 합동)
 (2) $\triangle ABC$ 와 $\triangle DFE$ 에서
 $\angle C = \angle E = 90^\circ$, $\overline{AB} = \overline{DF}$, $\overline{BC} = \overline{FE}$
 이므로 $\triangle ABC \equiv \triangle DFE$ (RHS 합동)
 답 (1) $\overline{DE}$, $\angle E$, RHA (2) $\angle E$, $\overline{DF}$, $\overline{FE}$, RHS

- 02 (1) $\triangle ABC$ 와 $\triangle FED$ 에서
 $\angle B = \angle E = 90^\circ$, $\overline{AC} = \overline{FD}$,
 $\angle A = 180^\circ - (90^\circ + 50^\circ) = 40^\circ = \angle F$
 이므로 $\triangle ABC \equiv \triangle FED$ (RHA 합동)
 따라서 $\overline{FE} = \overline{AB} = 8$ (cm)이므로
 $x = 8$
 (2) $\triangle ABC$ 와 $\triangle DEF$ 에서
 $\angle B = \angle E = 90^\circ$, $\overline{AC} = \overline{DF}$, $\overline{AB} = \overline{DE}$
 이므로 $\triangle ABC \equiv \triangle DEF$ (RHS 합동)
 따라서 $\angle C = \angle F = 180^\circ - (65^\circ + 90^\circ) = 25^\circ$ 이므로
 $x = 25$
 답 (1) 8 (2) 25

- 03 $\angle AOP = \angle BOP$ 이므로
 $\overline{PB} = \overline{PA} = 4$ (cm)
 $\therefore x = 4$

답 4

- 04 $\overline{PA} = \overline{PB}$ 이므로
 $\angle BOP = \angle AOP = 28^\circ$
 $\therefore x = 28$

답 28

핵심문제 익히기

> 본문 21~23쪽

- 1 ④ 2 나, 다, 라 3 24 cm^2 4 24°
 5 나, 다, 라 6 20°

- 1 ① 빗변의 길이와 다른 한 변의 길이가 각각 같으므로
 RHS 합동이다.
 ② 한 변의 길이가 같고 그 양 끝 각의 크기가 각각 같으므로
 ASA 합동이다.
 ③ 두 변의 길이가 각각 같고 그 끼인각의 크기가 같으므로
 SAS 합동이다.
 ④ 세 내각의 크기가 각각 같다고 해서 두 삼각형이 항상
 합동이 되는 것은 아니다.
 ⑤ 빗변의 길이와 한 예각의 크기가 각각 같으므로 RHA
 합동이다.
 따라서 합동이 되는 조건이 아닌 것은 ④이다.

답 ④

개념 더하기

삼각형의 합동 조건

- ① 대응하는 세 변의 길이가 각각 같을 때 $\rightarrow$ SSS 합동
 ② 대응하는 두 변의 길이가 각각 같고 그 끼인각의 크기가 같을 때
 $\rightarrow$ SAS 합동
 ③ 대응하는 한 변의 길이가 같고 그 양 끝 각의 크기가 각각 같을 때
 $\rightarrow$ ASA 합동

- 2 나. 빗변의 길이와 한 예각의 크기가 각각 같으므로 RHA
 합동이다.
 다. 나머지 한 각의 크기는
 $180^\circ - (30^\circ + 90^\circ) = 60^\circ$
 따라서 한 변의 길이가 같고 그 양 끝 각의 크기가 각각
 같으므로 ASA 합동이다.
 라. 빗변의 길이와 다른 한 변의 길이가 각각 같으므로
 RHS 합동이다.
 이상에서 직각삼각형 ABC와 합동인 것은 나, 다, 라이다.
 답 나, 다, 라

- 3 $\triangle BDM$ 과 $\triangle CEM$ 에서
 $\angle BDM = \angle CEM = 90^\circ$, $\overline{BM} = \overline{CM}$,
 $\angle BMD = \angle CME$ (맞꼭지각)
 이므로 $\triangle BDM \equiv \triangle CEM$ (RHA 합동)
 따라서 $\overline{BD} = \overline{CE} = 4$ (cm), $\overline{DM} = \overline{EM} = 3$ (cm)이므로
 $\triangle ABD = \frac{1}{2} \times 4 \times (9 + 3) = 24$ (cm^2)

답 24 cm^2

- 4 $\triangle EBC$ 와 $\triangle DCB$ 에서
 $\angle BEC = \angle CDB = 90^\circ$, $\overline{BC}$ 는 공통, $\overline{BE} = \overline{CD}$
 이므로 $\triangle EBC \equiv \triangle DCB$ (RHS 합동)
 따라서 $\angle ECB = \angle DCB = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 48^\circ) = 66^\circ$ 이므로
 $\triangle EBC$ 에서
 $\angle ECB = 180^\circ - (90^\circ + 66^\circ) = 24^\circ$ **답** 24°

- 5 $\triangle POQ$ 와 $\triangle POR$ 에서
 $\angle OQP = \angle ORP = 90^\circ$, $\overline{OP}$ 는 공통, $\overline{PQ} = \overline{PR}$
 이므로 $\triangle POQ \equiv \triangle POR$ (RHS 합동)
 $\therefore \triangle POQ \equiv \triangle POR$ 이므로
 $\overline{OQ} = \overline{OR}$, $\angle QOP = \angle ROP$
 이상에서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ이다. **답** ㄱ, ㄴ, ㄷ

- 6 $\overline{PA} = \overline{PB}$ 이므로
 $\angle AOP = \angle BOP = \angle x$
 따라서 사각형 AOBP에서
 $90^\circ + \angle x + \angle x + 90^\circ + 140^\circ = 360^\circ$
 $2\angle x = 40^\circ \quad \therefore \angle x = 20^\circ$ **답** 20°

이런 문제가 시험에 나온다

▶ 본문 24~25쪽

- 01 ㄴ과 ㄷ: RHA 합동, ㄷ과 ㄹ: RHS 합동
 02 ③, ⑤ 03 ④ 04 98 cm² 05 ③
 06 ② 07 ④ 08 55°

- 01 ㄴ과 ㄷ: ㄴ에서 나머지 한 각의 크기는
 $180^\circ - (90^\circ + 50^\circ) = 40^\circ$
 즉 빗변의 길이와 한 예각의 크기가 각각 같으므로
 RHA 합동이다.
 ㄷ과 ㄹ: 빗변의 길이와 다른 한 변의 길이가 각각 같으므로 RHS 합동이다.
답 ㄴ과 ㄷ: RHA 합동, ㄷ과 ㄹ: RHS 합동
- 02 ①, ②, ③ 한 변의 길이가 같고 그 양 끝 각의 크기가 각각 같으므로 ASA 합동이다.
 ④ 두 변의 길이가 각각 같고 그 끼인각의 크기가 같으므로 SAS 합동이다.
 ⑤ 빗변의 길이와 다른 한 변의 길이가 각각 같으므로 RHS 합동이다.
 따라서 옳은 것은 ③, ⑤이다. **답** ③, ⑤
- 03 ① $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로
 $\angle ABC = \angle ACB$

- ⑤ $\triangle EBC$ 와 $\triangle DCB$ 에서
 $\angle BEC = \angle CDB = 90^\circ$, $\overline{BC}$ 는 공통,
 $\angle EBC = \angle DCB$
 이므로 $\triangle EBC \equiv \triangle DCB$ (RHA 합동)
 ②, ③ $\triangle EBC \equiv \triangle DCB$ 이므로
 $\overline{BD} = \overline{CE}$, $\overline{BE} = \overline{CD}$
 따라서 옳지 않은 것은 ④이다. **답** ④

- 04 $\triangle ABD$ 와 $\triangle CAE$ 에서
 $\angle BDA = \angle AEC = 90^\circ$, $\overline{AB} = \overline{CA}$,
 $\angle DBA = 90^\circ - \angle DAB = \angle EAC$
 이므로 $\triangle ABD \equiv \triangle CAE$ (RHA 합동)
 따라서 $\overline{AE} = \overline{BD} = 8$ (cm), $\overline{AD} = \overline{CE} = 6$ (cm)이므로
 $\overline{DE} = \overline{DA} + \overline{AE} = 6 + 8 = 14$ (cm)
 $\therefore$ (사각형 DBCE의 넓이) $= \frac{1}{2} \times (8 + 6) \times 14$
 $= 98$ (cm²) **답** 98 cm²

- 05 $\triangle ABC$ 와 $\triangle DEC$ 에서
 $\angle ACB = \angle DCE = 90^\circ$, $\overline{AB} = \overline{DE}$, $\overline{AC} = \overline{DC}$
 이므로 $\triangle ABC \equiv \triangle DEC$ (RHS 합동)
 따라서 $\angle ABC = \angle DEC = 180^\circ - (90^\circ + 30^\circ) = 60^\circ$ 이므로
 사각형 BCEF에서
 $\angle x = 360^\circ - (60^\circ + 90^\circ + 60^\circ) = 150^\circ$ **답** ③

- 06 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{BA} = \overline{BC}$ 이므로
 $\angle C = \angle BAC = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 90^\circ) = 45^\circ$
 이때 $\triangle CED$ 에서 $\angle CED = 90^\circ$ 이므로
 $\angle EDC = 180^\circ - (90^\circ + 45^\circ) = 45^\circ$
 즉 $\angle EDC = \angle C$ 이므로
 $\overline{DE} = \overline{CE} = 2$ (cm)
 한편 $\triangle ABD$ 와 $\triangle AED$ 에서
 $\angle ABD = \angle AED = 90^\circ$, $\overline{AD}$ 는 공통, $\overline{AB} = \overline{AE}$
 이므로 $\triangle ABD \equiv \triangle AED$ (RHS 합동)
 $\therefore \overline{BD} = \overline{ED} = 2$ (cm) **답** ②

- 07 $\overline{AD}$ 는 $\angle BAC$ 의 이등분선이므로
 $\overline{DE} = \overline{DC} = 4$ (cm)
 $\therefore \triangle ABD = \frac{1}{2} \times 15 \times 4 = 30$ (cm²) **답** ④

- 08 $\overline{PA} = \overline{PB}$ 이므로 $\overline{OP}$ 는 $\angle AOB$ 의 이등분선이다.
 따라서 $\angle POB = \angle POA = 35^\circ$ 이므로
 $\angle x = 180^\circ - (90^\circ + 35^\circ) = 55^\circ$ **답** 55°

- | | |
|---|---------------------|
| 01 (가) $\angle C$ (나) $\angle A$ (다) $\angle B$ | 02 100° |
| 03 ② | 04 ④ |
| 05 ③ | 06 8 cm |
| 07 $\angle$ 과 $\square$, $\angle$ 과 $\square$ | 08 ③ |
| 09 70 | |
| 10 ⑤ | 11 ④ |
| 12 69° | 13 ④ |
| 14 ⑤ | 15 36° |
| 16 ③ | 17 ② |
| 18 5 cm | 19 ③ |
| 20 5 cm | 21 30° |
| 22 12 cm | 23 $\frac{5}{2}$ cm |
| 24 70 cm^2 | |

01 **전략** 정삼각형의 세 변의 길이는 모두 같음을 이용한다.

$\triangle ABC$ 가 정삼각형이라 하자.

$\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형이므로

$$\angle B = \angle C \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

또 $\triangle ABC$ 는 $\overline{BA} = \overline{BC}$ 인 이등변삼각형이므로

$$\angle A = \angle C \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$ 에서 $\angle A = \angle B = \angle C$

답 (가) $\angle C$ (나) $\angle A$ (다) $\angle B$

02 **전략** 두 직선이 평행하면 동위각 또는 엇각의 크기가 같음을 이용한다.

$\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이므로

$$\angle ADB = \angle DBC = 40^\circ \text{ (엇각)}$$

$\overline{AB} = \overline{AD}$ 이므로

$$\angle ABD = \angle ADB = 40^\circ$$

따라서 $\triangle ABD$ 에서

$$\angle x = 180^\circ - (40^\circ + 40^\circ) = 100^\circ \quad \text{답 } 100^\circ$$

03 **전략** 이등변삼각형의 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분한다.

$\triangle ABD$ 에서 $\angle ADB = 90^\circ$, $\angle BAD = 32^\circ$ 이므로

$$\angle B = 180^\circ - (90^\circ + 32^\circ) = 58^\circ$$

$$\therefore x = 58$$

또 $\overline{BD} = \overline{CD}$ 이므로

$$\overline{CD} = \frac{1}{2} \overline{BC} = \frac{1}{2} \times 10 = 5 \text{ (cm)}$$

$$\therefore y = 5$$

$$\therefore x - y = 58 - 5 = 53 \quad \text{답 } ②$$

04 **전략** 삼각형의 한 외각의 크기는 그와 이웃하지 않는 두 내각의 크기의 합과 같다.

$\triangle ABD$ 에서 $\overline{AD} = \overline{BD}$ 이므로

$$\angle BAD = \angle B = 38^\circ$$

$$\therefore \angle ADC = 38^\circ + 38^\circ = 76^\circ$$

따라서 $\triangle ADC$ 에서 $\overline{AD} = \overline{CD}$ 이므로

$$\angle x = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 76^\circ) = 52^\circ \quad \text{답 } ④$$

05 **전략** 이등변삼각형의 성질과 삼각형의 내각과 외각 사이의 관계를 이용한다.

$\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로

$$\angle ABC = \angle ACB = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 52^\circ) = 64^\circ$$

$$\therefore \angle DBC = \frac{1}{2} \angle ABC = \frac{1}{2} \times 64^\circ = 32^\circ$$

$\angle ACE = 180^\circ - 64^\circ = 116^\circ$ 이므로

$$\angle DCE = \frac{1}{2} \angle ACE = \frac{1}{2} \times 116^\circ = 58^\circ$$

따라서 $\triangle DBC$ 에서

$$32^\circ + \angle x = 58^\circ \quad \therefore \angle x = 26^\circ \quad \text{답 } ③$$

06 **전략** 두 내각의 크기가 같은 삼각형은 이등변삼각형임을 이용한다.

$\triangle DBC$ 에서 $\angle DCB = 40^\circ - 20^\circ = 20^\circ$

즉 $\angle B = \angle DCB$ 이므로 $\triangle DBC$ 는 $\overline{DB} = \overline{DC}$ 인 이등변삼각형이다.

$$\therefore \overline{DC} = \overline{DB} = 8 \text{ (cm)}$$

한편 $\angle CAD = 180^\circ - 140^\circ = 40^\circ$ 이고 $\angle CDA = \angle CAD$ 이므로 $\triangle CAD$ 는 $\overline{DC} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형이다.

$$\therefore \overline{AC} = \overline{DC} = 8 \text{ (cm)} \quad \text{답 } 8 \text{ cm}$$

07 **전략** 두 직각삼각형에서 빗변의 길이와 한 예각의 크기가 각각 같으면 RHA 합동, 빗변의 길이와 다른 한 변의 길이가 각각 같으면 RHS 합동이다.

$\angle$ 과 $\square$: $\angle$ 에서 나머지 한 각의 크기는

$$180^\circ - (60^\circ + 90^\circ) = 30^\circ$$

즉 빗변의 길이와 한 예각의 크기가 각각 같으므로

RHA 합동이다.

$\square$ 과 $\square$: 빗변의 길이와 다른 한 변의 길이가 각각 같으므로 RHS 합동이다. **답** $\angle$ 과 $\square$, $\square$ 과 $\square$

08 **전략** 직각삼각형의 합동 조건을 생각해 본다.

①, ② 빗변의 길이와 한 예각의 크기가 각각 같으므로 RHA 합동이다.

④, ⑤ 빗변의 길이와 다른 한 변의 길이가 각각 같으므로 RHS 합동이다.

따라서 필요한 조건이 아닌 것은 ③이다. **답** ③

09 **전략** 빗변의 길이가 같은 두 직각삼각형에서 한 예각의 크기가 같으면 RHA 합동이다.

$\triangle ACM$ 과 $\triangle BDM$ 에서

$$\angle ACM = \angle BDM = 90^\circ, \overline{AM} = \overline{BM},$$

$$\angle AMC = \angle BMD \text{ (맞꼭지각)}$$

이므로 $\triangle ACM \cong \triangle BDM$ (RHA 합동)

따라서 $\angle A = \angle B = 63^\circ$ 이므로 $x = 63$
또 $\overline{BD} = \overline{AC} = 7$ (cm)이므로 $y = 7$
 $\therefore x + y = 63 + 7 = 70$

답 70

- 10 전략 빗변의 길이가 같은 두 직각삼각형에서 빗변을 제외한 나머지 변 중 어느 한 변의 길이가 같으면 RHS 합동이다.

$\triangle BMD$ 와 $\triangle CME$ 에서
 $\angle BDM = \angle CEM = 90^\circ$, $\overline{BM} = \overline{CM}$, $\overline{MD} = \overline{ME}$
이므로 $\triangle BMD \equiv \triangle CME$ (RHS 합동)
 $\therefore \angle B = \angle C$
 $\triangle ABC$ 에서

$$\angle C = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 56^\circ) = 62^\circ$$

따라서 $\triangle EMC$ 에서

$$\angle EMC = 180^\circ - (90^\circ + 62^\circ) = 28^\circ$$

답 ⑤

- 11 전략 직각삼각형의 합동 조건을 이용하여 각의 이등분선의 성질을 알아본다.

르. $\triangle DBC$ 와 $\triangle DEC$ 에서
 $\angle DBC = \angle DEC = 90^\circ$, $\overline{CD}$ 는 공통,
 $\angle DCB = \angle DCE$
이므로 $\triangle DBC \equiv \triangle DEC$ (RHA 합동)

거, 나. $\triangle DBC \equiv \triangle DEC$ 이므로

$$\overline{DB} = \overline{DE}, \angle CDB = \angle CDE$$

이상에서 옳은 것은 거, 나, 리이다.

답 ④

- 12 전략 각의 두 변에서 같은 거리에 있는 점은 그 각의 이등분선 위에 있음을 이용한다.

$\overline{PA} = \overline{PB}$ 이므로

$$\angle AOP = \angle BOP = \frac{1}{2} \angle AOB = \frac{1}{2} \times 42^\circ = 21^\circ$$

따라서 $\triangle AOP$ 에서

$$\angle x = 180^\circ - (90^\circ + 21^\circ) = 69^\circ$$

답 69°

- 13 전략 $\triangle BDF \equiv \triangle CED$ 임을 이용하여 크기가 같은 각을 찾는다.

$\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로

$$\angle B = \angle C = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 50^\circ) = 65^\circ$$

$\triangle BDF$ 와 $\triangle CED$ 에서

$$\overline{BF} = \overline{CD}, \overline{BD} = \overline{CE}, \angle B = \angle C$$

이므로 $\triangle BDF \equiv \triangle CED$ (SAS 합동)

따라서 $\angle BFD = \angle CDE = \angle a$, $\angle BDF = \angle CED = \angle b$

라 하면 $\triangle BDF$ 에서

$$\angle a + \angle b = 180^\circ - 65^\circ = 115^\circ$$

또 $\angle b + \angle x + \angle a = 180^\circ$ 이므로

$$115^\circ + \angle x = 180^\circ \quad \therefore \angle x = 65^\circ$$

답 ④

- 14 전략 이등변삼각형의 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분한다.

①, ② $\overline{AD}$ 는 $\angle A$ 의 이등분선이므로

$$\angle BDP = 90^\circ, \overline{BD} = \overline{CD}$$

③ $\triangle PBD$ 와 $\triangle PCD$ 에서

$$\overline{BD} = \overline{CD}, \overline{PD}$$
는 공통, $\angle BDP = \angle CDP = 90^\circ$

이므로 $\triangle PBD \equiv \triangle PCD$ (SAS 합동)

④ $\triangle PBD \equiv \triangle PCD$ 이므로

$$\angle PBD = \angle PCD$$

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

답 ⑤

- 15 전략 이등변삼각형의 성질과 삼각형의 내각과 외각 사이의 관계를 이용한다.

$\triangle ABD$ 에서 $\overline{AD} = \overline{BD}$ 이므로

$$\angle A = \angle ABD = \angle x$$

$$\therefore \angle BDC = \angle x + \angle x = 2\angle x$$

$\triangle BCD$ 에서 $\overline{BC} = \overline{BD}$ 이므로

$$\angle C = \angle BDC = 2\angle x$$

이때 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로

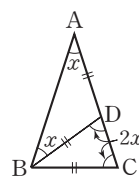
$$\angle ABC = \angle C = 2\angle x$$

따라서 $\triangle ABC$ 에서

$$\angle x + 2\angle x + 2\angle x = 180^\circ$$

$$5\angle x = 180^\circ \quad \therefore \angle x = 36^\circ$$

답 36°



- 16 전략 $\overline{AP}$ 를 긋고 $\triangle ABC$ 의 넓이를 이용하여 $\overline{PM} + \overline{PN}$ 의 길이를 구한다.

$\triangle ABC$ 에서 $\angle B = \angle C$ 이므로

$$\overline{AC} = \overline{AB} = 12$$
 (cm)

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AP}$ 를 그으면

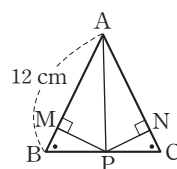
$\triangle ABC = \triangle ABP + \triangle APC$ 이므로

$$60 = \frac{1}{2} \times 12 \times \overline{PM} + \frac{1}{2} \times 12 \times \overline{PN}$$

$$60 = 6(\overline{PM} + \overline{PN})$$

$$\therefore \overline{PM} + \overline{PN} = 10$$
 (cm)

답 ③



- 17 전략 접은 각과 엇각의 크기가 각각 같음을 이용하여 크기가 같은 각을 찾는다.

$\angle ABC = \angle CBD$ (접은 각),

$\angle ACB = \angle CBD$ (엇각)이므로

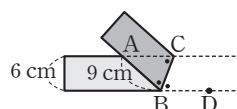
$$\angle ABC = \angle ACB$$

따라서 $\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형이므로

$$\overline{AC} = \overline{AB} = 9$$
 (cm)

$$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 9 \times 6 = 27$$
 (cm²)

답 ②



- 18 **전략** $\triangle ABD \equiv \triangle CAE$ 임을 이용하여 $\overline{AD}$, $\overline{AE}$ 의 길이를 구한다.

$\triangle ABD$ 와 $\triangle CAE$ 에서

$$\angle ADB = \angle CEA = 90^\circ, \overline{AB} = \overline{CA},$$

$$\angle ABD = 90^\circ - \angle BAD = \angle CAE$$

이므로 $\triangle ABD \equiv \triangle CAE$ (RHA 합동)

따라서 $\overline{AD} = \overline{CE} = 7$ (cm), $\overline{AE} = \overline{BD} = 12$ (cm)이므로

$$\overline{DE} = \overline{AE} - \overline{AD} = 12 - 7 = 5$$
 (cm) **답** 5 cm

- 19 **전략** $\triangle ADE \equiv \triangle ACE$ 임을 이용하여 길이가 같은 변을 찾는다.

$\triangle ADE$ 와 $\triangle ACE$ 에서

$$\angle ADE = \angle ACE = 90^\circ, \overline{AE} \text{는 공통}, \overline{AD} = \overline{AC}$$

이므로 $\triangle ADE \equiv \triangle ACE$ (RHS 합동)

$$\therefore \overline{DE} = \overline{CE}$$

이때 $\overline{BD} = \overline{AB} - \overline{AD} = 13 - 5 = 8$ (cm)이므로

$$(\triangle BED \text{의 둘레의 길이}) = \overline{BE} + \overline{ED} + \overline{DB}$$

$$= (\overline{BE} + \overline{EC}) + 8$$

$$= \overline{BC} + 8$$

$$= 12 + 8 = 20$$
 (cm)

답 ③

- 20 **전략** 점 D에서 $\overline{AB}$ 에 수선을 긋는다.

오른쪽 그림과 같이 점 D에서 $\overline{AB}$ 에 내린 수선의 발을 E라 하면 $\triangle ABD$ 의 넓이에서

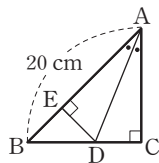
$$\frac{1}{2} \times 20 \times \overline{DE} = 50$$

$$\therefore \overline{DE} = 5$$
 (cm)

이때 $\overline{AD}$ 는 $\angle A$ 의 이등분선이므로

$$\overline{CD} = \overline{DE} = 5$$
 (cm)

답 5 cm



- 21 **전략** $\triangle AMN \equiv \triangle CMN$ 임을 이용하여 크기가 같은 각을 찾는다.

$\triangle AMN$ 과 $\triangle CMN$ 에서

$$\overline{AM} = \overline{CM}, \angle AMN = \angle CMN = 90^\circ, \overline{MN} \text{는 공통}$$

이므로 $\triangle AMN \equiv \triangle CMN$ (SAS 합동)

$$\therefore \angle MAN = \angle MCN = \angle x$$

또 $\overline{BN} = \overline{MN}$ 이므로

$$\angle BAN = \angle MAN = \angle x$$

따라서 $\triangle ABC$ 에서

$$2\angle x + 90^\circ + \angle x = 180^\circ, \quad 3\angle x = 90^\circ$$

$$\therefore \angle x = 30^\circ$$

답 30°

- 22 **전략** $\triangle ABD$ 의 넓이를 이용하여 $\overline{BD}$ 의 길이를 구한다.

$\overline{AD}$ 는 $\angle A$ 의 이등분선이므로

$$\overline{AD} \perp \overline{BC}, \overline{BD} = \overline{CD}$$

$\triangle ABD$ 의 넓이에서

$$\frac{1}{2} \times \overline{BD} \times \overline{AD} = \frac{1}{2} \times \overline{AB} \times \overline{DE}$$

$$\frac{1}{2} \times \overline{BD} \times 8 = \frac{1}{2} \times 10 \times \frac{24}{5}$$

$$\therefore \overline{BD} = 6$$
 (cm)

$$\therefore \overline{BC} = 2\overline{BD} = 2 \times 6 = 12$$
 (cm)

답 12 cm

- 23 **전략** $\triangle AFD$ 가 어떤 삼각형인지 알아본다.

$\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로

$$\angle B = \angle C$$

$\triangle BED$ 와 $\triangle CEF$ 에서

$$\angle BDE = 90^\circ - \angle B$$

$$= 90^\circ - \angle C = \angle F \quad \dots\dots ㉠$$

$$\angle BDE = \angle ADF \text{ (맞꼭지각)} \quad \dots\dots ㉡$$

㉠, ㉡에서 $\angle F = \angle ADF$ 이므로 $\triangle AFD$ 는

$\overline{AF} = \overline{AD}$ 인 이등변삼각형이다.

$\overline{AF} = \overline{AD} = x$ (cm)라 하면

$$\overline{AB} = \overline{AD} + \overline{DB} = x + 3$$
 (cm),

$$\overline{AC} = \overline{CF} - \overline{AF} = 8 - x$$
 (cm)

이때 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로

$$x + 3 = 8 - x$$

$$2x = 5 \quad \therefore x = \frac{5}{2}$$

$$\therefore \overline{AF} = \frac{5}{2}$$
 (cm)

답 $\frac{5}{2}$ cm

- 24 **전략** 수선을 그어 합동인 직각삼각형을 찾는다.

오른쪽 그림과 같이 점 P에서

$\overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 H라 하자.

$\triangle PAD$ 와 $\triangle PAH$ 에서

$$\angle PDA = \angle PHA = 90^\circ,$$

$$\overline{PA} \text{는 공통}, \angle PAD = \angle PAH$$

이므로 $\triangle PAD \equiv \triangle PAH$ (RHA 합동)

$\triangle PCH$ 와 $\triangle PCE$ 에서

$$\angle PHC = \angle PEC = 90^\circ, \overline{PC} \text{는 공통},$$

$$\angle PCH = \angle PCE$$

이므로 $\triangle PCH \equiv \triangle PCE$ (RHA 합동)

$$\therefore \overline{PH} = \overline{PE} = 10$$
 (cm)

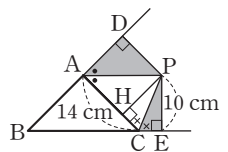
$$\therefore \triangle PAD + \triangle PCE = \triangle PAH + \triangle PCH$$

$$= \triangle PAC$$

$$= \frac{1}{2} \times \overline{AC} \times \overline{PH}$$

$$= \frac{1}{2} \times 14 \times 10 = 70$$
 (cm²)

답 70 cm²



서술형 대비 문제

▶ 본문 30~31쪽

- 1 40° 2 26 cm^2 3 70°
4 38° 5 124° 6 40 cm^2

- 1 1단계 $\triangle ABE$ 에서 $\overline{BA} = \overline{BE}$ 이므로
 $\angle BEA = \angle BAE = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 50^\circ) = 65^\circ$
 2단계 $\triangle CDE$ 에서 $\overline{CD} = \overline{CE}$ 이므로
 $\angle CED = \angle CDE = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 30^\circ) = 75^\circ$
 3단계 $\angle AED = 180^\circ - (65^\circ + 75^\circ) = 40^\circ$ **답** 40°

- 2 1단계 $\triangle ABD$ 와 $\triangle CAE$ 에서
 $\angle BDA = \angle AEC = 90^\circ$, $\overline{AB} = \overline{CA}$,
 $\angle BAD = 90^\circ - \angle CAE = \angle ACE$
 이므로 $\triangle ABD \equiv \triangle CAE$ (RHA 합동)
 2단계 $\overline{AE} = \overline{BD} = 6 \text{ (cm)}$ 이므로
 $\overline{CE} = \overline{AD}$
 $= \overline{DE} - \overline{AE}$
 $= 10 - 6 = 4 \text{ (cm)}$
 3단계 $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times (6 + 4) \times 10 - 2 \times \left(\frac{1}{2} \times 4 \times 6 \right)$
 $= 26 \text{ (cm}^2\text{)}$ **답** 26 cm^2

- 3 1단계 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로
 $\angle ABC = \angle C = \angle x$
 $\therefore \angle DBE = \angle x - 30^\circ$
 2단계 점 A가 점 B에 오도록 접었으므로
 $\angle A = \angle DBE = \angle x - 30^\circ$ (접은 각)
 3단계 $\triangle ABC$ 에서
 $(\angle x - 30^\circ) + \angle x + \angle x = 180^\circ$
 $3\angle x = 210^\circ \quad \therefore \angle x = 70^\circ$ **답** 70°
- | 단계 | 채점 요소 | 배점 |
|----|---|----|
| 1 | $\angle DBE$ 의 크기를 $\angle x$ 를 사용하여 나타내기 | 2점 |
| 2 | $\angle A$ 의 크기를 $\angle x$ 를 사용하여 나타내기 | 2점 |
| 3 | $\angle x$ 의 크기 구하기 | 2점 |

- 4 1단계 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로
 $\angle B = \angle C$
 $\triangle ABD$ 와 $\triangle ACE$ 에서
 $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\overline{BD} = \overline{CE}$, $\angle B = \angle C$
 이므로 $\triangle ABD \equiv \triangle ACE$ (SAS 합동)
 2단계 $\overline{AD} = \overline{AE}$ 이므로 $\triangle ADE$ 는 이등변삼각형이다.
 $\therefore \angle AED = \angle ADE = 71^\circ$

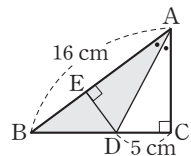
- 3단계 $\triangle ADE$ 에서
 $\angle DAE = 180^\circ - (71^\circ + 71^\circ) = 38^\circ$ **답** 38°

단계	채점 요소	배점
1	$\triangle ABD \equiv \triangle ACE$ 임을 알기	3점
2	$\angle AED$ 의 크기 구하기	2점
3	$\angle DAE$ 의 크기 구하기	2점

- 5 1단계 $\triangle AMD$ 와 $\triangle BME$ 에서
 $\angle ADM = \angle BEM = 90^\circ$, $\overline{AM} = \overline{BM}$,
 $\overline{MD} = \overline{ME}$
 이므로 $\triangle AMD \equiv \triangle BME$ (RHS 합동)
 2단계 $\angle B = \angle A = 28^\circ$
 3단계 $\triangle ABC$ 에서
 $\angle x = 180^\circ - (28^\circ + 28^\circ) = 124^\circ$ **답** 124°

단계	채점 요소	배점
1	$\triangle AMD \equiv \triangle BME$ 임을 알기	3점
2	$\angle B$ 의 크기 구하기	2점
3	$\angle x$ 의 크기 구하기	2점

- 6 1단계 오른쪽 그림과 같이 점 D에서 $\overline{AB}$ 에 내린 수선의 발을 E라 하자.
 $\triangle AED$ 와 $\triangle ACD$ 에서
 $\angle AED = \angle ACD = 90^\circ$,
 $\overline{AD}$ 는 공통, $\angle DAE = \angle DAC$
 이므로 $\triangle AED \equiv \triangle ACD$ (RHA 합동)
 2단계 $\overline{DE} = \overline{DC} = 5 \text{ (cm)}$
 3단계 $\triangle ABD = \frac{1}{2} \times 16 \times 5 = 40 \text{ (cm}^2\text{)}$ **답** 40 cm^2



단계	채점 요소	배점
1	$\triangle AED \equiv \triangle ACD$ 임을 알기	3점
2	$\overline{DE}$ 의 길이 구하기	2점
3	$\triangle ABD$ 의 넓이 구하기	2점

I-2

삼각형의 외심과 내심

01 삼각형의 외심

개념원리 확인하기

▶ 본문 36쪽

- 01 ㄷ, ㄹ 02 (1) 3 (2) 48
03 (1) 6 (2) 10 04 (1) 30° (2) 110°

- 01 ㄷ. 삼각형의 외심은 세 변의 수직이등분선의 교점이다.
ㄹ. 삼각형의 외심에서 세 꼭짓점에 이르는 거리는 같다.
이상에서 점 D가 $\triangle ABC$ 의 외심인 것은 ㄷ, ㄹ이다.
답 ㄷ, ㄹ

- 02 (1) 삼각형의 외심은 세 변의 수직이등분선의 교점이므로
 $\overline{CD} = \overline{BD} = 3$ (cm)
 $\therefore x = 3$
(2) $\triangle OCA$ 에서 $\overline{OA} = \overline{OC}$ 이므로
 $\angle OCA = \angle OAC = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 84^\circ) = 48^\circ$
 $\therefore x = 48$
답 (1) 3 (2) 48

- 03 (1) $\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로
 $\overline{OC} = \frac{1}{2} \overline{AB} = \frac{1}{2} \times 12 = 6$ (cm)
 $\therefore x = 6$
(2) $\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로
 $\overline{BC} = 2\overline{OA} = 2 \times 5 = 10$ (cm)
 $\therefore x = 10$
답 (1) 6 (2) 10

- 04 (1) $20^\circ + \angle x + 40^\circ = 90^\circ \quad \therefore \angle x = 30^\circ$
(2) $\angle x = 2\angle A = 2 \times 55^\circ = 110^\circ$
답 (1) 30° (2) 110°

핵심문제 익히기

▶ 본문 37~38쪽

- 1 ④, ⑤ 2 17π cm
3 (1) 30° (2) 44° 4 (1) 58° (2) 15°

- 1 ④, ⑤ 점 O는 $\triangle ABC$ 의 외심이므로
 $\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$
 $\triangle OCA$ 에서 $\overline{OA} = \overline{OC}$ 이므로
 $\angle OAC = \angle OCA$
따라서 옳은 것은 ④, ⑤이다.
답 ④, ⑤

- 2 직각삼각형의 외심은 빗변의 중점이므로 $\triangle ABC$ 의 외접원의 반지름의 길이는

$$\frac{1}{2} \overline{AB} = \frac{1}{2} \times 17 = \frac{17}{2} \text{ (cm)}$$

따라서 $\triangle ABC$ 의 외접원의 둘레의 길이는

$$2\pi \times \frac{17}{2} = 17\pi \text{ (cm)}$$

답 17π cm

- 3 (1) $\angle x + 32^\circ + 28^\circ = 90^\circ \quad \therefore \angle x = 30^\circ$
(2) $\angle x + 20^\circ + 26^\circ = 90^\circ \quad \therefore \angle x = 44^\circ$
답 (1) 30° (2) 44°

- 4 (1) $\triangle OCA$ 에서 $\overline{OA} = \overline{OC}$ 이므로
 $\angle OCA = \angle OAC = 32^\circ$
따라서 $\angle AOC = 180^\circ - (32^\circ + 32^\circ) = 116^\circ$ 이므로
 $\angle x = \frac{1}{2} \angle AOC = \frac{1}{2} \times 116^\circ = 58^\circ$

- (2) 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$ 를 그으면

$\triangle OAB$ 에서 $\overline{OA} = \overline{OB}$ 이므로

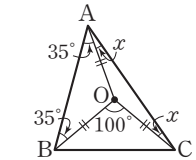
$$\angle OAB = \angle OBA = 35^\circ$$

$\triangle OCA$ 에서 $\overline{OA} = \overline{OC}$ 이므로

$$\angle OAC = \angle OCA = \angle x$$

이때 $\angle A = \frac{1}{2} \angle BOC = \frac{1}{2} \times 100^\circ = 50^\circ$ 이므로

$$35^\circ + \angle x = 50^\circ \quad \therefore \angle x = 15^\circ$$



답 (1) 58° (2) 15°

다른 풀이

- (2) $\triangle OBC$ 에서 $\overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로

$$\angle OBC = \angle OCB = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 100^\circ) = 40^\circ$$

이때 $35^\circ + 40^\circ + \angle x = 90^\circ$ 이므로 $\angle x = 15^\circ$

이런 문제가 시험에 나온다

▶ 본문 39쪽

- 01 (1) ⑤ (2) 36 cm 02 15 cm²
03 ④ 04 45°

- 01 (1) ① 점 O는 $\triangle ABC$ 의 외심이므로

$$\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$$

- ② 외심은 세 변의 수직이등분선의 교점이므로

$$\overline{AD} = \overline{BD}$$

- ③ $\triangle OAB$ 에서 $\overline{OA} = \overline{OB}$ 이므로

$$\angle OAB = \angle OBA$$

- ④ $\triangle OBE$ 와 $\triangle OCE$ 에서

$$\angle OEB = \angle OEC = 90^\circ, \overline{OB} = \overline{OC}, \overline{OE} \text{는 공통}$$

이므로 $\triangle OBE \equiv \triangle OCE$ (RHS 합동)

$$\therefore \angle BOE = \angle COE$$

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

(2) 점 O는 $\triangle ABC$ 의 외심이므로

$$\overline{BD} = \overline{AD} = 5 \text{ (cm)}, \overline{CE} = \overline{BE} = 6 \text{ (cm)}, \\ \overline{AF} = \overline{CF} = 7 \text{ (cm)}$$

$\therefore (\triangle ABC \text{의 둘레의 길이})$

$$= \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA} \\ = (5+5) + (6+6) + (7+7) \\ = 36 \text{ (cm)}$$

답 (1) ⑤ (2) 36 cm

02 직각삼각형의 외심은 빗변의 중점이므로

$$\overline{OB} = \overline{OC}$$

$$\therefore \triangle ABO = \triangle AOC = \frac{1}{2} \triangle ABC$$

$$= \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{2} \times 12 \times 5 \right) = 15 \text{ (cm}^2\text{)}$$

답 15 cm²

03 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$, $\overline{OB}$ 를 그으면 $\triangle OCA$ 에서 $\overline{OA} = \overline{OC}$ 이므로

$$\angle OAC = \angle OCA = 30^\circ$$

$\triangle OBC$ 에서 $\overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로

$$\angle OBC = \angle OCB = 15^\circ$$

이때 $\angle OAB + 30^\circ + 15^\circ = 90^\circ$ 이므로

$$\angle OAB = 45^\circ$$

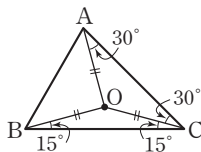
$\triangle OAB$ 에서 $\overline{OA} = \overline{OB}$ 이므로

$$\angle OBA = \angle OAB = 45^\circ$$

따라서 $\angle A = 45^\circ + 30^\circ = 75^\circ$, $\angle B = 45^\circ + 15^\circ = 60^\circ$ 이므로

$$\angle A + 2\angle B = 75^\circ + 2 \times 60^\circ = 195^\circ$$

답 ④



04 $\angle AOB : \angle BOC : \angle COA = 3 : 4 : 5$ 이고

$\angle AOB + \angle BOC + \angle COA = 360^\circ$ 이므로

$$\angle AOB = 360^\circ \times \frac{3}{3+4+5} = 90^\circ$$

점 O는 $\triangle ABC$ 의 외심이므로

$$\angle ACB = \frac{1}{2} \angle AOB = \frac{1}{2} \times 90^\circ = 45^\circ$$

답 45°

02 삼각형의 내심

개념원리 확인하기

> 본문 42쪽

01 ㄴ, ㄹ

02 (1) 26 (2) 3

03 (1) 45° (2) 118°

04 48, 12, 3

01 ㄴ. 삼각형의 내심은 세 내각의 이등분선의 교점이다.

ㄹ. 삼각형의 내심에서 세 변에 이르는 거리는 같다.

이상에서 점 D가 $\triangle ABC$ 의 내심인 것은 ㄴ, ㄹ이다.

답 ㄴ, ㄹ

02 (1) 삼각형의 내심은 세 내각의 이등분선의 교점이므로

$$\angle IBC = \angle IBA = 26^\circ \quad \therefore x = 26$$

(2) 삼각형의 내심에서 세 변에 이르는 거리는 같으므로

$$\overline{IF} = \overline{ID} = 3 \text{ (cm)} \quad \therefore x = 3$$

답 (1) 26 (2) 3

03 (1) $\angle x + 25^\circ + 20^\circ = 90^\circ \quad \therefore \angle x = 45^\circ$

$$(2) \angle x = 90^\circ + \frac{1}{2} \angle A = 90^\circ + \frac{1}{2} \times 56^\circ = 118^\circ$$

답 (1) 45° (2) 118°

04 $\triangle ABC$ 의 내접원의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$$\triangle ABC = \triangle IAB + \triangle IBC + \triangle ICA$$

이므로

$$48 = \frac{1}{2} \times r \times (10 + 12 + 10)$$

$$16r = 48 \quad \therefore r = 3$$

답 48, 12, 3

핵심문제 익히기

> 본문 43~45쪽

1 ④, ⑤

2 (1) 43° (2) 25°

3 (1) 50° (2) 122°

4 4 cm

5 1 cm

6 30 cm

1 ④ 점 I가 $\triangle ABC$ 의 내심이므로

$$\angle ICA = \angle ICB$$

⑤ 삼각형의 내심에서 세 변에 이르는 거리는 같다.

따라서 옳은 것은 ④, ⑤이다.

답 ④, ⑤

2 (1) $29^\circ + \angle x + 18^\circ = 90^\circ \quad \therefore \angle x = 43^\circ$

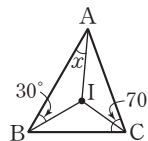
(2) 오른쪽 그림과 같이 $\overline{CI}$ 를 그으면

$$\angle ICA = \frac{1}{2} \angle C = \frac{1}{2} \times 70^\circ = 35^\circ$$

이므로

$$\angle x + 30^\circ + 35^\circ = 90^\circ$$

$$\therefore \angle x = 25^\circ$$



답 (1) 43° (2) 25°

3 (1) $115^\circ = 90^\circ + \frac{1}{2} \angle x$ 이므로 $\angle x = 50^\circ$

(2) $\angle IAB = \angle IAC$ 이므로

$$\begin{aligned}\angle x &= 90^\circ + \frac{1}{2} \angle BAC \\ &= 90^\circ + \angle IAC \\ &= 90^\circ + 32^\circ = 122^\circ\end{aligned}$$

답 (1) 50° (2) 122°

4 점 I가 $\triangle ABC$ 의 내심이므로

$$\angle DBI = \angle IBC, \angle ECI = \angle ICB$$

$\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ 이므로

$$\angle DIB = \angle IBC \text{ (엇각)}, \angle EIC = \angle ICB \text{ (엇각)}$$

즉 $\angle DBI = \angle DIB, \angle ECI = \angle EIC$ 이므로

$$\overline{DB} = \overline{DI}, \overline{EC} = \overline{EI}$$

따라서 $\overline{DE} = \overline{DI} + \overline{EI} = \overline{DB} + \overline{EC}$ 이므로

$$7 = \overline{DB} + 3 \quad \therefore \overline{DB} = 4 \text{ (cm)} \quad \text{답 4 cm}$$

5 $\triangle ABC$ 의 내접원의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$$\frac{1}{2} \times 3 \times 4 = \frac{1}{2} \times r \times (4 + 3 + 5)$$

$$6r = 6 \quad \therefore r = 1$$

따라서 $\triangle ABC$ 의 내접원의 반지름의 길이는 1 cm이다.

답 1 cm

6 $\overline{AD} = \overline{AF} = 10$ (cm)이므로

$$\overline{BE} = \overline{BD} = 32 - 10 = 22 \text{ (cm)},$$

$$\overline{CE} = \overline{CF} = 18 - 10 = 8 \text{ (cm)}$$

$$\therefore \overline{BC} = \overline{BE} + \overline{CE} = 22 + 8 = 30 \text{ (cm)} \quad \text{답 30 cm}$$

이런 문제가 시험에 나온다

> 본문 46~47쪽

- | | | | |
|------|------------------------|---------|----------------|
| 01 ④ | 02 29° | 03 ③ | 04 130° |
| 05 ② | 06 $9\pi \text{ cm}^2$ | 07 2 cm | 08 ① |

01 ① 점 I가 $\triangle ABC$ 의 내심이므로

$$\angle IBD = \angle IBE$$

② 삼각형의 내심에서 세 변에 이르는 거리는 같으므로

$$\overline{ID} = \overline{IE} = \overline{IF}$$

③ $\triangle IAD$ 와 $\triangle IAF$ 에서

$$\angle IDA = \angle IFA = 90^\circ, \overline{AI} \text{는 공통},$$

$$\angle IAD = \angle IAF$$

이므로 $\triangle IAD \cong \triangle IAF$ (RHA 합동)

⑤ $\triangle ICE$ 와 $\triangle ICF$ 에서

$$\angle IEC = \angle IFC = 90^\circ, \overline{CI} \text{는 공통},$$

$$\angle ICE = \angle ICF$$

이므로 $\triangle ICE \cong \triangle ICF$ (RHA 합동)

$$\therefore \overline{CE} = \overline{CF}$$

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

답 ④

02 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로

$$\angle ABC = \angle ACB = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 64^\circ) = 58^\circ$$

점 I가 $\triangle ABC$ 의 내심이므로

$$\angle x = \frac{1}{2} \angle ABC = \frac{1}{2} \times 58^\circ = 29^\circ$$

답 29°

03 점 I가 $\triangle ABC$ 의 내심이므로

$$\angle x = \angle IAC = 21^\circ$$

$$21^\circ + 32^\circ + \angle y = 90^\circ \text{이므로} \quad \angle y = 37^\circ$$

$$\therefore \angle y - \angle x = 37^\circ - 21^\circ = 16^\circ$$

답 ③

04 $\angle A : \angle ABC : \angle ACB = 4 : 3 : 2$ 이고

$\angle A + \angle ABC + \angle ACB = 180^\circ$ 이므로

$$\angle A = 180^\circ \times \frac{4}{4+3+2} = 80^\circ$$

점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이므로

$$\angle BIC = 90^\circ + \frac{1}{2} \angle A$$

$$= 90^\circ + \frac{1}{2} \times 80^\circ = 130^\circ$$

답 130°

05 점 I가 $\triangle ABC$ 의 내심이므로

$$\angle DBI = \angle IBC, \angle ECI = \angle ICB$$

$\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ 이므로

$$\angle DIB = \angle IBC \text{ (엇각)}, \angle EIC = \angle ICB \text{ (엇각)}$$

즉 $\angle DBI = \angle DIB, \angle ECI = \angle EIC$ 이므로

$$\overline{DB} = \overline{DI}, \overline{EC} = \overline{EI}$$

$\therefore (\triangle ABC \text{의 둘레의 길이})$

$$= \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA}$$

$$= (\overline{AD} + \overline{DB}) + \overline{BC} + (\overline{EC} + \overline{EA})$$

$$= \overline{AD} + (\overline{DI} + \overline{EI}) + \overline{EA} + \overline{BC}$$

$$= \overline{AD} + \overline{DE} + \overline{EA} + \overline{BC}$$

$$= 13 + 12 + 11 + 18$$

$$= 54 \text{ (cm)}$$

답 ②

06 $\triangle ABC$ 의 내접원의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$$\frac{1}{2} \times 12 \times 9 = \frac{1}{2} \times r \times (15 + 12 + 9)$$

$$18r = 54 \quad \therefore r = 3$$

$$\therefore (\text{내접원의 넓이}) = \pi \times 3^2 = 9\pi \text{ (cm}^2\text{)}$$

답 $9\pi \text{ cm}^2$

07 $\overline{AD} = \overline{AF} = x$ (cm)라 하면

$$\overline{BE} = \overline{BD} = 6 - x \text{ (cm)}, \overline{CE} = \overline{CF} = 5 - x \text{ (cm)}$$

이때 $\overline{BC} = \overline{BE} + \overline{CE}$ 이므로

$$7 = (6 - x) + (5 - x), \quad 2x = 4$$

$$\therefore x = 2$$

$$\therefore \overline{AD} = 2 \text{ (cm)}$$

답 2 cm

- 08 $\triangle OBC$ 에서 $\overline{OB}=\overline{OC}$ 이므로
 $\angle OCB=\angle OBC=42^\circ$
 $\therefore \angle BOC=180^\circ-(42^\circ+42^\circ)=96^\circ$
 점 O는 $\triangle ABC$ 의 외심이므로
 $\angle A=\frac{1}{2}\angle BOC=\frac{1}{2}\times 96^\circ=48^\circ$
 또 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이므로
 $\angle BIC=90^\circ+\frac{1}{2}\angle A=90^\circ+\frac{1}{2}\times 48^\circ=114^\circ$

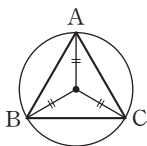
답 ①

중단원 마무리하기

> 본문 48~51쪽

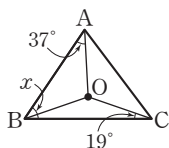
01 ③	02 ②	03 26°	04 ④
05 80°	06 ⑤	07 127°	08 ③
09 ④	10 ②	11 ①	12 12 cm
13 20 cm^2	14 ④	15 ③	16 외심
17 ②	18 ③	19 ⑤	20 52 cm^2
21 150°	22 4 cm	23 5 cm	24 15°

- 01 **전략** 삼각형의 외심의 성질을 생각해 본다.
 세 지점 A, B, C에서 같은 거리에 있는
 지점은 $\triangle ABC$ 의 외심이다.
 ③ 삼각형의 외심은 세 변의 수직이등분
 선의 교점이므로 $\overline{AC}$ 와 $\overline{BC}$ 의 수직이
 등분선이 만나는 점에 부품 공급 센터를 지어야 한다.



답 ③

- 02 **전략** $\overline{OB}$ 를 긋고 $\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}$ 임을 이용한다.
 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OB}$ 를 그으면
 $\overline{OA}=\overline{OB}$ 이므로
 $\angle OBA=\angle OAB=37^\circ$
 $\overline{OB}=\overline{OC}$ 이므로
 $\angle OBC=\angle OCB=19^\circ$
 $\therefore \angle x=\angle OBA+\angle OBC=37^\circ+19^\circ=56^\circ$



답 ②

- 03 **전략** 직각삼각형의 외심은 빗변의 중점임을 이용한다.
 점 M은 $\overline{BC}$ 의 중점이므로 $\triangle ABC$ 의 외심이다.
 $\triangle ABM$ 에서 $\overline{MA}=\overline{MB}$ 이므로
 $\angle MAB=\angle B=32^\circ$
 $\therefore \angle AMH=32^\circ+32^\circ=64^\circ$
 따라서 $\triangle AMH$ 에서
 $\angle MAH=180^\circ-(90^\circ+64^\circ)=26^\circ$

답 26°

- 04 **전략** $\angle OAB+\angle OBC+\angle OCA=90^\circ$ 임을 이용한다.
 $\triangle OBC$ 에서 $\overline{OB}=\overline{OC}$ 이므로
 $\angle OBC=\angle OCB=\frac{1}{2}\times (180^\circ-110^\circ)=35^\circ$
 $\angle x+35^\circ+30^\circ=90^\circ$ 이므로
 $\angle x=25^\circ$

답 ④

- 05 **전략** $\angle ACB$ 의 크기를 구한 후 $\angle AOB=2\angle ACB$ 임을
 이용한다.
 $\angle ABC:\angle BCA:\angle CAB=4:2:3$ 이고
 $\angle ABC+\angle BCA+\angle CAB=180^\circ$ 이므로
 $\angle ACB=180^\circ\times \frac{2}{4+2+3}=40^\circ$
 점 O는 $\triangle ABC$ 의 외심이므로
 $\angle AOB=2\angle ACB=2\times 40^\circ=80^\circ$

답 80°

- 06 **전략** 삼각형의 외심과 내심의 성질을 생각해 본다.
 ① 점 O가 $\triangle ABC$ 의 외심이므로 $\overline{OB}=\overline{OC}$
 $\therefore \angle OBC=\angle OCB$
 ② 점 I가 $\triangle ABC$ 의 내심이므로 $\angle ICB=\angle ICA$
 ③ 삼각형의 내심은 항상 삼각형의 내부에 있다.
 ④ 삼각형의 내심에서 세 변에 이르는 거리는 같다.
 ⑤ $\angle A$ 의 이등분선은 내심 I를 지난다.
 따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

답 ⑤

- 07 **전략** 삼각형의 내심의 성질을 이용하여 $\angle IBC$, $\angle ICB$ 의
 크기를 구한다.
 점 I가 $\triangle ABC$ 의 내심이므로
 $\angle IBC=\angle IBA=25^\circ$, $\angle ICB=\angle ICA=28^\circ$
 따라서 $\triangle IBC$ 에서
 $\angle BIC=180^\circ-(25^\circ+28^\circ)=127^\circ$

답 127°

- 08 **전략** $\overline{AI}$ 를 긋고 $\angle IAB+\angle IBC+\angle ICA=90^\circ$ 임을 이용
 한다.

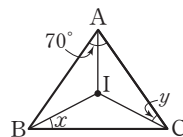
오른쪽 그림과 같이 $\overline{AI}$ 를 그으면
 점 I가 $\triangle ABC$ 의 내심이므로

$$\begin{aligned}\angle IAB &= \frac{1}{2}\angle A \\ &= \frac{1}{2}\times 70^\circ=35^\circ\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}35^\circ+\angle x+\angle y &= 90^\circ \text{이므로} \\ \angle x+\angle y &= 55^\circ\end{aligned}$$

답 ③

다른 풀이 점 I가 $\triangle ABC$ 의 내심이므로
 $70^\circ+2\angle x+2\angle y=180^\circ$
 $2(\angle x+\angle y)=110^\circ$
 $\therefore \angle x+\angle y=55^\circ$



09 전략 이등변삼각형의 성질을 이용하여 $\angle B$ 의 크기를 구한

후 $\angle AIC = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle B$ 임을 이용한다.

$\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로

$$\angle B = \angle ACB = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 56^\circ) = 62^\circ$$

점 I가 $\triangle ABC$ 의 내심이므로

$$\angle AIC = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle B = 90^\circ + \frac{1}{2} \times 62^\circ = 121^\circ$$

답 ④

10 전략 삼각형의 내심과 평행선의 성질을 이용한다.

