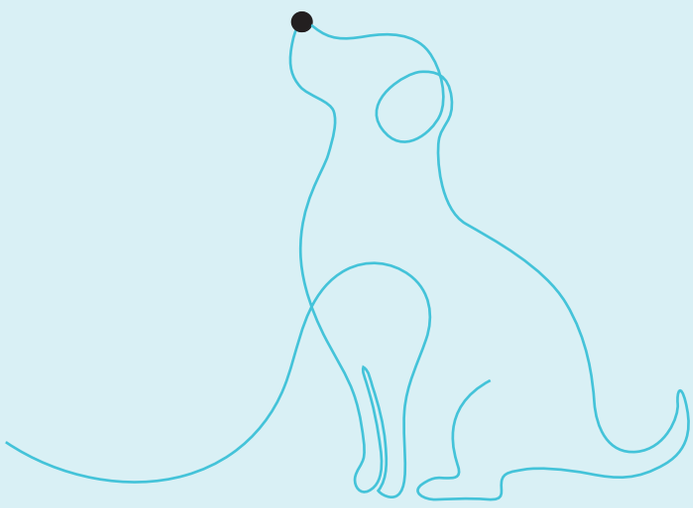
RPM Pro

AI 튜터와 함께 푸는 RPM Pro

중학 수학 1-2

정답 및 풀이



정답 및 풀이

I. 기본 도형

01 기본 도형

셀프 CHECK

본책 8~9쪽

A (1) 선이 움직인 자리는 평면 또는 곡면이 된다.
(2) 삼각형은 평면도형이다.

답 (1) × (2) × (3) ○

B 사각기둥의 교점의 개수는 꼭짓점의 개수와 같으므로 8이고 교선의 개수는 모서리의 개수와 같으므로 12이다.

답 8, 12

C (2) $\overrightarrow{BC}$와 $\overrightarrow{AC}$는 뻗어 나가는 방향은 같으나 시작점이 다르므로 $\overrightarrow{BC} \neq \overrightarrow{AC}$
(3) $\overrightarrow{CA}$와 $\overrightarrow{CB}$는 시작점과 뻗어 나가는 방향이 모두 같으므로 $\overrightarrow{CA}=\overrightarrow{CB}$

답 (1) = (2) ≠ (3) = (4) =

D 답 (1) 3 (2) 6

E (1) $0^\circ<$(예각)$<90^\circ$이므로 ㄱ, ㄹ이다.
(2) (직각)$=90^\circ$이므로 ㅁ이다.
(3) $90^\circ<$(둔각)$<180^\circ$이므로 ㄷ, ㅂ이다.
(4) (평각)$=180^\circ$이므로 ㄴ이다.

답 (1) ㄱ, ㄹ (2) ㅁ (3) ㄷ, ㅂ (4) ㄴ

F (1) $\angle x+35^\circ=90^\circ$이므로 $\angle x=55^\circ$
(2) $\angle x+70^\circ=180^\circ$이므로 $\angle x=110^\circ$

답 (1) 55° (2) 110°

G 맞꼭지각의 크기는 서로 같으므로 $\angle x=50^\circ$
평각의 크기는 180°이므로 $50^\circ+\angle y=180^\circ$
$\therefore \angle y=130^\circ$

답 $\angle x=50^\circ$, $\angle y=130^\circ$

H 답 (1) ⊥ (2) O (3) $\overline{AO}$

내신 유형 다지기

본책 10~19쪽

유형 001 교점, 교선의 개수

본책 10쪽

(1) 교점: 선과 선 또는 선과 면이 만나서 생기는 점
(2) 교선: 면과 면이 만나서 생기는 선
➡ 평면으로만 둘러싸인 입체도형에서
(교점의 개수)=(꼭짓점의 개수),
(교선의 개수)=(모서리의 개수)

001 오각기둥에서 면의 개수는 7, 교점의 개수는 10, 교선의 개수는 15이므로
$a=7$, $b=10$, $c=15$
$\therefore a-b+c=7-10+15=12$

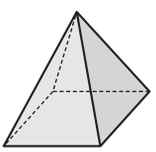
답 12

002 입체도형 A에서 교점의 개수는 4, 교선의 개수는 6이므로
$a=4$, $b=6$ … 1단계
입체도형 B에서 교점의 개수는 0, 교선의 개수는 2이므로
$c=0$, $d=2$ … 2단계
$\therefore a+b+c-d=4+6+0-2=8$ … 3단계

답 8

단계	채점 요소	비율
1	a, b의 값 구하기	40 %
2	c, d의 값 구하기	40 %
3	$a+b+c-d$의 값 구하기	20 %

003 ㄴ. 교점은 선과 선 또는 선과 면이 만날 때 생긴다.
ㄹ. 오른쪽 그림과 같은 사각뿔에서 교선의 개수는 8이다.



이상에서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다.

답 ②

유형 002 직선, 반직선, 선분

본책 10쪽

(1) A B ➡ 직선 AB ➡ $\overleftrightarrow{AB}$
(2) A B ➡ 반직선 AB ➡ $\overrightarrow{AB}$
(3) A B ➡ 선분 AB ➡ $\overline{AB}$

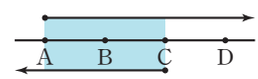
004 ⑤ $\overrightarrow{AC}$와 $\overrightarrow{BD}$는 뻗어 나가는 방향은 같으나 시작점이 다르므로
$\overrightarrow{AC} \neq \overrightarrow{BD}$
따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

답 ⑤

005 $\overrightarrow{BC}$를 포함하는 것은 $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BD}$, $\overleftrightarrow{AB}$의 3개이다.

답 3개

006 ① $\overrightarrow{BC}$와 $\overrightarrow{CB}$는 시작점과 뻗어 나가는 방향이 모두 다르므로 서로 다른 반직선이다.
③ 오른쪽 그림에서 $\overrightarrow{AC}$와 $\overrightarrow{CB}$의 공통인 부분은 $\overline{AC}$이다.



⑤ 직선과 반직선은 길이를 생각할 수 없다.
따라서 옳은 것은 ②, ④이다.

답 ②, ④

유형 003 직선, 반직선, 선분의 개수 (1) 본책 11쪽

두 점 A, B로 만들 수 있는 서로 다른 직선, 반직선, 선분은 다음과 같다.

① 직선 ➜ $\overleftrightarrow{AB}$의 1개

② 반직선 ➜ $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BA}$의 2개 → 직선의 개수의 2배이다.

③ 선분 ➜ $\overline{AB}$의 1개 → 직선의 개수와 같다.

007 직선은 $\overleftrightarrow{AB}$, $\overleftrightarrow{AC}$, $\overleftrightarrow{AD}$, $\overleftrightarrow{BC}$, $\overleftrightarrow{BD}$, $\overleftrightarrow{CD}$의 6개이다.

답 ①

다른 풀이 직선의 개수는 $\frac{4\times(4-1)}{2}=6$

만점 공략 노트

어느 세 점도 한 직선 위에 있지 않은 n $(n\geq2)$개의 점 중에서 두 점을 지나는 서로 다른 직선, 반직선, 선분의 개수는 다음과 같다.

① 직선의 개수 ➜ $\frac{n(n-1)}{2}$

② 반직선의 개수 ➜ $n(n-1)$

③ 선분의 개수 ➜ $\frac{n(n-1)}{2}$

008 선분은 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$, $\overline{BC}$의 3개이므로

$a=3$

반직선의 개수는 선분의 개수의 2배이므로

$b=3\times2=6$

$\therefore a+b=3+6=9$

답 ②

다른 풀이 선분의 개수는 $\frac{3\times(3-1)}{2}=3$ $\therefore a=3$

반직선의 개수는 $3\times(3-1)=6$ $\therefore b=6$

$\therefore a+b=3+6=9$

009 직선은

$\overleftrightarrow{AB}$, $\overleftrightarrow{AC}$, $\overleftrightarrow{AD}$, $\overleftrightarrow{AE}$, $\overleftrightarrow{BC}$, $\overleftrightarrow{BD}$, $\overleftrightarrow{BE}$, $\overleftrightarrow{CD}$, $\overleftrightarrow{CE}$, $\overleftrightarrow{DE}$

의 10개이므로 $x=10$ … 1단계

반직선의 개수는 직선의 개수의 2배이므로

$y=10\times2=20$ … 2단계

선분의 개수는 직선의 개수와 같으므로

$z=10$ … 3단계

$\therefore x+y+z=10+20+10=40$ … 4단계

답 40

단계	채점 요소	비율
1	x의 값 구하기	30 %
2	y의 값 구하기	30 %
3	z의 값 구하기	30 %
4	$x+y+z$의 값 구하기	10 %

다른 풀이 직선의 개수는 $\frac{5\times(5-1)}{2}=10$ $\therefore x=10$

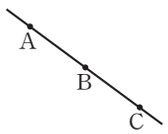
반직선의 개수는 $5\times(5-1)=20$ $\therefore y=20$

선분의 개수는 $\frac{5\times(5-1)}{2}=10$ $\therefore z=10$

$\therefore x+y+z=10+20+10=40$

유형 004 직선, 반직선, 선분의 개수 (2) 본책 11쪽

한 직선 위에 있는 세 점 A, B, C 중 두 점을 골라 만들 수 있는 서로 다른 직선, 반직선, 선분은 다음과 같다.



① 직선 ➜ $\overleftrightarrow{AB}$의 1개

② 반직선 ➜ $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BA}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{CB}$의 4개

③ 선분 ➜ $\overline{AB}$, $\overline{AC}$, $\overline{BC}$의 3개

010 직선은 $\overleftrightarrow{AB}$의 1개이므로 $a=1$

반직선은 $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BA}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{CB}$, $\overrightarrow{CD}$, $\overrightarrow{DC}$의 6개이므로

$b=6$

선분은 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$, $\overline{AD}$, $\overline{BC}$, $\overline{BD}$, $\overline{CD}$의 6개이므로

$c=6$

$\therefore a+b-c=1+6-6=1$

답 ①

다른 풀이 반직선의 개수는 $2\times(4-1)=6$ $\therefore b=6$

선분의 개수는 $\frac{4\times(4-1)}{2}=6$ $\therefore c=6$

만점 공략 노트

한 직선 위에 있는 n $(n\geq2)$개의 점 중에서 두 점을 지나는 서로 다른 직선, 반직선, 선분의 개수는 다음과 같다.

① 직선의 개수 ➜ 1

② 반직선의 개수 ➜ $2(n-1)$

③ 선분의 개수 ➜ $\frac{n(n-1)}{2}$

011 직선은 $\overleftrightarrow{AB}$, $\overleftrightarrow{EA}$, $\overleftrightarrow{EB}$, $\overleftrightarrow{EC}$, $\overleftrightarrow{ED}$의 5개이다. 답 5

012 반직선은

$\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{AE}$, $\overrightarrow{BA}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{BD}$, $\overrightarrow{BE}$, $\overrightarrow{CA}$, $\overrightarrow{CD}$, $\overrightarrow{CE}$, $\overrightarrow{DA}$, $\overrightarrow{DB}$, $\overrightarrow{DC}$, $\overrightarrow{DE}$, $\overrightarrow{EA}$, $\overrightarrow{EB}$, $\overrightarrow{EC}$, $\overrightarrow{ED}$

의 18개이다.

답 ④

013 직선은

$\overleftrightarrow{AB}$, $\overleftrightarrow{AD}$, $\overleftrightarrow{AF}$, $\overleftrightarrow{BD}$, $\overleftrightarrow{BE}$, $\overleftrightarrow{BF}$, $\overleftrightarrow{CD}$, $\overleftrightarrow{CE}$, $\overleftrightarrow{CF}$, $\overleftrightarrow{DE}$, $\overleftrightarrow{DF}$

의 11개이므로 $a=11$ … 1단계

반직선은

$\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{AF}$, $\overrightarrow{BA}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{BD}$, $\overrightarrow{BE}$, $\overrightarrow{BF}$, $\overrightarrow{CA}$, $\overrightarrow{CD}$, $\overrightarrow{CE}$, $\overrightarrow{CF}$, $\overrightarrow{DA}$, $\overrightarrow{DB}$, $\overrightarrow{DC}$, $\overrightarrow{DE}$, $\overrightarrow{DF}$, $\overrightarrow{EA}$, $\overrightarrow{EB}$, $\overrightarrow{EC}$, $\overrightarrow{ED}$, $\overrightarrow{FA}$, $\overrightarrow{FB}$, $\overrightarrow{FC}$, $\overrightarrow{FD}$, $\overrightarrow{FE}$

의 26개이므로 $b=26$ … 2단계

$\therefore a+b=11+26=37$ … 3단계

답 37

단계	채점 요소	비율
1	a의 값 구하기	40 %
2	b의 값 구하기	40 %
3	$a+b$의 값 구하기	20 %

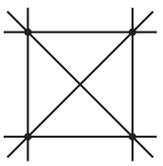
014 오른쪽 그림과 같이 네 점이 한 직선 위에 있을 때 만들 수 있는 직선의 개수가 최소이므로

$x=1$

또 오른쪽 그림과 같이 네 점 중 어느 세 점도 한 직선 위에 있지 않을 때 만들 수 있는 직선의 개수가 최대이므로

$y=6$

$\therefore x+y=1+6=7$ 답 ③

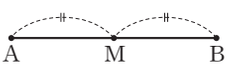


유형 005 선분의 중점 본책 12쪽

점 M이 $\overline{AB}$의 중점일 때

① $\overline{AM}=\overline{MB}=\frac{1}{2}\overline{AB}$

② $\overline{AB}=2\overline{AM}=2\overline{MB}$



015 ① 점 M은 $\overline{AB}$의 중점이므로 $\overline{AB}=2\overline{AM}$

② 점 N은 $\overline{AM}$의 중점이므로 $\overline{AN}=\frac{1}{2}\overline{AM}$

③ $\overline{AB}=2\overline{AM}=2\times2\overline{NM}=4\overline{NM}$

④ $\overline{NB}=\overline{NM}+\overline{MB}=\overline{NM}+\overline{AM}=\overline{AN}+2\overline{AN}=3\overline{AN}$

⑤ $\overline{NB}=\overline{NM}+\overline{MB}=\frac{1}{2}\overline{AM}+\overline{AM}=\frac{3}{2}\overline{AM}$

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다. 답 ⑤

016 ㄱ. 두 점 M, N은 $\overline{AB}$의 삼등분점이므로

$\overline{AM}=\overline{MN}=\overline{NB}$ $\therefore \overline{MB}=\overline{AN}$

ㄴ. 점 P는 $\overline{MN}$의 중점이므로 $\overline{MN}=2\overline{MP}$

$\therefore \overline{AB}=3\overline{MN}=3\times2\overline{MP}=6\overline{MP}$

ㄷ. $\overline{AP}=\overline{AM}+\overline{MP}=\overline{NB}+\overline{PN}=\overline{PB}$

ㄹ. $\overline{MP}=\frac{1}{2}\overline{MN}=\frac{1}{2}\overline{AM}$

이상에서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ, ㄹ이다. 답 ㄱ, ㄷ, ㄹ

017 ① 두 점 P, Q가 각각 $\overline{AM}$, $\overline{MB}$의 중점이므로

$\overline{AM}=2\overline{PM}$, $\overline{MB}=2\overline{MQ}$

$\therefore \overline{AB}=\overline{AM}+\overline{MB}=2\overline{PM}+2\overline{MQ}$

$=2(\overline{PM}+\overline{MQ})=2\overline{PQ}$

② 점 M이 $\overline{AB}$의 중점이므로 $\overline{AM}=\overline{BM}$

$\therefore \overline{PB}=\overline{PM}+\overline{MB}=\frac{1}{2}\overline{AM}+2\overline{MQ}$

$=\frac{1}{2}\overline{MB}+2\overline{MQ}=\overline{MQ}+2\overline{MQ}=3\overline{MQ}$

③ $\overline{PM}=\frac{1}{2}\overline{AM}=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{4}\overline{AB}$

④ $\overline{AQ}=\overline{AM}+\overline{MQ}=\overline{MB}+\frac{1}{2}\overline{MB}=\frac{3}{2}\overline{MB}$

⑤ $\overline{AM}=\frac{1}{2}\overline{AB}$, $\overline{MQ}=\frac{1}{2}\overline{MB}=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{4}\overline{AB}$이므로

$\overline{AQ}=\overline{AM}+\overline{MQ}=\frac{1}{2}\overline{AB}+\frac{1}{4}\overline{AB}=\frac{3}{4}\overline{AB}$

$\therefore \overline{AB}=\frac{4}{3}\overline{AQ}$

따라서 옳은 것은 ⑤이다. 답 ⑤

018 ① 두 점 C, D는 $\overline{AB}$의 삼등분점이므로

$\overline{AC}=\overline{CD}=\overline{DB}$

점 M은 $\overline{AC}$의 중점이므로 $\overline{MC}=\frac{1}{2}\overline{AC}$

따라서 $\overline{MD}=\overline{MC}+\overline{CD}=\frac{1}{2}\overline{AC}+\overline{AC}=\frac{3}{2}\overline{AC}$이므로

$3\overline{AC}=2\overline{MD}$

② 두 점 P, Q는 $\overline{DB}$의 삼등분점이므로 $\overline{DB}=3\overline{PQ}$

$\therefore \overline{MC}=\frac{1}{2}\overline{AC}=\frac{1}{2}\overline{DB}=\frac{1}{2}\times3\overline{PQ}=\frac{3}{2}\overline{PQ}$

③ $\overline{DQ}=\overline{DP}+\overline{PQ}=\frac{1}{3}\overline{DB}+\frac{1}{3}\overline{DB}=\frac{2}{3}\overline{DB}$이므로

$\overline{DB}=\frac{3}{2}\overline{DQ}$

$\therefore \overline{AD}=2\overline{DB}=2\times\frac{3}{2}\overline{DQ}=3\overline{DQ}$

④ $\overline{MP}=\overline{MC}+\overline{CD}+\overline{DP}=\frac{1}{2}\overline{AC}+\overline{CD}+\frac{1}{3}\overline{DB}$

$=\frac{1}{2}\overline{AC}+\overline{AC}+\frac{1}{3}\overline{AC}=\frac{11}{6}\overline{AC}$

⑤ $\overline{CQ}=\overline{CD}+\overline{DP}+\overline{PQ}=\overline{DB}+\overline{QB}+\overline{QB}$

$=3\overline{QB}+\overline{QB}+\overline{QB}=5\overline{QB}$

따라서 옳지 않은 것은 ②, ④이다. 답 ②, ④

019 $\overline{AB}=a$라 하면 점 P는 $\overline{AB}$의 중점이므로

$\overline{AP}=\overline{PB}=\frac{1}{2}a$

점 Q는 $\overline{AP}$의 중점이므로

$\overline{AQ}=\overline{QP}=\frac{1}{2}\overline{AP}=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}a=\frac{1}{4}a$

$\therefore \overline{QB}=\overline{QP}+\overline{PB}=\frac{1}{4}a+\frac{1}{2}a=\frac{3}{4}a$

점 R는 $\overline{QB}$의 중점이므로

$\overline{QR}=\overline{RB}=\frac{1}{2}\overline{QB}=\frac{1}{2}\times\frac{3}{4}a=\frac{3}{8}a$

$\therefore \overline{PR}=\overline{QR}-\overline{QP}=\frac{3}{8}a-\frac{1}{4}a=\frac{1}{8}a=\frac{1}{8}\overline{AB}$

따라서 $\overline{AB}=8\overline{PR}$이므로

$k=8$ 답 ⑤

다른 풀이 세 점 P, Q, R가 각각 $\overline{AB}$, $\overline{AP}$, $\overline{QB}$의 중점이므로

$\overline{PR}=\overline{QR}-\overline{QP}=\frac{1}{2}\overline{QB}-\frac{1}{2}\overline{AP}=\frac{1}{2}(\overline{AB}-\overline{AQ})-\frac{1}{2}\overline{AP}$

$=\frac{1}{2}\overline{AB}-\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\overline{AP}-\frac{1}{2}\overline{AP}=\frac{1}{2}\overline{AB}-\frac{3}{4}\overline{AP}$

$=\frac{1}{2}\overline{AB}-\frac{3}{4}\times\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{8}\overline{AB}$

$\therefore \overline{AB}=8\overline{PR}$ $\therefore k=8$

유형 006 두 점 사이의 거리; 중점 본책 13쪽

두 점 M, N이 각각 $\overline{AC}$, $\overline{CB}$의 중점일 때



$\overline{AC}=2\overline{MC}$, $\overline{CB}=2\overline{CN}$

$\therefore \overline{AB}=\overline{AC}+\overline{CB}=2(\overline{MC}+\overline{CN})=2\overline{MN}$

020 두 점 M, N이 각각 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$의 중점이므로

$\overline{AB}=2\overline{MB}$, $\overline{BC}=2\overline{BN}$

$\therefore \overline{AC}=\overline{AB}+\overline{BC}=2\overline{MB}+2\overline{BN}$

$=2(\overline{MB}+\overline{BN})=2\overline{MN}$

$=2\times18=36\ (\text{cm})$ 답 ④

021 두 점 P, Q가 각각 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$의 중점이므로

$\overline{PB}=\frac{1}{2}\overline{AB}$, $\overline{BQ}=\frac{1}{2}\overline{BC}$

$\therefore \overline{PQ}=\overline{PB}+\overline{BQ}=\frac{1}{2}\overline{AB}+\frac{1}{2}\overline{BC}$

$=\frac{1}{2}(\overline{AB}+\overline{BC})=\frac{1}{2}(\overline{AQ}+\overline{QC})$

$=\frac{1}{2}\times(17+5)=11\ (\text{cm})$ 답 11 cm

다른 풀이 $\overline{BQ}=\overline{QC}=5\ (\text{cm})$이므로

$\overline{AB}=\overline{AQ}-\overline{BQ}=17-5=12\ (\text{cm})$

$\overline{PB}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times12=6\ (\text{cm})$이므로

$\overline{PQ}=\overline{PB}+\overline{BQ}=6+5=11\ (\text{cm})$

022 두 점 M, N이 각각 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$의 중점이므로

$\overline{AB}=2\overline{MB}$, $\overline{BC}=2\overline{BN}$

$\overline{MN}=\overline{AN}-\overline{AM}=20-8=12\ (\text{cm})$이므로

$\overline{AC}=\overline{AB}+\overline{BC}=2\overline{MB}+2\overline{BN}$

$=2(\overline{MB}+\overline{BN})=2\overline{MN}$

$=2\times12=24\ (\text{cm})$ 답 ③

다른 풀이 $\overline{AB}=2\overline{AM}=2\times8=16\ (\text{cm})$이므로

$\overline{BN}=\overline{AN}-\overline{AB}=20-16=4\ (\text{cm})$

$\overline{NC}=\overline{BN}=4\ (\text{cm})$이므로

$\overline{AC}=\overline{AN}+\overline{NC}=20+4=24\ (\text{cm})$

023 두 점 P, Q가 각각 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$의 중점이므로

$\overline{PB}=\frac{1}{2}\overline{AB}$, $\overline{BQ}=\frac{1}{2}\overline{BC}$

$\therefore \overline{PQ}=\overline{PB}+\overline{BQ}=\frac{1}{2}\overline{AB}+\frac{1}{2}\overline{BC}$

$=\frac{1}{2}(\overline{AB}+\overline{BC})=\frac{1}{2}\times(16+28)=22\ (\text{cm})$

점 R가 $\overline{PQ}$의 중점이므로

$\overline{PR}=\frac{1}{2}\overline{PQ}=\frac{1}{2}\times22=11\ (\text{cm})$

$\overline{PB}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times16=8\ (\text{cm})$이므로

$\overline{BR}=\overline{PR}-\overline{PB}=11-8=3\ (\text{cm})$ 답 ②

024 점 M이 $\overline{LB}$의 중점이므로 $\overline{LM}=\overline{MB}=x\ (\text{cm})$라 하면

$\overline{NM}=\overline{NL}+\overline{LM}=5+x\ (\text{cm})$

점 N이 $\overline{AM}$의 중점이므로

$\overline{AN}=\overline{NM}=5+x\ (\text{cm})$

$\therefore \overline{AL}=\overline{AN}+\overline{NL}=(5+x)+5=10+x\ (\text{cm})$,

$\overline{LB}=2\overline{LM}=2x\ (\text{cm})$ … 1단계

이때 점 L이 $\overline{AB}$의 중점이므로 $\overline{AL}=\overline{LB}$에서

$10+x=2x$ $\therefore x=10$ … 2단계

$\therefore \overline{NM}=5+x=5+10=15\ (\text{cm})$ … 3단계

답 15 cm

단계	채점 요소	비율
1	$\overline{LM}=x$ cm라 하고 $\overline{AL}$, $\overline{LB}$의 길이를 x에 대한 식으로 나타내기	60 %
2	x의 값 구하기	20 %
3	$\overline{NM}$의 길이 구하기	20 %

다른 풀이 $\overline{NM}=x$ cm라 하면

$\overline{LM}=\overline{NM}-\overline{NL}=x-5\ (\text{cm})$

따라서 $\overline{LB}=2\overline{LM}=2(x-5)\ (\text{cm})$이므로

$\overline{AL}=\overline{LB}=2(x-5)\ (\text{cm})$ …… ㉠

한편 $\overline{AN}=\overline{NM}=x\ (\text{cm})$이므로

$\overline{AL}=\overline{AN}+\overline{NL}=x+5\ (\text{cm})$ …… ㉡

㉠, ㉡에서 $2(x-5)=x+5$

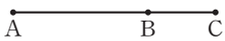
$2x-10=x+5$ $\therefore x=15$

$\therefore \overline{NM}=15\ (\text{cm})$

유형 007 두 점 사이의 거리; 선분의 길이의 비 본책 14쪽

선분의 길이의 비에 대한 조건이 주어지면 구하는 선분의 길이를 다른 선분의 길이에 대한 식으로 나타낸다.

예 오른쪽 그림에서



$\overline{AB}=2\overline{BC}$일 때

$\overline{AC}=\overline{AB}+\overline{BC}=2\overline{BC}+\overline{BC}=3\overline{BC}$

$\therefore \overline{BC}=\frac{1}{3}\overline{AC}$

025 점 M이 $\overline{BC}$의 중점이므로

$\overline{BC}=2\overline{MC}=2\times4=8\ (\text{cm})$

$4\overline{AB}=3\overline{BC}$이므로

$\overline{AB}=\frac{3}{4}\overline{BC}=\frac{3}{4}\times8=6\ (\text{cm})$

$\therefore \overline{AC}=\overline{AB}+\overline{BC}=6+8=14\ (\text{cm})$ 답 14 cm

026 두 점 M, N이 각각 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$의 중점이므로

$\overline{AB}=2\overline{MB}$, $\overline{BC}=2\overline{BN}$

$\therefore \overline{AC}=\overline{AB}+\overline{BC}=2\overline{MB}+2\overline{BN}$

$=2(\overline{MB}+\overline{BN})=2\overline{MN}$

$=2\times15=30\ (\text{cm})$

$\overline{AB}:\overline{BC}=3:2$에서 $2\overline{AB}=3\overline{BC}$이므로

$\overline{BC}=\frac{2}{3}\overline{AB}$

따라서 $\overline{AC}=\overline{AB}+\overline{BC}=\overline{AB}+\frac{2}{3}\overline{AB}=\frac{5}{3}\overline{AB}$이므로

$\overline{AB}=\frac{3}{5}\overline{AC}=\frac{3}{5}\times30=18\,(\text{cm})$ 답 ④

027 $\overline{AD}=4\overline{AB}$이므로

$\overline{AB}=\frac{1}{4}\overline{AD}=\frac{1}{4}\times28=7\,(\text{cm})$

$\therefore \overline{BD}=\overline{AD}-\overline{AB}=28-7=21\,(\text{cm})$

이때 $\overline{BD}=\overline{BC}+\overline{CD}=\overline{BC}+\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{3}{2}\overline{BC}$이므로

$\overline{BC}=\frac{2}{3}\overline{BD}=\frac{2}{3}\times21=14\,(\text{cm})$ 답 ①

028 두 점 P, Q가 각각 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$의 중점이므로

$\overline{AB}=2\overline{PB}$, $\overline{BC}=2\overline{BQ}$

$\therefore \overline{AC}=\overline{AB}+\overline{BC}=2\overline{PB}+2\overline{BQ}$

$=2(\overline{PB}+\overline{BQ})=2\overline{PQ}$

$=2\times6=12\,(\text{cm})$ … 1단계

$\overline{AC}=\overline{AB}+\overline{BC}=2\overline{BC}+\overline{BC}=3\overline{BC}$이므로

$\overline{BC}=\frac{1}{3}\overline{AC}=\frac{1}{3}\times12=4\,(\text{cm})$

$\therefore \overline{CD}=3\overline{BC}=3\times4=12\,(\text{cm})$ … 2단계

이때 점 R가 $\overline{CD}$의 중점이므로

$\overline{RD}=\frac{1}{2}\overline{CD}=\frac{1}{2}\times12=6\,(\text{cm})$ … 3단계

답 6 cm

단계	채점 요소	비율
1	$\overline{AC}$의 길이 구하기	30 %
2	$\overline{CD}$의 길이 구하기	40 %
3	$\overline{RD}$의 길이 구하기	30 %

유형 008 평각 또는 직각을 이용하여 각의 크기 구하기

본책 14쪽

(1) $\angle AOC=180^\circ$일 때,

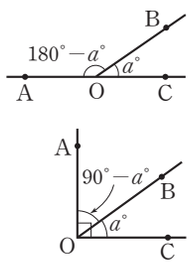
$\angle BOC=a^\circ$라 하면

$\angle AOB=180^\circ-a^\circ$

(2) $\angle AOC=90^\circ$일 때,

$\angle BOC=a^\circ$라 하면

$\angle AOB=90^\circ-a^\circ$



029 $(x+15)+2x+(3x-45)=180$이므로

$6x=210$ $\therefore x=35$

$\therefore \angle COD=3x^\circ-45^\circ=3\times35^\circ-45^\circ=60^\circ$ 답 ③

030 $80^\circ+\angle y+65^\circ=180^\circ$이므로 $\angle y=35^\circ$

$\angle x+\angle y=\angle x+35^\circ=90^\circ$이므로 $\angle x=55^\circ$

$\therefore \angle x-\angle y=55^\circ-35^\circ=20^\circ$ 답 ③

031 $(3x+y)+(x-y)=180$이므로

$4x=180$ $\therefore x=45$

$30+(3x+y)=180$이므로

$30+3\times45+y=180$ $\therefore y=15$

$\therefore 2x-y=2\times45-15=75$ 답 ④

032 $\angle AOB+\angle BOC=90^\circ$이므로

$\angle BOC=90^\circ-\angle AOB$

$\angle BOC+\angle COD=90^\circ$이므로

$\angle BOC=90^\circ-\angle COD$

즉 $90^\circ-\angle AOB=90^\circ-\angle COD$이므로

$\angle AOB=\angle COD$

그런데 $\angle AOB+\angle COD=52^\circ$이므로

$\angle AOB=\angle COD=\frac{1}{2}\times52^\circ=26^\circ$

$\therefore \angle BOC=90^\circ-26^\circ=64^\circ$ 답 ②

다른 풀이 $\angle AOB+\angle BOC=90^\circ$, $\angle BOC+\angle COD=90^\circ$이므로

$(\angle AOB+\angle BOC)+(\angle BOC+\angle COD)=180^\circ$

$\angle AOB+\angle COD+2\angle BOC=180^\circ$

$52^\circ+2\angle BOC=180^\circ$, $2\angle BOC=128^\circ$

$\therefore \angle BOC=64^\circ$

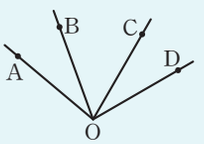
만점 공략 노트

오른쪽 그림에서 $\angle AOC=\angle BOD$이면

$\angle AOB=\angle AOC-\angle BOC$

$=\angle BOD-\angle BOC$

$=\angle COD$



033 $\angle AOC+\angle COE+\angle BOE=180^\circ$이므로

$\angle AOC+110^\circ+\angle BOE=180^\circ$

$\therefore \angle BOE=70^\circ-\angle AOC$ … 1단계

$10^\circ\le\angle AOC\le55^\circ$에서 $\angle AOC=10^\circ$일 때

$\angle BOE=70^\circ-10^\circ=60^\circ$

$\angle AOC=55^\circ$일 때

$\angle BOE=70^\circ-55^\circ=15^\circ$

$\therefore 15^\circ\le\angle BOE\le60^\circ$ … 2단계

따라서 $\angle BOE$의 크기가 가장 클 때와 가장 작을 때의 합은

$60^\circ+15^\circ=75^\circ$ … 3단계

답 75°

단계	채점 요소	비율
1	$\angle BOE$의 크기를 $\angle AOC$의 크기에 대한 식으로 나타내기	30 %
2	$\angle BOE$의 크기의 범위 구하기	50 %
3	$\angle BOE$의 크기가 가장 클 때와 가장 작을 때의 합 구하기	20 %

034 원래 직선 l과 첫 번째 회전한 직선이 이루는 각의 크기는 $x^\circ+25^\circ$

원래 직선 l과 두 번째 회전한 직선이 이루는 각의 크기는

$(x^\circ+25^\circ)+(2x^\circ+25^\circ)=3x^\circ+50^\circ$

원래 직선 l과 세 번째 회전한 직선이 이루는 각의 크기는

$(3x^\circ+50^\circ)+(3x^\circ+25^\circ)=6x^\circ+75^\circ$

원래 직선 l과 네 번째 회전한 직선이 이루는 각의 크기는

$(6x^\circ+75^\circ)+(4x^\circ+25^\circ)=10x^\circ+100^\circ$

이때 4번 만에 처음으로 원래 직선 l과 일치하였으므로 x의 값이 가장 작을 때는 네 번째 회전한 직선이 180°만큼 회전했을 때이다.