① 점 I가 $\triangle ABC$ 의 내심이므로

$$\angle DBI = \angle IBC, \angle ECI = \angle ICB$$

③ $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ 이므로

$$\angle DIB = \angle IBC \text{ (엇각)}, \angle EIC = \angle ICB \text{ (엇각)}$$

즉 $\angle DBI = \angle DIB, \angle ECI = \angle EIC$ 이므로

$$\overline{DB} = \overline{DI}, \overline{EC} = \overline{EI}$$

④ $\overline{DE} = \overline{DI} + \overline{EI} = \overline{DB} + \overline{EC}$

⑤ ($\triangle ADE$ 의 둘레의 길이)

$$= \overline{AD} + \overline{DE} + \overline{EA}$$

$$= \overline{AD} + (\overline{DI} + \overline{EI}) + \overline{EA}$$

$$= (\overline{AD} + \overline{DB}) + (\overline{EC} + \overline{EA})$$

$$= \overline{AB} + \overline{AC}$$

따라서 옳지 않은 것은 ②이다.

답 ②

11 전략 $\triangle ABC$ 의 내접원의 반지름의 길이가 r 일 때,

$$\triangle ABC = \frac{1}{2}r(\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA}) \text{임을 이용한다.}$$

$\triangle ABC$ 의 넓이가 21 cm^2 이므로

$$\frac{1}{2} \times 2 \times (\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA}) = 21$$

$$\therefore \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA} = 21 \text{ (cm)}$$

따라서 $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이는 21 cm 이다.

답 ①

12 전략 $\overline{AD} = \overline{AF}, \overline{BD} = \overline{BE}, \overline{CE} = \overline{CF}$ 임을 이용한다.

$\overline{BD} = \overline{BE} = 8 \text{ (cm)}$ 이므로

$$\overline{AF} = \overline{AD} = 15 - 8 = 7 \text{ (cm)},$$

$$\overline{CF} = \overline{CE} = 13 - 8 = 5 \text{ (cm)}$$

$$\therefore \overline{AC} = \overline{AF} + \overline{CF} = 7 + 5 = 12 \text{ (cm)}$$

답 12 cm

13 전략 삼각형의 외심의 성질을 이용하여 합동인 삼각형을 찾는다.

점 O는 $\triangle ABC$ 의 외심이므로

$$\triangle OAF \cong \triangle OCF, \triangle OAD \cong \triangle OBD,$$

$$\triangle OBE \cong \triangle OCE$$

따라서 $\triangle ABC = 2(\triangle OBD + \triangle OBE + \triangle OAF)$ 이므로

$$(\text{사각형 ODBE의 넓이}) = \triangle OBD + \triangle OBE$$

$$= \frac{1}{2}\triangle ABC - \triangle OAF$$

$$= \frac{1}{2} \times 60 - \frac{1}{2} \times 5 \times 4$$

$$= 20 \text{ (cm}^2\text{)} \quad \text{답 } 20 \text{ cm}^2$$

14 전략 $\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$ 임을 이용하여 크기가 같은 각을 찾는다.

점 O는 $\triangle ABC$ 의 외심이므로

$$\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$$

$\overline{OA} = \overline{OC}$ 이므로

$$\angle OCA = \angle OAC = 34^\circ$$

$\overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로

$$\angle OBC = \angle OCB = 34^\circ + 18^\circ = 52^\circ$$

$\overline{OA} = \overline{OB}$ 이므로

$$\angle OBA = \angle OAB = 34^\circ + \angle x$$

$\triangle ABC$ 에서

$$\angle x + (34^\circ + \angle x + 52^\circ) + 18^\circ = 180^\circ$$

$$2\angle x = 76^\circ \quad \therefore \angle x = 38^\circ$$

답 ④

15 전략 먼저 $\angle OAB + \angle OBC + \angle OCA = 90^\circ$ 임을 이용하여 $\angle OCA$ 의 크기를 구한다.

점 O가 $\triangle ABC$ 의 외심이므로

$$23^\circ + 15^\circ + \angle OCA = 90^\circ \quad \therefore \angle OCA = 52^\circ$$

$\triangle OBC$ 에서 $\overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로

$$\angle OCB = \angle OBC = 15^\circ$$

$$\therefore \angle ACH = \angle OCA + \angle OCB$$

$$= 52^\circ + 15^\circ = 67^\circ$$

따라서 $\triangle ACH$ 에서

$$\angle CAH = 180^\circ - (90^\circ + 67^\circ) = 23^\circ$$

답 ③

16 전략 삼각형의 외심과 내심의 성질을 생각해 본다.

점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이므로

$$\overline{ID} = \overline{IE} = \overline{IF}$$

즉 점 I는 $\triangle DEF$ 의 외접원의 중심이다.

따라서 점 I는 $\triangle DEF$ 의 외심이다.

답 외심

17 전략 삼각형의 한 외각의 크기는 그와 이웃하지 않는 두 내각의 크기의 합과 같다.

점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이므로

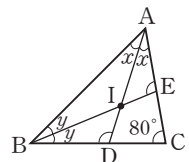
$$\angle BAD = \angle CAD = \angle x,$$

$$\angle ABE = \angle CBE = \angle y$$

라 하면 $\triangle ABC$ 에서

$$2\angle x + 2\angle y + 80^\circ = 180^\circ$$

$$\therefore \angle x + \angle y = 50^\circ$$



△ADC에서

$$\angle ADB = \angle x + 80^\circ$$

△BCE에서

$$\angle AEB = \angle y + 80^\circ$$

$$\begin{aligned} \therefore \angle ADB + \angle AEB &= (\angle x + 80^\circ) + (\angle y + 80^\circ) \\ &= (\angle x + \angle y) + 160^\circ \\ &= 50^\circ + 160^\circ = 210^\circ \end{aligned}$$

답 ②

18 전략 먼저 $\angle BIC$ 의 크기를 구한다.

점 I가 △ABC의 내심이므로

$$\begin{aligned} \angle BIC &= 90^\circ + \frac{1}{2} \angle BAC \\ &= 90^\circ + \angle BAI \\ &= 90^\circ + 20^\circ = 110^\circ \end{aligned}$$

또 점 I'이 △IBC의 내심이므로

$$\begin{aligned} \angle BI'C &= 90^\circ + \frac{1}{2} \angle BIC \\ &= 90^\circ + \frac{1}{2} \times 110^\circ = 145^\circ \end{aligned}$$

답 ③

19 전략 $\overline{BI}$, $\overline{CI}$ 를 긋고 삼각형의 내심과 평행선의 성질을 이용한다.

오른쪽 그림과 같이 $\overline{BI}$, $\overline{CI}$ 를 긋고 점 I에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 F라 하자.

점 I는 △ABC의 내심이므로

$$\begin{aligned} \angle DBI &= \angle IBC, \\ \angle ECI &= \angle ICB \end{aligned}$$

$\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ 이므로

$$\angle DIB = \angle IBC \text{ (엇각)}, \angle EIC = \angle ICB \text{ (엇각)}$$

즉 $\angle DBI = \angle DIB$, $\angle ECI = \angle EIC$ 이므로

$$\overline{DI} = \overline{DB} = 13 \text{ (cm)}, \overline{EI} = \overline{EC} = 15 \text{ (cm)}$$

∴ (사각형 DBCE의 넓이)

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2} \times (\overline{DE} + \overline{BC}) \times \overline{IF} \\ &= \frac{1}{2} \times \{(13 + 15) + 42\} \times 12 \\ &= 420 \text{ (cm}^2\text{)} \end{aligned}$$

답 ⑤

20 전략 △ABC의 넓이를 이용하여 내접원의 반지름의 길이를 구한다.

△ABC의 내접원의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$$\frac{1}{2} \times 24 \times 10 = \frac{1}{2} \times r \times (26 + 24 + 10)$$

$$30r = 120 \quad \therefore r = 4$$

$$\therefore \triangle IAB = \frac{1}{2} \times 26 \times 4 = 52 \text{ (cm}^2\text{)}$$

답 52 cm²

다른 풀이

오른쪽 그림과 같이

△ABC의 내접원과 세 변의 접점을 각각 D, E, F라 하자.

$\overline{CE} = \overline{CF} = x$ (cm)라 하면

$$\overline{AD} = \overline{AF} = 10 - x \text{ (cm)},$$

$$\overline{BD} = \overline{BE} = 24 - x \text{ (cm)}$$

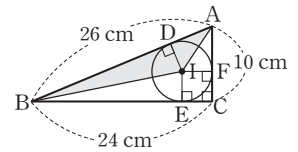
이때 $\overline{AB} = \overline{AD} + \overline{BD}$ 이므로

$$26 = (10 - x) + (24 - x), \quad 2x = 8$$

$$\therefore x = 4$$

$\overline{ID} = \overline{IF} = \overline{EC} = 4$ (cm)이므로

$$\triangle IAB = \frac{1}{2} \times 26 \times 4 = 52 \text{ (cm}^2\text{)}$$



21 전략 먼저 $\angle ACB$ 의 크기를 구한 후 삼각형의 외심과 내심의 성질을 이용하여 $\angle OBC$, $\angle ICB$ 의 크기를 구한다.

△ABC에서

$$\angle ACB = 180^\circ - (90^\circ + 70^\circ) = 20^\circ$$

점 O는 △ABC의 외심이므로 $\overline{OB} = \overline{OC}$

$$\therefore \angle OBC = \angle OCB = 20^\circ$$

점 I는 △ABC의 내심이므로

$$\angle ICB = \frac{1}{2} \angle ACB = \frac{1}{2} \times 20^\circ = 10^\circ$$

따라서 △PBC에서

$$\angle BPC = 180^\circ - (20^\circ + 10^\circ) = 150^\circ$$

답 150°

22 전략 정삼각형과 평행선의 성질을 이용하여 크기가 같은 각을 찾는다.

△ABC는 정삼각형이므로

$$\angle B = \angle C = 60^\circ$$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{IB}$, $\overline{IC}$ 를 그으

면 점 I는 △ABC의 내심이므로

$$\angle ABI = \angle IBD, \angle ACI = \angle ICE$$

$\overline{AB} \parallel \overline{ID}$ 이므로

$$\angle BID = \angle ABI \text{ (엇각)}$$

$\overline{AC} \parallel \overline{IE}$ 이므로

$$\angle CIE = \angle ACI \text{ (엇각)}$$

즉 $\angle BID = \angle IBD$, $\angle CIE = \angle ICE$ 이므로

$$\overline{BD} = \overline{ID}, \overline{CE} = \overline{IE} \quad \dots\dots \textcircled{7}$$

또 $\angle IDE = \angle B = 60^\circ$ (동위각),

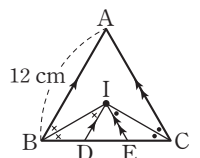
$\angle IED = \angle C = 60^\circ$ (동위각)이므로 △IDE는 정삼각형이다.

$$\therefore \overline{ID} = \overline{DE} = \overline{IE} \quad \dots\dots \textcircled{8}$$

따라서 ⑦, ⑧에서 $\overline{BD} = \overline{DE} = \overline{EC}$ 이므로

$$\overline{DE} = \frac{1}{3} \overline{BC} = \frac{1}{3} \overline{AB} = \frac{1}{3} \times 12 = 4 \text{ (cm)}$$

답 4 cm



- 23 **전략** $\overline{AE} = \overline{AG} = x$ (cm)로 놓고 $\overline{BH}$, $\overline{CH}$ 의 길이를 x 를 사용한 식으로 나타낸다.

$\overline{AE} = \overline{AG} = x$ (cm)라 하면

$$\overline{BH} = \overline{BG} = 15 - x \text{ (cm)},$$

$$\overline{CH} = \overline{CE} = 25 - x \text{ (cm)}$$

이때 $\overline{BC} = \overline{BH} + \overline{CH}$ 이므로

$$20 = (15 - x) + (25 - x), \quad 2x = 20$$

$$\therefore x = 10$$

$$\therefore \overline{AE} = 10 \text{ (cm)}$$

같은 방법으로

$$\overline{CF} = 10 \text{ (cm)}$$

$$\begin{aligned} \therefore \overline{EF} &= \overline{AC} - \overline{AE} - \overline{CF} \\ &= 25 - 10 - 10 = 5 \text{ (cm)} \end{aligned}$$

답 5 cm

- 24 **전략** 삼각형의 외심과 내심의 성질을 이용하여 $\angle OAC$, $\angle IAC$ 의 크기를 구한다.

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OC}$ 를 그으면

점 O는 $\triangle ABC$ 의 외심이므로

$$\angle AOC = 2\angle B$$

$$= 2 \times 35^\circ = 70^\circ$$

$\triangle OCA$ 에서 $\overline{OA} = \overline{OC}$ 이므로

$$\angle OAC = \angle OCA = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 70^\circ) = 55^\circ$$

$\triangle ABC$ 에서

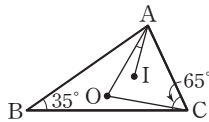
$$\angle BAC = 180^\circ - (35^\circ + 65^\circ) = 80^\circ$$

점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이므로

$$\angle IAC = \frac{1}{2} \angle BAC = \frac{1}{2} \times 80^\circ = 40^\circ$$

$$\begin{aligned} \therefore \angle OAI &= \angle OAC - \angle IAC \\ &= 55^\circ - 40^\circ = 15^\circ \end{aligned}$$

답 15°



- 2 **1단계** 점 O는 $\triangle ABC$ 의 외심이므로

$$\angle BOC = 2\angle A = 2 \times 40^\circ = 80^\circ$$

$\triangle OBC$ 에서 $\overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로

$$\angle OBC = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 80^\circ) = 50^\circ$$

- 2단계** $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로

$$\angle ABC = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 40^\circ) = 70^\circ$$

점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이므로

$$\angle IBC = \frac{1}{2} \angle ABC$$

$$= \frac{1}{2} \times 70^\circ = 35^\circ$$

- 3단계** $\angle OBI = \angle OBC - \angle IBC$

$$= 50^\circ - 35^\circ = 15^\circ$$

답 15°

- 3 **1단계** 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BC}$ 를 그으면

점 O는 $\triangle ABC$ 의 외심이므로

$\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$ 에서

$$\angle OAB = \angle OBA = 25^\circ,$$

$$\angle OAC = \angle OCA = 35^\circ$$

$$\therefore \angle BAC = \angle OAB + \angle OAC$$

$$= 25^\circ + 35^\circ = 60^\circ$$

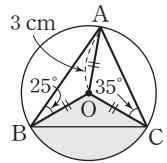
- 2단계** $\angle BOC = 2\angle BAC$

$$= 2 \times 60^\circ = 120^\circ$$

- 3단계** 외접원의 반지름의 길이가 3 cm이므로

$$\begin{aligned} (\text{부채꼴 BOC의 넓이}) &= \pi \times 3^2 \times \frac{120}{360} \\ &= 3\pi \text{ (cm}^2\text{)} \end{aligned}$$

답 $3\pi \text{ cm}^2$



서술형 대비 문제

▶ 본문 52~53쪽

- 1 $81\pi \text{ cm}^2$ 2 15° 3 $3\pi \text{ cm}^2$
4 174° 5 9 cm 6 $21\pi \text{ cm}^2$

- 1 **1단계** 점 O는 $\triangle ABC$ 의 외심이므로

$$\overline{AC} = 2\overline{CD} = 2 \times 6 = 12 \text{ (cm)}$$

- 2단계** $\overline{OA} = \overline{OC}$ 이고 $\triangle AOC$ 의 둘레의 길이가 30 cm이므로

$$\overline{OA} + \overline{OC} + 12 = 30, \quad 2\overline{OA} = 18$$

$$\therefore \overline{OA} = 9 \text{ (cm)}$$

- 3단계** $\triangle ABC$ 의 외접원의 넓이는

$$\pi \times 9^2 = 81\pi \text{ (cm}^2\text{)}$$

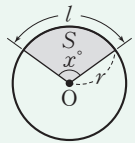
답 $81\pi \text{ cm}^2$

개념 더하기

반지름의 길이가 r , 중심각의 크기가 x° 인 부채꼴의 호의 길이를 l , 넓이를 S 라 하면

$$\textcircled{1} l = 2\pi r \times \frac{x}{360}$$

$$\textcircled{2} S = \pi r^2 \times \frac{x}{360} = \frac{1}{2} r l$$



- 4 **1단계** 점 I가 $\triangle ABC$ 의 내심이므로

$$\angle IAB = \angle IAC = 30^\circ$$

$\triangle ABI$ 에서

$$\angle x = 180^\circ - (30^\circ + 32^\circ) = 118^\circ$$

2단계 $\angle x = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle y$ 이므로
 $118^\circ = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle y, \quad \frac{1}{2}\angle y = 28^\circ$
 $\therefore \angle y = 56^\circ$

3단계 $\angle x + \angle y = 118^\circ + 56^\circ = 174^\circ$

답 174°

단계	채점 요소	배점
1	$\angle x$ 의 크기 구하기	3점
2	$\angle y$ 의 크기 구하기	3점
3	$\angle x + \angle y$ 의 크기 구하기	1점

5 1단계 점 I가 $\triangle ABC$ 의 내심이므로
 $\angle DBI = \angle IBC, \angle ECI = \angle ICB$
 $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ 이므로
 $\angle DIB = \angle IBC$ (엇각),
 $\angle EIC = \angle ICB$ (엇각)
즉 $\angle DBI = \angle DIB, \angle ECI = \angle EIC$ 이므로
 $\overline{DB} = \overline{DI}, \overline{EC} = \overline{EI}$
2단계 ($\triangle ADE$ 의 둘레의 길이)
 $= \overline{AD} + \overline{DE} + \overline{AE}$
 $= \overline{AD} + (\overline{DI} + \overline{EI}) + \overline{AE}$
 $= (\overline{AD} + \overline{DB}) + (\overline{EC} + \overline{AE})$
 $= \overline{AB} + \overline{AC}$
 $= 2\overline{AB} = 18 \text{ (cm)}$
 $\therefore \overline{AB} = 9 \text{ (cm)}$

답 9 cm

단계	채점 요소	배점
1	$\overline{DB} = \overline{DI}, \overline{EC} = \overline{EI}$ 임을 알기	4점
2	$\overline{AB}$ 의 길이 구하기	3점

6 1단계 $\triangle ABC$ 의 외접원의 반지름의 길이는
 $\frac{1}{2}\overline{BC} = \frac{1}{2} \times 10 = 5 \text{ (cm)}$
즉 외접원의 넓이는 $\pi \times 5^2 = 25\pi \text{ (cm}^2\text{)}$

2단계 $\triangle ABC$ 의 내접원의 반지름의 길이를 $r \text{ cm}$ 라 하면
 $\frac{1}{2} \times 8 \times 6 = \frac{1}{2} \times r \times (8 + 10 + 6)$
 $12r = 24 \quad \therefore r = 2$
즉 내접원의 넓이는 $\pi \times 2^2 = 4\pi \text{ (cm}^2\text{)}$

3단계 색칠한 부분의 넓이는
 $25\pi - 4\pi = 21\pi \text{ (cm}^2\text{)}$

답 $21\pi \text{ cm}^2$

단계	채점 요소	배점
1	$\triangle ABC$ 의 외접원의 넓이 구하기	3점
2	$\triangle ABC$ 의 내접원의 넓이 구하기	3점
3	색칠한 부분의 넓이 구하기	2점

II-1 평행사변형

01 평행사변형의 성질

개념원리 확인하기

> 본문 58쪽

- 01 (1) ○ (2) × (3) ○ (4) ○
02 (1) $\angle x = 50^\circ, \angle y = 32^\circ$ (2) $\angle x = 40^\circ, \angle y = 65^\circ$
03 (1) $x = 6, y = 9$ (2) $x = 110, y = 70$
04 (1) $x = 2, y = 3$ (2) $x = 12, y = 7$

- 01 (2) 평행사변형의 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분하므로

$$\overline{AO} = \overline{CO}, \overline{BO} = \overline{DO}$$

답 (1) ○ (2) × (3) ○ (4) ○

- 02 (1) $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이므로
 $\angle DBC = \angle BDA$ (엇각),
 $\angle ACB = \angle CAD$ (엇각)
 $\therefore \angle x = 50^\circ, \angle y = 32^\circ$
(2) $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$ 이므로
 $\angle ABD = \angle CDB$ (엇각),
 $\angle DCA = \angle BAC$ (엇각)
 $\therefore \angle x = 40^\circ, \angle y = 65^\circ$

답 (1) $\angle x = 50^\circ, \angle y = 32^\circ$
(2) $\angle x = 40^\circ, \angle y = 65^\circ$

- 03 (1) $\overline{AB} = \overline{DC} = 6 \text{ (cm)}$ 이므로
 $x = 6$
 $\overline{BC} = \overline{AD} = 9 \text{ (cm)}$ 이므로
 $y = 9$
(2) $\angle A = \angle C = 110^\circ$ 이므로
 $x = 110$
 $\angle B = 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ$ 이므로
 $y = 70$

답 (1) $x = 6, y = 9$ (2) $x = 110, y = 70$

- 04 (1) $\overline{AO} = \overline{CO} = 2 \text{ (cm)}$ 이므로
 $x = 2$
 $\overline{DO} = \overline{BO} = 3 \text{ (cm)}$ 이므로
 $y = 3$
(2) $\overline{AC} = 2\overline{AO} = 2 \times 6 = 12 \text{ (cm)}$ 이므로
 $x = 12$
 $\overline{BO} = \frac{1}{2}\overline{BD} = \frac{1}{2} \times 14 = 7 \text{ (cm)}$ 이므로
 $y = 7$

답 (1) $x = 2, y = 3$ (2) $x = 12, y = 7$

핵심문제 익히기

▶ 본문 59~60쪽

- 1 (1) $x=3, y=-2$ (2) $x=91, y=65$ (3) $x=1, y=3$
 2 3 cm 3 112° 4 17 cm

1 (1) $\overline{AB}=\overline{DC}$ 이므로

$$7=3x+y \quad \dots\dots \textcircled{㉠}$$

$\overline{AD}=\overline{BC}$ 이므로

$$9=x-3y \quad \dots\dots \textcircled{㉡}$$

$\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡}$ 을 연립하여 풀면 $x=3, y=-2$

(2) $\angle BAD=\angle C=115^\circ$ 이므로

$$\angle BAE=\angle BAD-\angle DAE=115^\circ-24^\circ=91^\circ$$

이때 $\overline{AB}\parallel\overline{DC}$ 이므로

$$\angle AED=\angle BAE=91^\circ \text{ (엇각)}$$

$$\therefore x=91$$

또 $\angle B+\angle C=180^\circ$ 이므로

$$\angle B=180^\circ-\angle C=180^\circ-115^\circ=65^\circ$$

$$\therefore y=65$$

(3) $\overline{AO}=\overline{CO}=\frac{1}{2}\overline{AC}=\frac{1}{2}\times 10=5$ 이므로

$$2x+y=5 \quad \dots\dots \textcircled{㉢}$$

$\overline{BO}=\overline{DO}$ 이므로

$$3y-x=8 \quad \dots\dots \textcircled{㉣}$$

$\textcircled{㉢}, \textcircled{㉣}$ 을 연립하여 풀면 $x=1, y=3$

답 (1) $x=3, y=-2$ (2) $x=91, y=65$

(3) $x=1, y=3$

다른 풀이

(2) $\angle C+\angle D=180^\circ$ 이므로

$$\angle D=180^\circ-\angle C=180^\circ-115^\circ=65^\circ$$

$$\triangle AED \text{에서 } \angle AED=180^\circ-(65^\circ+24^\circ)=91^\circ$$

$$\therefore x=91$$

또 $\angle B=\angle D=65^\circ$ 이므로 $y=65$

2 $\overline{AD}\parallel\overline{BC}$ 이므로

$$\angle BEA=\angle DAE \text{ (엇각)}$$

또 $\angle BAE=\angle DAE$ 이므로

$$\angle BAE=\angle BEA$$

따라서 $\triangle ABE$ 는 이등변삼각형이므로

$$\overline{BE}=\overline{BA}=5 \text{ (cm)}$$

이때 $\overline{BC}=\overline{AD}=8 \text{ (cm)}$ 이므로

$$\overline{EC}=\overline{BC}-\overline{BE}=8-5=3 \text{ (cm)} \quad \text{답 3 cm}$$

3 $\overline{AD}\parallel\overline{BC}$ 이므로

$$\angle ADE=\angle DEC=34^\circ \text{ (엇각)}$$

$$\therefore \angle CDE=\angle ADE=34^\circ$$

따라서 $\triangle DEC$ 에서

$$\angle C=180^\circ-(34^\circ+34^\circ)=112^\circ$$

$$\therefore \angle x=\angle C=112^\circ \quad \text{답 } 112^\circ$$

$$\begin{aligned} 4 \quad (\triangle OAB \text{의 둘레의 길이}) &= \overline{AO} + \overline{AB} + \overline{BO} \\ &= \frac{1}{2}\overline{AC} + \overline{DC} + \frac{1}{2}\overline{BD} \\ &= \overline{DC} + \frac{1}{2}(\overline{AC} + \overline{BD}) \\ &= 6 + \frac{1}{2} \times 22 \\ &= 17 \text{ (cm)} \end{aligned}$$

답 17 cm

이런 문제가 시험에 나온다

▶ 본문 61쪽

01 (가) $\overline{AC}$ (나) $\angle DCA$ (다) ASA (라) $\overline{BC}$

02 14 cm 03 38° 04 ③

01 평행사변형 ABCD에서 대각선 AC를 그으면 $\triangle ABC$ 와 $\triangle CDA$ 에서

$\overline{AC}$ 는 공통,

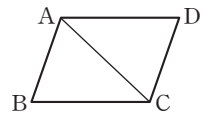
$$\angle ACB=\angle CAD \text{ (엇각)},$$

$$\angle BAC=\angle DCA \text{ (엇각)}$$

이므로 $\triangle ABC \equiv \triangle CDA$ (ASA 합동)

$$\therefore \overline{AB}=\overline{DC}, \overline{AD}=\overline{BC}$$

답 (가) $\overline{AC}$ (나) $\angle DCA$ (다) ASA (라) $\overline{BC}$



02 $\triangle ABE$ 와 $\triangle FCE$ 에서

$$\overline{BE}=\overline{CE}, \angle AEB=\angle FEC \text{ (맞꼭지각)}$$

$\overline{AB}\parallel\overline{DF}$ 이므로

$$\angle ABE=\angle FCE \text{ (엇각)}$$

따라서 $\triangle ABE \equiv \triangle FCE$ (ASA 합동)이므로

$$\overline{FC}=\overline{AB}=7 \text{ (cm)}$$

또 $\square ABCD$ 가 평행사변형이므로

$$\overline{DC}=\overline{AB}=7 \text{ (cm)}$$

$$\therefore \overline{DF}=\overline{DC}+\overline{CF}=7+7=14 \text{ (cm)}$$

답 14 cm

03 $\angle BAD+\angle D=180^\circ$ 이므로

$$\angle BAD=180^\circ-\angle D=180^\circ-76^\circ=104^\circ$$

$$\therefore \angle BAP=\frac{1}{2}\angle BAD$$

$$=\frac{1}{2}\times 104^\circ=52^\circ$$

$\triangle ABP$ 에서

$$\angle ABP=180^\circ-(90^\circ+52^\circ)=38^\circ$$

이때 $\angle ABC=\angle D=76^\circ$ 이므로

$$\angle x=\angle ABC-\angle ABP$$

$$=76^\circ-38^\circ=38^\circ$$

답 38°

- 04 ①, ④, ⑤ $\triangle AOP$ 와 $\triangle COQ$ 에서
 $\overline{AO} = \overline{CO}$, $\angle OAP = \angle OCQ$ (엇각),
 $\angle AOP = \angle COQ$ (맞꼭지각)

이므로 $\triangle AOP \cong \triangle COQ$ (ASA 합동)

- ② $\triangle AOP \cong \triangle COQ$ 이므로

$$\overline{PO} = \overline{QO}$$

따라서 옳지 않은 것은 ③이다.

답 ③

02 평행사변형이 되는 조건

개념원리 확인하기

> 본문 64쪽

- 01 (1) $\overline{DC}$, $\overline{BC}$ (2) $\overline{DC}$, $\overline{BC}$ (3) $\angle C$, $\angle D$

- (4) $\overline{CO}$, $\overline{DO}$ (5) $\overline{DC}$, $\overline{DC}$

- 02 (1) $\times$ (2) $\circ$ (3) $\circ$ (4) $\times$

- 03 (1) 20 cm^2 (2) 10 cm^2

- 04 25 cm^2

- 01 (1) 두 쌍의 대변이 각각 평행해야 하므로

$$\overline{AB} \parallel \overline{DC}, \overline{AD} \parallel \overline{BC}$$

- (2) 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같아야 하므로

$$\overline{AB} = \overline{DC}, \overline{AD} = \overline{BC}$$

- (3) 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같아야 하므로

$$\angle A = \angle C, \angle B = \angle D$$

- (4) 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분해야 하므로

$$\overline{AO} = \overline{CO}, \overline{BO} = \overline{DO}$$

- (5) 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같아야 하므로

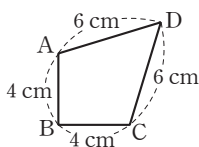
$$\overline{AB} \parallel \overline{DC}, \overline{AB} = \overline{DC}$$

- 답 (1) $\overline{DC}$, $\overline{BC}$ (2) $\overline{DC}$, $\overline{BC}$ (3) $\angle C$, $\angle D$
 (4) $\overline{CO}$, $\overline{DO}$ (5) $\overline{DC}$, $\overline{DC}$

- 02 (1) 오른쪽 그림에서 $\square ABCD$ 는

$$\overline{AB} = \overline{BC} = 4 \text{ cm},$$

$\overline{CD} = \overline{DA} = 6 \text{ cm}$ 이지만 평행사변형이 아니다.



- (2) $\angle D = 360^\circ - (65^\circ + 115^\circ + 65^\circ) = 115^\circ$

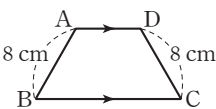
이때 $\angle A = \angle C$, $\angle B = \angle D$ 에서 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같으므로 $\square ABCD$ 는 평행사변형이다.

- (3) $\overline{AO} = \overline{CO}$, $\overline{BO} = \overline{DO}$ 에서 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분하므로 $\square ABCD$ 는 평행사변형이다.

- (4) 오른쪽 그림에서 $\square ABCD$ 는

$$\overline{AD} \parallel \overline{BC}, \overline{AB} = \overline{DC} = 8 \text{ cm}$$

이지만 평행사변형이 아니다.



- 답 (1) $\times$ (2) $\circ$ (3) $\circ$ (4) $\times$

- 03 (1) $\triangle ABC = \frac{1}{2} \square ABCD$

$$= \frac{1}{2} \times 40 = 20 (\text{cm}^2)$$

- (2) $\triangle CDO = \frac{1}{4} \square ABCD$

$$= \frac{1}{4} \times 40 = 10 (\text{cm}^2)$$

- 답 (1) 20 cm^2 (2) 10 cm^2

- 04 $\triangle PAB + \triangle PCD = \triangle PDA + \triangle PBC$ 이므로

$$15 + \triangle PCD = 13 + 27$$

$$\therefore \triangle PCD = 25 (\text{cm}^2)$$

- 답 25 cm^2

핵심문제 익히기

> 본문 65~67쪽

- 1 ④

- 2 (1) $x=55, y=65$ (2) $x=7, y=4$

- 3 (1) $\overline{CF}$ (나) RHA (다) $\overline{AE}$

(2) 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같다.

- 4 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.

- 5 7 cm^2 6 6 cm^2

- 1 ① $\angle ABD = \angle CDB$, 즉 엇각의 크기가 같으므로

$$\overline{AB} \parallel \overline{DC}$$

$\angle ADB = \angle CBD$, 즉 엇각의 크기가 같으므로

$$\overline{AD} \parallel \overline{BC}$$

이때 $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$, $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 에서 두 쌍의 대변이 각각 평행하므로 $\square ABCD$ 는 평행사변형이다.

- ② $\overline{AB} = \overline{DC}$, $\overline{AD} = \overline{BC}$ 에서 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같으므로 $\square ABCD$ 는 평행사변형이다.

- ③ $\angle A = 360^\circ - (55^\circ + 125^\circ + 55^\circ) = 125^\circ$

이때 $\angle A = \angle C$, $\angle B = \angle D$ 에서 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같으므로 $\square ABCD$ 는 평행사변형이다.

- ④ $\overline{AO} = \overline{CO}$, $\overline{BO} \neq \overline{DO}$ 에서 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하지 않으므로 $\square ABCD$ 는 평행사변형이 아니다.

- ⑤ $\angle ADB = \angle CBD$, 즉 엇각의 크기가 같으므로

$$\overline{AD} \parallel \overline{BC}$$

이때 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$, $\overline{AD} = \overline{BC}$ 에서 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같으므로 $\square ABCD$ 는 평행사변형이다.

따라서 $\square ABCD$ 가 평행사변형이 아닌 것은 ④이다.

답 ④

- 2 (1) $\square ABCD$ 가 평행사변형이 되려면 $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$, $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이어야 한다.

$\overline{AB} \parallel \overline{DC}$ 에서

$$\angle ACD = \angle CAB = 65^\circ \text{ (엇각)}$$

$$\therefore y = 65$$

$\triangle ABC$ 에서

$$\angle ACB = 180^\circ - (65^\circ + 60^\circ) = 55^\circ$$

$\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 에서

$$\angle DAC = \angle ACB = 55^\circ \text{ (엇각)}$$

$$\therefore x = 55$$

(2) $\square ABCD$ 가 평행사변형이 되려면 $\overline{AB} = \overline{DC}$, $\overline{AD} = \overline{BC}$ 이어야 한다.

$$2x + 1 = 3x - 6 \text{ 에서}$$

$$x = 7$$

$$3y + 7 = 4y + 3 \text{ 에서}$$

$$y = 4$$

$$\text{답 (1) } x = 55, y = 65 \quad (2) x = 7, y = 4$$

3 $\angle AED = \angle CFB = 90^\circ$, 즉 엇각의 크기가 같으므로

$$\overline{AE} \parallel \overline{CF} \quad \dots\dots \text{㉠}$$

$\triangle ABE$ 와 $\triangle CDF$ 에서

$$\angle AEB = \angle CFD = 90^\circ, \overline{AB} = \overline{CD},$$

$$\angle ABE = \angle CDF \text{ (엇각)}$$

이므로 $\triangle ABE \cong \triangle CDF$ (RHA 합동)

$$\therefore \overline{AE} = \overline{CF} \quad \dots\dots \text{㉡}$$

㉠, ㉡에서 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같으므로 $\square AECF$ 는 평행사변형이다.

$$\text{답 (1) } \textcircled{\text{가}} \overline{CF} \quad \textcircled{\text{나}} \text{RHA} \quad \textcircled{\text{다}} \overline{AE}$$

(2) 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같다.

4 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이므로

$$\overline{AH} \parallel \overline{FC}$$

$$\overline{AD} = \overline{BC} \text{ 이고 } \overline{AH} = \frac{1}{2} \overline{AD}, \overline{FC} = \frac{1}{2} \overline{BC} \text{ 이므로}$$

$$\overline{AH} = \overline{FC}$$

즉 $\overline{AH} \parallel \overline{FC}$, $\overline{AH} = \overline{FC}$ 이므로 $\square AFCH$ 는 평행사변형이다.

$$\therefore \overline{PQ} \parallel \overline{SR} \quad \dots\dots \text{㉠}$$

$\overline{AB} \parallel \overline{DC}$ 이므로

$$\overline{EB} \parallel \overline{DG}$$

$$\overline{AB} = \overline{DC} \text{ 이고 } \overline{EB} = \frac{1}{2} \overline{AB}, \overline{DG} = \frac{1}{2} \overline{DC} \text{ 이므로}$$

$$\overline{EB} = \overline{DG}$$

즉 $\overline{EB} \parallel \overline{DG}$, $\overline{EB} = \overline{DG}$ 이므로 $\square EBGD$ 는 평행사변형이다.

$$\therefore \overline{PS} \parallel \overline{QR} \quad \dots\dots \text{㉡}$$

㉠, ㉡에서 두 쌍의 대변이 각각 평행하므로 $\square PQRS$ 는 평행사변형이다.

$$\text{답 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.}$$

5 $\square ABNM$, $\square MNCD$ 는 모두 평행사변형이고 밑변의 길이와 높이가 각각 같으므로

$$\triangle MPN = \frac{1}{4} \square ABNM$$

$$= \frac{1}{4} \times \frac{1}{2} \square ABCD$$

$$= \frac{1}{8} \square ABCD$$

$$\triangle QMN = \frac{1}{4} \square MNCD$$

$$= \frac{1}{4} \times \frac{1}{2} \square ABCD$$

$$= \frac{1}{8} \square ABCD$$

$$\therefore \square MPNQ = \triangle MPN + \triangle QMN$$

$$= \frac{1}{8} \square ABCD + \frac{1}{8} \square ABCD$$

$$= \frac{1}{4} \square ABCD$$

$$= \frac{1}{4} \times 28 = 7 \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$\text{답 } 7 \text{ cm}^2$$

6 $\square ABCD = 8 \times 5 = 40 \text{ (cm}^2\text{)}$ 이므로

$$\triangle PAB + \triangle PCD = \frac{1}{2} \square ABCD$$

$$= \frac{1}{2} \times 40 = 20 \text{ (cm}^2\text{)}$$

이때 $\triangle PCD$ 의 넓이가 14 cm^2 이므로

$$\triangle PAB + 14 = 20$$

$$\therefore \triangle PAB = 6 \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$\text{답 } 6 \text{ cm}^2$$

이런 문제가 시험에 나온다

> 본문 68~69쪽

01 ⑤ 02 ①, ⑤ 03 69

04 $\textcircled{\text{가}} \overline{DO}$ $\textcircled{\text{나}} \overline{CO}$ $\textcircled{\text{다}} \overline{FO}$

두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.

05 10 cm 06 9 cm² 07 12 cm²

01 ⑤ $\textcircled{\text{바}}$ 엇각

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

$$\text{답 } ⑤$$

02 ① $\overline{AB} = \overline{DC}$, $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$ 에서 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같으므로 $\square ABCD$ 는 평행사변형이다.

$$\textcircled{5} \angle D = 360^\circ - (95^\circ + 85^\circ + 95^\circ) = 85^\circ$$

이때 $\angle A = \angle C$, $\angle B = \angle D$ 에서 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같으므로 $\square ABCD$ 는 평행사변형이다.

따라서 $\square ABCD$ 가 평행사변형이 되는 것은 ①, ⑤이다.

$$\text{답 } ①, ⑤$$

- 03 □ABCD가 평행사변형이 되려면 $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$, $\overline{AB} = \overline{DC}$ 이어야 한다.

$$\triangle ABC \text{에서 } \angle BAC = 180^\circ - (75^\circ + 45^\circ) = 60^\circ$$

$\overline{AB} \parallel \overline{DC}$ 에서

$$\angle ACD = \angle BAC = 60^\circ \text{ (엇각)} \quad \therefore x = 60$$

또 $\overline{AB} = \overline{DC}$ 에서

$$\overline{DC} = \overline{AB} = 9 \text{ (cm)} \quad \therefore y = 9$$

$$\therefore x + y = 60 + 9 = 69$$

답 69

- 04 □ABCD는 평행사변형이므로

$$\overline{AO} = \overline{CO}, \overline{BO} = \overline{DO} \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

그런데 $\overline{AE} = \overline{CF}$ 이므로

$$\overline{EO} = \overline{AO} - \overline{AE} = \overline{CO} - \overline{CF} = \overline{FO} \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

①, ②에서 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하므로

□EBFD는 평행사변형이다.

$$\text{답 (가) } \overline{DO} \text{ (나) } \overline{CO} \text{ (다) } \overline{FO}$$

두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.

- 05 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이므로 $\overline{AF} \parallel \overline{EC}$ $\dots\dots \textcircled{1}$

$\angle DAE = \angle BEA$ (엇각)이고 $\angle BAE = \angle DAE$ 이므로

$$\angle BEA = \angle BAE$$

즉 $\triangle ABE$ 는 $\overline{BE} = \overline{BA} = 10$ (cm)인 이등변삼각형이다.

같은 방법으로 $\triangle DFC$ 는 $\overline{DF} = \overline{DC} = 10$ (cm)인 이등변삼각형이므로

$$\overline{AF} = \overline{EC} = 14 - 10 = 4 \text{ (cm)} \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

①, ②에서 □AECF는 평행사변형이다.

따라서 $\overline{AE} = \overline{FC}$ 이고 □AECF의 둘레의 길이가 28 cm 이므로

$$2(\overline{AE} + 4) = 28, \quad 2\overline{AE} = 20$$

$$\therefore \overline{AE} = 10 \text{ (cm)}$$

답 10 cm

- 06 $\triangle BOE$ 와 $\triangle DOF$ 에서

$$\overline{BO} = \overline{DO}, \angle OBE = \angle ODF \text{ (엇각),}$$

$$\angle BOE = \angle DOF \text{ (맞꼭지각)}$$

이므로 $\triangle BOE \cong \triangle DOF$ (ASA 합동)

$$\therefore \text{(색칠한 부분의 넓이)} = \triangle AOE + \triangle DOF$$

$$= \triangle AOE + \triangle BOE$$

$$= \triangle ABO$$

$$= \frac{1}{4} \square ABCD$$

$$= \frac{1}{4} \times 36 = 9 \text{ (cm}^2\text{)}$$

답 9 cm²

- 07 $\triangle PAB + \triangle PCD = \frac{1}{2} \square ABCD$

$$= \frac{1}{2} \times 60 = 30 \text{ (cm}^2\text{)}$$

이때 $\triangle PAB : \triangle PCD = 2 : 3$ 이므로

$$\triangle PAB = 30 \times \frac{2}{2+3} = 12 \text{ (cm}^2\text{)}$$

답 12 cm²

중단원 마무리하기

▶ 본문 70~73쪽

01 ③

02 ③

03 4 cm

04 $\angle C = 108^\circ$, $\angle D = 72^\circ$

05 ③

06 ⑤

07 ④

08 ②

09 (가) $\overline{DF}$ (나) $\overline{AB}$ (다) $\overline{EB}$

10 ④

11 35 cm²

12 ①

13 ②

14 14 cm

15 ③

16 ③

17 ④

18 44

19 ③

20 110°

21 ⑤

22 25°

23 20 cm

24 ④

- 01 **전략** 평행사변형의 두 쌍의 대변은 각각 평행함을 이용한다.

$\overline{AB} \parallel \overline{DC}$ 이므로

$$\angle ABD = \angle CDB = 35^\circ \text{ (엇각)}$$

$$\therefore \angle ABC = 35^\circ + 25^\circ = 60^\circ$$

따라서 $\triangle ABC$ 에서

$$\angle x = 180^\circ - (80^\circ + 60^\circ) = 40^\circ$$

답 ③

- 02 **전략** 평행사변형의 성질을 만족시키는지 확인한다.

$$\textcircled{1} \overline{DC} = \overline{AB} = 7 \text{ (cm)}$$

$$\textcircled{2} \angle ADC = \angle ABC = 100^\circ$$

$$\textcircled{3} \angle DAB + \angle ABC = 180^\circ \text{이므로}$$

$$\angle DAB = 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ$$

$$\textcircled{4} \overline{AO} = \frac{1}{2} \overline{AC} = \frac{1}{2} \times 12 = 6 \text{ (cm)}$$

$$\textcircled{5} \overline{BD} = 2\overline{BO} = 2 \times 5 = 10 \text{ (cm)}$$

따라서 옳지 않은 것은 ③이다.

답 ③

- 03 **전략** 평행사변형의 두 쌍의 대변의 길이는 각각 같음을 이용한다.

$\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이므로

$$\angle BEA = \angle DAE \text{ (엇각)}$$

$$\therefore \angle BAE = \angle BEA$$

따라서 $\triangle ABE$ 는 이등변삼각형이므로

$$\overline{BE} = \overline{BA} = 7 \text{ (cm)}$$

이때 $\overline{BC} = \overline{AD} = 11$ (cm)이므로

$$\overline{EC} = \overline{BC} - \overline{BE} = 11 - 7 = 4 \text{ (cm)}$$

답 4 cm

- 04 **전략** 평행사변형의 두 쌍의 대각의 크기는 각각 같음을 이용한다.

$$\angle A + \angle B = 180^\circ \text{이고 } \angle A : \angle B = 3 : 2 \text{이므로}$$

$$\angle A = 180^\circ \times \frac{3}{3+2} = 108^\circ,$$

$$\angle B = 180^\circ \times \frac{2}{3+2} = 72^\circ$$

$$\therefore \angle C = \angle A = 108^\circ, \angle D = \angle B = 72^\circ$$

$$\text{답 } \angle C = 108^\circ, \angle D = 72^\circ$$

05 **전략** 이등변삼각형과 평행사변형의 성질을 이용한다.

$\overline{AD} = \overline{DF}$ 이므로 $\triangle AFD$ 는 이등변삼각형이다.

이때 $\angle D = \angle B = 70^\circ$ 이므로 $\triangle AFD$ 에서

$$\angle DAF = \angle DFA = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 70^\circ) = 55^\circ$$

$\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이므로

$$\angle x = \angle DAE = 55^\circ \text{ (엇각)}$$

답 ③

06 **전략** 평행사변형의 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분함을 이용한다.

$$\overline{DC} = \overline{AB} = 9 \text{ (cm)}$$

$$\overline{OC} = \frac{1}{2} \overline{AC} = \frac{1}{2} \times 14 = 7 \text{ (cm)}$$

$$\overline{OD} = \frac{1}{2} \overline{BD} = \frac{1}{2} \times 18 = 9 \text{ (cm)}$$

$$\therefore (\triangle OCD \text{의 둘레의 길이}) = \overline{OC} + \overline{OD} + \overline{DC} \\ = 7 + 9 + 9 = 25 \text{ (cm)}$$

답 ⑤

07 **전략** 평행사변형이 되기 위한 조건을 생각해 본다.

① 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같으므로 $\square ABCD$ 는 평행사변형이다.

② $\angle C = 360^\circ - (120^\circ + 60^\circ + 60^\circ) = 120^\circ$

이때 $\angle A = \angle C$, $\angle B = \angle D$ 에서 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같으므로 $\square ABCD$ 는 평행사변형이다.

③ 오른쪽 그림과 같이 $\overline{CD}$ 의 연장

선 위에 점 E를 잡으면

$\overline{AB} \parallel \overline{DC}$ 이므로

$$\angle A = \angle ADE \text{ (엇각)}$$

이때 $\angle A = \angle C$ 이므로

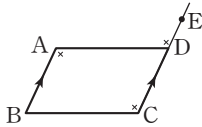
$$\angle C = \angle ADE$$

즉 동위각의 크기가 같으므로

$$\overline{AD} \parallel \overline{BC}$$

즉 두 쌍의 대변이 각각 평행하므로 $\square ABCD$ 는 평행사변형이다.

④ 오른쪽 그림에서 $\square ABCD$ 는 $\overline{AB} = \overline{DC}$, $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이지만 평행사변형이 아니다.



⑤ 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하므로 $\square ABCD$ 는 평행사변형이다.

따라서 $\square ABCD$ 가 평행사변형이 되는 조건이 아닌 것은 ④이다.

답 ④

08 **전략** 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하는 사각형은 평행사변형임을 이용한다.

$\square ABCD$ 가 평행사변형이 되려면 $\overline{AO} = \overline{CO}$, $\overline{BO} = \overline{DO}$ 이어야 한다.

$\overline{AO} = \overline{CO}$ 에서

$$3 = x - 2 \quad \therefore x = 5$$

$\overline{BO} = \overline{DO}$ 에서

$$2y + 1 = 5, \quad 2y = 4 \quad \therefore y = 2$$

$$\therefore xy = 5 \times 2 = 10$$

답 ②

09 **전략** $\square EBF D$ 가 평행사변형이 되기 위한 조건을 생각해 본다.

$\square ABCD$ 가 평행사변형이므로

$$\overline{EB} \parallel \overline{DF}$$

..... ㉠

$$\overline{AB} = \overline{DC}, \overline{AE} = \overline{CF} \text{이므로}$$

$$\overline{EB} = \overline{DF}$$

..... ㉡

㉠, ㉡에서 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같으므로

$\square EBF D$ 는 평행사변형이다.

답 (가) $\overline{DF}$ (나) $\overline{AB}$ (다) $\overline{EB}$

10 **전략** $\square PQRS$ 가 평행사변형이 되기 위한 조건을 생각해 본다.

$\square ABCD$ 는 평행사변형이므로

$$\overline{AO} = \overline{CO}, \overline{BO} = \overline{DO}$$

이때 $\overline{AP} = \overline{CR}$, $\overline{BQ} = \overline{DS}$ 이므로

$$\overline{PO} = \overline{AO} - \overline{AP} = \overline{CO} - \overline{CR} = \overline{RO}$$

$$\overline{QO} = \overline{BO} - \overline{BQ} = \overline{DO} - \overline{DS} = \overline{SO}$$

따라서 $\square PQRS$ 는 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하므로 평행사변형이다.

답 ④

11 **전략** 평행사변형의 넓이는 한 대각선에 의하여 이등분됨을 이용한다.

(색칠한 부분의 넓이)

$$= \triangle APH + \triangle EBP + \triangle PCG + \triangle HPD$$

$$= \frac{1}{2} (\square AEPH + \square EBFP + \square PFCG + \square HPGD)$$

$$= \frac{1}{2} \square ABCD$$

$$= \frac{1}{2} \times 70 = 35 \text{ (cm}^2\text{)}$$

답 35 cm²

12 **전략** 평행사변형 ABCD의 내부의 한 점 P에 대하여

$$\triangle PDA + \triangle PBC = \frac{1}{2} \square ABCD \text{임을 이용한다.}$$

$$\square ABCD = 8 \times 6 = 48 \text{ (cm}^2\text{)} \text{이므로}$$

$$(\text{색칠한 부분의 넓이}) = \triangle PDA + \triangle PBC$$

$$= \frac{1}{2} \square ABCD$$

$$= \frac{1}{2} \times 48 = 24 \text{ (cm}^2\text{)} \quad \text{답 ①}$$

13 **전략** 접은 각은 그 크기가 같음을 이용한다.

$$\angle FDB = \angle BDC = 40^\circ \text{ (접은 각)}$$

$\overline{AB} \parallel \overline{DC}$ 이므로

$$\angle FBD = \angle BDC = 40^\circ \text{ (엇각)}$$

따라서 $\triangle FBD$ 에서

$$\angle F = 180^\circ - (40^\circ + 40^\circ) = 100^\circ$$

답 ②

- 14 **전략** 이등변삼각형의 성질을 이용하여 길이가 같은 두 변을 찾는다.

$\overline{AB} \parallel \overline{DC}$ 이므로

$$\angle BAE = \angle DEA \text{ (엇각)}$$

$$\therefore \angle DAE = \angle DEA$$

즉 $\triangle DAE$ 는 이등변삼각형이므로

$$\overline{DE} = \overline{DA} = 12 \text{ (cm)}$$

또 $\angle ABF = \angle CFB$ (엇각)이므로

$$\angle CBF = \angle CFB$$

즉 $\triangle BCF$ 는 이등변삼각형이므로

$$\overline{CF} = \overline{CB} = \overline{AD} = 12 \text{ (cm)}$$

이때 $\overline{CD} = \overline{AB} = 10 \text{ (cm)}$ 이므로

$$\begin{aligned} \overline{EF} &= \overline{FC} + \overline{DE} - \overline{CD} \\ &= 12 + 12 - 10 = 14 \text{ (cm)} \end{aligned}$$

답 14 cm

- 15 **전략** 평행사변형의 두 쌍의 대각의 크기는 각각 같음을 이용한다.

$\angle ADC = \angle B = 60^\circ$ 이고 $\angle ADE : \angle EDC = 2 : 1$ 이므로

$$\angle ADE = 60^\circ \times \frac{2}{2+1} = 40^\circ$$

$\triangle AED$ 에서

$$\angle DAE = 180^\circ - (75^\circ + 40^\circ) = 65^\circ$$

이때 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이므로

$$\angle x = \angle DAE = 65^\circ \text{ (엇각)}$$

답 ③

다른 풀이

$\angle ADC = \angle B = 60^\circ$ 이고 $\angle ADE : \angle EDC = 2 : 1$ 이므로

$$\angle EDC = 60^\circ \times \frac{1}{2+1} = 20^\circ$$

또 $\angle B + \angle C = 180^\circ$ 이므로

$$\angle C = 180^\circ - \angle B = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$$

$\triangle DEC$ 에서

$$\angle DEC = 180^\circ - (120^\circ + 20^\circ) = 40^\circ$$

$$\therefore \angle x = 180^\circ - (75^\circ + 40^\circ) = 65^\circ$$

- 16 **전략** 평행사변형의 이웃하는 두 내각의 크기의 합은 180° 임을 이용한다.

$\overline{HB} \parallel \overline{DC}$ 이므로

$$\angle FCD = \angle AHF = 40^\circ \text{ (엇각)}$$

$$\therefore \angle FCB = \angle FCD = 40^\circ$$

$\angle ABC + \angle BCD = 180^\circ$ 이므로

$$\angle ABC = 180^\circ - (40^\circ + 40^\circ) = 100^\circ$$

$$\therefore \angle EBC = \frac{1}{2} \angle ABC = \frac{1}{2} \times 100^\circ = 50^\circ$$

$\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이므로

$$\angle FEB = \angle EBC = 50^\circ \text{ (엇각)}$$

$$\therefore \angle x = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ$$

답 ③

- 17 **전략** 평행사변형의 성질을 이용하여 합동인 두 삼각형을 찾는다.

$\triangle OAP$ 와 $\triangle OCQ$ 에서

$$\overline{OA} = \overline{OC}, \angle APO = \angle CQO = 90^\circ \text{ (엇각)},$$

$$\angle AOP = \angle COQ \text{ (맞꼭지각)}$$

이므로 $\triangle OAP \equiv \triangle OCQ$ (RHA 합동)

이때 $\overline{AP} = \overline{AB} - \overline{PB} = \overline{DC} - \overline{PB} = 13 - 9 = 4 \text{ (cm)}$ 이므로

$$\triangle OCQ = \triangle OAP = \frac{1}{2} \times 4 \times 7 = 14 \text{ (cm}^2\text{)} \quad \text{답 ④}$$

- 18 **전략** 평행사변형이 되기 위한 조건을 생각해 본다.

$\overline{AB} \parallel \overline{GH}$, $\overline{AD} \parallel \overline{EF}$ 에서 $\square AEPG$ 가 평행사변형이므로

$$\angle A = \angle EPG = 110^\circ \quad \therefore x = 110$$

$\square ABCD$ 가 평행사변형이므로 $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$, $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 에서 $\overline{GH} \parallel \overline{DC}$, $\overline{EF} \parallel \overline{BC}$

즉 $\square PHCF$ 가 평행사변형이므로

$$\angle PHC = \angle EPH = 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ \text{ (엇각)}$$

$$\therefore y = 70$$

또 $\overline{PF} = \overline{HC} = \overline{BC} - \overline{BH} = \overline{AD} - \overline{BH} = 11 - 7 = 4 \text{ (cm)}$

이므로 $z = 4$

$$\therefore x - y + z = 110 - 70 + 4 = 44 \quad \text{답 44}$$

- 19 **전략** 평행사변형의 성질을 이용하여 합동인 두 삼각형을 찾는다.

①, ④ $\triangle AFD$ 와 $\triangle CEB$ 에서

$$\angle ADF = \angle CBE \text{ (엇각)}, \overline{AD} = \overline{CB}, \overline{DF} = \overline{BE}$$

이므로 $\triangle AFD \equiv \triangle CEB$ (SAS 합동)

$$\therefore \overline{AF} = \overline{CE} \quad \dots\dots \text{㉠}$$

② $\triangle ABE$ 와 $\triangle CDF$ 에서

$$\angle ABE = \angle CDF \text{ (엇각)}, \overline{AB} = \overline{CD}, \overline{BE} = \overline{DF}$$

이므로 $\triangle ABE \equiv \triangle CDF$ (SAS 합동)

$$\therefore \overline{AE} = \overline{CF} \quad \dots\dots \text{㉡}$$

⑤ ㉠, ㉡에서 $\square AECF$ 는 평행사변형이다.