따라서 $10x+100=180$에서

$10x=80 \quad \therefore x=8$

답 8

유형 009 각의 크기 사이의 조건이 주어진 경우 각의 크기 구하기

본책 15쪽

오른쪽 그림에서 $\angle BOC=a^\circ$일 때

① $\angle AOB=2\angle BOC$이면

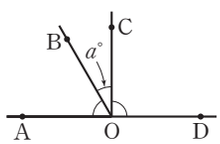
$\angle AOB=2a^\circ$

② $\angle BOD=4\angle BOC$이면

$\angle COD=\angle BOD-\angle BOC$

$=4\angle BOC-\angle BOC$

$=3\angle BOC=3a^\circ$



035 $\angle BOC=\angle a$라 하면 $\angle AOC=3\angle BOC=3\angle a$이므로

$\angle AOB=\angle AOC-\angle BOC=3\angle a-\angle a=2\angle a$

즉 $2\angle a=90^\circ$이므로 $\angle a=45^\circ$

$\therefore \angle BOC=45^\circ$

이때 $\angle COE=90^\circ-45^\circ=45^\circ$이므로

$\angle COD=\frac{1}{3}\angle COE=\frac{1}{3}\times45^\circ=15^\circ$

$\therefore \angle BOD=\angle BOC+\angle COD$

$=45^\circ+15^\circ$

$=60^\circ$

답 ⑤

036 $\angle AOB=3\angle BOC$이므로

$\angle AOC=4\angle BOC \quad \therefore \angle BOC=\frac{1}{4}\angle AOC$

$\angle DOE=3\angle COD$이므로

$\angle COE=4\angle COD \quad \therefore \angle COD=\frac{1}{4}\angle COE$

$\therefore \angle BOD=\angle BOC+\angle COD$

$=\frac{1}{4}\angle AOC+\frac{1}{4}\angle COE$

$=\frac{1}{4}(\angle AOC+\angle COE)$

$=\frac{1}{4}\times180^\circ=45^\circ$

답 45°

037 $\angle BOE=180^\circ-54^\circ=126^\circ$

$\angle BOD=5\angle DOE$이므로 $\angle BOE=6\angle DOE$

$\therefore \angle DOE=\frac{1}{6}\angle BOE=\frac{1}{6}\times126^\circ=21^\circ$

따라서 $\angle COD=\frac{2}{3}\angle DOE=\frac{2}{3}\times21^\circ=14^\circ$이므로

$\angle BOC=180^\circ-(54^\circ+\angle COD+\angle DOE)$

$=180^\circ-(54^\circ+14^\circ+21^\circ)$

$=91^\circ$

답 ②

038 $5\angle AOB=2\angle AOC$이므로

$\angle AOB=\frac{2}{5}\angle AOC$

$5\angle DOE=2\angle COE$이므로

$\angle DOE=\frac{2}{5}\angle COE$

따라서

$\angle AOB+\angle DOE=\frac{2}{5}\angle AOC+\frac{2}{5}\angle COE$

$=\frac{2}{5}(\angle AOC+\angle COE)$

$=\frac{2}{5}\times180^\circ=72^\circ$

이므로

$\angle BOD=180^\circ-(\angle AOB+\angle DOE)$

$=180^\circ-72^\circ=108^\circ$

답 108°

유형 010 각의 크기의 비가 주어진 경우 각의 크기 구하기

본책 16쪽

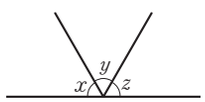
오른쪽 그림에서

$\angle x:\angle y:\angle z=a:b:c$일 때

① $\angle x=180^\circ\times\frac{a}{a+b+c}$

② $\angle y=180^\circ\times\frac{b}{a+b+c}$

③ $\angle z=180^\circ\times\frac{c}{a+b+c}$



039 $\angle x+\angle y+\angle z=180^\circ$이고

$\angle x:\angle y:\angle z=3:2:4$이므로

$\angle y=180^\circ\times\frac{2}{3+2+4}=180^\circ\times\frac{2}{9}=40^\circ$

답 ⑤

040 $\angle AOB+\angle COD=90^\circ$이고 $\angle AOB:\angle COD=2:3$이므로

$\angle COD=90^\circ\times\frac{3}{2+3}=90^\circ\times\frac{3}{5}=54^\circ$

답 ③

다른 풀이 $\angle AOB:\angle COD=2:3$이므로

$3\angle AOB=2\angle COD \quad \therefore \angle AOB=\frac{2}{3}\angle COD$

따라서 $\frac{2}{3}\angle COD+\angle COD=90^\circ$이므로

$\frac{5}{3}\angle COD=90^\circ$ $\therefore \angle COD=54^\circ$

041 $\angle GEF=\angle FEC$ (접은 각)이므로

$\angle BEG:\angle GEF:\angle FEC=4:1:1$

$\therefore \angle BEG=180^\circ\times\frac{4}{4+1+1}=180^\circ\times\frac{2}{3}=120^\circ$ 답 ⑤

042 $\angle x:\angle y=1:2$이므로

$\angle y=2\angle x$

$\angle x:\angle z=3:1$이므로 $\angle x=3\angle z$

$\therefore \angle z=\frac{1}{3}\angle x$ … 1단계

이때 $\angle x+\angle y+\angle z=180^\circ$이므로

$\angle x+2\angle x+\frac{1}{3}\angle x=180^\circ$

$\frac{10}{3}\angle x=180^\circ$ $\therefore \angle x=54^\circ$ … 2단계

$\therefore \angle y-\angle z=2\angle x-\frac{1}{3}\angle x$

$=\frac{5}{3}\angle x=\frac{5}{3}\times 54^\circ$

$=90^\circ$ … 3단계

답 90°

단계	채점 요소	비율
1	$\angle y$, $\angle z$의 크기를 $\angle x$의 크기에 대한 식으로 나타내기	40 %
2	$\angle x$의 크기 구하기	30 %
3	$\angle y-\angle z$의 크기 구하기	30 %

유형 011 시계에서 각의 계산

본책 17쪽

(1) 시침: 1시간에 30°만큼 움직이므로 1분에 0.5°만큼 움직인다.

(2) 분침: 1시간에 360°만큼 움직이므로 1분에 6°만큼 움직인다.

예 시계가 x시 y분을 가리킬 때 시침과 분침이 이루는 각의 크기는 다음을 이용하여 구할 수 있다.

① 시침이 12를 가리킬 때부터 x시간 y분 동안 움직인 각도

➜ $30^\circ\times x+0.5^\circ\times y$

② 분침이 12를 가리킬 때부터 y분 동안 움직인 각도

➜ $6^\circ\times y$

043 시침이 12를 가리킬 때부터 5시간 40분 동안 움직인 각도는

$30^\circ\times 5+0.5^\circ\times 40=170^\circ$

분침이 12를 가리킬 때부터 40분 동안 움직인 각도는

$6^\circ\times 40=240^\circ$

따라서 구하는 각의 크기는

$240^\circ-170^\circ=70^\circ$

답 ①

044 시침이 12를 가리킬 때부터 10시간 18분 동안 움직인 각도는

$30^\circ\times 10+0.5^\circ\times 18=309^\circ$

분침이 12를 가리킬 때부터 18분 동안 움직인 각도는

$6^\circ\times 18=108^\circ$

따라서 구하는 각의 크기는

$360^\circ-(309^\circ-108^\circ)=159^\circ$



답 ④

045 3시 x분에 시침과 분침이 서로 반대 방향을 가리키며 평각을 이룬다고 하자.

시침이 12를 가리킬 때부터 3시간 x분 동안 움직인 각도는

$30^\circ\times 3+0.5^\circ\times x=90^\circ+0.5^\circ\times x$

분침이 12를 가리킬 때부터 x분 동안 움직인 각도는

$6^\circ\times x$ … 1단계

시침과 분침이 평각을 이루므로

$6\times x-(90+0.5\times x)=180$ … 2단계

$5.5x=270$ $\therefore x=\frac{540}{11}$

따라서 시침과 분침이 서로 반대 방향을 가리키며 평각을 이루는 시각은 3시 $\frac{540}{11}$분이다. … 3단계

답 3시 $\frac{540}{11}$분

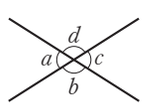
단계	채점 요소	비율
1	시침과 분침이 각각 움직인 각도 구하기	40 %
2	방정식 세우기	30 %
3	평각을 이루는 시각 구하기	30 %

유형 012 맞꼭지각의 성질 (1)

본책 17쪽

맞꼭지각의 크기는 서로 같다.

➜ $\angle a=\angle c$, $\angle b=\angle d$



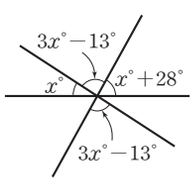
046 오른쪽 그림에서

$x+(3x-13)+(x+28)=180$

$5x=165$

$\therefore x=33$

답 ③



047 $2x+15=3x-25$이므로

$x=40$

$(2x+15)+(y+30)=180$이므로

$125+y=180$ $\therefore y=55$

$\therefore x+y=40+55=95$

답 ②

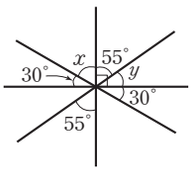
048 오른쪽 그림에서

$30^\circ+\angle x=90^\circ$ $\therefore \angle x=60^\circ$

또 $55^\circ+\angle y=90^\circ$이므로

$\angle y=35^\circ$

$\therefore \angle x-\angle y=60^\circ-35^\circ=25^\circ$



답 ②

049 $3\angle a=6\angle b=4\angle c$이므로

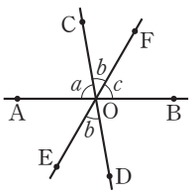
$\angle b=\frac{1}{2}\angle a$, $\angle c=\frac{3}{4}\angle a$

오른쪽 그림에서

$\angle a+\angle b+\angle c=180^\circ$

$\angle a+\frac{1}{2}\angle a+\frac{3}{4}\angle a=180^\circ$

$\frac{9}{4}\angle a=180^\circ$ $\therefore \angle a=80^\circ$



따라서 $\angle b=\frac{1}{2}\times80^\circ=40^\circ$, $\angle c=\frac{3}{4}\times80^\circ=60^\circ$이므로

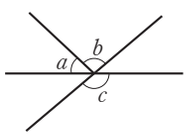
$\angle BOC=\angle b+\angle c=40^\circ+60^\circ=100^\circ$ 답 100°

유형 013 맞꼭지각의 성질 (2)

본책 18쪽

오른쪽 그림에서

$\angle a+\angle b=\angle c$



050 $x+15=90+45$이므로 $x=120$

$(y+15)+90+45=180$이므로 $y=30$

$\therefore x-y=120-30=90$ 답 ①

051 $(2x-10)+100+(x+30)=180$이므로

$3x=60$ $\therefore x=20$ … 1단계

$\therefore y=(2x-10)+100=30+100=130$ … 2단계

답 130

단계	채점 요소	비율
1	x의 값 구하기	50 %
2	y의 값 구하기	50 %

052 $2\angle AOG=3\angle AOC$이므로

$\angle AOC=\frac{2}{3}\angle AOG$

$\therefore \angle COG=\angle AOG-\angle AOC$

$=\angle AOG-\frac{2}{3}\angle AOG=\frac{1}{3}\angle AOG$

$\angle FOB=2\angle GOF$이므로

$\angle GOB=\angle GOF+\angle FOB$

$=\angle GOF+2\angle GOF=3\angle GOF$

$\therefore \angle GOF=\frac{1}{3}\angle GOB$

따라서

$\angle COF=\angle COG+\angle GOF=\frac{1}{3}\angle AOG+\frac{1}{3}\angle GOB$

$=\frac{1}{3}(\angle AOG+\angle GOB)=\frac{1}{3}\times180^\circ=60^\circ$

이므로 $\angle DOE=\angle COF=60^\circ$ 답 60°

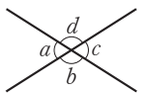
유형 014 맞꼭지각의 쌍의 개수

본책 18쪽

두 직선이 한 점에서 만날 때 생기는 맞꼭지각

➜ $\angle a$와 $\angle c$, $\angle b$와 $\angle d$

➜ 2쌍



053 네 직선을 각각 l, m, n, p라 하자.

두 직선 l과 m, l과 n, l과 p, m과 n, m과 p, n과 p로 만들어지는 맞꼭지각이 각각 2쌍이므로

$2\times6=12$ (쌍) 답 12쌍

다른 풀이 $4\times(4-1)=12$ (쌍)

만점 공략 노트

서로 다른 n $(n\geq2)$개의 직선이 한 점에서 만날 때 생기는 맞꼭지각은 모두 $n(n-1)$쌍이다.

054 세 직선을 각각 l, m, n이라 하자.

두 직선 l과 m, l과 n, m과 n으로 만들어지는 맞꼭지각이 각각 2쌍이므로

$2\times3=6$ (쌍) 답 ②

055 두 직선 l과 n, l과 p, m과 n, m과 p, n과 p로 만들어지는 맞꼭지각이 각각 2쌍이므로

$2\times5=10$ (쌍) 답 10쌍

다른 풀이 두 직선 l과 n, l과 p로 만들어지는 맞꼭지각은 각각 2쌍이다.

또 세 직선 m, n, p가 한 점에서 만날 때 생기는 맞꼭지각은

$3\times(3-1)=6$ (쌍)

따라서 네 직선 l, m, n, p로 만들어지는 맞꼭지각은 모두

$2\times2+6=10$ (쌍)

이다.

유형 015 수직과 수선

본책 19쪽

오른쪽 그림에서

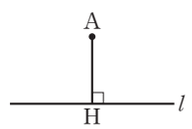
① $\overline{AH}\perp l$

② 점 A에서 직선 l에 내린 수선의 발

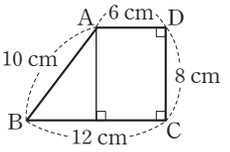
➜ 점 H

③ 점 A와 직선 l 사이의 거리

➜ $\overline{AH}$의 길이



056 ② 점 A와 $\overline{BC}$ 사이의 거리는 $\overline{CD}$의 길이와 같으므로 8 cm이다.



따라서 옳지 않은 것은 ②이다. 답 ②

057 ㄹ. 점 A와 직선 CD 사이의 거리는

$\overline{AH}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times16=8\,(\text{cm})$

이상에서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ이다. 답 ㄱ, ㄴ, ㄷ

058 점 A와 $\overline{BC}$ 사이의 거리는 $\overline{AB}$의 길이와 같으므로

$x=9$ … 1단계

점 B와 $\overline{CD}$ 사이의 거리는 $\overline{BC}$의 길이와 같으므로

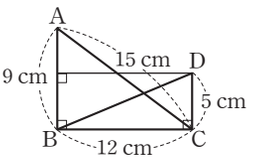
$y=12$ … 2단계

점 D와 $\overline{AB}$ 사이의 거리는 $\overline{BC}$의 길이와 같으므로

$z=12$ … 3단계

$\therefore x+y-z=9+12-12=9$ … 4단계

답 9



단계	채점 요소	비율
1	x의 값 구하기	30 %
2	y의 값 구하기	30 %
3	z의 값 구하기	30 %
4	$x+y-z$의 값 구하기	10 %

유형 016 도형의 넓이에서 수선의 활용 본책 19쪽

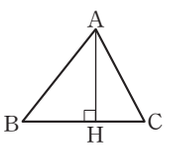
오른쪽 그림과 같은 삼각형 ABC에서

① 점 A와 $\overline{BC}$ 사이의 거리

➜ $\overline{AH}$의 길이

② (삼각형 ABC의 넓이)

$=\frac{1}{2}\times\overline{BC}\times$(점 A와 $\overline{BC}$ 사이의 거리)



059 삼각형 ABC의 넓이는

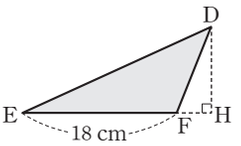
$\frac{1}{2}\times15\times12=90\,(\text{cm}^2)$

오른쪽 그림과 같이 점 D에서 직선 EF에 내린 수선의 발을 H라 하면 삼각형 DEF의 넓이가 90 cm^2이므로

$\frac{1}{2}\times18\times\overline{DH}=90$

$\therefore \overline{DH}=10\,(\text{cm})$

따라서 점 D와 직선 EF 사이의 거리는 10 cm이다.



답 ⑤

060 $\overline{AD}:\overline{DH}=3:4$이므로 $\overline{AD}=3x$ cm, $\overline{DH}=4x$ cm라 하면 평행사변형 ABCD의 넓이는

$3x\times4x=12x^2\,(\text{cm}^2)$

즉 $12x^2=48$이므로

$x^2=4$ $\therefore x=2$

$\therefore \overline{AD}=6\,(\text{cm}),\ \overline{DH}=8\,(\text{cm})$

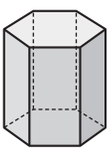
이때 점 A와 $\overline{BC}$ 사이의 거리는 $\overline{DH}$의 길이와 같으므로 8 cm이다.

답 8 cm

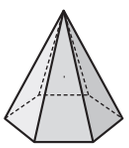
만점 유형 도전하기 본책 20~21쪽

061 전략 교점과 교선, 선분의 개수를 구하고, 크기에 따른 각의 분류를 생각해 본다.

민호: 오른쪽 그림과 같은 육각기둥에서 교점의 개수는 12이다.



또 오른쪽 그림과 같은 육각뿔에서 교선의 개수는 12이다.

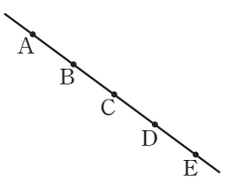


따라서 육각기둥의 교점의 개수와 육각뿔의 교선의 개수는 같다.

수연: 오른쪽 그림과 같이 한 직선 위에 있는 5개의 점을 각각 A, B, C, D, E라 하면 만들 수 있는 선분은

$\overline{AB}$, $\overline{AC}$, $\overline{AD}$, $\overline{AE}$, $\overline{BC}$, $\overline{BD}$, $\overline{BE}$, $\overline{CD}$, $\overline{CE}$, $\overline{DE}$

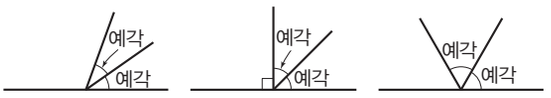
의 10개이다.



동현: 오른쪽 그림과 같이 (평각)−(둔각)은 항상 예각이다.



예나: 다음 그림과 같이 (예각)+(예각)은 예각 또는 직각 또는 둔각이다.



지후: 시침이 12를 가리킬 때부터 4시간 30분 동안 움직인 각도는

$30^\circ\times4+0.5^\circ\times30=135^\circ$

분침이 12를 가리킬 때부터 30분 동안 움직인 각도는

$6^\circ\times30=180^\circ$

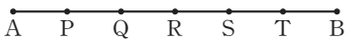
따라서 시침과 분침이 이루는 각 중에서 작은 쪽의 각의 크기는

$180^\circ-135^\circ=45^\circ$

따라서 잘못 말한 사람은 수연, 예나이다. 답 풀이 참조

062 전략 $\overline{AB}$를 6등분하는 점을 각각 P, Q, R, S, T라 하고 주어진 등식의 좌변과 우변을 이 5개의 점을 이용하여 나타낸다.

다음 그림과 같이 $\overline{AB}$를 6등분하는 점을 각각 P, Q, R, S, T라 하자.



ㄱ. A◇B는 점 Q이다.
또 A◎B는 점 R이므로 A□(A◎B), 즉 A□R는 점 Q이다.
∴ A◇B=A□(A◎B)

ㄴ. A□B는 점 S이다.
또 A◎B는 점 R이므로 (A◎B)◇A, 즉 R◇A는 점 Q이다.
∴ A□B≠(A◎B)◇A

ㄷ. A◎B는 점 R이다.
또 A◇B는 점 Q이고 A□B는 점 S이므로
(A◇B)◎(A□B), 즉 Q◎S는 점 R이다.
∴ A◎B=(A◇B)◎(A□B)

ㄹ. A◎B는 점 R이므로 (A◎B)□B, 즉 R□B는 점 T이다.
또 A□B는 점 S이므로 (A□B)◎B, 즉 S◎B는 점 T이다.
∴ (A◎B)□B=(A□B)◎B

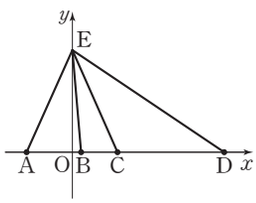
이상에서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ, ㄹ이다. 답 ㄱ, ㄷ, ㄹ

063 전략 높이가 같은 두 삼각형의 넓이의 비가 $a:b$이면 두 삼각형의 밑변의 길이의 비도 $a:b$임을 이용한다.

오른쪽 그림에서 삼각형 EAB와 삼각형 EBC의 넓이의 비가 3 : 2이고 높이가 같으므로

$\overline{AB}:\overline{BC}=3:2$

$\therefore \overline{BC}=\frac{2}{3}\overline{AB}$



따라서 $\overline{AC}=\overline{AB}+\overline{BC}=\overline{AB}+\frac{2}{3}\overline{AB}=\frac{5}{3}\overline{AB}$이고 $\overline{AC}$의 중점이 원점 O이므로

$\overline{AO}=\overline{CO}=\frac{1}{2}\overline{AC}=\frac{1}{2}\times\frac{5}{3}\overline{AB}=\frac{5}{6}\overline{AB}$

또 삼각형 EBC와 삼각형 ECD의 넓이의 비가 1 : 3이고 높이가 같으므로

$\overline{BC}:\overline{CD}=1:3$

$\therefore \overline{CD}=3\overline{BC}=3\times\frac{2}{3}\overline{AB}=2\overline{AB}$

따라서

$\overline{DO}=\overline{CO}+\overline{CD}=\frac{5}{6}\overline{AB}+2\overline{AB}$

$=\frac{17}{6}\overline{AB}=\frac{17}{6}\times\frac{6}{5}\overline{AO}$ ($\overline{AO}=\frac{5}{6}\overline{AB}$에서 $\overline{AB}=\frac{6}{5}\overline{AO}$)

$=\frac{17}{5}\overline{AO}$

이므로 $k=\frac{17}{5}$

답 $\frac{17}{5}$

064 전략 삼각형의 세 각의 크기의 합은 180°임을 이용한다.

삼각형의 세 각의 크기의 합이 180°이고

$\angle x:\angle y:\angle z=6:5:7$이므로

$\angle x=180^\circ\times\frac{6}{6+5+7}=180^\circ\times\frac{1}{3}=60^\circ$

$\angle z=180^\circ\times\frac{7}{6+5+7}=180^\circ\times\frac{7}{18}=70^\circ$

빛이 거울에 들어갈 때와 나갈 때 거울 표면과 이루는 각의 크기는 항상 같으므로

$\angle ADF=\angle BDE$, $\angle AFD=\angle CFE$

$\therefore \angle ADF=\frac{1}{2}\times(180^\circ-\angle x)$

$=\frac{1}{2}\times(180^\circ-60^\circ)$

$=60^\circ$

$\angle AFD=\frac{1}{2}\times(180^\circ-\angle z)$

$=\frac{1}{2}\times(180^\circ-70^\circ)$

$=55^\circ$

이때 삼각형 ADF에서 $\angle A+\angle ADF+\angle AFD=180^\circ$이므로

$\angle A=180^\circ-(60^\circ+55^\circ)=65^\circ$

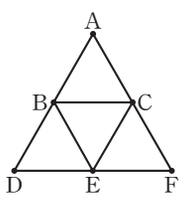
답 65°

참고 $\angle y=180^\circ\times\frac{5}{6+5+7}=180^\circ\times\frac{5}{18}=50^\circ$

065 전략 서로 다른 선분과 직선의 개수를 각각 구한다.

오른쪽 그림의 6개의 점 중에서 두 점을 골라 만들 수 있는 서로 다른 선분은

$\overline{AB}$, $\overline{AC}$, $\overline{AD}$, $\overline{AE}$, $\overline{AF}$, $\overline{BC}$,
$\overline{BD}$, $\overline{BE}$, $\overline{BF}$, $\overline{CD}$, $\overline{CE}$, $\overline{CF}$,
$\overline{DE}$, $\overline{DF}$, $\overline{EF}$의 15개



서로 다른 직선은

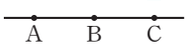
$\overleftrightarrow{AB}$, $\overleftrightarrow{AC}$, $\overleftrightarrow{AE}$, $\overleftrightarrow{BC}$, $\overleftrightarrow{BE}$, $\overleftrightarrow{BF}$, $\overleftrightarrow{CD}$, $\overleftrightarrow{CE}$, $\overleftrightarrow{DE}$의 9개

따라서 구하는 차는

$15-9=6$

답 6

다른 풀이 오른쪽 그림과 같이 한 직선 위에 있는 세 점 A, B, C로 만들 수 있는 선분은 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$, $\overline{BC}$의 3개이고 직선은 $\overleftrightarrow{AB}$의 1개이다.

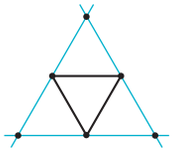


따라서 한 직선 위에 있는 세 점으로 만들 수 있는 서로 다른 선분과 직선의 개수의 차는

$3-1=2$

오른쪽 그림에서 한 직선 위에 세 점이 있는 직선은 3개이므로 구하는 개수의 차는

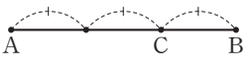
$2\times3=6$



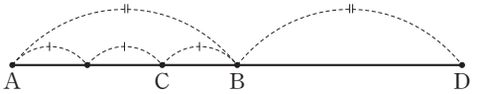
참고 한 직선 위에 두 점이 있는 경우는 만들 수 있는 선분의 개수와 직선의 개수가 모두 1로 같으므로 그 차가 0이다.

066 전략 6개의 점 A, B, C, D, E, F를 한 직선 위에 나타내고 $\overline{EC}$, $\overline{CF}$의 길이를 구한다.

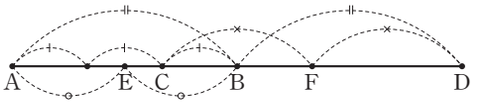
조건 (가)에 의하여 세 점 A, B, C의 위치는 다음 그림과 같다.



조건 (나)에 의하여 점 D의 위치는 다음 그림과 같다.



조건 (다)에 의하여 두 점 E, F의 위치는 다음 그림과 같다.



점 E가 $\overline{AB}$의 중점이므로

$\overline{EB}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times 24=12\ (\text{cm})$

$\overline{AC}:\overline{BC}=2:1$이므로

$\overline{BC}=\frac{1}{3}\overline{AB}=\frac{1}{3}\times 24=8\ (\text{cm})$

$\therefore \overline{EC}=\overline{EB}-\overline{BC}=12-8=4\ (\text{cm})$

$\overline{AD}:\overline{BD}=2:1$이므로

$\overline{BD}=\overline{AB}=24\ (\text{cm})$

$\therefore \overline{CD}=\overline{BC}+\overline{BD}=8+24=32\ (\text{cm})$

점 F가 $\overline{CD}$의 중점이므로

$\overline{CF}=\frac{1}{2}\overline{CD}=\frac{1}{2}\times 32=16\ (\text{cm})$

$\therefore \overline{EF}=\overline{EC}+\overline{CF}=4+16=20\ (\text{cm})$ 답 20 cm

067 전략 접은 각의 크기가 같음을 이용한다.

$\angle APQ=\angle a$라 하면 $\angle A'PQ=\angle APQ=\angle a$ (접은 각)

$\angle DPR=\angle b$라 하면 $\angle D'PR=\angle DPR=\angle b$ (접은 각)

따라서 $\angle a+\angle a+80^\circ+\angle b+\angle b=180^\circ$이므로

$2(\angle a+\angle b)=100^\circ$

$\therefore \angle a+\angle b=50^\circ$

두 직각삼각형 AQP와 PRD에서

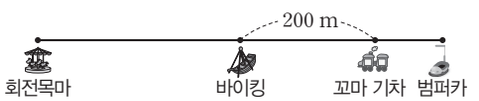
$(90^\circ+\angle x+\angle a)+(\angle b+\angle y+90^\circ)=360^\circ$

$\angle x+\angle y+230^\circ=360^\circ$

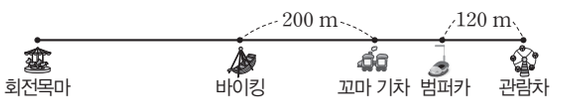
$\therefore \angle x+\angle y=130^\circ$ 답 130°

068 전략 관람차와 바이킹이 최대한 멀리 떨어지도록 5개의 놀이기구를 직선 도로 위에 나타내어 본다.

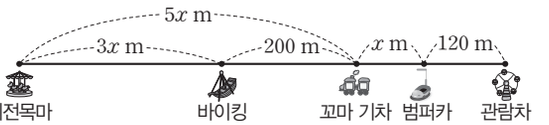
조건 (가), (나), (라)에 의하여 회전목마, 범퍼카, 바이킹, 꼬마 기차의 위치는 다음 그림과 같다.



이때 조건 (다)에 의하여 관람차와 바이킹 사이의 거리가 최대가 되려면 관람차의 위치는 다음 그림과 같아야 한다.



조건 (마), (바)에 의하여 범퍼카와 꼬마 기차 사이의 거리를 x m라 하면 회전목마와 바이킹 사이의 거리는 $3x$ m이고 회전목마와 꼬마 기차 사이의 거리는 $5x$ m이다.



위의 그림에서

$5x=3x+200$ $\therefore x=100$

따라서 범퍼카와 꼬마 기차 사이의 거리는 100 m이므로 관람차와 바이킹 사이의 최대 거리는

$200+100+120=420\ (\text{m})$ 답 420 m

시험 만점 완성하기

본책 22~25쪽

069 전략 평면으로만 둘러싸인 입체도형에서 교점의 개수는 꼭짓점의 개수와 같고, 교선의 개수는 모서리의 개수와 같다.

⑤ 교선의 개수는 9이다.

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다. 답 ⑤

070 전략 시작점과 뻗어 나가는 방향이 모두 같아야 같은 반직선이다.

④ $\overrightarrow{RP}$와 $\overrightarrow{SP}$는 뻗어 나가는 방향은 같으나 시작점이 다르므로 $\overrightarrow{RP}\neq\overrightarrow{SP}$

따라서 옳지 않은 것은 ④이다. 답 ④

071 전략 직선, 반직선의 성질에 대하여 생각해 본다.

ㄷ, ㄹ. 시작점과 뻗어 나가는 방향이 모두 같아야 같은 반직선이다.

이상에서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ이다. 답 ①

072 전략 $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{BC}$는 모두 같은 직선임에 유의한다.

직선은 $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{AE}$, $\overrightarrow{BD}$, $\overrightarrow{BE}$, $\overrightarrow{CD}$, $\overrightarrow{CE}$, $\overrightarrow{DE}$의 8개이다.

답 ③

073 전략 두 점 M, B가 $\overline{AC}$의 삼등분점임을 이용한다.

점 M은 $\overline{AB}$의 중점이므로

$\overline{AM}=\overline{MB}=\frac{1}{2}\overline{AB}$

$\overline{BC}=\frac{1}{2}\overline{AB}$이므로 $\overline{AM}=\overline{MB}=\overline{BC}$

$\therefore \overline{AB}=\overline{MC}$, $\overline{AC}=\frac{3}{2}\overline{MC}$, $\overline{MB}=\frac{1}{3}\overline{AC}$

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ이다.

답 ④

074 전략 주어진 조건을 이용하여 $\overline{AP}$, $\overline{PM}$의 길이를 각각 구한다.

$\overline{AB}=6\overline{AP}$이므로 $\overline{AP}=\frac{1}{6}\overline{AB}=\frac{1}{6}\times24=4\,(\text{cm})$

$\therefore \overline{PB}=\overline{AB}-\overline{AP}=24-4=20\,(\text{cm})$

점 M이 $\overline{PB}$의 중점이므로

$\overline{PM}=\frac{1}{2}\overline{PB}=\frac{1}{2}\times20=10\,(\text{cm})$

$\therefore \overline{AM}=\overline{AP}+\overline{PM}=4+10=14\,(\text{cm})$ 답 ①

075 전략 $\overline{BC}$, $\overline{CD}$의 길이를 각각 $\overline{AC}$, $\overline{CE}$의 길이에 대한 식으로 나타낸다.

$\overline{AB}=\frac{1}{3}\overline{BC}$이므로

$\overline{AC}=\overline{AB}+\overline{BC}=\frac{1}{3}\overline{BC}+\overline{BC}=\frac{4}{3}\overline{BC}$

$\therefore \overline{BC}=\frac{3}{4}\overline{AC}$

$\overline{DE}=\frac{1}{4}\overline{CE}$이므로

$\overline{CD}=\overline{CE}-\overline{DE}=\overline{CE}-\frac{1}{4}\overline{CE}=\frac{3}{4}\overline{CE}$

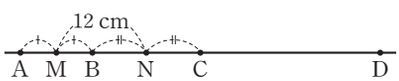
$\therefore \overline{BD}=\overline{BC}+\overline{CD}=\frac{3}{4}\overline{AC}+\frac{3}{4}\overline{CE}$

$=\frac{3}{4}(\overline{AC}+\overline{CE})=\frac{3}{4}\overline{AE}$

$\therefore \overline{AE}:\overline{BD}=\overline{AE}:\frac{3}{4}\overline{AE}=4:3$ 답 ②

076 전략 먼저 두 점 M, N이 각각 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$의 중점임을 이용하여 $\overline{AC}$의 길이를 구한다.

네 점 A, B, C, D와 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$의 중점 M, N의 위치는 다음 그림과 같다.



$\overline{AB}=2\overline{MB}$, $\overline{BC}=2\overline{BN}$이므로

$\overline{AC}=\overline{AB}+\overline{BC}=2\overline{MB}+2\overline{BN}$

$=2(\overline{MB}+\overline{BN})=2\overline{MN}$

$=2\times12=24\,(\text{cm})$

이때 $\overline{AB}:\overline{BC}:\overline{CD}=2:3:5$이므로

$\overline{CD}=\overline{AC}=24\,(\text{cm})$

$\therefore \overline{AD}=\overline{AC}+\overline{CD}=24+24=48\,(\text{cm})$ 답 ⑤

077 전략 $\overline{AP}=x$ cm로 놓고 주어진 조건을 이용하여 x에 대한 방정식을 세운다.

$\overline{AP}=x$ cm라 하면 $\overline{AQ}=\overline{AP}+\overline{PQ}=x+4\,(\text{cm})$

이때 $\overline{AP}:\overline{PB}=1:2$이므로 $\overline{PB}=2\overline{AP}=2x\,(\text{cm})$

$\therefore \overline{QB}=\overline{PB}-\overline{PQ}=2x-4\,(\text{cm})$

$\overline{AQ}:\overline{QB}=3:2$이므로 $2\overline{AQ}=3\overline{QB}$

$2(x+4)=3(2x-4)$, $-4x=-20$

$\therefore x=5$

$\therefore \overline{AB}=\overline{AP}+\overline{PQ}+\overline{QB}$

$=5+4+(2\times5-4)=15\,(\text{cm})$ 답 ①

078 전략 평각의 크기는 180°임을 이용한다.

$x+2x+2y+y=180$이므로

$3x+3y=180$ $\therefore x+y=60$

$\therefore \angle BOD=2x^\circ+2y^\circ=2(x^\circ+y^\circ)$

$=2\times60^\circ=120^\circ$ 답 ③

079 전략 주어진 조건을 이용하여 $\angle BOC$, $\angle COD$의 크기를 각각 구한다.

$\angle AOB=180^\circ\times\frac{4}{4+5}=180^\circ\times\frac{4}{9}=80^\circ$

$\angle BOC=\angle x$라 하면 $\angle AOC=3\angle BOC=3\angle x$이므로

$\angle AOB=\angle AOC-\angle BOC=3\angle x-\angle x=2\angle x$

즉 $2\angle x=80^\circ$이므로

$\angle x=40^\circ$ $\therefore \angle BOC=40^\circ$

$\therefore \angle COE=180^\circ-\angle AOC$

$=180^\circ-3\times40^\circ=60^\circ$

이때 $\angle COE=5\angle COD$이므로

$5\angle COD=60^\circ$ $\therefore \angle COD=12^\circ$

$\therefore \angle BOD=\angle BOC+\angle COD$

$=40^\circ+12^\circ=52^\circ$ 답 ②

080 전략 x분 동안 시침과 분침이 움직인 각도는 각각 $0.5^\circ\times x$, $6^\circ\times x$임을 이용하여 식을 세운다.

시침이 12를 가리킬 때부터 2시간 x분 동안 움직인 각도는

$30^\circ\times2+0.5^\circ\times x=60^\circ+0.5^\circ\times x$

분침이 12를 가리킬 때부터 x분 동안 움직인 각도는

$6^\circ\times x$

시침과 분침이 이루는 각 중에서 작은 쪽의 각이 둔각이 되려면

$90<6\times x-(60+0.5\times x)<180$ 또는

$180<6\times x-(60+0.5\times x)<270$

즉 $90<5.5\times x-60<180$ 또는 $180<5.5\times x-60<270$이어야 한다.

이때

$5.5\times27-60=88.5$, $5.5\times28-60=94$

이므로 구하는 가장 작은 자연수 x의 값은 28이다. 답 ⑤

만점 공략 노트

2시일 때 시침과 분침이 이루는 각 중에서 작은 쪽의 각은 60°이고 분침이 시침보다 1분에 5.5°씩 더 움직이므로 $(60^\circ+0.5^\circ\times x)-6^\circ\times x$는 90°보다 작다.

081 전략 맞꼭지각의 크기는 서로 같음을 이용한다.

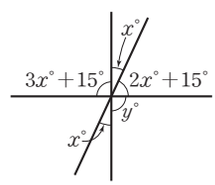
오른쪽 그림에서

$(3x+15)+x+(2x+15)=180$

$6x=150$ $\therefore x=25$

$\therefore y=3x+15$

$=3\times25+15=90$ 답 ④



082 전략 $\angle COE=\angle a$로 놓고 $\angle AOG$, $\angle GOF$를 각각 $\angle a$에 대한 식으로 나타낸다.

$\angle COE=\angle a$라 하면 $\angle DOF=\angle COE=\angle a$

$\therefore \angle AOG=\angle DOF=\angle a$

$\angle GOF:\angle COE=2:1$이므로

$\angle GOF=2\angle COE=2\angle a$

이때 $\angle AOG+\angle GOF=\angle BOE=90^\circ$이므로

$\angle a+2\angle a=90^\circ$, $3\angle a=90^\circ$

$\therefore \angle a=30^\circ$

따라서 $\angle COE=30^\circ$이므로

$\angle AOC=\angle AOE-\angle COE$

$=90^\circ-30^\circ=60^\circ$ 답 ③

083 전략 평면으로만 둘러싸인 입체도형에서 교점의 개수는 꼭짓점의 개수와 같고, 교선의 개수는 모서리의 개수와 같다.

교점의 개수는 7, 교선의 개수는 12, 면의 개수는 7이므로

$a=7$, $b=12$, $c=7$

$\therefore a-b+c=7-12+7=2$ 답 2

084 전략 두 점 M, N이 각각 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$의 중점임을 이용하여 $\overline{MN}$과 $\overline{BC}$의 길이 사이의 관계를 알아본다.

두 점 M, N이 각각 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$의 중점이므로

$\overline{MB}=\frac{1}{2}\overline{AB}$, $\overline{CN}=\frac{1}{2}\overline{CD}$

$\therefore \overline{MN}=\overline{MB}+\overline{BC}+\overline{CN}=\frac{1}{2}\overline{AB}+\overline{BC}+\frac{1}{2}\overline{CD}$

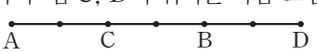
$=\frac{1}{2}\overline{BC}+\overline{BC}+\frac{1}{2}\overline{BC}=2\overline{BC}$

따라서 $\overline{BC}=\frac{1}{2}\overline{MN}=\frac{1}{2}\times 24=12\ (\text{cm})$이므로

$\overline{AD}=3\overline{BC}=3\times 12=36\ (\text{cm})$ 답 36 cm

085 전략 주어진 조건을 이용하여 5개의 점 C, D, E, F, G의 위치를 파악한다.

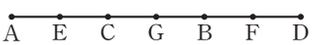
조건 (가)에 의하여 두 점 C, D의 위치는 다음 그림과 같다.



조건 (나)에 의하여 점 E의 위치는 다음 그림과 같다.



조건 (다)에 의하여 두 점 F, G의 위치는 다음 그림과 같다.



이때 $\overline{AC}=10$이므로

$\overline{CF}=\frac{3}{2}\overline{AC}=\frac{3}{2}\times 10=15$ 답 15

086 전략 $\angle GOB$의 크기를 구한 후 맞꼭지각의 크기는 서로 같음을 이용한다.

$\angle EOG+\angle GOB=90^\circ$이므로

$\angle GOB=90^\circ-\angle EOG$

$\angle GOB+\angle BOD=90^\circ$이므로

$\angle GOB=90^\circ-\angle BOD$

즉 $90^\circ-\angle EOG=90^\circ-\angle BOD$이므로

$\angle EOG=\angle BOD$

그런데 $\angle EOG+\angle BOD=64^\circ$이므로

$\angle EOG=\angle BOD=\frac{1}{2}\times 64^\circ=32^\circ$

따라서 $\angle GOB=90^\circ-32^\circ=58^\circ$이므로

$\angle AOH=\angle GOB=58^\circ$ 답 58°

087 전략 점과 직선 사이의 거리와 길이가 같은 선분을 찾는다.

점 D와 $\overline{AB}$ 사이의 거리는 $\overline{BF}$의 길이와 같으므로

$a=18$

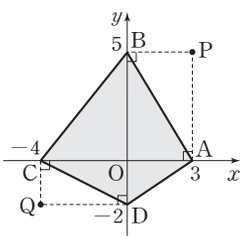
점 D와 $\overline{BC}$ 사이의 거리는 $\overline{AE}$의 길이와 같으므로

$b=16$

$\therefore a+b=18+16=34$ 답 34

088 전략 네 점 A, B, C, D를 좌표평면 위에 나타낸다.

두 점 P, Q와 네 점 A, B, C, D를 좌표평면 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같다.



따라서 사각형 ABCD의 넓이는 삼각형 BCA의 넓이와 삼각형 CDA의 넓이의 합과 같으므로

$\frac{1}{2}\times 7\times 5+\frac{1}{2}\times 7\times 2=\frac{49}{2}$

답 $\frac{49}{2}$

다른 풀이 사각형 ABCD의 넓이는 삼각형 BCD의 넓이와 삼각형 BDA의 넓이의 합과 같으므로

$\frac{1}{2}\times 7\times 4+\frac{1}{2}\times 7\times 3=\frac{49}{2}$

만점 공략 노트

점 $(a,\ b)$에서 x축, y축에 내린 수선의 발의 좌표는 각각 $(a,\ 0)$, $(0,\ b)$이다.

089 전략 $\overline{P_mP_n}=n-m\ (m<n)$임을 이용한다.

10의 약수는 1, 2, 5, 10 … 1단계

길이가 1인 선분은

$\overline{P_1P_2}$, $\overline{P_2P_3}$, $\overline{P_3P_4}$, $\overline{P_4P_5}$, $\overline{P_5P_6}$, $\overline{P_6P_7}$, $\overline{P_7P_8}$, $\overline{P_8P_9}$, $\overline{P_9P_{10}}$의 9개

길이가 2인 선분은

$\overline{P_1P_3}$, $\overline{P_2P_4}$, $\overline{P_3P_5}$, $\overline{P_4P_6}$, $\overline{P_5P_7}$, $\overline{P_6P_8}$, $\overline{P_7P_9}$, $\overline{P_8P_{10}}$의 8개

길이가 5인 선분은

$\overline{P_1P_6}$, $\overline{P_2P_7}$, $\overline{P_3P_8}$, $\overline{P_4P_9}$, $\overline{P_5P_{10}}$의 5개

길이가 10인 선분은 없다. … 2단계

따라서 구하는 선분의 개수는

$9+8+5=22$ … 3단계

답 22

단계	채점 요소	배점
1	10의 약수 구하기	1점
2	길이가 1, 2, 5, 10인 선분의 개수 각각 구하기	3점
3	길이가 10의 약수인 선분의 개수 구하기	1점

090 전략 $\angle b$, $\angle c$, $\angle d$의 크기를 $\angle a$의 크기에 대한 식으로 나타낸다.

$\angle a : \angle b = 3 : 4$이므로 $4\angle a = 3\angle b$

$\therefore \angle b = \frac{4}{3}\angle a$

$\angle b : \angle c = 3 : 4$이므로 $4\angle b = 3\angle c$

$\therefore \angle c = \frac{4}{3}\angle b = \frac{4}{3} \times \frac{4}{3}\angle a = \frac{16}{9}\angle a$

$\angle c : \angle d = 3 : 4$이므로 $4\angle c = 3\angle d$

$\therefore \angle d = \frac{4}{3}\angle c = \frac{4}{3} \times \frac{16}{9}\angle a = \frac{64}{27}\angle a$ … 1단계

따라서

$\angle AOD = \angle a + \angle b + \angle c$

$= \angle a + \frac{4}{3}\angle a + \frac{16}{9}\angle a = \frac{37}{9}\angle a$,

$\angle BOE = \angle b + \angle c + \angle d$

$= \frac{4}{3}\angle a + \frac{16}{9}\angle a + \frac{64}{27}\angle a = \frac{148}{27}\angle a$

이므로

$\angle BOE = \frac{148}{27}\angle a = \frac{4}{3} \times \frac{37}{9}\angle a = \frac{4}{3}\angle AOD$

$\therefore k = \frac{4}{3}$ … 2단계

답 $\frac{4}{3}$

단계	채점 요소	배점
1	$\angle b$, $\angle c$, $\angle d$의 크기를 $\angle a$의 크기에 대한 식으로 나타내기	3점
2	k의 값 구하기	3점

다른 풀이 $\angle b = \frac{4}{3}\angle a$, $\angle c = \frac{4}{3}\angle b$, $\angle d = \frac{4}{3}\angle c$이고

$\angle AOD = \angle a + \angle b + \angle c$이므로

$\angle BOE = \angle b + \angle c + \angle d$

$= \frac{4}{3}\angle a + \frac{4}{3}\angle b + \frac{4}{3}\angle c$

$= \frac{4}{3}(\angle a + \angle b + \angle c)$

$= \frac{4}{3}\angle AOD$

$\therefore k = \frac{4}{3}$

091 전략 x분 동안 시침과 분침이 움직인 각도는 각각 $0.5^\circ \times x$, $6^\circ \times x$임을 이용하여 식을 세운다.

7시 x분에 시침과 분침이 완전히 포개어진다고 하자.

시침이 12를 가리킬 때부터 7시간 x분 동안 움직인 각도는

$30^\circ \times 7 + 0.5^\circ \times x = 210^\circ + 0.5^\circ \times x$

분침이 12를 가리킬 때부터 x분 동안 움직인 각도는

$6^\circ \times x$ … 1단계

시침과 분침이 완전히 포개어지므로

$210 + 0.5 \times x = 6 \times x$ … 2단계

$5.5x = 210$ $\therefore x = \frac{420}{11}$

따라서 시침과 분침이 완전히 포개어지는 시각은 7시 $\frac{420}{11}$분이다. … 3단계

답 7시 $\frac{420}{11}$분

단계	채점 요소	배점
1	시침과 분침이 각각 움직인 각도 구하기	2점
2	방정식 세우기	2점
3	시침과 분침이 완전히 포개어지는 시각 구하기	1점

092 전략 $\angle COG$의 크기를 구한 후 맞꼭지각의 크기는 서로 같음을 이용한다.

$5\angle AOC = 4\angle COE$에서 $\angle AOC = \frac{4}{5}\angle COE$이므로

$\angle AOE = \angle AOC + \angle COE$

$= \frac{4}{5}\angle COE + \angle COE = \frac{9}{5}\angle COE$

$\therefore \angle COE = \frac{5}{9}\angle AOE$

$5\angle GOB = 4\angle EOG$에서 $\angle GOB = \frac{4}{5}\angle EOG$이므로

$\angle EOB = \angle EOG + \angle GOB$

$= \angle EOG + \frac{4}{5}\angle EOG = \frac{9}{5}\angle EOG$

$\therefore \angle EOG = \frac{5}{9}\angle EOB$ … 1단계

$\therefore \angle COG = \angle COE + \angle EOG$

$= \frac{5}{9}\angle AOE + \frac{5}{9}\angle EOB$

$= \frac{5}{9}(\angle AOE + \angle EOB)$

$= \frac{5}{9} \times 180^\circ = 100^\circ$ … 2단계

$\therefore \angle HOD = \angle COG = 100^\circ$ … 3단계

답 100°

단계	채점 요소	배점
1	$\angle COE$, $\angle EOG$의 크기를 각각 $\angle AOE$, $\angle EOB$의 크기에 대한 식으로 나타내기	2점
2	$\angle COG$의 크기 구하기	2점
3	$\angle HOD$의 크기 구하기	1점

02 위치 관계

셀프 CHECK

본책 26~27쪽

A 답 (1) 점 C, 점 D (2) 점 A, 점 B

B 답 (1) 직선 DC (2) 직선 AB, 직선 DC

C 답 꼬인 위치에 있다.

D 답 (1) $\overline{CF}$ (2) $\overline{AD}$, $\overline{BE}$, $\overline{CF}$

E 답 (1) 면 ABCDE, 면 AFJE, 면 BGHC, 면 FGHIJ
(2) 면 FGHIJ
(3) 면 ABCDE, 면 FGHIJ

F 답 (1) $\angle e$ (2) $\angle b$

G (1) $\angle x=180^\circ-50^\circ=130^\circ$
$l \parallel m$이므로 $\angle y=\angle x=130^\circ$ (동위각)
(2) $l \parallel m$이므로 $\angle x=75^\circ$ (엇각)
$\therefore \angle y=180^\circ-75^\circ=105^\circ$
답 (1) $\angle x=130^\circ$, $\angle y=130^\circ$
(2) $\angle x=75^\circ$, $\angle y=105^\circ$

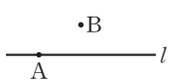
내신 유형 다지기

본책 28~41쪽

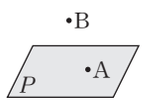
유형 017 점과 직선, 점과 평면의 위치 관계

본책 28쪽

(1) 점과 직선의 위치 관계
① 점 A는 직선 l 위에 있다.
② 점 B는 직선 l 위에 있지 않다.



(2) 점과 평면의 위치 관계
① 점 A는 평면 P 위에 있다.
② 점 B는 평면 P 위에 있지 않다.



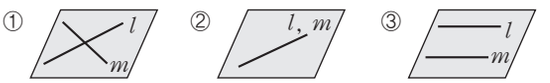
093 ⑤ 두 점 A와 E를 지나는 직선은 직선 m이다.
따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다. 답 ⑤

094 ㄱ. 평면 P 위에 있지 않은 점은 점 D, 점 E의 2개이다.
ㄴ. 직선 l 위에 있는 점은 점 A, 점 B의 2개이다.
이상에서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다.
답 ㄱ, ㄷ

095 ① 점 A는 직선 EH 위에 있지 않다.
② 점 F는 면 CGHD 위에 있지 않다.
③ 점 B는 면 ABCD 위에 있다.
④ 직선 CG 위에 있는 꼭짓점은 점 C와 점 G이다.
⑤ 면 BFGC 위에 있는 꼭짓점은 점 B, 점 C, 점 F, 점 G의 4개이다.
따라서 옳은 것은 ⑤이다. 답 ⑤

유형 018 평면에서 두 직선의 위치 관계

본책 28쪽



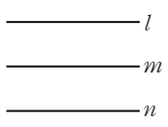
➜ 한 점에서 만난다. ➜ 일치한다. ➜ 평행하다.

096 ④ $\overleftrightarrow{AB}$와 $\overleftrightarrow{CD}$는 한 점에서 만난다.
답 ④

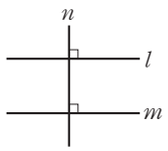
097 $\overleftrightarrow{CD}$와 평행한 직선은 $\overleftrightarrow{HG}$의 1개이므로
$a=1$ … 1단계
$\overleftrightarrow{CD}$와 한 점에서 만나는 직선은
$\overleftrightarrow{AB}$, $\overleftrightarrow{BC}$, $\overleftrightarrow{DE}$, $\overleftrightarrow{EF}$, $\overleftrightarrow{FG}$, $\overleftrightarrow{HA}$
의 6개이므로 $b=6$ … 2단계
$\therefore ab=1\times6=6$ … 3단계
답 6

단계	채점 요소	비율
1	a의 값 구하기	40 %
2	b의 값 구하기	40 %
3	ab의 값 구하기	20 %

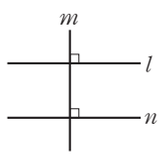
098 ㄱ. 오른쪽 그림과 같이 $l \parallel m$이고 $m \parallel n$이면 $l \parallel n$이다.



ㄴ. 오른쪽 그림과 같이 $l \parallel m$이고 $m \perp n$이면 $l \perp n$이다.

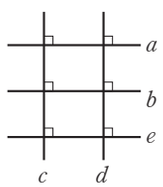


ㄷ. 오른쪽 그림과 같이 $l \perp m$이고 $m \perp n$이면 $l \parallel n$이다.



이상에서 ㄱ, ㄴ, ㄷ 모두 옳다. 답 ⑤

099 오른쪽 그림과 같이 $a \parallel b$, $b \perp c$, $c \parallel d$, $d \perp e$이면 $a \parallel e$이다.



답 $a \parallel e$

유형 019 평면이 하나로 정해질 조건 본책 29쪽

다음과 같은 경우에 평면이 하나로 정해진다.
① 한 직선 위에 있지 않은 서로 다른 세 점
② 한 직선과 그 직선 위에 있지 않은 한 점
③ 한 점에서 만나는 두 직선
④ 평행한 두 직선

100 ③ 꼬인 위치에 있는 두 직선은 한 평면을 정할 수 없다.
따라서 평면이 하나로 정해질 조건이 아닌 것은 ③이다.

답 ③

101 한 점에서 만나는 두 직선은 하나의 평면을 정한다.
이때 세 직선 l, m, n 중에서 두 직선으로 정해지는 평면은 평면 P의 1개이다.
또 직선 k와 세 직선 l, m, n 중에서 한 직선으로 정해지는 평면은 3개이므로 구하는 평면의 개수는

$1+3=4$

답 4

102 한 직선 위에 있지 않은 서로 다른 세 점은 하나의 평면을 정한다.
이때 네 점 A, B, C, D 중에서 세 점으로 정해지는 평면은 평면 P의 1개이다.
또 점 E와 네 점 A, B, C, D 중에서 두 점으로 정해지는 평면은

평면 ABE, 평면 ACE, 평면 ADE,
평면 BCE, 평면 BDE, 평면 CDE

의 6개이므로 구하는 평면의 개수는

$1+6=7$

답 7

유형 020 꼬인 위치 본책 29쪽

(1) 꼬인 위치: 공간에서 두 직선이 만나지도 않고 평행하지도 않을 때, 두 직선은 꼬인 위치에 있다고 한다.
(2) 입체도형에서 꼬인 위치에 있는 모서리
➜ 한 점에서 만나는 모서리와 평행한 모서리를 모두 찾은 후 그 모서리를 제외한 나머지 모서리를 찾으면 된다.

103 ① $\overline{AB}$와 $\overline{DE}$는 평행하다.
③ $\overline{AC}$와 $\overline{AD}$는 점 A에서 만난다.
④ $\overline{BC}$와 $\overline{EF}$는 평행하다.
따라서 꼬인 위치에 있는 모서리끼리 짝 지은 것은 ②, ⑤이다.

답 ②, ⑤

104 ④ $\overleftrightarrow{GH}$와 $\overleftrightarrow{FJ}$는 한 점에서 만난다.
따라서 $\overleftrightarrow{GH}$와 꼬인 위치에 있는 직선이 아닌 것은 ④이다.

답 ④

105 $\overline{BC}$와 꼬인 위치에 있는 모서리는

$\overline{AD}$, $\overline{AE}$, $\overline{DF}$, $\overline{EF}$

의 4개이다.

답 ③

106 $\overline{BC}$와 꼬인 위치에 있는 모서리는

$\overline{AE}$, $\overline{DH}$, $\overline{EF}$, $\overline{GH}$ … 1단계

$\overline{DF}$와 꼬인 위치에 있는 모서리는

$\overline{AB}$, $\overline{AE}$, $\overline{BC}$, $\overline{CG}$, $\overline{EH}$, $\overline{GH}$ … 2단계

따라서 $\overline{BC}$, $\overline{DF}$와 동시에 꼬인 위치에 있는 모서리는 $\overline{AE}$, $\overline{GH}$의 2개이다. … 3단계

답 2

단계	채점 요소	비율
1	$\overline{BC}$와 꼬인 위치에 있는 모서리 구하기	40 %
2	$\overline{DF}$와 꼬인 위치에 있는 모서리 구하기	40 %
3	$\overline{BC}$, $\overline{DF}$와 동시에 꼬인 위치에 있는 모서리의 개수 구하기	20 %

유형 021 공간에서 두 직선의 위치 관계 본책 30쪽

① 한 점에서 만난다.
② 일치한다.] 만난다.
③ 평행하다.
④ 꼬인 위치에 있다.] 만나지 않는다.

107 ①, ②, ④, ⑤ 한 점에서 만난다.
③ 꼬인 위치에 있다.
따라서 $\overline{BC}$와의 위치 관계가 다른 하나는 ③이다.

답 ③

108 $\overline{BD}$와 수직으로 만나는 모서리는 $\overline{BF}$, $\overline{DH}$의 2개이므로

$a=2$ … 1단계

$\overline{CG}$와 평행한 모서리는 $\overline{AE}$, $\overline{BF}$, $\overline{DH}$의 3개이므로

$b=3$ … 2단계

$\therefore a+b=2+3=5$ … 3단계

답 5

단계	채점 요소	비율
1	a의 값 구하기	40 %
2	b의 값 구하기	40 %
3	$a+b$의 값 구하기	20 %

109 ⑤ 모서리 CI와 꼬인 위치에 있는 모서리는

$\overline{AB}$, $\overline{AF}$, $\overline{DE}$, $\overline{EF}$, $\overline{GH}$, $\overline{GL}$, $\overline{JK}$, $\overline{KL}$

의 8개이다.
따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

답 ⑤

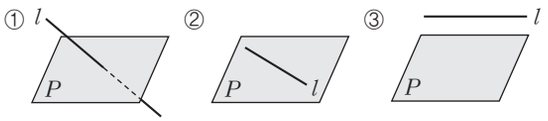
110 ㄴ. 공간에서 만나지 않는 두 직선은 평행하거나 꼬인 위치에 있다.
이상에서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다.

답 ③

111 모서리 AD와 평행한 모서리는
$\overline{BC}$, $\overline{EH}$, $\overline{FG}$
의 3개이므로 $a=3$
모서리 CD와 꼬인 위치에 있는 모서리는
$\overline{OA}$, $\overline{OB}$, $\overline{AE}$, $\overline{BF}$, $\overline{EH}$, $\overline{FG}$
의 6개이므로 $b=6$
모서리 BF와 수직으로 만나는 모서리는
$\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{EF}$, $\overline{FG}$
의 4개이므로 $c=4$
$\therefore a+b-c=3+6-4=5$ 답 5

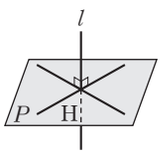
유형 022 공간에서 직선과 평면의 위치 관계 본책 31쪽

(1) 직선과 평면의 위치 관계



➜ 한 점에서 만난다. ➜ 포함된다. ➜ 평행하다.

(2) 직선 l이 평면 P와 한 점 H에서 만나고 점 H를 지나는 평면 P 위의 모든 직선과 수직이면
$l \perp P$



112 ④ $\overline{CG}$와 수직인 면은 면 ABCD, 면 EFGH의 2개이다.
⑤ 평면 AFGD와 평행한 모서리는 $\overline{BC}$, $\overline{EH}$의 2개이다.
따라서 옳지 않은 것은 ④이다. 답 ④

113 면 ABCDE와 수직인 모서리는
$\overline{AF}$, $\overline{BG}$, $\overline{CH}$, $\overline{DI}$, $\overline{EJ}$
의 5개이므로 $a=5$
면 BGHC와 평행한 모서리는
$\overline{AF}$, $\overline{DI}$, $\overline{EJ}$
의 3개이므로 $b=3$
$\therefore ab=5\times3=15$ 답 15

114 ① 모서리 BE와 평행한 면은 면 ADFC의 1개이다.
② 면 BEFC에 포함되는 모서리는 $\overline{BC}$, $\overline{BE}$, $\overline{CF}$, $\overline{EF}$의 4개이다.
③ 면 ABC와 수직인 모서리는 $\overline{AD}$, $\overline{BE}$, $\overline{CF}$의 3개이다.
④ 면 ABED와 평행한 모서리는 $\overline{CF}$의 1개이다.
⑤ 면 ADFC와 수직인 모서리는 $\overline{AB}$, $\overline{DE}$이고, 두 모서리는 평행하다.
따라서 옳은 것은 ②, ⑤이다. 답 ②, ⑤

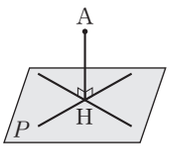
115 $\overleftrightarrow{BC}$와 꼬인 위치에 있는 직선은
$\overleftrightarrow{AE}$, $\overleftrightarrow{DH}$, $\overleftrightarrow{EF}$, $\overleftrightarrow{GH}$
의 4개이므로 $a=4$ … 1단계
$\overleftrightarrow{DH}$와 평행한 면은 면 ABFE, 면 BCGF의 2개이므로
$b=2$ … 2단계
$\overleftrightarrow{BF}$와 수직인 면은 면 ABCD, 면 EFGH의 2개이므로
$c=2$ … 3단계
$\therefore a-b+c=4-2+2=4$ … 4단계
답 4

단계	채점 요소	비율
1	a의 값 구하기	30 %
2	b의 값 구하기	30 %
3	c의 값 구하기	30 %
4	$a-b+c$의 값 구하기	10 %

116 $\overline{CD}$와 평면 P의 교점 C를 지나는 평면 P 위의 서로 다른 두 직선이 $\overline{CD}$와 수직이면 평면 P와 $\overline{CD}$가 수직이다.
따라서 평면 P와 $\overline{CD}$가 수직임을 설명하기 위해 필요한 조건은
$\overline{BC} \perp \overline{CD}$, $\overline{CF} \perp \overline{CD}$ 답 ③

유형 023 점과 평면 사이의 거리 본책 32쪽

점 A와 평면 P 사이의 거리
➜ 선분 AH의 길이

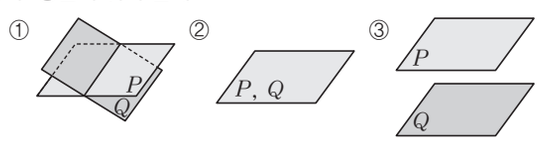


117 점 A와 면 EFGH 사이의 거리는 $\overline{AE}$의 길이와 같으므로
$a=5$
점 B와 면 CGHD 사이의 거리는 $\overline{BC}$의 길이와 같으므로
$b=7$
점 C와 면 AEHD 사이의 거리는 $\overline{CD}$의 길이와 같으므로
$c=4$
$\therefore a+b-c=5+7-4=8$ 답 8

118 ④ 두 직선 m, n은 한 점에서 만나지만 수직인지는 알 수 없다.
따라서 옳지 않은 것은 ④이다. 답 ④

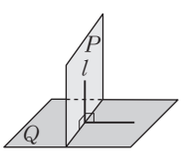
유형 024 공간에서 두 평면의 위치 관계 본책 32쪽

(1) 두 평면의 위치 관계



➜ 한 직선에서 만난다. ➜ 일치한다. ➜ 평행하다.