따라서 옳지 않은 것은 ③이다.

답 ③

- 20 **전략** $\square ANCM$ 과 $\square MBND$ 가 어떤 사각형인지 생각해 본다.

$\overline{AM} \parallel \overline{NC}$, $\overline{AM} = \overline{NC}$ 이므로 $\square ANCM$ 은 평행사변형이다.

$$\therefore \angle NCM = \angle NAM = 72^\circ$$

$\overline{MD} \parallel \overline{BN}$, $\overline{MD} = \overline{BN}$ 이므로 $\square MBND$ 는 평행사변형이다.

즉 $\overline{MB} \parallel \overline{DN}$ 이므로

$$\angle FNC = \angle MBN = 38^\circ \text{ (동위각)}$$

따라서 $\triangle FNC$ 에서

$$\angle x = 38^\circ + 72^\circ = 110^\circ \quad \text{답 110}^\circ$$

- 21 **전략** □BFED가 어떤 사각형인지 생각해 본다.
 $\triangle BCD = 2\triangle AOD = 2 \times 8 = 16 \text{ (cm}^2\text{)}$
 $\overline{BC} = \overline{CE}$, $\overline{DC} = \overline{CF}$ 이므로 □BFED는 평행사변형이다.
 $\therefore \square BFED = 4\triangle BCD = 4 \times 16 = 64 \text{ (cm}^2\text{)}$

답 ⑤

- 22 **전략** 보조선을 긋고 합동인 두 삼각형을 찾는다.
 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}$,
 $\overline{BM}$ 의 연장선의 교점을 F
 라 하자.
 $\triangle DMF$ 와 $\triangle CMB$ 에서
 $\overline{DM} = \overline{CM}$,
 $\angle DMF = \angle CMB$ (맞꼭지각),
 $\angle MDF = \angle MCB$ (엇각)
 이므로 $\triangle DMF \equiv \triangle CMB$ (ASA 합동)
 $\therefore \overline{DF} = \overline{CB}$
 이때 $\overline{AD} = \overline{BC}$ 에서 $\overline{AD} = \overline{DF}$ 이므로 점 D는 직각삼각형
 AEF의 외심이다.
 $\therefore \overline{AD} = \overline{DE} = \overline{DF}$
 따라서 $\triangle DEF$ 는 $\overline{DE} = \overline{DF}$ 인 이등변삼각형이므로
 $\angle DFE = \angle DEF = \frac{1}{2} \angle ADE = \frac{1}{2} \times 50^\circ = 25^\circ$
 $\therefore \angle MBC = \angle MFD = 25^\circ$

답 25°

- 23 **전략** 이등변삼각형의 성질을 이용하여 길이가 같은 두 변을 찾는다.
 $\triangle ABC$ 가 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형이므로
 $\angle B = \angle C$
 $\overline{AC} \parallel \overline{EP}$ 이므로
 $\angle C = \angle EPB$ (동위각)
 $\therefore \angle B = \angle EPB$
 따라서 $\triangle EBP$ 는 이등변삼각형이므로
 $\overline{EB} = \overline{EP}$
 이때 $\overline{AE} \parallel \overline{DP}$, $\overline{AD} \parallel \overline{EP}$ 이므로 □AEPD는 평행사변
 형이다.
 $\therefore (\square AEPD \text{의 둘레의 길이})$
 $= 2(\overline{AE} + \overline{EP})$
 $= 2(\overline{AE} + \overline{EB})$
 $= 2\overline{AB}$
 $= 2 \times 10 = 20 \text{ (cm)}$

답 20 cm

- 24 **전략** 정삼각형의 성질을 이용하여 $\triangle ABC$ 와 합동인 삼각형
 을 찾는다.

- ① $\triangle ABC$ 와 $\triangle FEC$ 에서
 $\overline{AC} = \overline{FC}$, $\overline{BC} = \overline{EC}$,
 $\angle ACB = 60^\circ - \angle ECA = \angle FCE$
 이므로 $\triangle ABC \equiv \triangle FEC$ (SAS 합동) ㉠
 ② $\triangle ABC$ 와 $\triangle DBE$ 에서
 $\overline{AB} = \overline{DB}$, $\overline{BC} = \overline{BE}$,
 $\angle ABC = 60^\circ - \angle EBA = \angle DBE$
 이므로 $\triangle ABC \equiv \triangle DBE$ (SAS 합동) ㉡
 ③, ⑤ ㉠, ㉡에서
 $\triangle ABC \equiv \triangle DBE \equiv \triangle FEC$
 이때 $\overline{DA} = \overline{DB} = \overline{EF}$, $\overline{DE} = \overline{AC} = \overline{AF}$ 이므로
 □AFED는 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.
 즉 □AFED는 평행사변형이다.
 따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

답 ④

서술형 대비 문제

▶ 본문 74~75쪽

- | | | |
|---------------------|-------|---------|
| 1 56° | 2 38° | 3 5 |
| 4 (1) 129° (2) 4 cm | | 5 11 cm |
| 6 80 cm² | | |

- 1 **1단계** $\angle ADC = \angle B = 68^\circ$ 이므로
 $\angle ADF = \frac{1}{2} \angle ADC = \frac{1}{2} \times 68^\circ = 34^\circ$
 $\triangle AFD$ 에서
 $\angle DAF = 180^\circ - (90^\circ + 34^\circ) = 56^\circ$
2단계 $\angle BAD + \angle B = 180^\circ$ 이므로
 $\angle BAD = 180^\circ - 68^\circ = 112^\circ$
3단계 $\angle BAF = \angle BAD - \angle DAF$
 $= 112^\circ - 56^\circ = 56^\circ$

답 56°

- 2 **1단계** $\angle BEF = \angle DFE = 90^\circ$ 이므로
 $\overline{BE} \parallel \overline{DF}$ ㉠
 $\triangle ABE$ 와 $\triangle CDF$ 에서
 $\angle AEB = \angle CFD = 90^\circ$, $\overline{AB} = \overline{CD}$,
 $\angle BAE = \angle DCF$ (엇각)
 이므로 $\triangle ABE \equiv \triangle CDF$ (RHA 합동)
 $\therefore \overline{BE} = \overline{DF}$ ㉡
 ㉠, ㉡에서 □EBFD는 평행사변형이다.
2단계 $\overline{ED} \parallel \overline{BF}$ 이므로
 $\angle DEF = \angle BFE = 52^\circ$ (엇각)
3단계 $\triangle DEF$ 에서
 $\angle EDF = 180^\circ - (52^\circ + 90^\circ) = 38^\circ$

답 38°

3 1단계 $\overline{AB} = \overline{DC}$ 이므로
 $x + y = 4y - 3$
 $\therefore x - 3y = -3$ ㉠

$\overline{AD} = \overline{BC}$ 이므로
 $3x - 1 = 2y + 4$
 $\therefore 3x - 2y = 5$ ㉡

2단계 ㉠, ㉡을 연립하여 풀면

$$x = 3, y = 2$$

3단계 $\overline{AB} = x + y = 3 + 2 = 5$

답 5

단계	채점 요소	배점
1	연립방정식 세우기	3점
2	x, y 의 값 구하기	2점
3	$\overline{AB}$ 의 길이 구하기	1점

4 1단계 (1) $\square ABCD$ 는 평행사변형이므로
 $\angle BAD + \angle B = 180^\circ$
 $\therefore \angle BAD = 180^\circ - 78^\circ = 102^\circ$
 $\therefore \angle BAF = \frac{1}{2} \angle BAD$
 $= \frac{1}{2} \times 102^\circ = 51^\circ$

$\triangle ABF$ 에서

$$\angle AFC = 51^\circ + 78^\circ = 129^\circ$$

2단계 (2) $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이므로

$$\angle BFA = \angle DAF \text{ (엇각)}$$

즉 $\angle BFA = \angle BAF$ 이므로 $\triangle ABF$ 는

$\overline{BA} = \overline{BF}$ 인 이등변삼각형이다.

$$\therefore \overline{BF} = \overline{BA} = 7 \text{ (cm)}$$

이때 $\overline{BC} = \overline{AD} = 10 \text{ (cm)}$ 이므로

$$\overline{FC} = \overline{BC} - \overline{BF}$$

$$= 10 - 7 = 3 \text{ (cm)}$$

3단계 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이므로

$$\angle CED = \angle ADE \text{ (엇각)}$$

즉 $\angle CED = \angle CDE$ 이므로 $\triangle CDE$ 는

$\overline{CD} = \overline{CE}$ 인 이등변삼각형이다.

이때 $\overline{CD} = \overline{AB} = 7 \text{ (cm)}$ 이므로

$$\overline{CE} = \overline{CD} = 7 \text{ (cm)}$$

4단계 $\overline{EF} = \overline{EC} - \overline{FC}$

$$= 7 - 3 = 4 \text{ (cm)}$$

답 (1) 129° (2) 4 cm

단계	채점 요소	배점
1	$\angle AFC$ 의 크기 구하기	3점
2	$\overline{FC}$ 의 길이 구하기	2점
3	$\overline{CE}$ 의 길이 구하기	2점
4	$\overline{EF}$ 의 길이 구하기	1점

5 1단계 $\square ABCD$ 와 $\square OCDE$ 가 평행사변형이므로
 $\overline{ED} \parallel \overline{AO}, \overline{ED} = \overline{OC} = \overline{AO}$
 즉 $\square AODE$ 는 평행사변형이다.

2단계 $\overline{AF} = \frac{1}{2} \overline{AD} = \frac{1}{2} \overline{BC} = \frac{13}{2} \text{ (cm)}$

$$\overline{EF} = \frac{1}{2} \overline{EO} = \frac{1}{2} \overline{DC} = \frac{1}{2} \overline{AB} = \frac{9}{2} \text{ (cm)}$$

3단계 $\overline{AF}$ 와 $\overline{EF}$ 의 길이의 합은

$$\frac{13}{2} + \frac{9}{2} = 11 \text{ (cm)}$$

답 11 cm

단계	채점 요소	배점
1	$\square AODE$ 가 평행사변형임을 알기	3점
2	$\overline{AF}, \overline{EF}$ 의 길이 구하기	3점
3	$\overline{AF}$ 와 $\overline{EF}$ 의 길이의 합 구하기	1점

6 1단계 $\triangle AOE$ 와 $\triangle COF$ 에서
 $\overline{AO} = \overline{CO}, \angle OAE = \angle OCF \text{ (엇각)},$
 $\angle AOE = \angle COF \text{ (맞꼭지각)}$
 이므로 $\triangle AOE \equiv \triangle COF \text{ (ASA 합동)}$

2단계 $\triangle AOE + \triangle OBF = \triangle COF + \triangle OBF$

$$= \triangle BCO = 20 \text{ (cm}^2\text{)}$$

3단계 $\square ABCD = 4 \triangle BCO = 4 \times 20 = 80 \text{ (cm}^2\text{)}$

답 80 cm^2

단계	채점 요소	배점
1	$\triangle AOE \equiv \triangle COF$ 임을 알기	3점
2	$\triangle BCO$ 의 넓이 구하기	2점
3	$\square ABCD$ 의 넓이 구하기	2점

II-2 여러 가지 사각형

01 여러 가지 사각형

개념원리 확인하기

본문 80쪽

- 01 (1) 40 (2) 7
 02 (1) 3 (2) 55
 03 (1) 12 (2) 45
 04 (1) 70 (2) 95 (3) 5 (4) 9

- 01 (1) $\triangle ABC$ 에서 $\angle B = 90^\circ$ 이므로
 $\angle ACB = 180^\circ - (50^\circ + 90^\circ) = 40^\circ$
 $\therefore x = 40$
 (2) $\overline{BD} = \overline{AC} = 14$ (cm)이므로
 $\overline{BO} = \frac{1}{2}\overline{BD} = \frac{1}{2} \times 14 = 7$ (cm)
 $\therefore x = 7$

답 (1) 40 (2) 7

- 02 (1) $\overline{AD} = \overline{AB} = 3$ (cm)이므로
 $x = 3$
 (2) $\triangle AOD$ 에서 $\angle AOD = 90^\circ$ 이므로
 $\angle OAD = 180^\circ - (90^\circ + 35^\circ) = 55^\circ$
 $\therefore x = 55$

답 (1) 3 (2) 55

- 03 (1) $\overline{AC} = 2\overline{AO} = 2 \times 6 = 12$ (cm)
 $\overline{BD} = \overline{AC} = 12$ (cm)이므로
 $x = 12$
 (2) $\triangle OBC$ 에서 $\angle BOC = 90^\circ$, $\overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로
 $\angle OBC = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 90^\circ) = 45^\circ$
 $\therefore x = 45$

답 (1) 12 (2) 45

- 04 (1) $\angle C = \angle B = 70^\circ$ 이므로
 $x = 70$
 (2) $\angle B = \angle C = 85^\circ$ 이고 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이므로
 $\angle A + \angle B = 180^\circ$
 $\angle A = 180^\circ - 85^\circ = 95^\circ$
 $\therefore x = 95$
 (3) $\overline{DC} = \overline{AB} = 5$ (cm)이므로
 $x = 5$
 (4) $\overline{BD} = \overline{AC} = 9$ (cm)이므로
 $x = 9$

답 (1) 70 (2) 95 (3) 5 (4) 9

핵심문제 익히기

- 1 30° 2 직사각형 3 45
 4 (1) 마름모 (2) 28 cm 5 36 cm^2 6 ⑤
 7 42° 8 3 cm

- 1 $\angle AOD = \angle BOC = 120^\circ$ (맞꼭지각)
 $\triangle AOD$ 에서 $\overline{AO} = \overline{DO}$ 이므로
 $\angle x = \angle OAD = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 120^\circ) = 30^\circ$
 $\triangle ABD$ 에서 $\angle BAD = 90^\circ$ 이므로
 $\angle y = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$
 $\therefore \angle y - \angle x = 60^\circ - 30^\circ = 30^\circ$

답 30°

- 2 $\angle OCD = \angle ODC$ 이므로 $\triangle OCD$ 는 이등변삼각형이다.
 $\therefore \overline{CO} = \overline{DO}$ ㉠
 $\square ABCD$ 가 평행사변형이므로
 $\overline{AO} = \overline{CO}$, $\overline{BO} = \overline{DO}$ ㉡
 ㉠, ㉡에서
 $\overline{AO} = \overline{BO} = \overline{CO} = \overline{DO}$
 $\therefore \overline{AC} = \overline{BD}$

따라서 두 대각선의 길이가 같으므로 $\square ABCD$ 는 직사각형이다.

답 직사각형

- 3 $\overline{AD} = \overline{CD}$ 이므로
 $3x + 1 = 10$, $3x = 9$
 $\therefore x = 3$
 또 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이므로
 $\angle CAD = \angle ACB = 48^\circ$ (엇각)
 $\triangle AOD$ 에서 $\angle AOD = 90^\circ$ 이므로
 $\angle ADO = 180^\circ - (90^\circ + 48^\circ) = 42^\circ$
 $\therefore y = 42$
 $\therefore x + y = 3 + 42 = 45$

답 45

- 4 (1) $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$ 이므로
 $\angle CDB = \angle ABD$ (엇각)
 즉 $\angle ABD = \angle CBD$ 이고 $\angle CDB = \angle ABD$ 이므로
 $\angle CBD = \angle CDB$
 $\therefore \overline{CB} = \overline{CD}$
 따라서 이웃하는 두 변의 길이가 같으므로 $\square ABCD$ 는 마름모이다.
 (2) $\square ABCD$ 는 마름모이므로
 $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DA} = 7$ (cm)
 $\therefore (\square ABCD \text{의 둘레의 길이}) = 4 \times 7 = 28$ (cm)

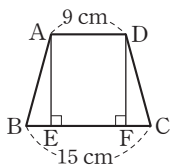
답 (1) 마름모 (2) 28 cm

5 $\overline{BD} = 2\overline{BO} = 2 \times 6 = 12$ (cm)
 $\overline{AO} = \overline{BO} = 6$ (cm)
 $\overline{AO} \perp \overline{BD}$ 이므로
 $\triangle ABD = \frac{1}{2} \times 12 \times 6 = 36$ (cm²) 답 36 cm²

6 ⑤ $\overline{AC} = \overline{BD}$ 이면 두 대각선의 길이가 같으므로
 $\square ABCD$ 는 정사각형이다.
따라서 마름모 ABCD가 정사각형이 되는 조건은 ⑤이다. 답 ⑤

7 $\triangle ABC$ 와 $\triangle DCB$ 에서
 $\overline{AB} = \overline{DC}$, $\angle ABC = \angle DCB$, $\overline{BC}$ 는 공통
이므로 $\triangle ABC \equiv \triangle DCB$ (SAS 합동)
 $\therefore \angle DBC = \angle ACB = 42^\circ$
 $\overline{AE} \parallel \overline{DB}$ 이므로
 $\angle x = \angle DBC = 42^\circ$ (동위각) 답 42°

8 오른쪽 그림과 같이 점 D에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 F라 하자.
 $\square AEFD$ 는 직사각형이므로
 $\overline{EF} = \overline{AD} = 9$ (cm)
 $\triangle ABE$ 와 $\triangle DCF$ 에서
 $\angle AEB = \angle DFC = 90^\circ$,
 $\overline{AB} = \overline{DC}$, $\angle B = \angle C$
이므로 $\triangle ABE \equiv \triangle DCF$ (RHA 합동)
 $\therefore \overline{BE} = \overline{CF} = \frac{1}{2} \times (15 - 9) = 3$ (cm)
답 3 cm

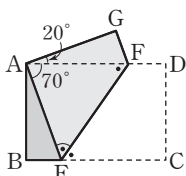


이런 문제가 시험에 나온다

> 본문 85쪽

- 01 ④ 02 31 03 20° 04 ①, ⑤
05 40°

01 $\angle GAE = 90^\circ$ 이므로
 $\angle FAE = 90^\circ - 20^\circ = 70^\circ$
이때 $\angle AEF = \angle FEC$ (접은 각),
 $\angle FEC = \angle AFE$ (엇각)이므로
 $\angle AEF = \angle AFE$
즉 $\triangle AEF$ 는 $\overline{AE} = \overline{AF}$ 인 이등변삼각형이므로
 $\angle AEF = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 70^\circ) = 55^\circ$
답 ④



02 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이므로
 $\angle ADB = \angle DBC = 38^\circ$ (엇각)
 $\triangle AOD$ 에서
 $\angle AOD = 180^\circ - (52^\circ + 38^\circ) = 90^\circ$
따라서 평행사변형 ABCD에서 두 대각선이 서로 수직이므로 $\square ABCD$ 는 마름모이다.
즉 $\overline{CD} = \overline{AD} = 7$ (cm)이므로
 $y = 7$
또 $\overline{BC} = \overline{CD}$ 이므로 $\triangle BCD$ 에서
 $\angle BDC = \angle DBC = 38^\circ$
 $\therefore x = 38$
 $\therefore x - y = 38 - 7 = 31$ 답 31

03 $\triangle ADE$ 에서 $\overline{AD} = \overline{AE}$ 이므로
 $\angle AED = \angle ADE = 65^\circ$
따라서 $\angle EAD = 180^\circ - (65^\circ + 65^\circ) = 50^\circ$ 이므로
 $\angle EAB = 90^\circ + 50^\circ = 140^\circ$
 $\overline{AE} = \overline{AD} = \overline{AB}$ 이므로 $\triangle ABE$ 에서
 $\angle ABE = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 140^\circ) = 20^\circ$
답 20°

04 ① $\overline{AB} = \overline{AD}$, $\overline{AO} = \overline{DO}$ 이면 이웃하는 두 변의 길이가 같고, 두 대각선의 길이가 같으므로 $\square ABCD$ 는 정사각형이다.
② $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 이면 두 대각선이 서로 수직이므로 $\square ABCD$ 는 마름모이다.
③ $\angle BAD = 90^\circ$ 이면 한 내각이 직각이므로 $\square ABCD$ 는 직사각형이다.
④ $\overline{AC} = \overline{BD}$ 이면 두 대각선의 길이가 같으므로 $\square ABCD$ 는 직사각형이다.
⑤ $\angle ADC = 90^\circ$, $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 이면 한 내각이 직각이고, 두 대각선이 서로 수직이므로 $\square ABCD$ 는 정사각형이다.
따라서 $\square ABCD$ 가 정사각형이 되는 조건은 ①, ⑤이다. 답 ①, ⑤

개념 더하기

평행사변형이 직사각형과 마름모의 성질을 동시에 가지고 있으면 정사각형이 된다.

즉 평행사변형이 다음 조건을 만족시키면 정사각형이 된다.

- ① 한 내각이 직각이고 이웃하는 두 변의 길이가 같다.
직사각형 마름모
② 한 내각이 직각이고 두 대각선이 서로 수직이다.
직사각형 마름모
③ 두 대각선의 길이가 같고 이웃하는 두 변의 길이가 같다.
직사각형 마름모
④ 두 대각선의 길이가 같고 두 대각선이 서로 수직이다.
직사각형 마름모

05 $\triangle ABD$ 에서 $\overline{AB}=\overline{AD}$ 이므로

$$\angle ABD = \angle ADB = \angle x$$

또 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이므로

$$\angle DBC = \angle ADB = \angle x \text{ (엇각)}$$

이때 $\angle ABC = \angle C = 80^\circ$ 이고

$$\angle ABC = \angle ABD + \angle DBC = \angle x + \angle x = 2\angle x$$

이므로

$$2\angle x = 80^\circ \quad \therefore \angle x = 40^\circ$$

답 40°

02 여러 가지 사각형 사이의 관계

개념원리 확인하기

> 본문 87쪽

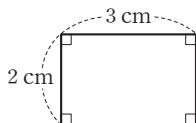
01 (1) ○ (2) × (3) ○ (4) ○

02 (1) 직사각형 (2) 마름모 (3) 직사각형 (4) 정사각형

03 (1) ○, ○, ○, × (2) ×, ○, ×, ○ (3) ○, ○, ×, ×

04 (1) 평행사변형 (2) 마름모 (3) 직사각형 (4) 정사각형

01 (2) 오른쪽 그림과 같은 직사각형은 마름모가 아니다.



답 (1) ○ (2) × (3) ○ (4) ○

02 (1) $\angle BCD = 90^\circ$ 이면 한 내각이 직각이므로 $\square ABCD$ 는 직사각형이다.

(2) $\overline{AB} = \overline{BC}$ 이면 이웃하는 두 변의 길이가 같으므로 $\square ABCD$ 는 마름모이다.

(3) $\overline{AO} = \overline{BO}$ 이면 두 대각선의 길이가 같으므로 $\square ABCD$ 는 직사각형이다.

(4) $\overline{AC} = \overline{BD}$, $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 이면 두 대각선의 길이가 같고, 두 대각선이 서로 수직이므로 $\square ABCD$ 는 정사각형이다.

답 (1) 직사각형 (2) 마름모 (3) 직사각형 (4) 정사각형

03

사각형 대각선의 성질	직사각형	마름모	정사각형	평행사변형	등변사다리꼴
(1) 서로 다른 것을 이등분한다.	○	○	○	○	×
(2) 길이가 같다.	○	×	○	×	○
(3) 서로 수직이다.	×	○	○	×	×

답 (1) ○, ○, ○, × (2) ×, ○, ×, ○
(3) ○, ○, ×, ×

04 (1) 평행사변형의 각 변의 중점을 연결하여 만든 사각형은 평행사변형이다.

(2) 직사각형의 각 변의 중점을 연결하여 만든 사각형은 마름모이다.

(3) 마름모의 각 변의 중점을 연결하여 만든 사각형은 직사각형이다.

(4) 정사각형의 각 변의 중점을 연결하여 만든 사각형은 정사각형이다.

답 (1) 평행사변형 (2) 마름모
(3) 직사각형 (4) 정사각형

개념 더하기

사각형의 각 변의 중점을 연결하여 만든 사각형

(1) 평행사변형 ABCD의 네 변의 중점을 각각 E, F, G, H라 하자.

$\triangle AEH \equiv \triangle CGF$ (SAS 합동)이므로

$$\overline{EH} = \overline{FG}$$

$\triangle BFE \equiv \triangle DHG$ (SAS 합동)이므로

$$\overline{EF} = \overline{HG}$$

따라서 $\square EFGH$ 는 평행사변형이다.

(2) 직사각형 ABCD의 네 변의 중점을 각각 E, F, G, H라 하자.

$\triangle AEH \equiv \triangle BEF \equiv \triangle CGF \equiv \triangle DHG$

(SAS 합동)

이므로 $\overline{EH} = \overline{EF} = \overline{GF} = \overline{GH}$

따라서 $\square EFGH$ 는 마름모이다.

(3) 마름모 ABCD의 네 변의 중점을 각각 E, F, G, H라 하자.

$\triangle AEH \equiv \triangle CFG$ (SAS 합동)이므로

$$\angle AEH = \angle AHE = \angle CFG = \angle CGF$$

$\triangle BFE \equiv \triangle DHG$ (SAS 합동)이므로

$$\angle BEF = \angle BFE = \angle DHG = \angle DGH$$

$\square EFGH$ 에서 $\angle HEF = \angle EFG = \angle FGH = \angle GHE$

따라서 $\square EFGH$ 는 직사각형이다.

(4) 정사각형 ABCD의 네 변의 중점을 각각 E, F, G, H라 하자.

$\triangle AEH \equiv \triangle BEF \equiv \triangle CGF \equiv \triangle DHG$

(SAS 합동)

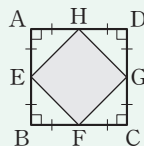
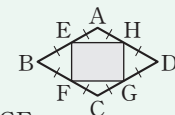
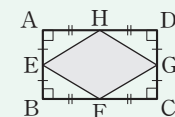
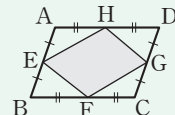
이므로 $\overline{EH} = \overline{EF} = \overline{GF} = \overline{GH}$

또 $\angle AEH = \angle AHE = \angle BEF = \angle BFE = \angle CFG$

$$= \angle CGF = \angle DGH = \angle DHG$$

이므로 $\angle HEF = \angle EFG = \angle FGH = \angle GHE$

따라서 $\square EFGH$ 는 정사각형이다.



핵심문제 익히기

> 본문 88~89쪽

1 (1) 마름모 (2) 20 cm 2 ①, ④ 3 ②, ④

4 16 cm^2

1 (1) $\triangle ODE$ 와 $\triangle OBF$ 에서

$$\overline{OD} = \overline{OB}, \angle EOD = \angle FOB \text{ (맞꼭지각)},$$

$$\angle EDO = \angle FBO \text{ (엇각)}$$

이므로 $\triangle ODE \equiv \triangle OBF$ (ASA 합동)

$$\therefore \overline{ED} = \overline{FB}, \overline{EO} = \overline{FO}$$

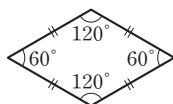
즉 $\square BFDE$ 는 $\overline{ED} \parallel \overline{BF}$, $\overline{ED} = \overline{BF}$ 이므로 평행사변형이고, 두 대각선이 서로 다른 것을 수직이등분하므로 마름모이다.

$$(2) \overline{BF} = \overline{BC} - \overline{FC} = \overline{AD} - \overline{FC} = 8 - 3 = 5 \text{ (cm)} \text{이므로}$$

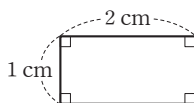
$$(\square BFDE \text{의 둘레의 길이}) = 4 \times 5 = 20 \text{ (cm)}$$

답 (1) 마름모 (2) 20 cm

- 2 ② 오른쪽 그림과 같은 마름모는 정사각형이 아니다.



- ③ 오른쪽 그림과 같은 직사각형은 정사각형이 아니다.



- ⑤ 등변사다리꼴은 평행사변형이 아니다.
따라서 옳은 것은 ①, ④이다.

답 ①, ④

- 3 두 대각선이 서로 다른 것을 수직이등분하는 사각형은 마름모, 정사각형이다.

답 ②, ④

- 4 정사각형의 네 변의 중점을 연결하여 만든 사각형은 정사각형이므로 $\square PQRS$ 는 정사각형이다.
 $\therefore \square PQRS = 4 \times 4 = 16 \text{ (cm}^2\text{)}$

답 16 cm²

이런 문제가 시험에 나온다

> 본문 90쪽

01 마름모 02 ②, ⑤ 03 ② 04 32 cm

- 01 $\angle AFB = \angle FBE$ (엇각)이므로
 $\angle ABF = \angle AFB$
 $\therefore \overline{AB} = \overline{AF}$ ㉠
- 또 $\angle BEA = \angle FAE$ (엇각)이므로
 $\angle BAE = \angle BEA$
 $\therefore \overline{AB} = \overline{BE}$ ㉡
- ㉠, ㉡에서 $\overline{AF} = \overline{BE}$ 이고 $\overline{AF} \parallel \overline{BE}$ 이므로 $\square ABEF$ 는 평행사변형이다.
이때 $\overline{AB} = \overline{AF}$, 즉 이웃하는 두 변의 길이가 같으므로 $\square ABEF$ 는 마름모이다.

답 마름모

- 02 ① $\overline{AB} = \overline{AD}$ 이면 이웃하는 두 변의 길이가 같으므로 평행사변형 ABCD는 마름모이다.
② $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 이면 두 대각선이 서로 수직이므로 평행사변형 ABCD는 마름모이다.
⑤ $\overline{AC} = \overline{BD}$ 이면 두 대각선의 길이가 같으므로 마름모 ABCD는 정사각형이다.
따라서 옳은 것은 ②, ⑤이다.

답 ②, ⑤

- 03 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하는 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ, ㄹ의 4개이므로

$$x = 4$$

두 대각선의 길이가 같은 것은 ㄱ, ㄷ, ㅂ의 3개이므로

$$y = 3$$

두 대각선이 서로 수직인 것은 ㄴ, ㄷ의 2개이므로

$$z = 2$$

$$\therefore x + y + z = 4 + 3 + 2 = 9$$

답 ②

- 04 사각형의 네 변의 중점을 연결하여 만든 사각형은 평행사변형이므로 $\square EFGH$ 는 평행사변형이다.

$$\text{따라서 } \overline{HG} = \overline{EF} = 7 \text{ (cm)}, \overline{EH} = \overline{FG} = 9 \text{ (cm)} \text{이므로}$$

$$(\square EFGH \text{의 둘레의 길이}) = 2 \times (7 + 9)$$

$$= 32 \text{ (cm)}$$

답 32 cm

03 평행선과 넓이

개념원리 확인하기

> 본문 92쪽

- 01 (1) $\triangle DBC$ (2) $\triangle ACD$ (3) $\triangle DOC$
02 (1) $\triangle ACE$ (2) $\triangle ABE$
03 (1) 4 : 3 (2) 28 cm² (3) 21 cm² (4) 4 : 3
04 (1) 2 : 3 (2) 30 cm²

- 01 (3) $\triangle ABO = \triangle ABC - \triangle OBC$
 $= \triangle DBC - \triangle OBC$
 $= \triangle DOC$

답 (1) $\triangle DBC$ (2) $\triangle ACD$ (3) $\triangle DOC$

- 02 (1) $\overline{AC} \parallel \overline{DE}$ 이므로
 $\triangle ACD = \triangle ACE$
(2) $\square ABCD = \triangle ABC + \triangle ACD$
 $= \triangle ABC + \triangle ACE$
 $= \triangle ABE$

답 (1) $\triangle ACE$ (2) $\triangle ABE$

- 03 (1) $\overline{BD} : \overline{DC} = 8 : 6 = 4 : 3$
(2) $\triangle ABD = \frac{1}{2} \times \overline{BD} \times \overline{AH}$
 $= \frac{1}{2} \times 8 \times 7 = 28 \text{ (cm}^2\text{)}$
(3) $\triangle ADC = \frac{1}{2} \times \overline{DC} \times \overline{AH}$
 $= \frac{1}{2} \times 6 \times 7 = 21 \text{ (cm}^2\text{)}$
(4) $\triangle ABD : \triangle ADC = 28 : 21 = 4 : 3$

답 (1) 4 : 3 (2) 28 cm² (3) 21 cm² (4) 4 : 3

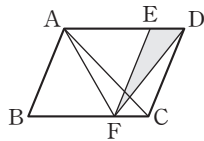
- 04 (1) $\overline{BP} : \overline{PC} = 2 : 3$ 이므로
 $\triangle ABP : \triangle APC = 2 : 3$
 (2) $\triangle APC = \frac{3}{2+3} \triangle ABC$
 $= \frac{3}{5} \times 50 = 30 \text{ (cm}^2\text{)}$
답 (1) 2 : 3 (2) 30 cm²

핵심문제 익히기

> 본문 93~94쪽

- 1 36 cm² 2 20 cm² 3 12 cm² 4 70 cm²

- 1 $\overline{AC} \parallel \overline{DE}$ 이므로
 $\triangle ACD = \triangle ACE$
 $\therefore \square ABCD = \triangle ABC + \triangle ACD$
 $= \triangle ABC + \triangle ACE$
 $= \triangle ABE$
 $= \frac{1}{2} \times (8+4) \times 6 = 36 \text{ (cm}^2\text{)}$
답 36 cm²
- 2 $\overline{BM} = \overline{MC}$ 이므로
 $\triangle ABM = \triangle AMC$
 $\therefore \triangle AMC = \frac{1}{2} \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 64 = 32 \text{ (cm}^2\text{)}$
 $\overline{AP} : \overline{PM} = 3 : 5$ 이므로
 $\triangle APC : \triangle PMC = 3 : 5$
 $\therefore \triangle PMC = \frac{5}{3+5} \triangle AMC$
 $= \frac{5}{8} \times 32 = 20 \text{ (cm}^2\text{)}$
답 20 cm²
- 3 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$ 를 그으면
 $\triangle AFD = \triangle ACD$
 $= \frac{1}{2} \square ABCD$
 $= \frac{1}{2} \times 84 = 42 \text{ (cm}^2\text{)}$
 $\overline{AE} : \overline{ED} = 5 : 2$ 이므로
 $\triangle AFE : \triangle EFD = 5 : 2$
 $\therefore \triangle EFD = \frac{2}{5+2} \triangle AFD$
 $= \frac{2}{7} \times 42 = 12 \text{ (cm}^2\text{)}$
답 12 cm²
- 4 $\overline{AO} : \overline{OC} = 2 : 3$ 이므로
 $\triangle ABO : \triangle OBC = 2 : 3$
 즉 28 : $\triangle OBC = 2 : 3$ 이므로
 $\triangle OBC = 42 \text{ (cm}^2\text{)}$



- 또 $\triangle DOC = \triangle ABO = 28 \text{ (cm}^2\text{)}$ 이므로
 $\triangle DBC = \triangle DOC + \triangle OBC$
 $= 28 + 42 = 70 \text{ (cm}^2\text{)}$
답 70 cm²

이런 문제가 시험에 나온다

> 본문 95쪽

- 01 12 cm² 02 ② 03 ③ 04 10 cm²

- 01 $\overline{AC} \parallel \overline{DE}$ 이므로
 $\triangle ACE = \triangle ACD$
 $= \square ABCD - \triangle ABC$
 $= 39 - 27 = 12 \text{ (cm}^2\text{)}$
답 12 cm²
- 02 $\overline{AD} : \overline{DC} = 3 : 2$ 이므로
 $\triangle AED : \triangle DEC = 3 : 2$
 $6 : \triangle DEC = 3 : 2$
 $\therefore \triangle DEC = 4 \text{ (cm}^2\text{)}$
 $\therefore \triangle AEC = \triangle AED + \triangle DEC$
 $= 6 + 4 = 10 \text{ (cm}^2\text{)}$
 $\overline{BE} : \overline{EC} = 2 : 1$ 이므로
 $\triangle ABE : \triangle AEC = 2 : 1$
 $\triangle ABE : 10 = 2 : 1$
 $\therefore \triangle ABE = 20 \text{ (cm}^2\text{)}$
 $\therefore \triangle ABC = \triangle ABE + \triangle AEC$
 $= 20 + 10 = 30 \text{ (cm}^2\text{)}$
답 ②
- 03 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이므로
 $\triangle ABE = \triangle DBE$
 $\overline{BD} \parallel \overline{EF}$ 이므로
 $\triangle DBE = \triangle DBF$
 $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$ 이므로
 $\triangle DBF = \triangle DAF$
 $\therefore \triangle ABE = \triangle DBE = \triangle DBF = \triangle DAF$
 따라서 넓이가 나머지 넷과 다른 하나는 ③이다.
답 ③
- 04 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이므로
 $\triangle ABC = \triangle DBC = 60 \text{ (cm}^2\text{)}$
 $\therefore \triangle OBC = \triangle ABC - \triangle ABO$
 $= 60 - 20 = 40 \text{ (cm}^2\text{)}$
 이때 $\triangle ABO : \triangle OBC = 20 : 40 = 1 : 2$ 이므로
 $\overline{AO} : \overline{OC} = 1 : 2$
 $\triangle DOC = \triangle ABO = 20 \text{ (cm}^2\text{)}$ 이고
 $\triangle AOD : \triangle DOC = \overline{AO} : \overline{OC} = 1 : 2$ 이므로
 $\triangle AOD : 20 = 1 : 2$
 $\therefore \triangle AOD = 10 \text{ (cm}^2\text{)}$
답 10 cm²

01 ④	02 ②, ④	03 58°	04 150°
05 ②	06 ⑤	07 ③, ④	08 ⑤
09 36 cm ²	10 ③	11 ③	12 16 cm ²
13 ②	14 3 cm	15 ④	16 60°
17 ①	18 ⑤	19 ②	20 4 cm ²
21 27 cm ²	22 8 cm ²	23 190°	24 10 cm ²

- 01 **전략** 직사각형의 두 대각선의 길이는 같음을 이용한다.
 $AO=BO=CO=DO$ 이므로
 $4x+3=5x-1$
 $\therefore x=4$
 $\therefore AC=2AO=2 \times (4 \times 4 + 3) = 38$ **답** ④

- 02 **전략** 평행사변형이 직사각형이 되는 조건을 생각해 본다.
 ① $AB=5$ cm이면 $AB=AD$, 즉 이웃하는 두 변의 길이가 같으므로 □ABCD는 마름모이다.
 ② $AC=8$ cm이면 $AC=BD$, 즉 두 대각선의 길이가 같으므로 □ABCD는 직사각형이다.
 ③ 평행사변형의 성질이다.
 ④ $\angle BCD=90^\circ$ 이면 한 내각이 직각이므로 □ABCD는 직사각형이다.
 ⑤ $\angle AOB=90^\circ$ 이면 두 대각선이 서로 수직이므로 □ABCD는 마름모이다.
 따라서 □ABCD가 직사각형이 되는 조건은 ②, ④이다. **답** ②, ④

- 03 **전략** 마름모의 네 변의 길이는 모두 같음을 이용한다.
 $\triangle BCD$ 에서 $CB=CD$ 이므로
 $\angle CDB = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 116^\circ) = 32^\circ$
 $\triangle DFE$ 에서 $\angle DFE = 180^\circ - (90^\circ + 32^\circ) = 58^\circ$
 $\therefore \angle x = \angle DFE = 58^\circ$ (맞꼭지각) **답** 58°

- 04 **전략** 정사각형과 정삼각형의 성질을 이용한다.
 □ABCD는 정사각형이고 $\triangle PBC$ 는 정삼각형이므로
 $\triangle ABP$ 와 $\triangle PCD$ 는 각각 $BA=BP$, $CP=CD$ 인 이등변삼각형이다.
 이때 $\angle ABP = \angle PCD = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$ 이므로
 $\angle APB = \angle DPC = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 30^\circ) = 75^\circ$
 $\therefore \angle APD = 360^\circ - (75^\circ + 60^\circ + 75^\circ) = 150^\circ$ **답** 150°

- 05 **전략** 등변사다리꼴의 아랫변의 양 끝 각의 크기는 같음을 이용한다.

$$\begin{aligned} \angle x + 65^\circ &= 180^\circ \text{이므로} \\ \angle x &= 115^\circ \\ \angle C &= \angle B = 65^\circ \text{이므로 } \triangle DEC \text{에서} \\ \angle y &= 180^\circ - (90^\circ + 65^\circ) = 25^\circ \\ \therefore \angle x + 2\angle y &= 115^\circ + 2 \times 25^\circ = 165^\circ \end{aligned}$$

답 ②

- 06 **전략** 여러 가지 사각형 사이의 관계를 생각해 본다.
 ① 다른 한 쌍의 대변이 평행하다.
 ②, ⑤ 이웃하는 두 변의 길이가 같거나 두 대각선이 서로 수직이다.
 ③, ④ 한 내각이 직각이거나 두 대각선의 길이가 같다.
 따라서 옳은 것은 ⑤이다. **답** ⑤

- 07 **전략** 여러 가지 사각형의 대각선의 성질을 이용한다.
 두 대각선의 길이가 같은 사각형은 직사각형, 정사각형, 등변사다리꼴이다. **답** ③, ④

- 08 **전략** 사각형의 각 변의 중점을 연결하여 만들어지는 사각형을 생각해 본다.
 ⑤ 등변사다리꼴 - 마름모
 따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다. **답** ⑤

- 09 **전략** 평행선 사이에 있는 밑변이 공통인 삼각형의 넓이는 같음을 이용한다.
 $AE \parallel DB$ 이므로
 $\triangle DAB = \triangle DEB$
 $\therefore \square ABCD = \triangle DAB + \triangle DBC$
 $= \triangle DEB + \triangle DBC$
 $= \triangle DEC$
 $= \frac{1}{2} \times (3+9) \times 6$
 $= 36 \text{ (cm}^2\text{)}$ **답** 36 cm²

- 10 **전략** 높이가 같은 삼각형의 넓이의 비는 밑변의 길이의 비와 같음을 이용한다.
 $BM=MC$ 이므로
 $\triangle ABM = \triangle AMC$
 $\therefore \triangle ABM = \frac{1}{2} \triangle ABC$
 $= \frac{1}{2} \times 60 = 30 \text{ (cm}^2\text{)}$
 $AP : PM = 4 : 1$ 이므로
 $\triangle ABP : \triangle PBM = 4 : 1$
 $\therefore \triangle PBM = \frac{1}{4+1} \triangle ABM$
 $= \frac{1}{5} \times 30 = 6 \text{ (cm}^2\text{)}$

답 ③

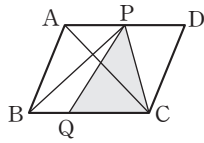
- 11 **전략** $\overline{AC}$ 를 긋고 $\triangle PBC$ 와 $\triangle ABC$ 의 넓이가 같음을 이용한다.

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$ 를 그으면

$$\begin{aligned}\triangle PBC &= \triangle ABC \\ &= \frac{1}{2} \square ABCD \\ &= \frac{1}{2} \times 42 = 21 \text{ (cm}^2\text{)}\end{aligned}$$

$\overline{BQ} : \overline{QC} = 1 : 2$ 이므로

$$\begin{aligned}\triangle PBQ : \triangle PQC &= 1 : 2 \\ \therefore \triangle PQC &= \frac{2}{1+2} \triangle PBC \\ &= \frac{2}{3} \times 21 = 14 \text{ (cm}^2\text{)}\end{aligned}$$



답 ③

- 12 **전략** 먼저 $\triangle DBC$ 의 넓이를 구한다.

$\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이므로

$$\begin{aligned}\triangle DBC &= \triangle ABC = 52 \text{ (cm}^2\text{)} \\ \therefore \triangle DOC &= \triangle DBC - \triangle OBC \\ &= 52 - 36 = 16 \text{ (cm}^2\text{)}\end{aligned}$$

답 16 cm²

- 13 **전략** 도형을 접으면 접은 각의 크기가 같음을 이용한다.

$\angle EBD = \angle DBC = 25^\circ$ (접은 각)

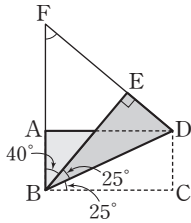
이므로

$$\begin{aligned}\angle ABE &= 90^\circ - (25^\circ + 25^\circ) \\ &= 40^\circ\end{aligned}$$

$\angle BED = \angle C = 90^\circ$ 이므로

$\triangle BEF$ 에서

$$\begin{aligned}40^\circ + \angle F &= 90^\circ \\ \therefore \angle F &= 50^\circ\end{aligned}$$



답 ②

- 14 **전략** 이등변삼각형과 마름모의 성질을 이용한다.

$\triangle BFE$ 에서 $\overline{BE} = \overline{BF}$ 이므로

$$\angle BEF = \angle BFE$$

$\overline{AB} \parallel \overline{DC}$ 이므로

$$\angle BEF = \angle DCF \text{ (엇각)}$$

$\angle BFE = \angle DFC$ (맞꼭지각)이므로

$$\angle DCF = \angle DFC$$

즉 $\triangle DFC$ 는 $\overline{DC} = \overline{DF}$ 인 이등변삼각형이므로

$$\overline{DC} = \overline{DF} = \overline{BD} - \overline{BF} = 13 - 5 = 8 \text{ (cm)}$$

$\overline{AB} = \overline{DC} = 8 \text{ (cm)}$ 이므로

$$\overline{AE} = \overline{AB} - \overline{BE} = 8 - 5 = 3 \text{ (cm)}$$

답 3 cm

- 15 **전략** 정사각형의 성질을 이용하여 합동인 두 삼각형을 찾는다.

$\triangle ABE$ 와 $\triangle BCF$ 에서

$$\overline{AB} = \overline{BC}, \overline{BE} = \overline{CF}, \angle ABE = \angle BCF = 90^\circ$$

이므로 $\triangle ABE \cong \triangle BCF$ (SAS 합동)

이때 $\angle AEB = 180^\circ - 118^\circ = 62^\circ$ 이므로 $\triangle ABE$ 에서

$$\angle EAB = 180^\circ - (62^\circ + 90^\circ) = 28^\circ$$

$$\therefore \angle GBE = \angle EAB = 28^\circ$$

답 ④

- 16 **전략** 점 D를 지나면서 $\overline{AB}$ 에 평행한 직선을 긋는다.

오른쪽 그림과 같이 점 D를 지나

고 $\overline{AB}$ 에 평행한 직선을 그어 $\overline{BC}$

와 만나는 점을 E라 하면

$\square ABED$ 는 평행사변형이므로

$$\overline{AB} = \overline{DE}, \overline{BE} = \overline{AD} = \frac{1}{2} \overline{BC}$$

$$\therefore \overline{EC} = \overline{BC} - \overline{BE} = \overline{BC} - \frac{1}{2} \overline{BC} = \frac{1}{2} \overline{BC}$$

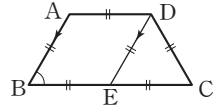
즉 $\overline{EC} = \overline{BE} = \overline{AD}$ 이고 $\overline{AB} = \overline{DC} = \overline{AD}$ 이므로

$$\overline{DE} = \overline{EC} = \overline{DC}$$

따라서 $\triangle DEC$ 는 정삼각형이므로

$$\angle B = \angle DEC = 60^\circ \text{ (동위각)}$$

답 60°



- 17 **전략** $\square PNQM$ 이 어떤 사각형인지 생각해 본다.

오른쪽 그림과 같이 $\overline{MN}$ 을 그으

면 $\overline{AD} = 2\overline{AB}$ 에서

$$\overline{AB} = \frac{1}{2} \overline{AD} = \overline{AM} \text{이므로}$$

$\square ABNM$ 은 정사각형이다.

$$\therefore \overline{PM} = \overline{PN}, \overline{PM} \perp \overline{PN}$$

같은 방법으로 $\square MNCD$ 도 정사각형이므로

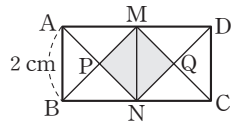
$$\overline{QM} = \overline{QN}, \overline{QM} \perp \overline{QN}$$

따라서 $\square PNQM$ 은 정사각형이고

$$\overline{PQ} = \overline{MN} = \overline{AB} = 2 \text{ (cm)이므로}$$

$$\square PNQM = \frac{1}{2} \times 2 \times 2 = 2 \text{ (cm}^2\text{)}$$

답 ①



- 18 **전략** $\square PQRS$ 가 어떤 사각형인지 생각해 본다.

마름모의 각 변의 중점을 연결하여 만든 사각형은 직사각형이므로 $\square PQRS$ 는 직사각형이다.

따라서 직사각형에 대한 설명으로 옳지 않은 것은 ⑤이다.

답 ⑤

- 19 **전략** 먼저 주어진 선분의 길이의 비를 이용하여 $\triangle PMQ$ 의 넓이를 구한다.

$\overline{BM} : \overline{MQ} = 2 : 3$ 이므로

$$\triangle PBM : \triangle PMQ = 2 : 3$$

$$6 : \triangle PMQ = 2 : 3$$

$$\therefore \triangle PMQ = 9 \text{ (cm}^2\text{)}$$

또 $\overline{PC} \parallel \overline{AQ}$ 이므로

$$\triangle APC = \triangle QPC$$

$$\begin{aligned}
 \therefore \square APMC &= \triangle APC + \triangle PMC \\
 &= \triangle QPC + \triangle PMC \\
 &= \triangle PMQ \\
 &= 9 \text{ (cm}^2\text{)}
 \end{aligned}$$

답 ②

20 전략 먼저 $\triangle ACD$ 의 넓이를 구한다.

$$\begin{aligned}
 \triangle ACD &= \frac{1}{2} \square ABCD \\
 &= \frac{1}{2} \times 60 = 30 \text{ (cm}^2\text{)} \\
 \overline{AP} : \overline{PC} &= 2 : 1 \text{ 이므로} \\
 \triangle DAP : \triangle DPC &= 2 : 1 \\
 \therefore \triangle DPC &= \frac{1}{2+1} \triangle ACD \\
 &= \frac{1}{3} \times 30 = 10 \text{ (cm}^2\text{)}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{또 } \overline{DQ} : \overline{QP} &= 3 : 2 \text{ 이므로} \\
 \triangle CDQ : \triangle CQP &= 3 : 2 \\
 \therefore \triangle CQP &= \frac{2}{3+2} \triangle DPC \\
 &= \frac{2}{5} \times 10 = 4 \text{ (cm}^2\text{)}
 \end{aligned}$$

답 4 cm²

21 전략 높이가 같은 삼각형의 넓이의 비를 이용하여 밑변의 길이의 비를 구한다.

$$\begin{aligned}
 \triangle ABO : \triangle OBC &= 6 : 12 = 1 : 2 \text{ 이므로} \\
 \overline{AO} : \overline{OC} &= 1 : 2 \\
 \triangle DOC &= \triangle ABO = 6 \text{ (cm}^2\text{)} \text{ 이고} \\
 \triangle AOD : \triangle DOC &= \overline{AO} : \overline{OC} = 1 : 2 \text{ 이므로} \\
 \triangle AOD : 6 &= 1 : 2 \\
 \therefore \triangle AOD &= 3 \text{ (cm}^2\text{)} \\
 \therefore \square ABCD &= \triangle ABO + \triangle OBC + \triangle DOC + \triangle AOD \\
 &= 6 + 12 + 6 + 3 = 27 \text{ (cm}^2\text{)}
 \end{aligned}$$

답 27 cm²

22 전략 정사각형의 성질을 이용하여 합동인 두 삼각형을 찾는다.

$$\begin{aligned}
 \triangle OBE \text{와 } \triangle OCF \text{에서} \\
 \overline{OB} &= \overline{OC}, \angle OBE = \angle OCF = 45^\circ, \\
 \angle BOE &= 90^\circ - \angle EOC = \angle COF \\
 \text{이므로 } \triangle OBE &\equiv \triangle OCF \text{ (ASA 합동)} \\
 \text{이때 } \overline{AC} &\perp \overline{BD} \text{ 이고} \\
 \overline{OB} &= \overline{OC} = \frac{1}{2} \overline{AC} = \frac{1}{2} \times 8 = 4 \text{ (cm)}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{이므로} \\
 \square OECF &= \triangle OEC + \triangle OCF \\
 &= \triangle OEC + \triangle OBE \\
 &= \triangle OBC \\
 &= \frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8 \text{ (cm}^2\text{)}
 \end{aligned}$$

답 8 cm²23 전략 $\square ABGH$ 가 어떤 사각형인지 생각해 본다.

$$\begin{aligned}
 \triangle ABH \text{와 } \triangle DFH \text{에서} \\
 \overline{AB} &= \overline{DC} = \overline{DF}, \angle HBA = \angle HFD \text{ (엇각)}, \\
 \angle HAB &= \angle HDF \text{ (엇각)}
 \end{aligned}$$

이므로 $\triangle ABH \equiv \triangle DFH$ (ASA 합동)

$$\therefore \overline{AH} = \overline{DH}$$

그런데 $\overline{AD} = 2\overline{AB}$ 이므로

$$\overline{AB} = \overline{AH} \quad \dots\dots \text{㉠}$$

같은 방법으로

$$\triangle ABG \equiv \triangle ECG \text{ (ASA 합동)}$$

이므로 $\overline{BG} = \overline{CG}$

$$\therefore \overline{AB} = \overline{BG} \quad \dots\dots \text{㉡}$$

㉠, ㉡에서 $\overline{AB} = \overline{AH} = \overline{BG}$ 따라서 $\square ABGH$ 는 $\overline{AH} \parallel \overline{BG}$, $\overline{AH} = \overline{BG}$ 이므로 평행사변형이고, 이때 이웃하는 두 변의 길이가 같으므로 마름모이다.

$$\therefore \angle x = 90^\circ$$

 $\triangle ABH$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AH}$ 이므로

$$\angle AHB = \angle ABH = 40^\circ$$

즉 $\angle HAB = 180^\circ - (40^\circ + 40^\circ) = 100^\circ$ 이므로

$$\angle y = \angle HAB = 100^\circ \text{ (엇각)}$$

$$\therefore \angle x + \angle y = 90^\circ + 100^\circ = 190^\circ \quad \text{답 } 190^\circ$$

24 전략 평행선 사이에서 넓이가 같은 두 삼각형을 찾는다.