(2) 평면 P가 평면 Q에 수직인 직선 l을 포함하면
$P \perp Q$



119 면 DEF와 수직인 면은
면 ADEB, 면 ADFC, 면 BEFC
의 3개이므로 $a=3$
면 DEF와 평행한 면은 면 ABC의 1개이므로
$b=1$
$\therefore ab=3\times1=3$ 답 3

120 서로 평행한 두 면은
면 ABCDEF와 면 GHIJKL,
면 AGLF와 면 CIJD,
면 ABHG와 면 EDJK,
면 BHIC와 면 FLKE
의 4쌍이다. 답 4쌍

121 면 ABCDE와 만나지 않는 면, 즉 평행한 면은
면 FGHIJ의 1개이므로
$a=1$ … 1단계
면 ABGF와 수직인 면은 면 ABCDE, 면 FGHIJ의 2개이므로
$b=2$ … 2단계
$\therefore a+b=1+2=3$ … 3단계
답 3

단계	채점 요소	비율
1	a의 값 구하기	40 %
2	b의 값 구하기	40 %
3	$a+b$의 값 구하기	20 %

122 ① 면 BFGC와 평행한 면은 면 AEHD의 1개이다.
② 면 ABFE와 수직인 면은 면 ABCD, 면 AEHD, 면 BFGC, 면 EFGH의 4개이다.
③ 평면 AEGC와 수직인 면은 면 ABCD, 면 EFGH의 2개이다.
④ 모서리 BC와 평행하면서 면 EFGH와 수직인 면은 면 AEHD의 1개이다.
⑤ $\overline{AC}$와 꼬인 위치에 있는 모서리는 $\overline{BF}$, $\overline{DH}$, $\overline{EF}$, $\overline{EH}$, $\overline{FG}$, $\overline{GH}$의 6개이다.
따라서 옳은 것은 ②, ④이다. 답 ②, ④

124 면 ACFD와 평행한 모서리는 $\overline{BE}$의 1개이므로
$a=1$
면 ABC와 수직인 모서리는 $\overline{AD}$, $\overline{BE}$, $\overline{CF}$의 3개이므로
$b=3$
$\therefore a+b=1+3=4$ 답 ①

125 면 CFG와 수직인 모서리는 $\overline{AC}$, $\overline{DG}$, $\overline{EF}$의 3개이므로
$a=3$ … 1단계
모서리 BF와 꼬인 위치에 있는 모서리는
$\overline{AC}$, $\overline{AD}$, $\overline{CG}$, $\overline{DE}$, $\overline{DG}$
의 5개이므로 $b=5$ … 2단계
$\therefore b-a=5-3=2$ … 3단계
답 2

단계	채점 요소	비율
1	a의 값 구하기	40 %
2	b의 값 구하기	40 %
3	$b-a$의 값 구하기	20 %

126 ① 모서리 AD와 평행한 모서리는 $\overline{BC}$, $\overline{EH}$, $\overline{FG}$의 3개이다.
② 모서리 DH와 꼬인 위치에 있는 모서리는 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{EF}$, $\overline{FG}$의 4개이다.
③ 면 CGHD와 수직인 모서리는 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$, $\overline{EH}$, $\overline{FG}$의 4개이다.
④ 면 AEHD와 평행한 면은 면 BFGC의 1개이다.
⑤ 면 BFGC와 수직인 면은 면 ABFE, 면 CGHD, 면 EFGH의 3개이다.
따라서 옳은 것은 ⑤이다. 답 ⑤

127 직선 CD와 꼬인 위치에 있는 직선은
$\overleftrightarrow{AF}$, $\overleftrightarrow{BG}$, $\overleftrightarrow{EI}$, $\overleftrightarrow{FG}$, $\overleftrightarrow{FI}$, $\overleftrightarrow{GH}$, $\overleftrightarrow{HI}$, $\overleftrightarrow{HJ}$
면 AFIE와 수직인 직선은
$\overleftrightarrow{AB}$, $\overleftrightarrow{DE}$, $\overleftrightarrow{FG}$, $\overleftrightarrow{HI}$
면 ABGF와 평행한 직선은
$\overleftrightarrow{DE}$, $\overleftrightarrow{DJ}$, $\overleftrightarrow{EI}$, $\overleftrightarrow{HI}$, $\overleftrightarrow{HJ}$
따라서 주어진 조건을 만족시키는 직선은 $\overleftrightarrow{HI}$이다. 답 $\overleftrightarrow{HI}$

유형 025 일부를 잘라 낸 입체도형에서의 위치 관계

본책 33쪽

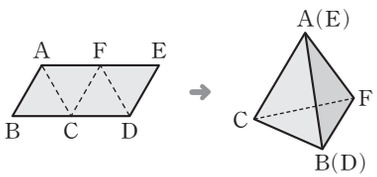
주어진 입체도형의 모서리와 면을 각각 공간에서의 직선과 평면으로 생각하여 위치 관계를 살펴본다.

123 $\overleftrightarrow{BC}$와 꼬인 위치에 있는 직선은
$\overleftrightarrow{AF}$, $\overleftrightarrow{DI}$, $\overleftrightarrow{EJ}$, $\overleftrightarrow{FG}$, $\overleftrightarrow{HI}$, $\overleftrightarrow{IJ}$
의 6개이다. 답 ①

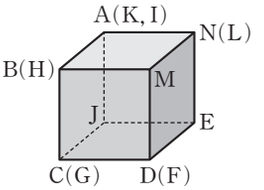
유형 026 전개도가 주어졌을 때의 위치 관계

본책 33쪽

전개도로 만들어지는 입체도형을 그린 후 위치 관계를 살펴본다. 이때 겹쳐지는 꼭짓점을 모두 적는다.

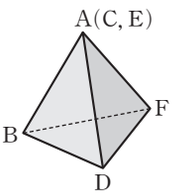


128 주어진 전개도로 만들어지는 정육면체는 오른쪽 그림과 같다.
따라서 면 ABMN과 평행한 면은 면 EFGJ이다.



답 ④

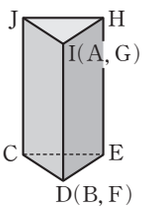
129 주어진 전개도로 만들어지는 삼각뿔은 오른쪽 그림과 같다.
② $\overline{AF}$와 $\overline{CD}$는 한 점에서 만난다.
③ $\overline{BC}$와 $\overline{DE}$는 한 점에서 만난다.
⑤ $\overline{CD}$와 $\overline{EF}$는 한 점에서 만난다.
따라서 꼬인 위치에 있는 모서리끼리 짝 지은 것은 ①, ④이다.



답 ①, ④

참고 삼각뿔에서 한 모서리와 만나지 않는 모서리는 그 모서리와 꼬인 위치에 있다.

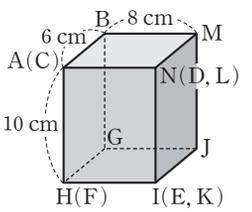
130 주어진 전개도로 만들어지는 삼각기둥은 오른쪽 그림과 같다.
(1) $\overline{AB}$와 수직으로 만나는 모서리는 $\overline{CD}$, $\overline{DE}$, $\overline{HI}$, $\overline{IJ}$이다. … 1단계
(2) $\overline{CD}$와 꼬인 위치에 있는 모서리는 $\overline{HI}$, $\overline{HJ}$, $\overline{HE}$이다. … 2단계



답 (1) $\overline{CD}$, $\overline{DE}$, $\overline{HI}$, $\overline{IJ}$ (2) $\overline{HI}$, $\overline{HJ}$, $\overline{HE}$

단계	채점 요소	비율
1	$\overline{AB}$와 수직으로 만나는 모서리 구하기	50 %
2	$\overline{CD}$와 꼬인 위치에 있는 모서리 구하기	50 %

131 주어진 전개도로 만들어지는 직육면체는 오른쪽 그림과 같다.
① $\overline{NI}$와 평행한 모서리는 $\overline{AH}$, $\overline{BG}$, $\overline{MJ}$의 3개이다.
② $\overline{AB}$와 꼬인 위치에 있는 모서리는 $\overline{GJ}$, $\overline{HI}$, $\overline{MJ}$, $\overline{NI}$의 4개이다.
③ $\overline{BG}$와 평행한 면은 면 AHIN, 면 NIJM의 2개이다.
④ 점 A와 면 MJKL 사이의 거리는 8 cm이다.
따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

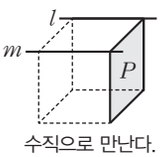


답 ④

유형 027 공간에서 여러 가지 위치 관계 본책 34쪽

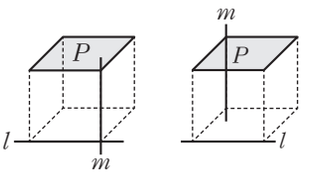
직육면체를 그려서 각 조건에 따른 위치 관계를 살펴본다. 이때 각 면을 평면으로, 각 모서리를 직선으로 생각한다.

132 ① $l \parallel m$, $l \perp P$이면 오른쪽 그림과 같이 $m \perp P$이다.

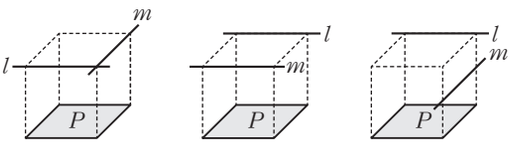


수직으로 만난다.

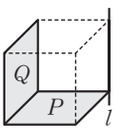
② $l \parallel P$, $m \perp P$이면 다음 그림과 같이 두 직선 l, m은 수직으로 만나거나 꼬인 위치에 있다.



③ $l \parallel P$, $m \parallel P$이면 다음 그림과 같이 두 직선 l, m은 한 점에서 만나거나 평행하거나 꼬인 위치에 있다.

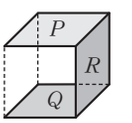


④ $l \perp P$, $l \parallel Q$이면 오른쪽 그림과 같이 $P \perp Q$이다.



수직으로 만난다.

⑤ $P \parallel Q$, $P \perp R$이면 오른쪽 그림과 같이 $Q \perp R$이다.

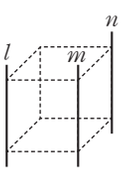


수직으로 만난다.

따라서 옳지 않은 것은 ②, ③이다.

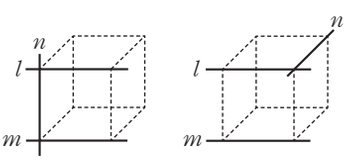
답 ②, ③

133 ㄱ. $l \parallel m$, $l \parallel n$이면 오른쪽 그림과 같이 $m \parallel n$이다.

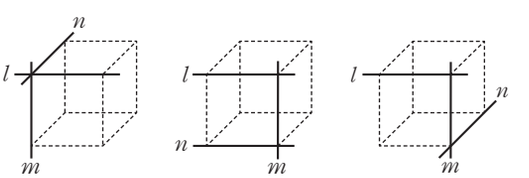


평행하다.

ㄴ. $l \parallel m$, $l \perp n$이면 다음 그림과 같이 두 직선 m, n은 한 점에서 만나거나 꼬인 위치에 있다.



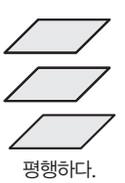
ㄷ. $l \perp m$, $m \perp n$이면 다음 그림과 같이 두 직선 l, n은 한 점에서 만나거나 평행하거나 꼬인 위치에 있다.



이상에서 옳은 것은 ㄱ뿐이다.

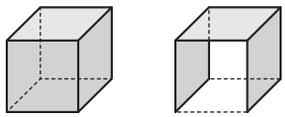
답 ①

134 ㄱ. 한 평면과 평행한 서로 다른 두 평면은 오른쪽 그림과 같이 평행하다.

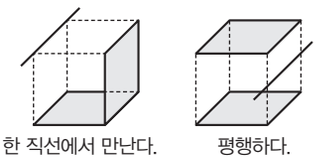


평행하다.

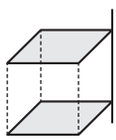
ㄴ. 한 평면과 수직인 서로 다른 두 평면은 다음 그림과 같이 한 직선에서 만나거나 평행하다.



ㄷ. 한 직선과 평행한 서로 다른 두 평면은 다음 그림과 같이 한 직선에서 만나거나 평행하다.



ㄹ. 한 직선과 수직인 서로 다른 두 평면은 오른쪽 그림과 같이 평행하다.



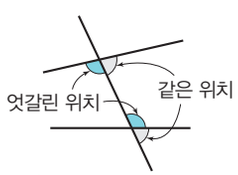
이상에서 항상 평행한 것은 ㄱ, ㄹ이다. 답 ㄱ, ㄹ

만점 공략 노트

공간에서 다음은 항상 평행하다.
① 한 직선과 평행한 서로 다른 두 직선
② 한 직선과 수직인 서로 다른 두 평면
③ 한 평면과 평행한 서로 다른 두 평면
④ 한 평면과 수직인 서로 다른 두 직선

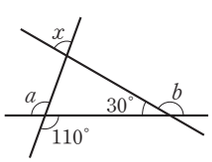
유형 028 동위각과 엇각 본책 35쪽

서로 다른 두 직선이 다른 한 직선과 만날 때
(1) 동위각
➜ 서로 같은 위치에 있는 두 각
(2) 엇각 ➜ 서로 엇갈린 위치에 있는 두 각



135 ④ $\angle d$의 엇각은 $\angle c$이고
$\angle c=180^\circ-40^\circ=140^\circ$
⑤ $\angle e$의 동위각은 $\angle b$이고 맞꼭지각의 크기는 서로 같으므로
$\angle b=40^\circ$
따라서 옳지 않은 것은 ④이다. 답 ④

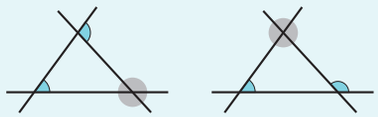
136 오른쪽 그림에서 $\angle x$의 동위각의 크기는 각각
$\angle a=110^\circ$,
$\angle b=180^\circ-30^\circ=150^\circ$
따라서 구하는 크기의 합은
$110^\circ+150^\circ=260^\circ$



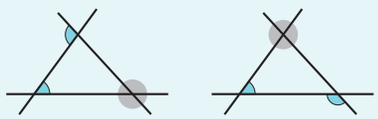
답 260°

만점 공략 노트

세 직선이 세 점에서 만나는 경우에는 다음과 같이 한 점을 가려보면 동위각과 엇각을 쉽게 찾을 수 있다.
① 동위각



② 엇각



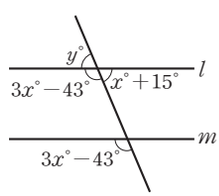
137 ① $\angle a$의 동위각은 $\angle e$, $\angle i$이다.
③ $\angle g$의 동위각은 $\angle c$, $\angle k$이다.
이때 맞꼭지각의 크기는 서로 같으므로 $\angle c=\angle a=85^\circ$이고, $\angle k$의 크기는 알 수 없다.
④ $\angle l$의 동위각은 $\angle d$, $\angle h$이다.
이때 $\angle d=180^\circ-85^\circ=95^\circ$이고, $\angle h$의 크기는 알 수 없다.
⑤ $\angle h$의 엇각은 $\angle b$이고 $\angle b=180^\circ-85^\circ=95^\circ$
따라서 옳은 것은 ②, ⑤이다. 답 ②, ⑤

유형 029 평행선에서 동위각, 엇각의 크기 본책 35쪽

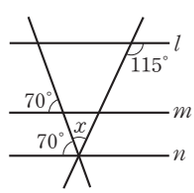
평행한 두 직선이 다른 한 직선과 만날 때
(1) 동위각의 크기는 같다.
(2) 엇각의 크기는 같다.

138 $l /\!/ m$이므로 $\angle x=80^\circ$, $\angle y=180^\circ-75^\circ=105^\circ$
$\therefore \angle x+\angle y=80^\circ+105^\circ=185^\circ$ 답 ②

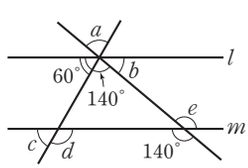
139 오른쪽 그림에서 $l /\!/ m$이므로
$(3x-43)+(x+15)=180$
$4x=208$ $\therefore x=52$
따라서 $y=x+15=52+15=67$이므로
$x+y=52+67=119$ 답 ⑤



140 $l /\!/ m$, $l /\!/ n$이므로
$m /\!/ n$
오른쪽 그림에서 $l /\!/ n$이므로
$70^\circ+\angle x=115^\circ$
$\therefore \angle x=45^\circ$ 답 ④



141 ①, ② 오른쪽 그림에서 $l /\!/ m$이고 맞꼭지각의 크기는 서로 같으므로
$\angle a=140^\circ-60^\circ=80^\circ$,
$\angle b=180^\circ-140^\circ=40^\circ$



③, ④ $l \parallel m$이므로

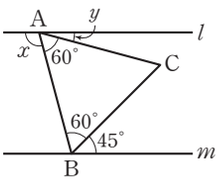
$\angle c = 60^\circ$

$\therefore \angle d = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$

⑤ 맞꼭지각의 크기는 서로 같으므로 $\angle e = 140^\circ$

따라서 옳지 않은 것은 ②이다. 답 ②

142 오른쪽 그림의 정삼각형 ABC에서 $\angle ABC = \angle BAC = 60^\circ$이고 $l \parallel m$이므로



$\angle x = 60^\circ + 45^\circ = 105^\circ$ … 1단계

따라서 $105^\circ + 60^\circ + \angle y = 180^\circ$이므로

$\angle y = 180^\circ - (105^\circ + 60^\circ) = 15^\circ$ … 2단계

$\therefore \angle x - \angle y = 105^\circ - 15^\circ = 90^\circ$ … 3단계

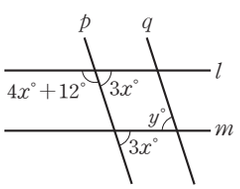
답 90°

단계	채점 요소	비율
1	$\angle x$의 크기 구하기	40 %
2	$\angle y$의 크기 구하기	40 %
3	$\angle x - \angle y$의 크기 구하기	20 %

유형 030 두 쌍의 평행선에서 동위각, 엇각의 크기 본책 36쪽

두 쌍의 평행선이 주어지면 각각의 평행선에서 동위각과 엇각의 크기는 각각 같음을 이용한다.

143 오른쪽 그림에서 $l \parallel m$이므로



$(4x + 12) + 3x = 180$

$7x = 168$ $\therefore x = 24$

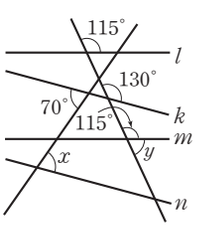
$p \parallel q$이므로

$y = 3x = 3 \times 24 = 72$

$\therefore x + y = 24 + 72 = 96$

답 ①

144 오른쪽 그림에서 $k \parallel n$이므로



$\angle x = 70^\circ$ … 1단계

$l \parallel m$이므로

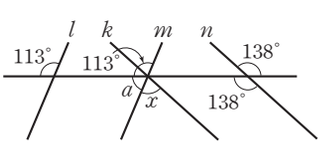
$\angle y = 180^\circ - 115^\circ = 65^\circ$ … 2단계

$\therefore \angle x + \angle y = 70^\circ + 65^\circ = 135^\circ$ … 3단계

답 135°

단계	채점 요소	비율
1	$\angle x$의 크기 구하기	40 %
2	$\angle y$의 크기 구하기	40 %
3	$\angle x + \angle y$의 크기 구하기	20 %

145 오른쪽 그림에서 $l \parallel m$이므로



$\angle a = 180^\circ - 113^\circ = 67^\circ$

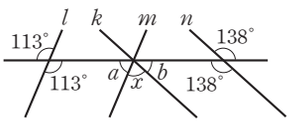
$k \parallel n$이므로

$\angle x + \angle a = 138^\circ$

$\therefore \angle x = 138^\circ - 67^\circ = 71^\circ$

답 ②

다른 풀이 오른쪽 그림에서



$l \parallel m$이므로

$\angle x + \angle b = 113^\circ$ …… ㉠

$k \parallel n$이므로

$\angle x + \angle a = 138^\circ$ …… ㉡

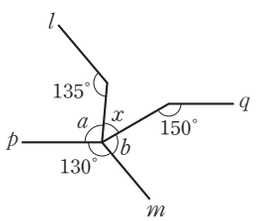
㉠+㉡을 하면

$2\angle x + \angle a + \angle b = 251^\circ$

이때 $\angle x + \angle a + \angle b = 180^\circ$이므로

$180^\circ + \angle x = 251^\circ$ $\therefore \angle x = 71^\circ$

146 오른쪽 그림에서 $l \parallel m$이므로



$\angle x + \angle b = 135^\circ$ …… ㉠

$p \parallel q$이므로

$\angle x + \angle a = 150^\circ$ …… ㉡

㉠+㉡을 하면

$2\angle x + \angle a + \angle b = 285^\circ$

이때 $\angle x + \angle a + \angle b = 360^\circ - 130^\circ = 230^\circ$이므로

$\angle x + 230^\circ = 285^\circ$ $\therefore \angle x = 55^\circ$

답 ③

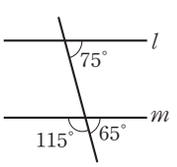
유형 031 두 직선이 평행할 조건 본책 37쪽

서로 다른 두 직선 l, m이 다른 한 직선과 만날 때

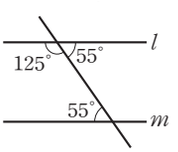
(1) 동위각의 크기가 같으면 ➡ $l \parallel m$

(2) 엇각의 크기가 같으면 ➡ $l \parallel m$

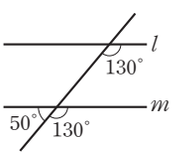
147 ㄱ. 오른쪽 그림에서 동위각의 크기가 다르므로 두 직선 l, m은 평행하지 않다.



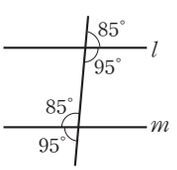
ㄴ. 오른쪽 그림에서 엇각의 크기가 같으므로 $l \parallel m$



ㄷ. 오른쪽 그림에서 동위각의 크기가 같으므로 $l \parallel m$



ㄹ. 오른쪽 그림에서 엇각의 크기가 다르므로 두 직선 l, m은 평행하지 않다.



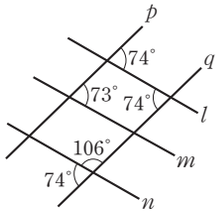
이상에서 두 직선 l, m이 평행한 것은 ㄴ, ㄷ이다. 답 ㄴ, ㄷ

148 오른쪽 그림에서 두 직선 l, n이 직선 q와 만나서 생긴 동위각의 크기가 같으므로

$l \parallel n$

두 직선 p, q가 직선 l과 만나서 생긴 엇각의 크기가 같으므로

$p \parallel q$



답 $l \parallel n$, $p \parallel q$

만점 공략 노트

두 직선 l, m이 직선 p와 만나서 생긴 동위각의 크기가 다르므로 두 직선 l, m은 평행하지 않다. 따라서 두 직선 m, n도 평행하지 않다.

149 ① 동위각의 크기가 같으므로 $l \parallel m$

② 엇각의 크기가 다르므로 두 직선 l, m은 평행하지 않다.

③ $\angle c=70^\circ$이므로

$\angle b=180^\circ-70^\circ=110^\circ$

따라서 엇각의 크기가 같으므로 $l \parallel m$

④ $\angle d=180^\circ-110^\circ=70^\circ$이고 $\angle a+\angle d=180^\circ$이므로

$\angle a=180^\circ-70^\circ=110^\circ$

따라서 동위각의 크기가 같으므로 $l \parallel m$

⑤ 두 직선 l, m이 평행하지 않아도 $\angle b+\angle c=180^\circ$이다.

따라서 두 직선 l, m이 평행할 조건이 아닌 것은 ②, ⑤이다.

답 ②, ⑤

유형 032 두 직선이 평행할 조건의 활용

본책 37쪽

❶ 동위각 또는 엇각의 크기를 이용하여 평행선을 찾는다.

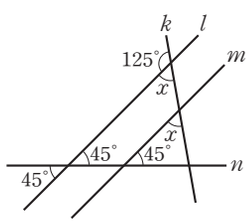
❷ 평행선의 성질을 이용하여 각의 크기를 구한다.

150 두 직선 l, m이 직선 n과 만나서 생긴 동위각의 크기가 45°로 같으므로

$l \parallel m$

오른쪽 그림에서 $l \parallel m$이므로

$\angle x=180^\circ-125^\circ=55^\circ$ 답 ②



151 두 직선 l, m이 직선 q와 만나서 생긴 엇각의 크기가 70°로 같으므로

$l \parallel m$ … 1단계

오른쪽 그림에서 $l \parallel m$이므로

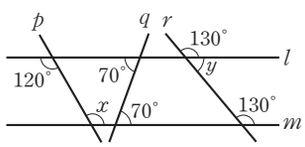
$\angle x=120^\circ$

$\angle y=180^\circ-130^\circ$

$=50^\circ$ … 2단계

$\therefore \angle x-\angle y=120^\circ-50^\circ=70^\circ$ … 3단계

답 70°



단계	채점 요소	비율
1	$l \parallel m$임을 알기	30 %
2	$\angle x$, $\angle y$의 크기 구하기	50 %
3	$\angle x-\angle y$의 크기 구하기	20 %

152 두 직선 l, m이 직선 p와 만나서 생긴 동위각의 크기가 80°로 같으므로

$l \parallel m$

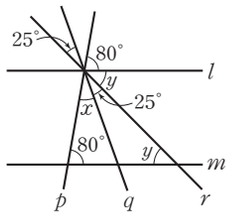
오른쪽 그림에서 $l \parallel m$이므로

$\angle x+25^\circ+\angle y+80^\circ=180^\circ$

$\therefore \angle x+\angle y=180^\circ-(25^\circ+80^\circ)$

$=75^\circ$

답 ②



유형 033 평행선에서 각의 크기 구하기 ; 삼각형의 성질 이용

본책 38쪽

❶ 평행선의 성질을 이용하여 크기가 같은 동위각, 엇각을 찾는다.

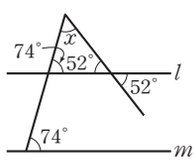
❷ 삼각형의 세 각의 크기의 합이 180°임을 이용하여 각의 크기를 구한다.

153 오른쪽 그림에서 삼각형의 세 각의 크기의 합은 180°이므로

$\angle x+74^\circ+52^\circ=180^\circ$

$\therefore \angle x=54^\circ$

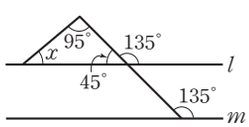
답 ④



154 오른쪽 그림에서 삼각형의 세 각의 크기의 합은 180°이므로

$\angle x+95^\circ+45^\circ=180^\circ$

$\therefore \angle x=40^\circ$ 답 ②



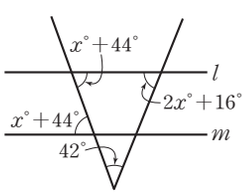
155 오른쪽 그림에서 삼각형의 세 각의 크기의 합은 180°이므로

$42+(x+44)+(2x+16)$

$=180$

$3x=78$ $\therefore x=26$

답 ①



156 $\overline{BC} \parallel \overline{DE}$이므로

$\angle ABC=\angle ADE=60^\circ$

$\therefore \angle IBC=\frac{1}{2}\angle ABC=\frac{1}{2}\times 60^\circ=30^\circ$ … 1단계

또 $\angle ACB=\angle AED=70^\circ$이므로

$\angle ICB=\frac{1}{2}\angle ACB=\frac{1}{2}\times 70^\circ=35^\circ$ … 2단계

삼각형 IBC의 세 각의 크기의 합은 180°이므로

$\angle x+30^\circ+35^\circ=180^\circ$ $\therefore \angle x=115^\circ$ … 3단계

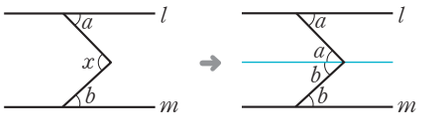
답 115°

단계	채점 요소	비율
1	∠IBC의 크기 구하기	40 %
2	∠ICB의 크기 구하기	40 %
3	∠x의 크기 구하기	20 %

유형 034 평행선에서 각의 크기 구하기 ; 평행한 보조선을 긋는 경우 (1)

본책 38쪽

꺾인 점을 지나면서 주어진 평행선에 평행한 직선을 긋고, 동위각과 엇각의 크기는 각각 같음을 이용한다.

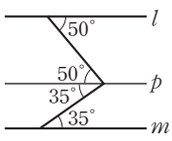


$l /\!/ m$이면 $\angle x=\angle a+\angle b$

157 오른쪽 그림과 같이 두 직선 l, m에 평행한 직선 p를 그으면

$\angle x=50^\circ+35^\circ=85^\circ$

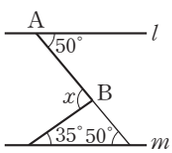
답 ③



다른 풀이 오른쪽 그림과 같이 선분 AB의 연장선을 그으면 삼각형의 세 각의 크기의 합은 180°이므로

$(180^\circ-\angle x)+35^\circ+50^\circ=180^\circ$

$\therefore \angle x=85^\circ$

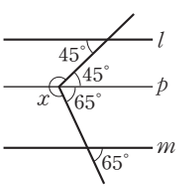


158 오른쪽 그림과 같이 두 직선 l, m에 평행한 직선 p를 그으면

$\angle x+45^\circ+65^\circ=360^\circ$

$\therefore \angle x=250^\circ$

답 ⑤

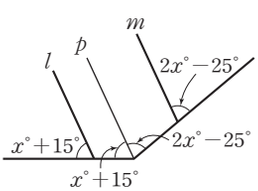


159 오른쪽 그림과 같이 두 직선 l, m에 평행한 직선 p를 그으면

$(x+15)+(2x-25)=140$

$3x=150$ $\therefore x=50$

답 ①

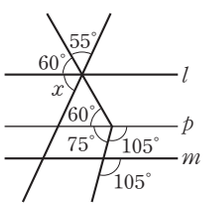


160 오른쪽 그림과 같이 두 직선 l, m에 평행한 직선 p를 그으면

$55^\circ+60^\circ+\angle x=180^\circ$

$\therefore \angle x=65^\circ$

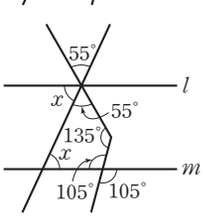
답 65°



다른 풀이 오른쪽 그림에서 사각형의 네 각의 크기의 합은 360°이므로

$\angle x+55^\circ+135^\circ+105^\circ=360^\circ$

$\therefore \angle x=65^\circ$



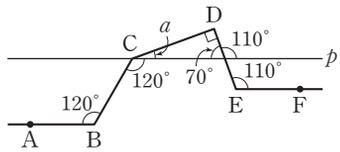
161 오른쪽 그림과 같이 $\overleftrightarrow{AB}$, $\overleftrightarrow{EF}$에 평행한 직선 p를 그으면

$\angle a+90^\circ+70^\circ=180^\circ$

$\therefore \angle a=20^\circ$

$\therefore \angle x=120^\circ+20^\circ=140^\circ$

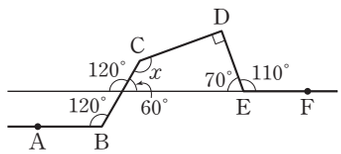
답 ②



다른 풀이 오른쪽 그림과 같이 $\overleftrightarrow{EF}$를 그으면 사각형의 네 각의 크기의 합은 360°이므로

$\angle x+60^\circ+70^\circ+90^\circ=360^\circ$

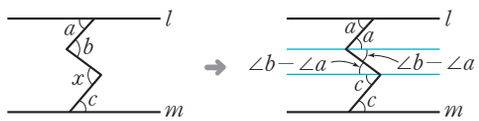
$\therefore \angle x=140^\circ$



유형 035 평행선에서 각의 크기 구하기 ; 평행한 보조선을 긋는 경우 (2)

본책 39쪽

꺾인 두 점을 지나면서 주어진 평행선에 평행한 직선 2개를 긋고, 동위각과 엇각의 크기는 각각 같음을 이용한다.

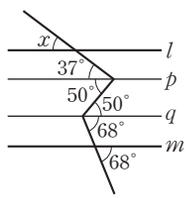


$l /\!/ m$이면 $\angle x=\angle b-\angle a+\angle c$

162 오른쪽 그림과 같이 두 직선 l, m에 평행한 직선 p, q를 그으면

$\angle x=37^\circ$

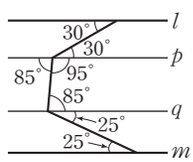
답 ①



163 오른쪽 그림과 같이 두 직선 l, m에 평행한 직선 p, q를 그으면

$\angle x=85^\circ+25^\circ=110^\circ$

답 ③

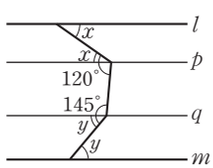


164 오른쪽 그림과 같이 두 직선 l, m에 평행한 직선 p, q를 긋자. … 1단계

$180^\circ-(120^\circ-\angle x)=145^\circ-\angle y$이므로

$\angle x+\angle y=85^\circ$ … 2단계

답 85°



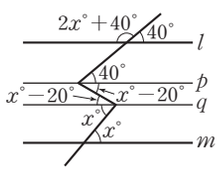
단계	채점 요소	비율
1	두 직선 l, m에 평행한 보조선 긋기	30 %
2	∠x+∠y의 크기 구하기	70 %

165 오른쪽 그림과 같이 두 직선 l, m에 평행한 직선 p, q를 그으면

$(2x+40)+40=180$

$\therefore x=50$

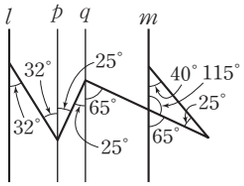
답 50



166 오른쪽 그림과 같이 두 직선 l, m에 평행한 직선 p, q를 그으면

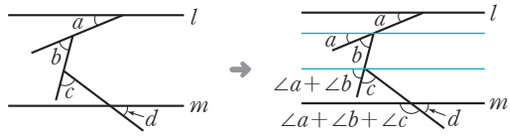
$\angle x=32^\circ+25^\circ=57^\circ$

답 ④



유형 036 평행선에서의 활용 (1)

본책 40쪽



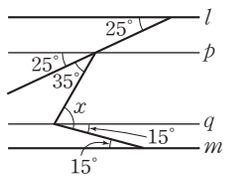
$l /\!/ m$이면 $\angle a+\angle b+\angle c+\angle d=180^\circ$

167 오른쪽 그림과 같이 두 직선 l, m에 평행한 직선 p, q를 그으면

$25^\circ+35^\circ=\angle x-15^\circ$

$\therefore \angle x=75^\circ$

답 ⑤

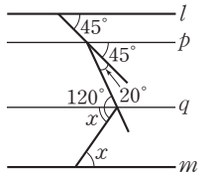


168 오른쪽 그림과 같이 두 직선 l, m에 평행한 직선 p, q를 그으면

$45^\circ+20^\circ=120^\circ-\angle x$

$\therefore \angle x=55^\circ$

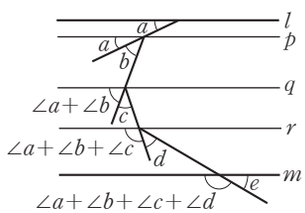
답 55°



169 오른쪽 그림과 같이 두 직선 l, m에 평행한 직선 p, q, r를 그으면

$\angle a+\angle b+\angle c+\angle d+\angle e=180^\circ$

답 180°



유형 037 평행선에서의 활용 (2)

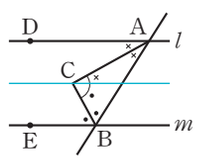
본책 40쪽

오른쪽 그림에서 $l /\!/ m$이고

$\angle DAC=\angle CAB$,

$\angle EBC=\angle CBA$이면

$\angle ACB=\times+\bullet$



삼각형 ACB의 세 각의 크기의 합은 180°이므로

$2\times+2\bullet=180^\circ$, $\times+\bullet=90^\circ$

$\therefore \angle ACB=90^\circ$

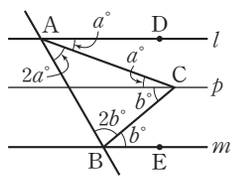
170 오른쪽 그림과 같이 두 직선 l, m에 평행한 직선 p를 긋고

$\angle DAC=a^\circ$, $\angle EBC=b^\circ$

라 하자.

$3\angle DAC=\angle DAB$이므로

$\angle BAC=2a^\circ$



$3\angle EBC=\angle EBA$이므로

$\angle ABC=2b^\circ$

$\angle ACB=a^\circ+b^\circ$이므로 삼각형 ABC에서

$3a^\circ+3b^\circ=180^\circ$ $\therefore a^\circ+b^\circ=60^\circ$

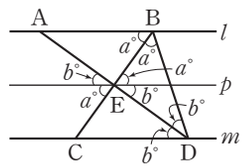
$\therefore \angle ACB=a^\circ+b^\circ=60^\circ$

답 ③

171 오른쪽 그림과 같이 두 직선 l, m에 평행한 직선 p를 긋고

$\angle ABC=\angle CBD=a^\circ$,

$\angle CDA=\angle ADB=b^\circ$



라 하자.

$\angle BED=a^\circ+b^\circ$이므로 삼각형 BED에서

$2a^\circ+2b^\circ=180^\circ$ $\therefore a^\circ+b^\circ=90^\circ$

$\therefore \angle x=a^\circ+b^\circ=90^\circ$

답 90°

다른 풀이 $\angle ABC=\angle CBD=a^\circ$, $\angle CDA=\angle ADB=b^\circ$라 하면 $l /\!/ m$이므로

$\angle BCD=\angle ABC=a^\circ$

삼각형 BCD에서

$2a^\circ+2b^\circ=180^\circ$ $\therefore a^\circ+b^\circ=90^\circ$

따라서 삼각형 BED에서

$\angle BED=180^\circ-(a^\circ+b^\circ)=180^\circ-90^\circ=90^\circ$

$\therefore \angle x=\angle BED=90^\circ$

172 오른쪽 그림과 같이 두 직선 l, m에 평행한 직선 p를 그으면

$\angle ABC=41^\circ+75^\circ=116^\circ$ … 1단계

이때 $\angle ABD=3\angle DBC$이므로

$\angle ABC=\angle ABD+\angle DBC$

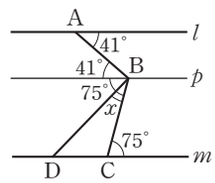
$=3\angle DBC+\angle DBC$

$=4\angle DBC=4\angle x$

따라서 $4\angle x=116^\circ$이므로

$\angle x=29^\circ$ … 2단계

답 29°

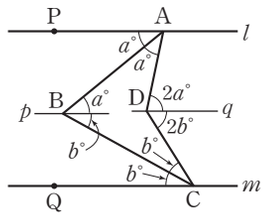


단계	채점 요소	비율
1	$\angle ABC$의 크기 구하기	40 %
2	$\angle x$의 크기 구하기	60 %

173 오른쪽 그림과 같이 두 직선 l, m에 평행한 직선 p, q를 긋고

$\angle PAB=\angle BAD=a^\circ$,

$\angle QCB=\angle BCD=b^\circ$



라 하면

$\angle ADC=2a^\circ+2b^\circ=136^\circ$

$\therefore a^\circ+b^\circ=68^\circ$

$\therefore \angle x=a^\circ+b^\circ=68^\circ$

답 ④

유형 038 직사각형 모양의 종이를 접은 경우

본책 41쪽

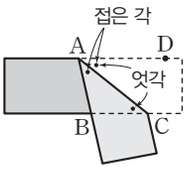
직사각형 모양의 종이를 접으면

① 접은 각의 크기가 같다.

➜ ∠DAC=∠BAC

② 엇각의 크기가 같다.

➜ ∠DAC=∠BCA

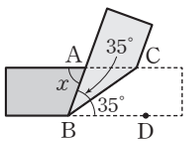


174 오른쪽 그림에서

∠ABC=∠CBD=35° (접은 각)

∴ ∠x=∠ABD=35°+35°

=70° (엇각) 답 ④



175 오른쪽 그림에서

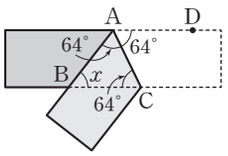
∠BAC=∠CAD=64° (접은 각)

∠ACB=∠CAD=64° (엇각)

따라서 삼각형 ABC에서

∠x+64°+64°=180°

∴ ∠x=52° 답 ②



176 오른쪽 그림에서

∠DCF=∠ADC=∠x (엇각)

이므로

∠ACD=∠DCF=∠x (접은 각)

∴ ∠ACF=2∠x

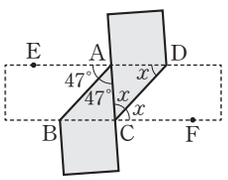
또 ∠EAB=∠BAC=47° (접은 각)이므로

∠EAC=47°+47°=94°

따라서 ∠ACF=∠EAC (엇각)에서

2∠x=94°

∴ ∠x=47° 답 47°



177 오른쪽 그림에서

∠FAB=∠ABC=32° (엇각)

이므로

∠BAC=∠FAB=32° (접은 각)

∴ ∠ACD=∠FAC

=32°+32°=64° (엇각)

∴ ∠x=∠ACD=64° … 1단계

또 ∠GAE=∠EAD=∠y (접은 각)이므로

∠AED=∠GAE=∠y (엇각)

따라서 삼각형 ADE에서

∠y+108°+∠y=180°

2∠y=72°

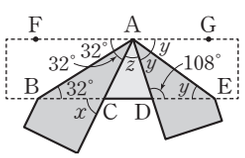
∴ ∠y=36° … 2단계

즉 32°+32°+∠z+36°+36°=180°이므로

∠z=44° … 3단계

∴ ∠x+∠y−∠z=64°+36°−44°=56° … 4단계

답 56°



단계	채점 요소	비율
1	∠x의 크기 구하기	30 %
2	∠y의 크기 구하기	30 %
3	∠z의 크기 구하기	30 %
4	∠x+∠y−∠z의 크기 구하기	10 %

만점 유형 도전하기

본책 42~43쪽

178 전략 공간에서 두 직선의 위치 관계와 평면이 정해질 조건을 생각해 본다.

(1) 공간에서 두 직선은 한 점에서 만나거나 일치하거나 평행하거나 꼬인 위치에 있다.

(2) 서연: 공간에서 만나지 않는 두 직선은 평행하거나 꼬인 위치에 있다.

은서: 서로 다른 두 직선이 꼬인 위치에 있으면 이 두 직선을 포함하는 평면은 존재하지 않는다.

따라서 잘못 말한 사람은 서연, 은서이다.

답 풀이 참조

179 전략 두 모서리 AC, CF와 각각 만나지도 않고 평행하지도 않은 모서리를 찾는다.

모서리 AC와 꼬인 위치에 있는 모서리는

$\overline{BE}$, $\overline{BF}$, $\overline{DE}$, $\overline{FG}$

의 4개이므로 $a=4$

모서리 CF와 꼬인 위치에 있는 모서리는

$\overline{AB}$, $\overline{AD}$, $\overline{BE}$, $\overline{DE}$, $\overline{DG}$

의 5개이므로 $b=5$

∴ $a+b=4+5=9$ 답 9

180 전략 직선 l과 8개의 직선이 이루는 각의 크기를 각각 구한 후 엇각의 크기가 같은 두 직선을 찾는다.

직선 l과 직선 a, b, c, d가 이루는 각의 크기는 각각

42°, 42°+15°=57°, 57°+10°=67°, 67°+35°=102°

직선 l과 직선 e, f, g, h가 이루는 각의 크기는 각각

57°, 57°+12°=69°, 69°+33°=102°, 102°+18°=120°

따라서 두 직선 b와 e가 직선 l과 만나서 생긴 엇각의 크기가 57°로 같고, 두 직선 d와 g가 직선 l과 만나서 생긴 엇각의 크기가 102°로 같으므로

$b \parallel e$, $d \parallel g$ 답 $b \parallel e$, $d \parallel g$

181 전략 삼각형의 세 각의 크기의 합이 180°임을 이용한다.

3∠DAB=2∠ABC이므로 ∠DAB=2a°, ∠ABC=3a°라 하면 $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$이므로

∠ABC=180°−∠DAB

$3a=180-2a$, $5a=180$

$\therefore a=36$

$\therefore \angle DAB=2\times36^\circ=72^\circ$, $\angle ABC=3\times36^\circ=108^\circ$

이때 $\overline{AB}/\!/\overline{DC}$이므로

$\angle EDF=\angle BAF=72^\circ$ (엇각)

$\angle GDF=3\angle GDE$이므로

$$\angle GDF=\angle EDF\times\frac{3}{3+1}=72^\circ\times\frac{3}{4}=54^\circ$$

또 $\angle EBC=\frac{1}{2}\times108^\circ=54^\circ$이고 $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로

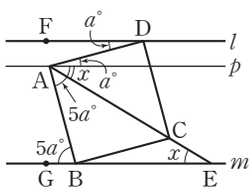
$\angle GFD=\angle FBC=54^\circ$ (동위각)

따라서 삼각형 GFD에서

$54^\circ+\angle x+54^\circ=180^\circ$ $\therefore \angle x=72^\circ$ 답 72°

182 전략 점 A를 지나고 두 직선 l, m에 평행한 직선을 긋는다.

오른쪽 그림과 같이 두 직선 l, m에 평행한 직선 p를 긋고 $\angle FDA=a^\circ$, $\angle ABG=5a^\circ$라 하면



$\angle DAB=a^\circ+5a^\circ=6a^\circ$

이때 $\angle DAB=90^\circ$이므로

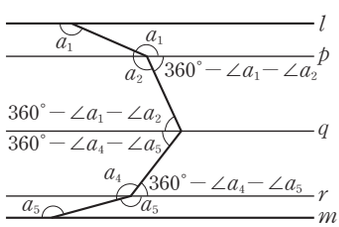
$6a=90$ $\therefore a=15$

따라서 $\angle DAC=\angle x+15^\circ=45^\circ$이므로

$\angle x=30^\circ$ 답 30°

183 전략 꺾인 점을 지나면서 두 직선 l, m에 평행한 세 직선을 긋는다.

오른쪽 그림과 같이 두 직선 l, m에 평행한 직선 p, q, r를 그으면



$(360^\circ-\angle a_1-\angle a_2)$

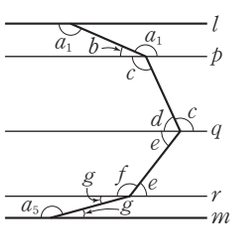
$+(360^\circ-\angle a_4-\angle a_5)$

$=\angle a_3$

$\therefore \angle a_1+\angle a_2+\angle a_3+\angle a_4+\angle a_5=720^\circ$

답 720°

다른 풀이 오른쪽 그림과 같이 두 직선 l, m에 평행한 직선 p, q, r를 그으면



$\angle a_1+\angle a_2+\angle a_3+\angle a_4+\angle a_5$

$=\angle a_1+(\angle b+\angle c)$

$+(\angle d+\angle e)+(\angle f+\angle g)$

$+\angle a_5$

$=(\angle a_1+\angle b)+(\angle c+\angle d)$

$+(\angle e+\angle f)+(\angle g+\angle a_5)$

$=180^\circ+180^\circ+180^\circ+180^\circ$

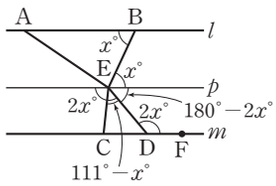
$=720^\circ$

184 전략 점 E를 지나고 두 직선 l, m에 평행한 직선을 긋는다.

$\angle ABE=\frac{1}{2}\angle EDF$, $\angle ABE+\angle CED=111^\circ$이므로

$\angle EDF=2x^\circ$, $\angle CED=111^\circ-x^\circ$

오른쪽 그림과 같이 두 직선 l, m에 평행한 직선 p를 그으면



$\angle BED=x^\circ+(180^\circ-2x^\circ)$

$=180^\circ-x^\circ$

이고 $2\angle BED=5\angle CED$이므로

$2(180-x)=5(111-x)$

$3x=195$ $\therefore x=65$ 답 65

185 전략 각 순서마다 점 P가 이동한 모서리를 구한다.

점 P는 점 A에서 출발하여 다음과 같은 순서로 이동한다.

❶ 점 A를 지나고 면 ABCDEF와 수직으로 만나는 모서리는 $\overline{AG}$이므로 점 P는 $\overline{AG}$를 따라 점 G로 이동한다.

❷ 점 G를 지나고 모서리 ED와 평행한 모서리는 $\overline{GH}$이므로 점 P는 $\overline{GH}$를 따라 점 H로 이동한다.

❸ 점 H를 지나고 모서리 AB와 꼬인 위치에 있는 모서리는 $\overline{HI}$이므로 점 P는 $\overline{HI}$를 따라 점 I로 이동한다.

❹ 점 I를 지나고 모서리 CD와 수직으로 만나는 모서리는 $\overline{IC}$이므로 점 P는 $\overline{IC}$를 따라 점 C로 이동한다.

❺ 점 C를 지나고 면 FLKE와 평행한 모서리는 $\overline{CB}$, $\overline{IC}$이다. 이때 한 번 지나간 모서리는 다시 지나지 않으므로 점 P는 $\overline{CB}$를 따라 점 B로 이동한다.

따라서 점 P가 이동한 거리의 합은

$\overline{AG}+\overline{GH}+\overline{HI}+\overline{IC}+\overline{CB}=6+4+4+6+4=24$

답 24

시험 만점 완성하기

본책 44~47쪽

186 전략 선분을 직선으로 연장하여 두 직선의 위치 관계를 알아본다.

①, ②, ③, ⑤ 한 점에서 만난다.

④ 평행하다.

따라서 위치 관계가 나머지 넷과 다른 하나는 ④이다. 답 ④

187 전략 $\overline{AG}$, $\overline{FI}$와 꼬인 위치에 있는 모서리를 각각 찾는다.

$\overline{AG}$와 꼬인 위치에 있는 모서리는

$\overline{BC}$, $\overline{CD}$, $\overline{DE}$, $\overline{EF}$, $\overline{HI}$, $\overline{IJ}$, $\overline{JK}$, $\overline{KL}$

$\overline{FI}$와 꼬인 위치에 있는 모서리는

$\overline{AB}$, $\overline{AG}$, $\overline{BC}$, $\overline{BH}$, $\overline{CD}$, $\overline{DE}$, $\overline{DJ}$, $\overline{EK}$, $\overline{JK}$, $\overline{KL}$, $\overline{LG}$, $\overline{GH}$

따라서 $\overline{AG}$, $\overline{FI}$와 동시에 꼬인 위치에 있는 모서리는

$\overline{BC}$, $\overline{CD}$, $\overline{DE}$, $\overline{JK}$, $\overline{KL}$

의 5개이다. 답 ③

188 전략 구하는 점과 평면 사이의 거리와 길이가 같은 선분을 찾는다.

점 A와 면 DEF 사이의 거리는 $\overline{AD}$의 길이와 같으므로

$x=13$

점 E와 면 ACFD 사이의 거리는 $\overline{EF}$의 길이와 같으므로

$y=8$

$\therefore x+y=13+8=21$ 답 ④

189 전략 공간에서 두 직선, 직선과 평면, 두 평면의 위치 관계를 알아본다.

① $\overline{AB}$와 평행한 면은 면 CGHD, 면 EFGH의 2개이다.

② 면 ABCD와 평행한 모서리는 $\overline{EF}$, $\overline{EH}$, $\overline{FG}$, $\overline{GH}$의 4개이다.

③ 서로 평행한 두 면은

면 ABCD와 면 EFGH,

면 ABFE와 면 CGHD,

면 BFGC와 면 AEHD

의 3쌍이다.

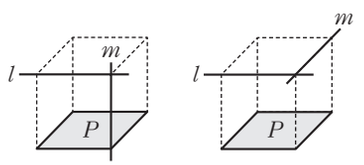
④ $\overline{AE}$와 한 점에서 만나는 모서리는 $\overline{AB}$, $\overline{AD}$, $\overline{EF}$, $\overline{EH}$의 4개이다.

⑤ $\overline{DG}$와 꼬인 위치에 있는 모서리는 $\overline{AB}$, $\overline{AE}$, $\overline{BC}$, $\overline{BF}$, $\overline{EF}$, $\overline{EH}$의 6개이다.

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다. 답 ⑤

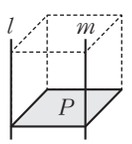
190 전략 직육면체를 그려서 각 조건에 따른 위치 관계를 알아본다.

ㄱ. $l\perp m$, $l/\!/P$이면 다음 그림과 같이 직선 m과 평면 P는 한 점에서 만나거나 평행하다.



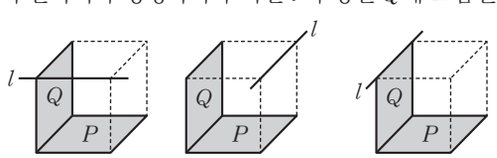
한 점에서 만난다. 평행하다.

ㄴ. $l\perp P$, $m\perp P$이면 오른쪽 그림과 같이 $l/\!/m$이다.



평행하다.

ㄷ. $l/\!/P$, $P\perp Q$이면 다음 그림과 같이 직선 l과 평면 Q는 한 점에서 만나거나 평행하거나 직선 l이 평면 Q에 포함된다.



한 점에서 만난다. 평행하다. 포함된다.

이상에서 옳은 것은 ㄴ뿐이다. 답 ②

191 전략 서로 다른 두 직선이 한 직선과 만날 때, 동위각과 엇각이 생김을 이용한다.

ㄱ. $\angle a$의 동위각은 $\angle h$, $\angle i$, $\angle t$이다.

ㄹ. $\angle g$의 엇각은 $\angle i$, $\angle m$이다.

이상에서 옳은 것은 ㄴ, ㄷ이다. 답 ③

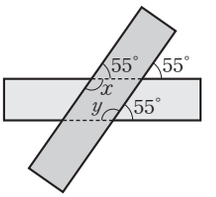
192 전략 평행선의 성질을 이용한다.

오른쪽 그림에서

$\angle x=\angle y=180^\circ-55^\circ=125^\circ$

$\therefore \angle x+\angle y=125^\circ+125^\circ=250^\circ$

답 ⑤



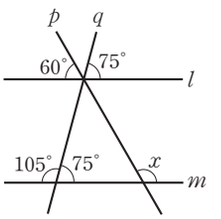
193 전략 동위각 또는 엇각의 크기가 같으면 두 직선이 평행함을 이용한다.

두 직선 l, m이 직선 q와 만나서 생긴 동위각의 크기가 75°로 같으므로

$l/\!/m$

오른쪽 그림에서 $l/\!/m$이므로

$\angle x=180^\circ-60^\circ=120^\circ$ 답 ④



194 전략 삼각형의 세 각의 크기의 합은 180°임을 이용한다.

오른쪽 그림에서

$\angle y=180^\circ-65^\circ=115^\circ$

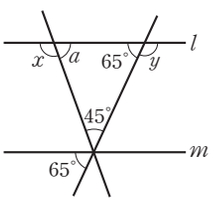
또 삼각형의 세 각의 크기의 합은 180°이므로

$\angle a+45^\circ+65^\circ=180^\circ$

$\therefore \angle a=70^\circ$

따라서 $\angle x=180^\circ-70^\circ=110^\circ$이므로

$\angle y-\angle x=115^\circ-110^\circ=5^\circ$ 답 ①



195 전략 이등변삼각형의 두 각의 크기가 같음을 이용한다.

$\angle ACB=75^\circ-35^\circ=40^\circ$

삼각형 ABC는 $\overline{AC}=\overline{BC}$인 이등변삼각형이므로

$\angle BAC=\frac{1}{2}\times(180^\circ-40^\circ)=70^\circ$

$\therefore \angle x=180^\circ-(70^\circ+75^\circ)=35^\circ$

답 ④

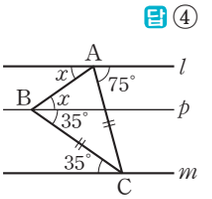
다른 풀이 오른쪽 그림과 같이 두 직선 l, m에 평행한 직선 p를 그으면

$\angle BAC=\angle ABC$

$=\angle x+35^\circ$

따라서 $\angle x+(\angle x+35^\circ)+75^\circ=180^\circ$이므로

$2\angle x=70^\circ$ $\therefore \angle x=35^\circ$



196 전략 점 D를 지나면서 $\overleftrightarrow{AE}$, $\overleftrightarrow{BC}$에 평행한 직선을 긋는다.

$180^\circ-\angle EAB=180^\circ-108^\circ=72^\circ$이므로

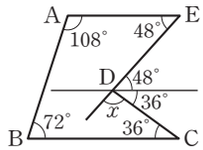
$180^\circ-\angle EAB=\angle ABC$

따라서 $\overleftrightarrow{AE}$와 $\overleftrightarrow{BC}$가 $\overleftrightarrow{AB}$와 만나서 생긴 엇각의 크기가 같으므로 $\overleftrightarrow{AE}\parallel\overleftrightarrow{BC}$

오른쪽 그림과 같이 $\overleftrightarrow{AE}$, $\overleftrightarrow{BC}$에 평행한 직선을 그으면

$\angle x+36^\circ+48^\circ=180^\circ$

$\therefore \angle x=96^\circ$

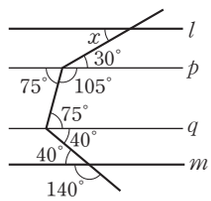


답 ③

197 전략 꺾인 점을 지나면서 두 직선 l, m에 평행한 두 직선을 긋는다.

오른쪽 그림과 같이 직선 l, m에 평행한 직선 p, q를 그으면

$\angle x=30^\circ$

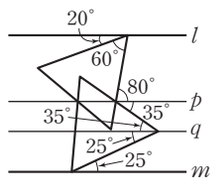


답 ⑤

198 전략 두 직선 l, m에 평행한 두 직선을 긋고 정삼각형의 한 각의 크기는 60°임을 이용한다.

오른쪽 그림과 같이 두 직선 l, m에 평행한 직선 p, q를 그으면

$\angle x=80^\circ+35^\circ=115^\circ$



답 ④

199 전략 꺾인 점을 지나면서 두 직선 l, m에 평행한 네 직선을 긋는다.

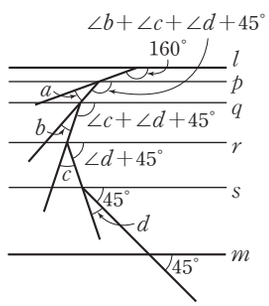
오른쪽 그림과 같이 두 직선 l, m에 평행한 직선 p, q, r, s를 그으면

$\angle a+\angle b+\angle c+\angle d+45^\circ$

$=160^\circ$

$\therefore \angle a+\angle b+\angle c+\angle d$

$=115^\circ$



답 ④

200 전략 점과 직선, 점과 평면의 위치 관계를 알아본다.

모서리 AC 위에 있는 꼭짓점은 점 A, 점 C의 2개이므로

$a=2$

면 ADE 위에 있지 않은 꼭짓점은 점 B, 점 C, 점 F의 3개이므로

$b=3$

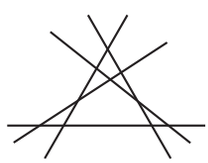
$\therefore a+b=2+3=5$

답 5

201 전략 교점의 개수가 최대일 때와 최소일 때를 그림으로 나타낸다.

오른쪽 그림과 같이 어느 두 직선도 평행하지 않고, 어느 세 직선도 한 점에서 만나지 않을 때 교점의 개수가 최대이고 그 개수는 10이므로

$a=10$



오른쪽 그림과 같이 5개의 직선이 모두 평행할 때 교점의 개수가 최소이고 그 개수는 0이므로

$b=0$

$\therefore a-b=10-0=10$



답 10

202 전략 공간에서 직선의 위치 관계를 알아본다.

$\overline{CF}$와 만나지 않는 모서리는

$\overline{AB}$, $\overline{AD}$, $\overline{BE}$, $\overline{DE}$

$\overline{AC}$와 꼬인 위치에 있는 모서리는

$\overline{BE}$, $\overline{DE}$, $\overline{EF}$

따라서 $\overline{CF}$와 만나지 않으면서 $\overline{AC}$와 꼬인 위치에 있는 모서리는 $\overline{BE}$, $\overline{DE}$의 2개이다.

답 2

203 전략 평행선의 성질을 이용한다.

$\angle b=\frac{1}{2}\angle d$에서 $\angle d=2\angle b$

이때 $\angle b+\angle d=90^\circ$이므로

$\angle b+2\angle b=90^\circ$

$3\angle b=90^\circ$ $\therefore \angle b=30^\circ$

따라서 $\angle d=2\times30^\circ=60^\circ$이므로 $\angle a=60^\circ$

또 $l\parallel m$이므로

$\angle c=\angle b+90^\circ=30^\circ+90^\circ=120^\circ$

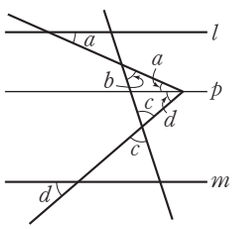
$\therefore \angle c-\angle a=120^\circ-60^\circ=60^\circ$

답 60°

204 전략 꺾인 점을 지나면서 두 직선 l, m에 평행한 직선을 긋는다.

오른쪽 그림과 같이 두 직선 l, m에 평행한 직선 p를 그으면 삼각형의 세 각의 크기의 합은 180°이므로

$\angle a+\angle b+\angle c+\angle d=180^\circ$



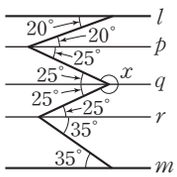
답 180°

205 전략 꺾인 점을 지나면서 두 직선 l, m에 평행한 세 직선을 긋는다.

오른쪽 그림과 같이 두 직선 l, m에 평행한 직선 p, q, r를 그으면

$25^\circ+25^\circ+\angle x=360^\circ$

$\therefore \angle x=310^\circ$



답 310°

206 전략 평면이 정해질 조건을 이용한다.

(i) 평면 P 위의 두 점 A, B와 평면 Q 위의 한 점으로 만들 수 있는 서로 다른 평면은

평면 ABD, 평면 ABE, 평면 ABF, 평면 ABG

의 4개이다.

마찬가지로 평면 P 위의 두 점 B, C 또는 두 점 A, C와 평면 Q 위의 한 점으로 만들 수 있는 서로 다른 평면은 각각 4개이다.

따라서 평면 P 위의 두 점과 평면 Q 위의 한 점으로 만들 수 있는 서로 다른 평면의 개수는

$4+4+4=12$ … 1단계

(ii) 평면 P 위의 한 점 A와 평면 Q 위의 두 점으로 만들 수 있는 서로 다른 평면은

평면 ADE, 평면 ADF, 평면 ADG, 평면 AEF

의 4개이다.

마찬가지로 평면 P 위의 점 B 또는 점 C와 평면 Q 위의 두 점으로 만들 수 있는 서로 다른 평면은 각각 4개이다.

따라서 평면 P 위의 한 점과 평면 Q 위의 두 점으로 만들 수 있는 서로 다른 평면의 개수는

$4+4+4=12$ … 2단계

(iii) 평면 P 위의 세 점으로 만들 수 있는 평면은 평면 P의 1개이다.

(iv) 평면 Q 위의 네 점으로 만들 수 있는 평면은 평면 Q의 1개이다.

… 3단계

이상에서 구하는 평면의 개수는

$12+12+1+1=26$ … 4단계

답 26

단계	채점 요소	배점
1	평면 P 위의 두 점과 평면 Q 위의 한 점으로 만들 수 있는 서로 다른 평면의 개수 구하기	2점
2	평면 P 위의 한 점과 평면 Q 위의 두 점으로 만들 수 있는 서로 다른 평면의 개수 구하기	2점
3	평면 P 위의 세 점으로 만들 수 있는 평면과 평면 Q 위의 네 점으로 만들 수 있는 평면의 개수 구하기	1점
4	주어진 7개의 점으로 만들 수 있는 서로 다른 평면의 개수 구하기	1점

만점 공략 노트

평면 P 위의 어느 두 점과 평면 Q 위의 어느 두 점도 한 평면 위에 있지 않으므로 (i), (ii)에서 만들어지는 평면은 모두 서로 다른 평면이다.

또 세 점 E, F, G는 한 직선 위에 있으므로 (ii)에서 평면 AEF, 평면 AEG, 평면 AFG는 모두 같은 평면이다.

207 전략 주어진 입체도형의 모서리와 면을 각각 공간에서의 직선과 평면으로 생각하여 위치 관계를 알아본다.

평면 IJK와 평행한 평면은 평면 ABCD, 평면 EFGH의 2개이므로

$a=2$ … 1단계

평면 IFGJ와 수직인 직선은

$\overleftrightarrow{AB}$, $\overleftrightarrow{CD}$, $\overleftrightarrow{EF}$, $\overleftrightarrow{GH}$, $\overleftrightarrow{JK}$

의 5개이므로

$b=5$ … 2단계

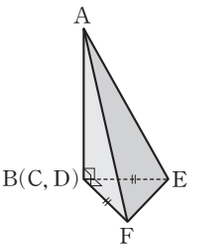
$\therefore b-a=5-2=3$ … 3단계

답 3

단계	채점 요소	배점
1	a의 값 구하기	2점
2	b의 값 구하기	2점
3	$b-a$의 값 구하기	1점

208 전략 주어진 종이를 접어 만들어지는 입체도형을 그려 본다.