 $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$ 이므로

$$\triangle BED = \triangle AED$$

$$\therefore \triangle BEF = \triangle BED - \triangle DFE$$

$$= \triangle AED - \triangle DFE$$

$$= \triangle AFD \quad \dots\dots \text{㉠}$$

 $\triangle BCD = \triangle ABD$ 이므로

$$\triangle BCE + \triangle BEF + \triangle DFE = \triangle ABF + \triangle AFD$$

$$35 + \triangle DFE = 45 \text{ (}\because \text{㉠)}$$

$$\therefore \triangle DFE = 10 \text{ (cm}^2\text{)} \quad \text{답 } 10 \text{ cm}^2$$

서술형 대비 문제

> 본문 100~101쪽

1 23°

2 3 cm²

3 56°

4 75°

5 32 cm

6 14 cm²

1

1단계 $\triangle ABP$ 와 $\triangle ADP$ 에서

$$\overline{AB} = \overline{AD}, \overline{AP} \text{는 공통,}$$

$$\angle BAP = \angle DAP = 45^\circ$$

이므로 $\triangle ABP \equiv \triangle ADP$ (SAS 합동)2단계 $\angle ADP = \angle ABP = \angle x$

3단계 $\triangle APD$ 에서
 $45^\circ + \angle x = 68^\circ \quad \therefore \angle x = 23^\circ$

답 23°

2 1단계 $\triangle ACD = \frac{1}{2} \square ABCD$
 $= \frac{1}{2} \times 60 = 30 \text{ (cm}^2\text{)}$
 $\triangle ACD$ 에서 $\overline{DE} : \overline{EC} = 2 : 1$ 이므로

$$\triangle AED = \frac{2}{2+1} \triangle ACD$$

$$= \frac{2}{3} \times 30 = 20 \text{ (cm}^2\text{)}$$

2단계 $\triangle AED$ 에서 $\overline{AF} : \overline{FE} = 3 : 2$ 이므로
 $\triangle AFD = \frac{3}{3+2} \triangle AED$
 $= \frac{3}{5} \times 20 = 12 \text{ (cm}^2\text{)}$

3단계 $\triangle AOD = \frac{1}{4} \square ABCD$
 $= \frac{1}{4} \times 60 = 15 \text{ (cm}^2\text{)}$
 $\therefore \triangle AOF = \triangle AOD - \triangle AFD$
 $= 15 - 12 = 3 \text{ (cm}^2\text{)}$

답 3 cm^2

3 1단계 $\triangle ABP$ 와 $\triangle ADQ$ 에서
 $\angle APB = \angle AQD = 90^\circ$, $\overline{AB} = \overline{AD}$,
 $\angle ABP = \angle ADQ$
 이므로 $\triangle ABP \equiv \triangle ADQ$ (RHA 합동)

2단계 $\angle DAQ = \angle BAP = 180^\circ - (90^\circ + 68^\circ) = 22^\circ$
 이때 $\angle BAD = 180^\circ - 68^\circ = 112^\circ$ 이므로
 $\angle PAQ = 112^\circ - (22^\circ + 22^\circ) = 68^\circ$

3단계 $\triangle APQ$ 에서 $\overline{AP} = \overline{AQ}$ 이므로
 $\angle x = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 68^\circ) = 56^\circ$

답 56°

단계	채점 요소	배점
1	$\triangle ABP \equiv \triangle ADQ$ 임을 알기	3점
2	$\angle PAQ$ 의 크기 구하기	2점
3	$\angle x$ 의 크기 구하기	2점

4 1단계 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이므로
 $\angle ACB = \angle DAC = 30^\circ$ (엇각)
 2단계 $\angle QPC = 45^\circ$ 이므로 $\triangle PQC$ 에서
 $\angle x = 45^\circ + 30^\circ = 75^\circ$

답 75°

단계	채점 요소	배점
1	$\angle ACB$ 의 크기 구하기	2점
2	$\angle x$ 의 크기 구하기	4점

5 1단계 등변사다리꼴의 각 변의 중점을 연결하여 만든 사각형은 마름모이므로 $\square EFGH$ 는 마름모이다.

2단계 $\square EFGH$ 의 둘레의 길이는
 $4 \times 8 = 32 \text{ (cm)}$

답 32 cm

단계	채점 요소	배점
1	$\square EFGH$ 가 마름모임을 알기	4점
2	$\square EFGH$ 의 둘레의 길이 구하기	2점

6 1단계 $\overline{BD} \parallel \overline{AE}$ 이므로
 $\triangle BDA = \triangle BDE$
 $\therefore \square ABCD = \triangle BCD + \triangle BDA$
 $= \triangle BCD + \triangle BDE$
 $= \triangle BCE$
 $= 50 \text{ (cm}^2\text{)}$

2단계 $\overline{BD}$ 가 $\square ABCD$ 의 넓이를 이등분하므로
 $\triangle BDE = \triangle BDA$
 $= \frac{1}{2} \square ABCD$
 $= \frac{1}{2} \times 50 = 25 \text{ (cm}^2\text{)}$

3단계 $\triangle ODE = \triangle BDE - \triangle BDO$
 $= 25 - 11 = 14 \text{ (cm}^2\text{)}$

답 14 cm^2

단계	채점 요소	배점
1	$\square ABCD$ 의 넓이 구하기	3점
2	$\triangle BDE$ 의 넓이 구하기	2점
3	$\triangle ODE$ 의 넓이 구하기	2점

III-1 도형의 닮음

01 닮음과 닮은 도형

개념원리 확인하기

> 본문 106쪽

- 01 (1) 점 E (2) $\overline{FG}$ (3) $\angle B$ (4) $1:2$ (5) 8 cm
(6) 80°
- 02 (1) $\overline{RU}$ (2) 면 PSTQ (3) $4:7$ (4) $\frac{21}{2}\text{ cm}$
- 03 (1) $3:5$ (2) $3:5$ (3) $9:25$
- 04 (1) $2:3$ (2) $4:9$ (3) $8:27$

- 01 (4) $\square ABCD$ 와 $\square EFGH$ 의 닮음비는
 $\overline{AD}:\overline{EH}=6:12=1:2$
(5) $\square ABCD$ 와 $\square EFGH$ 의 닮음비가 $1:2$ 이므로
 $\overline{AB}:\overline{EF}=1:2$, 즉 $4:\overline{EF}=1:2$
 $\therefore \overline{EF}=8\text{ (cm)}$
(6) $\angle E$ 의 대응각은 $\angle A$ 이므로
 $\angle E=\angle A=80^\circ$
- 답 (1) 점 E (2) $\overline{FG}$ (3) $\angle B$
(4) $1:2$ (5) 8 cm (6) 80°

- 02 (3) 두 삼각기둥의 닮음비는
 $\overline{EF}:\overline{TU}=8:14=4:7$
(4) 두 삼각기둥의 닮음비가 $4:7$ 이므로
 $\overline{DE}:\overline{ST}=4:7$, 즉 $6:\overline{ST}=4:7$
 $4\overline{ST}=42 \quad \therefore \overline{ST}=\frac{21}{2}\text{ (cm)}$
- 답 (1) $\overline{RU}$ (2) 면 PSTQ (3) $4:7$ (4) $\frac{21}{2}\text{ cm}$

- 03 (1) $\triangle ABC$ 와 $\triangle DEF$ 의 닮음비는
 $\overline{BC}:\overline{EF}=6:10=3:5$
(2) $\triangle ABC$ 와 $\triangle DEF$ 의 둘레의 길이의 비는 닮음비와 같으므로 $3:5$ 이다.
(3) $\triangle ABC$ 와 $\triangle DEF$ 의 닮음비가 $3:5$ 이므로 넓이의 비는
 $3^2:5^2=9:25$
- 답 (1) $3:5$ (2) $3:5$ (3) $9:25$

- 04 (1) 두 사각기둥 A, B의 닮음비는
 $8:12=2:3$
(2) 두 사각기둥 A, B의 닮음비가 $2:3$ 이므로 겉넓이의 비는
 $2^2:3^2=4:9$
(3) 두 사각기둥 A, B의 닮음비가 $2:3$ 이므로 부피의 비는
 $2^3:3^3=8:27$
- 답 (1) $2:3$ (2) $4:9$ (3) $8:27$

핵심문제 익히기

> 본문 107~109쪽

- 1 (1) $\overline{JK}$ (2) 면 AEHD (3) 17 (4) $5:3$ (2) $12\pi\text{ cm}$
(5) 30 cm^2 (6) $9:16$

- 1 (1) $\overline{BC}$ 에 대응하는 모서리는 $\overline{JK}$ 이다.
(2) 면 IMPL에 대응하는 면은 면 AEHD이다.
- 답 (1) $\overline{JK}$ (2) 면 AEHD

- 2 ① $\angle C$ 의 대응각은 $\angle G$ 이므로
 $\angle C=\angle G=70^\circ$
② $\angle E$ 의 대응각은 $\angle A$ 이므로
 $\angle E=\angle A=85^\circ$
③ $\square ABCD$ 와 $\square EFGH$ 의 닮음비는
 $\overline{BC}:\overline{FG}=15:9=5:3$
 $\therefore \overline{CD}:\overline{GH}=5:3$
④ $\overline{AD}:\overline{EH}=5:3$ 에서
 $\overline{AD}:6=5:3, \quad 3\overline{AD}=30$
 $\therefore \overline{AD}=10\text{ (cm)}$
⑤ $\overline{AB}:\overline{EF}=5:3$ 에서
 $12:\overline{EF}=5:3, \quad 5\overline{EF}=36$
 $\therefore \overline{EF}=\frac{36}{5}\text{ (cm)}$

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

답 ⑤

- 3 두 삼각기둥의 닮음비는
 $\overline{AB}:\overline{GH}=6:4=3:2$
 $\overline{BC}:\overline{HI}=3:2$ 에서 $x:6=3:2$
 $2x=18 \quad \therefore x=9$
또 $\overline{CF}:\overline{IL}=3:2$ 에서 $12:y=3:2$
 $3y=24 \quad \therefore y=8$
 $\therefore x+y=9+8=17$

답 17

- 4 (1) 두 원기둥 A와 B의 닮음비는
(원기둥 A의 높이):(원기둥 B의 높이)
 $=25:15$
 $=5:3$
(2) 원기둥 B의 밑면의 반지름의 길이를 $r\text{ cm}$ 라 하면
 $10:r=5:3, \quad 5r=30$
 $\therefore r=6$
따라서 원기둥 B의 밑면의 반지름의 길이가 6 cm 이므로 원기둥 B의 밑면의 둘레의 길이는
 $2\pi \times 6=12\pi\text{ (cm)}$

답 (1) $5:3$ (2) $12\pi\text{ cm}$

개념 더하기

원기둥 A의 밑면의 둘레의 길이는

$$2\pi \times 10 = 20\pi \text{ (cm)}$$

(2)에서 원기둥 B의 밑면의 둘레의 길이는 $12\pi \text{ cm}$ 이므로 두 원기둥 A와 B의 밑면의 둘레의 길이의 비는

$$20\pi : 12\pi = 5 : 3$$

즉 두 원기둥 A와 B의 닮음비와 같다.

→ 닮은 두 원기둥 또는 원뿔에서

$$(\text{닮음비}) = (\text{밑면의 둘레의 길이의 비})$$

5 □ABCD와 □A'BC'D'의 닮음비는

$$\overline{BC} : \overline{BC'} = (6+3) : 6 = 3 : 2$$

이므로 넓이의 비는

$$3^2 : 2^2 = 9 : 4$$

□ABCD : □A'BC'D' = 9 : 4에서

$$\square ABCD : 24 = 9 : 4$$

$$4\square ABCD = 216 \quad \therefore \square ABCD = 54 \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$\therefore (\text{색칠한 부분의 넓이}) = 54 - 24 = 30 \text{ (cm}^2\text{)}$$

답 30 cm²

6 두 원뿔 A와 B의 부피의 비가

$$81\pi : 192\pi = 27 : 64 = 3^3 : 4^3$$

이므로 닮음비는 3 : 4이다.

따라서 두 원뿔 A와 B의 겉넓이의 비는

$$3^2 : 4^2 = 9 : 16$$

답 9 : 16

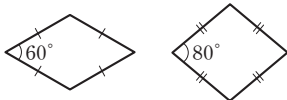
이런 문제가 시험에 나온다

> 본문 110 ~ 111쪽

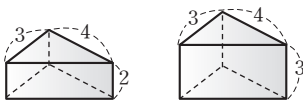
- 01 ㄴ, ㄹ, ㅂ 02 ③ 03 6 cm 04 ⑤
05 ③ 06 48 cm² 07 ④ 08 8000개

01 다음의 경우에는 닮은 도형이 아니다.

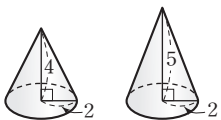
ㄱ.



ㄴ.



ㄷ.



이상에서 항상 닮은 도형인 것은 ㄴ, ㄹ, ㅂ이다.

답 ㄴ, ㄹ, ㅂ

개념 더하기

(1) 항상 닮은 평면도형

- ① 두 원
- ② 중심각의 크기가 같은 두 부채꼴
- ③ 두 직각이등변삼각형
- ④ 변의 개수가 같은 두 정다각형

(2) 항상 닮은 입체도형

- ① 두 구
- ② 면의 개수가 같은 두 정다면체

02 ① ∠B의 대응각은 ∠G이므로

$$\angle B = \angle G$$

② ∠F의 대응각은 ∠A이므로

$$\angle F = \angle A = 85^\circ$$

③ 두 오각형 ABCDE, FGHIJ의 닮음비는

$$\overline{AB} : \overline{FG} = 12 : 9 = 4 : 3$$

$$\overline{BC} : \overline{GH} = 4 : 3 \text{에서}$$

$$3\overline{BC} = 4\overline{GH}$$

④ 두 오각형 ABCDE, FGHIJ의 닮음비가 4 : 3이므로

$$\overline{DE} : \overline{IJ} = 4 : 3$$

$$\overline{DE} : 6 = 4 : 3$$

$$3\overline{DE} = 24$$

$$\therefore \overline{DE} = 8 \text{ (cm)}$$

⑤ 두 오각형 ABCDE, FGHIJ의 닮음비가 4 : 3이므로

$$\overline{CD} : \overline{HI} = 4 : 3$$

$$8 : \overline{HI} = 4 : 3$$

$$4\overline{HI} = 24$$

$$\therefore \overline{HI} = 6 \text{ (cm)}$$

따라서 옳지 않은 것은 ③이다.

답 ③

03 △ABC와 △DEC의 닮음비는

$$\overline{AC} : \overline{DC} = (1+8) : 6 = 3 : 2$$

$$\overline{BC} : \overline{EC} = 3 : 2 \text{이므로}$$

$$(\overline{BD} + 6) : 8 = 3 : 2$$

$$2(\overline{BD} + 6) = 24$$

$$2\overline{BD} = 12$$

$$\therefore \overline{BD} = 6 \text{ (cm)}$$

답 6 cm

04 두 삼각뿔 V-ABC와 V'-A'B'C'의 닮음비는

$$\overline{VA} : \overline{V'A'} = 12 : 15 = 4 : 5$$

$$\overline{AB} : \overline{A'B'} = 4 : 5 \text{에서}$$

$$x : 5 = 4 : 5 \quad \therefore x = 4$$

∠B'A'C'의 대응각은 ∠BAC이므로

$$\angle B'A'C' = \angle BAC = 60^\circ \quad \therefore y = 60$$

$$\therefore y - x = 60 - 4 = 56$$

답 ⑤

- 05 처음 원뿔과 원뿔을 밑면에 평행한 평면으로 자를 때 생기는 작은 원뿔은 닮은 도형이고 닮음비는
 $(15+6) : 15 = 7 : 5$
 처음 원뿔의 밑면의 반지름의 길이를 x cm라 하면
 $x : 10 = 7 : 5, \quad 5x = 70$
 $\therefore x = 14$
 따라서 구하는 반지름의 길이는 14 cm이다.

답 ③

- 06 $\triangle ABC$ 와 $\triangle ADE$ 의 닮음비는
 $\overline{AB} : \overline{AD} = 8 : (12-8) = 2 : 1$
 이므로 넓이의 비는
 $2^2 : 1^2 = 4 : 1$
 $\triangle ABC : \triangle ADE = 4 : 1$ 에서
 $\triangle ABC : 12 = 4 : 1$
 $\therefore \triangle ABC = 48 \text{ (cm}^2\text{)}$

답 48 cm²

- 07 두 직육면체 A 와 B 의 부피의 비가
 $54 : 250 = 27 : 125 = 3^3 : 5^3$
 이므로 닮음비는 3 : 5이다.
 따라서 겉넓이의 비는 $3^2 : 5^2 = 9 : 25$ 이므로 직육면체 B 의 겉넓이를 $x \text{ cm}^2$ 라 하면
 $90 : x = 9 : 25, \quad 9x = 2250$
 $\therefore x = 250$
 따라서 직육면체 B 의 겉넓이는 250 cm^2 이다.

답 ④

- 08 두 쇠공의 지름의 길이는 각각 100 cm, 5 cm이므로 닮음비는
 $100 : 5 = 20 : 1$
 따라서 부피의 비는 $20^3 : 1^3 = 8000 : 1$ 이므로 작은 쇠공을 8000개 만들 수 있다.

답 8000개

02 삼각형의 닮음 조건

개념원리 확인하기

> 본문 114쪽

- 01 풀이 참조
 02 (1) $\triangle ABC \sim \triangle ADB$ (SAS 닮음)
 (2) $\triangle ABC \sim \triangle AED$ (AA 닮음)
 (3) $\triangle ABC \sim \triangle DEA$ (SSS 닮음)
 03 (1) $\overline{BH}$, 4, 64, 8 (2) $\overline{CB}$, 25, 225, 15
 (3) $\overline{HC}$, 4, 9

- 01 (1) $\overline{AB} : \overline{EF} = 4 : 12 = \boxed{1} : \boxed{3}$,
 $\overline{BC} : \overline{FD} = 5 : \boxed{15} = \boxed{1} : \boxed{3}$,
 $\overline{CA} : \overline{DE} = \boxed{3} : 9 = \boxed{1} : \boxed{3}$
 $\therefore \triangle ABC \sim \triangle EFD$ (SSS 닮음)
 (2) $\overline{AB} : \overline{FD} = 6 : 3 = \boxed{2} : \boxed{1}$,
 $\overline{AC} : \overline{FE} = 4 : \boxed{2} = \boxed{2} : \boxed{1}$,
 $\angle A = \angle \boxed{F} = 70^\circ$
 $\therefore \triangle ABC \sim \triangle FDE$ (SAS 닮음)
 (3) $\angle A = \angle \boxed{F} = \boxed{65^\circ}$,
 $\angle B = \angle \boxed{D} = \boxed{35^\circ}$
 $\therefore \triangle ABC \sim \triangle FDE$ (AA 닮음)

답 풀이 참조

- 02 (1) $\triangle ABC$ 와 $\triangle ADB$ 에서
 $\overline{AB} : \overline{AD} = 6 : 4 = 3 : 2$,
 $\overline{AC} : \overline{AB} = 9 : 6 = 3 : 2$,
 $\angle A$ 는 공통
 이므로 $\triangle ABC \sim \triangle ADB$ (SAS 닮음)
 (2) $\triangle ABC$ 와 $\triangle AED$ 에서
 $\angle B = \angle AED$, $\angle A$ 는 공통
 이므로 $\triangle ABC \sim \triangle AED$ (AA 닮음)
 (3) $\triangle ABC$ 와 $\triangle DEA$ 에서
 $\overline{AB} : \overline{DE} = 9 : 6 = 3 : 2$,
 $\overline{BC} : \overline{EA} = 6 : 4 = 3 : 2$,
 $\overline{AC} : \overline{DA} = (6+3) : 6 = 3 : 2$
 이므로 $\triangle ABC \sim \triangle DEA$ (SSS 닮음)
 답 (1) $\triangle ABC \sim \triangle ADB$ (SAS 닮음)
 (2) $\triangle ABC \sim \triangle AED$ (AA 닮음)
 (3) $\triangle ABC \sim \triangle DEA$ (SSS 닮음)

- 03 (1) $\overline{AB}^2 = \overline{BH} \times \overline{BC}$
 $x^2 = \boxed{4} \times 16 = \boxed{64}$
 $\therefore x = \boxed{8}$
 (2) $\overline{AC}^2 = \overline{CH} \times \overline{CB}$
 $x^2 = 9 \times \boxed{25} = \boxed{225}$
 $\therefore x = \boxed{15}$
 (3) $\overline{AH}^2 = \overline{HB} \times \overline{HC}$
 $6^2 = x \times \boxed{4}$
 $\therefore x = \boxed{9}$

- 답 (1) $\overline{BH}$, 4, 64, 8
 (2) $\overline{CB}$, 25, 225, 15
 (3) $\overline{HC}$, 4, 9

- 1 (1) $\triangle JKL \sim \triangle FED$ (SAS 답음)
 (2) $\triangle MNO \sim \triangle HIG$ (SSS 답음)
 (3) $\triangle PQR \sim \triangle CAB$ (AA 답음)

2 (1) 6 (2) $\frac{9}{2}$

3 (1) 9 (2) 6

4 18 cm

5 (1) 4 (2) 6 (3) 9

- 1 (1) $\triangle JKL$ 과 $\triangle FED$ 에서

$$\overline{KL} : \overline{ED} = 12 : 3 = 4 : 1,$$

$$\overline{JL} : \overline{FD} = 16 : 4 = 4 : 1,$$

$$\angle L = \angle D = 70^\circ$$

이므로 $\triangle JKL \sim \triangle FED$ (SAS 답음)

- (2) $\triangle MNO$ 와 $\triangle HIG$ 에서

$$\overline{MN} : \overline{HI} = 14 : 7 = 2 : 1,$$

$$\overline{NO} : \overline{IG} = 12 : 6 = 2 : 1,$$

$$\overline{OM} : \overline{GH} = 10 : 5 = 2 : 1$$

이므로 $\triangle MNO \sim \triangle HIG$ (SSS 답음)

- (3) $\triangle PQR$ 와 $\triangle CAB$ 에서

$$\angle R = \angle B = 45^\circ,$$

$$\angle P = 180^\circ - (65^\circ + 45^\circ) = 70^\circ = \angle C$$

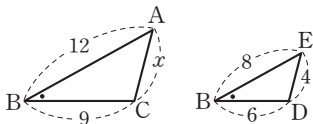
이므로 $\triangle PQR \sim \triangle CAB$ (AA 답음)

☞ (1) $\triangle JKL \sim \triangle FED$ (SAS 답음)

(2) $\triangle MNO \sim \triangle HIG$ (SSS 답음)

(3) $\triangle PQR \sim \triangle CAB$ (AA 답음)

- 2 (1)



$\triangle ABC$ 와 $\triangle EBD$ 에서

$$\overline{AB} : \overline{EB} = 12 : 8 = 3 : 2,$$

$$\overline{BC} : \overline{BD} = 9 : 6 = 3 : 2,$$

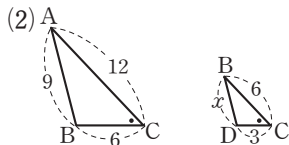
$\angle B$ 는 공통

이므로 $\triangle ABC \sim \triangle EBD$ (SAS 답음)

따라서 $\overline{AC} : \overline{ED} = 3 : 2$ 이므로

$$x : 4 = 3 : 2, \quad 2x = 12$$

$$\therefore x = 6$$



$\triangle ABC$ 와 $\triangle BDC$ 에서

$$\overline{AC} : \overline{BC} = 12 : 6 = 2 : 1,$$

$$\overline{BC} : \overline{DC} = 6 : 3 = 2 : 1,$$

$\angle C$ 는 공통

이므로 $\triangle ABC \sim \triangle BDC$ (SAS 답음)

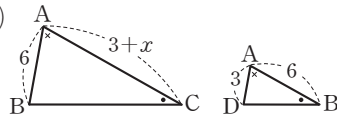
따라서 $\overline{AB} : \overline{BD} = 2 : 1$ 이므로

$$9 : x = 2 : 1, \quad 2x = 9$$

$$\therefore x = \frac{9}{2}$$

☞ (1) 6 (2) $\frac{9}{2}$

- 3 (1)



$\triangle ABC$ 와 $\triangle ADB$ 에서

$\angle C = \angle ABD$, $\angle A$ 는 공통

이므로 $\triangle ABC \sim \triangle ADB$ (AA 답음)

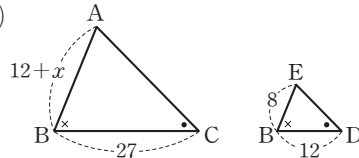
따라서 $\overline{AB} : \overline{AD} = \overline{AC} : \overline{AB}$ 이므로

$$6 : 3 = (3+x) : 6$$

$$2 : 1 = (3+x) : 6, \quad 3+x = 12$$

$$\therefore x = 9$$

- (2)



$\triangle ABC$ 와 $\triangle EBD$ 에서

$\angle C = \angle EDB$, $\angle B$ 는 공통

이므로 $\triangle ABC \sim \triangle EBD$ (AA 답음)

따라서 $\overline{AB} : \overline{EB} = \overline{BC} : \overline{BD}$ 이므로

$$(12+x) : 8 = 27 : 12$$

$$(12+x) : 8 = 9 : 4, \quad 4(12+x) = 72$$

$$4x = 24 \quad \therefore x = 6$$

☞ (1) 9 (2) 6

- 4 $\triangle ABD$ 와 $\triangle CBE$ 에서

$\angle ADB = \angle CEB = 90^\circ$, $\angle B$ 는 공통

이므로 $\triangle ABD \sim \triangle CBE$ (AA 답음)

따라서 $\overline{AB} : \overline{CB} = \overline{BD} : \overline{BE}$ 이므로

$$(15+15) : 25 = \overline{BD} : 15$$

$$6 : 5 = \overline{BD} : 15$$

$$5\overline{BD} = 90$$

$$\therefore \overline{BD} = 18 \text{ (cm)}$$

☞ 18 cm

- 5 (1) $x^2 = 2 \times (6+2) = 16$ 이므로

$$x = 4$$

- (2) $x^2 = (15-3) \times 3 = 36$ 이므로

$$x = 6$$

- (3) $15^2 = x \times 25$ 이므로 $225 = 25x$

$$\therefore x = 9$$

☞ (1) 4 (2) 6 (3) 9

이런 문제가 시험에 나온다

> 본문 118~119쪽

- 01 ③ 02 10 cm 03 12 cm 04 ④
 05 12 cm 06 $\frac{15}{2}$ cm 07 8 cm 08 ③
 09 24 cm^2 10 16 m

- 01 ③ $\triangle ABC$ 와 $\triangle DEF$ 에서
 $\overline{AB} : \overline{DE} = 16 : 12 = 4 : 3$,
 $\overline{BC} : \overline{EF} = 12 : 9 = 4 : 3$,
 $\angle B = \angle E = 45^\circ$
 이므로 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ (SAS 답음)
 따라서 추가해야 하는 조건은 ③이다. 답 ③

- 02 $\triangle ABC$ 와 $\triangle EBD$ 에서
 $\overline{AB} : \overline{EB} = (10+6) : 8 = 2 : 1$,
 $\overline{BC} : \overline{BD} = (8+4) : 6 = 2 : 1$,
 $\angle B$ 는 공통
 이므로 $\triangle ABC \sim \triangle EBD$ (SAS 답음)
 따라서 $\overline{AC} : \overline{ED} = 2 : 1$ 이므로
 $\overline{AC} : 5 = 2 : 1$
 $\therefore \overline{AC} = 10 \text{ (cm)}$ 답 10 cm

- 03 $\triangle AEB$ 와 $\triangle DEC$ 에서
 $\overline{AE} : \overline{DE} = 6 : 8 = 3 : 4$,
 $\overline{BE} : \overline{CE} = 9 : 12 = 3 : 4$,
 $\angle AEB = \angle DEC$ (맞꼭지각)
 이므로 $\triangle AEB \sim \triangle DEC$ (SAS 답음)
 따라서 $\overline{AB} : \overline{DC} = 3 : 4$ 이므로
 $\overline{AB} : 16 = 3 : 4$, $4\overline{AB} = 48$
 $\therefore \overline{AB} = 12 \text{ (cm)}$ 답 12 cm

- 04 $\triangle ABC$ 와 $\triangle BCD$ 에서
 $\angle A = \angle DBC$,
 $\angle ACB = \angle D$
 이므로 $\triangle ABC \sim \triangle BCD$ (AA 답음)
 따라서 $\overline{AB} : \overline{BC} = \overline{BC} : \overline{CD}$ 이므로
 $\overline{AB} : 14 = 14 : 21$, $\overline{AB} : 14 = 2 : 3$
 $3\overline{AB} = 28$ $\therefore \overline{AB} = \frac{28}{3} \text{ (cm)}$ 답 ④

- 05 $\triangle AEM$ 과 $\triangle CEB$ 에서
 $\angle MAE = \angle BCE$ (엇각),
 $\angle AME = \angle CBE$ (엇각)
 이므로 $\triangle AEM \sim \triangle CEB$ (AA 답음)
 따라서 $\overline{AE} : \overline{CE} = \overline{AM} : \overline{CB} = 1 : 2$ 이므로
 $\overline{CE} = \frac{2}{1+2} \overline{AC} = \frac{2}{3} \times 18 = 12 \text{ (cm)}$
답 12 cm

- 06 $\triangle ABC$ 와 $\triangle MBD$ 에서
 $\angle A = \angle BMD = 90^\circ$,
 $\angle B$ 는 공통
 이므로 $\triangle ABC \sim \triangle MBD$ (AA 답음)
 따라서 $\overline{AB} : \overline{MB} = \overline{AC} : \overline{MD}$ 이므로
 $16 : 10 = 12 : \overline{DM}$, $8 : 5 = 12 : \overline{DM}$
 $8\overline{DM} = 60$ $\therefore \overline{DM} = \frac{15}{2} \text{ (cm)}$

답 $\frac{15}{2}$ cm

- 07 $\triangle ABE$ 와 $\triangle ADF$ 에서
 $\angle AEB = \angle AFD = 90^\circ$
 $\square ABCD$ 는 평행사변형이므로
 $\angle B = \angle D$
 $\therefore \triangle ABE \sim \triangle ADF$ (AA 답음)
 따라서 $\overline{AB} : \overline{AD} = \overline{AE} : \overline{AF}$ 이므로
 $12 : 15 = \overline{AE} : 10$, $4 : 5 = \overline{AE} : 10$
 $5\overline{AE} = 40$ $\therefore \overline{AE} = 8 \text{ (cm)}$ 답 8 cm

- 08 $20^2 = 16 \times (x+16)$ 이므로 $16x = 144$
 $\therefore x = 9$
 또 $y^2 = 9 \times (9+16) = 225$ 이므로
 $y = 15$
 $\therefore x+y = 9+15 = 24$ 답 ③

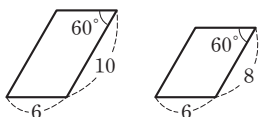
- 09 $8^2 = \overline{BH} \times 4$ 이므로
 $\overline{BH} = 16 \text{ (cm)}$
 이때 $\overline{BC} = 16+4 = 20 \text{ (cm)}$ 이므로
 $\overline{BM} = \overline{MC} = \frac{1}{2} \overline{BC} = \frac{1}{2} \times 20 = 10 \text{ (cm)}$
 $\therefore \overline{MH} = \overline{MC} - \overline{HC} = 10 - 4 = 6 \text{ (cm)}$
 $\therefore \triangle AMH = \frac{1}{2} \times \overline{MH} \times \overline{AH}$
 $= \frac{1}{2} \times 6 \times 8 = 24 \text{ (cm}^2\text{)}$
답 24 cm^2

- 10 $\triangle ABC$ 와 $\triangle AB'C'$ 에서
 $\angle ABC = \angle AB'C' = 90^\circ$, $\angle A$ 는 공통
 이므로 $\triangle ABC \sim \triangle AB'C'$ (AA 답음)
 $\overline{BC} : \overline{B'C'} = \overline{AB} : \overline{AB'}$ 이므로
 $1 : \overline{B'C'} = 2 : 32$
 $1 : \overline{B'C'} = 1 : 16$
 $\therefore \overline{B'C'} = 16 \text{ (m)}$
 따라서 등대의 높이는 16 m이다. 답 16 m

- 01 ㄱ, ㄴ, ㄷ 02 ④ 03 ⑤ 04 27 cm^2
 05 ① 06 ②, ⑤ 07 ② 08 25 cm
 09 ③, ⑤ 10 ② 11 10 cm 12 250 m
 13 54π 14 ⑤ 15 25° 16 ③
 17 ① 18 15 cm 19 ④ 20 150 cm^2
 21 ② 22 3 cm 23 48 cm 24 $\frac{28}{5} \text{ cm}$

01 **전략** 닮은 두 평면도형의 대응각의 크기는 각각 같고, 대응변의 길이의 비는 일정하다.

ㄴ. 다음의 경우에는 닮은 도형이 아니다.



이상에서 항상 닮은 도형이라 할 수 있는 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ이다. **답** ㄱ, ㄴ, ㄷ

02 **전략** 닮은 두 평면도형에서 대응변의 길이의 비가 닮음비이다.

$\triangle ABC$ 와 $\triangle EFD$ 에서

$$\angle C = \angle D,$$

$$\angle A = 180^\circ - (70^\circ + 45^\circ) = 65^\circ = \angle E$$

이므로 $\triangle ABC \sim \triangle EFD$ (AA 닮음)

따라서 닮음비는

$$c : d = a : e = b : f$$

이므로 옳은 것은 ④이다. **답** ④

03 **전략** 닮은 두 입체도형의 닮음비는 대응하는 모서리의 길이의 비이고, 대응하는 면은 닮은 도형임을 이용한다.

① $\overline{AC} : \overline{FH} = 10 : 15 = 2 : 3$ 이므로 두 사각뿔 P , Q 의 닮음비는 $2 : 3$ 이다.

② $\overline{AB} : \overline{FG} = 2 : 3$ 이므로

$$\overline{AB} = \frac{2}{3} \overline{FG}$$

③ $\angle ACD = \angle FHI$

④ $\triangle ABE \sim \triangle FGJ$

따라서 옳은 것은 ⑤이다. **답** ⑤

04 **전략** 닮은 두 삼각형에서 대응변의 길이의 비는 닮음비와 같고, 이를 이용하여 넓이의 비를 구한다.

$\triangle ABC$ 와 $\triangle DEF$ 의 닮음비는 $4 : 3$ 이므로 넓이의 비는

$$4^2 : 3^2 = 16 : 9$$

$\triangle ABC : \triangle DEF = 16 : 9$ 에서

$$48 : \triangle DEF = 16 : 9$$

$$16\triangle DEF = 432$$

$$\therefore \triangle DEF = 27 (\text{cm}^2)$$

답 27 cm^2

05 **전략** 넓이의 비를 이용하여 닮음비를 구한 후 부피의 비를 구한다.

닮은 두 원뿔의 밑넓이의 비가 $4 : 9 = 2^2 : 3^2$ 이므로 닮음비는 $2 : 3$ 이고 부피의 비는

$$2^3 : 3^3 = 8 : 27$$

작은 원뿔의 부피를 $x \text{ cm}^3$ 라 하면

$$x : 162 = 8 : 27, \quad 27x = 1296$$

$$\therefore x = 48$$

따라서 작은 원뿔의 부피는 48 cm^3 이다. **답** ①

06 **전략** 변의 길이의 비와 공통인 각의 크기를 이용하여 주어진 삼각형과 닮은 도형을 찾는다.

$$\angle B = 180^\circ - (90^\circ + 30^\circ) = 60^\circ$$

② AA 닮음 ⑤ SAS 닮음

따라서 닮은 도형인 것은 ②, ⑤이다. **답** ②, ⑤

07 **전략** 두 삼각형이 삼각형의 닮음 조건 중 어떤 조건을 만족시키는지 확인한다.

① SSS 닮음

② $\angle B$ 와 $\angle E$ 가 각각 $\overline{AB}$ 와 $\overline{AC}$, $\overline{DE}$ 와 $\overline{DF}$ 의 끼인각이 아니므로 $\triangle ABC$ 와 $\triangle DEF$ 가 닮은 도형이라 할 수 없다.

③ SAS 닮음

④, ⑤ AA 닮음

따라서 닮은 도형이라 할 수 없는 것은 ②이다. **답** ②

08 **전략** 크기가 같은 한 각이 주어졌으므로 그 각을 끼인각으로 하는 두 쌍의 대응변의 길이의 비를 비교한다.

$\triangle ACB$ 와 $\triangle BCD$ 에서

$$\overline{AC} : \overline{BC} = 16 : 20 = 4 : 5,$$

$$\overline{AB} : \overline{BD} = 12 : 15 = 4 : 5,$$

$$\angle A = \angle DBC$$

이므로 $\triangle ACB \sim \triangle BCD$ (SAS 닮음)

따라서 $\overline{CB} : \overline{CD} = 4 : 5$ 이므로

$$20 : \overline{CD} = 4 : 5$$

$$4\overline{CD} = 100$$

$$\therefore \overline{CD} = 25 (\text{cm})$$

답 25 cm

09 전략 공통인 각을 기준으로 닮은 삼각형을 찾는다.

- ① $\triangle ABC$ 와 $\triangle CBD$ 에서
 $\overline{AB} : \overline{CB} = 16 : 12 = 4 : 3$,
 $\overline{BC} : \overline{BD} = 12 : 9 = 4 : 3$,
 $\angle B$ 는 공통
 이므로 $\triangle ABC \sim \triangle CBD$ (SAS 닮음)
 ②, ③ $\overline{AC} : \overline{CD} = 4 : 3$ 이므로 $8 : \overline{CD} = 4 : 3$
 $4\overline{CD} = 24 \quad \therefore \overline{CD} = 6$ (cm)
 ④, ⑤ $\triangle ABC \sim \triangle CBD$ 이므로
 $\angle ACB = \angle CDB, \angle BAC = \angle BCD$
 따라서 옳지 않은 것은 ③, ⑤이다. **답** ③, ⑤

10 전략 닮음인 두 직각삼각형을 찾는다.

- $\triangle ABC$ 와 $\triangle FEC$ 에서
 $\angle BAC = \angle EFC = 90^\circ, \angle C$ 는 공통
 이므로 $\triangle ABC \sim \triangle FEC$ (AA 닮음)
 따라서 $\overline{BC} : \overline{EC} = \overline{CA} : \overline{CF}$ 이므로
 $15 : (14 + 6) = 6 : \overline{CF}$
 $3 : 4 = 6 : \overline{CF}$
 $3\overline{CF} = 24$
 $\therefore \overline{CF} = 8$ (cm) **답** ②

11 전략 직각삼각형의 닮음을 이용한다.

- $12^2 = 8 \times \overline{AC}$ 이므로 $\overline{AC} = 18$ (cm)
 $\therefore \overline{CD} = \overline{AC} - \overline{AD} = 18 - 8 = 10$ (cm) **답** 10 cm

12 전략 축척이 $\frac{1}{n}$ 인 축도에서 두 지점 A, B 사이의 거리가 l 일 때, 두 지점 A, B 사이의 실제 거리는 $l \times n$ 이다.

- $\triangle ABC$ 와 $\triangle ADE$ 에서
 $\angle ABC = \angle ADE$ (동위각), $\angle A$ 는 공통
 이므로 $\triangle ABC \sim \triangle ADE$ (AA 닮음)
 $\overline{AC} : \overline{AE} = \overline{BC} : \overline{DE}$ 이므로
 $\overline{AC} : (\overline{AC} + 3) = 5 : 8$
 $8\overline{AC} = 5(\overline{AC} + 3), \quad 3\overline{AC} = 15$
 $\therefore \overline{AC} = 5$ (cm)
 따라서 실제 강의 폭은
 $5 \times 5000 = 25000$ (cm) = 250 (m) **답** 250 m

13 전략 원의 닮음비는 반지름의 길이의 비와 같음을 이용한다.

- $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD}$ 이고 $\overline{OC} = \frac{1}{2}\overline{BC}$ 이므로
 $\overline{OC} : \overline{OD} = 1 : 3$
 즉 작은 원과 큰 원의 닮음비는 1 : 3이므로 넓이의 비는
 $1^2 : 3^2 = 1 : 9$

큰 원의 넓이를 x 라 하면

$$6\pi : x = 1 : 9 \quad \therefore x = 54\pi \quad \text{답 } 54\pi$$

14 전략 원뿔의 닮음비는 높이의 비와 같음을 이용한다.

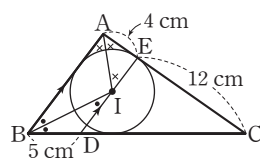
- 물과 그릇의 닮음비는 12 : 16 = 3 : 4이므로 부피의 비는
 $3^3 : 4^3 = 27 : 64$
 물의 부피를 x cm³라 하면
 $x : 256 = 27 : 64, \quad 64x = 6912$
 $\therefore x = 108$
 따라서 더 필요한 물의 부피는
 $256 - 108 = 148$ (cm³) **답** ⑤

15 전략 공통인 각을 기준으로 닮은 삼각형을 찾는다.

- $\triangle ABC$ 와 $\triangle DAC$ 에서
 $\overline{AC} : \overline{DC} = 10 : 4 = 5 : 2$,
 $\overline{BC} : \overline{AC} = 25 : 10 = 5 : 2$,
 $\angle C$ 는 공통
 이므로 $\triangle ABC \sim \triangle DAC$ (SAS 닮음)
 $\therefore \angle B = \angle DAC$
 이때 $\triangle ADC$ 에서
 $\angle DAC + 90^\circ + 65^\circ = 180^\circ$
 $\therefore \angle DAC = 25^\circ$
 $\therefore \angle B = \angle DAC = 25^\circ$ **답** 25°

16 전략 삼각형의 내심의 성질과 평행선의 성질을 이용하여 크기가 같은 각을 찾는다.

- 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이므로
 $\angle IAB = \angle IAE$,
 $\angle IBA = \angle IBD$
 이때 $\overline{AB} \parallel \overline{ED}$ 이므로
 $\angle AIE = \angle IAB$ (엇각),
 $\angle BID = \angle IBA$ (엇각)
 $\therefore \angle AIE = \angle IAE, \angle BID = \angle IBD$
 즉 $\overline{EI} = \overline{EA} = 4$ (cm), $\overline{DI} = \overline{DB} = 5$ (cm)이므로
 $\overline{DE} = \overline{DI} + \overline{EI} = 5 + 4 = 9$ (cm)
 $\triangle ABC$ 와 $\triangle EDC$ 에서
 $\angle C$ 는 공통, $\angle BAC = \angle DEC$ (동위각)
 이므로 $\triangle ABC \sim \triangle EDC$ (AA 닮음)
 따라서 $\overline{AB} : \overline{ED} = \overline{AC} : \overline{EC}$ 이므로
 $\overline{AB} : 9 = 16 : 12$
 $\overline{AB} : 9 = 4 : 3$
 $3\overline{AB} = 36$
 $\therefore \overline{AB} = 12$ (cm) **답** ③



- 17 **전략** 먼저 주어진 조건을 이용하여 $\overline{AD}$ 의 길이를 구한다.

$$\overline{AD} : \overline{DC} = 3 : 1 \text{이므로}$$

$$\overline{AD} = \frac{3}{3+1} \overline{AC} = \frac{3}{4} \times 8 = 6 \text{ (cm)}$$

$\triangle ABD$ 와 $\triangle ACE$ 에서

$$\angle ADB = \angle AEC = 90^\circ, \angle A \text{는 공통}$$

이므로 $\triangle ABD \sim \triangle ACE$ (AA 닮음)

따라서 $\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{AD} : \overline{AE}$ 이므로

$$10 : 8 = 6 : \overline{AE}$$

$$5 : 4 = 6 : \overline{AE}$$

$$5\overline{AE} = 24$$

$$\therefore \overline{AE} = \frac{24}{5} \text{ (cm)}$$

답 ①

- 18 **전략** 직각삼각형의 닮음을 이용하여 $\overline{OP}$ 의 길이를 구한다.

$\triangle ABD$ 와 $\triangle OPD$ 에서

$$\angle BAD = \angle POD = 90^\circ, \angle D \text{는 공통}$$

이므로 $\triangle ABD \sim \triangle OPD$ (AA 닮음)

따라서 $\overline{AB} : \overline{OP} = \overline{AD} : \overline{OD}$ 이므로

$$12 : \overline{OP} = 16 : 10$$

$$12 : \overline{OP} = 8 : 5$$

$$8\overline{OP} = 60$$

$$\therefore \overline{OP} = \frac{15}{2} \text{ (cm)}$$

그런데 $\triangle POD$ 와 $\triangle QOB$ 에서

$$\overline{DO} = \overline{BO}, \angle ODP = \angle OBQ \text{ (엇각)},$$

$$\angle POD = \angle QOB \text{ (맞꼭지각)}$$

이므로 $\triangle POD \cong \triangle QOB$ (ASA 합동)

$$\therefore \overline{OP} = \overline{OQ}$$

$$\therefore \overline{PQ} = 2\overline{OP} = 2 \times \frac{15}{2} = 15 \text{ (cm)} \quad \text{답 15 cm}$$

- 19 **전략** 삼각형의 합동 조건을 이용하여 $\overline{AD}$ 의 길이를 구한다.

$\triangle AEC$ 와 $\triangle AED$ 에서

$$\angle ACE = \angle ADE = 90^\circ,$$

$\overline{AE}$ 는 공통,

$$\angle EAC = \angle EAD$$

이므로 $\triangle AEC \cong \triangle AED$ (RHA 합동)

$$\therefore \overline{AD} = \overline{AC} = 6 \text{ (cm)}$$

또 $\triangle ABC$ 와 $\triangle EBD$ 에서

$$\angle ACB = \angle EDB = 90^\circ, \angle B \text{는 공통}$$

이므로 $\triangle ABC \sim \triangle EBD$ (AA 닮음)

따라서 $\overline{AB} : \overline{EB} = \overline{BC} : \overline{BD}$ 이므로

$$(6+4) : 5 = (5+\overline{CE}) : 4$$

$$2 : 1 = (5+\overline{CE}) : 4$$

$$5+\overline{CE} = 8$$

$$\therefore \overline{CE} = 3 \text{ (cm)} \quad \text{답 ④}$$

- 20 **전략** 직각삼각형의 닮음을 이용하여 $\overline{DH}$, $\overline{AH}$ 의 길이를 구한다.

$$\triangle ABD \text{에서 } 15^2 = 9 \times (9 + \overline{DH})$$

$$225 = 81 + 9\overline{DH}$$

$$\therefore \overline{DH} = 16 \text{ (cm)}$$

$$\text{또 } \overline{AH}^2 = 9 \times 16 = 144 \text{이므로}$$

$$\overline{AH} = 12 \text{ (cm)}$$

$$\therefore \triangle ABD = \frac{1}{2} \times \overline{BD} \times \overline{AH}$$

$$= \frac{1}{2} \times (9+16) \times 12 = 150 \text{ (cm}^2\text{)}$$

답 150 cm²

- 21 **전략** 송신탑의 실제 높이는 유신이의 눈높이와 $\overline{AC}$ 의 길이의 합과 같다.

$\triangle ABC$ 와 $\triangle A'B'C'$ 에서

$$\angle B = \angle B', \angle ACB = \angle A'C'B'$$

이므로 $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$ (AA 닮음)

$\overline{BC} : \overline{B'C'} = \overline{AC} : \overline{A'C'}$ 이므로

$$6 : 3 = \overline{AC} : 1.7$$

$$2 : 1 = \overline{AC} : 1.7$$

$$\therefore \overline{AC} = 3.4 \text{ (m)}$$

따라서 송신탑의 실제 높이는

$$3.4 + 1.6 = 5 \text{ (m)} \quad \text{답 ②}$$

- 22 **전략** 삼각형의 한 외각의 크기는 그와 이웃하지 않는 두 내각의 크기의 합과 같음을 이용한다.

$\triangle DEF$ 와 $\triangle ABC$ 에서

$$\angle EDF = \angle ABD + \angle BAD$$

$$= \angle CAF + \angle BAD$$

$$= \angle BAC,$$

$$\angle DEF = \angle BCE + \angle CBE$$

$$= \angle ABD + \angle CBE$$

$$= \angle ABC$$

이므로 $\triangle DEF \sim \triangle ABC$ (AA 닮음)

따라서 $\overline{DE} : \overline{AB} = \overline{DF} : \overline{AC}$ 이므로

$$4 : 8 = \overline{DF} : 6$$

$$1 : 2 = \overline{DF} : 6$$

$$2\overline{DF} = 6$$

$$\therefore \overline{DF} = 3 \text{ (cm)} \quad \text{답 3 cm}$$

- 23 **전략** 한 예각의 크기가 같은 두 직각삼각형은 닮은 도형이다.

$\triangle ABC$ 와 $\triangle ADF$ 에서

$$\angle ACB = \angle AFD = 90^\circ,$$

$\angle A$ 는 공통

이므로 $\triangle ABC \sim \triangle ADF$ (AA 닮음)

정사각형 DECF의 한 변의 길이를 x cm라 하면

$$\overline{AC} : \overline{AF} = \overline{BC} : \overline{DF} \text{이므로}$$

$$21 : (21 - x) = 28 : x, \quad 21x = 28(21 - x)$$

$$49x = 588 \quad \therefore x = 12$$

따라서 정사각형 DECF의 둘레의 길이는

$$4 \times 12 = 48 \text{ (cm)} \quad \text{답 48 cm}$$

- 24 전략** 점은 각의 크기는 같고 정삼각형의 한 내각의 크기는 60° 임을 이용하여 닮은 두 삼각형을 찾는다.

$$\overline{AF} = \overline{EF} = 7 \text{ (cm)이므로}$$

$$\overline{AC} = 7 + 5 = 12 \text{ (cm)}$$

즉 정삼각형 ABC의 한 변의 길이는 12 cm이다.

$$\therefore \overline{BE} = 12 - 8 = 4 \text{ (cm)}$$

$\triangle BED$ 와 $\triangle CFE$ 에서

$$\angle B = \angle C = 60^\circ$$

$$\angle DBE = \angle DEF = 60^\circ \text{이므로}$$

$$\angle BDE = 180^\circ - (\angle DBE + \angle DEB)$$

$$= 180^\circ - (\angle DEF + \angle DEB)$$

$$= \angle CEF$$

$$\therefore \triangle BED \sim \triangle CFE \text{ (AA 닮음)}$$

따라서 $\overline{DE} : \overline{EF} = \overline{BE} : \overline{CF}$ 이므로

$$\overline{DE} : 7 = 4 : 5$$

$$5\overline{DE} = 28$$

$$\therefore \overline{DE} = \frac{28}{5} \text{ (cm)}$$

$$\therefore \overline{AD} = \overline{DE} = \frac{28}{5} \text{ (cm)} \quad \text{답 } \frac{28}{5} \text{ cm}$$

서술형 대비 문제

> 본문 124~125쪽

1 2400원

2 12 cm

3 (1) 12 cm^2 (2) 27 cm^2 (3) 15 cm^2

4 18 cm

5 $\frac{54}{5} \text{ cm}$

6 $\frac{16}{5} \text{ cm}$

- 1** **1단계** 두 통조림 A, B의 닮음비는

$$6 : 9 = 2 : 3$$

이므로 부피의 비는

$$2^3 : 3^3 = 8 : 27$$

- 2단계** 통조림 A의 가격을 x 원이라 하면

$$x : 8100 = 8 : 27, \quad 27x = 64800$$

$$\therefore x = 2400$$

따라서 통조림 A의 가격은 2400원이다.

답 2400원

- 2** **1단계** $\overline{DC} = \overline{AB} = 16 \text{ (cm)}$ 이므로

$$\overline{DE} = \overline{DC} - \overline{EC}$$

$$= 16 - 10 = 6 \text{ (cm)}$$

- 2단계** $\triangle ABF$ 와 $\triangle DFE$ 에서

$$\angle BAF = \angle FDE = 90^\circ,$$

$$\angle ABF = 90^\circ - \angle AFB = \angle DFE$$

이므로 $\triangle ABF \sim \triangle DFE$ (AA 닮음)

- 3단계** $\overline{AB} : \overline{DF} = \overline{AF} : \overline{DE}$ 이므로

$$16 : 8 = \overline{AF} : 6$$

$$2 : 1 = \overline{AF} : 6$$

$$\therefore \overline{AF} = 12 \text{ (cm)}$$

답 12 cm

- 3** **1단계** (1) $\triangle ADF$ 와 $\triangle AEG$ 에서

$$\overline{AD} : \overline{AE} = \overline{AF} : \overline{AG} = 1 : 2,$$

$\angle A$ 는 공통

이므로 $\triangle ADF \sim \triangle AEG$ (SAS 닮음)

닮음비는 1 : 2이므로 넓이의 비는

$$1^2 : 2^2 = 1 : 4$$

따라서 $\triangle ADF : \triangle AEG = 1 : 4$ 이므로

$$3 : \triangle AEG = 1 : 4$$

$$\therefore \triangle AEG = 12 \text{ (cm}^2\text{)}$$

- 2단계** (2) $\triangle ADF$ 와 $\triangle ABC$ 에서

$$\overline{AD} : \overline{AB} = \overline{AF} : \overline{AC} = 1 : 3,$$

$\angle A$ 는 공통

이므로 $\triangle ADF \sim \triangle ABC$ (SAS 닮음)

닮음비는 1 : 3이므로 넓이의 비는

$$1^2 : 3^2 = 1 : 9$$

따라서 $\triangle ADF : \triangle ABC = 1 : 9$ 이므로

$$3 : \triangle ABC = 1 : 9$$

$$\therefore \triangle ABC = 27 \text{ (cm}^2\text{)}$$

- 3단계** (3) $\square EBCG = \triangle ABC - \triangle AEG$

$$= 27 - 12 = 15 \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$\text{답 (1) } 12 \text{ cm}^2 \text{ (2) } 27 \text{ cm}^2 \text{ (3) } 15 \text{ cm}^2$$

단계	채점 요소	배점
1	$\triangle AEG$ 의 넓이 구하기	3점
2	$\triangle ABC$ 의 넓이 구하기	3점
3	$\square EBCG$ 의 넓이 구하기	2점

- 4** **1단계** $\triangle ABC$ 와 $\triangle DBE$ 에서

$$\overline{AB} : \overline{DB} = 24 : 16 = 3 : 2,$$

$$\overline{BC} : \overline{BE} = (16 + 2) : 12 = 3 : 2,$$

$\angle B$ 는 공통

이므로 $\triangle ABC \sim \triangle DBE$ (SAS 닮음)

2단계 $\overline{AC} : \overline{DE} = 3 : 2$ 이므로
 $\overline{AC} : 12 = 3 : 2$
 $2\overline{AC} = 36 \quad \therefore \overline{AC} = 18 \text{ (cm)}$

답 18 cm

단계	채점 요소	배점
1	$\triangle ABC \sim \triangle DBE$ 임을 알기	4점
2	$\overline{AC}$ 의 길이 구하기	3점

- 5 1단계 $\triangle ABE$ 와 $\triangle FDA$ 에서 $\overline{AB} \parallel \overline{DF}$ 이므로
 $\angle EAB = \angle AFD$ (엇각)
 $\square ABCD$ 가 평행사변형이므로
 $\angle B = \angle D$
 $\therefore \triangle ABE \sim \triangle FDA$ (AA 닮음)

2단계 $\overline{AB} = \overline{DC} = 9 \text{ (cm)}$ 이고
 $\overline{AB} : \overline{FD} = \overline{BE} : \overline{DA}$ 이므로
 $9 : 15 = \overline{BE} : 18$
 $3 : 5 = \overline{BE} : 18$
 $5\overline{BE} = 54$
 $\therefore \overline{BE} = \frac{54}{5} \text{ (cm)}$

답 $\frac{54}{5} \text{ cm}$

단계	채점 요소	배점
1	$\triangle ABE \sim \triangle FDA$ 임을 알기	4점
2	$\overline{BE}$ 의 길이 구하기	3점

- 6 1단계 $\overline{AD}^2 = \overline{DB} \times \overline{DC}$ 이므로
 $\overline{AD}^2 = 8 \times 2 = 16$
 $\therefore \overline{AD} = 4 \text{ (cm)}$
2단계 점 M은 $\triangle ABC$ 의 외심이므로
 $\overline{AM} = \overline{BM} = \overline{CM}$
 $= \frac{1}{2} \overline{BC} = \frac{1}{2} \times 10 = 5 \text{ (cm)}$
3단계 $\overline{AD}^2 = \overline{AH} \times \overline{AM}$ 이므로
 $4^2 = \overline{AH} \times 5$
 $\therefore \overline{AH} = \frac{16}{5} \text{ (cm)}$

답 $\frac{16}{5} \text{ cm}$

단계	채점 요소	배점
1	$\overline{AD}$ 의 길이 구하기	3점
2	$\overline{AM}$ 의 길이 구하기	2점
3	$\overline{AH}$ 의 길이 구하기	3점

III-2 평행선 사이의 선분의 길이의 비

01 삼각형과 평행선

개념원리 확인하기

> 본문 129쪽

- 01 (1) 8 (2) 9 (3) 12 (4) 21
02 (1) 12 (2) 6
03 (1) $\times$ (2) $\bigcirc$ (3) $\bigcirc$ (4) $\times$

- 01 (1) $\overline{AB} : \overline{AD} = \overline{AC} : \overline{AE}$ 이므로

$$12 : x = 9 : 6$$

$$12 : x = 3 : 2$$

$$3x = 24 \quad \therefore x = 8$$

- (2) $\overline{AB} : \overline{AD} = \overline{AC} : \overline{AE}$ 이므로

$$8 : 6 = (x+3) : x$$

$$4 : 3 = (x+3) : x$$

$$4x = 3(x+3) \quad \therefore x = 9$$

- (3) $\overline{AB} : \overline{AD} = \overline{BC} : \overline{DE}$ 이므로

$$(x+8) : x = 15 : 9$$

$$(x+8) : x = 5 : 3$$

$$5x = 3(x+8), \quad 2x = 24$$

$$\therefore x = 12$$

- (4) $\overline{AB} : \overline{AD} = \overline{AC} : \overline{AE}$ 이므로

$$14 : 8 = x : 12$$

$$7 : 4 = x : 12$$

$$4x = 84 \quad \therefore x = 21$$

답 (1) 8 (2) 9 (3) 12 (4) 21

- 02 (1) $\overline{AD} : \overline{DB} = \overline{AE} : \overline{EC}$ 이므로

$$10 : 8 = 15 : x$$

$$5 : 4 = 15 : x$$

$$5x = 60 \quad \therefore x = 12$$

- (2) $\overline{AD} : \overline{DB} = \overline{AE} : \overline{EC}$ 이므로

$$9 : 21 = x : 14$$

$$3 : 7 = x : 14$$

$$7x = 42 \quad \therefore x = 6$$

답 (1) 12 (2) 6

- 03 (1) $\overline{AD} : \overline{DB} = 4 : 8 = 1 : 2$, $\overline{AE} : \overline{EC} = 3 : 7$ 이므로

$$\overline{AD} : \overline{DB} \neq \overline{AE} : \overline{EC}$$

따라서 $\overline{BC}$ 와 $\overline{DE}$ 는 평행하지 않다.