주어진 종이를 접어 만들어지는 입체도형은 오른쪽 그림과 같다.



$\overline{EF}$와 꼬인 위치에 있는 모서리는 $\overline{AB}$의 1개이므로 $a=1$ … 1단계

$\overline{AB}\perp\overline{CF}$, $\overline{BE}\perp\overline{CF}$이므로

$\overline{CF}\perp$(면 ABE)

이때 면 AFD가 $\overline{CF}$를 포함하므로

(면 AFD)$\perp$(면 ABE)

또 면 FEC가 $\overline{CF}$를 포함하므로 (면 FEC)$\perp$(면 ABE)

따라서 면 ABE와 수직인 면은 면 AFD, 면 FEC의 2개이므로

$b=2$ … 2단계

$\therefore a+b=1+2=3$ … 3단계

답 3

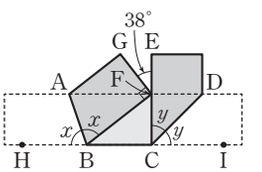
단계	채점 요소	배점
1	a의 값 구하기	2점
2	b의 값 구하기	3점
3	$a+b$의 값 구하기	1점

209 전략 직사각형의 한 각의 크기는 90°임을 이용한다.

오른쪽 그림에서

$\angle ABF=\angle ABH$

$=\angle x$ (접은 각)



이므로

$\angle BFD=\angle HBF$

$=2\angle x$ (엇각) … 1단계

또 $\angle FCD=\angle ICD=\angle y$ (접은 각)이므로

$\angle EFD=\angle FCI=2\angle y$ (동위각) … 2단계

이때 $\angle GFB+\angle BFD+\angle EFD+\angle GFE=360°$이므로

$90°+2\angle x+2\angle y+38°=360°$

$2\angle x+2\angle y=232°$

$\therefore \angle x+\angle y=116°$ … 3단계

답 116°

단계	채점 요소	배점
1	$\angle BFD$의 크기를 $\angle x$에 대한 식으로 나타내기	2점
2	$\angle EFD$의 크기를 $\angle y$에 대한 식으로 나타내기	2점
3	$\angle x+\angle y$의 크기 구하기	2점

다른 풀이 $\angle FBC=180°-2\angle x$, $\angle FCB=180°-2\angle y$, $\angle BFC=180°-(38°+90°)=52°$

따라서 삼각형 FBC에서

$(180°-2\angle x)+(180°-2\angle y)+52°=180°$

$2\angle x+2\angle y=232°$ $\therefore \angle x+\angle y=116°$

03 작도와 합동

본책 48~49쪽

셀프 CHECK

A ㉡ 자로 점 P를 지나는 직선 l을 그린다.
㉠ 컴퍼스로 $\overline{AB}$의 길이를 잰다.
㉢ 점 P를 중심으로 하고 반지름의 길이가 $\overline{AB}$인 원을 그려 직선 l과의 교점을 Q라 한다.
따라서 작도 순서는 ㉡ → ㉠ → ㉢이다. 답 ㉡ → ㉠ → ㉢

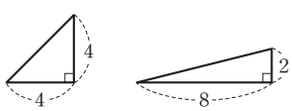
B 답 ㉢, ㉡, ㉣

C 답 ㉠, ㉤, ㉣

D (1) $7>2+4$이므로 삼각형을 만들 수 없다.
(2) $6<3+5$이므로 삼각형을 만들 수 있다.
답 (1) × (2) ○

E 답 $\angle A$, $\overline{AC}$

F (2) 오른쪽 그림과 같은 두 삼각형은 넓이가 같지만 합동이 아니다.



답 (1) ○ (2) ×

G (1) 대응하는 세 변의 길이가 각각 같으므로
$\triangle ABC \equiv \triangle DEF$ (SSS 합동)
(2) 주어진 두 변의 끼인각이 아닌 다른 각의 크기가 같으므로 합동인지 아닌지 알 수 없다.
(3) $\angle A=\angle D$, $\angle B=\angle E$이므로 $\angle C=\angle F$
즉 대응하는 한 변의 길이가 같고, 그 양 끝 각의 크기가 각각 같으므로
$\triangle ABC \equiv \triangle DEF$ (ASA 합동)
답 (1) ○ (2) × (3) ○

내신 유형 다지기

본책 50~59쪽

유형 039 작도

본책 50쪽

(1) 작도: 눈금 없는 자와 컴퍼스만을 사용하여 도형을 그리는 것
(2) 눈금 없는 자: 두 점을 연결하는 선분을 그리거나 선분을 연장할 때 사용한다.
(3) 컴퍼스: 원을 그리거나 선분의 길이를 재어서 다른 직선 위에 옮길 때 사용한다.

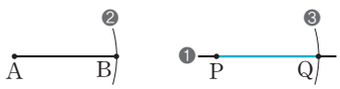
210 ① 작도할 때에는 눈금 없는 자와 컴퍼스만을 사용한다.
② 주어진 각과 크기가 같은 각을 작도할 때에는 눈금 없는 자와 컴퍼스를 사용한다.
④ 두 선분의 길이를 비교할 때에는 컴퍼스를 사용한다.
⑤ 선분을 연장할 때에는 눈금 없는 자를 사용한다.
따라서 옳은 것은 ③이다. 답 ③

211 ㄱ, ㄹ. 선분을 연장하거나 두 점을 연결하는 선분을 그릴 때에는 눈금 없는 자를 사용한다.
ㄴ, ㅁ. 원을 그리거나 선분의 길이를 옮길 때에는 컴퍼스를 사용한다.
ㄷ. 눈금 없는 자나 컴퍼스를 사용하여 각의 크기를 측정할 수 없다.
이상에서 눈금 없는 자의 용도는 ㄱ, ㄹ이고, 컴퍼스의 용도는 ㄴ, ㅁ이다. 답 ④

유형 040 길이가 같은 선분의 작도

본책 50쪽

선분 AB와 길이가 같은 선분의 작도



➔ $\overline{AB}=\overline{PQ}$

212 ㄷ. 점 B를 중심으로 하고 반지름의 길이가 $\overline{AB}$인 원을 그린다.
이상에서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ이다. 답 ㄱ, ㄴ

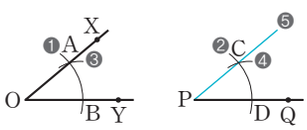
213 ㉢ $\overline{AB}$를 점 B의 방향으로 연장한다.
㉠ 컴퍼스로 $\overline{AB}$의 길이를 잰다.
㉡ 점 B를 중심으로 하고 반지름의 길이가 $\overline{AB}$인 원을 그려 $\overline{AB}$의 연장선과의 교점을 D라 한다.
㉣ 점 D를 중심으로 하고 반지름의 길이가 $\overline{AB}$인 원을 그려 $\overline{AB}$의 연장선과의 교점을 C라 한다.
따라서 작도 순서는 ㉢ → ㉠ → ㉡ → ㉣이다.
답 ㉢ → ㉠ → ㉡ → ㉣

214 ❶ 두 점 A, B를 각각 중심으로 하고 반지름의 길이가 $\boxed{\overline{AB}}$인 원을 각각 그려 두 원의 교점을 C라 한다.
❷ $\overline{AC}$, $\boxed{\overline{BC}}$를 그으면 삼각형 ABC는 정삼각형이다.
답 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$

유형 041 크기가 같은 각의 작도

본책 51쪽

각 XOY와 크기가 같은 각의 작도



➔ $\angle XOY=\angle CPD$

215 ③ 점 C를 중심으로 하고 반지름의 길이가 $\overline{AB}$인 원을 그려 다른 원과의 교점을 D라 한다.
따라서 옳지 않은 것은 ③이다. 답 ③

216 ㄴ. 두 점 C, D는 점 P를 중심으로 하는 한 원 위에 있으므로
$\overline{PC}=\overline{PD}$
ㄷ. 점 C는 점 D를 중심으로 하고 반지름의 길이가 $\overline{AB}$인 원 위에 있으므로
$\overline{AB}=\overline{CD}$
이상에서 옳은 것은 ㄴ, ㄷ이다. 답 ㄴ, ㄷ

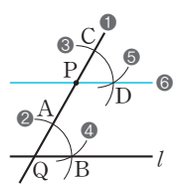
217 ③ $\angle CPD=\angle DPE$이므로 $\angle CPD=\frac{1}{2}\angle CPE$
따라서 옳은 것은 ③, ⑤이다. 답 ③, ⑤

만점 공략 노트
② 점 D는 점 E를 중심으로 하고 반지름의 길이가 $\overline{AB}$인 원 위에 있고, 점 C는 점 D를 중심으로 하고 반지름의 길이가 $\overline{AB}$인 원 위에 있으므로
$\overline{AB}=\overline{CD}=\overline{DE}$
이때 $\overline{CE}\neq\overline{CD}+\overline{DE}$이므로 $\overline{CE}\neq2\overline{AB}$
④ 두 삼각형 AOB와 DPE는 모두 이등변삼각형이고 $\angle AOB=\angle DPE$이므로
$\angle OBA=\angle PED$
이때 $\angle PEC$의 크기는 $\angle PED$의 크기보다 작으므로
$\angle OBA\neq\angle PEC$

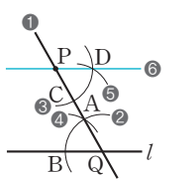
유형 042 평행선의 작도 본책 51쪽

직선 l 밖의 한 점 P를 지나고 직선 l과 평행한 직선의 작도

① 동위각 이용



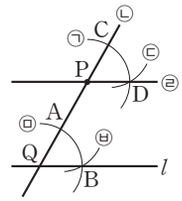
② 엇각 이용



➜ $\angle AQB=\angle CPD$이므로 $l\parallel\overrightarrow{PD}$

218 ① 점 Q는 점 P를 중심으로 하고 반지름의 길이가 $\overline{OA}$인 원 위에 있으므로
$\overline{OA}=\overline{PQ}$
② 점 R는 점 Q를 중심으로 하고 반지름의 길이가 $\overline{AB}$인 원 위에 있으므로
$\overline{AB}=\overline{QR}$
④, ⑤ $\angle AOB=\angle QPR$이므로 동위각의 크기가 같다.
즉 $\overleftarrow{OB}\parallel\overleftarrow{PR}$이다.
따라서 옳지 않은 것은 ③이다. 답 ③

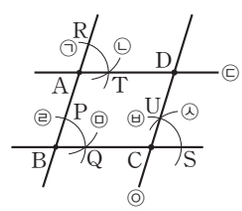
219



㉡ 점 P를 지나는 직선을 그어 직선 l과의 교점을 Q라 한다.
㉤ 점 Q를 중심으로 하는 원을 그려 직선 PQ, 직선 l과의 교점을 각각 A, B라 한다.
㉠ 점 P를 중심으로 하고 반지름의 길이가 $\overline{QA}$인 원을 그려 직선 PQ와의 교점을 C라 한다.
㉥ 컴퍼스로 $\overline{AB}$의 길이를 잰다.
㉢ 점 C를 중심으로 하고 반지름의 길이가 $\overline{AB}$인 원을 그려 ㉠에서 그린 원과의 교점을 D라 한다.
㉣ 직선 PD를 긋는다.
따라서 작도 순서는
㉡ → ㉤ → ㉠ → ㉥ → ㉢ → ㉣
이므로 ㉥ 바로 다음 순서로 옳은 것은 ㉢이다. 답 ③

220 ㄷ. ㉡ 점 P를 지나는 직선을 그어 직선 l과의 교점을 Q라 한다.
㉤ 점 Q를 중심으로 하는 원을 그려 직선 PQ, 직선 l과의 교점을 각각 C, D라 한다.
㉠ 점 P를 중심으로 하고 반지름의 길이가 $\overline{QC}$인 원을 그려 직선 PQ와의 교점을 B라 한다.
㉥ 컴퍼스로 $\overline{CD}$의 길이를 잰다.
㉡ 점 B를 중심으로 하고 반지름의 길이가 $\overline{CD}$인 원을 그려 ㉠에서 그린 원과의 교점을 A라 한다.
㉣ 직선 PA를 긋는다.
따라서 작도 순서는 ㉢ → ㉤ → ㉠ → ㉥ → ㉡ → ㉣이다.
이상에서 ㄱ, ㄴ, ㄷ 모두 옳다. 답 ⑤

221



㉣ 점 B를 중심으로 하는 원을 그려 직선 AB, BC와의 교점을 각각 P, Q라 한다.
㉠ 점 A를 중심으로 하고 반지름의 길이가 $\overline{BP}$인 원을 그려 직선 AB와의 교점을 R라 한다.
㉥ 점 C를 중심으로 하고 반지름의 길이가 $\overline{BP}$인 원을 그려 직선 BC와의 교점을 S라 한다.
㉤ 컴퍼스로 $\overline{PQ}$의 길이를 잰다.
㉡ 점 R를 중심으로 하고 반지름의 길이가 $\overline{PQ}$인 원을 그려 ㉠에서 그린 원과의 교점을 T라 한다.
㉦ 점 S를 중심으로 하고 반지름의 길이가 $\overline{PQ}$인 원을 그려 ㉥에서 그린 원과의 교점을 U라 한다.

㉣ 직선 AT를 긋는다.
㉤ 직선 CU를 그어 직선 AT와의 교점을 D라 한다.
따라서 ㉦이 ㉤보다 먼저 나열되어야 하므로 작도 순서로 옳지 않은 것은 ③이다. 답 ③

참고 ㉠과 ㉥, ㉡과 ㉦, ㉣과 ㉤의 순서는 서로 바꿀 수 있다.
또 ㉢ 다음에
㉡ → ㉣ → ㉦ → ㉤ 또는 ㉦ → ㉤ → ㉡ → ㉣
의 순서도 가능하다.

유형 043 삼각형의 세 변의 길이 사이의 관계 본책 52쪽

삼각형의 두 변의 길이의 합은 나머지 한 변의 길이보다 크다.
➜ (가장 긴 변의 길이) < (나머지 두 변의 길이의 합)

222 ① $5<3+4$ (○) ② $10<4+7$ (○)
③ $11<5+9$ (○) ④ $15>7+7$ (×)
⑤ $9<9+9$ (○)
따라서 삼각형의 세 변의 길이가 될 수 없는 것은 ④이다. 답 ④

223 (i) 가장 긴 변의 길이가 x cm일 때,
$x<10+13$ $\therefore x<23$
$x>13$이므로 자연수 x는 14, 15, …, 22
(ii) 가장 긴 변의 길이가 13 cm일 때,
$13<x+10$
$x\le13$이므로 자연수 x는 4, 5, …, 13
(i), (ii)에서 자연수 x는 4, 5, …, 22의 19개이다. 답 ②

224 $8<4+6$, $10=4+6$, $10<4+8$, $10<6+8$, $12>4+6$, $12=4+8$, $12<4+10$, $12<6+8$, $12<6+10$, $12<8+10$ … 1단계
이므로 삼각형을 만들 수 있는 세 빨대의 길이의 쌍은
(4 cm, 6 cm, 8 cm), (4 cm, 8 cm, 10 cm),
(6 cm, 8 cm, 10 cm), (4 cm, 10 cm, 12 cm),
(6 cm, 8 cm, 12 cm), (6 cm, 10 cm, 12 cm),
(8 cm, 10 cm, 12 cm) … 2단계
따라서 만들 수 있는 삼각형은 7개이다. … 3단계
답 7개

단계	채점 요소	비율
1	삼각형이 될 수 있는 조건 확인하기	40 %
2	삼각형을 만들 수 있는 세 빨대의 길이의 쌍 구하기	50 %
3	삼각형의 개수 구하기	10 %

225 조건 (가), (다)에 의하여 삼각형의 세 변의 길이를
x, x, y (x, y는 자연수)
라 하면 조건 (나)에 의하여
$x+x+y=28$ …… ㉠
삼각형의 두 변의 길이의 합은 나머지 한 변의 길이보다 크므로
$2x>y$ …… ㉡
㉠, ㉡을 만족시키는 자연수 x, y의 순서쌍 (x, y)는
(8, 12), (9, 10), (10, 8), (11, 6), (12, 4), (13, 2)
이므로 구하는 삼각형의 개수는 6이다. 답 6

참고 y는 자연수이므로 $x+y>x$는 항상 성립한다.

유형 044 삼각형의 작도 본책 52쪽

다음과 같은 세 가지 경우에 삼각형을 하나로 작도할 수 있다.
① 세 변의 길이가 주어질 때
② 두 변의 길이와 그 끼인각의 크기가 주어질 때
③ 한 변의 길이와 그 양 끝 각의 크기가 주어질 때

226 ㉠ 길이가 a인 $\overline{BC}$를 작도한다.
㉡ $\angle B$와 크기가 같은 $\angle XBC$를 작도한다.
㉢ $\angle C$와 크기가 같은 $\angle YCB$를 작도한다.
㉣ $\overrightarrow{BX}$와 $\overrightarrow{CY}$의 교점을 A라 한다.
답 a, $\angle XBC$, $\angle YCB$, A

227 두 변의 길이와 그 끼인각의 크기가 주어졌으므로 각을 작도한 후 두 선분을 작도하거나 한 선분을 작도한 후 각을 작도한 다음 나머지 한 선분을 작도하면 된다.
따라서 작도하는 순서로 옳지 않은 것은 ⑤이다. 답 ⑤

228 ㉢ 직선 l 위에 길이가 a인 선분 BC를 작도한다.
㉠ 두 점 B, C를 중심으로 하고 반지름의 길이가 c, b인 원을 각각 그려 두 원의 교점을 A라 한다.
㉡ $\overline{AB}$, $\overline{AC}$를 그으면 $\triangle ABC$가 작도된다.
따라서 작도 순서는 ㉢ → ㉠ → ㉡이다. 답 ④

유형 045 삼각형이 하나로 정해질 조건 본책 53쪽

다음과 같은 세 가지 경우에 삼각형이 하나로 정해진다.
① 세 변의 길이가 주어질 때
② 두 변의 길이와 그 끼인각의 크기가 주어질 때
③ 한 변의 길이와 그 양 끝 각의 크기가 주어질 때

229 ㄱ. $12<8+5$이므로 삼각형이 하나로 정해진다.
ㄴ. $\angle A$는 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$의 끼인각이 아니므로 삼각형이 하나로 정해지지 않는다.
ㄷ. 두 변의 길이와 그 끼인각의 크기가 주어졌으므로 삼각형이 하나로 정해진다.
ㄹ. $\angle C=180^\circ-(55^\circ+30^\circ)=95^\circ$
즉 한 변의 길이와 그 양 끝 각의 크기가 주어졌으므로 삼각형이 하나로 정해진다.
이상에서 $\triangle ABC$가 하나로 정해지는 것은 ㄱ, ㄷ, ㄹ이다.
답 ⑤

만점 공략 노트

삼각형이 하나로 정해지지 않는 경우

① 가장 긴 변의 길이가 나머지 두 변의 길이의 합보다 크거나 같은 경우
➜ 삼각형이 만들어지지 않는다.

② 두 변의 길이와 그 끼인각이 아닌 다른 한 각의 크기가 주어진 경우
➜ 삼각형이 만들어지지 않거나 2개가 만들어진다.

③ 세 각의 크기가 주어진 경우
➜ 무수히 많은 삼각형이 만들어진다.

230 ① 세 각의 크기가 주어지면 모양은 같고 크기가 다른 삼각형이 무수히 많이 그려진다.
② 한 변의 길이와 그 양 끝 각의 크기가 주어진 경우이다.
③ $\angle A$가 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$의 끼인각이 아니므로 삼각형이 하나로 정해지지 않는다.
④ 두 변의 길이와 그 끼인각의 크기가 주어진 경우이다.
⑤ $\angle A$가 $\overline{AC}$, $\overline{BC}$의 끼인각이 아니므로 삼각형이 하나로 정해지지 않는다.
따라서 더 필요한 조건인 것은 ②, ④이다. 답 ②, ④

231 ① $7<4+5$이므로 삼각형이 하나로 정해진다.
② $16>6+9$이므로 삼각형을 만들 수 없다.
③ 두 변의 길이와 그 끼인각의 크기가 주어졌으므로 삼각형이 하나로 정해진다.
④ $\angle B=180^\circ-(70^\circ+45^\circ)=65^\circ$
즉 한 변의 길이와 그 양 끝 각의 크기가 주어졌으므로 삼각형이 하나로 정해진다.
⑤ 모양은 같고 크기가 다른 삼각형이 무수히 많이 그려진다.
따라서 $\triangle ABC$가 하나로 정해지지 않는 것은 ②, ⑤이다.
답 ②, ⑤

232 ㄱ. 한 변의 길이와 그 양 끝 각의 크기가 주어진 경우이다.
ㄴ, ㄷ. $\angle C=180^\circ-(35^\circ+100^\circ)=45^\circ$
즉 한 변의 길이와 그 양 끝 각의 크기가 주어진 경우이다.
ㄹ. 세 각의 크기가 주어지면 모양은 같고 크기가 다른 삼각형이 무수히 많이 그려진다.
이상에서 더 필요한 조건인 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ이다. 답 ④

233 세 변의 길이가 주어지고 $13<6+10$이므로 그려지는 삼각형은 1개이다.
$\therefore a=1$ … 1단계
나머지 한 각의 크기는
$180^\circ-(35^\circ+85^\circ)=60^\circ$
따라서 한 변의 길이가 8 cm이고 그 양 끝 각의 크기가 35°와 60°, 35°와 85°, 60°와 85°일 때 삼각형이 하나로 정해진다.
즉 그려지는 삼각형은 3개이므로
$b=3$ … 2단계
$\therefore a+b=1+3=4$ … 3단계
답 4

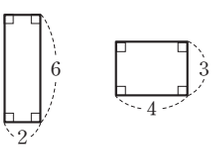
단계	채점 요소	비율
1	a의 값 구하기	40 %
2	b의 값 구하기	50 %
3	$a+b$의 값 구하기	10 %

유형 046 합동인 도형의 성질 본책 54쪽

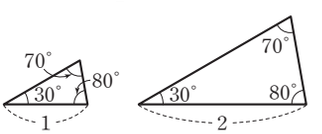
두 도형이 서로 합동이면
① 대응변의 길이가 같다. ② 대응각의 크기가 같다.
예 $\triangle ABC\equiv\triangle DEF$이면
① $\overline{AB}=\overline{DE}$, $\overline{BC}=\overline{EF}$, $\overline{AC}=\overline{DF}$
② $\angle A=\angle D$, $\angle B=\angle E$, $\angle C=\angle F$

234 ① 변 AC의 대응변은 변 DF이다.
② $\angle B$의 대응각은 $\angle E$이다.
③ $\angle C=\angle F=50^\circ$
④ $\angle E=\angle B=60^\circ$이므로
$\angle D=180^\circ-(50^\circ+60^\circ)=70^\circ$
⑤ $\overline{EF}$의 길이는 알 수 없다.
따라서 옳은 것은 ③이다. 답 ③

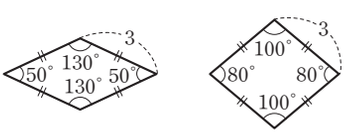
235 ① 오른쪽 그림과 같은 두 직사각형은 넓이가 같지만 합동이 아니다.



④ 오른쪽 그림과 같은 두 삼각형은 세 각의 크기가 같지만 합동이 아니다.



⑤ 오른쪽 그림과 같은 두 마름모는 둘레의 길이가 같지만 합동이 아니다.



따라서 항상 합동인 것은 ②, ③이다. 답 ②, ③

236 $\angle C=\angle G=65^\circ$이므로
$x=65$ … 1단계
$\overline{FG}=\overline{BC}=7$ (cm)이므로
$y=7$ … 2단계
$\angle A=360^\circ-(75^\circ+65^\circ+100^\circ)=120^\circ$이므로
$\angle E=\angle A=120^\circ$ $\therefore z=120$ … 3단계
$\therefore x-y+z=65-7+120=178$ … 4단계
답 178

단계	채점 요소	비율
1	x의 값 구하기	30 %
2	y의 값 구하기	30 %
3	z의 값 구하기	30 %
4	$x-y+z$의 값 구하기	10 %

유형 047 합동인 삼각형 찾기 본책 54쪽

다음과 같은 세 가지 경우에 두 삼각형은 서로 합동이다.

① SSS 합동: 대응하는 세 변의 길이가 각각 같을 때

② SAS 합동: 대응하는 두 변의 길이가 각각 같고, 그 끼인각의 크기가 같을 때

③ ASA 합동: 대응하는 한 변의 길이가 같고, 그 양 끝 각의 크기가 각각 같을 때

237 ④ 삼각형의 나머지 한 각의 크기는

$180^\circ-(35^\circ+65^\circ)=80^\circ$

따라서 대응하는 한 변의 길이가 같고, 그 양 끝 각의 크기가 각각 같으므로 주어진 삼각형과 ASA 합동이다.

답 ④

238 ㄱ과 ㄹ: ㄱ에서 나머지 한 각의 크기는

$180^\circ-(25^\circ+125^\circ)=30^\circ$

따라서 대응하는 한 변의 길이가 같고, 그 양 끝 각의 크기가 각각 같으므로 ASA 합동이다.

ㄴ과 ㅂ: 대응하는 두 변의 길이가 각각 같고, 그 끼인각의 크기가 같으므로 SAS 합동이다.

이상에서 합동인 삼각형끼리 짝 지은 것으로 옳은 것은 ④이다.

답 ④

239 ㄴ. 대응하는 두 변의 길이가 각각 같고, 그 끼인각의 크기가 같으므로 SAS 합동이다.

ㅁ. 대응하는 세 변의 길이가 각각 같으므로 SSS 합동이다.

답 ㄴ: SAS 합동, ㅁ: SSS 합동

유형 048 두 삼각형이 합동이 되기 위한 조건 본책 55쪽

(1) 두 변의 길이가 같을 때

➜ 나머지 한 변의 길이 또는 그 끼인각의 크기가 같아야 한다.

(2) 한 변의 길이와 그 양 끝 각 중 한 각의 크기가 같을 때

➜ 그 각을 끼고 있는 다른 한 변의 길이 또는 다른 한 각의 크기가 같아야 한다.

(3) 두 각의 크기가 같을 때

➜ 한 변의 길이가 같아야 한다.

240 ① $\overline{AC}=\overline{DF}$이면 대응하는 두 변의 길이가 각각 같고, 그 끼인각의 크기가 같으므로 SAS 합동이다.

③ $\angle B=\angle E$이면 대응하는 한 변의 길이가 같고, 그 양 끝 각의 크기가 각각 같으므로 ASA 합동이다.

⑤ $\angle A=\angle D$, $\angle C=\angle F$이므로 $\angle B=\angle E$

즉 대응하는 한 변의 길이가 같고, 그 양 끝 각의 크기가 각각 같으므로 ASA 합동이다.

따라서 옳은 것은 ⑤이다.

답 ⑤

241 ㄷ. $\angle C=\angle F$이면 대응하는 두 변의 길이가 각각 같고, 그 끼인각의 크기가 같으므로 SAS 합동이다.

ㄹ. $\overline{AB}=\overline{DE}$이면 대응하는 세 변의 길이가 각각 같으므로 SSS 합동이다.

이상에서 필요한 나머지 한 조건은 ㄷ, ㄹ이다.

답 ㄷ, ㄹ

242 ① 대응하는 두 변의 길이가 각각 같고, 그 끼인각의 크기가 같으므로 SAS 합동이다.

③ $\angle B=\angle E$, $\angle C=\angle F$이므로 $\angle A=\angle D$

즉 대응하는 한 변의 길이가 같고, 그 양 끝 각의 크기가 각각 같으므로 ASA 합동이다.

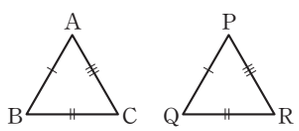
④ $\angle A=\angle D$, $\angle B=\angle E$이므로 $\angle C=\angle F$

즉 대응하는 한 변의 길이가 같고, 그 양 끝 각의 크기가 각각 같으므로 ASA 합동이다.

따라서 더 필요한 조건이 아닌 것은 ②, ⑤이다.

답 ②, ⑤

유형 049 삼각형의 합동 조건; SSS 합동 본책 55쪽



$\overline{AB}=\overline{PQ}$, $\overline{BC}=\overline{QR}$, $\overline{AC}=\overline{PR}$이면

$\triangle ABC\equiv\triangle PQR$ (SSS 합동)

243 $\triangle AOB$와 $\triangle A'O'B'$에서

$\overline{OA}=\boxed{\overline{O'A'}}$, $\overline{OB}=\overline{O'B'}$, $\boxed{\overline{AB}}=\overline{A'B'}$

$\therefore\ \triangle AOB\equiv\triangle A'O'B'$ ($\boxed{\text{SSS}}$ 합동)

답 ④

244 $\triangle ABC$와 $\triangle DCB$에서

$\overline{AB}=\overline{DC}$, $\overline{AC}=\overline{DB}$, $\overline{BC}$는 공통 … 1단계

$\therefore\ \triangle ABC\equiv\triangle DCB$ (SSS 합동) … 2단계

답 $\triangle ABC\equiv\triangle DCB$, SSS 합동

단계	채점 요소	비율
1	합동인 조건 찾기	70 %
2	$\triangle ABC$와 합동인 삼각형을 찾아 기호를 사용하여 나타내고, 합동 조건 말하기	30 %

245 $\triangle ABD$와 $\triangle CBD$에서

$\overline{AB}=\overline{CB}$, $\overline{AD}=\overline{CD}$, $\overline{BD}$는 공통

$\therefore\ \triangle ABD\equiv\triangle CBD$ (SSS 합동)

$\therefore\ \triangle ABD=\triangle CBD$,

$\angle ABC=\angle ABD+\angle CBD=2\angle ABD$

따라서 옳은 것은 ②, ⑤이다.

답 ②, ⑤

246 $\triangle OAM$과 $\triangle OBM$에서

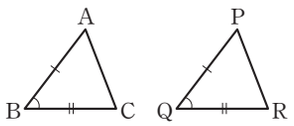
$\overline{OA}=\overline{OB}$, $\overline{AM}=\overline{BM}$, $\overline{OM}$은 공통

$\therefore\ \triangle OAM\equiv\triangle OBM$ (SSS 합동)

따라서 $\angle OMA=\angle OMB$이고 $\angle OMA+\angle OMB=180^\circ$이므로

$2\angle OMB=180^\circ$ $\therefore \angle OMB=90^\circ$ 답 90°

유형 050 삼각형의 합동 조건; SAS 합동 본책 56쪽



$\overline{AB}=\overline{PQ}$, $\overline{BC}=\overline{QR}$, $\angle B=\angle Q$이면

$\triangle ABC\equiv\triangle PQR$ (SAS 합동)

247 $\triangle ABM$과 $\triangle DCM$에서

$\overline{AB}=\boxed{\overline{DC}}$, $\boxed{\overline{BM}}=\overline{CM}$,

$\angle ABM=\boxed{\angle DCM}=90^\circ$

$\therefore \triangle ABM\equiv\triangle DCM$ ($\boxed{\text{SAS}}$ 합동)

따라서 $\boxed{\overline{AM}}=\overline{DM}$이므로 $\triangle AMD$는 이등변삼각형이다.

즉 옳지 않은 것은 ⑤이다. 답 ⑤

248 $\triangle PAM$과 $\triangle PBM$에서

$\overline{AM}=\overline{BM}$, $\boxed{\overline{PM}}$은 공통, $\angle PMA=\angle PMB=\boxed{90^\circ}$

$\therefore \triangle PAM\equiv\triangle PBM$ ($\boxed{\text{SAS}}$ 합동)

$\therefore \overline{PA}=\boxed{\overline{PB}}$

답 (가) $\overline{PM}$ (나) 90° (다) SAS (라) $\overline{PB}$

249 $\triangle ABE$와 $\triangle ACD$에서

$\overline{AB}=\overline{AC}$, $\overline{AE}=\overline{AD}$, $\angle A$는 공통

$\therefore \triangle ABE\equiv\triangle ACD$ (SAS 합동)

$\therefore \overline{BE}=\overline{CD}$, $\angle ABE=\angle ACD$,

$\angle FBC=\angle ABC-\angle ABE$

$=\angle ACB-\angle ACD=\angle FCB$

이상에서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ, ㄹ이다. 답 ④

250 $\triangle AOD$와 $\triangle COB$에서

$\overline{OA}=\overline{OC}$, $\overline{OD}=\overline{OB}$, $\angle O$는 공통

$\therefore \triangle AOD\equiv\triangle COB$ (SAS 합동) … 1단계

$\therefore \angle OAD=\angle OCB$

$=180^\circ-(55^\circ+25^\circ)=100^\circ$ … 2단계

답 100°

단계	채점 요소	비율
1	$\triangle AOD\equiv\triangle COB$임을 알기	60 %
2	$\angle OAD$의 크기 구하기	40 %

251 $\triangle ABC$와 $\triangle DCB$에서

$\overline{AC}=\overline{DB}$, $\angle ACB=\angle DBC$, $\overline{BC}$는 공통

$\therefore \triangle ABC\equiv\triangle DCB$ (SAS 합동)

$\triangle ABD$와 $\triangle DCA$에서

$\overline{DB}=\overline{AC}$, $\angle ADB=\angle DAC$, $\overline{AD}$는 공통

$\therefore \triangle ABD\equiv\triangle DCA$ (SAS 합동)

$\triangle ABO$와 $\triangle DCO$에서

$\overline{AO}=\overline{DO}$, $\overline{BO}=\overline{CO}$, $\angle AOB=\angle DOC$ (맞꼭지각)

$\therefore \triangle ABO\equiv\triangle DCO$ (SAS 합동)

따라서 합동인 삼각형은 모두 3쌍이다. 답 ②

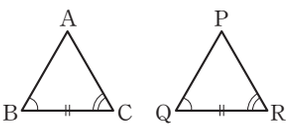
참고 $\triangle OBC$는 $\overline{BO}=\overline{CO}$인 이등변삼각형이므로

$\angle OCB=\angle OBC$ $\therefore \angle ACB=\angle DBC$

$\triangle AOD$는 $\overline{AO}=\overline{DO}$인 이등변삼각형이므로

$\angle ADO=\angle DAO$ $\therefore \angle ADB=\angle DAC$

유형 051 삼각형의 합동 조건; ASA 합동 본책 57쪽



$\overline{BC}=\overline{QR}$, $\angle B=\angle Q$, $\angle C=\angle R$이면

$\triangle ABC\equiv\triangle PQR$ (ASA 합동)

252 $\triangle ABE$와 $\triangle DCE$에서

$\overline{BE}=\boxed{\overline{CE}}$, $\angle AEB=\boxed{\angle DEC}$ (맞꼭지각)

$\overline{AB}/\!/\overline{CD}$이므로

$\angle ABE=\boxed{\angle DCE}$ (엇각)

$\therefore \triangle ABE\equiv\triangle DCE$ ($\boxed{\text{ASA}}$ 합동)

답 (가) $\overline{CE}$ (나) $\angle DEC$ (다) $\angle DCE$ (라) ASA

253 $\triangle AOP$와 $\triangle BOP$에서

$\angle AOP=\angle BOP$, $\overline{OP}$는 공통,

$\angle APO=90^\circ-\angle AOP=90^\circ-\angle BOP=\angle BPO$

$\therefore \triangle AOP\equiv\triangle BOP$ (ASA 합동)

$\therefore \overline{PA}=\overline{PB}$

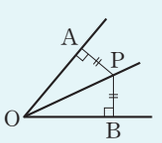
이상에서 이용되는 것은 ㄴ, ㄷ, ㄹ이다. 답 ㄴ, ㄷ, ㄹ

만점 공략 노트

각의 이등분선의 성질

각의 이등분선 위의 임의의 한 점에서 그 각의 두 변에 이르는 거리는 같다.

➔ $\overline{PA}=\overline{PB}$



254 $\triangle ABM$과 $\triangle DPM$에서

$\overline{AM}=\overline{DM}$, $\angle AMB=\angle DMP$ (맞꼭지각)

$\overline{AB}/\!/\overline{PC}$이므로 $\angle BAM=\angle PDM$ (엇각)

$\therefore \triangle ABM\equiv\triangle DPM$ (ASA 합동)

답 $\triangle ABM\equiv\triangle DPM$, ASA 합동

255 △ADE와 △DBF에서
$\overline{AD}=\overline{DB}$
$\overline{AC}/\!/\overline{DF}$이므로 $\angle DAE=\angle BDF$
$\overline{DE}/\!/\overline{BC}$이므로 $\angle ADE=\angle DBF$
∴ △ADE≡△DBF (ASA 합동)
∴ $\angle AED=\angle DFB$, $\overline{AE}=\overline{DF}$, $\overline{DE}=\overline{BF}$
따라서 옳지 않은 것은 ④이다. 답 ④

256 △ABD와 △CAE에서
$\overline{AB}=\overline{CA}$, $\angle BAD=90^\circ-\angle CAE=\angle ACE$,
$\angle ABD=90^\circ-\angle BAD=\angle CAE$
∴ △ABD≡△CAE (ASA 합동) … 1단계
따라서 $\overline{AE}=\overline{BD}=15$ (cm)이므로 … 2단계
$\overline{CE}=\overline{AD}=\overline{DE}-\overline{AE}=24-15=9$ (cm) … 3단계
답 9 cm

단계	채점 요소	비율
1	△ABD≡△CAE임을 알기	60 %
2	$\overline{AE}$의 길이 구하기	20 %
3	$\overline{CE}$의 길이 구하기	20 %

유형 052 삼각형의 합동의 활용; 정삼각형 본책 58쪽

정삼각형이 주어지면 다음 성질을 이용하여 합동인 두 삼각형을 찾는다.
① 정삼각형의 세 변의 길이는 모두 같다.
② 정삼각형의 세 각의 크기는 모두 60°이다.

257 △ADF와 △BED와 △CFE에서
$\overline{AD}=\overline{BE}=\overline{CF}$, $\overline{AF}=\overline{BD}=\overline{CE}$,
$\angle A=\angle B=\angle C=60^\circ$
∴ △ADF≡△BED≡△CFE (SAS 합동)
∴ $\overline{DF}=\overline{ED}=\overline{FE}$
따라서 △DEF는 정삼각형이므로
$\angle x=60^\circ$ 답 60°

258 △ADC와 △BFC에서
$\overline{AC}=\overline{BC}$, $\overline{CD}=\overline{CF}$,
$\angle ACD=60^\circ-\angle DCB=\angle BCF$
∴ △ADC≡△BFC (SAS 합동)
∴ $\overline{AD}=\overline{BF}$, $\angle CAD=\angle CBF$,
$\angle BFC=\angle ADC=180^\circ-60^\circ=120^\circ$
따라서 옳지 않은 것은 ②이다. 답 ②

259 △DAB와 △DCE에서
$\overline{DA}=\overline{DC}$, $\overline{DB}=\overline{DE}$,
$\angle ADB=60^\circ+\angle CDB=\angle CDE$
∴ △DAB≡△DCE (SAS 합동) … 1단계
∴ $\angle x=\angle DAB=60^\circ$ … 2단계
답 60°

단계	채점 요소	비율
1	△DAB≡△DCE임을 알기	60 %
2	$\angle x$의 크기 구하기	40 %

260 ㄱ. △ABF와 △BCD와 △CAE에서
$\overline{AB}=\overline{BC}=\overline{CA}$, $\overline{AF}=\overline{BD}=\overline{CE}$,
$\angle BAF=\angle CBD=\angle ACE=60^\circ$
∴ △ABF≡△BCD≡△CAE (SAS 합동)
∴ $\overline{AE}=\overline{CD}$
ㄴ. △APF와 △BQD와 △CRE에서
$\overline{AF}=\overline{BD}=\overline{CE}$
△ABF≡△BCD≡△CAE이므로
$\angle PAF=\angle QBD=\angle RCE$,
$\angle AFP=\angle BDQ=\angle CER$
∴ △APF≡△BQD≡△CRE (ASA 합동)
∴ $\overline{AP}=\overline{CR}$
ㄹ. △APF≡△BQD≡△CRE이므로
$\angle APF=\angle BQD=\angle CRE$
이때
$\angle QPR=\angle APF$ (맞꼭지각),
$\angle PQR=\angle BQD$ (맞꼭지각),
$\angle QRP=\angle CRE$ (맞꼭지각)
이므로 $\angle QPR=\angle PQR=\angle QRP$
∴ $\angle PQR=180^\circ\times\frac{1}{3}=60^\circ$
이상에서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄹ이다. 답 ④

다른 풀이 ㄹ. △ABF≡△BCD≡△CAE이므로
$\overline{BF}=\overline{CD}=\overline{AE}$
△APF≡△BQD≡△CRE이므로
$\overline{AP}=\overline{BQ}=\overline{CR}$, $\overline{PF}=\overline{QD}=\overline{RE}$
이때
$\overline{PQ}=\overline{BF}-\overline{BQ}-\overline{PF}$, $\overline{QR}=\overline{CD}-\overline{CR}-\overline{QD}$,
$\overline{RP}=\overline{AE}-\overline{AP}-\overline{RE}$
이므로 $\overline{PQ}=\overline{QR}=\overline{RP}$
따라서 △PQR는 정삼각형이므로
$\angle PQR=60^\circ$

261 △ACD와 △BCE에서
$\overline{AC}=\overline{BC}$, $\overline{CD}=\overline{CE}$,
$\angle ACD=\angle ACE+60^\circ=\angle BCE$
∴ △ACD≡△BCE (SAS 합동)
따라서 $\angle CAD=\angle CBE$이고
$\angle AFE=\angle BFC$ (맞꼭지각)이므로 △AFG에서
$\angle x=180^\circ-(\angle FAG+\angle AFG)$
$=180^\circ-(\angle CBF+\angle BFC)$
$=\angle BCF=60^\circ$ 답 60°

유형 053 삼각형의 합동의 활용; 정사각형 본책 59쪽

정사각형이 주어지면 다음 성질을 이용하여 합동인 두 삼각형을 찾는다.

① 정사각형의 네 변의 길이는 모두 같다.

② 정사각형의 네 각의 크기는 모두 90°이다.

262 △EBC와 △FDC에서

$\overline{BC}=\overline{DC}$, $\overline{EC}=\overline{FC}$, $\angle BCE=\angle DCF=90^\circ$

$\therefore$ △EBC≡△FDC (SAS 합동)

$\therefore \overline{BE}=\overline{DF}=13\,(\text{cm})$

답 ②

263 △PAB와 △PDC에서

$\overline{AB}=\overline{DC}$, $\overline{PB}=\overline{PC}$

이때

$\angle ABP=\angle ABC-\angle PBC=90^\circ-60^\circ=30^\circ$,

$\angle DCP=\angle DCB-\angle PCB=90^\circ-60^\circ=30^\circ$

이므로 $\angle ABP=\angle DCP$

$\therefore$ △PAB≡△PDC (SAS 합동)

$\therefore \overline{PA}=\overline{PD}$, △ABP=△DCP

③ △ABP는 $\overline{AB}=\overline{BP}$인 이등변삼각형이고 $\angle ABP=30^\circ$이므로 $\angle APB=\frac{1}{2}\times(180^\circ-30^\circ)=75^\circ$

따라서 옳지 않은 것은 ③이다.

답 ③

264 △AFD와 △DEC에서

$\overline{AD}=\overline{DC}$, $\boxed{\overline{FD}}=\overline{EC}$, $\angle ADF=\boxed{\angle DCE}=90^\circ$

$\therefore$ △AFD≡△DEC ($\boxed{\text{SAS}}$ 합동)

$\therefore \angle FAD=\boxed{\angle EDC}$

한편 $\angle AFD+\angle FAD=90^\circ$이므로

$\angle AFD+\boxed{\angle EDC}=90^\circ$

따라서 △DPF에서

$\angle DPF=180^\circ-(\angle PFD+\angle PDF)$

$=180^\circ-90^\circ=\boxed{90^\circ}$

$\therefore \angle APE=\angle DPF=\boxed{90^\circ}$ (맞꼭지각)

즉 옳지 않은 것은 ④이다.

답 ④

265 △OHB와 △OIC에서

$\overline{OB}=\overline{OC}$, $\angle OBH=\angle OCI=45^\circ$,

$\angle BOH=90^\circ-\angle BOI=\angle COI$

$\therefore$ △OHB≡△OIC (ASA 합동)

$\therefore$ (사각형 HBIO의 넓이)=△OHB+△OBI

=△OIC+△OBI

=△OBC

$=\frac{1}{4}\times$(사각형 ABCD의 넓이)

$=\frac{1}{4}\times16\times16=64\,(\text{cm}^2)$

답 ③

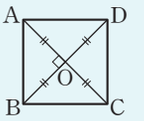
만점 공략 노트

정사각형 ABCD의 두 대각선은 길이가 같고 서로를 수직이등분한다. 즉

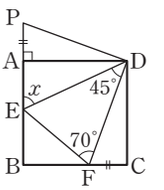
$\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}=\overline{OD}$,

$\angle AOB=\angle BOC=\angle COD$

$=\angle DOA=90^\circ$



266 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB}$의 연장선 위에 $\overline{PA}=\overline{FC}$가 되도록 점 P를 잡으면



△DPA와 △DFC에서

$\overline{DA}=\overline{DC}$, $\overline{PA}=\overline{FC}$,

$\angle DAP=\angle DCF=90^\circ$

$\therefore$ △DPA≡△DFC (SAS 합동) … 1단계

따라서 $\overline{DP}=\overline{DF}$이고 $\angle PDA=\angle FDC$이므로

$\angle PDE=\angle PDA+\angle ADE$

$=\angle FDC+\angle ADE$

$=90^\circ-45^\circ=45^\circ$

이때 △DPE와 △DFE에서

$\overline{DP}=\overline{DF}$, $\overline{DE}$는 공통, $\angle PDE=\angle FDE=45^\circ$

$\therefore$ △DPE≡△DFE (SAS 합동) … 2단계

$\therefore \angle DPE=\angle DFE=70^\circ$

따라서 △DPE에서

$\angle x=180^\circ-(45^\circ+70^\circ)=65^\circ$ … 3단계

답 65°

단계	채점 요소	비율
1	$\overline{PA}=\overline{FC}$인 점 P를 잡고 △DPA≡△DFC임을 알기	50 %
2	△DPE≡△DFE임을 알기	30 %
3	$\angle x$의 크기 구하기	20 %

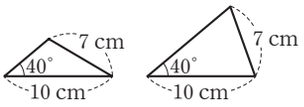
만점 유형 도전하기 본책 60~61쪽

267 전략 삼각형이 하나로 정해질 조건을 생각하고 주어진 조건을 만족시키는 삼각형을 그려 본다.

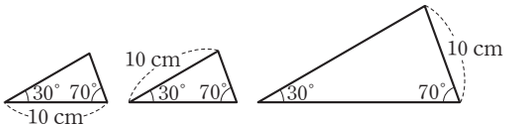
(1) 세 변의 길이가 주어지는 경우, 두 변의 길이와 그 끼인각의 크기가 주어지는 경우, 한 변의 길이와 그 양 끝 각의 크기가 주어지는 경우에 삼각형이 하나로 정해진다.

(2) 주호: $9<4+6$이므로 세 변의 길이가 4 cm, 6 cm, 9 cm인 삼각형은 존재한다.

다연: 두 변의 길이가 10 cm, 7 cm이고 이 두 변의 끼인각이 아닌 다른 한 각의 크기가 40°인 삼각형은 다음 그림과 같이 2개가 만들어진다.



하영: 한 변의 길이가 10 cm이고 두 각의 크기가 30°, 70°인 삼각형은 다음 그림과 같이 3개가 만들어진다.



서율: 세 각의 크기가 40°, 60°, 80°인 삼각형은 다음 그림과 같이 무수히 많다.



...

따라서 잘못 말한 사람은 주호, 다연, 하영이다.

답 풀이 참조

268 전략 크기가 같은 각의 작도를 이용한다.

❶ 은행나무의 위치를 점 A, 마을회관의 위치를 점 B, 도서관의 위치를 점 C라 하고 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$를 긋는다.

❷ 점 B를 중심으로 하는 원을 그려 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$와의 교점을 각각 P, Q라 한다.

❸ 점 C를 중심으로 하고 반지름의 길이가 $\overline{BP}$인 원을 그려 $\overline{BC}$와의 교점을 R라 한다.

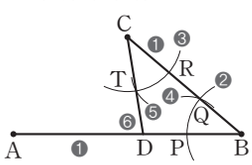
❹ 컴퍼스로 $\overline{PQ}$의 길이를 잰다.

❺ 점 R를 중심으로 하고 반지름의 길이가 $\overline{PQ}$인 원을 그려 ❸에서 그린 원과의 교점을 T라 한다.

❻ $\overrightarrow{CT}$와 $\overline{AB}$의 교점을 D라 한다.

이때 $\angle DBC=\angle DCB$이므로 $\triangle CDB$는 $\overline{DB}=\overline{DC}$인 이등변삼각형이다.

따라서 점 D가 학교의 위치이다.



답 풀이 참조

269 전략 △AGH와 합동인 삼각형을 찾는다.

$\overline{AF}=\overline{AD}=\overline{BC}$, $\overline{HF}=\overline{BF}$이므로

△AGH와 △FEC에서

$\overline{AH}=\overline{AF}-\overline{HF}=\overline{BC}-\overline{BF}=\overline{FC}$,

$\angle AHG=\angle FCE=90°$,

$\angle GAH=90°-\angle AFB=\angle EFC$

∴ △AGH≡△FEC (ASA 합동)

이때 △AFE=△ADE, △GFH=△GFB이므로

(사각형 ABCD의 넓이)

=△AGH+△FEC+△AFE+△ADE

+△GFH+△GFB

=2×(△AGH+△AFE+△GFH)

=2×(사각형 AGFE의 넓이)

∴ (사각형 AGFE의 넓이)

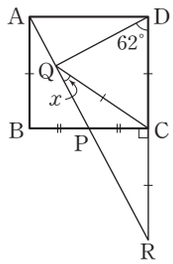
$=\frac{1}{2}\times$(사각형 ABCD의 넓이)

$=\frac{1}{2}\times(8\times5)=20\ (\text{cm}^2)$

답 20 cm^2

270 전략 $\overline{AP}$와 $\overline{DC}$의 연장선의 교점을 R라 하고 합동인 두 삼각형을 찾는다.

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AP}$와 $\overline{DC}$의 연장선의 교점을 R라 하면 △ABP와 △RCP에서



$\overline{BP}=\overline{CP}$,

$\angle ABP=\angle RCP=90°$,

$\angle APB=\angle RPC$ (맞꼭지각)

∴ △ABP≡△RCP (ASA 합동)

따라서 $\overline{AB}=\overline{RC}$이므로 △CQR는 이등변삼각형이다.

이때 △DQC는 $\overline{CQ}=\overline{CD}$인 이등변삼각형이므로

$\angle DQC=\angle CDQ=62°$

∴ $\angle DCQ=180°-2\times62°=56°$

즉 $\angle QCR=180°-56°=124°$이므로 △CQR에서

$\angle x=\frac{1}{2}\times(180°-124°)=28°$

답 28°

271 전략 정삼각형의 성질을 이용하여 △ABC와 합동인 삼각형을 찾는다.

△ABC와 △DBE에서

$\overline{AB}=\overline{DB}$, $\overline{BC}=\overline{BE}$,

$\angle ABC=60°-\angle EBA=\angle DBE$

∴ △ABC≡△DBE (SAS 합동)

∴ $\overline{DE}=\overline{AC}=14$ (cm)

△ABC와 △FEC에서

$\overline{AC}=\overline{FC}$, $\overline{BC}=\overline{EC}$,

$\angle ACB=60°-\angle ECA=\angle FCE$

∴ △ABC≡△FEC (SAS 합동)

∴ $\overline{EF}=\overline{BA}=12$ (cm)

따라서 오각형 EDBCF의 둘레의 길이는

$\overline{ED}+\overline{DB}+\overline{BC}+\overline{CF}+\overline{FE}$

$=14+12+20+14+12$

$=72$ (cm)

답 72 cm

272 전략 정사각형의 성질을 이용하여 △DCF와 합동인 삼각형을 찾는다.

(1) △BCE와 △DCF에서

$\overline{BC}=\overline{DC}$, $\overline{EC}=\overline{FC}$,

$\angle BCE=90°-\angle ECD=\angle DCF$

∴ △BCE≡△DCF (SAS 합동)

∴ △DCF=△BCE

$=\frac{1}{2}\times10\times10=50\ (\text{cm}^2)$

(2) $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로

$\angle PED=\angle EBC$ (동위각)

이때 $\triangle BCE \equiv \triangle DCF$이므로

$\angle PED = \angle EBC = \angle FDC$

따라서 $\triangle PED$에서

$\angle BPF = 180^\circ - (\angle PED + \angle PDE)$

$= 180^\circ - (\angle FDC + \angle PDE)$

$= \angle ADC = 90^\circ$

답 (1) 50 cm^2 (2) 90°

273 전략 정삼각형의 작도를 이용한다.

㉠ 점 A를 중심으로 하고 반지름의 길이가 c인 원을 그려 반직선 AX와의 교점을 B라 한다.

㉡ 점 B를 중심으로 하고 반지름의 길이가 c인 원을 그려 ㉠에서 그린 원과의 교점을 D라 한다.

이때 $\angle DAB = 60^\circ$, $\angle DBA = 60^\circ$이다.

㉢ 점 A를 중심으로 하고 반지름의 길이가 c보다 작은 원을 그려 $\overline{AB}$, $\overline{AD}$와의 교점을 각각 E, F라 한다.

㉣ 두 점 E, F를 각각 중심으로 하고 반지름의 길이가 같은 두 원을 그려 두 원의 교점을 G라 한다.

이때 반직선 AG를 그으면 $\angle GAE = 30^\circ$이다.

㉤ 점 B를 중심으로 하는 적당한 원을 그려 반직선 BX와의 교점을 H라 한다.

㉥ 점 H를 중심으로 하고 반지름의 길이가 $\overline{BH}$인 원을 그려 ㉤에서 그린 원과의 교점을 I라 한다.

이때 $\angle IBH = 60^\circ$이므로 $\angle ABI = 120^\circ$이다.

㉦ 두 반직선 AG와 BI의 교점을 C라 하면 삼각형 ABC가 작도된다.

답 c, 60°, 60°, 30°, 60°, 120°, C

시험 만점 완성하기

본책 62~65쪽

274 전략 길이가 같은 선분의 작도와 크기가 같은 각의 작도를 이용한다.

ㄴ. 길이가 같은 선분의 작도를 이용하여 길이가 2배인 선분을 작도할 수 있다.

ㄷ. 크기가 같은 각의 작도를 이용하여 크기가 3배인 각을 작도할 수 있다.

이상에서 ㄱ, ㄴ, ㄷ 모두 옳다. 답 ⑤

275 전략 정삼각형의 작도를 이용한다.

㉠ 점 O를 중심으로 하는 원을 그려 $\overrightarrow{OX}$, $\overrightarrow{OY}$와의 교점을 각각 A, B라 한다.

㉢ 점 A와 점 B를 각각 중심으로 하고 반지름의 길이가 $\overline{OA}$인 원을 그려 ㉠에서 그린 원과의 교점을 각각 C, D라 한다.

㉡ $\overrightarrow{OC}$, $\overrightarrow{OD}$를 그으면 $\angle XOY$의 삼등분선이 작도된다.

① 두 점 C, D는 점 O를 중심으로 하는 한 원 위에 있으므로 $\overline{OC} = \overline{OD}$

② 점 C는 점 A를 중심으로 하고 반지름의 길이가 $\overline{OA}$인 원 위에 있고, 점 D는 점 B를 중심으로 하고 반지름의 길이가 $\overline{OA}$인 원 위에 있으므로 $\overline{AC} = \overline{BD}$

③ $\triangle AOC$는 정삼각형이므로 $\angle ACO = 60^\circ$

④ $\angle AOC = 60^\circ$이므로 $\angle COB = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$

$\triangle DOB$는 정삼각형이므로 $\angle DOB = 60^\circ$

$\therefore \angle COD = \angle DOB - \angle COB = 60^\circ - 30^\circ = 30^\circ$

⑤ 작도 순서는 ㉠ → ㉢ → ㉡이다.

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다. 답 ⑤

참고 90°인 각의 삼등분선은 정삼각형의 작도를 이용하여 작도가 가능하지만 모든 각의 삼등분선을 작도할 수 있는 것은 아니다.

276 전략 두 직선이 평행할 조건을 생각해 본다.

동위각 또는 엇각의 크기가 같으면 두 직선은 평행하다는 성질을 이용하여 평행선을 작도할 수 있다. 답 ②, ③

277 전략 평행선의 작도를 생각해 본다.

① 두 점 A, B는 점 P를 중심으로 하는 한 원 위에 있으므로 $\overline{PA} = \overline{PB}$

② 두 점 C, D는 점 Q를 중심으로 하는 한 원 위에 있으므로 $\overline{QC} = \overline{QD}$

③ 점 A는 점 B를 중심으로 하고 반지름의 길이가 $\overline{CD}$인 원 위에 있으므로 $\overline{AB} = \overline{CD}$

따라서 옳지 않은 것은 ④이다. 답 ④

278 전략 삼각형의 가장 긴 변의 길이는 나머지 두 변의 길이의 합보다 작아야 함을 이용한다.

① $5 < 4+5$ (○) ② $7 < 4+5$ (○)

③ $9 = 4+5$ (×) ④ $11 > 4+5$ (×)

⑤ $13 > 4+5$ (×)

따라서 x의 값이 될 수 있는 것은 ①, ②이다. 답 ①, ②

279 전략 한 변의 길이와 그 양 끝 각의 크기가 주어졌을 때 삼각형의 작도 순서를 생각해 본다.

한 변의 길이와 그 양 끝 각의 크기가 주어졌으므로 선분을 작도한 후 두 각을 작도하거나 한 각을 작도한 후 선분을 작도한 다음 나머지 한 각을 작도하면 된다.

따라서 작도하는 순서로 옳지 않은 것은 ①이다. 답 ①

280 전략 삼각형의 나머지 한 각의 크기를 구하고 주어진 조건을 이용하여 작도한 삼각형인지 확인한다.

ㄱ. 길이가 a인 변의 양 끝 각의 크기가 각각 65°와 $180^\circ - (65^\circ + 45^\circ) = 70^\circ$이므로 주어진 삼각형은 길이가 a인 선분을 한 변으로 하고 그 양 끝 각이 $\angle A$, $\angle B$인 삼각형이다.

ㄷ. 길이가 a, b인 두 변의 끼인각의 크기가
$180^\circ-(50^\circ+60^\circ)=70^\circ$이므로 주어진 삼각형은 길이가 a, b인 선분을 두 변으로 하고 그 끼인각이 $\angle A$인 삼각형이다.
이상에서 삼각형을 차례대로 고르면 ㄷ, ㄱ이다. 답 ③

281 전략 주어진 조건을 추가하였을 때 삼각형이 하나로 정해질 조건을 만족시키는지 확인해 본다.

① 두 변의 길이와 그 끼인각의 크기가 주어진 경우이다.
② $\angle A$가 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$의 끼인각이 아니므로 삼각형이 하나로 정해지지 않는다.
③, ④ 한 변의 길이와 그 양 끝 각의 크기가 주어진 경우이다.
⑤ $\angle B=180^\circ-(45^\circ+90^\circ)=45^\circ$
즉 한 변의 길이와 그 양 끝 각의 크기가 주어진 경우이다.
따라서 더 필요한 조건이 아닌 것은 ②이다. 답 ②

282 전략 합동인 두 도형의 대응변의 길이와 대응각의 크기는 각각 같음을 이용한다.

① $\overline{AB}=\overline{EF}=12$ (cm)
② $\overline{EH}=\overline{AD}=10$ (cm)
③ $\angle B=\angle F=75^\circ$
④ 사각형 ABCD에서
$\angle A=360^\circ-(80^\circ+75^\circ+90^\circ)=115^\circ$
$\therefore \angle E=\angle A=115^\circ$
⑤ $\angle H=\angle D=80^\circ$
따라서 옳지 않은 것은 ④이다. 답 ④

283 전략 삼각형의 합동 조건을 만족시키는지 알아본다.

①, ② ASA 합동
①, ③ ASA 합동
①, ⑤ SAS 합동
따라서 나머지 넷과 합동이 아닌 것은 ④이다. 답 ④

284 전략 대응하는 두 변의 길이가 각각 같고, 그 끼인각의 크기가 같은 두 삼각형은 SAS 합동이다.

$\triangle ABO$와 $\triangle CDO$에서
$\overline{OA}=\overline{OC}$, $\overline{OB}=\overline{OD}$, $\angle AOB=\angle COD$ (맞꼭지각)
$\therefore \triangle ABO\equiv\triangle CDO$ (SAS 합동)
$\therefore \angle A=\angle C$, $\overline{AB}=\overline{CD}$, $\triangle OAB=\triangle OCD$
따라서 옳지 않은 것은 ③이다. 답 ③

285 전략 정삼각형의 성질을 이용하여 합동인 두 삼각형을 찾는다.

①, ③, ⑤ $\triangle ABP$와 $\triangle AER$에서
$\overline{AB}=\overline{AE}$, $\angle B=\angle E=60^\circ$,
$\angle BAP=60^\circ-\angle PAR=\angle EAR$
$\therefore \triangle ABP\equiv\triangle AER$ (ASA 합동)
$\therefore \overline{AP}=\overline{AR}$, $\angle APB=\angle ARE$
② $\triangle PDQ$와 $\triangle RCQ$에서
$\overline{PD}=\overline{AD}-\overline{AP}=\overline{AC}-\overline{AR}=\overline{RC}$,
$\angle D=\angle C=60^\circ$
$\angle PQD=\angle RQC$ (맞꼭지각)이므로 $\angle DPQ=\angle CRQ$
$\therefore \triangle PDQ\equiv\triangle RCQ$ (ASA 합동)
$\therefore \overline{DQ}=\overline{CQ}$
따라서 옳지 않은 것은 ④이다. 답 ④

286 전략 대응하는 세 변의 길이가 각각 같은 두 삼각형은 SSS 합동이다.

$\triangle AOP$와 $\triangle BOP$에서
$\overline{OA}=\overline{OB}$, $\boxed{\overline{AP}}=\overline{BP}$, $\boxed{\overline{OP}}$는 공통
$\therefore \triangle AOP\equiv\triangle BOP$ ($\boxed{\text{SSS}}$ 합동)
$\therefore \angle AOP=\angle BOP$
답 (가) $\overline{AP}$ (나) $\overline{OP}$ (다) SSS

287 전략 합동인 두 삼각형을 찾은 후 $\triangle EBC$가 어떤 삼각형인지 알아본다.

$\triangle EAD$가 $\overline{EA}=\overline{ED}$인 이등변삼각형이므로
$\angle EAD=\angle EDA$
$\triangle EAB$와 $\triangle EDC$에서
$\overline{EA}=\overline{ED}$, $\overline{AB}=\overline{DC}$,
$\angle EAB=\angle EAD+90^\circ$
$=\angle EDA+90^\circ=\angle EDC$
$\therefore \triangle EAB\equiv\triangle EDC$ (SAS 합동)
따라서 $\triangle EBC$는 $\overline{EB}=\overline{EC}$인 이등변삼각형이므로
$\angle EBC=\frac{1}{2}\times(180^\circ-42^\circ)=69^\circ$
$\therefore \angle x=90^\circ-69^\circ=21^\circ$ 답 21°

288 전략 대응하는 한 변의 길이가 같고, 그 양 끝 각의 크기가 각각 같은 두 삼각형은 ASA 합동이다.

$\triangle BEF$와 $\triangle DCF$에서
$\overline{BE}=\overline{DC}=8$ (cm), $\angle BEF=\angle DCF=90^\circ$,
$\angle FBE=90^\circ-\angle BFE=90^\circ-\angle DFC=\angle FDC$
$\therefore \triangle BEF\equiv\triangle DCF$ (ASA 합동)
따라서 $\overline{FC}=\overline{FE}=6$ (cm)이므로
$\overline{BC}=\overline{BF}+\overline{FC}=10+6=16$ (cm)
$\therefore \triangle DBC=\frac{1}{2}\times16\times8=64$ (cm^2) 답 64 cm^2

289 전략 정삼각형의 성질을 이용하여 합동인 두 삼각형을 찾은 후 대응각의 크기가 같음을 이용한다.