- (2) $\overline{AB} : \overline{AD} = 10 : 4 = 5 : 2$,

$$\overline{AC} : \overline{AE} = 15 : 6 = 5 : 2$$

이므로 $\overline{AB} : \overline{AD} = \overline{AC} : \overline{AE}$

$$\therefore \overline{BC} \parallel \overline{DE}$$

$$(3) \overline{AD} : \overline{DB} = 12 : 9 = 4 : 3,$$

$$\overline{AE} : \overline{EC} = 16 : 12 = 4 : 3$$

이므로 $\overline{AD} : \overline{DB} = \overline{AE} : \overline{EC}$

$$\therefore \overline{BC} \parallel \overline{DE}$$

$$(4) \overline{AB} : \overline{AD} = 5 : (11-5) = 5 : 6,$$

$$\overline{AC} : \overline{AE} = 10 : 14 = 5 : 7$$

이므로 $\overline{AB} : \overline{AD} \neq \overline{AC} : \overline{AE}$

따라서 $\overline{BC}$ 와 $\overline{DE}$ 는 평행하지 않다.

답 (1) × (2) ○ (3) ○ (4) ×

핵심문제 익히기

▶ 본문 130 ~ 131쪽

1 (1) $x=25, y=6$ (2) $x=28, y=30$

2 (1) 12 (2) 4

3 ⑤

4 ㄴ, ㄹ

1 (1) $\overline{AB} : \overline{AD} = \overline{AC} : \overline{AE}$ 이므로

$$(20-12) : 20 = 10 : x$$

$$2 : 5 = 10 : x$$

$$2x = 50 \quad \therefore x = 25$$

$\overline{AC} : \overline{AE} = \overline{BC} : \overline{DE}$ 이므로

$$10 : 25 = y : 15$$

$$2 : 5 = y : 15$$

$$5y = 30 \quad \therefore y = 6$$

(2) $\overline{AC} : \overline{AE} = \overline{BC} : \overline{DE}$ 이므로

$$14 : 6 = x : 12$$

$$7 : 3 = x : 12$$

$$3x = 84 \quad \therefore x = 28$$

$\overline{AC} : \overline{CE} = \overline{AB} : \overline{BD}$ 이므로

$$14 : (14+6) = 21 : y$$

$$7 : 10 = 21 : y$$

$$7y = 210 \quad \therefore y = 30$$

답 (1) $x=25, y=6$ (2) $x=28, y=30$

2 (1) $\triangle ABP$ 에서

$$\overline{DQ} : \overline{BP} = \overline{AQ} : \overline{AP}$$

$\triangle APC$ 에서

$$\overline{AQ} : \overline{AP} = \overline{AE} : \overline{AC}$$

따라서 $\overline{DQ} : \overline{BP} = \overline{AE} : \overline{AC}$ 이므로

$$9 : 12 = x : (x+4)$$

$$3 : 4 = x : (x+4)$$

$$4x = 3(x+4)$$

$$\therefore x = 12$$

(2) $\triangle ABC$ 에서 $\overline{BC} \parallel \overline{DE}$ 이므로

$$\overline{AE} : \overline{EC} = \overline{AD} : \overline{DB} = 6 : 3 = 2 : 1$$

$\triangle ADC$ 에서 $\overline{DC} \parallel \overline{FE}$ 이므로

$$\overline{AF} : \overline{FD} = \overline{AE} : \overline{EC}$$

$$x : (6-x) = 2 : 1, \quad x = 2(6-x)$$

$$3x = 12 \quad \therefore x = 4$$

답 (1) 12 (2) 4

3 ① $\overline{AD} : \overline{DB} = 13 : 3, \overline{AE} : \overline{EC} = 12 : 4 = 3 : 1$ 이므로

$$\overline{AD} : \overline{DB} \neq \overline{AE} : \overline{EC}$$

즉 $\overline{BC}$ 와 $\overline{DE}$ 는 평행하지 않다.

② $\overline{AB} : \overline{AD} = 4 : 8 = 1 : 2, \overline{AC} : \overline{AE} = 5 : 9$ 이므로

$$\overline{AB} : \overline{AD} \neq \overline{AC} : \overline{AE}$$

즉 $\overline{BC}$ 와 $\overline{DE}$ 는 평행하지 않다.

③ $\overline{AB} : \overline{BD} = 6 : 2 = 3 : 1,$

$$\overline{AC} : \overline{CE} = (3+1) : 1 = 4 : 1$$

이므로 $\overline{AB} : \overline{BD} \neq \overline{AC} : \overline{CE}$

즉 $\overline{BC}$ 와 $\overline{DE}$ 는 평행하지 않다.

④ $\overline{AB} : \overline{BD} = 6 : 3 = 2 : 1,$

$$\overline{AC} : \overline{CE} = (10-4) : 4 = 3 : 2$$

이므로 $\overline{AB} : \overline{BD} \neq \overline{AC} : \overline{CE}$

즉 $\overline{BC}$ 와 $\overline{DE}$ 는 평행하지 않다.

⑤ $\overline{AB} : \overline{BD} = 7.5 : 10 = 3 : 4,$

$$\overline{AC} : \overline{CE} = 9 : 12 = 3 : 4$$

이므로 $\overline{AB} : \overline{BD} = \overline{AC} : \overline{CE}$

$$\therefore \overline{BC} \parallel \overline{DE}$$

따라서 $\overline{BC} \parallel \overline{DE}$ 인 것은 ⑤이다.

답 ⑤

4 ㄴ. $\overline{CF} : \overline{FA} = 6 : 8 = 3 : 4,$

$$\overline{CE} : \overline{EB} = 8 : 12 = 2 : 3$$

이므로 $\overline{CF} : \overline{FA} \neq \overline{CE} : \overline{EB}$

즉 $\overline{AB}$ 와 $\overline{FE}$ 는 평행하지 않다.

ㄴ. $\overline{AD} : \overline{DB} = 12 : 9 = 4 : 3,$

$$\overline{AF} : \overline{FC} = 8 : 6 = 4 : 3$$

이므로 $\overline{AD} : \overline{DB} = \overline{AF} : \overline{FC}$

$$\therefore \overline{DF} \parallel \overline{BC}$$

ㄷ. $\overline{BD} : \overline{DA} = 9 : 12 = 3 : 4,$

$$\overline{BE} : \overline{EC} = 12 : 8 = 3 : 2$$

이므로 $\overline{BD} : \overline{DA} \neq \overline{BE} : \overline{EC}$

즉 $\overline{DE}$ 와 $\overline{AC}$ 는 평행하지 않다.

ㄹ. ㄴ에서 $\overline{DF} \parallel \overline{BC}$ 이므로

$$\angle ADF = \angle ABC \text{ (동위각)}$$

이상에서 옳은 것은 ㄴ, ㄹ이다.

답 ㄴ, ㄹ

이런 문제가 시험에 나온다

> 본문 132쪽

- 01 2 02 7 cm 03 ② 04 12 cm
05 ⑤

01 $\overline{AB} : \overline{AD} = \overline{BC} : \overline{DE}$ 이므로
 $(x+6) : x = 16 : 12$
 $(x+6) : x = 4 : 3$
 $4x = 3(x+6) \quad \therefore x = 18$
 $\overline{AC} : \overline{AE} = \overline{BC} : \overline{DE}$ 이므로
 $y : 15 = 16 : 12$
 $y : 15 = 4 : 3$
 $3y = 60 \quad \therefore y = 20$
 $\therefore y - x = 20 - 18 = 2$

답 2

02 $\overline{AE} \parallel \overline{BC}$ 이므로 $\overline{AE} : \overline{CB} = \overline{AF} : \overline{CF}$ 에서
 $\overline{AE} : 14 = 6 : 12$
 $\overline{AE} : 14 = 1 : 2$
 $2\overline{AE} = 14$
 $\therefore \overline{AE} = 7 \text{ (cm)}$

답 7 cm

03 $\triangle ABF$ 에서
 $\overline{DG} : \overline{BF} = \overline{AG} : \overline{AF}$
 $\triangle AFC$ 에서
 $\overline{AG} : \overline{AF} = \overline{GE} : \overline{FC}$
따라서 $\overline{DG} : \overline{BF} = \overline{GE} : \overline{FC}$ 이므로
 $\overline{DG} : 8 = (15 - \overline{DG}) : 12$
 $12\overline{DG} = 8(15 - \overline{DG})$
 $20\overline{DG} = 120$
 $\therefore \overline{DG} = 6 \text{ (cm)}$

답 ②

04 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{BC} \parallel \overline{DE}$ 이므로
 $\overline{AD} : \overline{DB} = \overline{AE} : \overline{EC} = 3 : 2$
 $\triangle ABE$ 에서 $\overline{BE} \parallel \overline{DF}$ 이므로
 $\overline{AF} : \overline{FE} = \overline{AD} : \overline{DB} = 3 : 2$
 $\therefore \overline{AF} = \frac{3}{3+2} \overline{AE} = \frac{3}{5} \times 20 = 12 \text{ (cm)}$

답 12 cm

05 ① $\overline{AD} : \overline{DB} = \overline{AE} : \overline{EC}$ 이므로
 $\overline{BC} \parallel \overline{DE}$
② $\overline{BC} \parallel \overline{DE}$ 이므로 $\triangle ABC$ 와 $\triangle ADE$ 에서
 $\angle ABC = \angle ADE$ (동위각),
 $\angle ACB = \angle AED$ (동위각)
 $\therefore \triangle ABC \sim \triangle ADE$ (AA 닮음)

③ $\overline{AB} : \overline{AD} = \overline{BC} : \overline{DE} = 12 : 9 = 4 : 3$
④ $\overline{AD} : \overline{AB} = \overline{DE} : \overline{BC}$ 이므로
 $6 : (6 + \overline{DB}) = 9 : 12$
 $6 : (6 + \overline{DB}) = 3 : 4$
 $3(6 + \overline{DB}) = 24$
 $3\overline{DB} = 6$
 $\therefore \overline{DB} = 2 \text{ (cm)}$
⑤ $\overline{AC} : \overline{EC} = \overline{AB} : \overline{DB} = 8 : 2 = 4 : 1$
따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

답 ⑤

02 삼각형의 각의 이등분선

개념원리 확인하기

> 본문 134쪽

- 01 (1) 8 (2) 12 (3) 24 (4) 4
02 (1) 9 (2) 4 (3) 15 (4) 12
03 (1) 5 : 3 (2) 5 : 3 (3) 15 cm²

01 (1) $\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{CD}$ 이므로
 $15 : 12 = 10 : x$
 $5 : 4 = 10 : x$
 $5x = 40 \quad \therefore x = 8$
(2) $\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{CD}$ 이므로
 $9 : x = 6 : 8$
 $9 : x = 3 : 4$
 $3x = 36 \quad \therefore x = 12$
(3) $\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{CD}$ 이므로
 $12 : 20 = (x - 15) : 15$
 $3 : 5 = (x - 15) : 15$
 $5(x - 15) = 45, \quad 5x = 120$
 $\therefore x = 24$
(4) $\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{CD}$ 이므로
 $15 : 6 = (14 - x) : x$
 $5 : 2 = (14 - x) : x$
 $5x = 2(14 - x), \quad 7x = 28$
 $\therefore x = 4$

답 (1) 8 (2) 12 (3) 24 (4) 4

02 (1) $\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{CD}$ 이므로
 $8 : 6 = 12 : x$
 $4 : 3 = 12 : x$
 $4x = 36 \quad \therefore x = 9$

(2) $\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{CD}$ 이므로

$$6 : x = 9 : 6$$

$$6 : x = 3 : 2$$

$$3x = 12 \quad \therefore x = 4$$

(3) $\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{CD}$ 이므로

$$10 : 6 = x : 9$$

$$5 : 3 = x : 9$$

$$3x = 45 \quad \therefore x = 15$$

(4) $\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{CD}$ 이므로

$$14 : 8 = (x + 16) : 16$$

$$7 : 4 = (x + 16) : 16$$

$$4(x + 16) = 112, \quad 4x = 48$$

$$\therefore x = 12$$

답 (1) 9 (2) 4 (3) 15 (4) 12

03 (1) $\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{CD}$ 이므로

$$\overline{BD} : \overline{CD} = 10 : 6 = 5 : 3$$

(2) $\triangle ABD$ 와 $\triangle ADC$ 의 높이는 같으므로

$$\triangle ABD : \triangle ADC = \overline{BD} : \overline{CD} = 5 : 3$$

(3) $\triangle ABD : \triangle ADC = 5 : 3$ 이므로

$$\triangle ABD : 9 = 5 : 3$$

$$3\triangle ABD = 45$$

$$\therefore \triangle ABD = 15 (\text{cm}^2)$$

답 (1) 5 : 3 (2) 5 : 3 (3) 15 cm²

핵심문제 익히기

> 본문 135쪽

1 3 cm

2 8 cm

1 $\overline{BA} : \overline{BC} = \overline{AD} : \overline{CD}$ 이므로

$$8 : 6 = (7 - \overline{CD}) : \overline{CD}$$

$$4 : 3 = (7 - \overline{CD}) : \overline{CD}$$

$$4\overline{CD} = 3(7 - \overline{CD})$$

$$7\overline{CD} = 21$$

$$\therefore \overline{CD} = 3 (\text{cm})$$

답 3 cm

2 $\overline{AC} : \overline{AB} = \overline{CD} : \overline{BD}$ 이므로

$$\overline{AC} : 4 = 14 : (14 - 7)$$

$$\overline{AC} : 4 = 2 : 1$$

$$\therefore \overline{AC} = 8 (\text{cm})$$

답 8 cm

이런 문제가 시험에 나온다

> 본문 136쪽

01 ③

02 ②

03 21 cm²

04 24 cm

05 6 cm

01 $\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{CD}$ 이므로

$$\overline{AB} : 8 = 6 : (10 - 6)$$

$$\overline{AB} : 8 = 3 : 2$$

$$2\overline{AB} = 24$$

$$\therefore \overline{AB} = 12 (\text{cm})$$

답 ③

02 $\therefore \overline{AD}$ 가 $\angle A$ 의 이등분선이므로

$$\overline{BD} : \overline{CD} = \overline{AB} : \overline{AC}$$

$$\therefore \overline{BD} : \overline{CD} = 14 : 10 = 7 : 5$$

$\therefore \triangle EBC$ 에서 $\overline{AD} \parallel \overline{EC}$ 이므로

$$\overline{BA} : \overline{AE} = \overline{BD} : \overline{CD} = 7 : 5$$

$\therefore \triangle EBC$ 에서 $\overline{AD} \parallel \overline{EC}$ 이므로

$$\overline{AD} : \overline{EC} = \overline{BA} : \overline{BE}$$

$$\therefore \overline{AD} : \overline{EC} = 7 : (7 + 5) = 7 : 12$$

이상에서 옳은 것은 $\therefore$, $\therefore$ 이다.

답 ②

03 $\triangle ABD$ 와 $\triangle ADC$ 의 넓이의 비는 밑변의 길이의 비와 같으므로

$$\triangle ABD : \triangle ADC = \overline{BD} : \overline{CD} = \overline{AB} : \overline{AC} = 9 : 12 = 3 : 4$$

$$\therefore \triangle ABD = \frac{3}{3+4} \triangle ABC$$

$$= \frac{3}{7} \times 49 = 21 (\text{cm}^2)$$

답 21 cm²

04 $\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{CD}$ 이므로

$$\overline{AB} : 6 = (8 + 12) : 12$$

$$\overline{AB} : 6 = 5 : 3$$

$$3\overline{AB} = 30$$

$$\therefore \overline{AB} = 10 (\text{cm})$$

$$\therefore (\triangle ABC \text{의 둘레의 길이}) = 10 + 8 + 6 = 24 (\text{cm})$$

답 24 cm

05 $\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{CD}$ 이므로

$$8 : 4 = 4 : \overline{CD}$$

$$2 : 1 = 4 : \overline{CD}$$

$$2\overline{CD} = 4 \quad \therefore \overline{CD} = 2 (\text{cm})$$

$$\therefore \overline{BC} = 4 + 2 = 6 (\text{cm})$$

또 $\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BE} : \overline{CE}$ 이므로

$$8 : 4 = (6 + \overline{CE}) : \overline{CE}$$

$$2 : 1 = (6 + \overline{CE}) : \overline{CE}$$

$$2\overline{CE} = 6 + \overline{CE}$$

$$\therefore \overline{CE} = 6 (\text{cm})$$

답 6 cm

03 평행선 사이의 선분의 길이의 비

개념원리 확인하기

▶ 본문 138쪽

- 01 (1) 15 (2) 4
 02 (1) 4 (2) 6 (3) 4 (4) 8
 03 (1) 4 (2) 6 (3) 10
 04 (1) 3 : 2 (2) 3 : 5 (3) 6

01 (1) $4 : 10 = 6 : x$ 이므로

$$2 : 5 = 6 : x$$

$$2x = 30 \quad \therefore x = 15$$

(2) $5 : 15 = x : 12$ 이므로

$$1 : 3 = x : 12$$

$$3x = 12 \quad \therefore x = 4$$

답 (1) 15 (2) 4

02 (1) $\overline{GF} = \overline{AD} = 4$

(2) $\overline{HC} = \overline{AD} = 4$ 이므로

$$\overline{BH} = \overline{BC} - \overline{HC} = 10 - 4 = 6$$

(3) $\triangle ABH$ 에서 $\overline{EG} \parallel \overline{BH}$ 이므로

$$6 : (6 + 3) = \overline{EG} : 6$$

$$2 : 3 = \overline{EG} : 6$$

$$3\overline{EG} = 12$$

$$\therefore \overline{EG} = 4$$

(4) $\overline{EF} = \overline{EG} + \overline{GF} = 4 + 4 = 8$

답 (1) 4 (2) 6 (3) 4 (4) 8

03 (1) $\triangle ABC$ 에서 $\overline{EG} \parallel \overline{BC}$ 이므로

$$2 : (2 + 4) = \overline{EG} : 12$$

$$1 : 3 = \overline{EG} : 12$$

$$3\overline{EG} = 12 \quad \therefore \overline{EG} = 4$$

(2) $\triangle ACD$ 에서 $\overline{GF} \parallel \overline{AD}$ 이므로

$$4 : (4 + 2) = \overline{GF} : 9$$

$$2 : 3 = \overline{GF} : 9$$

$$3\overline{GF} = 18 \quad \therefore \overline{GF} = 6$$

(3) $\overline{EF} = \overline{EG} + \overline{GF} = 4 + 6 = 10$

답 (1) 4 (2) 6 (3) 10

04 (1) $\triangle ABE \sim \triangle CDE$ (AA 닮음)이므로

$$\overline{BE} : \overline{DE} = \overline{AB} : \overline{CD} = 15 : 10 = 3 : 2$$

(2) $\triangle BCD$ 에서 $\overline{EF} \parallel \overline{DC}$ 이므로

$$\overline{BF} : \overline{BC} = \overline{BE} : \overline{BD} = 3 : (3 + 2) = 3 : 5$$

(3) $\triangle BCD$ 에서 $\overline{EF} \parallel \overline{DC}$ 이므로

$$\overline{EF} : 10 = 3 : 5$$

$$5\overline{EF} = 30$$

$$\therefore \overline{EF} = 6$$

답 (1) 3 : 2 (2) 3 : 5 (3) 6

핵심문제 익히기

▶ 본문 139 ~ 140 쪽

1 (1) $x = \frac{9}{2}, y = \frac{10}{3}$ (2) $x = 9, y = \frac{40}{3}$

2 12 cm 3 $\frac{15}{2}$ cm 4 $x = \frac{15}{2}, y = 15$

1 (1) $2 : 3 = 3 : x$ 이므로 $2x = 9$

$$\therefore x = \frac{9}{2}$$

$2 : 3 = y : 5$ 이므로 $3y = 10$

$$\therefore y = \frac{10}{3}$$

(2) $x : (24 - x) = 6 : 10$ 이므로

$$x : (24 - x) = 3 : 5$$

$$5x = 3(24 - x)$$

$$8x = 72 \quad \therefore x = 9$$

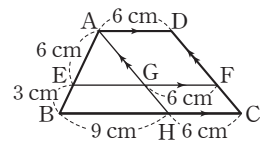
$8 : y = 6 : 10$ 이므로

$$8 : y = 3 : 5$$

$$3y = 40 \quad \therefore y = \frac{40}{3}$$

답 (1) $x = \frac{9}{2}, y = \frac{10}{3}$ (2) $x = 9, y = \frac{40}{3}$

2 오른쪽 그림과 같이 점 A를 지나고 $\overline{CD}$ 에 평행한 $\overline{AH}$ 를 긋고 $\overline{AH}$ 와 $\overline{EF}$ 의 교점을 G라 하면



$$\overline{GF} = \overline{HC} = \overline{AD} = 6 \text{ (cm)}$$

$$\therefore \overline{BH} = 15 - 6 = 9 \text{ (cm)}$$

$\triangle ABH$ 에서 $\overline{EG} \parallel \overline{BH}$ 이므로

$$6 : (6 + 3) = \overline{EG} : 9$$

$$2 : 3 = \overline{EG} : 9$$

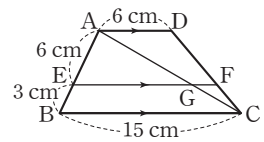
$$3\overline{EG} = 18$$

$$\therefore \overline{EG} = 6 \text{ (cm)}$$

$$\therefore \overline{EF} = \overline{EG} + \overline{GF} = 6 + 6 = 12 \text{ (cm)} \quad \text{답 12 cm}$$

다른 풀이 오른쪽 그림과 같이

대각선 AC를 긋고 $\overline{AC}$ 와 $\overline{EF}$ 의 교점을 G라 하면 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{EG} \parallel \overline{BC}$ 이므로



$$6 : (6 + 3) = \overline{EG} : 15$$

$$2 : 3 = \overline{EG} : 15$$

$$3\overline{EG} = 30$$

$$\therefore \overline{EG} = 10 \text{ (cm)}$$

$\triangle ACD$ 에서 $\overline{GF} \parallel \overline{AD}$ 이므로

$$3 : (3 + 6) = \overline{GF} : 6$$

$$1 : 3 = \overline{GF} : 6$$

$$3\overline{GF} = 6$$

$$\therefore \overline{GF} = 2 \text{ (cm)}$$

$$\therefore \overline{EF} = \overline{EG} + \overline{GF} = 10 + 2 = 12 \text{ (cm)}$$

3 $\triangle AOD \sim \triangle COB$ (AA 닮음)이므로
 $\overline{AO} : \overline{CO} = \overline{AD} : \overline{CB} = 6 : 10 = 3 : 5$
 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{EO} \parallel \overline{BC}$ 이므로
 $3 : (3+5) = \overline{EO} : 10, \quad 8\overline{EO} = 30$
 $\therefore \overline{EO} = \frac{15}{4} \text{ (cm)}$
 $\triangle ACD$ 에서 $\overline{OF} \parallel \overline{AD}$ 이므로
 $5 : (5+3) = \overline{OF} : 6, \quad 8\overline{OF} = 30$
 $\therefore \overline{OF} = \frac{15}{4} \text{ (cm)}$
 $\therefore \overline{EF} = \overline{EO} + \overline{OF}$
 $= \frac{15}{4} + \frac{15}{4} = \frac{15}{2} \text{ (cm)}$ 답 $\frac{15}{2} \text{ cm}$

4 $\triangle ABE \sim \triangle CDE$ (AA 닮음)이므로
 $\overline{BE} : \overline{DE} = \overline{AB} : \overline{CD} = 20 : 12 = 5 : 3$
 $\triangle BCD$ 에서 $\overline{EF} \parallel \overline{DC}$ 이므로
 $x : 12 = 5 : (5+3)$
 $8x = 60 \quad \therefore x = \frac{15}{2}$
 $\triangle BCD$ 에서 $\overline{EF} \parallel \overline{DC}$ 이므로
 $\frac{15}{2} : 12 = y : 24$
 $5 : 8 = y : 24$
 $8y = 120 \quad \therefore y = 15$ 답 $x = \frac{15}{2}, y = 15$

$\triangle ACD$ 에서 $\overline{GF} \parallel \overline{AD}$ 이므로
 $\overline{GF} : \overline{AD} = \overline{CG} : \overline{CA}$
 $\overline{GF} : 4 = 2 : (2+3)$
 $5\overline{GF} = 8$
 $\therefore \overline{GF} = \frac{8}{5} \text{ (cm)}$
 $\therefore \overline{EF} = \overline{EG} + \overline{GF} = \frac{27}{5} + \frac{8}{5} = 7 \text{ (cm)}$

답 7 cm

03 $\overline{AE} = 2\overline{EB}$ 에서
 $\overline{AE} : \overline{EB} = 2 : 1$
 $\triangle ABD$ 에서 $\overline{EM} \parallel \overline{AD}$ 이므로
 $1 : (1+2) = \overline{EM} : 24$
 $3\overline{EM} = 24$
 $\therefore \overline{EM} = 8 \text{ (cm)}$
 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{EN} \parallel \overline{BC}$ 이므로
 $2 : (2+1) = \overline{EN} : 27$
 $3\overline{EN} = 54$
 $\therefore \overline{EN} = 18 \text{ (cm)}$
 $\therefore \overline{MN} = \overline{EN} - \overline{EM}$
 $= 18 - 8 = 10 \text{ (cm)}$ 답 10 cm

04 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{EO} \parallel \overline{BC}$ 이므로
 $\overline{AO} : \overline{OC} = \overline{AE} : \overline{EB} = 6 : 9 = 2 : 3$
 $\triangle AOD \sim \triangle COB$ (AA 닮음)이므로
 $\overline{AD} : \overline{CB} = \overline{OA} : \overline{OC}$
 $\overline{AD} : 12 = 2 : 3, \quad 3\overline{AD} = 24$
 $\therefore \overline{AD} = 8 \text{ (cm)}$ 답 8 cm

이런 문제가 시험에 나온다

▶ 본문 141쪽

- 01 ③ 02 7 cm 03 10 cm 04 8 cm
 05 ⑤

01 $10 : x = 8 : 16$ 이므로
 $10 : x = 1 : 2$
 $\therefore x = 20$
 $20 : 15 = 16 : y$ 이므로
 $4 : 3 = 16 : y$
 $4y = 48 \quad \therefore y = 12$
 $\therefore x - y = 20 - 12 = 8$ 답 ③

02 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{EG} \parallel \overline{BC}$ 이므로
 $\overline{AE} : \overline{AB} = \overline{EG} : \overline{BC}$
 $3 : (3+2) = \overline{EG} : 9$
 $5\overline{EG} = 27$
 $\therefore \overline{EG} = \frac{27}{5} \text{ (cm)}$

05 ①, ③ $\overline{AB}, \overline{EF}, \overline{DC}$ 가 모두 $\overline{BC}$ 에 수직이므로
 $\overline{AB} \parallel \overline{EF} \parallel \overline{DC}$
 $\triangle ABE$ 와 $\triangle CDE$ 에서
 $\angle AEB = \angle CED$ (맞꼭지각),
 $\angle ABE = \angle CDE$ (엇각)
 이므로 $\triangle ABE \sim \triangle CDE$ (AA 닮음)
 즉 $\overline{BE} : \overline{DE} = \overline{AB} : \overline{CD} = 12 : 24 = 1 : 2$ 이므로
 $\overline{BE} : \overline{BD} = 1 : (1+2) = 1 : 3$
 ② $\triangle BCD$ 에서 $\overline{EF} \parallel \overline{DC}$ 이므로
 $1 : 3 = \overline{EF} : 24, \quad 3\overline{EF} = 24$
 $\therefore \overline{EF} = 8 \text{ (cm)}$
 ④ $\triangle CAB$ 와 $\triangle CEF$ 에서
 $\angle CBA = \angle CFE = 90^\circ$,
 $\angle C$ 는 공통
 이므로 $\triangle CAB \sim \triangle CEF$ (AA 닮음)
 따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다. 답 ⑤

01 ④	02 ②	03 12 cm	04 54
05 3개	06 ③	07 3 cm	08 ②
09 ③	10 7 cm	11 ⑤	12 ⑤
13 ③	14 8 cm	15 ⑤	16 ②
17 ③	18 $\frac{9}{2}$ cm	19 ④	20 ③
21 16 cm^2	22 6 cm	23 5 cm	24 9 cm

01 **전략** $\triangle ABC$ 에서 평행선 사이의 선분의 길이의 비를 이용한다.

$$\textcircled{4} \overline{AD} : \overline{AB} = \overline{DE} : \overline{BC} \text{이므로}$$

$$\overline{AD} : \overline{DB} \neq \overline{DE} : \overline{BC}$$

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

답 ④

02 **전략** $\overline{AB} \parallel \overline{DE}$ 이므로 $\overline{CD} : \overline{CA} = \overline{CE} : \overline{CB} = \overline{DE} : \overline{AB}$ 임을 이용한다.

$$x : 15 = 16 : 20 \text{이므로}$$

$$x : 15 = 4 : 5$$

$$5x = 60$$

$$\therefore x = 12$$

$$(20 - y) : 20 = 16 : 20 \text{이므로}$$

$$(20 - y) : 20 = 4 : 5$$

$$80 = 5(20 - y), \quad 5y = 20$$

$$\therefore y = 4$$

$$\therefore x + y = 12 + 4 = 16$$

답 ②

03 **전략** $\overline{BC} \parallel \overline{DE}$ 이므로 $\overline{EF} : \overline{BF} = \overline{DE} : \overline{BC} = \overline{AD} : \overline{AB}$ 임을 이용한다.

$$\overline{AD} = \frac{1}{2} \overline{DB} \text{에서}$$

$$\overline{AD} : \overline{DB} = 1 : 2$$

$\triangle ABC$ 에서 $\overline{BC} \parallel \overline{DE}$ 이므로

$$\overline{EF} : \overline{BF} = \overline{DE} : \overline{BC} = \overline{AD} : \overline{AB}$$

$$= 1 : (1 + 2) = 1 : 3$$

$$\therefore \overline{BF} = \frac{3}{1+3} \overline{BE} = \frac{3}{4} \times 16 = 12 \text{ (cm)}$$

답 12 cm

04 **전략** $\triangle ABM$ 과 $\triangle AMC$ 에서 각각 평행선 사이의 선분의 길이의 비를 이용한다.

$\triangle ABM$ 에서

$$\overline{AD} : \overline{AB} = \overline{DP} : \overline{BM}$$

$$9 : (9 + x) = 4 : 6$$

$$9 : (9 + x) = 2 : 3$$

$$2(9 + x) = 27, \quad 2x = 9$$

$$\therefore x = \frac{9}{2}$$

또 $\triangle ABM$ 에서

$$\overline{DP} : \overline{BM} = \overline{AP} : \overline{AM}$$

이고 $\triangle AMC$ 에서

$$\overline{AP} : \overline{AM} = \overline{PE} : \overline{MC}$$

이므로 $\overline{DP} : \overline{BM} = \overline{PE} : \overline{MC}$

$$4 : 6 = 8 : y$$

$$2 : 3 = 8 : y$$

$$2y = 24 \quad \therefore y = 12$$

$$\therefore xy = \frac{9}{2} \times 12 = 54$$

답 54

05 **전략** $\overline{AD} : \overline{DB} = \overline{AE} : \overline{EC}$ 또는 $\overline{AB} : \overline{AD} = \overline{AC} : \overline{AE}$ 이면 $\overline{BC} \parallel \overline{DE}$ 이다.

$$\neg, \overline{AD} : \overline{DB} = 6 : 5, \overline{AE} : \overline{EC} = (12 - 6) : 6 = 1 : 1$$

$$\text{이므로 } \overline{AD} : \overline{DB} \neq \overline{AE} : \overline{EC}$$

따라서 $\overline{BC}$ 와 $\overline{DE}$ 는 평행하지 않다.

$$\neg, \overline{AD} : \overline{DB} = 6 : 3 = 2 : 1, \overline{AE} : \overline{EC} = 8 : 4 = 2 : 1$$

$$\text{이므로 } \overline{AD} : \overline{DB} = \overline{AE} : \overline{EC}$$

$$\therefore \overline{BC} \parallel \overline{DE}$$

$$\neg, \overline{AD} : \overline{DB} = 4 : 4 = 1 : 1, \overline{AE} : \overline{EC} = 6 : 6 = 1 : 1$$

$$\text{이므로 } \overline{AD} : \overline{DB} = \overline{AE} : \overline{EC}$$

$$\therefore \overline{BC} \parallel \overline{DE}$$

$$\neg, \overline{AB} : \overline{AD} = (10 - 8) : 8 = 1 : 4,$$

$$\overline{AC} : \overline{AE} = 4 : 12 = 1 : 3$$

$$\text{이므로 } \overline{AB} : \overline{AD} \neq \overline{AC} : \overline{AE}$$

따라서 $\overline{BC}$ 와 $\overline{DE}$ 는 평행하지 않다.

$$\neg, \overline{AD} : \overline{DB} = 3 : 9 = 1 : 3,$$

$$\overline{AE} : \overline{EC} = (10 - 8) : 8 = 1 : 4$$

$$\text{이므로 } \overline{AD} : \overline{DB} \neq \overline{AE} : \overline{EC}$$

따라서 $\overline{BC}$ 와 $\overline{DE}$ 는 평행하지 않다.

$$\neg, \overline{AB} : \overline{AD} = 7 : 2,$$

$$\overline{AC} : \overline{AE} = 14 : (18 - 14) = 7 : 2$$

$$\text{이므로 } \overline{AB} : \overline{AD} = \overline{AC} : \overline{AE}$$

$$\therefore \overline{BC} \parallel \overline{DE}$$

이상에서 $\overline{BC} \parallel \overline{DE}$ 인 것은 $\neg, \neg, \neg$ 의 3개이다.

답 3개

06 **전략** 삼각형의 내각의 이등분선의 성질을 이용한다.

$$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{CD} \text{이므로}$$

$$8 : 10 = \overline{BD} : (9 - \overline{BD})$$

$$4 : 5 = \overline{BD} : (9 - \overline{BD})$$

$$5\overline{BD} = 4(9 - \overline{BD})$$

$$9\overline{BD} = 36$$

$$\therefore \overline{BD} = 4 \text{ (cm)}$$

답 ③

07 **전략** 삼각형의 외각의 이등분선의 성질을 이용한다.

$$\overline{AC} : \overline{AB} = \overline{CD} : \overline{BD} \text{이므로}$$

$$6 : 4 = (6 + \overline{BC}) : 6$$

$$3 : 2 = (6 + \overline{BC}) : 6$$

$$2(6 + \overline{BC}) = 18$$

$$2\overline{BC} = 6$$

$$\therefore \overline{BC} = 3 \text{ (cm)}$$

답 3 cm

08 **전략** 평행한 네 직선이 다른 두 직선과 만날 때, 평행선 사이의 선분의 길이의 비는 같음을 이용한다.

$$56 : x = 60 : 75 \text{이므로}$$

$$56 : x = 4 : 5, \quad 4x = 280$$

$$\therefore x = 70$$

$$70 : 84 = 75 : y \text{이므로}$$

$$5 : 6 = 75 : y$$

$$5y = 450 \quad \therefore y = 90$$

$$\therefore y - x = 90 - 70 = 20$$

답 ②

09 **전략** 대각선 AC를 긋고 평행선 사이의 선분의 길이의 비를 이용한다.

오른쪽 그림과 같이 대각선 AC를
긋고 $\overline{AC}$ 와 $\overline{EF}$ 의 교점을 G라 하면

$\triangle ABC$ 에서 $\overline{EG} \parallel \overline{BC}$ 이므로

$$6 : (6 + 2) = \overline{EG} : 8$$

$$3 : 4 = \overline{EG} : 8$$

$$4\overline{EG} = 24$$

$$\therefore \overline{EG} = 6 \text{ (cm)}$$

$$\therefore \overline{GF} = \overline{EF} - \overline{EG} = 7 - 6 = 1 \text{ (cm)}$$

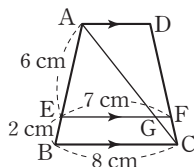
또 $\triangle ACD$ 에서 $\overline{GF} \parallel \overline{AD}$ 이므로

$$2 : (2 + 6) = 1 : \overline{AD}$$

$$1 : 4 = 1 : \overline{AD}$$

$$\therefore \overline{AD} = 4 \text{ (cm)}$$

답 ③



10 **전략** $\triangle ABC$ 와 $\triangle ABD$ 에서 각각 평행선 사이의 선분의 길이의 비를 이용한다.

$\triangle ABC$ 에서 $\overline{EH} \parallel \overline{BC}$ 이므로

$$3 : (3 + 1) = \overline{EH} : 12$$

$$4\overline{EH} = 36$$

$$\therefore \overline{EH} = 9 \text{ (cm)}$$

$\triangle ABD$ 에서 $\overline{EG} \parallel \overline{AD}$ 이므로

$$1 : (1 + 3) = \overline{EG} : 8$$

$$4\overline{EG} = 8$$

$$\therefore \overline{EG} = 2 \text{ (cm)}$$

$$\therefore \overline{GH} = \overline{EH} - \overline{EG} = 9 - 2 = 7 \text{ (cm)}$$

답 7 cm

11 **전략** 삼각형의 닮음을 이용하여 평행선 사이의 선분의 길이의 비를 구한다.

①, ② $\triangle AOD$ 와 $\triangle COB$ 에서

$$\angle DAO = \angle BCO \text{ (엇각),}$$

$$\angle AOD = \angle COB \text{ (맞꼭지각)}$$

이므로 $\triangle AOD \sim \triangle COB$ (AA 닮음)

$$\therefore \overline{AO} : \overline{CO} = \overline{AD} : \overline{CB} = a : b$$

③ $\triangle DBC$ 에서 $\overline{OF} \parallel \overline{BC}$ 이므로

$$\overline{DF} : \overline{FC} = \overline{DO} : \overline{OB}$$

$\triangle AOD \sim \triangle COB$ (AA 닮음)이므로

$$\overline{DO} : \overline{BO} = \overline{AD} : \overline{CB} = a : b$$

$$\therefore \overline{DF} : \overline{FC} = a : b$$

④ $\overline{EO} : \overline{BC} = \overline{AO} : \overline{AC} = \overline{DO} : \overline{DB} = \overline{OF} : \overline{BC}$ 이므로

$$\overline{EO} = \overline{OF}$$

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

답 ⑤

12 **전략** $\triangle ABE \sim \triangle CDE$ 임을 이용한다.

$\triangle ABE \sim \triangle CDE$ (AA 닮음)이므로

$$\overline{BE} : \overline{DE} = \overline{AB} : \overline{CD} = 12 : 15 = 4 : 5$$

$\triangle BCD$ 에서 $\overline{EF} \parallel \overline{DC}$ 이므로

$$4 : (4 + 5) = x : 15, \quad 9x = 60$$

$$\therefore x = \frac{20}{3}$$

또 $12 : y = 4 : 5$ 이므로

$$4y = 60 \quad \therefore y = 15$$

$$\therefore 3x - y = 3 \times \frac{20}{3} - 15 = 5$$

답 ⑤

13 **전략** 마름모는 네 변의 길이가 모두 같고, 두 쌍의 대변이 각각 평행한 사각형임을 이용한다.

마름모 DFCE의 한 변의 길이를 x cm라 하자.

$\overline{DF} \parallel \overline{AC}$ 이므로

$$\overline{BF} : \overline{BC} = \overline{DF} : \overline{AC}$$

$$(9 - x) : 9 = x : 6, \quad 9x = 6(9 - x)$$

$$15x = 54 \quad \therefore x = \frac{18}{5}$$

따라서 $\square DFCE$ 의 둘레의 길이는

$$4 \times \frac{18}{5} = \frac{72}{5} \text{ (cm)}$$

답 ③

14 **전략** 직각삼각형의 빗변의 중점은 외심임을 이용한다.

$\triangle CMB$ 에서 $\overline{DE} \parallel \overline{MB}$ 이고 $\overline{CD} : \overline{CM} = 1 : 2$ 이므로

$$2 : \overline{MB} = 1 : 2$$

$$\therefore \overline{MB} = 4 \text{ (cm)}$$

점 M은 직각삼각형 ABC의 빗변의 중점이므로 외심이다.
 즉 $\overline{AM} = \overline{CM} = \overline{BM} = 4$ (cm)이므로
 $\overline{AC} = \overline{AM} + \overline{MC}$
 $= 4 + 4 = 8$ (cm) 답 8 cm

- 15 **전략** $\triangle ADF$ 와 $\triangle CEB$ 에서 각각 평행선 사이의 선분의 길이의 비를 이용한다.

$\triangle ADF$ 에서 $\overline{PE} \parallel \overline{DF}$ 이므로

$$\begin{aligned} 3 : 2 &= 18 : \overline{EF} \\ 3\overline{EF} &= 36 \\ \therefore \overline{EF} &= 12 \text{ (cm)} \end{aligned}$$

$\triangle CEB$ 에서 $\overline{DF} \parallel \overline{BE}$ 이므로

$$\begin{aligned} 2 : 3 &= \overline{CF} : 12 \\ 3\overline{CF} &= 24 \\ \therefore \overline{CF} &= 8 \text{ (cm)} \end{aligned}$$

답 ⑤

- 16 **전략** 삼각형의 내심은 세 내각의 이등분선의 교점과 같다.

$\triangle ABC$ 에서 $\overline{CD}$ 는 $\angle C$ 의 이등분선이므로

$$\begin{aligned} \overline{CA} : \overline{CB} &= \overline{AD} : \overline{BD} \\ \overline{CA} : 12 &= 3 : 6 \\ \overline{CA} : 12 &= 1 : 2 \\ 2\overline{CA} &= 12 \\ \therefore \overline{CA} &= 6 \text{ (cm)} \end{aligned}$$

또 $\overline{BE}$ 는 $\angle B$ 의 이등분선이므로

$$\begin{aligned} \overline{BC} : \overline{BA} &= \overline{CE} : \overline{AE} \\ 12 : 9 &= \overline{CE} : (6 - \overline{CE}) \\ 4 : 3 &= \overline{CE} : (6 - \overline{CE}) \\ 3\overline{CE} &= 4(6 - \overline{CE}) \\ 7\overline{CE} &= 24 \\ \therefore \overline{CE} &= \frac{24}{7} \text{ (cm)} \end{aligned}$$

답 ②

- 17 **전략** 삼각형의 내각의 이등분선의 성질과 삼각형의 닮음을 이용한다.

$\triangle ABC$ 에서 $\overline{AD}$ 는 $\angle A$ 의 이등분선이므로

$$\overline{BD} : \overline{CD} = \overline{AB} : \overline{AC} = 6 : 4 = 3 : 2$$

또 $\triangle BED$ 와 $\triangle CFD$ 에서

$$\begin{aligned} \angle BDE &= \angle CDF \text{ (맞꼭지각)}, \\ \angle BED &= \angle CFD = 90^\circ \end{aligned}$$

이므로 $\triangle BED \sim \triangle CFD$ (AA 닮음)

즉 $\overline{DE} : \overline{DF} = \overline{BD} : \overline{CD}$ 이므로

$$\begin{aligned} 1 : \overline{DF} &= 3 : 2 \\ 3\overline{DF} &= 2 \\ \therefore \overline{DF} &= \frac{2}{3} \text{ (cm)} \end{aligned}$$

답 ③

- 18 **전략** 삼각형의 외각의 이등분선의 성질을 이용하여 먼저 $\overline{AB}$ 의 길이를 구한다.

$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{CD}$ 이므로

$$\begin{aligned} \overline{AB} : 9 &= (7 + 14) : 14 \\ \overline{AB} : 9 &= 3 : 2 \\ 2\overline{AB} &= 27 \end{aligned}$$

$$\therefore \overline{AB} = \frac{27}{2} \text{ (cm)}$$

$\triangle ABD$ 에서 $\overline{AD} \parallel \overline{EC}$ 이므로

$$\overline{BE} : \overline{EA} = \overline{BC} : \overline{CD} = 7 : 14 = 1 : 2$$

$$\therefore \overline{BE} = \frac{1}{1+2} \overline{AB} = \frac{1}{3} \times \frac{27}{2} = \frac{9}{2} \text{ (cm)}$$

답 $\frac{9}{2}$ cm

- 19 **전략** 평행선 사이의 선분의 길이의 비를 이용할 수 있도록 선분의 길이를 문자로 놓는다.

오른쪽 그림에서

$$(6 + a) : 9 = 7 : 7$$

이므로 $(6 + a) : 9 = 1 : 1$

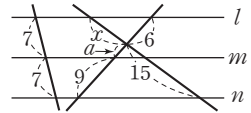
$$6 + a = 9 \quad \therefore a = 3$$

또 $x : 15 = 6 : (3 + 9)$ 이므로

$$x : 15 = 1 : 2$$

$$2x = 15 \quad \therefore x = \frac{15}{2}$$

답 ④



- 20 **전략** 평행선 사이의 선분의 길이의 비를 이용하여 $\overline{EP}$, $\overline{BC}$ 의 길이를 차례대로 구한다.

$\triangle ABD$ 에서 $\overline{EP} \parallel \overline{AD}$ 이므로

$$\begin{aligned} \overline{BE} : \overline{BA} &= \overline{EP} : \overline{AD} \\ 1 : (1 + 2) &= \overline{EP} : 6 \\ 3\overline{EP} &= 6 \\ \therefore \overline{EP} &= 2 \text{ (cm)} \end{aligned}$$

$\triangle ABC$ 에서 $\overline{EQ} \parallel \overline{BC}$ 이고

$$\overline{EQ} = \overline{EP} + \overline{PQ} = 2 + 6 = 8 \text{ (cm)}$$

이므로 $\overline{AE} : \overline{AB} = \overline{EQ} : \overline{BC}$

$$2 : (2 + 1) = 8 : \overline{BC}$$

$$2\overline{BC} = 24$$

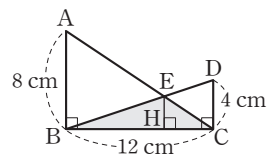
$$\therefore \overline{BC} = 12 \text{ (cm)}$$

답 ③

- 21 **전략** 평행선 사이의 선분의 길이의 비를 이용하여 $\triangle EBC$ 의 높이를 구한다.

오른쪽 그림과 같이 점 E에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H라 하면

$$\overline{AB} \parallel \overline{EH} \parallel \overline{DC}$$



△ABE와 △CDE에서

$$\angle AEB = \angle CED \text{ (맞꼭지각)},$$

$$\angle ABE = \angle CDE \text{ (엇각)}$$

이므로 $\triangle ABE \sim \triangle CDE$ (AA 닮음)

$$\therefore \overline{BE} : \overline{DE} = \overline{AB} : \overline{CD} = 8 : 4 = 2 : 1$$

△BCD에서 $\overline{EH} \parallel \overline{DC}$ 이므로

$$\overline{EH} : \overline{DC} = \overline{BE} : \overline{BD}$$

$$\overline{EH} : 4 = 2 : (2+1), \quad 3\overline{EH} = 8$$

$$\therefore \overline{EH} = \frac{8}{3} \text{ (cm)}$$

$$\begin{aligned} \therefore \triangle EBC &= \frac{1}{2} \times 12 \times \frac{8}{3} \\ &= 16 \text{ (cm}^2\text{)} \end{aligned}$$

답 16 cm²

- 22 전략 $\overline{AE}$ 와 $\overline{BF}$ 의 연장선을 그어 만들어진 삼각형에서 평행선 사이의 선분의 길이의 비를 이용한다.

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AE}$ 와 $\overline{BF}$ 의 연장선의 교점을 O라 하자.

△ODC에서 $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ 이므로

$$\overline{OB} : \overline{OD} = \overline{AB} : \overline{CD} \quad \dots\dots \text{㉠}$$

△ODE에서 $\overline{CB} \parallel \overline{ED}$ 이므로

$$\overline{OB} : \overline{OD} = \overline{OC} : \overline{OE} \quad \dots\dots \text{㉡}$$

△OFE에서 $\overline{CD} \parallel \overline{EF}$ 이므로

$$\overline{OC} : \overline{OE} = \overline{CD} : \overline{EF} \quad \dots\dots \text{㉢}$$

㉠, ㉡, ㉢에서 $\overline{AB} : \overline{CD} = \overline{CD} : \overline{EF}$

$$3 : \overline{CD} = \overline{CD} : 12, \quad \overline{CD}^2 = 36$$

$$\therefore \overline{CD} = 6 \text{ (cm)}$$

답 6 cm

- 23 전략 삼각형의 내각의 이등분선의 성질과 삼각형의 닮음을 이용한다.

△DAB와 △ACB에서

$$\angle DAB = \angle ACB,$$

$$\angle B \text{는 공통}$$

이므로 $\triangle DAB \sim \triangle ACB$ (AA 닮음)

$$\overline{BA} : \overline{BC} = \overline{BD} : \overline{BA} \text{이므로}$$

$$10 : 20 = \overline{BD} : 10$$

$$1 : 2 = \overline{BD} : 10$$

$$2\overline{BD} = 10$$

$$\therefore \overline{BD} = 5 \text{ (cm)}$$

$$\therefore \overline{CD} = \overline{BC} - \overline{BD} = 20 - 5 = 15 \text{ (cm)}$$

또 $\overline{BA} : \overline{BC} = \overline{AD} : \overline{CA}$ 이므로

$$10 : 20 = \overline{AD} : 18$$

$$1 : 2 = \overline{AD} : 18$$

$$2\overline{AD} = 18$$

$$\therefore \overline{AD} = 9 \text{ (cm)}$$

△ADC에서 $\overline{AE}$ 는 $\angle CAD$ 의 이등분선이므로

$$\overline{AD} : \overline{AC} = \overline{DE} : \overline{CE}$$

$$9 : 18 = \overline{DE} : (15 - \overline{DE})$$

$$1 : 2 = \overline{DE} : (15 - \overline{DE})$$

$$2\overline{DE} = 15 - \overline{DE}$$

$$3\overline{DE} = 15$$

$$\therefore \overline{DE} = 5 \text{ (cm)}$$

답 5 cm

- 24 전략 닮음인 삼각형을 찾아 평행선 사이의 선분의 길이의 비를 이용한다.

△AOD ∼ △COB (AA 닮음)이므로

$$\overline{AO} : \overline{CO} = \overline{AD} : \overline{CB} = 18 : 36 = 1 : 2$$

△ABC에서 $\overline{EO} \parallel \overline{BC}$ 이므로

$$\overline{EO} : \overline{BC} = \overline{AO} : \overline{AC}$$

$$\overline{EO} : 36 = 1 : (1+2)$$

$$3\overline{EO} = 36$$

$$\therefore \overline{EO} = 12 \text{ (cm)}$$

△EGO ∼ △CGB (AA 닮음)이므로

$$\overline{GO} : \overline{GB} = \overline{EO} : \overline{CB} = 12 : 36 = 1 : 3$$

△OBC에서 $\overline{GH} \parallel \overline{BC}$ 이므로

$$\overline{GH} : \overline{BC} = \overline{OG} : \overline{OB}$$

$$\overline{GH} : 36 = 1 : (1+3)$$

$$4\overline{GH} = 36$$

$$\therefore \overline{GH} = 9 \text{ (cm)}$$

답 9 cm

서술형 대비 문제

▶ 본문 146 ~ 147쪽

1 6 cm

2 12 cm

3 $\frac{24}{5}$ cm

4 6 cm²

5 27

6 12 cm

- 1 1단계 $\overline{BE} = \frac{2}{3} \overline{BC} = \frac{2}{3} \times 15 = 10 \text{ (cm)}$

$$\overline{AD} \parallel \overline{BE} \text{이므로}$$

$$\overline{AF} : \overline{EF} = \overline{AD} : \overline{EB} = 15 : 10 = 3 : 2$$

2단계 △ABE에서 $\overline{GF} \parallel \overline{BE}$ 이므로

$$\overline{AF} : \overline{AE} = \overline{GF} : \overline{BE}$$

$$3 : (3+2) = \overline{GF} : 10$$

$$5\overline{GF} = 30$$

$$\therefore \overline{GF} = 6 \text{ (cm)}$$

답 6 cm

- 2 1단계 $\overline{BD}$ 는 $\angle B$ 의 이등분선이므로

$$\overline{BC} : \overline{BA} = \overline{CD} : \overline{AD}$$

$$8 : 4 = \overline{CD} : 2$$

$$2 : 1 = \overline{CD} : 2$$

$$\therefore \overline{CD} = 4 \text{ (cm)}$$

2단계 $\overline{BE}$ 는 $\angle B$ 의 외각의 이등분선이므로
 $\overline{BC} : \overline{BA} = \overline{CE} : \overline{AE}$
 $8 : 4 = (6 + \overline{AE}) : \overline{AE}$
 $2 : 1 = (6 + \overline{AE}) : \overline{AE}$
 $2\overline{AE} = 6 + \overline{AE}$
 $\therefore \overline{AE} = 6 \text{ (cm)}$

3단계 $\overline{CE} = \overline{CD} + \overline{AD} + \overline{AE}$
 $= 4 + 2 + 6 = 12 \text{ (cm)}$

답 12 cm

3 1단계 $2\overline{BE} = 3\overline{EC}$ 이므로
 $\overline{BE} : \overline{EC} = 3 : 2$
 $\triangle BCA$ 에서 $\overline{DE} \parallel \overline{AC}$ 이므로
 $\overline{BD} : \overline{DA} = \overline{BE} : \overline{EC}$
 $\overline{BD} : 8 = 3 : 2$
 $2\overline{BD} = 24$
 $\therefore \overline{BD} = 12 \text{ (cm)}$

2단계 $\triangle BCD$ 에서 $\overline{FE} \parallel \overline{DC}$ 이므로
 $\overline{BF} : \overline{FD} = \overline{BE} : \overline{EC} = 3 : 2$
 $\therefore \overline{DF} = \frac{2}{3+2} \overline{BD} = \frac{2}{5} \times 12 = \frac{24}{5} \text{ (cm)}$

답 $\frac{24}{5}$ cm

단계	채점 요소	배점
1	$\overline{BD}$ 의 길이 구하기	3점
2	$\overline{DF}$ 의 길이 구하기	3점

4 1단계 $\triangle ABC$ 는 $\angle BAC = 90^\circ$ 인 직각삼각형이므로
 $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 12 \times 4 = 24 \text{ (cm}^2\text{)}$

2단계 $\overline{AD}$ 는 $\angle A$ 의 이등분선이므로
 $\triangle ABD : \triangle ADC = \overline{BD} : \overline{CD}$
 $= \overline{AB} : \overline{AC}$
 $= 12 : 4 = 3 : 1$

3단계 $\triangle ADC = \frac{1}{3+1} \triangle ABC$
 $= \frac{1}{4} \times 24 = 6 \text{ (cm}^2\text{)}$

답 6 cm^2

단계	채점 요소	배점
1	$\triangle ABC$ 의 넓이 구하기	2점
2	$\triangle ABD : \triangle ADC$ 구하기	3점
3	$\triangle ADC$ 의 넓이 구하기	2점

5 1단계 $x : 9 = 6 : 12$ 이므로
 $x : 9 = 1 : 2$
 $2x = 9$
 $\therefore x = \frac{9}{2}$

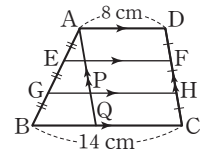
2단계 $3 : y = 6 : 12$ 이므로
 $3 : y = 1 : 2$
 $\therefore y = 6$

3단계 $xy = \frac{9}{2} \times 6 = 27$

답 27

단계	채점 요소	배점
1	x 의 값 구하기	2점
2	y 의 값 구하기	2점
3	xy 의 값 구하기	2점

6 1단계 오른쪽 그림과 같이 점 A를 지나고 $\overline{CD}$ 에 평행한 $\overline{AQ}$ 를 긋고 $\overline{AQ}$ 와 $\overline{GH}$ 의 교점을 P 라 하면



$\overline{PH} = \overline{QC} = \overline{AD} = 8 \text{ (cm)}$
 $\therefore \overline{BQ} = 14 - 8 = 6 \text{ (cm)}$

2단계 $\triangle ABQ$ 에서 $\overline{AG} : \overline{AB} = 2 : 3$ 이고 $\overline{GP} \parallel \overline{BQ}$ 이므로
 $2 : 3 = \overline{GP} : 6$, $3\overline{GP} = 12$
 $\therefore \overline{GP} = 4 \text{ (cm)}$

3단계 $\overline{GH} = \overline{GP} + \overline{PH} = 4 + 8 = 12 \text{ (cm)}$

답 12 cm

단계	채점 요소	배점
1	$\overline{BQ}$ 의 길이 구하기	3점
2	$\overline{GP}$ 의 길이 구하기	3점
3	$\overline{GH}$ 의 길이 구하기	1점

III-3

삼각형의 무게중심

01 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분

개념원리 확인하기

> 본문 151쪽

- 01 (1) $x=110, y=6$ (2) $x=50, y=16$
 02 (1) 5 (2) 7
 03 (1) 5 cm (2) 2 cm (3) 7 cm
 04 (1) 15 (2) 22

- 01 (1) $\overline{AM}=\overline{MB}, \overline{AN}=\overline{NC}$ 이므로
 $\overline{MN} \parallel \overline{BC}$

따라서 $\angle B = \angle AMN = 110^\circ$ (동위각)이므로

$$x = 110$$

$$\text{또 } \overline{MN} = \frac{1}{2} \overline{BC} = \frac{1}{2} \times 12 = 6 \text{이므로}$$

$$y = 6$$

- (2) $\overline{AM}=\overline{MB}, \overline{AN}=\overline{NC}$ 이므로
 $\overline{MN} \parallel \overline{BC}$

따라서 $\angle AMN = \angle B = 50^\circ$ (동위각)이므로

$$x = 50$$

$$\text{또 } \overline{MN} = \frac{1}{2} \overline{BC}, \text{ 즉 } \overline{BC} = 2\overline{MN} = 2 \times 8 = 16 \text{이므로}$$

$$y = 16$$

답 (1) $x=110, y=6$ (2) $x=50, y=16$

- 02 (1) $\overline{AM}=\overline{MB}, \overline{MN} \parallel \overline{BC}$ 이므로
 $\overline{AN}=\overline{NC}=5$

$$\therefore x = 5$$

- (2) $\overline{AM}=\overline{MB}, \overline{MN} \parallel \overline{BC}$ 이므로
 $\overline{AN}=\overline{NC}$

$$\text{즉 } \overline{NC} = \frac{1}{2} \overline{AC} = \frac{1}{2} \times 14 = 7 \text{이므로}$$

$$x = 7$$

답 (1) 5 (2) 7

- 03 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}, \overline{AM}=\overline{MB}, \overline{DN}=\overline{NC}$ 이므로
 $\overline{AD} \parallel \overline{MN} \parallel \overline{BC}$

- (1) $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AM}=\overline{MB}, \overline{MP} \parallel \overline{BC}$ 이므로

$$\overline{MP} = \frac{1}{2} \overline{BC} = \frac{1}{2} \times 10 = 5 \text{ (cm)}$$

- (2) $\triangle ACD$ 에서 $\overline{CN}=\overline{ND}, \overline{AD} \parallel \overline{PN}$ 이므로

$$\overline{PN} = \frac{1}{2} \overline{AD} = \frac{1}{2} \times 4 = 2 \text{ (cm)}$$

- (3) $\overline{MN}=\overline{MP}+\overline{PN}=5+2=7 \text{ (cm)}$

답 (1) 5 cm (2) 2 cm (3) 7 cm

- 04 (1) $\overline{AD} \parallel \overline{BC}, \overline{AM}=\overline{MB}, \overline{DN}=\overline{NC}$ 이므로
 $\overline{AD} \parallel \overline{MN} \parallel \overline{BC}$

$\triangle ABD$ 에서 $\overline{AM}=\overline{MB}, \overline{AD} \parallel \overline{MP}$ 이므로

$$\overline{MP} = \frac{1}{2} \overline{AD} = \frac{1}{2} \times 12 = 6$$

$\triangle DBC$ 에서 $\overline{DN}=\overline{NC}, \overline{PN} \parallel \overline{BC}$ 이므로

$$\overline{PN} = \frac{1}{2} \overline{BC} = \frac{1}{2} \times 18 = 9$$

$$\therefore \overline{MN}=\overline{MP}+\overline{PN}=6+9=15$$

- (2) $\overline{AD} \parallel \overline{BC}, \overline{AM}=\overline{MB}, \overline{DN}=\overline{NC}$ 이므로

$$\overline{AD} \parallel \overline{MN} \parallel \overline{BC}$$

$\triangle ABC$ 에서 $\overline{AM}=\overline{MB}, \overline{MP} \parallel \overline{BC}$ 이므로

$$\overline{MP} = \frac{1}{2} \overline{BC} = \frac{1}{2} \times 20 = 10$$

$\triangle ACD$ 에서 $\overline{DN}=\overline{NC}, \overline{AD} \parallel \overline{PN}$ 이므로

$$\overline{PN} = \frac{1}{2} \overline{AD} = \frac{1}{2} \times 24 = 12$$

$$\therefore \overline{MN}=\overline{MP}+\overline{PN}=10+12=22$$

답 (1) 15 (2) 22

핵심문제 익히기

> 본문 152~154쪽

- 1 48 2 19 3 6 cm 4 5 cm
 5 12 cm 6 3 cm

- 1 $\overline{AM}=\overline{MB}, \overline{AN}=\overline{NC}$ 이므로
 $\overline{MN} \parallel \overline{BC}$

따라서 $\angle AMN = \angle B = 60^\circ$ (동위각)이므로 $\triangle AMN$ 에서

$$\angle ANM = 180^\circ - (80^\circ + 60^\circ) = 40^\circ$$

$$\therefore x = 40$$

$$\text{또 } \overline{MN} = \frac{1}{2} \overline{BC} = \frac{1}{2} \times 16 = 8 \text{ (cm)이므로}$$

$$y = 8$$

$$\therefore x + y = 40 + 8 = 48$$

답 48

- 2 $\overline{AM}=\overline{MB}, \overline{MN} \parallel \overline{BC}$ 이므로

$$\overline{AN} = \frac{1}{2} \overline{AC} = \frac{1}{2} \times 14 = 7 \text{ (cm)}$$

$$\therefore x = 7$$

$$\text{또 } \overline{BC} = 2\overline{MN} = 2 \times 13 = 26 \text{ (cm)이므로}$$

$$y = 26$$

$$\therefore y - x = 26 - 7 = 19$$

답 19

- 3 $\triangle AEC$ 에서 $\overline{AD}=\overline{DE}, \overline{AF}=\overline{FC}$ 이므로 $\overline{DF} \parallel \overline{EC}$ 이고

$$\overline{EC} = 2\overline{DF} = 2 \times 2 = 4 \text{ (cm)}$$

$\triangle DBG$ 에서 $\overline{BE}=\overline{ED}, \overline{EC} \parallel \overline{DG}$ 이므로

$$\overline{DG} = 2\overline{EC} = 2 \times 4 = 8 \text{ (cm)}$$

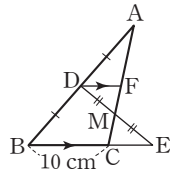
$$\therefore \overline{FG} = \overline{DG} - \overline{DF} = 8 - 2 = 6 \text{ (cm)}$$

답 6 cm

III-3

삼각형의 무게중심

- 4 오른쪽 그림과 같이 점 D를 지나고 $\overline{BE}$ 에 평행한 직선을 긋고, 이 직선과 $\overline{AC}$ 의 교점을 F라 하자.
 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AD} = \overline{DB}$, $\overline{DF} \parallel \overline{BC}$ 이므로



$$\overline{DF} = \frac{1}{2} \overline{BC} = \frac{1}{2} \times 10 = 5 \text{ (cm)}$$

$\triangle DMF$ 와 $\triangle EMC$ 에서

$$\overline{DM} = \overline{EM}, \angle MDF = \angle MEC \text{ (엇각),}$$

$$\angle DMF = \angle EMC \text{ (맞꼭지각)}$$

이므로 $\triangle DMF \cong \triangle EMC$ (ASA 합동)

$$\therefore \overline{CE} = \overline{FD} = 5 \text{ (cm)}$$

답 5 cm

- 5 직사각형의 두 대각선의 길이는 같으므로

$$\overline{PQ} = \overline{QR} = \overline{RS} = \overline{SP} = \frac{1}{2} \overline{BD} = \frac{1}{2} \times 6 = 3 \text{ (cm)}$$

$$\therefore (\square PQRS \text{의 둘레의 길이}) = 3 \times 4 = 12 \text{ (cm)}$$

답 12 cm

참고 $\square PQRS$ 는 이웃하는 두 변의 길이가 같은 평행사변형이므로 마름모이다.

- 6 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$, $\overline{AM} = \overline{MB}$, $\overline{DN} = \overline{NC}$ 이므로

$$\overline{AD} \parallel \overline{MN} \parallel \overline{BC}$$

$\triangle ABC$ 에서 $\overline{AM} = \overline{MB}$, $\overline{MQ} \parallel \overline{BC}$ 이므로

$$\overline{MQ} = \frac{1}{2} \overline{BC} = \frac{1}{2} \times 10 = 5 \text{ (cm)}$$

$\triangle ABD$ 에서 $\overline{BM} = \overline{MA}$, $\overline{MP} \parallel \overline{AD}$ 이므로

$$\overline{MP} = \frac{1}{2} \overline{AD} = \frac{1}{2} \times 4 = 2 \text{ (cm)}$$

$$\therefore \overline{PQ} = \overline{MQ} - \overline{MP} = 5 - 2 = 3 \text{ (cm)}$$

답 3 cm

이런 문제가 시험에 나온다

▶ 본문 155쪽

- 01 ④ 02 15 cm 03 6 cm 04 6 cm
 05 4 cm 06 14

- 01 ① $\triangle ABC$ 와 $\triangle ADE$ 에서

$$\overline{AB} : \overline{AD} = \overline{AC} : \overline{AE} = 2 : 1, \angle A \text{는 공통}$$

이므로 $\triangle ABC \sim \triangle ADE$ (SAS 닮음)

- ②, ③ $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AD} = \overline{DB}$, $\overline{AE} = \overline{EC}$ 이므로

$$\overline{DE} \parallel \overline{BC}, \overline{DE} = \frac{1}{2} \overline{BC}$$

$$\therefore \overline{DE} : \overline{BC} = 1 : 2$$

- ④ $\overline{AD} : \overline{DB} = 1 : 1$, $\overline{DE} : \overline{BC} = 1 : 2$ 이므로

$$\overline{AD} : \overline{DB} \neq \overline{DE} : \overline{BC}$$

- ⑤ 삼각형의 닮음비는 대응변의 길이의 비와 같으므로

$$\overline{AD} : \overline{AB} = 1 : 2 \text{에서 } \triangle ADE \text{와 } \triangle ABC \text{의 닮음비는 } 1 : 2 \text{이다.}$$

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

답 ④

- 02 $\overline{BD} = \overline{DA}$, $\overline{BE} = \overline{EC}$ 이므로

$$\overline{DE} = \frac{1}{2} \overline{AC} = \frac{1}{2} \times 8 = 4 \text{ (cm)}$$

$$\overline{CE} = \overline{EB}, \overline{CF} = \overline{FA} \text{이므로}$$

$$\overline{EF} = \frac{1}{2} \overline{AB} = \frac{1}{2} \times 10 = 5 \text{ (cm)}$$

$$\overline{AD} = \overline{DB}, \overline{AF} = \overline{FC} \text{이므로}$$

$$\overline{DF} = \frac{1}{2} \overline{BC} = \frac{1}{2} \times 12 = 6 \text{ (cm)}$$

$$\therefore (\triangle DEF \text{의 둘레의 길이}) = \overline{DE} + \overline{EF} + \overline{FD}$$

$$= 4 + 5 + 6 = 15 \text{ (cm)}$$

답 15 cm

개념 더하기

$\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CA}$ 의 중점을 각각

D, E, F라 하면

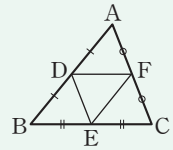
$$\overline{DE} = \frac{1}{2} \overline{AC},$$

$$\overline{EF} = \frac{1}{2} \overline{AB},$$

$$\overline{DF} = \frac{1}{2} \overline{BC}$$

이므로

$$(\triangle DEF \text{의 둘레의 길이}) = \frac{1}{2} \times (\triangle ABC \text{의 둘레의 길이})$$



- 03 $\overline{AD} = \overline{DB}$, $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ 이므로

$$\overline{AE} = \overline{EC}$$

또 $\overline{AE} = \overline{EC}$, $\overline{AB} \parallel \overline{EF}$ 이므로

$$\overline{CF} = \overline{FB} = 6 \text{ (cm)}$$

답 6 cm

다른 풀이 $\square DBFE$ 는 평행사변형이므로

$$\overline{DE} = \overline{BF} = 6 \text{ (cm)}$$

$$\overline{AD} = \overline{DB}, \overline{DE} \parallel \overline{BC} \text{이므로}$$

$$\overline{BC} = 2\overline{DE} = 2 \times 6 = 12 \text{ (cm)}$$

$$\therefore \overline{CF} = \overline{BC} - \overline{BF} = 12 - 6 = 6 \text{ (cm)}$$

- 04 $\triangle ABF$ 에서 $\overline{AD} = \overline{DB}$, $\overline{AE} = \overline{EF}$ 이므로 $\overline{DE} \parallel \overline{BF}$ 이고

$$\overline{BF} = 2\overline{DE} = 2 \times 4 = 8 \text{ (cm)}$$

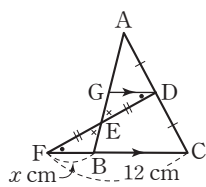
$\triangle CED$ 에서 $\overline{CF} = \overline{FE}$, $\overline{GF} \parallel \overline{DE}$ 이므로

$$\overline{GF} = \frac{1}{2} \overline{DE} = \frac{1}{2} \times 4 = 2 \text{ (cm)}$$

$$\therefore \overline{BG} = \overline{BF} - \overline{GF} = 8 - 2 = 6 \text{ (cm)}$$

답 6 cm

- 05 오른쪽 그림과 같이 점 D를 지나고 BC에 평행한 직선을 긋고, 이 직선과 AB의 교점을 G라 하자.



$\overline{BF} = x$ (cm)라 하면

$$\triangle EDG \cong \triangle EFB \text{ (ASA 합동)}$$

이므로 $\overline{GD} = \overline{BF} = x$ (cm)

$\triangle ABC$ 에서 $\overline{AD} = \overline{DC}$, $\overline{GD} \parallel \overline{BC}$ 이므로

$$\overline{BC} = 2\overline{GD} = 2x \text{ (cm)}$$

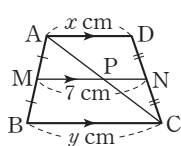
이때 $\overline{FC} = \overline{FB} + \overline{BC}$ 이므로

$$12 = x + 2x \quad \therefore x = 4$$

$$\therefore \overline{BF} = 4 \text{ (cm)}$$

답 4 cm

- 06 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$ 를 긋고 $\overline{AC}$ 와 $\overline{MN}$ 의 교점을 P라 하자. $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$, $\overline{AM} = \overline{MB}$, $\overline{DN} = \overline{NC}$ 이므로



$$\overline{AD} \parallel \overline{MN} \parallel \overline{BC}$$

$\triangle ABC$ 에서 $\overline{AM} = \overline{MB}$, $\overline{MP} \parallel \overline{BC}$ 이므로

$$\overline{MP} = \frac{1}{2} \overline{BC} = \frac{1}{2} y \text{ (cm)}$$

$\triangle ACD$ 에서 $\overline{CN} = \overline{ND}$, $\overline{PN} \parallel \overline{AD}$ 이므로

$$\overline{PN} = \frac{1}{2} \overline{AD} = \frac{1}{2} x \text{ (cm)}$$

이때 $\overline{MN} = \overline{MP} + \overline{PN}$ 이므로

$$7 = \frac{1}{2} y + \frac{1}{2} x, \quad 7 = \frac{1}{2} (x + y)$$

$$\therefore x + y = 14$$

답 14

$$(3) \overline{BG} : \overline{GD} = 2 : 1 \text{ 이므로}$$

$$x : 3 = 2 : 1 \quad \therefore x = 6$$

$$(4) \overline{CG} : \overline{GD} = 2 : 1 \text{ 이므로}$$

$$\overline{GD} = \frac{1}{2+1} \overline{CD} = \frac{1}{3} \times 15 = 5$$

$$\therefore x = 5$$

답 (1) 7 (2) 4 (3) 6 (4) 5

$$03 (1) \triangle BGF = \frac{1}{6} \triangle ABC$$

$$= \frac{1}{6} \times 30 = 5 \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$(2) \triangle GAF + \triangle GDC = \frac{1}{6} \triangle ABC + \frac{1}{6} \triangle ABC$$

$$= \frac{1}{3} \triangle ABC$$

$$= \frac{1}{3} \times 30 = 10 \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$(3) \square AFGE = \triangle GAF + \triangle GEA$$

$$= \frac{1}{6} \triangle ABC + \frac{1}{6} \triangle ABC$$

$$= \frac{1}{3} \triangle ABC$$

$$= \frac{1}{3} \times 30 = 10 \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$(4) \triangle GAB = \frac{1}{3} \triangle ABC$$

$$= \frac{1}{3} \times 30 = 10 \text{ (cm}^2\text{)}$$

답 (1) 5 cm² (2) 10 cm² (3) 10 cm² (4) 10 cm²

02 삼각형의 무게중심

개념원리 확인하기

> 본문 158쪽

01 (1) 4 cm (2) 10 cm²

02 (1) 7 (2) 4 (3) 6 (4) 5

03 (1) 5 cm² (2) 10 cm² (3) 10 cm² (4) 10 cm²

01 (1) $\overline{BD} = \frac{1}{2} \overline{BC} = \frac{1}{2} \times 8 = 4$ (cm)

(2) $\triangle ADC = \frac{1}{2} \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 20 = 10$ (cm²)

답 (1) 4 cm (2) 10 cm²

02 (1) $\overline{AD} = \overline{CD} = 7$ 이므로 $x = 7$

(2) $\overline{AG} : \overline{GD} = 2 : 1$ 이므로

$$8 : x = 2 : 1, \quad 2x = 8$$

$$\therefore x = 4$$

핵심문제 익히기

> 본문 159 ~ 161쪽

1 24 cm²

2 6 cm

3 6

4 22

5 36 cm²

6 10 cm

7 8 cm²

1 $\overline{AE} = \overline{EF} = \overline{FD}$ 이므로

$$\triangle ABD = 3 \triangle BFE = 3 \times 4 = 12 \text{ (cm}^2\text{)}$$

삼각형의 중선은 그 삼각형의 넓이를 이등분하므로

$$\triangle ABC = 2 \triangle ABD$$

$$= 2 \times 12 = 24 \text{ (cm}^2\text{)}$$

답 24 cm²

2 점 G는 $\triangle ABC$ 의 무게중심이므로

$$\overline{GD} = \frac{1}{3} \overline{BD} = \frac{1}{3} \times 27 = 9 \text{ (cm)}$$

점 G'은 $\triangle AGC$ 의 무게중심이므로

$$\overline{GG'} = \frac{2}{3} \overline{GD} = \frac{2}{3} \times 9 = 6 \text{ (cm)}$$

답 6 cm

3 $\triangle ABD$ 에서 $\overline{BE}=\overline{EA}$, $\overline{EF}\parallel\overline{AD}$ 이므로

$$\overline{AD}=2\overline{EF}=2\times 9=18\text{ (cm)}$$

점 G는 $\triangle ABC$ 의 무게중심이므로

$$\overline{AG}=\frac{2}{3}\overline{AD}=\frac{2}{3}\times 18=12\text{ (cm)},$$

$$\overline{GD}=\frac{1}{3}\overline{AD}=\frac{1}{3}\times 18=6\text{ (cm)}$$

따라서 $x=12$, $y=6$ 이므로

$$x-y=12-6=6$$

답 6

4 점 G가 $\triangle ABC$ 의 무게중심이므로

$$\overline{GD}=\frac{1}{2}\overline{BG}=\frac{1}{2}\times 14=7\text{ (cm)} \quad \therefore x=7$$

$\triangle DBC$ 에서 $\overline{GF}\parallel\overline{DC}$ 이므로

$$\overline{FG}:\overline{CD}=\overline{BG}:\overline{BD}=2:3$$

$$5:\overline{CD}=2:3, \quad 2\overline{CD}=15$$

$$\therefore \overline{CD}=\frac{15}{2}\text{ (cm)}$$

따라서 $\overline{AC}=2\overline{CD}=2\times\frac{15}{2}=15\text{ (cm)}$ 이므로

$$y=15$$

$$\therefore x+y=7+15=22$$

답 22

5 $\overline{GE}=\overline{EC}$ 이므로

$$\triangle GDC=2\triangle GDE$$

$$=2\times 3=6\text{ (cm}^2\text{)}$$

점 G가 $\triangle ABC$ 의 무게중심이므로

$$\triangle ABC=6\triangle GDC$$

$$=6\times 6=36\text{ (cm}^2\text{)}$$

답 36 cm²

6 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BD}$ 를 그

고, $\overline{AC}$ 와 $\overline{BD}$ 의 교점을 O라

하면 두 점 P, Q는 각각

$\triangle ABD$, $\triangle DBC$ 의 무게중심

이다.

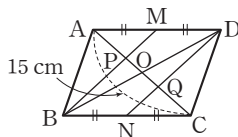
따라서 $\overline{AP}=2\overline{PO}$, $\overline{CQ}=2\overline{QO}$ 이고 $\overline{AO}=\overline{CO}$ 에서

$\overline{PO}=\overline{QO}$ 이므로

$$\overline{AP}=\overline{PQ}=\overline{QC}$$

$$\therefore \overline{AQ}=\frac{2}{3}\overline{AC}=\frac{2}{3}\times 15=10\text{ (cm)}$$

답 10 cm



7 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$ 를 그으면

두 점 P, Q는 각각 $\triangle ABC$,

$\triangle ACD$ 의 무게중심이므로

$\overline{BP}=\overline{PQ}=\overline{QD}$ 이다.

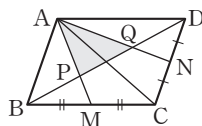
$$\therefore \triangle APQ=\frac{1}{3}\triangle ABD$$

$$=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\square ABCD$$

$$=\frac{1}{6}\square ABCD$$

$$=\frac{1}{6}\times 48=8\text{ (cm}^2\text{)}$$

답 8 cm²



이런 문제가 시험에 나온다

▶ 본문 162~163쪽

01 ③

02 17

03 8 cm

04 ③

05 8 cm

06 ㄱ, ㄴ, ㄹ

07 ②

08 5 cm²

09 12 cm

10 20 cm²

01 $\triangle ABC=2\triangle AMC=2\times 2\triangle ANC$

$$=4\triangle ANC=4\times 9=36\text{ (cm}^2\text{)}$$

답 ③

02 점 G가 $\triangle ABC$ 의 무게중심이므로

$$\overline{AG}=\frac{2}{3}\overline{AD}=\frac{2}{3}\times 18=12$$

$$\overline{GE}=\frac{1}{2}\overline{BG}=\frac{1}{2}\times 10=5$$

$$\therefore \overline{AG}+\overline{GE}=12+5=17$$

답 17

03 점 G가 $\triangle ABC$ 의 무게중심이므로

$$\overline{CF}=\overline{FA}$$

$\triangle ADC$ 에서 $\overline{CF}=\overline{FA}$, $\overline{CE}=\overline{ED}$ 이므로

$$\overline{AD}=2\overline{FE}=2\times 6=12\text{ (cm)}$$

$$\therefore \overline{AG}=\frac{2}{3}\overline{AD}=\frac{2}{3}\times 12=8\text{ (cm)}$$

답 8 cm

04 점 G가 $\triangle ABC$ 의 무게중심이므로

$$\overline{AE}=\overline{EC}$$

즉 점 E는 직각삼각형 ABC의 빗변의 중점이므로

$\triangle ABC$ 의 외심이다.

따라서 $\overline{BE}=\overline{AE}=\overline{CE}=\frac{1}{2}\overline{AC}=\frac{1}{2}\times 12=6$ 이므로

$$\overline{BG}=\frac{2}{3}\overline{BE}=\frac{2}{3}\times 6=4$$

$$\therefore x=4$$

$\triangle EBC$ 에서 $\overline{BD}=\overline{DC}$ 이고 $\overline{BE}\parallel\overline{DF}$ 이므로

$$\overline{DF}=\frac{1}{2}\overline{BE}=\frac{1}{2}\times 6=3$$

$$\therefore y=3$$

$$\therefore x+y=4+3=7$$

답 ③

05 $\overline{BD}=\overline{DC}$ 이고 두 점 G, G'이 각각 $\triangle ABD$, $\triangle ADC$ 의 무게중심이므로

$$\overline{BE}=\overline{ED}, \overline{DF}=\overline{FC}$$

$$\therefore \overline{EF}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\times 24=12\text{ (cm)}$$

$\triangle AGG'$ 와 $\triangle AEF$ 에서

$$\angle A \text{는 공통, } \overline{AG}:\overline{AE}=\overline{AG'}:\overline{AF}=2:3$$

이므로 $\triangle AGG'\sim\triangle AEF$ (SAS 닮음)

즉 $\overline{GG'}:\overline{EF}=\overline{AG}:\overline{AE}=2:3$ 에서

$$\overline{GG'}:12=2:3, \quad 3\overline{GG'}=24$$

$$\therefore \overline{GG'}=8\text{ (cm)}$$

답 8 cm

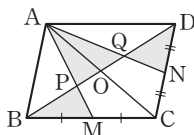
- 06 $\because \overline{GD} = \frac{1}{3}\overline{AD}, \overline{GE} = \frac{1}{3}\overline{BE}, \overline{GF} = \frac{1}{3}\overline{CF}$
 이때 세 중선 AD, BE, CF의 길이가 같은지 알 수 없
 으므로 $\overline{GD}, \overline{GE}, \overline{GF}$ 의 길이가 같은지 알 수 없다.
 $\therefore \triangle GAB = \frac{1}{3}\triangle ABC$
 $\square, \square FBDG = \triangle FBG + \triangle GBD$
 $= \frac{1}{6}\triangle ABC + \frac{1}{6}\triangle ABC$
 $= \frac{1}{3}\triangle ABC$
 이상에서 옳은 것은 $\neg, \neg, \square$ 이다. **답** $\neg, \neg, \square$

- 07 두 점 G, G'은 각각 $\triangle ABC, \triangle GBC$ 의 무게중심이므로
 $\triangle GBG' = \frac{2}{3}\triangle GBD$
 $= \frac{2}{3} \times \frac{1}{6}\triangle ABC$
 $= \frac{1}{9}\triangle ABC$
 $= \frac{1}{9} \times 36 = 4 (\text{cm}^2)$ **답** ②

- 08 점 G가 $\triangle ABC$ 의 무게중심이므로
 $\triangle DBG = \frac{1}{6}\triangle ABC$
 $= \frac{1}{6} \times 60 = 10 (\text{cm}^2)$
 $\overline{BG} : \overline{GE} = 2 : 1$ 이므로
 $\triangle DGE = \frac{1}{2}\triangle DBG$
 $= \frac{1}{2} \times 10 = 5 (\text{cm}^2)$ **답** 5 cm^2

- 09 두 점 P, Q는 각각 $\triangle ABC, \triangle ACD$ 의 무게중심이므로
 $\overline{BP} = \overline{PQ} = \overline{QD} = 8 (\text{cm})$
 $\therefore \overline{BD} = 3\overline{BP} = 3 \times 8 = 24 (\text{cm})$
 $\triangle BCD$ 에서 $\overline{CM} = \overline{MB}, \overline{CN} = \overline{ND}$ 이므로
 $\overline{MN} = \frac{1}{2}\overline{BD} = \frac{1}{2} \times 24 = 12 (\text{cm})$ **답** 12 cm

- 10 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$ 를 긋고 $\overline{BD}$ 와 $\overline{AC}, \overline{AM}, \overline{AN}$ 의 교점을 각각 O, P, Q라 하면 $\overline{BM} = \overline{MC}, \overline{AO} = \overline{OC}, \overline{CN} = \overline{ND}$ 이므로 두 점 P, Q는 각각 $\triangle ABC, \triangle ACD$ 의 무게중심이다.
 $\therefore \triangle PBM = \triangle POA$
 $= \frac{1}{6}\triangle ABC$
 $= \frac{1}{6} \times \frac{1}{2}\square ABCD$
 $= \frac{1}{12}\square ABCD$
 $= \frac{1}{12} \times 60 = 5 (\text{cm}^2)$



$$\begin{aligned}\triangle QAO &= \triangle QND \\ &= \frac{1}{6}\triangle ACD \\ &= \frac{1}{6} \times \frac{1}{2}\square ABCD \\ &= \frac{1}{12}\square ABCD \\ &= \frac{1}{12} \times 60 = 5 (\text{cm}^2)\end{aligned}$$

따라서 색칠한 부분의 넓이는
 $\triangle PBM + \triangle POA + \triangle QAO + \triangle QND$
 $= 5 + 5 + 5 + 5 = 20 (\text{cm}^2)$ **답** 20 cm^2

중단원 마무리하기

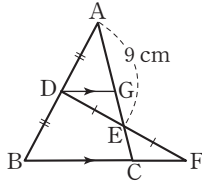
▶ 본문 164~167쪽

01 ④	02 4 cm	03 ①	04 ③
05 3 cm	06 ⑤	07 ①	08 ④
09 6 cm	10 120	11 8 cm^2	12 ⑤
13 ⑤	14 9 cm	15 ②	16 4 cm
17 ④	18 ④	19 ③	20 ③
21 15 cm	22 19°	23 6 cm	24 $\frac{14}{15} \text{ cm}^2$

- 01 **전략** 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분은 나머지 한 변과 평행하고, 그 길이는 나머지 한 변의 길이의 $\frac{1}{2}$ 이다.
 $\overline{AM} = \overline{MB}, \overline{AN} = \overline{NC}$ 이므로
 $\overline{MN} = \frac{1}{2}\overline{BC} = \frac{1}{2} \times 14 = 7 (\text{cm})$
 $\therefore \overline{EN} = \overline{MN} - \overline{ME} = 7 - 4 = 3 (\text{cm})$ **답** ④
- 02 **전략** $\triangle ABC$ 와 $\triangle DBC$ 에서 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질을 이용한다.
 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AM} = \overline{MB}, \overline{AN} = \overline{NC}$ 이므로
 $\overline{BC} = 2\overline{MN} = 2 \times 6 = 12 (\text{cm})$
 또 $\triangle DBC$ 에서 $\overline{DP} = \overline{PB}, \overline{DQ} = \overline{QC}$ 이므로
 $\overline{PQ} = \frac{1}{2}\overline{BC} = \frac{1}{2} \times 12 = 6 (\text{cm})$
 $\therefore \overline{RQ} = \overline{PQ} - \overline{PR} = 6 - 2 = 4 (\text{cm})$ **답** 4 cm
- 03 **전략** 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질을 이용하여 $\triangle ABC$ 의 세 변의 길이를 각각 구한다.
 $\overline{AB} = 2\overline{FE} = 2 \times 5 = 10 (\text{cm})$
 $\overline{BC} = 2\overline{DF} = 2 \times 6 = 12 (\text{cm})$
 $\overline{AC} = 2\overline{DE} = 2 \times 8 = 16 (\text{cm})$
 $\therefore (\triangle ABC \text{의 둘레의 길이}) = 10 + 12 + 16 = 38 (\text{cm})$ **답** ①

- 04 **전략** 삼각형의 한 변의 중점을 지나고, 다른 한 변과 평행한 직선은 나머지 한 변의 중점을 지난다.
 $\triangle BCD$ 에서 $\overline{BN} = \overline{NC}$, $\overline{PN} \parallel \overline{DC}$ 이므로 $\overline{BP} = \overline{PD}$ 이고
 $\overline{DC} = 2\overline{PN} = 2 \times 5 = 10$ (cm)
 $\square ABCD$ 는 등변사다리꼴이므로
 $\overline{AB} = \overline{DC} = 10$ (cm)
 $\triangle ABD$ 에서 $\overline{BP} = \overline{PD}$, $\overline{AB} \parallel \overline{MP}$ 이므로
 $\overline{MP} = \frac{1}{2} \overline{AB} = \frac{1}{2} \times 10 = 5$ (cm) **답** ③

- 05 **전략** 보조선을 그어서 합동인 두 삼각형을 찾는다.
 오른쪽 그림과 같이 점 D를 지나고 $\overline{BC}$ 에 평행한 직선을 긋고, 이 직선과 $\overline{AC}$ 의 교점을 G라 하자.
 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AD} = \overline{DB}$,
 $\overline{DG} \parallel \overline{BC}$ 이므로
 $\overline{AG} = \overline{GC}$
 또 $\triangle DEG \equiv \triangle FEC$ (ASA 합동)이므로
 $\overline{GE} = \overline{CE}$
 즉 $\overline{AE} = 3\overline{EC}$ 이므로
 $\overline{EC} = \frac{1}{3} \overline{AE} = \frac{1}{3} \times 9 = 3$ (cm) **답** 3 cm



- 06 **전략** $\triangle ABD$ 와 $\triangle ABC$ 에서 삼각형의 한 변의 중점을 지나고 다른 한 변과 평행한 직선의 성질을 이용한다.
 $\triangle ABD$ 에서 $\overline{BM} = \overline{MA}$, $\overline{MP} \parallel \overline{AD}$ 이므로
 $\overline{MP} = \frac{1}{2} \overline{AD} = \frac{1}{2} \times 6 = 3$ (cm)
 $\therefore \overline{MQ} = \overline{MP} + \overline{PQ} = 3 + 4 = 7$ (cm)
 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AM} = \overline{MB}$, $\overline{MQ} \parallel \overline{BC}$ 이므로
 $\overline{BC} = 2\overline{MQ} = 2 \times 7 = 14$ (cm) **답** ⑤

- 07 **전략** 삼각형의 중선은 그 삼각형의 넓이를 이등분함을 이용한다.
 $\overline{AD}$ 가 $\triangle ABC$ 의 중선이므로
 $\triangle ABD = \triangle ADC$
 $= \frac{1}{2} \triangle ABC$
 $= \frac{1}{2} \times 54 = 27$ (cm²)
 $\frac{1}{2} \times 6 \times \overline{AH} = 27$ 이므로
 $\overline{AH} = 9$ (cm) **답** ①

- 08 **전략** 삼각형의 무게중심은 세 중선의 길이를 각 꼭짓점으로 부터 각각 2 : 1로 나눈다.
 점 G'이 $\triangle GBC$ 의 무게중심이므로
 $\overline{GD} = \frac{3}{2} \overline{GG'} = \frac{3}{2} \times 10 = 15$ (cm)
 점 G가 $\triangle ABC$ 의 무게중심이므로
 $\overline{AD} = 3\overline{GD} = 3 \times 15 = 45$ (cm) **답** ④

- 09 **전략** 직각삼각형의 빗변의 중점은 외심과 같다.
 점 G가 $\triangle ABC$ 의 무게중심이므로 $\overline{BD} = \overline{DC}$
 즉 점 D는 직각삼각형 ABC의 빗변의 중점이므로 외심이다.
 따라서 $\overline{AD} = \overline{BD} = \overline{CD} = \frac{1}{2} \overline{BC} = \frac{1}{2} \times 18 = 9$ (cm)이므로
 $\overline{AG} = \frac{2}{3} \overline{AD} = \frac{2}{3} \times 9 = 6$ (cm) **답** 6 cm

- 10 **전략** 삼각형의 무게중심의 성질과 평행선 사이의 선분의 길이의 비를 이용한다.
 점 G가 $\triangle ABC$ 의 무게중심이므로
 $\overline{GM} = \frac{1}{3} \overline{AM} = \frac{1}{3} \times 24 = 8$ (cm)
 $\therefore x = 8$
 $\triangle ABM$ 에서 $\overline{DG} \parallel \overline{BM}$ 이므로
 $\overline{DG} : \overline{BM} = \overline{AG} : \overline{AM} = 2 : 3$
 $10 : \overline{BM} = 2 : 3$, $2\overline{BM} = 30$
 $\therefore \overline{BM} = 15$ (cm)
 즉 $\overline{CM} = \overline{BM} = 15$ (cm)이므로 $y = 15$
 $\therefore xy = 8 \times 15 = 120$ **답** 120

- 11 **전략** 삼각형의 무게중심과 세 꼭짓점을 이어서 생기는 세 삼각형의 넓이는 같다.
 $\triangle GBC = \triangle AGC = 16$ (cm²)
 $\therefore \triangle GBD = \frac{1}{2} \triangle GBC = \frac{1}{2} \times 16 = 8$ (cm²) **답** 8 cm²

- 12 **전략** 두 점 P, Q는 각각 $\triangle ABC$ 와 $\triangle ACD$ 의 무게중심임을 이용한다.
 ① 점 P는 $\triangle ABC$ 의 무게중심이므로
 $\overline{AM} : \overline{PM} = 3 : 1 \quad \therefore \overline{AM} = 3\overline{PM}$
 ② 점 Q는 $\triangle ACD$ 의 무게중심이므로
 $\overline{DQ} : \overline{QO} = 2 : 1 \quad \therefore \overline{QO} = \frac{1}{2} \overline{DQ}$
 ③ $\overline{BP} = \overline{PQ} = \overline{QD} = \frac{1}{3} \overline{BD}$
 ④ 점 P는 $\triangle ABC$ 의 무게중심이므로
 $\triangle PBM = \frac{1}{6} \triangle ABC$
 ⑤ $\overline{BP} = \overline{PQ} = \overline{QD}$ 이므로
 $\triangle APQ = \frac{1}{3} \triangle ABD$
 $= \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \square ABCD$
 $= \frac{1}{6} \square ABCD$
 따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다. **답** ⑤

- 13 **전략** 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질을 이용하여 서로 합동인 삼각형을 찾는다.

ㄱ. $\triangle ABC$ 에서 $\overline{CF} = \overline{FA}$, $\overline{CE} = \overline{EB}$ 이므로
 $\overline{AB} \parallel \overline{FE}$
 ㄴ. $\triangle ABC$ 에서 $\overline{BD} = \overline{DA}$, $\overline{BE} = \overline{EC}$ 이므로
 $\overline{DE} \parallel \overline{AC}$
 $\therefore \angle BDE = \angle A$ (동위각)
 ㄷ. $\overline{DE} = \frac{1}{2} \overline{AC}$, $\overline{FE} = \frac{1}{2} \overline{AB}$, $\overline{DF} = \frac{1}{2} \overline{BC}$ 이므로
 $\overline{AD} = \overline{DB} = \overline{FE}$,
 $\overline{AF} = \overline{FC} = \overline{DE}$,
 $\overline{BE} = \overline{EC} = \overline{DF}$
 따라서 $\triangle ADF \equiv \triangle DBE \equiv \triangle FEC \equiv \triangle EFD$
 (SSS 합동)이므로
 $\triangle ABC = 4\triangle DEF$
 이상에서 ㄱ, ㄴ, ㄷ 모두 옳다. **답 ⑤**

- 14 **전략** $\triangle BCF$ 와 $\triangle ADG$ 에서 삼각형의 한 변의 중점을 지나고 다른 한 변과 평행한 직선의 성질을 이용한다.

$\triangle BCF$ 에서 $\overline{CD} = \overline{DB}$, $\overline{DG} \parallel \overline{BF}$ 이므로
 $\overline{BF} = 2\overline{DG} = 2 \times 6 = 12$ (cm)
 $\triangle ADG$ 에서 $\overline{AE} = \overline{ED}$, $\overline{EF} \parallel \overline{DG}$ 이므로
 $\overline{EF} = \frac{1}{2} \overline{DG} = \frac{1}{2} \times 6 = 3$ (cm)
 $\therefore \overline{BE} = \overline{BF} - \overline{EF} = 12 - 3 = 9$ (cm) **답 9 cm**

- 15 **전략** $\square EFGH$ 가 어떤 사각형인지 생각해 본다.

$\triangle ABD$ 에서
 $\overline{EH} = \frac{1}{2} \overline{BD} = \frac{1}{2} \times 16 = 8$ (cm)
 $\triangle ABC$ 에서
 $\overline{EF} = \frac{1}{2} \overline{AC} = \frac{1}{2} \times 12 = 6$ (cm)
 이때 마름모의 각 변의 중점을 연결하여 만든 사각형은 직사각형이므로 $\square EFGH$ 는 직사각형이다.
 $\therefore \square EFGH = \overline{EH} \times \overline{EF} = 8 \times 6 = 48$ (cm²) **답 ②**

- 16 **전략** 삼각형의 중선은 그 삼각형의 넓이를 이등분함을 이용한다.

$\triangle PBD = \frac{1}{6} \triangle ABC$
 $= \frac{1}{6} \times 2 \triangle ABD$
 $= \frac{1}{3} \triangle ABD$
 이므로 $\triangle PBD : \triangle ABD = 1 : 3$
 즉 $\overline{PD} : \overline{AD} = 1 : 3$ 이므로
 $\overline{PD} : 12 = 1 : 3$, $3\overline{PD} = 12$
 $\therefore \overline{PD} = 4$ (cm) **답 4 cm**

- 17 **전략** 삼각형의 닮음을 이용하여 먼저 $\overline{EF}$ 의 길이를 구한다.

$\triangle AGG'$ 과 $\triangle AEF$ 에서
 $\angle A$ 는 공통, $\overline{AG} : \overline{AE} = \overline{AG'} : \overline{AF} = 2 : 3$
 이므로 $\triangle AGG' \sim \triangle AEF$ (SAS 닮음)
 즉 $\overline{AG} : \overline{AE} = \overline{GG'} : \overline{EF}$ 에서
 $2 : 3 = 6 : \overline{EF}$, $2\overline{EF} = 18$
 $\therefore \overline{EF} = 9$ (cm)
 이때 $\overline{BE} = \overline{ED}$, $\overline{DF} = \overline{FC}$ 이므로
 $\overline{BC} = 2(\overline{ED} + \overline{DF}) = 2\overline{EF} = 2 \times 9 = 18$ (cm)

답 ④

- 18 **전략** 삼각형의 무게중심의 성질을 이용하여 $\overline{AG}$, $\overline{AG'}$ 의 길이를 구한다.

점 G가 $\triangle ABC$ 의 무게중심이므로
 $\overline{AG} = \frac{2}{3} \overline{AL} = \frac{2}{3} \times 36 = 24$ (cm)
 두 점 M, N이 각각 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 의 중점이므로
 $\overline{MN} \parallel \overline{BC}$
 즉 $\triangle ABL$ 에서 $\overline{AP} = \overline{PL}$ 이므로
 $\overline{AP} = \frac{1}{2} \overline{AL} = \frac{1}{2} \times 36 = 18$ (cm)
 이때 점 G'이 $\triangle AMN$ 의 무게중심이므로
 $\overline{AG'} = \frac{2}{3} \overline{AP} = \frac{2}{3} \times 18 = 12$ (cm)
 $\therefore \overline{G'G} = \overline{AG} - \overline{AG'} = 24 - 12 = 12$ (cm) **답 ④**

- 19 **전략** 삼각형의 한 변의 중점을 지나고 다른 한 변과 평행한 직선의 성질과 삼각형의 무게중심의 성질을 이용한다.

$\triangle ABD$ 에서 $\overline{BE} = \overline{EA}$, $\overline{EF} \parallel \overline{AD}$ 이므로
 $\overline{AD} = 2\overline{EF} = 2 \times 9 = 18$ (cm)
 점 G는 $\triangle ABC$ 의 무게중심이므로
 $\overline{GD} = \frac{1}{3} \overline{AD} = \frac{1}{3} \times 18 = 6$ (cm)
 $\triangle GDC$ 에서 $\overline{DH} = \overline{HC}$, $\overline{GD} \parallel \overline{IH}$ 이므로
 $\overline{IH} = \frac{1}{2} \overline{GD} = \frac{1}{2} \times 6 = 3$ (cm) **답 ③**

- 20 **전략** 삼각형의 중선은 그 삼각형의 넓이를 이등분함을 이용한다.

$\overline{DE}$ 는 $\triangle EBC$ 의 중선이므로
 $\triangle EBD = \triangle EDC$
 $\therefore \triangle EDC = \frac{1}{2} \triangle EBC = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \triangle ABC$
 $= \frac{1}{4} \triangle ABC = \frac{1}{4} \times 3 \triangle ABG$
 $= \frac{3}{4} \triangle ABG$
 $= \frac{3}{4} \times 4 = 3$ (cm²) **답 ③**

- 21 **전략** 두 점 E, F는 각각 $\triangle ABC$ 와 $\triangle ACD$ 의 무게중심임을 이용하여 먼저 $\overline{BD}$ 의 길이를 구한다.

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$ 를 긋고 $\overline{AC}$ 와 $\overline{BD}$ 의 교점을 O라 하면

$$\overline{AO} = \overline{OC}, \overline{BM} = \overline{MC}, \overline{CN} = \overline{ND}$$

이므로 두 점 E, F는 각각

$\triangle ABC$, $\triangle ACD$ 의 무게중심이다.

$$\text{즉 } \overline{BE} = \overline{EF} = \overline{FD} \text{ 이므로}$$

$$\overline{BD} = 3\overline{EF} = 3 \times 10 = 30 \text{ (cm)}$$

따라서 $\triangle BCD$ 에서 $\overline{CM} = \overline{MB}$, $\overline{CN} = \overline{ND}$ 이므로

$$\overline{MN} = \frac{1}{2}\overline{BD} = \frac{1}{2} \times 30 = 15 \text{ (cm)}$$

답 15 cm

- 22 **전략** 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질과 평행선의 성질을 이용한다.

$\triangle ACD$ 에서 $\overline{AP} = \overline{PC}$, $\overline{AM} = \overline{MD}$ 이므로

$$\overline{PM} \parallel \overline{CD}$$

$$\therefore \angle APM = \angle ACD = 42^\circ \text{ (동위각)}$$

$\triangle ABC$ 에서 $\overline{AP} = \overline{PC}$, $\overline{BN} = \overline{NC}$ 이므로

$$\overline{PN} \parallel \overline{AB}$$

$$\therefore \angle CPN = \angle CAB = 80^\circ \text{ (동위각)}$$

이때

$$\begin{aligned} \angle APN &= 180^\circ - \angle CPN \\ &= 180^\circ - 80^\circ = 100^\circ \end{aligned}$$

이므로

$$\begin{aligned} \angle MPN &= \angle APM + \angle APN \\ &= 42^\circ + 100^\circ = 142^\circ \end{aligned}$$

$\overline{PM} = \frac{1}{2}\overline{CD} = \frac{1}{2}\overline{AB} = \overline{PN}$ 이므로 $\triangle PMN$ 에서

$$\angle PMN = \angle PNM$$

$$\therefore \angle PMN = \frac{1}{2} \times (180^\circ - \angle MPN)$$

$$= \frac{1}{2} \times (180^\circ - 142^\circ)$$

$$= \frac{1}{2} \times 38^\circ = 19^\circ$$

답 19°

- 23 **전략** $\overline{PD} = a$ 로 놓고 삼각형의 닮음비를 이용하여 선분의 길이의 비를 구한다.

$\triangle ADC$ 에서 $\overline{AF} = \overline{FC}$, $\overline{DE} = \overline{EC}$ 이므로

$$\overline{AD} \parallel \overline{FE}$$

또 $\triangle BEF$ 에서 $\overline{BD} = \overline{DE}$, $\overline{DP} \parallel \overline{EF}$ 이므로

$$\overline{BP} = \overline{PF}, \overline{PD} = \frac{1}{2}\overline{EF}$$

$\overline{PD} = a$ 라 하면 $\triangle BEF$ 에서

$$\overline{EF} = 2a$$

$\triangle ADC$ 에서

$$\overline{AD} = 2\overline{EF} = 2 \times 2a = 4a$$

$$\therefore \overline{AP} = \overline{AD} - \overline{PD} = 4a - a = 3a$$

$\triangle QAP \sim \triangle QEF$ (AA 닮음)이므로

$$\overline{QP} : \overline{QF} = \overline{AP} : \overline{EF} = 3a : 2a = 3 : 2$$

그런데 $\triangle BEF$ 에서 $\overline{BP} = \overline{PF}$ 이므로

$$\overline{BP} : \overline{PQ} : \overline{QF} = 5 : 3 : 2$$

$$\therefore \overline{PQ} = \frac{3}{5+3+2}\overline{BF}$$

$$= \frac{3}{10} \times 20 = 6 \text{ (cm)}$$

답 6 cm

- 24 **전략** 삼각형의 내각의 이등분선의 성질을 이용하여 선분의 길이의 비를 구한다.

점 I가 $\triangle ABC$ 의 내심이므로 $\overline{AE}$ 는 $\angle A$ 의 이등분선이다.

따라서 $\overline{BE} : \overline{CE} = \overline{AB} : \overline{AC} = 8 : 7$ 이므로

$$\overline{BE} = \frac{8}{15}\overline{BC}$$

$\overline{AD}$ 가 $\triangle ABC$ 의 중선이므로

$$\overline{BD} = \frac{1}{2}\overline{BC}$$

$$\therefore \overline{DE} = \overline{BE} - \overline{BD}$$

$$= \frac{8}{15}\overline{BC} - \frac{1}{2}\overline{BC}$$

$$= \frac{1}{30}\overline{BC}$$

$$\therefore \triangle ADE = \frac{1}{30}\triangle ABC$$

$$= \frac{1}{30} \times \left(\frac{1}{2} \times 8 \times 7 \right)$$

$$= \frac{14}{15} \text{ (cm}^2\text{)}$$

답 $\frac{14}{15} \text{ cm}^2$

서술형 대비 문제

▶ 본문 168 ~ 169쪽

- | | | |
|---------|----------------------|----------------------|
| 1 2 cm | 2 10 cm ² | 3 5 cm |
| 4 12 cm | 5 6 cm | 6 16 cm ² |

- 1 **1단계** $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AE} = \overline{EB}$, $\overline{EG} \parallel \overline{BC}$ 이므로

$$\overline{EG} = \frac{1}{2}\overline{BC}$$

$$= \frac{1}{2} \times 18 = 9 \text{ (cm)}$$

- 2단계** $\triangle ABD$ 에서 $\overline{AE} = \overline{EB}$, $\overline{AD} \parallel \overline{EF}$ 이므로

$$\overline{EF} = \frac{1}{2}\overline{AD}$$

$$= \frac{1}{2} \times 14 = 7 \text{ (cm)}$$

- 3단계** $\overline{FG} = \overline{EG} - \overline{EF} = 9 - 7 = 2 \text{ (cm)}$

답 2 cm

2 1단계 오른쪽 그림과 같이 중선 CF를 긋자.

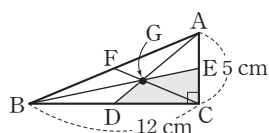
2단계 □GDCE

$$\begin{aligned} &= \triangle GDC + \triangle GCE \\ &= \frac{1}{6} \triangle ABC + \frac{1}{6} \triangle ABC \\ &= \frac{1}{3} \triangle ABC \end{aligned}$$

3단계 $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 12 \times 5 = 30 \text{ (cm}^2\text{)}$ 이므로

$$\begin{aligned} \square GDCE &= \frac{1}{3} \triangle ABC \\ &= \frac{1}{3} \times 30 = 10 \text{ (cm}^2\text{)} \end{aligned}$$

답 10 cm²



3 1단계 오른쪽 그림과 같이 점 A를 지나고 BC에 평행한 직선을 긋고, 이 직선과 DE의 교점을 F라 하자.

$\triangle AMF$ 와 $\triangle CME$ 에서
 $\overline{AM} = \overline{CM}$,
 $\angle FAM = \angle ECM$ (엇각),
 $\angle AMF = \angle CME$ (맞꼭지각)

이므로

$$\begin{aligned} \triangle AMF &\cong \triangle CME \text{ (ASA 합동)} \\ \therefore \overline{AF} &= \overline{CE} \end{aligned}$$

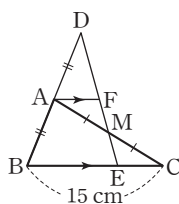
2단계 $\triangle DBE$ 에서 $\overline{DA} = \overline{AB}$, $\overline{AF} \parallel \overline{BE}$ 이므로

$$\begin{aligned} \overline{BE} &= 2\overline{AF} = 2\overline{CE} \\ \therefore \overline{BC} &= \overline{BE} + \overline{EC} = 2\overline{EC} + \overline{EC} = 3\overline{EC} \end{aligned}$$

3단계 $\overline{BC} = 15 \text{ (cm)}$ 이므로

$$\overline{EC} = \frac{1}{3} \overline{BC} = \frac{1}{3} \times 15 = 5 \text{ (cm)}$$

답 5 cm



단계	채점 요소	배점
1	$\overline{AF} = \overline{CE}$ 임을 알기	3점
2	$\overline{BC} = 3\overline{EC}$ 임을 알기	3점
3	$\overline{EC}$ 의 길이 구하기	2점

4 1단계 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$, $\overline{AM} = \overline{MB}$, $\overline{DN} = \overline{NC}$ 이므로
 $\overline{AD} \parallel \overline{MN} \parallel \overline{BC}$

$\triangle ABD$ 에서 $\overline{BM} = \overline{MA}$, $\overline{MP} \parallel \overline{AD}$ 이므로

$$\overline{MP} = \frac{1}{2} \overline{AD} = \frac{1}{2} \times 6 = 3 \text{ (cm)}$$

2단계 $\overline{MQ} = 2\overline{MP} = 2 \times 3 = 6 \text{ (cm)}$

3단계 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AM} = \overline{MB}$, $\overline{MQ} \parallel \overline{BC}$ 이므로

$$\overline{BC} = 2\overline{MQ} = 2 \times 6 = 12 \text{ (cm)}$$

답 12 cm

단계	채점 요소	배점
1	$\overline{MP}$ 의 길이 구하기	3점
2	$\overline{MQ}$ 의 길이 구하기	1점
3	$\overline{BC}$ 의 길이 구하기	3점

5 1단계 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AD} = \overline{DB}$, $\overline{AE} = \overline{EC}$ 이므로
 $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$

2단계 $\triangle DGF$ 와 $\triangle CGH$ 에서

$\angle DGF = \angle CGH$ (맞꼭지각),
 $\angle GDF = \angle GCH$ (엇각)

이므로

$$\triangle DGF \sim \triangle CGH \text{ (AA 닮음)}$$

이때 $\overline{GF} : \overline{GH} = \overline{DG} : \overline{CG} = 1 : 2$ 이므로

$$2 : \overline{GH} = 1 : 2$$

$$\therefore \overline{GH} = 4 \text{ (cm)}$$

3단계 $\triangle ABH$ 에서 $\overline{AD} = \overline{DB}$, $\overline{DF} \parallel \overline{BH}$ 이므로

$$\begin{aligned} \overline{AF} &= \overline{FH} \\ &= \overline{FG} + \overline{GH} \\ &= 2 + 4 = 6 \text{ (cm)} \end{aligned}$$

답 6 cm

단계	채점 요소	배점
1	$\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ 임을 알기	2점
2	$\overline{GH}$ 의 길이 구하기	3점
3	$\overline{AF}$ 의 길이 구하기	3점

6 1단계 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$ 를 그으면 $\overline{AE} = \overline{EB}$,
 $\overline{BF} = \overline{FC}$ 이므로 점 I는
 $\triangle ABC$ 의 무게중심이다.

$$\begin{aligned} \therefore \triangle AIC &= 2\triangle IFC \\ &= 2 \times 4 = 8 \text{ (cm}^2\text{)} \end{aligned}$$

2단계 $\overline{AH} = \overline{HD}$, $\overline{DG} = \overline{GC}$ 이므로 점 J는 $\triangle ACD$ 의 무게중심이다.

이때 $\triangle ABC = \triangle ACD$ 이므로

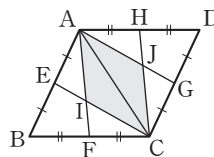
$$\begin{aligned} \triangle ACJ &= \frac{1}{3} \triangle ACD = \frac{1}{3} \triangle ABC \\ &= \triangle AIC = 8 \text{ (cm}^2\text{)} \end{aligned}$$

3단계 $\square AICJ = \triangle AIC + \triangle ACJ$

$$= 8 + 8 = 16 \text{ (cm}^2\text{)}$$

답 16 cm²

단계	채점 요소	배점
1	$\triangle AIC$ 의 넓이 구하기	3점
2	$\triangle ACJ$ 의 넓이 구하기	3점
3	$\square AICJ$ 의 넓이 구하기	1점



III-4 피타고라스 정리

01 피타고라스 정리

개념원리 확인하기

▶ 본문 174쪽

- 01 (1) 5 (2) 8 (3) 25 (4) 7
 02 (1) $x=12$, $y=16$ (2) $x=15$, $y=17$
 03 (1) 10 cm (2) 17 cm
 04 (1) 직각삼각형 (2) 둔각삼각형 (3) 예각삼각형
 (4) 직각삼각형

01 (1) $x^2+12^2=13^2$ 에서 $x^2=25$

$\therefore x=5$

(2) $x^2+6^2=10^2$ 에서 $x^2=64$

$\therefore x=8$

(3) $15^2+20^2=x^2$ 에서 $x^2=625$

$\therefore x=25$

(4) $x^2+24^2=25^2$ 에서 $x^2=49$

$\therefore x=7$

답 (1) 5 (2) 8 (3) 25 (4) 7

02 (1) $\triangle ACD$ 에서 $x^2+5^2=13^2$

$x^2=144 \therefore x=12$

$\triangle ABC$ 에서 $y^2+12^2=20^2$

$y^2=256 \therefore y=16$

(2) $\triangle ABC$ 에서 $12^2+9^2=x^2$

$x^2=225 \therefore x=15$

$\triangle ACD$ 에서 $15^2+8^2=y^2$

$y^2=289 \therefore y=17$

답 (1) $x=12$, $y=16$ (2) $x=15$, $y=17$

03 (1) 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BD}$ 를 그

으면 $\triangle BCD$ 에서

$8^2+6^2=\overline{BD}^2$

$\overline{BD}^2=100$

$\therefore \overline{BD}=10$ (cm)

따라서 직사각형 ABCD의 대각선의 길이는 10 cm이다.

(2) 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$ 를

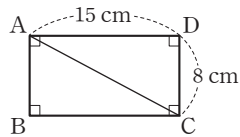
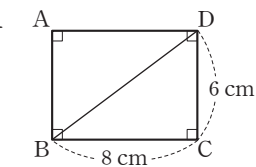
그으면 $\triangle ACD$ 에서

$8^2+15^2=\overline{AC}^2$

$\overline{AC}^2=289$

$\therefore \overline{AC}=17$ (cm)

따라서 직사각형 ABCD의 대각선의 길이는 17 cm이다.



답 (1) 10 cm (2) 17 cm

04 (1) $5^2=3^2+4^2$ 이므로 직각삼각형이다.

(2) $8^2>4^2+6^2$ 이므로 둔각삼각형이다.

(3) $7^2<5^2+6^2$ 이므로 예각삼각형이다.

(4) $13^2=5^2+12^2$ 이므로 직각삼각형이다.

답 (1) 직각삼각형 (2) 둔각삼각형

(3) 예각삼각형 (4) 직각삼각형

핵심문제 익히기

▶ 본문 175 ~ 177쪽

1 25 cm

2 (1) 2 (2) 17

3 2 cm

4 36 cm²

5 240 cm²

6 ③

1 $\triangle ABD$ 에서

$\overline{AB}^2+8^2=17^2$, $\overline{AB}^2=225$

$\therefore \overline{AB}=15$ (cm)

$\triangle ABC$ 에서

$15^2+(8+12)^2=\overline{AC}^2$, $\overline{AC}^2=625$

$\therefore \overline{AC}=25$ (cm)

답 25 cm

2 (1) 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BD}$ 를

그으면 $\triangle ABD$ 에서

$8^2+14^2=\overline{BD}^2$

$\overline{BD}^2=260$

$\triangle BCD$ 에서

$x^2+16^2=260$, $x^2=4$

$\therefore x=2$

(2) 오른쪽 그림과 같이 점 A에

서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을

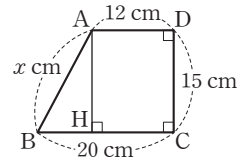
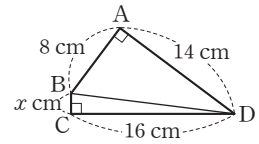
H라 하면

$\overline{BH}=20-12=8$ (cm)

$\triangle ABH$ 에서

$8^2+15^2=x^2$, $x^2=289$

$\therefore x=17$



답 (1) 2 (2) 17

3 $\square ACHI$, $\square BFGC$ 의 넓이가 각각 13 cm^2 , 9 cm^2 이므로

$\overline{AC}^2=13$, $\overline{BC}^2=9$

$\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB}^2+\overline{BC}^2=\overline{AC}^2$ 이므로

$\overline{AB}^2+9=13$, $\overline{AB}^2=4$

$\therefore \overline{AB}=2$ (cm)

답 2 cm

4 $\triangle AEH \equiv \triangle BFE \equiv \triangle CGF \equiv \triangle DHG$ (SAS 합동)이므로

$\square EFGH$ 는 정사각형이다.

이때 $\square EFGH$ 의 넓이가 20 cm^2 이므로

$\overline{EH}^2=20$

$$\begin{aligned} \triangle AEH \text{에서 } \overline{AH}^2 + 2^2 &= 20 \\ \overline{AH}^2 &= 16 \quad \therefore \overline{AH} = 4 \text{ (cm)} \\ \overline{EB} &= \overline{HA} = 4 \text{ (cm) 이므로} \\ \overline{AB} &= \overline{AE} + \overline{EB} = 2 + 4 = 6 \text{ (cm)} \\ \therefore \square ABCD &= \overline{AB}^2 = 6^2 = 36 \text{ (cm}^2\text{)} \quad \text{답 } 36 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

5 $16^2 + 30^2 = 34^2$ 이므로 주어진 삼각형은 빗변의 길이가 34 cm인 직각삼각형이다.
따라서 구하는 넓이는

$$\frac{1}{2} \times 16 \times 30 = 240 \text{ (cm}^2\text{)} \quad \text{답 } 240 \text{ cm}^2$$

6 ① $8^2 < 5^2 + 7^2$ 이므로 예각삼각형이다.
② $11^2 < 6^2 + 10^2$ 이므로 예각삼각형이다.
③ $12^2 > 7^2 + 9^2$ 이므로 둔각삼각형이다.
④ $25^2 = 7^2 + 24^2$ 이므로 직각삼각형이다.
⑤ $20^2 = 12^2 + 16^2$ 이므로 직각삼각형이다.
따라서 둔각삼각형인 것은 ③이다. 답 ③

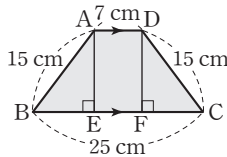
이런 문제가 시험에 나온다

> 본문 178쪽

01 17 cm 02 ④ 03 $\frac{48}{5}$ cm 04 112 cm
05 ④

01 $\triangle ADC$ 에서
 $\overline{DC}^2 + 8^2 = 10^2, \quad \overline{DC}^2 = 36$
 $\therefore \overline{DC} = 6 \text{ (cm)}$
 $\triangle ABC$ 에서
 $(9+6)^2 + 8^2 = \overline{AB}^2, \quad \overline{AB}^2 = 289$
 $\therefore \overline{AB} = 17 \text{ (cm)} \quad \text{답 } 17 \text{ cm}$

02 오른쪽 그림과 같이 두 꼭짓점 A, D에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 각각 E, F라 하자.
 $\overline{EF} = \overline{AD} = 7 \text{ (cm) 이므로}$



$$\overline{BE} = \overline{CF} = \frac{1}{2} \times (25 - 7) = 9 \text{ (cm)}$$

$\triangle ABE$ 에서
 $9^2 + \overline{AE}^2 = 15^2, \quad \overline{AE}^2 = 144$
 $\therefore \overline{AE} = 12 \text{ (cm)}$
 $\therefore \square ABCD = \frac{1}{2} \times (7 + 25) \times 12$
 $= 192 \text{ (cm}^2\text{)} \quad \text{답 } ④$

03 $\triangle ABC$ 에서
 $12^2 + 9^2 = \overline{BC}^2, \quad \overline{BC}^2 = 225$

$$\therefore \overline{BC} = 15 \text{ (cm)}$$

$\overline{BF} = \overline{BC} = 15 \text{ (cm) 이고 } \square BFML = \square ADEB \text{ 이므로}$
 $15 \times \overline{FM} = 12^2 \quad \therefore \overline{FM} = \frac{48}{5} \text{ (cm)}$
답 $\frac{48}{5}$ cm

04 네 개의 직각삼각형이 합동이므로 $\square EFGH$ 는 정사각형이다.
따라서 $\overline{EH}^2 = 400$ 이므로
 $\overline{EH} = 20 \text{ (cm)}$
 $\triangle AEH$ 에서 $\overline{AE}^2 + 16^2 = 20^2$
 $\overline{AE}^2 = 144 \quad \therefore \overline{AE} = 12 \text{ (cm)}$
 $\overline{EB} = \overline{HA} = 16 \text{ (cm) 이므로}$
 $\overline{AB} = \overline{AE} + \overline{EB} = 12 + 16 = 28 \text{ (cm)}$
 $\therefore (\square ABCD \text{의 둘레의 길이}) = 4 \times 28$
 $= 112 \text{ (cm)} \quad \text{답 } 112 \text{ cm}$

05 삼각형이 되기 위한 조건에 의하여

$$7 < x < 5 + 7, \text{ 즉 } 7 < x < 12 \quad \dots\dots ㉠$$

$$x^2 > 5^2 + 7^2 \text{에서 } x^2 > 74 \quad \dots\dots ㉡$$

㉠, ㉡을 모두 만족시키는 자연수 x 는 9, 10, 11이므로 구하는 합은

$$9 + 10 + 11 = 30 \quad \text{답 } ④$$

개념 더하기

$\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = c, \overline{BC} = a, \overline{CA} = b$ 이고 c 가 가장 긴 변의 길이일 때, $\triangle ABC$ 가 예각삼각형 또는 직각삼각형 또는 둔각삼각형이 되기 위한 c 의 값은 다음과 같이 구한다.

(i) 삼각형이 되기 위한 조건에 의하여

$$c < a + b$$

이어야 한다.

(ii) $\triangle ABC$ 가 예각삼각형, 즉 $\angle C < 90^\circ$ 이면 $c^2 < a^2 + b^2$

$\triangle ABC$ 가 직각삼각형, 즉 $\angle C = 90^\circ$ 이면 $c^2 = a^2 + b^2$

$\triangle ABC$ 가 둔각삼각형, 즉 $\angle C > 90^\circ$ 이면 $c^2 > a^2 + b^2$

(i), (ii)를 모두 만족시키는 c 의 값을 찾는다.

02 피타고라스 정리의 활용

개념원리 확인하기

> 본문 180쪽

01 19 02 12 03 5 04 $30\pi \text{ cm}^2$
05 30 cm^2

01 $\overline{DE}^2 + \overline{BC}^2 = \overline{BE}^2 + \overline{CD}^2$ 이므로
 $x^2 + 9^2 = 6^2 + 8^2$
 $\therefore x^2 = 19$
답 19

02 $\overline{AB}^2 + \overline{CD}^2 = \overline{BC}^2 + \overline{DA}^2$ 이므로
 $6^2 + 5^2 = 7^2 + x^2$
 $\therefore x^2 = 12$

답 12

03 $\overline{AP}^2 + \overline{CP}^2 = \overline{BP}^2 + \overline{DP}^2$ 이므로
 $6^2 + x^2 = 5^2 + 4^2$
 $\therefore x^2 = 5$

답 5

04 ($\overline{AB}$ 를 지름으로 하는 반원의 넓이)
 $+ (\overline{AC}$ 를 지름으로 하는 반원의 넓이)
 $= (\overline{BC}$ 를 지름으로 하는 반원의 넓이)
 이므로
 ($\overline{AC}$ 를 지름으로 하는 반원의 넓이)
 $= 90\pi - 60\pi = 30\pi \text{ (cm}^2\text{)}$

답 $30\pi \text{ cm}^2$

05 빗금 친 두 부분의 넓이의 합은 $\triangle ABC$ 의 넓이와 같으므로
 $\triangle ABC = 18 + 12 = 30 \text{ (cm}^2\text{)}$

답 30 cm^2

핵심문제 익히기

> 본문 181~182쪽

1 89 2 45 3 $25\pi \text{ cm}^2$ 4 54 cm^2

1 $\triangle ADE$ 에서
 $3^2 + 4^2 = \overline{DE}^2$, $\overline{DE}^2 = 25$
 $\overline{BE}^2 + \overline{CD}^2 = \overline{DE}^2 + \overline{BC}^2$ 이므로
 $\overline{BE}^2 + \overline{CD}^2 = 25 + 8^2 = 89$

답 89

2 $\overline{AP}^2 + \overline{CP}^2 = \overline{BP}^2 + \overline{DP}^2$ 이므로
 $\overline{BP}^2 + \overline{DP}^2 = 3^2 + 6^2 = 45$

답 45

3 ($\overline{AB}$ 를 지름으로 하는 반원의 넓이)
 $+ (\overline{AC}$ 를 지름으로 하는 반원의 넓이)
 $= (\overline{BC}$ 를 지름으로 하는 반원의 넓이)
 이므로
 (색칠한 부분의 넓이)
 $= 2 \times (\overline{BC}$ 를 지름으로 하는 반원의 넓이)
 $= 2 \times \left(\frac{1}{2} \times \pi \times 5^2 \right)$
 $= 25\pi \text{ (cm}^2\text{)}$

답 $25\pi \text{ cm}^2$

4 $\triangle ABC$ 에서
 $\overline{AB}^2 + 9^2 = 15^2$, $\overline{AB}^2 = 144$
 $\therefore \overline{AB} = 12 \text{ (cm)}$

$\therefore (\text{색칠한 부분의 넓이}) = \triangle ABC$
 $= \frac{1}{2} \times 12 \times 9$
 $= 54 \text{ (cm}^2\text{)}$

답 54 cm^2

이런 문제가 시험에 나온다

> 본문 183쪽

01 ③ 02 83 03 ③ 04 96 cm^2
 05 5 cm

01 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{CD} = \overline{DA}$, $\overline{CE} = \overline{EB}$ 이므로
 $\overline{DE} = \frac{1}{2} \overline{AB} = \frac{1}{2} \times 10 = 5$
 $\overline{AE}^2 + \overline{BD}^2 = \overline{DE}^2 + \overline{AB}^2$ 이므로
 $\overline{AE}^2 + \overline{BD}^2 = 5^2 + 10^2 = 125$

답 ③

02 $\triangle PBC$ 에서
 $3^2 + 5^2 = \overline{BC}^2$, $\overline{BC}^2 = 34$
 $\overline{AB}^2 + \overline{CD}^2 = \overline{BC}^2 + \overline{AD}^2$ 이므로
 $\overline{AB}^2 + \overline{CD}^2 = 34 + 7^2 = 83$

답 83

03 $\overline{AP}^2 + \overline{CP}^2 = \overline{BP}^2 + \overline{DP}^2$ 이므로
 $200^2 + \overline{CP}^2 = 600^2 + 700^2$
 $\overline{CP}^2 = 810000$ $\therefore \overline{CP} = 900 \text{ (m)}$
 따라서 안내소 P에서 출발하여 분속 50 m로 C 부스까지
 가는 데 걸리는 시간은
 $\frac{900}{50} = 18 \text{ (분)}$

답 ③

04 ($\overline{AB}$ 를 지름으로 하는 반원의 넓이)
 $+ (\overline{BC}$ 를 지름으로 하는 반원의 넓이)
 $= (\overline{AC}$ 를 지름으로 하는 반원의 넓이)
 이므로
 ($\overline{BC}$ 를 지름으로 하는 반원의 넓이)
 $= 50\pi - 18\pi = 32\pi \text{ (cm}^2\text{)}$
 $\overline{AB}$ 를 지름으로 하는 반원의 넓이가 $18\pi \text{ cm}^2$ 이므로
 $\frac{1}{2} \times \pi \times \left(\frac{\overline{AB}}{2} \right)^2 = 18\pi$
 $\overline{AB}^2 = 144$ $\therefore \overline{AB} = 12 \text{ (cm)}$
 또 $\overline{BC}$ 를 지름으로 하는 반원의 넓이가 $32\pi \text{ cm}^2$ 이므로
 $\frac{1}{2} \times \pi \times \left(\frac{\overline{BC}}{2} \right)^2 = 32\pi$
 $\overline{BC}^2 = 256$ $\therefore \overline{BC} = 16 \text{ (cm)}$
 $\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times \overline{AB} \times \overline{BC}$
 $= \frac{1}{2} \times 12 \times 16 = 96 \text{ (cm}^2\text{)}$

답 96 cm^2

05 색칠한 부분의 넓이는 $\triangle ABC$ 의 넓이와 같으므로

$$6 = \frac{1}{2} \times 4 \times \overline{AC}$$

$$\therefore \overline{AC} = 3 \text{ (cm)}$$

따라서 $\triangle ABC$ 에서

$$4^2 + 3^2 = \overline{BC}^2, \quad \overline{BC}^2 = 25$$

$$\therefore \overline{BC} = 5 \text{ (cm)}$$

답 5 cm

중단원 마무리하기

▶ 본문 184~186쪽

- | | | | |
|-------------------------|----------------------|---------|----------|
| 01 ④ | 02 4 cm | 03 5 cm | 04 17 cm |
| 05 ② | 06 49 cm^2 | 07 ② | 08 ③ |
| 09 $26\pi \text{ cm}^2$ | 10 ① | 11 5 cm | 12 ③ |
| 13 17 cm | 14 81 cm^2 | 15 ⑤ | 16 ② |
| 17 4 cm | 18 24 cm^2 | 19 193 | |

01 전략 피타고라스 정리를 이용하여 $\overline{AB}$ 의 길이를 구한다.

$$\overline{AB}^2 + 12^2 = 15^2 \text{에서} \quad \overline{AB}^2 = 81$$

$$\therefore \overline{AB} = 9 \text{ (cm)}$$

$$\therefore (\triangle ABC \text{의 둘레의 길이}) = 9 + 12 + 15 = 36 \text{ (cm)}$$

답 ④

02 전략 $\overline{AE}$ 를 빗변으로 하는 직각삼각형을 찾아 피타고라스 정리를 이용한다.

$$\overline{AB} = \overline{AD} = 12 \text{ (cm)이므로} \triangle ABE \text{에서}$$

$$12^2 + \overline{BE}^2 = 20^2, \quad \overline{BE}^2 = 256$$

$$\therefore \overline{BE} = 16 \text{ (cm)}$$

$$\text{이때} \overline{BC} = \overline{AD} = 12 \text{ (cm)이므로}$$

$$\overline{CE} = \overline{BE} - \overline{BC} = 16 - 12 = 4 \text{ (cm)}$$

답 4 cm

03 전략 보조선을 그려 직각삼각형을 만든다.

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$ 를 그으면

$\triangle ACD$ 에서

$$7^2 + 1^2 = \overline{AC}^2$$

$$\overline{AC}^2 = 50$$

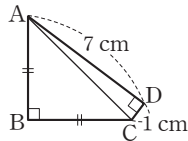
$\triangle ABC$ 에서

$$\overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 = \overline{AC}^2 = 50$$

이때 $\overline{AB} = \overline{BC}$ 이므로

$$2\overline{AB}^2 = 50, \quad \overline{AB}^2 = 25$$

$$\therefore \overline{AB} = 5 \text{ (cm)}$$



답 5 cm

04 전략 꼭짓점 D에서 $\overline{BC}$ 에 수선을 긋고, 직각삼각형을 찾는다.

오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 D에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H라 하자.

$$\overline{DH} = \overline{AB} = 8 \text{ (cm)이므로}$$

$\triangle DHC$ 에서

$$8^2 + \overline{CH}^2 = 10^2, \quad \overline{CH}^2 = 36$$

$$\therefore \overline{CH} = 6 \text{ (cm)}$$

$$\text{또} \overline{BH} = \overline{AD} = 9 \text{ (cm)이므로}$$

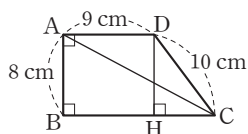
$$\overline{BC} = 9 + 6 = 15 \text{ (cm)}$$

$\triangle ABC$ 에서

$$8^2 + 15^2 = \overline{AC}^2, \quad \overline{AC}^2 = 289$$

$$\therefore \overline{AC} = 17 \text{ (cm)}$$

답 17 cm



05 전략 평행한 두 직선 사이의 거리는 일정하다는 성질과 삼각형의 합동을 이용하여 넓이가 같은 도형을 찾는다.

$$\text{①} \overline{EB} \parallel \overline{AC} \text{이므로}$$

$$\triangle AEB = \triangle CEB$$

$$\text{③} \triangle EBC \equiv \triangle ABF \text{ (SAS 합동)이므로}$$

$$\triangle EBC = \triangle ABF$$

$$\text{④} \triangle EBA = \triangle EBC = \triangle ABF = \triangle JBF = \frac{1}{2} \square BFKJ$$

$$\text{⑤} \triangle HAC = \triangle HBC = \triangle AGC = \triangle JGC \text{이므로}$$

$$\square ACHI = \square JKGC$$

따라서 옳지 않은 것은 ②이다.

답 ②

06 전략 4개의 직각삼각형이 모두 서로 합동임을 이용하여 직각삼각형의 변의 길이를 구한다.

$$\overline{BQ} = \overline{AP} = 8 \text{ (cm)이므로} \triangle ABQ \text{에서}$$

$$\overline{AQ}^2 + 8^2 = 17^2, \quad \overline{AQ}^2 = 225$$

$$\therefore \overline{AQ} = 15 \text{ (cm)}$$

$$\therefore \overline{PQ} = \overline{AQ} - \overline{AP}$$

$$= 15 - 8 = 7 \text{ (cm)}$$

이때 $\square PQRS$ 는 정사각형이므로

$$\square PQRS = 7^2 = 49 \text{ (cm}^2\text{)}$$

답 49 cm^2

07 전략 세 변의 길이가 각각 a, b, c 인 삼각형 ABC 에서 $a^2 + b^2 = c^2$ 이면 $\triangle ABC$ 는 빗변의 길이가 c 인 직각삼각형이다.

$$\text{ㄱ. } 5^2 + 12^2 = 13^2 \text{이므로 직각삼각형이다.}$$

$$\text{ㄴ. } 8^2 + 12^2 \neq 15^2 \text{이므로 직각삼각형이 아니다.}$$

$$\text{ㄷ. } 8^2 + 15^2 \neq 18^2 \text{이므로 직각삼각형이 아니다.}$$

$$\text{ㄹ. } 15^2 + 20^2 = 25^2 \text{이므로 직각삼각형이다.}$$

이상에서 직각삼각형인 것은 ㄱ, ㄹ이다.

답 ②

- 08 **전략** $\overline{AB}^2 + \overline{CD}^2 = \overline{BC}^2 + \overline{DA}^2$ 임을 이용한다.
 $\overline{AB}^2 + \overline{CD}^2 = \overline{AD}^2 + \overline{BC}^2$ 이고 $\overline{AD}^2 = x^2 + y^2$ 이므로
 $9^2 + 12^2 = (x^2 + y^2) + 14^2$
 $\therefore x^2 + y^2 = 29$ **답** ③

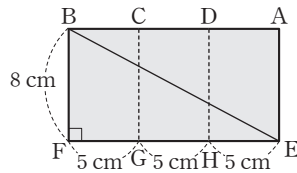
- 09 **전략** 먼저 $\overline{AC}$ 를 지름으로 하는 반원의 넓이를 구한다.
 $\overline{AC}$ 를 지름으로 하는 반원의 넓이는
 $\frac{1}{2} \times \pi \times 2^2 = 2\pi \text{ (cm}^2\text{)}$
 $\therefore (\overline{AB}$ 를 지름으로 하는 반원의 넓이)
 $= (\overline{BC}$ 를 지름으로 하는 반원의 넓이)
 $+ (\overline{AC}$ 를 지름으로 하는 반원의 넓이)
 $= 24\pi + 2\pi = 26\pi \text{ (cm}^2\text{)}$ **답** $26\pi \text{ cm}^2$

- 10 **전략** 색칠한 부분의 넓이는 직각삼각형 ABC의 넓이와 같음을 이용한다.
 $\triangle ABC$ 에서
 $\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = 10^2$
 이때 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로 $2\overline{AB}^2 = 100$
 $\therefore \overline{AB}^2 = 50$
 $\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)
 $= \triangle ABC$
 $= \frac{1}{2} \times \overline{AB}^2 = \frac{1}{2} \times 50 = 25 \text{ (cm}^2\text{)}$ **답** ①

- 11 **전략** 피타고라스 정리를 이용하여 $\overline{BC}$ 의 길이를 구한 후 삼각형의 내각의 이등분선의 성질을 이용한다.
 $\triangle ABC$ 에서
 $\overline{BC}^2 + 6^2 = 10^2, \quad \overline{BC}^2 = 64$
 $\therefore \overline{BC} = 8 \text{ (cm)}$
 이때 $\overline{BD} : \overline{CD} = \overline{AB} : \overline{AC}$ 이므로
 $\overline{BD} : \overline{CD} = 10 : 6 = 5 : 3$
 $\therefore \overline{BD} = \frac{5}{5+3} \overline{BC} = \frac{5}{8} \times 8 = 5 \text{ (cm)}$ **답** 5 cm

- 12 **전략** 피타고라스 정리와 직각삼각형의 닮음을 이용한다.
 $\triangle ABD$ 에서
 $\overline{AD}^2 + 12^2 = 20^2, \quad \overline{AD}^2 = 256$
 $\therefore \overline{AD} = 16 \text{ (cm)}$
 또 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB}^2 = \overline{AD} \times \overline{AC}$ 이므로
 $20^2 = 16 \times \overline{AC}$
 $\therefore \overline{AC} = 25 \text{ (cm)}$
 이때 $20^2 + \overline{BC}^2 = 25^2$ 에서 $\overline{BC}^2 = 225$
 $\therefore \overline{BC} = 15 \text{ (cm)}$ **답** ③

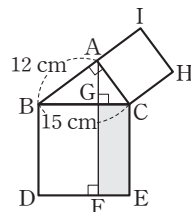
- 13 **전략** 옆면의 전개도를 그린 후 피타고라스 정리를 이용한다.
 오른쪽 그림의 전개도에
 서 구하는 최단 거리는
 $\overline{BE}$ 의 길이이다.
 $\overline{FE} = 5 + 5 + 5$
 $= 15 \text{ (cm)}$



- 이므로 $\triangle BFE$ 에서
 $15^2 + 8^2 = \overline{BE}^2, \quad \overline{BE}^2 = 289$
 $\therefore \overline{BE} = 17 \text{ (cm)}$ **답** 17 cm

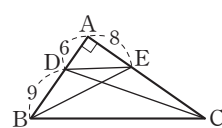
- 14 **전략** $\square GFEC$ 와 넓이가 같은 도형을 그려 본다.
 $\triangle ABC$ 에서
 $\overline{AC}^2 + 12^2 = 15^2, \quad \overline{AC}^2 = 81$
 $\therefore \overline{AC} = 9 \text{ (cm)}$

- 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$ 를 한 변으로 하는 정사각형 ACHI를 그리면
 $\square GFEC = \square ACHI$
 $= 9^2 = 81 \text{ (cm}^2\text{)}$



답 81 cm^2

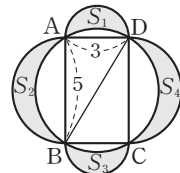
- 15 **전략** $\overline{DE}^2 + \overline{BC}^2 = \overline{BE}^2 + \overline{CD}^2$ 임을 이용한다.
 오른쪽 그림과 같이 $\overline{DE}$ 를 그으면
 $\triangle ADE$ 에서
 $6^2 + 8^2 = \overline{DE}^2, \quad \overline{DE}^2 = 100$
 $\triangle ABE$ 에서
 $(6+9)^2 + 8^2 = \overline{BE}^2, \quad \overline{BE}^2 = 289$
 이때 $\overline{DE}^2 + \overline{BC}^2 = \overline{BE}^2 + \overline{CD}^2$ 이므로
 $100 + \overline{BC}^2 = 289 + \overline{CD}^2$
 $\therefore \overline{BC}^2 - \overline{CD}^2 = 189$ **답** ⑤



- 16 **전략** 보조선을 긋고 색칠한 부분과 넓이가 같은 부분을 찾는다.

- 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BD}$ 를 그으면

- $S_1 + S_2 = \triangle ABD,$
 $S_3 + S_4 = \triangle DBC$
 $\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)
 $= \triangle ABD + \triangle DBC$
 $= \square ABCD$
 $= 3 \times 5 = 15$



답 ②

- 17 **전략** $\overline{AB} = \overline{AP}, \overline{CB} = \overline{CQ}$ 임을 이용한다.
 $\triangle ABC$ 에서 $12^2 + 5^2 = \overline{AC}^2$
 $\overline{AC}^2 = 169 \quad \therefore \overline{AC} = 13 \text{ (cm)}$

이때 $\overline{AP} = \overline{AB} = 12$ (cm), $\overline{CQ} = \overline{CB} = 5$ (cm)이므로
 $\overline{CP} = \overline{AC} - \overline{AP} = 13 - 12 = 1$ (cm)
 $\therefore \overline{QP} = \overline{CQ} - \overline{CP} = 5 - 1 = 4$ (cm) **답** 4 cm

18 전략 피타고라스 정리와 삼각형의 닮음을 이용한다.

$\overline{AE} = \overline{AD} = 20$ (cm)이므로 $\triangle ABE$ 에서
 $16^2 + \overline{BE}^2 = 20^2, \quad \overline{BE}^2 = 144$
 $\therefore \overline{BE} = 12$ (cm)
 $\therefore \overline{EC} = \overline{BC} - \overline{BE} = 20 - 12 = 8$ (cm)
 $\triangle ABE \sim \triangle ECF$ (AA 닮음)이므로
 $\overline{AB} : \overline{EC} = \overline{BE} : \overline{CF}$
 $16 : 8 = 12 : \overline{CF}, \quad 2 : 1 = 12 : \overline{CF}$
 $2\overline{CF} = 12$
 $\therefore \overline{CF} = 6$ (cm)
 $\therefore \triangle ECF = \frac{1}{2} \times 8 \times 6 = 24$ (cm²) **답** 24 cm²

19 전략 $\overline{AP}^2 + \overline{CP}^2 = \overline{BP}^2 + \overline{DP}^2$ 임을 이용한다.

$\triangle ACD$ 에서 $20^2 + 15^2 = \overline{AC}^2$
 $\overline{AC}^2 = 625 \quad \therefore \overline{AC} = 25$
 $\overline{AD} \times \overline{DC} = \overline{AC} \times \overline{DP}$ 이므로
 $20 \times 15 = 25 \times \overline{DP} \quad \therefore \overline{DP} = 12$
 $\triangle DPC$ 에서 $12^2 + \overline{CP}^2 = 15^2$
 $\overline{CP}^2 = 81 \quad \therefore \overline{CP} = 9$
 $\therefore \overline{AP} = \overline{AC} - \overline{CP} = 25 - 9 = 16$
따라서 $\overline{AP}^2 + \overline{CP}^2 = \overline{BP}^2 + \overline{DP}^2$ 이므로
 $16^2 + 9^2 = \overline{BP}^2 + 12^2$
 $\therefore \overline{BP}^2 = 193$ **답** 193

서술형 대비 문제

▶ 본문 187쪽

- 1** $\frac{289}{2}$ cm² **2** (1) 11 (2) 12, 13, 14, 15
3 16

1 **1단계** $\triangle ABC \equiv \triangle CDE$ 에서
 $\overline{AC} = \overline{CE}$
또 $\angle ECD + \angle ACB = \angle CAB + \angle ACB = 90^\circ$
이므로
 $\angle ACE = 90^\circ$
따라서 $\triangle ACE$ 는 $\angle ACE = 90^\circ$ 인 직각이등변삼각형이다.
2단계 $\overline{BC} = \overline{DE} = 15$ (cm)이므로 $\triangle ABC$ 에서
 $8^2 + 15^2 = \overline{AC}^2, \quad \overline{AC}^2 = 289$
 $\therefore \overline{AC} = 17$ (cm)

3단계 $\overline{CE} = \overline{AC} = 17$ (cm)이므로
 $\triangle ACE = \frac{1}{2} \times 17 \times 17 = \frac{289}{2}$ (cm²)
답 $\frac{289}{2}$ cm²

2 **1단계** (1) 삼각형이 되기 위한 조건에 의하여
 $10 < x < 6 + 10,$
즉 $10 < x < 16$ ㉠
2단계 $x^2 < 6^2 + 10^2$ 에서
 $x^2 < 136$ ㉡
㉠, ㉡을 모두 만족시키는 자연수 x 는 11이다.
3단계 (2) $x^2 > 6^2 + 10^2$ 에서
 $x^2 > 136$ ㉢
㉠, ㉢을 모두 만족시키는 자연수 x 는 12, 13, 14, 15이다.

답 (1) 11 (2) 12, 13, 14, 15

단계	채점 요소	배점
1	삼각형이 되기 위한 x 의 값의 범위 구하기	1점
2	예각삼각형이 되도록 하는 자연수 x 의 값 구하기	3점
3	둔각삼각형이 되도록 하는 자연수 x 의 값 구하기	3점

3 **1단계** $\overline{AC}$ 를 지름으로 하는 반원의 넓이는
 $S_2 - S_1 = 56\pi - 24\pi$
 $= 32\pi$
2단계 $\overline{AC}$ 를 지름으로 하는 반원의 넓이가 32π 이므로
 $\frac{1}{2} \times \pi \times \left(\frac{\overline{AC}}{2}\right)^2 = 32\pi$
 $\overline{AC}^2 = 256$
 $\therefore \overline{AC} = 16$

답 16

단계	채점 요소	배점
1	$\overline{AC}$ 를 지름으로 하는 반원의 넓이 구하기	4점
2	$\overline{AC}$ 의 길이 구하기	3점

III-4

피타고라스 정리

IV-1 경우의 수

01 경우의 수

개념원리 확인하기

▶ 본문 191쪽

- 01 (1) 2 (2) 3 02 (1) 5 (2) 3
03 (1) 5 (2) 4 (3) 9 04 (1) 3 (2) 4 (3) 12
05 (1) 12 (2) 3 (3) 4

- 01 (1) 5 이상의 눈이 나오는 경우는 5, 6의 2가지이다.
(2) 소수의 눈이 나오는 경우는 2, 3, 5의 3가지이다.
답 (1) 2 (2) 3

- 02 (1) 홀수가 나오는 경우는 1, 3, 5, 7, 9의 5가지이다.
(2) 3의 배수가 나오는 경우는 3, 6, 9의 3가지이다.
답 (1) 5 (2) 3

- 03 (1) 수학 참고서 한 권을 사는 경우의 수는 5이다.
(2) 영어 참고서 한 권을 사는 경우의 수는 4이다.
(3) 수학 참고서 또는 영어 참고서 중 한 권을 사는 경우의 수는
 $5 + 4 = 9$
답 (1) 5 (2) 4 (3) 9

- 04 (1) 티셔츠를 선택하는 경우의 수는 3이다.
(2) 바지를 선택하는 경우의 수는 4이다.
(3) 티셔츠와 바지를 각각 하나씩 짝 지어 입는 경우의 수는
 $3 \times 4 = 12$
답 (1) 3 (2) 4 (3) 12

- 05 (1) 동전 한 개를 던질 때 나오는 모든 경우는 앞, 뒤의 2가지, 주사위 한 개를 던질 때 나오는 모든 경우는 1, 2, 3, 4, 5, 6의 6가지이다.
따라서 구하는 경우의 수는
 $2 \times 6 = 12$
(2) 동전에서 앞면이 나오는 경우는 1가지, 주사위에서 홀수의 눈이 나오는 경우는 1, 3, 5의 3가지이다.
따라서 구하는 경우의 수는
 $1 \times 3 = 3$
(3) 동전에서 뒷면이 나오는 경우는 1가지, 주사위에서 5미만의 눈이 나오는 경우는 1, 2, 3, 4의 4가지이다.
따라서 구하는 경우의 수는
 $1 \times 4 = 4$
답 (1) 12 (2) 3 (3) 4

핵심문제 익히기

▶ 본문 192 ~ 194쪽

- 1 6 2 3 3 5 4 5가지
5 10 6 9 7 8 8 19
9 24 10 35 11 72 12 9

- 1 두 주사위에서 나오는 눈의 수를 순서쌍으로 나타내면 두 눈의 수의 차가 3인 경우는
(1, 4), (2, 5), (3, 6), (4, 1), (5, 2), (6, 3)
따라서 구하는 경우의 수는 6이다. 답 6
2 한 개의 동전을 세 번 던질 때 나오는 면을 순서쌍으로 나타내면 앞면이 두 번 나오는 경우는
(앞, 앞, 뒤), (앞, 뒤, 앞), (뒤, 앞, 앞)
따라서 구하는 경우의 수는 3이다. 답 3

- 3 250원을 지불하는 방법을 표로 나타내면 다음과 같다.

100원(개)	50원(개)	10원(개)
2	1	0
2	0	5
1	3	0
1	2	5
0	4	5

따라서 구하는 방법의 수는 5이다. 답 5

- 4 지불할 수 있는 금액을 표로 나타내면 다음과 같다.
(단위: 원)

	100원(개)	1	2
50원(개)			
1		150	250
2		200	300
3		250	350

따라서 지불할 수 있는 금액은 150원, 200원, 250원, 300원, 350원의 5가지이다. 답 5가지

- 5 9의 배수가 나오는 경우는 9, 18의 2가지
소수가 나오는 경우는 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19의 8가지
따라서 구하는 경우의 수는
 $2 + 8 = 10$ 답 10

- 6 두 주사위에서 나오는 눈의 수를 순서쌍으로 나타내면 두 눈의 수의 합이 4인 경우는
(1, 3), (2, 2), (3, 1)
의 3가지
두 눈의 수의 합이 7인 경우는
(1, 6), (2, 5), (3, 4), (4, 3), (5, 2), (6, 1)
의 6가지
따라서 구하는 경우의 수는
 $3 + 6 = 9$ 답 9

- 7 김밥을 주문하는 경우는 5가지, 라면을 주문하는 경우는 3가지이므로 구하는 경우의 수는
 $5+3=8$ **답 8**
- 8 가요를 듣는 경우는 7가지, 팝송을 듣는 경우는 8가지, 클래식을 듣는 경우는 4가지이므로 구하는 경우의 수는
 $7+8+4=19$ **답 19**
- 9 A 지점에서 B 지점으로 가는 경우는 3가지, B 지점에서 C 지점으로 가는 경우는 2가지, C 지점에서 D 지점으로 가는 경우는 4가지이므로 구하는 경우의 수는
 $3 \times 2 \times 4=24$ **답 24**
- 10 책상을 선택하는 경우는 5가지, 의자를 선택하는 경우는 7가지이므로 구하는 경우의 수는
 $5 \times 7=35$ **답 35**
- 11 동전 한 개를 던질 때 나오는 모든 경우는 앞, 뒤의 2가지, 주사위 한 개를 던질 때 나오는 모든 경우는 1, 2, 3, 4, 5, 6의 6가지이다.
 따라서 구하는 경우의 수는
 $2 \times 6 \times 6=72$ **답 72**
- 12 홀수의 눈이 나오는 경우는 1, 3, 5의 3가지, 소수의 눈이 나오는 경우는 2, 3, 5의 3가지이다.
 따라서 구하는 경우의 수는
 $3 \times 3=9$ **답 9**

이런 문제가 시험에 나온다

> 본문 195쪽

- 01 2 02 4 03 6 04 8
 05 12 06 13 07 8

- 01 삼각형이 만들어지는 세 변의 길이를 순서쌍으로 나타내면
 (3, 4, 5), (4, 5, 8)
 따라서 구하는 삼각형의 개수는 2이다. **답 2**

개념 더하기

삼각형의 세 변의 길이가 주어졌을 때 삼각형이 될 수 있는 조건
 → (가장 긴 변의 길이) < (나머지 두 변의 길이의 합)

- 02 2500원을 지불하는 방법을 표로 나타내면 다음과 같다.

500원(개)	100원(개)	50원(개)
5	0	0
4	5	0
4	4	2
4	3	4

따라서 구하는 방법의 수는 4이다. **답 4**

- 03 두 눈의 수의 차가 4 이상인 경우는 차가 4 또는 5일 때이다.
 두 주사위에서 나오는 눈의 수를 순서쌍으로 나타내면
 두 눈의 수의 차가 4인 경우는
 (1, 5), (2, 6), (5, 1), (6, 2)
 의 4가지
 두 눈의 수의 차가 5인 경우는
 (1, 6), (6, 1)
 의 2가지
 따라서 구하는 경우의 수는
 $4+2=6$ **답 6**

- 04 코미디 영화를 관람하는 경우는 3가지, 액션 영화를 관람하는 경우는 4가지, 만화 영화를 관람하는 경우는 1가지이므로 구하는 경우의 수는
 $3+4+1=8$ **답 8**

- 05 3개의 자음과 4개의 모음이 있으므로 만들 수 있는 글자의 개수는
 $3 \times 4=12$ **답 12**

- 06 (i) $A \rightarrow B \rightarrow C$ 로 가는 경우의 수는
 $4 \times 3=12$
 (ii) $A \rightarrow C$ 로 가는 경우의 수는 1
 (i), (ii)에서 구하는 경우의 수는
 $12+1=13$ **답 13**

- 07 동전 두 개를 던질 때 나오는 면을 순서쌍으로 나타내면 서로 같은 면이 나오는 경우는 (앞, 앞), (뒤, 뒤)의 2가지이고, 주사위 한 개를 던질 때 6의 약수의 눈이 나오는 경우는 1, 2, 3, 6의 4가지이다.
 따라서 구하는 경우의 수는
 $2 \times 4=8$ **답 8**

02 여러 가지 경우의 수

개념원리 확인하기

> 본문 198쪽

- 01 (1) 120 (2) 20 (3) 60 02 6, 12
 03 (1) 20 (2) 60 04 (1) 16 (2) 48
 05 (1) 12 (2) 6

- 01 (1) 5명을 한 줄로 세우는 경우의 수는
 $5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1=120$
 (2) 5명 중 2명을 뽑아 한 줄로 세우는 경우의 수는
 $5 \times 4=20$

(3) 5명 중 3명을 뽑아 한 줄로 세우는 경우의 수는

$$5 \times 4 \times 3 = 60$$

답 (1) 120 (2) 20 (3) 60

02 A, C를 한 사람으로 생각하여 A, C, B, D 3명을 한 줄로 세우는 경우의 수는 $3 \times 2 \times 1 = 6$

이때 A, C가 자리를 바꾸는 경우의 수는 2이므로 구하는 경우의 수는

$$6 \times 2 = 12$$

답 6, 12

03 (1) 십의 자리에 올 수 있는 숫자는 5개, 일의 자리에 올 수 있는 숫자는 십의 자리의 숫자를 제외한 4개이므로 구하는 자연수의 개수는

$$5 \times 4 = 20$$

(2) 백의 자리에 올 수 있는 숫자는 5개, 십의 자리에 올 수 있는 숫자는 백의 자리의 숫자를 제외한 4개, 일의 자리에 올 수 있는 숫자는 백의 자리와 십의 자리의 숫자를 제외한 3개이므로 구하는 자연수의 개수는

$$5 \times 4 \times 3 = 60$$

답 (1) 20 (2) 60

04 (1) 십의 자리에 올 수 있는 숫자는 0을 제외한 4개, 일의 자리에 올 수 있는 숫자는 십의 자리의 숫자를 제외한 4개이므로 구하는 자연수의 개수는

$$4 \times 4 = 16$$

(2) 백의 자리에 올 수 있는 숫자는 0을 제외한 4개, 십의 자리에 올 수 있는 숫자는 백의 자리의 숫자를 제외한 4개, 일의 자리에 올 수 있는 숫자는 백의 자리와 십의 자리의 숫자를 제외한 3개이므로 구하는 자연수의 개수는

$$4 \times 4 \times 3 = 48$$

답 (1) 16 (2) 48

05 (1) A, B, C, D 4명 중에서 자격이 다른 대표 2명을 뽑는 경우의 수와 같으므로

$$4 \times 3 = 12$$

(2) A, B, C, D 4명 중에서 자격이 같은 대표 2명을 뽑는 경우의 수는

$$\frac{4 \times 3}{2} = 6$$

답 (1) 12 (2) 6

핵심문제 익히기

> 본문 199~202쪽

1 (1) 120 (2) 210

2 24

3 240

4 (1) 24 (2) 12

5 (1) 18 (2) 10

6 42

7 120

8 28

9 10

10 15, 20

11 60

1 (1) 5명을 한 줄로 세우는 경우의 수와 같으므로

$$5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$$

(2) 7명의 학생 중에서 3명을 뽑아 한 줄로 세우는 경우의 수와 같으므로

$$7 \times 6 \times 5 = 210$$

답 (1) 120 (2) 210

2 K를 맨 뒤에 고정시키고 K를 제외한 나머지 네 문자를 한 줄로 나열하면 되므로 구하는 경우의 수는

$$4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$$

답 24

3 여학생 2명을 한 사람으로 생각하여 여, 여, 남, 남, 남, 남 5명을 한 줄로 세우는 경우의 수는

$$5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$$

이때 여학생 2명이 자리를 바꾸는 경우의 수는 2이므로 구하는 경우의 수는

$$120 \times 2 = 240$$

답 240

4 (1) 백의 자리에 올 수 있는 숫자는 4개, 십의 자리에 올 수 있는 숫자는 백의 자리의 숫자를 제외한 3개, 일의 자리에 올 수 있는 숫자는 백의 자리와 십의 자리의 숫자를 제외한 2개이므로 구하는 자연수의 개수는

$$4 \times 3 \times 2 = 24$$

(2) 홀수가 되려면 일의 자리의 숫자가 1 또는 3이어야 한다.

(i) □□1인 경우: 백의 자리에 올 수 있는 숫자는 1을 제외한 3개, 십의 자리에 올 수 있는 숫자는 백의 자리의 숫자와 1을 제외한 2개이므로

$$3 \times 2 = 6$$

(ii) □□3인 경우: 백의 자리에 올 수 있는 숫자는 3을 제외한 3개, 십의 자리에 올 수 있는 숫자는 백의 자리의 숫자와 3을 제외한 2개이므로

$$3 \times 2 = 6$$

(i), (ii)에서 구하는 홀수의 개수는

$$6 + 6 = 12$$

답 (1) 24 (2) 12

5 (1) 백의 자리에 올 수 있는 숫자는 0을 제외한 3개, 십의 자리에 올 수 있는 숫자는 백의 자리의 숫자를 제외한 3개, 일의 자리에 올 수 있는 숫자는 백의 자리와 십의 자리의 숫자를 제외한 2개이므로 구하는 자연수의 개수는

$$3 \times 3 \times 2 = 18$$

(2) 짝수가 되려면 일의 자리의 숫자가 0 또는 2이어야 한다.

- (i) $\square\square 0$ 인 경우: 백의 자리에 올 수 있는 숫자는 0을 제외한 3개, 십의 자리에 올 수 있는 숫자는 백의 자리의 숫자와 0을 제외한 2개이므로

$$3 \times 2 = 6$$

- (ii) $\square\square 2$ 인 경우: 백의 자리에 올 수 있는 숫자는 0, 2를 제외한 2개, 십의 자리에 올 수 있는 숫자는 백의 자리의 숫자와 2를 제외한 2개이므로

$$2 \times 2 = 4$$

- (i), (ii)에서 구하는 짝수의 개수는

$$6 + 4 = 10$$

답 (1) 18 (2) 10

- 6 7명 중에서 자격이 다른 대표 2명을 뽑는 경우의 수와 같으므로

$$7 \times 6 = 42$$

답 42

- 7 여학생 4명 중에서 조장 1명을 뽑는 경우의 수는 4
남학생 6명 중에서 총무 1명, 서기 1명을 뽑는 경우의 수는

$$6 \times 5 = 30$$

따라서 구하는 경우의 수는

$$4 \times 30 = 120$$

답 120

- 8 8명 중에서 자격이 같은 대표 2명을 뽑는 경우의 수와 같으므로

$$\frac{8 \times 7}{2} = 28$$

답 28

- 9 시하를 제외한 나머지 5명 중에서 자격이 같은 대표 2명을 뽑는 경우의 수와 같으므로

$$\frac{5 \times 4}{2} = 10$$

답 10

- 10 선분의 개수는 6개의 점 중에서 순서와 관계없이 2개를 선택하는 경우의 수와 같으므로

$$\frac{6 \times 5}{2} = 15$$

또 삼각형의 개수는 6개의 점 중에서 순서와 관계없이 3개를 선택하는 경우의 수와 같으므로

$$\frac{6 \times 5 \times 4}{3 \times 2 \times 1} = 20$$

답 15, 20

개념 더하기

선분 또는 삼각형의 개수

어느 세 점도 한 직선 위에 있지 않은 $n(n \geq 3)$ 개의 점 중에서

- ① 두 점을 연결하여 만들 수 있는 선분의 개수

→ n 개의 점 중에서 순서와 관계없이 2개를 선택하는 경우의 수와 같다.

$$\rightarrow \frac{n \times (n-1)}{2}$$

- ② 세 점을 연결하여 만들 수 있는 삼각형의 개수

→ n 개의 점 중에서 순서와 관계없이 3개를 선택하는 경우의 수와 같다.

$$\rightarrow \frac{n \times (n-1) \times (n-2)}{3 \times 2 \times 1}$$

- 11 A에 칠할 수 있는 색은 5가지,

B에 칠할 수 있는 색은 A에 칠한 색을 제외한 4가지,

C에 칠할 수 있는 색은 A, B에 칠한 색을 제외한 3가지이다.

따라서 구하는 경우의 수는

$$5 \times 4 \times 3 = 60$$

답 60

이런 문제가 시험에 나온다

본문 203쪽

01 48

02 36

03 13

04 336

05 60

06 8

07 6

- 01 (i) B가 맨 앞에 오는 경우

B를 제외한 4명을 한 줄로 세우는 경우의 수와 같으므로

$$4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$$

- (ii) D가 맨 앞에 오는 경우

D를 제외한 4명을 한 줄로 세우는 경우의 수와 같으므로

$$4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$$

- (i), (ii)에서 구하는 경우의 수는

$$24 + 24 = 48$$

답 48

- 02 딸기, 초콜릿, 치즈 케이크를 한 묶음으로 생각하여 3개를 한 줄로 진열하는 경우의 수는

$$3 \times 2 \times 1 = 6$$

이때 딸기, 초콜릿, 치즈 케이크가 서로 자리를 바꾸는 경우의 수는

$$3 \times 2 \times 1 = 6$$

따라서 구하는 경우의 수는

$$6 \times 6 = 36$$

답 36

- 03 (i) $3\square$ 인 경우: 30, 31, 32의 3개

(ii) $2\square$ 인 경우: 일의 자리에 올 수 있는 숫자는 십의 자리의 숫자를 제외한 5개이다.

(iii) $1\square$ 인 경우: 일의 자리에 올 수 있는 숫자는 십의 자리의 숫자를 제외한 5개이다.

이상에서 구하는 자연수의 개수는

$$3 + 5 + 5 = 13$$

답 13

- 04 8명 중에서 자격이 다른 대표 3명을 뽑는 경우의 수와 같으므로

$$8 \times 7 \times 6 = 336$$

답 336

05 수학 참고서 4권 중에서 2권을 사는 경우의 수는

$$\frac{4 \times 3}{2} = 6$$

국어 참고서 5권 중에서 2권을 사는 경우의 수는

$$\frac{5 \times 4}{2} = 10$$

따라서 구하는 경우의 수는

$$6 \times 10 = 60$$

답 60

06 선분의 개수는 직선 l 위의 4개의 점 중 1개와 직선 m 위의 2개의 점 중 1개를 선택하는 경우의 수와 같으므로

$$4 \times 2 = 8$$

답 8

07 A에 칠할 수 있는 색은 3가지,
B에 칠할 수 있는 색은 A에 칠한 색을 제외한 2가지,
C에 칠할 수 있는 색은 A, B에 칠한 색을 제외한 1가지이다.
따라서 구하는 경우의 수는

$$3 \times 2 \times 1 = 6$$

답 6

중단원 마무리하기

본문 204~207쪽

01 ③	02 6	03 ⑤	04 ⑤
05 ③	06 12	07 16	08 ④
09 ②	10 210	11 6	12 90
13 15번	14 ③	15 ③	16 10
17 ①	18 32	19 ④	20 3124
21 18	22 11	23 ①	24 ⑤
25 8	26 20번째	27 20	

01 전략 각 사건이 일어나는 경우의 수를 구해 본다.

- ① 홀수는 1, 3, 5, 7, 9의 5가지
- ② 3의 배수는 3, 6, 9의 3가지
- ③ 5 이상의 수는 5, 6, 7, 8, 9, 10의 6가지
- ④ 소수는 2, 3, 5, 7의 4가지
- ⑤ 10의 약수는 1, 2, 5, 10의 4가지

따라서 경우의 수가 가장 큰 사건은 ③이다.

답 ③

02 전략 주어진 동전으로 800원을 지불할 수 있는 경우를 표로 나타내어 본다.

800원을 지불하는 방법을 표로 나타내면 오른쪽과 같다.
따라서 구하는 방법의 수는 6이다.

100원(개)	50원(개)
8	0
7	2
6	4
5	6
4	8
3	10

답 6

03 전략 '또는', '~이거나' → 각 사건이 일어나는 경우의 수를 더한다.

주사위에서 나오는 수를 순서쌍으로 나타내면

두 수의 차가 7인 경우는

(1, 8), (2, 9), (3, 10), (4, 11), (5, 12),

(8, 1), (9, 2), (10, 3), (11, 4), (12, 5)

의 10가지

두 수의 차가 9인 경우는

(1, 10), (2, 11), (3, 12), (10, 1), (11, 2),

(12, 3)

의 6가지

따라서 구하는 경우의 수는

$$10 + 6 = 16$$

답 ⑤

04 전략 A형인 학생을 선택하는 경우의 수와 B형인 학생을 선택하는 경우의 수를 더한다.

재혁이네 반 학생 중에서 A형인 학생을 선택하는 경우는 8가지, B형인 학생을 선택하는 경우는 6가지이므로 구하는 경우의 수는

$$8 + 6 = 14$$

답 ⑤

05 전략 '그리고', '동시에', '~하고 나서' → 각 사건이 일어나는 경우의 수를 곱한다.

제1 전시장에서 나와 복도로 가는 방법은 2가지, 복도에서 제2 전시장으로 들어가는 방법은 3가지이므로 구하는 방법의 수는

$$2 \times 3 = 6$$

답 ③

06 전략 샌드위치를 선택하는 경우의 수와 음료수를 선택하는 경우의 수를 곱한다.

샌드위치를 선택하는 경우는 4가지, 음료수를 선택하는 경우는 3가지이므로 구하는 경우의 수는

$$4 \times 3 = 12$$

답 12

07 전략 동전과 주사위를 던질 때 일어나는 경우의 수를 각각 구한 후 곱한다.

동전 한 개를 던질 때 나오는 모든 경우는 앞, 뒤의 2가지, 주사위 한 개를 던질 때 3 이상의 눈이 나오는 경우는 3, 4, 5, 6의 4가지이다.

따라서 구하는 경우의 수는

$$2 \times 2 \times 4 = 16$$

답 16

08 전략 n 명을 한 줄로 세우는 경우의 수는

$$n \times (n-1) \times (n-2) \times \cdots \times 2 \times 1$$

임을 이용한다.

5명을 한 줄로 세우는 경우의 수와 같으므로

$$5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$$

답 ④

- 09 **전략** 특정한 문자의 자리를 고정할 때 한 줄로 나열하는 경우의 수를 생각해 본다.

E를 맨 앞에, W를 맨 뒤에 고정시키고 E와 W를 제외한 나머지 네 문자를 한 줄로 나열하면 되므로 구하는 경우의 수는

$$4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$$

답 ②

- 10 **전략** 각 자리에 올 수 있는 숫자의 개수를 구한다.

백의 자리에 올 수 있는 숫자는 7개, 십의 자리에 올 수 있는 숫자는 백의 자리의 숫자를 제외한 6개, 일의 자리에 올 수 있는 숫자는 백의 자리와 십의 자리의 숫자를 제외한 5개이므로 구하는 자연수의 개수는

$$7 \times 6 \times 5 = 210$$

답 210

- 11 **전략** 십의 자리에 올 수 있는 숫자에 따라 경우를 나누어 생각해 본다.

(i) 3□인 경우: 32, 34의 2개

(ii) 4□인 경우: 40, 41, 42, 43의 4개

(i), (ii)에서 구하는 자연수의 개수는

$$2 + 4 = 6$$

답 6

- 12 **전략** 순서와 관계있으므로 자격이 다른 대표를 뽑는 경우의 수와 같음을 이용한다.

10명 중에서 자격이 다른 대표 2명을 뽑는 경우의 수와 같으므로

$$10 \times 9 = 90$$

답 90

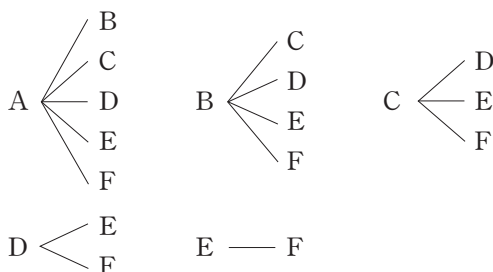
- 13 **전략** 순서와 관계없으므로 자격이 같은 대표를 뽑는 경우의 수와 같음을 이용한다.

6개의 팀 중에서 순서와 관계없이 두 팀을 뽑는 경우의 수와 같으므로

$$\frac{6 \times 5}{2} = 15 \text{ (번)}$$

답 15번

다른 풀이 A, B, C, D, E, F 6개의 팀이 서로 한 번씩 시합을 하는 경우를 수형도로 나타내면 다음과 같다.



$$\therefore 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 15 \text{ (번)}$$

- 14 **전략** 반드시 뽑히는 사람을 제외한 나머지 중에서 자격이 같은 대표를 뽑는 경우의 수를 구한다.

F를 제외한 나머지 6명 중에서 자격이 같은 대표 3명을 뽑는 경우의 수와 같으므로

$$\frac{6 \times 5 \times 4}{3 \times 2 \times 1} = 20$$

답 ③

- 15 **전략** 3명이 가위바위보를 할 때 승부가 나지 않는 경우를 생각해 본다.

3명이 가위바위보를 할 때 승부가 나지 않는 경우는 3명이 모두 같은 것을 내거나 3명이 모두 다른 것을 내는 경우이다.

3명이 내는 것을 순서쌍으로 나타내면

3명이 모두 같은 것을 내는 경우는

(가위, 가위, 가위), (바위, 바위, 바위), (보, 보, 보)

의 3가지

3명이 모두 다른 것을 내는 경우는

(가위, 바위, 보), (가위, 보, 바위), (바위, 가위, 보),

(바위, 보, 가위), (보, 가위, 바위), (보, 바위, 가위)

의 6가지

따라서 구하는 경우의 수는

$$3 + 6 = 9$$

답 ③

- 16 **전략** 2의 배수가 나오는 경우의 수와 3의 배수가 나오는 경우의 수를 더한 후 중복되는 경우의 수를 뺀다.

2의 배수가 나오는 경우는 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14의 7가지

3의 배수가 나오는 경우는 3, 6, 9, 12, 15의 5가지

2와 3의 공배수, 즉 6의 배수가 나오는 경우는 6, 12의 2가지

따라서 구하는 경우의 수는

$$7 + 5 - 2 = 10$$

답 10

- 17 **전략** 해가 $x=1$ 인 경우와 해가 $x=3$ 인 경우로 나누어 각각의 경우의 수를 구한다.

(i) 해가 $x=1$ 인 경우

$a=b$ 이므로 이를 만족시키는 순서쌍 (a, b) 는

(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (6, 6)

의 6가지

(ii) 해가 $x=3$ 인 경우

$3a=b$ 이므로 이를 만족시키는 순서쌍 (a, b) 는

(1, 3), (2, 6)

의 2가지

(i), (ii)에서 구하는 경우의 수는

$$6 + 2 = 8$$

답 ①

- 18 **전략** 각 전구가 만들 수 있는 신호는 2가지임을 이용한다.

각 전구를 켜거나 끄는 2가지 경우가 있으므로 구하는 신호의 개수는

$$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$$

답 32

- 19 **전략** 이웃하는 것을 한 묶음으로 생각한다.
 호영이와 동생을 양 끝에 세우고 부모님을 한 사람으로 생각하여 가운데에 호영이와 동생을 제외한 3명을 한 줄로 세우는 경우의 수는
 $3 \times 2 \times 1 = 6$
 이때 부모님이 자리를 바꾸는 경우의 수는 2, 호영이와 동생이 자리를 바꾸는 경우의 수는 2이므로 구하는 경우의 수는
 $6 \times 2 \times 2 = 24$ **답** ④

- 20 **전략** 천의 자리의 숫자가 작은 수부터 자연수의 개수를 구한다.
 천의 자리의 숫자가 1인 네 자리 자연수의 개수는
 $3 \times 2 \times 1 = 6$
 천의 자리의 숫자가 2인 네 자리 자연수의 개수는
 $3 \times 2 \times 1 = 6$
 이때 $6 + 6 = 12$ 이므로 13번째 수는 천의 자리의 숫자가 3인 수 중에서 가장 작은 수이다.
 따라서 13번째 수는 3124이다. **답** 3124

- 21 **전략** 남학생이 1명 이상 포함되는 경우를 생각해 본다.
 1명은 남학생, 1명은 여학생이 뽑히는 경우의 수는
 $4 \times 3 = 12$
 2명 모두 남학생이 뽑히는 경우의 수는
 $\frac{4 \times 3}{2} = 6$
 따라서 구하는 경우의 수는
 $12 + 6 = 18$ **답** 18

- 22 **전략** 순서와 관계없으므로 자격이 같은 대표를 뽑는 경우의 수와 같음을 이용한다.
 회원 수를 n 이라 하면 악수를 한 횟수는 n 명 중에서 자격이 같은 대표 2명을 뽑는 경우의 수와 같으므로
 $\frac{n \times (n-1)}{2} = 55$
 $n \times (n-1) = 110 = 11 \times 10$
 $\therefore n = 11$
 따라서 구하는 회원 수는 11이다. **답** 11

- 23 **전략** 7개의 점 중에서 순서와 관계없이 3개를 선택하는 경우의 수에서 삼각형이 만들어지지 않는 경우의 수를 뺀다.
 7개의 점 중에서 3개의 점을 선택하는 경우의 수는
 $\frac{7 \times 6 \times 5}{3 \times 2 \times 1} = 35$

이때 한 직선 위에 있는 4개의 점 A, B, C, D 중에서 3개의 점을 선택하는 경우에는 삼각형이 만들어지지 않으므로 삼각형이 만들어지지 않는 경우의 수는

$$\frac{4 \times 3 \times 2}{3 \times 2 \times 1} = 4$$

따라서 구하는 삼각형의 개수는
 $35 - 4 = 31$ **답** ①

- 24 **전략** 각 영역에 칠할 수 있는 색의 가짓수를 구한다.
 A에 칠할 수 있는 색은 5가지,
 B에 칠할 수 있는 색은 A에 칠한 색을 제외한 4가지,
 C에 칠할 수 있는 색은 B에 칠한 색을 제외한 4가지,
 D에 칠할 수 있는 색은 C에 칠한 색을 제외한 4가지,
 E에 칠할 수 있는 색은 D에 칠한 색을 제외한 4가지이다.
 따라서 구하는 경우의 수는
 $5 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 = 1280$ **답** ⑤

- 25 **전략** 집 → 과일 가게, 과일 가게 → 병원을 최단 거리로 가는 경우의 수를 각각 구한다.
 집에서 과일 가게까지 최단 거리로 가는 경우는 2가지, 과일 가게에서 병원까지 최단 거리로 가는 경우는 4가지이다.
 따라서 구하는 경우의 수는
 $2 \times 4 = 8$ **답** 8



- 26 **전략** 알파벳 순으로 문자를 정하고 각각의 경우의 수를 구한다.
 (i) $a \square \square \square$ 인 경우: a 를 제외한 나머지 b, c, d 를 한 줄로 나열하는 경우이므로
 $3 \times 2 \times 1 = 6$ (가지)
 (ii) $b \square \square \square$ 인 경우: b 를 제외한 나머지 a, c, d 를 한 줄로 나열하는 경우이므로
 $3 \times 2 \times 1 = 6$ (가지)
 (iii) $c \square \square \square$ 인 경우: c 를 제외한 나머지 a, b, d 를 한 줄로 나열하는 경우이므로
 $3 \times 2 \times 1 = 6$ (가지)
 이상에서 $6 + 6 + 6 = 18$ 이므로 $dabc$ 는 19번째 문자열이고 $dacb$ 는 20번째 문자열이다. **답** 20번째

- 27 **전략** 먼저 5명 중에서 자신의 수험 번호가 적힌 의자에 앉는 2명을 뽑는 경우의 수를 구한다.
 5명 중에서 자신의 수험 번호가 적힌 의자에 앉는 2명을 뽑는 경우의 수는
 $\frac{5 \times 4}{2} = 10$

A, B, C, D, E 5명 중에서 A와 B는 자신의 수험 번호가 적힌 의자에 앉고, C, D, E는 다른 사람의 수험 번호가 적힌 의자에 앉는 경우는 다음 표와 같으므로 2가지이다.

의자에 적힌 수험 번호	A	B	C	D	E
의자에 앉은 사람	A	B	D	E	C
	A	B	E	C	D

} 2가지

따라서 구하는 경우의 수는

$$10 \times 2 = 20$$

답 20

서술형 대비 문제

▶ 본문 208 ~ 209쪽

- 1 9 2 60 3 9
4 72 5 36 6 20

- 1 1단계 (i) $A \rightarrow B \rightarrow C$ 로 가는 경우의 수는

$$3 \times 2 = 6$$

- 2단계 (ii) $A \rightarrow C$ 로 가는 경우의 수는 3

- 3단계 (i), (ii)에서 구하는 경우의 수는

$$6 + 3 = 9$$

답 9

- 2 1단계 6명 중에서 회장 1명을 뽑는 경우의 수는 6

- 2단계 회장 1명을 제외한 나머지 5명 중에서 총무 2명을 뽑는 경우의 수는

$$\frac{5 \times 4}{2} = 10$$

- 3단계 구하는 경우의 수는

$$6 \times 10 = 60$$

답 60

- 3 1단계 두 원판에서 바늘이 가리킨 수를 순서쌍으로 나타내면 바늘이 가리킨 수의 합이 5인 경우는

$$(1, 4), (2, 3), (3, 2), (4, 1)$$

의 4가지

- 2단계 바늘이 가리킨 수의 합이 8인 경우는

$$(2, 6), (3, 5), (4, 4), (5, 3), (6, 2)$$

의 5가지

- 3단계 구하는 경우의 수는

$$4 + 5 = 9$$

답 9

단계	채점 요소	배점
1	바늘이 가리킨 수의 합이 5인 경우의 수 구하기	2점
2	바늘이 가리킨 수의 합이 8인 경우의 수 구하기	2점
3	바늘이 가리킨 수의 합이 5 또는 8인 경우의 수 구하기	2점

- 4 1단계 수학책 3권, 영어책 2권을 각각 한 묶음으로 생각하여 3권을 나란히 꽂는 경우의 수는

$$3 \times 2 \times 1 = 6$$

- 2단계 수학책끼리 자리를 바꾸는 경우의 수는

$$3 \times 2 \times 1 = 6$$

영어책끼리 자리를 바꾸는 경우의 수는

$$2$$

- 3단계 구하는 경우의 수는

$$6 \times 6 \times 2 = 72$$

답 72

단계	채점 요소	배점
1	이웃하는 것을 묶어서 나란히 꽂는 경우의 수 구하기	3점
2	각 묶음에서 자리를 바꾸는 경우의 수 구하기	2점
3	수학책끼리, 영어책끼리 이웃하게 꽂는 경우의 수 구하기	2점

- 5 1단계 5의 배수가 되려면 일의 자리의 숫자가 0 또는 5이어야 한다.

- (i) $\square\square 0$ 인 경우: 백의 자리에 올 수 있는 숫자는 0을 제외한 5개, 십의 자리에 올 수 있는 숫자는 0과 백의 자리의 숫자를 제외한 4개이므로

$$5 \times 4 = 20$$

- 2단계 (ii) $\square\square 5$ 인 경우: 백의 자리에 올 수 있는 숫자는 5와 0을 제외한 4개, 십의 자리에 올 수 있는 숫자는 5와 백의 자리의 숫자를 제외한 4개이므로

$$4 \times 4 = 16$$

- 3단계 (i), (ii)에서 구하는 5의 배수의 개수는

$$20 + 16 = 36$$

답 36

단계	채점 요소	배점
1	일의 자리의 숫자가 0일 때 5의 배수의 개수 구하기	3점
2	일의 자리의 숫자가 5일 때 5의 배수의 개수 구하기	3점
3	5의 배수의 개수 구하기	2점

- 6 1단계 선분의 개수는 5개의 점 중에서 순서와 관계없이 2개를 선택하는 경우의 수와 같으므로

$$\frac{5 \times 4}{2} = 10 \quad \therefore a = 10$$

- 2단계 삼각형의 개수는 5개의 점 중에서 순서와 관계없이 3개를 선택하는 경우의 수와 같으므로

$$\frac{5 \times 4 \times 3}{3 \times 2 \times 1} = 10 \quad \therefore b = 10$$

- 3단계 $a + b = 10 + 10 = 20$

답 20

단계	채점 요소	배점
1	a 의 값 구하기	3점
2	b 의 값 구하기	3점
3	$a + b$ 의 값 구하기	1점

IV-2 확률

01 확률의 뜻과 성질

개념원리 확인하기

▶ 본문 214쪽

01 (1) 10 (2) 3 (3) $\frac{3}{10}$ 02 (1) $\frac{2}{5}$ (2) $\frac{1}{3}$

03 (1) 1 (2) 0 04 (1) $\frac{3}{10}$ (2) $\frac{7}{10}$

05 (1) $\frac{5}{6}$ (2) $\frac{7}{9}$ 06 (1) $\frac{1}{8}$ (2) $\frac{7}{8}$

01 (2) 카드에 적힌 수가 3의 배수인 경우는 3, 6, 9의 3가지이다.

(3) 일어나는 모든 경우의 수가 10이고, 카드에 적힌 수가 3의 배수인 경우의 수가 3이므로 구하는 확률은

$$\frac{3}{10}$$

답 (1) 10 (2) 3 (3) $\frac{3}{10}$

02 (1) 모든 경우의 수는 15이고, 당첨 제비가 나오는 경우의 수는 6이므로 구하는 확률은

$$\frac{6}{15} = \frac{2}{5}$$

(2) 모든 경우의 수는 $3 \times 3 = 9$

유민이가 이기는 경우의 수는 3이므로 구하는 확률은

$$\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

답 (1) $\frac{2}{5}$ (2) $\frac{1}{3}$

03 (1) 두 눈의 수의 합은 항상 12 이하이므로 구하는 확률은 1이다.

(2) 두 눈의 수의 차가 6인 경우는 없으므로 구하는 확률은 0이다.

답 (1) 1 (2) 0

04 (1) 모든 경우의 수는 10이고, 검은 공이 나오는 경우의 수는 3이므로 구하는 확률은

$$\frac{3}{10}$$

(2) (검은 공이 나오지 않을 확률)

$$= 1 - (\text{검은 공이 나올 확률})$$

$$= 1 - \frac{3}{10}$$

$$= \frac{7}{10}$$

답 (1) $\frac{3}{10}$ (2) $\frac{7}{10}$

05 (1) (비가 오지 않을 확률)

$$= 1 - (\text{비가 올 확률})$$

$$= 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$$

(2) (명중하지 못할 확률)

$$= 1 - (\text{명중할 확률})$$

$$= 1 - \frac{2}{9} = \frac{7}{9}$$

답 (1) $\frac{5}{6}$ (2) $\frac{7}{9}$

06 (1) 모든 경우의 수는

$$2 \times 2 \times 2 = 8$$

모든 문제를 틀리는 경우의 수는 1이므로 구하는 확률

$$\text{은 } \frac{1}{8}$$

(2) (적어도 한 문제는 맞힐 확률)

$$= 1 - (\text{모든 문제를 틀릴 확률})$$

$$= 1 - \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$$

답 (1) $\frac{1}{8}$ (2) $\frac{7}{8}$

핵심문제 익히기

▶ 본문 215 ~ 217쪽

1 $\frac{2}{5}$

2 $\frac{3}{10}$

3 $\frac{7}{36}$

4 ⑤

5 $\frac{5}{6}$

6 $\frac{6}{7}$

7 $\frac{4}{9}$

1 모든 경우의 수는

$$5 \times 4 = 20$$

짝수인 경우는 일의 자리의 숫자가 2 또는 4인 경우이다.

(i) □2인 경우

십의 자리에 올 수 있는 숫자는 4가지

(ii) □4인 경우

십의 자리에 올 수 있는 숫자는 4가지

(i), (ii)에서 짝수인 경우의 수는

$$4 + 4 = 8$$

따라서 구하는 확률은

$$\frac{8}{20} = \frac{2}{5}$$

답 $\frac{2}{5}$

2 모든 경우의 수는

$$\frac{5 \times 4}{2} = 10$$

모두 남학생이 뽑히는 경우의 수는

$$\frac{3 \times 2}{2} = 3$$

따라서 구하는 확률은 $\frac{3}{10}$

답 $\frac{3}{10}$

3 모든 경우의 수는

$$6 \times 6 = 36$$

$x + 5y < 12$ 를 만족시키는 순서쌍 (x, y) 는

$(1, 1), (1, 2), (2, 1), (3, 1), (4, 1), (5, 1), (6, 1)$

의 7가지

따라서 구하는 확률은 $\frac{7}{36}$

답 $\frac{7}{36}$

4 주어진 각 사건의 확률은 다음과 같다.

① $\frac{1}{2}$

② 0

③ 모든 경우의 수는 $3 \times 3 = 9$

비기는 경우는 (가위, 가위), (바위, 바위), (보, 보)
의 3가지이므로 그 확률은

$$\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

④ 0

⑤ 1

따라서 확률이 1인 것은 ⑤이다.

답 ⑤

5 모든 경우의 수는

$$6 \times 6 = 36$$

서로 같은 눈이 나오는 경우는

$(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (6, 6)$

의 6가지이므로 그 확률은

$$\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

따라서 구하는 확률은

$$1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$$

답 $\frac{5}{6}$

6 모든 경우의 수는

$$\frac{7 \times 6}{2} = 21$$

2가지 모두 쿠키를 택하는 경우의 수는

$$\frac{3 \times 2}{2} = 3$$

이므로 그 확률은

$$\frac{3}{21} = \frac{1}{7}$$

따라서 구하는 확률은

$$1 - \frac{1}{7} = \frac{6}{7}$$

답 $\frac{6}{7}$

7 9등분된 표적에서 8의 약수가 적힌 부분은 1, 2, 4, 8의 4개이므로 구하는 확률은

$$\frac{4}{9}$$

답 $\frac{4}{9}$

이런 문제가 시험에 나온다

> 본문 218 ~ 219쪽

01 $\frac{29}{100}$

02 $\frac{4}{9}$

03 ④

04 ⑤

05 $\frac{3}{5}$

06 ⑤

07 $\frac{7}{10}$

08 $\frac{2}{3}$

09 ①

01 직원 200명 중에서 B형인 직원은 58명이므로 그 확률은

$$\frac{58}{200} = \frac{29}{100}$$

답 $\frac{29}{100}$

02 모든 경우의 수는

$$6 \times 6 = 36$$

$x + 4y < 17$ 를 만족시키는 순서쌍 (x, y) 는

$(1, 1), (1, 2), (1, 3), (2, 1), (2, 2),$

$(2, 3), (3, 1), (3, 2), (3, 3), (4, 1),$

$(4, 2), (4, 3), (5, 1), (5, 2), (6, 1),$

$(6, 2)$

의 16가지이므로 구하는 확률은

$$\frac{16}{36} = \frac{4}{9}$$

답 $\frac{4}{9}$

03 주어진 각 사건의 확률은 다음과 같다.

①, ②, ③, ⑤ 1

④ $\frac{35}{36}$

따라서 확률이 나머지 넷과 다른 하나는 ④이다.

답 ④

04 $\neg, 0 \leq p \leq 1$

$$\neg, p = \frac{(\text{사건 } A \text{가 일어나는 경우의 수})}{(\text{일어나는 모든 경우의 수})}$$

이상에서 옳은 것은 ㄷ, ㄴ이다.

답 ⑤

05 모든 경우의 수는

$$5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$$

부모님을 한 사람으로 생각하여 4명을 일렬로 세우는 경우의 수는

$$4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$$

이때 부모님이 자리를 바꾸는 경우의 수는 2

즉 부모님을 이웃하게 세우는 경우의 수는

$$24 \times 2 = 48$$

이므로 부모님을 이웃하게 세울 확률은

$$\frac{48}{120} = \frac{2}{5}$$

따라서 구하는 확률은

$$1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$$

답 $\frac{3}{5}$

06 모든 경우의 수는

$$6 \times 6 = 36$$

$2x=y$ 를 만족시키는 순서쌍 (x, y) 는

$$(1, 2), (2, 4), (3, 6)$$

의 3가지이므로 그 확률은

$$\frac{3}{36} = \frac{1}{12}$$

따라서 구하는 확률은

$$1 - \frac{1}{12} = \frac{11}{12}$$

답 ⑤

07 모든 경우의 수는

$$\frac{5 \times 4}{2} = 10$$

2개 모두 검은 공이 나오는 경우의 수는

$$\frac{3 \times 2}{2} = 3$$

이므로 그 확률은 $\frac{3}{10}$

따라서 구하는 확률은

$$1 - \frac{3}{10} = \frac{7}{10}$$

답 $\frac{7}{10}$

08 모든 경우의 수는

$$3 \times 2 \times 1 = 6$$

모든 카드가 처음의 위치에 있지 않은 경우는

$$\text{EAS, ASE}$$

의 2가지이므로 그 확률은

$$\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

따라서 구하는 확률은

$$1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

답 $\frac{2}{3}$

09 각 과녁에서 색칠한 부분을 맞힐 확률은 다음과 같다.

① $\frac{3}{4}$

② $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

③ $\frac{4}{8} = \frac{1}{2}$

④ $\frac{2}{5}$

⑤ $\frac{3}{8}$

따라서 확률이 가장 큰 것은 ①이다.

답 ①

02 확률의 계산

개념원리 확인하기

▶ 본문 221쪽

01 (1) $\frac{1}{4}$ (2) $\frac{7}{20}$ (3) $\frac{3}{5}$

02 0.06

03 (1) $\frac{2}{15}$ (2) $\frac{2}{5}$ (3) $\frac{8}{15}$

04 (1) $\frac{2}{5}$ (2) $\frac{3}{5}$

05 (1) $\frac{4}{25}$ (2) $\frac{1}{10}$

01 모든 경우의 수는

$$5 + 7 + 8 = 20$$

(1) 흰 구슬이 나올 확률은

$$\frac{5}{20} = \frac{1}{4}$$

(2) 검은 구슬이 나올 확률은

$$\frac{7}{20}$$

(3) 두 사건은 동시에 일어나지 않으므로 흰 구슬 또는 검은 구슬이 나올 확률은

$$\frac{1}{4} + \frac{7}{20} = \frac{12}{20} = \frac{3}{5}$$

답 (1) $\frac{1}{4}$ (2) $\frac{7}{20}$ (3) $\frac{3}{5}$

02 $0.2 \times 0.3 = 0.06$

답 0.06

03 (1) $\frac{1}{3} \times \left(1 - \frac{3}{5}\right) = \frac{2}{15}$

(2) $\left(1 - \frac{1}{3}\right) \times \frac{3}{5} = \frac{2}{5}$

(3) $\frac{2}{15} + \frac{2}{5} = \frac{8}{15}$

답 (1) $\frac{2}{15}$ (2) $\frac{2}{5}$ (3) $\frac{8}{15}$

04 (1) 전구에 불이 들어오지 않으려면 스위치 A, B가 모두 열려 있어야 하므로 구하는 확률은

$$\left(1 - \frac{1}{3}\right) \times \left(1 - \frac{2}{5}\right) = \frac{2}{5}$$

(2) $1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$

답 (1) $\frac{2}{5}$ (2) $\frac{3}{5}$

05 (1) A가 당첨 제비를 뽑을 확률은 $\frac{2}{5}$

뽑은 제비를 다시 넣으므로 B가 당첨 제비를 뽑을 확률은 $\frac{2}{5}$

따라서 구하는 확률은

$$\frac{2}{5} \times \frac{2}{5} = \frac{4}{25}$$

(2) A가 당첨 제비를 뽑을 확률은 $\frac{2}{5}$

뽑은 제비를 다시 넣지 않으므로 B가 당첨 제비를 뽑을 확률은 $\frac{1}{4}$

따라서 구하는 확률은

$$\frac{2}{5} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{10}$$

답 (1) $\frac{4}{25}$ (2) $\frac{1}{10}$

핵심문제 익히기

▶ 본문 222 ~ 224쪽

1 $\frac{2}{5}$

2 $\frac{1}{6}$

3 $\frac{15}{16}$

4 $\frac{19}{36}$

5 $\frac{5}{36}$

6 $\frac{1}{24}$

1 모든 경우의 수는

$$5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$$

E가 맨 앞에 오는 경우의 수는

$$4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$$

이므로 그 확률은

$$\frac{24}{120} = \frac{1}{5}$$

T가 맨 앞에 오는 경우의 수는

$$4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$$

이므로 그 확률은

$$\frac{24}{120} = \frac{1}{5}$$

따라서 구하는 확률은

$$\frac{1}{5} + \frac{1}{5} = \frac{2}{5}$$

답 $\frac{2}{5}$

2 A 주머니에서 흰 공을 꺼낼 확률은

$$\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

B 주머니에서 흰 공을 꺼낼 확률은

$$\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

따라서 구하는 확률은

$$\frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$$

답 $\frac{1}{6}$

3 두 명 모두 치료되지 않을 확률은

$$\left(1 - \frac{75}{100}\right) \times \left(1 - \frac{75}{100}\right) = \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{16}$$

따라서 구하는 확률은

$$1 - \frac{1}{16} = \frac{15}{16}$$

답 $\frac{15}{16}$

4 (i) A 상자에서 팔빵, B 상자에서 크림빵을 꺼낼 확률은

$$\frac{8}{12} \times \frac{7}{12} = \frac{7}{18}$$

(ii) A 상자에서 크림빵, B 상자에서 팔빵을 꺼낼 확률은

$$\frac{4}{12} \times \frac{5}{12} = \frac{5}{36}$$

(i), (ii)에서 구하는 확률은

$$\frac{7}{18} + \frac{5}{36} = \frac{19}{36}$$

답 $\frac{19}{36}$

5 지성이가 행운권을 뽑을 확률은

$$\frac{5}{30} = \frac{1}{6}$$

해린이가 행운권을 뽑지 못할 확률은

$$\frac{25}{30} = \frac{5}{6}$$

따라서 구하는 확률은

$$\frac{1}{6} \times \frac{5}{6} = \frac{5}{36}$$

답 $\frac{5}{36}$

6 첫 번째에 초콜릿 맛 사탕이 나올 확률은

$$\frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$

두 번째에 바닐라 맛 사탕이 나올 확률은

$$\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

세 번째에 바닐라 맛 사탕이 나올 확률은

$$\frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

따라서 구하는 확률은

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{24}$$

답 $\frac{1}{24}$

이런 문제가 시험에 나온다

▶ 본문 225쪽

01 $\frac{7}{18}$

02 $\frac{9}{64}$

03 $\frac{1}{15}$

04 $\frac{17}{20}$

05 $\frac{4}{7}$

06 $\frac{1}{5}$

01 모든 경우의 수는

$$6 \times 6 = 36$$

두 눈의 수의 차가 2인 경우는

$$(1, 3), (2, 4), (3, 1), (3, 5), (4, 2), (4, 6),$$

$$(5, 3), (6, 4)$$

의 8가지이므로 그 확률은

$$\frac{8}{36} = \frac{2}{9}$$

두 눈의 수의 차가 3인 경우는

(1, 4), (2, 5), (3, 6), (4, 1), (5, 2), (6, 3)

의 6가지이므로 그 확률은

$$\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

따라서 구하는 확률은

$$\frac{2}{9} + \frac{1}{6} = \frac{7}{18} \quad \text{답 } \frac{7}{18}$$

- 02 크기가 같은 16개의 정사각형에서 색칠한 부분은 6개이므로 화살을 한 번 쏘아 색칠한 부분을 맞힐 확률은

$$\frac{6}{16} = \frac{3}{8}$$

따라서 구하는 확률은

$$\frac{3}{8} \times \frac{3}{8} = \frac{9}{64} \quad \text{답 } \frac{9}{64}$$

- 03 B만 문제를 맞힐 확률은 A, C는 문제를 틀리고 B는 문제를 맞힐 확률과 같으므로

$$\begin{aligned} & \left(1 - \frac{1}{2}\right) \times \frac{1}{3} \times \left(1 - \frac{3}{5}\right) \\ &= \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{2}{5} = \frac{1}{15} \end{aligned} \quad \text{답 } \frac{1}{15}$$

- 04 두 사람 모두 약속 시간에 늦을 확률은

$$\left(1 - \frac{3}{4}\right) \times \left(1 - \frac{2}{5}\right) = \frac{1}{4} \times \frac{3}{5} = \frac{3}{20}$$

따라서 구하는 확률은

$$1 - \frac{3}{20} = \frac{17}{20} \quad \text{답 } \frac{17}{20}$$

- 05 A 상자를 선택하여 흰 구슬을 꺼낼 확률은

$$\frac{1}{2} \times \frac{3}{7} = \frac{3}{14}$$

B 상자를 선택하여 흰 구슬을 꺼낼 확률은

$$\frac{1}{2} \times \frac{5}{7} = \frac{5}{14}$$

따라서 구하는 확률은

$$\frac{3}{14} + \frac{5}{14} = \frac{8}{14} = \frac{4}{7} \quad \text{답 } \frac{4}{7}$$

- 06 A가 택한 아이스크림에 무료 쿠폰이 없을 확률은

$$\frac{12}{16} = \frac{3}{4}$$

B가 택한 아이스크림에 무료 쿠폰이 있을 확률은

$$\frac{4}{15}$$

따라서 구하는 확률은

$$\frac{3}{4} \times \frac{4}{15} = \frac{1}{5} \quad \text{답 } \frac{1}{5}$$

중단원 마무리하기

> 본문 226~229쪽

01 ③	02 $\frac{1}{3}$	03 ④	04 ⑤
05 $\frac{7}{8}$	06 ⑤	07 $\frac{5}{9}$	08 ③
09 $\frac{1}{2}$	10 ④	11 ⑤	12 $\frac{1}{4}$
13 ①	14 ④	15 $\frac{1}{18}$	16 ③
17 $\frac{1}{8}$	18 $\frac{1}{8}$	19 $\frac{6}{35}$	20 $\frac{65}{81}$
21 ②	22 ③	23 $\frac{5}{8}$	24 $\frac{2}{9}$
25 $\frac{3}{8}$			

- 01 전략 (사건 A가 일어날 확률)

$$= \frac{(\text{사건 A가 일어나는 경우의 수})}{(\text{일어나는 모든 경우의 수})}$$

- ① 홀수의 눈이 나오는 경우는 1, 3, 5의 3가지이므로 그

$$\text{확률은 } \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

- ② 모든 경우의 수는 $3 \times 2 \times 1 = 6$

C가 맨 앞에 서는 경우의 수는 $2 \times 1 = 2$ 이므로 그 확률

$$\text{은 } \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

- ③ 소수가 나오는 경우는 2, 3, 5의 3가지이므로 그 확률

$$\text{은 } \frac{3}{5}$$

- ④ 모든 경우의 수는 $2 \times 2 = 4$

둘 다 앞면이 나오는 경우는 (앞, 앞)의 1가지이므로

$$\text{그 확률은 } \frac{1}{4}$$

- ⑤ $\frac{3}{8}$

따라서 확률이 가장 큰 것은 ③이다.

답 ③

- 02 전략 키 순서대로 서는 경우는 작은 순서대로 또는 큰 순서대로 서는 경우의 2가지이다.

모든 경우의 수는

$$3 \times 2 \times 1 = 6$$

키 순서대로 서게 되는 경우는 작은 순서대로 서는 경우와 큰 순서대로 서는 경우의 2가지이므로 구하는 확률은

$$\frac{2}{6} = \frac{1}{3} \quad \text{답 } \frac{1}{3}$$

- 03 전략 연주가 청소 당번에 뽑혔다고 생각하고 나머지 1명의 청소 당번을 뽑는 경우의 수를 구한다.

모든 경우의 수는

$$\frac{4 \times 3}{2} = 6$$

연주가 청소 당번에 뽑히는 경우의 수는 연주를 제외한 나머지 3명 중에서 청소 당번 1명을 뽑는 경우의 수와 같으므로

3

따라서 구하는 확률은

$$\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

답 ④

04 전략 확률의 성질을 이용한다.

② $p+q=1$

③ $p=1-q$

④ $0 \leq p \leq 1$

따라서 옳은 것은 ⑤이다.

답 ⑤

05 전략 어떤 사건이 일어나지 않을 확률을 이용한다.

모든 경우의 수는 $8 \times 8 = 64$

두 사람이 같은 층에서 내리는 경우는

2층, 3층, 4층, 5층, 6층, 7층, 8층, 9층

의 8가지이므로 그 확률은

$$\frac{8}{64} = \frac{1}{8}$$

따라서 구하는 확률은

$$1 - \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$$

답 $\frac{7}{8}$

06 전략 (적어도 하나는 A일 확률) = $1 - (\text{모두 A가 아닐 확률})$

모든 경우의 수는

$$2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$$

모두 틀리는 경우는 1가지이므로 그 확률은 $\frac{1}{16}$

따라서 구하는 확률은

$$1 - \frac{1}{16} = \frac{15}{16}$$

답 ⑤

07 전략 과녁의 세 원의 반지름의 길이를 각각 x , $2x$, $3x$ 라 하고 필요한 부분의 넓이를 구한다.

세 원의 반지름의 길이의 비가 $1:2:3$ 이므로 세 원의 반지름의 길이를 각각 x , $2x$, $3x$ 라 하자.

과녁 전체의 넓이는

$$\pi \times (3x)^2 = 9\pi x^2$$

6점에 해당하는 부분의 넓이는

$$9\pi x^2 - \pi \times (2x)^2 = 5\pi x^2$$

따라서 구하는 확률은

$$\frac{5\pi x^2}{9\pi x^2} = \frac{5}{9}$$

답 $\frac{5}{9}$

08 전략 '또는', '이거나' $\rightarrow$ 두 사건의 확률을 더한다.

학생 100명 중에서 주도형인 학생은 20명이므로 그 확률은

$$\frac{20}{100} = \frac{1}{5}$$

학생 100명 중에서 사교형인 학생은 24명이므로 그 확률은

$$\frac{24}{100} = \frac{6}{25}$$

따라서 구하는 확률은

$$\frac{1}{5} + \frac{6}{25} = \frac{11}{25}$$

답 ③

09 전략 200 이하인 세 자리 자연수일 확률과 400 이상인 세 자리 자연수일 확률을 각각 구한다.

모든 경우의 수는

$$4 \times 4 \times 3 = 48$$

(i) 200 이하인 경우

백의 자리의 숫자가 1이어야 하므로 200 이하인 경우의 수는 $4 \times 3 = 12$ 이고, 그 확률은

$$\frac{12}{48} = \frac{1}{4}$$

(ii) 400 이상인 경우

백의 자리의 숫자가 4이어야 하므로 400 이상인 경우의 수는 $4 \times 3 = 12$ 이고, 그 확률은

$$\frac{12}{48} = \frac{1}{4}$$

(i), (ii)에서 구하는 확률은

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

답 $\frac{1}{2}$

10 전략 '동시에', '그리고' $\rightarrow$ 두 사건의 확률을 곱한다.

A 팀이 이기려면 자유투 2개를 모두 성공시켜야 하고 자유

투 성공률은 $\frac{4}{5}$ 이므로 구하는 확률은

$$\frac{4}{5} \times \frac{4}{5} = \frac{16}{25}$$

답 ④

11 전략 (두 사건 A, B 중 적어도 하나가 일어날 확률)

$$= 1 - (\text{두 사건 A, B가 모두 일어나지 않을 확률})$$

두 사람이 만나지 못하려면 적어도 한 사람은 약속을 지키지 않아야 한다.

이때 두 사람이 모두 약속을 지킬 확률은

$$\frac{2}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{6}$$

따라서 구하는 확률은

$$1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$$

답 ⑤

12 전략 첫 번째 카드를 뽑을 때 카드의 전체 개수와 두 번째 카드를 뽑을 때 카드의 전체 개수가 같음을 이용한다.

4장의 카드 중에서 L이 적힌 카드를 뽑을 확률은 $\frac{1}{4}$ 이고 2

장 모두 L이 적힌 카드를 뽑을 확률은

$$\frac{1}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{16}$$

이때 2장 모두 O, V, E가 적힌 카드를 뽑을 확률도 각각 $\frac{1}{16}$ 이므로 구하는 확률은

$$\frac{1}{16} + \frac{1}{16} + \frac{1}{16} + \frac{1}{16} = \frac{4}{16} = \frac{1}{4} \quad \text{답 } \frac{1}{4}$$

- 13 **전략** 첫 번째 바둑돌을 꺼낼 때 바둑돌의 전체 개수와 두 번째 바둑돌을 꺼낼 때 바둑돌의 전체 개수가 같지 않음을 이용한다.

첫 번째에 검은 바둑돌이 나올 확률은 $\frac{3}{10}$

두 번째에 검은 바둑돌이 나올 확률은 $\frac{2}{9}$

따라서 구하는 확률은

$$\frac{3}{10} \times \frac{2}{9} = \frac{1}{15} \quad \text{답 } ①$$

- 14 **전략** 빨간 구슬의 개수를 x 라 하고 식을 세운다.
빨간 구슬의 개수를 x 라 하면 노란 구슬이 나올 확률이 $\frac{1}{6}$ 이므로

$$\frac{2}{2+6+x} = \frac{1}{6}, \quad 8+x=12$$

$$\therefore x=4$$

따라서 주머니에 들어 있는 빨간 구슬은 4개이다. **답** ④

- 15 **전략** 두 직선의 교점의 x 좌표가 10이 되도록 하는 a, b 사이의 관계식을 구한다.

모든 경우의 수는

$$6 \times 6 = 36$$

$x=1$ 을 $y=2x-a$ 에 대입하면

$$y=2-a \quad \dots\dots ㉠$$

$x=1$ 을 $y=-x+b$ 에 대입하면

$$y=-1+b \quad \dots\dots ㉡$$

㉠, ㉡에서 $2-a=-1+b$ 이므로

$$a+b=3$$

이때 $a+b=3$ 을 만족시키는 순서쌍 (a, b) 는

$$(1, 2), (2, 1)$$

의 2가지이다.

따라서 구하는 확률은

$$\frac{2}{36} = \frac{1}{18} \quad \text{답 } \frac{1}{18}$$

- 16 **전략** 기약분수의 분모를 소인수분해했을 때 분모의 소인수가 2 또는 5뿐이면 유한소수이다.

뽑은 공에 적힌 수 x 에 대하여 $\frac{x}{30}$, 즉 $\frac{x}{2 \times 3 \times 5}$ 가 유한소수이려면 x 는 3의 배수이어야 한다.

1부터 20까지의 자연수 중 3의 배수는 6개이므로 $\frac{x}{30}$ 가 유한소수일 확률은

$$\frac{6}{20} = \frac{3}{10}$$

따라서 구하는 확률은

$$1 - \frac{3}{10} = \frac{7}{10} \quad \text{답 } ③$$

개념 더하기

주어진 분수를 기약분수로 나타낸 후 분모를 소인수분해했을 때

① 분모의 소인수가 2 또는 5뿐이면 $\rightarrow$ 유한소수

② 분모에 2와 5 이외의 소인수가 있으면 $\rightarrow$ 순환소수

- 17 **전략** 주사위의 바닥 면에 적힌 두 수의 합이 9 또는 10일 확률을 각각 구한다.

모든 경우의 수는

$$4 \times 6 = 24$$

(i) 두 수의 합이 9인 경우는

$$(3, 6), (4, 5)$$

이므로 그 확률은

$$\frac{2}{24} = \frac{1}{12}$$

(ii) 두 수의 합이 10인 경우는

$$(4, 6)$$

이므로 그 확률은 $\frac{1}{24}$

(i), (ii)에서 구하는 확률은

$$\frac{1}{12} + \frac{1}{24} = \frac{1}{8} \quad \text{답 } \frac{1}{8}$$

- 18 **전략** 우승하기 위해서 총 몇 번의 경기를 이겨야 하는지 생각한다.

6반이 우승하기 위해서는 세 번의 경기에서 모두 이겨야 하므로 구하는 확률은

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8} \quad \text{답 } \frac{1}{8}$$

- 19 **전략** 주어진 조건을 이용하여 지성이가 합격할 확률을 먼저 구한다.

지성이가 합격할 확률을 x 라 하면 예은이와 지성이가 모

두 합격할 확률이 $\frac{3}{7}$ 이므로

$$\frac{5}{7} \times x = \frac{3}{7} \quad \therefore x = \frac{3}{5}$$

따라서 예은이는 불합격하고 지성이는 합격할 확률은

$$\left(1 - \frac{5}{7}\right) \times \frac{3}{5} = \frac{6}{35} \quad \text{답 } \frac{6}{35}$$

20 전략 어떤 사건이 일어나지 않을 확률을 이용한다.

4개의 공을 모두 맞힐 확률은

$$\frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{16}{81}$$

따라서 구하는 확률은

$$1 - \frac{16}{81} = \frac{65}{81} \quad \text{답 } \frac{65}{81}$$

21 전략 두 장의 카드에 적힌 수의 합이 짝수가 되는 경우를 나누어 생각한다.

두 장의 카드에 적힌 수의 합이 짝수이려면 두 수가 모두 짝수이거나 모두 홀수이어야 한다.

(i) 짝수가 적힌 카드를 꺼내는 경우는

2, 4, 6, 8

의 4가지이므로 두 장 모두 짝수가 적힌 카드를 꺼낼 확률은

$$\frac{4}{9} \times \frac{4}{9} = \frac{16}{81}$$

(ii) 홀수가 적힌 카드를 꺼내는 경우는

1, 3, 5, 7, 9

의 5가지이므로 두 장 모두 홀수가 적힌 카드를 꺼낼 확률은

$$\frac{5}{9} \times \frac{5}{9} = \frac{25}{81}$$

(i), (ii)에서 구하는 확률은

$$\frac{16}{81} + \frac{25}{81} = \frac{41}{81} \quad \text{답 } \textcircled{2}$$

22 전략 B가 4회 이내에 이기는 경우를 나누어 각각의 확률을 구한다.

1개의 주사위를 던질 때, 5의 약수의 눈이 나오는 경우는 1, 5의 2가지이므로 그 확률은

$$\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

B가 4회 이내에 이기려면 B가 2회에서 이기거나 4회에서 이겨야 한다.

(i) B가 2회에서 이기려면 1회에서 5의 약수의 눈이 나오지 않고 2회에서 5의 약수의 눈이 나오면 되므로 그 확률은

$$\left(1 - \frac{1}{3}\right) \times \frac{1}{3} = \frac{2}{9}$$

(ii) B가 4회에서 이기려면 1, 2, 3회에서 5의 약수의 눈이 나오지 않고 4회에서 5의 약수의 눈이 나오면 되므로 그 확률은

$$\begin{aligned} & \left(1 - \frac{1}{3}\right) \times \left(1 - \frac{1}{3}\right) \times \left(1 - \frac{1}{3}\right) \times \frac{1}{3} \\ &= \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{8}{81} \end{aligned}$$

(i), (ii)에서 구하는 확률은

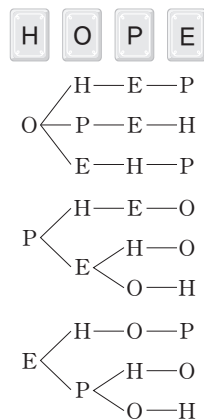
$$\frac{2}{9} + \frac{8}{81} = \frac{26}{81} \quad \text{답 } \textcircled{3}$$

23 전략 (적어도 하나는 A일 확률) = $1 - (\text{모두 A가 아닐 확률})$

카드 4장을 일렬로 나열하는 경우의 수는

$$4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$$

4장의 카드가 모두 원래의 위치에 있지 않은 경우는 다음과 같이 9가지이다.



따라서 4장의 카드가 모두 원래의 위치에 있지 않을 확률은

$$\frac{9}{24} = \frac{3}{8}$$

이므로 구하는 확률은

$$1 - \frac{3}{8} = \frac{5}{8} \quad \text{답 } \frac{5}{8}$$

24 전략 점 P가 점 E에 위치하려면 주사위를 두 번 던져 나오는 눈의 수의 합이 몇이어야 하는지 생각해 본다.

모든 경우의 수는

$$6 \times 6 = 36$$

점 P가 점 E에 위치하려면 점 P가 움직인 거리는

1 cm, 6 cm, 11 cm, 16 cm,

21 cm, 26 cm, 31 cm, 36 cm, ...

이어야 한다.

이때 점 P는 화살표 방향으로 3의 배수의 거리만큼 움직이므로 점 P가 움직인 거리가 될 수 있는 것은 6 cm 또는 21 cm 또는 36 cm이다.

주사위를 두 번 던져 나오는 눈의 수의 합을 t 라 하면 $3t=6$ 또는 $3t=21$ 또는 $3t=36$ 에서

$$t=2 \text{ 또는 } t=7 \text{ 또는 } t=12$$

즉 주사위를 두 번 던져 나오는 눈의 수의 합이 2 또는 7 또는 12이어야 한다.

(i) 두 눈의 수의 합이 2인 경우

$$(1, 1) \text{의 1가지이므로 그 확률은 } \frac{1}{36}$$

(ii) 두 눈의 수의 합이 7인 경우

(1, 6), (2, 5), (3, 4), (4, 3), (5, 2), (6, 1)

$$\text{의 6가지이므로 그 확률은 } \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

(iii) 두 눈의 수의 합이 12인 경우

$$(6, 6) \text{의 1가지이므로 그 확률은 } \frac{1}{36}$$

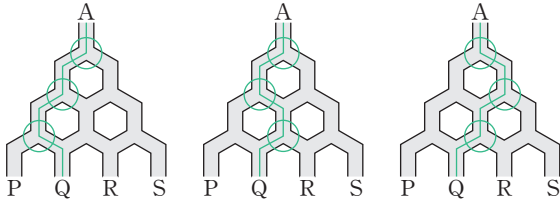
이상에서 구하는 확률은

$$\frac{1}{36} + \frac{1}{6} + \frac{1}{36} = \frac{8}{36} = \frac{2}{9}$$

답 $\frac{2}{9}$

25 전략 공이 Q로 나오는 경우를 생각해 본다.

공이 Q로 나오는 경우는 다음과 같이 3가지이다.



이때 각 갈림길에서 공이 어느 한쪽으로 이동할 확률은

모두 $\frac{1}{2}$ 이므로 각 경우의 확률은

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$$

따라서 구하는 확률은

$$\frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{3}{8}$$

답 $\frac{3}{8}$

서술형 대비 문제

▶ 본문 230 ~ 231쪽

- | | | |
|-------------------|------------------|-------------------|
| 1 $\frac{19}{21}$ | 2 $\frac{9}{25}$ | 3 $\frac{2}{5}$ |
| 4 $\frac{33}{50}$ | 5 $\frac{2}{3}$ | 6 $\frac{17}{30}$ |

1 1단계 준이가 10등 안에 들지 못할 확률은

$$1 - \frac{3}{7} = \frac{4}{7}$$

2단계 기쁨이가 10등 안에 들지 못할 확률은

$$1 - \frac{5}{6} = \frac{1}{6}$$

3단계 (적어도 한 명은 10등 안에 들 확률)

$$= 1 - (\text{둘 다 10등 안에 들지 못할 확률})$$

$$= 1 - \frac{4}{7} \times \frac{1}{6}$$

$$= 1 - \frac{2}{21} = \frac{19}{21}$$

답 $\frac{19}{21}$

2 1단계 (i) 화요일에 비가 왔을 때, 수요일에 비가 오고 목요일에 비가 올 확률은

$$\frac{2}{5} \times \frac{2}{5} = \frac{4}{25}$$

2단계 (ii) 비가 온 날의 다음 날에 비가 올 확률은 $\frac{2}{5}$ 이므로 비가 온 날의 다음 날에 비가 오지 않을 확률은

$$1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$$

화요일에 비가 왔을 때, 수요일에 비가 오지 않고 목요일에 비가 올 확률은

$$\frac{3}{5} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{5}$$

3단계 (i), (ii)에서 구하는 확률은

$$\frac{4}{25} + \frac{1}{5} = \frac{9}{25}$$

답 $\frac{9}{25}$

3 1단계 5개의 막대 중에서 3개를 선택하는 경우의 수는

$$\frac{5 \times 4 \times 3}{3 \times 2 \times 1} = 10$$

2단계 삼각형이 만들어지는 경우는

(2, 4, 5), (4, 5, 7), (4, 7, 9), (5, 7, 9)

의 4가지

3단계 삼각형이 만들어질 확률은

$$\frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$

답 $\frac{2}{5}$

단계	채점 요소	배점
1	모든 경우의 수 구하기	3점
2	삼각형이 만들어지는 경우의 수 구하기	3점
3	확률 구하기	1점

4 1단계 (i) 2의 배수는 25개이므로 2의 배수가 나올 확률은

$$\frac{25}{50} = \frac{1}{2}$$

2단계 (ii) 3의 배수는 16개이므로 3의 배수가 나올 확률은

$$\frac{16}{50} = \frac{8}{25}$$

3단계 (iii) 2의 배수이면서 3의 배수, 즉 6의 배수는 8개이므로 6의 배수가 나올 확률은

$$\frac{8}{50} = \frac{4}{25}$$

4단계 이상에서 구하는 확률은

$$\frac{1}{2} + \frac{8}{25} - \frac{4}{25} = \frac{33}{50}$$

답 $\frac{33}{50}$

단계	채점 요소	배점
1	2의 배수가 나올 확률 구하기	2점
2	3의 배수가 나올 확률 구하기	2점
3	6의 배수가 나올 확률 구하기	2점
4	2의 배수 또는 3의 배수가 나올 확률 구하기	2점

5 1단계 (i) 정육면체 A의 윗면에 적힌 수가 2인 경우

정육면체 B의 윗면에 적힌 수는 1이어야 하므로 그 확률은

$$\frac{3}{6} \times \frac{2}{6} = \frac{1}{6}$$

- 2단계 (ii) 정육면체 A의 윗면에 적힌 수가 5인 경우
정육면체 B의 윗면에 적힌 수는 모두 가능하므로
그 확률은

$$\frac{3}{6} \times 1 = \frac{1}{2}$$

- 3단계 (i), (ii)에서 구하는 확률은

$$\frac{1}{6} + \frac{1}{2} = \frac{2}{3}$$

답 $\frac{2}{3}$

단계	채점 요소	배점
1	정육면체 A의 윗면에 적힌 수가 2인 경우 확률 구하기	3점
2	정육면체 A의 윗면에 적힌 수가 5인 경우 확률 구하기	3점
3	확률 구하기	1점

- 6 1단계 (i) A 주머니에서 흰 공을 꺼낸 후 B 주머니에서 흰 공이 나올 확률은

$$\frac{2}{5} \times \frac{4}{6} = \frac{4}{15}$$

- 2단계 (ii) A 주머니에서 검은 공을 꺼낸 후 B 주머니에서 흰 공이 나올 확률은

$$\frac{3}{5} \times \frac{3}{6} = \frac{3}{10}$$

- 3단계 (i), (ii)에서 구하는 확률은

$$\frac{4}{15} + \frac{3}{10} = \frac{17}{30}$$

답 $\frac{17}{30}$

단계	채점 요소	배점
1	A 주머니에서 흰 공을 꺼낸 후 B 주머니에서 흰 공이 나올 확률 구하기	3점
2	A 주머니에서 검은 공을 꺼낸 후 B 주머니에서 흰 공이 나올 확률 구하기	3점
3	확률 구하기	1점

MEMO