$\triangle EAB$와 $\triangle EDF$에서
$\overline{EA}=\overline{ED}$, $\overline{AB}=\overline{DC}=\overline{DF}$
$\angle ADC=180^\circ-\angle BAD$이므로
$\angle EDF=360^\circ-\{60^\circ+(180^\circ-\angle BAD)+60^\circ\}$
$=60^\circ+\angle BAD=\angle EAB$
$\therefore \triangle EAB\equiv\triangle EDF$ (SAS 합동)

따라서 $\angle AEB=\angle DEF$이므로

$\angle BEF=\angle BED+\angle DEF$

$=\angle BED+\angle AEB$

$=\angle AED=60^\circ$ 답 60°

다른 풀이 $\triangle EAB$와 $\triangle BCF$에서

$\overline{EA}=\overline{AD}=\overline{BC}$, $\overline{AB}=\overline{DC}=\overline{CF}$,

$\angle EAB=60^\circ+\angle BAD$

$=60^\circ+\angle BCD=\angle BCF$

$\therefore \triangle EAB\equiv\triangle BCF$ (SAS 합동)

$\therefore \overline{EB}=\overline{BF}$

또 $\triangle EAB\equiv\triangle EDF$이므로

$\overline{EB}=\overline{BF}=\overline{EF}$

따라서 $\triangle EBF$는 정삼각형이므로

$\angle BEF=60^\circ$

290 전략 정사각형의 성질을 이용하여 합동인 두 삼각형을 찾는다.

$\triangle ABP$와 $\triangle ADQ$에서

$\overline{AB}=\overline{AD}$, $\overline{BP}=\overline{DQ}$, $\angle ABP=\angle ADQ=90^\circ$

$\therefore \triangle ABP\equiv\triangle ADQ$ (SAS 합동)

따라서 $\triangle APQ$는 $\overline{AP}=\overline{AQ}$인 이등변삼각형이므로

$\angle x=180^\circ-2\times72^\circ=36^\circ$ 답 36°

291 전략 정사각형의 성질을 이용하여 합동인 두 삼각형을 찾은 후 대응각의 크기는 같음을 이용한다.

$\triangle ABF$와 $\triangle ADF$에서

$\overline{AB}=\overline{AD}$, $\overline{AF}$는 공통, $\angle BAF=\angle DAF=45^\circ$

$\therefore \triangle ABF\equiv\triangle ADF$ (SAS 합동)

이때 $\overline{AD}/\!/\overline{EC}$이므로

$\angle ADF=\angle E=28^\circ$ (엇각)

따라서 $\angle ABF=\angle ADF=28^\circ$이므로

$\angle x=90^\circ-28^\circ=62^\circ$ 답 62°

292 전략 삼각형의 가장 긴 변의 길이는 나머지 두 변의 길이의 합보다 작아야 함을 이용한다.

$3<3+3$, $5<3+3$, $5<3+5$, $7>3+3$, $7<3+5$, $7<5+5$,

$9>3+3$, $9>3+5$, $9<3+7$, $9<5+5$, $9<5+7$ … 1단계

이므로 삼각형을 만들 수 있는 세 나무 막대의 길이의 쌍은

(3 cm, 3 cm, 3 cm), (3 cm, 3 cm, 5 cm),

(3 cm, 5 cm, 5 cm), (3 cm, 5 cm, 7 cm),

(5 cm, 5 cm, 7 cm), (3 cm, 7 cm, 9 cm),

(5 cm, 5 cm, 9 cm), (5 cm, 7 cm, 9 cm) … 2단계

따라서 구하는 삼각형의 개수는 8이다. … 3단계

답 8

단계	채점 요소	배점
1	삼각형이 될 수 있는 조건 확인하기	2점
2	삼각형을 만들 수 있는 세 나무 막대의 길이의 쌍 구하기	2점
3	삼각형의 개수 구하기	1점

293 전략 대응하는 두 각의 크기가 각각 같으므로 나머지 한 각의 크기도 같음을 이용한다.

$\angle A=\angle D$, $\angle B=\angle E$이므로 $\angle C=\angle F$ … 1단계

따라서 한 쌍의 대응변의 길이가 같으면 $\triangle ABC$와 $\triangle DEF$는 ASA 합동이므로 구하는 조건은

$\overline{AB}=\overline{DE}$ 또는 $\overline{AC}=\overline{DF}$ 또는 $\overline{BC}=\overline{EF}$ … 2단계

답 $\overline{AB}=\overline{DE}$ 또는 $\overline{AC}=\overline{DF}$ 또는 $\overline{BC}=\overline{EF}$

단계	채점 요소	배점
1	$\angle C=\angle F$임을 알기	2점
2	필요한 나머지 한 조건을 모두 구하기	3점

294 전략 정삼각형의 성질을 이용하여 합동인 두 삼각형을 찾은 후 대응각의 크기가 같음을 이용한다.

$\triangle ADB$와 $\triangle CEB$에서

$\overline{DB}=\overline{EB}$, $\overline{BA}=\overline{BC}$, $\angle DBA=\angle EBC=60^\circ$

$\therefore \triangle ADB\equiv\triangle CEB$ (SAS 합동) … 1단계

따라서 $\angle DAB=\angle ECB$이고 $\angle FEA=\angle BEC$ (맞꼭지각)이므로 $\triangle AFE$에서

$\angle x=180^\circ-(\angle FAE+\angle FEA)$

$=180^\circ-(\angle ECB+\angle BEC)$

$=\angle EBC=60^\circ$ … 2단계

답 60°

단계	채점 요소	배점
1	$\triangle ADB\equiv\triangle CEB$임을 알기	3점
2	$\angle x$의 크기 구하기	3점

295 전략 정사각형의 성질을 이용하여 합동인 두 삼각형을 찾은 후 대응각의 크기가 같음을 이용한다.

$\triangle ADE$와 $\triangle CDG$에서

$\overline{AD}=\overline{CD}$, $\overline{DE}=\overline{DG}$,

$\angle ADE=90^\circ-\angle EDC=\angle CDG$

$\therefore \triangle ADE\equiv\triangle CDG$ (SAS 합동) … 1단계

따라서 $\angle AED=\angle CGD=90^\circ+26^\circ=116^\circ$이므로

$\triangle AED$에서

$\angle EAD=180^\circ-(116^\circ+47^\circ)=17^\circ$

$\therefore \angle x=90^\circ-17^\circ=73^\circ$ … 2단계

답 73°

단계	채점 요소	배점
1	$\triangle ADE\equiv\triangle CDG$임을 알기	3점
2	$\angle x$의 크기 구하기	3점

04 다각형

셀프 CHECK

본책 68~69쪽

A ㄴ. 곡선으로 둘러싸여 있으므로 다각형이 아니다.
ㄷ, ㅂ. 선분으로 둘러싸여 있지 않으므로 다각형이 아니다.
ㅁ. 선분과 곡선으로 둘러싸여 있으므로 다각형이 아니다.
이상에서 다각형인 것은 ㄱ, ㄹ이다.

답 ㄱ, ㄹ

B (2) 네 내각의 크기가 같은 사각형은 직사각형이다.

답 (1) ○ (2) ×

C (1) $\frac{7\times(7-3)}{2}=14$

(2) $\frac{12\times(12-3)}{2}=54$

답 (1) 14 (2) 54

D (1) $\angle x=180^\circ-(70^\circ+45^\circ)=65^\circ$

(2) $\angle x=40^\circ+85^\circ=125^\circ$

답 (1) 65° (2) 125°

E (1) 팔각형의 내각의 크기의 합은
$180^\circ\times(8-2)=1080^\circ$
팔각형의 외각의 크기의 합은
360°

(2) 십일각형의 내각의 크기의 합은
$180^\circ\times(11-2)=1620^\circ$
십일각형의 외각의 크기의 합은
360°

답 (1) 1080°, 360° (2) 1620°, 360°

F (1) (한 내각의 크기)$=\frac{180^\circ\times(9-2)}{9}=140^\circ$

(한 외각의 크기)$=\frac{360^\circ}{9}=40^\circ$

(2) (한 내각의 크기)$=\frac{180^\circ\times(15-2)}{15}=156^\circ$

(한 외각의 크기)$=\frac{360^\circ}{15}=24^\circ$

답 (1) 140°, 40° (2) 156°, 24°

다른 풀이 (1) (한 외각의 크기)$=180^\circ-140^\circ=40^\circ$
(2) (한 외각의 크기)$=180^\circ-156^\circ=24^\circ$

내신 유형 다지기

본책 70~83쪽

유형 054 다각형

본책 70쪽

(1) 다각형: 여러 개의 선분으로 둘러싸인 평면도형
(2) 다각형이 아닌 것
① 전체 또는 일부가 곡선일 때
② 선분의 일부가 끊어져 있을 때
③ 입체도형

296 ①, ⑤ 입체도형이므로 다각형이 아니다.
③ 곡선으로 둘러싸여 있으므로 다각형이 아니다.
따라서 다각형인 것은 ②, ④이다. 답 ②, ④

297 ④ 십각형은 10개의 변과 10개의 꼭짓점을 갖고 있다.
따라서 옳지 않은 것은 ④이다. 답 ④
참고 한 다각형에서 꼭짓점의 개수와 변의 개수는 항상 같다.

유형 055 다각형의 내각과 외각

본책 70쪽

다각형의 한 꼭짓점에서
(내각의 크기)+(외각의 크기)$=180^\circ$

298 $\angle x=180^\circ-120^\circ=60^\circ$, $\angle y=180^\circ-85^\circ=95^\circ$
$\therefore \angle x+\angle y=60^\circ+95^\circ=155^\circ$ 답 ⑤

299 ① $\angle x=180^\circ-105^\circ=75^\circ$
② $\angle x=180^\circ-80^\circ=100^\circ$
③ $\angle x=180^\circ-115^\circ=65^\circ$
④ $\angle x=180^\circ-130^\circ=50^\circ$
⑤ $\angle x=180^\circ-100^\circ=80^\circ$
따라서 $\angle x$의 크기가 가장 작은 것은 ④이다. 답 ④

300 $x+(3x-40)=180$이므로
$4x=220$ $\therefore x=55$ … 1단계
$y+(2x-15)=180$이므로
$y+95=180$ $\therefore y=85$ … 2단계
$\therefore y-x=85-55=30$ … 3단계
답 30

단계	채점 요소	비율
1	x의 값 구하기	40 %
2	y의 값 구하기	40 %
3	$y-x$의 값 구하기	20 %

301 꼭짓점 A, B, C, D, E에서의 외각의 크기는 각각
$180^\circ-90^\circ=90^\circ$, 80°, 65°,
$180^\circ-125^\circ=55^\circ$, $180^\circ-110^\circ=70^\circ$

따라서 가장 큰 외각의 크기는 90°, 가장 작은 외각의 크기는 55°이므로 구하는 차는

$90^\circ-55^\circ=35^\circ$ 답 35°

유형 056 정다각형 본책 71쪽

정다각형: 모든 변의 길이가 같고 모든 내각의 크기가 같은 다각형

① 변의 길이가 모두 같아도 내각의 크기가 다르면 정다각형이 아니다.

② 내각의 크기가 모두 같아도 변의 길이가 다르면 정다각형이 아니다.

302 ① 변의 길이와 내각의 크기가 모두 같아야 정다각형이다.

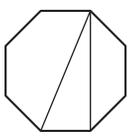
④ 네 변의 길이가 같은 사각형은 마름모이다.

⑤ 정삼각형은 한 내각의 크기가 60°, 한 외각의 크기가 120°이므로 한 내각의 크기와 한 외각의 크기가 다르다.

따라서 옳은 것은 ②, ③이다. 답 ②, ③

참고 한 내각의 크기와 한 외각의 크기가 같은 정다각형은 정사각형뿐이다.

303 ④ 오른쪽 그림의 정팔각형에서 두 대각선의 길이는 다르다.



따라서 옳지 않은 것은 ④이다. 답 ④

304 조건 (나)에서 구하는 다각형은 정다각형이다.

조건 (가)에서 구하는 다각형을 정n각형이라 하면 꼭짓점의 개수가 n, 변의 개수가 n이므로

$n+n=14$ $\therefore n=7$

따라서 구하는 다각형은 정칠각형이다. 답 정칠각형

유형 057 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수 본책 71쪽

(1) n각형의 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수 ➡ $n-3$

(2) n각형의 한 꼭짓점에서 대각선을 모두 그었을 때 생기는 삼각형의 개수 ➡ $n-2$

(3) n각형의 내부의 한 점에서 각 꼭짓점에 선분을 그었을 때 생기는 삼각형의 개수 ➡ n

305 십각형의 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수는

$10-3=7$ $\therefore a=7$

이때 생기는 삼각형의 개수는

$10-2=8$ $\therefore b=8$

$\therefore ab=7\times8=56$ 답 ①

306 주어진 다각형을 n각형이라 하면

$n-3=11$ $\therefore n=14$

따라서 십사각형의 내부의 한 점에서 각 꼭짓점에 선분을 그었을 때 생기는 삼각형의 개수는 14이다.

답 ④

307 주어진 다각형을 n각형이라 하면 n각형의 내부의 한 점에서 각 꼭짓점에 선분을 그었을 때 생기는 삼각형의 개수는 n이므로

$a=n$

또 n각형의 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수는 $n-3$이므로

$b=n-3$

이때 $a+b=21$에서 $n+(n-3)=21$

$2n=24$ $\therefore n=12$

따라서 구하는 다각형은 십이각형이다. 답 십이각형

유형 058 다각형의 대각선의 개수 본책 72쪽

(1) 다각형이 주어진 경우

➡ n각형의 대각선의 개수는 $\frac{n(n-3)}{2}$임을 이용한다.

(2) 다각형이 주어지지 않은 경우

➡ 조건을 이용하여 다각형을 먼저 구한 후 대각선의 개수를 구한다.

308 주어진 다각형을 n각형이라 하면

$n-3=6$ $\therefore n=9$

따라서 구각형의 대각선의 개수는

$\frac{9\times(9-3)}{2}=27$ 답 ③

309 팔각형의 대각선의 개수는

$\frac{8\times(8-3)}{2}=20$ $\therefore a=20$ … 1단계

십오각형의 대각선의 개수는

$\frac{15\times(15-3)}{2}=90$ $\therefore b=90$ … 2단계

$\therefore a+b=20+90=110$ … 3단계

답 110

단계	채점 요소	비율
1	a의 값 구하기	40 %
2	b의 값 구하기	40 %
3	$a+b$의 값 구하기	20 %

310 주어진 다각형을 n각형이라 하면 n각형의 한 꼭짓점에서 한 개의 대각선을 그어 나누어진 두 다각형의 변의 개수의 합은 $n+2$이므로

$n+2=6+9$ $\therefore n=13$

따라서 주어진 다각형은 십삼각형이고 십삼각형의 대각선의 개수는 $\frac{13\times(13-3)}{2}=65$ 답 ①

만점 공략 노트

n각형의 한 꼭짓점에서 한 개의 대각선을 그어 두 다각형으로 나누면 이 대각선은 각각 두 다각형의 변이 된다.
따라서 나누어진 두 다각형의 변의 개수의 합은
(n각형의 변의 개수)+2
이다.

유형 059 대각선의 개수가 주어질 때 다각형 구하기 본책 72쪽

대각선의 개수가 k인 다각형 구하기
➜ 구하는 다각형을 n각형이라 하고, $\frac{n(n-3)}{2}=k$를 만족시키는 n의 값을 구한다.

311 구하는 다각형을 n각형이라 하면
$\frac{n(n-3)}{2}=54$, $n(n-3)=108=12\times9$
$\therefore n=12$
따라서 십이각형이다. 답 ④

312 주어진 다각형을 n각형이라 하면
$\frac{n(n-3)}{2}=77$, $n(n-3)=154=14\times11$
$\therefore n=14$
따라서 십사각형의 한 꼭짓점에서 대각선을 모두 그었을 때 생기는 삼각형의 개수는
$14-2=12$ 답 ②

313 십이각형의 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수는
$12-3=9$
따라서 구하는 다각형을 n각형이라 하면
$\frac{n(n-3)}{2}=9$, $n(n-3)=18=6\times3$ $\therefore n=6$
즉 육각형이다. 답 ②

유형 060 다각형의 대각선의 개수의 활용 본책 73쪽

원형의 탁자에 앉은 n명의 사람들이
(1) 양옆에 앉은 사람을 제외한 모든 사람들과 서로 한 번씩 악수를 하는 횟수
➜ $\frac{n(n-3)}{2}$ ← n각형의 대각선의 개수
(2) 양옆에 앉은 사람을 포함한 모든 사람들과 서로 한 번씩 악수를 하는 횟수
➜ $n+\frac{n(n-3)}{2}$ ← (n각형의 변의 개수)+(n각형의 대각선의 개수)

314 양옆에 앉은 사람을 제외한 모든 사람과 서로 한 번씩 악수를 하므로 악수를 한 횟수는 칠각형의 대각선의 개수와 같다.
$\therefore \frac{7\times(7-3)}{2}=14$ (번) 답 ④

315 구하는 선분의 개수는 육각형의 변의 개수와 대각선의 개수의 합과 같다.
$\therefore 6+\frac{6\times(6-3)}{2}=6+9=15$ 답 15

316 설치해야 하는 구름다리의 수는 팔각형의 변의 개수와 같으므로
$a=8$ … 1단계
건설해야 하는 지하도의 수는 팔각형의 대각선의 개수와 같으므로
$\frac{8\times(8-3)}{2}=20$ $\therefore b=20$ … 2단계
$\therefore b-a=20-8=12$ … 3단계
답 12

단계	채점 요소	비율
1	a의 값 구하기	40 %
2	b의 값 구하기	50 %
3	$b-a$의 값 구하기	10 %

유형 061 삼각형의 세 내각의 크기의 합 본책 73쪽

삼각형의 세 내각의 크기의 합은 180°이다.
➜ △ABC에서 $\angle A+\angle B+\angle C=180^\circ$

317 △DEC에서
$\angle DEC=180^\circ-(80^\circ+45^\circ)=55^\circ$
이때 맞꼭지각의 크기는 같으므로
$\angle AEB=\angle DEC=55^\circ$
따라서 △ABE에서
$\angle x=180^\circ-(70^\circ+55^\circ)=55^\circ$ 답 ②

318 $\angle A$의 크기는 $\angle C$의 크기보다 5°만큼 크므로
$\angle A=\angle C+5^\circ$
$\angle B$의 크기는 $\angle C$의 크기의 3배이므로
$\angle B=3\angle C$
$\angle A+\angle B+\angle C=180^\circ$이므로
$(\angle C+5^\circ)+3\angle C+\angle C=180^\circ$
$5\angle C=175^\circ$ $\therefore \angle C=35^\circ$ 답 35°

319 삼각형의 세 내각의 크기의 비가 3 : 7 : 8이므로 가장 큰 내각의 크기는
$180^\circ\times\frac{8}{3+7+8}=80^\circ$ 답 80°

320 △ACD는 $\overline{AD}=\overline{CD}$인 이등변삼각형이므로

$\angle DAC=\frac{1}{2}\times(180^\circ-108^\circ)=36^\circ$

$\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로

$\angle ACB=\angle DAC=36^\circ$

따라서 △ABC에서

$\angle x=180^\circ-(80^\circ+36^\circ)=64^\circ$ 답 64°

321 △DBE는 $\overline{BD}=\overline{BE}$인 이등변삼각형이므로

$\angle BED=\frac{1}{2}\times(180^\circ-\angle B)=90^\circ-\frac{1}{2}\angle B$

또 △FEC는 $\overline{CE}=\overline{CF}$인 이등변삼각형이므로

$\angle FEC=\frac{1}{2}\times(180^\circ-\angle C)=90^\circ-\frac{1}{2}\angle C$

$\angle BED+\angle DEF+\angle FEC=180^\circ$이므로

$\left(90^\circ-\frac{1}{2}\angle B\right)+\angle x+\left(90^\circ-\frac{1}{2}\angle C\right)=180^\circ$

$\therefore \angle x=\frac{1}{2}(\angle B+\angle C)$

이때 △ABC에서

$\angle B+\angle C=180^\circ-50^\circ=130^\circ$

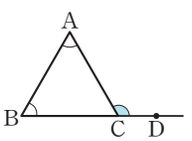
$\therefore \angle x=\frac{1}{2}(\angle B+\angle C)=\frac{1}{2}\times130^\circ=65^\circ$ 답 65°

유형 062 삼각형의 내각과 외각 사이의 관계

본책 74쪽

삼각형의 한 외각의 크기는 그와 이웃하지 않는 두 내각의 크기의 합과 같다.

➜ $\angle ACD=\angle A+\angle B$



322 △ABD에서

$\angle x+50^\circ=85^\circ$ $\therefore \angle x=35^\circ$

△BCD에서 $\angle y=15^\circ+85^\circ=100^\circ$

$\therefore \angle y-\angle x=100^\circ-35^\circ=65^\circ$ 답 ③

다른 풀이 △ABC에서 $\angle y=50^\circ+(\angle x+15^\circ)$이므로

$\angle y-\angle x=65^\circ$

323 $(2x+19)+55=5x-10$이므로

$3x=84$ $\therefore x=28$ 답 ⑤

324 △ABC에서

$\angle ECD=50^\circ+52^\circ=102^\circ$

따라서 △CDE에서

$\angle x=180^\circ-(102^\circ+40^\circ)=38^\circ$ 답 ②

325 △ABD에서

$\angle CDE=61^\circ+37^\circ=98^\circ$

따라서 △CDE에서

$\angle x=23^\circ+98^\circ=121^\circ$ 답 ④

326 △CDE에서

$\angle BEF=20^\circ+30^\circ=50^\circ$ … 1단계

△BEF에서

$\angle AFG=50^\circ+35^\circ=85^\circ$ … 2단계

△AFG에서

$\angle x=85^\circ+40^\circ=125^\circ$ … 3단계

답 125°

단계	채점 요소	비율
1	∠BEF의 크기 구하기	30 %
2	∠AFG의 크기 구하기	30 %
3	∠x의 크기 구하기	40 %

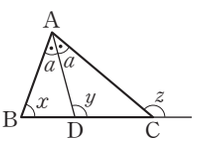
유형 063 삼각형의 한 내각의 이등분선이 이루는 각

본책 75쪽

△ABC에서 $\overline{AD}$가 ∠A의 이등분선일 때

△ABD에서 $\angle y=\angle x+\angle a$

△ADC에서 $\angle z=\angle y+\angle a$



327 △ABC에서

$60^\circ+\angle ABC=110^\circ$

$\therefore \angle ABC=50^\circ$

$\therefore \angle ABD=\frac{1}{2}\angle ABC=\frac{1}{2}\times50^\circ=25^\circ$

따라서 △ABD에서

$\angle x=60^\circ+25^\circ=85^\circ$ 답 ⑤

328 △ABD에서

$\angle BAD=85^\circ-45^\circ=40^\circ$

$\therefore \angle BAC=2\angle BAD=2\times40^\circ=80^\circ$ … 1단계

따라서 △ABC에서

$\angle x=80^\circ+45^\circ=125^\circ$ … 2단계

답 125°

단계	채점 요소	비율
1	∠BAC의 크기 구하기	50 %
2	∠x의 크기 구하기	50 %

329 $\angle ABC=180^\circ-106^\circ=74^\circ$이므로

$\angle ABD=\frac{1}{2}\angle ABC=\frac{1}{2}\times74^\circ=37^\circ$

△ABD에서

$\angle x=55^\circ+37^\circ=92^\circ$

△ABC에서

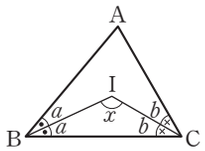
$\angle y=55^\circ+74^\circ=129^\circ$

$\therefore \angle x+\angle y=92^\circ+129^\circ=221^\circ$ 답 ②

유형 064 삼각형의 두 내각의 이등분선이 이루는 각

본책 75쪽

△ABC에서 ∠B와 ∠C의 이등분선의 교점을 I라 할 때



△ABC에서

$2\angle a+2\angle b=180^\circ-\angle A$

$\therefore \angle a+\angle b=90^\circ-\frac{1}{2}\angle A$ …… ㉠

△IBC에서

$\angle a+\angle b=180^\circ-\angle x$ …… ㉡

㉠, ㉡에서 $\angle x=90^\circ+\frac{1}{2}\angle A$

330 △ABC에서

$\angle ABC+\angle ACB=180^\circ-64^\circ=116^\circ$

$\therefore \angle IBC+\angle ICB=\frac{1}{2}(\angle ABC+\angle ACB)$

$=\frac{1}{2}\times 116^\circ=58^\circ$

따라서 △IBC에서

$\angle x=180^\circ-(\angle IBC+\angle ICB)$

$=180^\circ-58^\circ=122^\circ$

답 122°

다른 풀이 $\angle x=90^\circ+\frac{1}{2}\times 64^\circ=122^\circ$

331 △AIC에서

$\angle IAC+\angle ICA=180^\circ-125^\circ=55^\circ$

$\therefore \angle BAC+\angle BCA=2(\angle IAC+\angle ICA)$

$=2\times 55^\circ=110^\circ$

따라서 △ABC에서

$\angle x=180^\circ-(\angle BAC+\angle BCA)$

$=180^\circ-110^\circ=70^\circ$

답 70°

다른 풀이 $125^\circ=90^\circ+\frac{1}{2}\angle x$이므로

$\frac{1}{2}\angle x=35^\circ$ $\therefore \angle x=70^\circ$

332 △ABC에서 $\angle ABC+\angle ACB=96^\circ$이므로

$\angle IBC+\angle ICB=\frac{1}{2}(\angle ABC+\angle ACB)$

$=\frac{1}{2}\times 96^\circ=48^\circ$

따라서 △IBC에서

$\angle x=180^\circ-(\angle IBC+\angle ICB)$

$=180^\circ-48^\circ=132^\circ$

답 ⑤

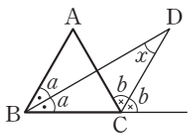
다른 풀이 $\angle BAC=180^\circ-96^\circ=84^\circ$이므로

$\angle x=90^\circ+\frac{1}{2}\times 84^\circ=132^\circ$

유형 065 삼각형의 한 내각의 이등분선과 한 외각의 이등분선이 이루는 각

본책 76쪽

△ABC에서 ∠B의 이등분선과 ∠C의 외각의 이등분선의 교점을 D라 할 때



△ABC에서

$2\angle b=2\angle a+\angle A$

$\therefore \angle b=\angle a+\frac{1}{2}\angle A$ …… ㉠

△DBC에서

$\angle b=\angle a+\angle x$ …… ㉡

㉠, ㉡에서 $\angle x=\frac{1}{2}\angle A$

333 △ABC에서 $\angle ACE=48^\circ+2\angle DBC$이므로

$\angle DCE=\frac{1}{2}\angle ACE=24^\circ+\angle DBC$ …… ㉠

△DBC에서

$\angle DCE=\angle x+\angle DBC$ …… ㉡

㉠, ㉡에서 $\angle x=24^\circ$ 답 ③

다른 풀이 $\angle x=\frac{1}{2}\times 48^\circ=24^\circ$

334 △ABC에서 $\angle ACE=\angle x+2\angle DBC$이므로

$\angle DCE=\frac{1}{2}\angle ACE=\frac{1}{2}\angle x+\angle DBC$ …… ㉠

△DBC에서

$\angle DCE=30^\circ+\angle DBC$ …… ㉡

㉠, ㉡에서 $\frac{1}{2}\angle x=30^\circ$ $\therefore \angle x=60^\circ$ 답 ①

다른 풀이 $30^\circ=\frac{1}{2}\angle x$이므로 $\angle x=60^\circ$

335 $\angle ABD=\angle DBE=\angle EBC=\angle a$,

$\angle ACD=\angle DCE=\angle ECF=\angle b$라 하면

△DBC에서 $\angle DCF=52^\circ+\angle DBC$이므로

$2\angle b=52^\circ+2\angle a$, $2\angle b-2\angle a=52^\circ$

$\therefore \angle b-\angle a=26^\circ$

또 △ABC에서 $\angle ACF=\angle x+\angle ABC$이므로

$3\angle b=\angle x+3\angle a$

$\therefore \angle x=3(\angle b-\angle a)=3\times 26^\circ=78^\circ$ … 1단계

△EBC에서 $\angle ECF=\angle y+\angle EBC$이므로

$\angle b=\angle y+\angle a$

$\therefore \angle y=\angle b-\angle a=26^\circ$ … 2단계

$\therefore \angle x+\angle y=78^\circ+26^\circ=104^\circ$ … 3단계

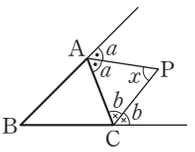
답 104°

단계	채점 요소	비율
1	$\angle x$의 크기 구하기	60 %
2	$\angle y$의 크기 구하기	30 %
3	$\angle x+\angle y$의 크기 구하기	10 %

유형 066 삼각형의 두 외각의 이등분선이 이루는 각

본책 76쪽

△ABC에서 ∠A의 외각의 이등분선과 ∠C의 외각의 이등분선의 교점을 P라 할 때 △ABC에서



$\angle BAC+\angle BCA=180^\circ-\angle B$

$(180^\circ-2\angle a)+(180^\circ-2\angle b)=180^\circ-\angle B$

$\therefore \angle a+\angle b=90^\circ+\frac{1}{2}\angle B$

따라서 △ACP에서

$\angle x=180^\circ-(\angle a+\angle b)$

$=90^\circ-\frac{1}{2}\angle B$

336 $\angle BAC+\angle BCA=180^\circ-52^\circ=128^\circ$이므로

$\angle EAC+\angle DCA$

$=(180^\circ-\angle BAC)+(180^\circ-\angle BCA)$

$=360^\circ-(\angle BAC+\angle BCA)$

$=360^\circ-128^\circ$

$=232^\circ$

$\therefore \angle PAC+\angle PCA=\frac{1}{2}(\angle EAC+\angle DCA)$

$=\frac{1}{2}\times 232^\circ$

$=116^\circ$

따라서 △ACP에서

$\angle x=180^\circ-(\angle PAC+\angle PCA)$

$=180^\circ-116^\circ$

$=64^\circ$

답 ④

다른 풀이 $\angle x=90^\circ-\frac{1}{2}\times 52^\circ=64^\circ$

337 $\angle ABC+\angle ACB=180^\circ-50^\circ=130^\circ$이므로

$\angle EBC+\angle FCB=2(\angle ABC+\angle ACB)$

$=2\times 130^\circ$

$=260^\circ$

$\therefore \angle DBC+\angle DCB$

$=(180^\circ-\angle EBC)+(180^\circ-\angle FCB)$

$=360^\circ-(\angle EBC+\angle FCB)$

$=360^\circ-260^\circ$

$=100^\circ$

따라서 △BDC에서

$\angle x=180^\circ-(\angle DBC+\angle DCB)$

$=180^\circ-100^\circ=80^\circ$

답 80°

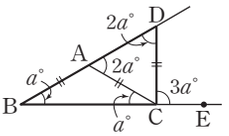
다른 풀이 $90^\circ-\frac{1}{2}\angle x=50^\circ$이므로

$\frac{1}{2}\angle x=40^\circ$ $\therefore \angle x=80^\circ$

유형 067 이등변삼각형의 성질을 이용하여 각의 크기 구하기

본책 76쪽

△DBC에서 $\overline{AB}=\overline{AC}=\overline{CD}$일 때



① △ABC에서

$\angle ACB=\angle B=a^\circ$

$\therefore \angle CAD=a^\circ+a^\circ=2a^\circ$

② △ACD에서 $\angle CDA=\angle CAD=2a^\circ$

③ △DBC에서 $\angle DCE=a^\circ+2a^\circ=3a^\circ$

338 △ACD에서 $\overline{AC}=\overline{CD}$이므로

$\angle CAD=\angle D=35^\circ$ $\therefore \angle ACB=35^\circ+35^\circ=70^\circ$

△ABC에서 $\overline{AB}=\overline{AC}$이므로

$\angle B=\angle ACB=70^\circ$

따라서 △ABD에서

$\angle x=70^\circ+35^\circ=105^\circ$

답 ②

339 △ABC에서 $\overline{AB}=\overline{AC}$이므로

$\angle B=\frac{1}{2}\times(180^\circ-42^\circ)=69^\circ$

△DBC에서 $\overline{BC}=\overline{CD}$이므로

$\angle BDC=\angle B=69^\circ$

따라서 △ADC에서

$\angle x=69^\circ-42^\circ=27^\circ$

답 ③

340 $\angle ABC=180^\circ-147^\circ=33^\circ$ … 1단계

△ABC에서 $\overline{AC}=\overline{BC}$이므로

$\angle BAC=\angle ABC=33^\circ$

$\therefore \angle ACD=33^\circ+33^\circ=66^\circ$ … 2단계

△ACD에서 $\overline{AC}=\overline{AD}$이므로

$\angle D=\angle ACD=66^\circ$

$\therefore \angle x=180^\circ-(66^\circ+66^\circ)=48^\circ$ … 3단계

답 48°

단계	채점 요소	비율
1	∠ABC의 크기 구하기	20 %
2	∠ACD의 크기 구하기	40 %
3	∠x의 크기 구하기	40 %

341 △ABC에서 $\overline{AB}=\overline{AC}$이므로

$\angle ACB=\angle B=\angle x$ $\therefore \angle DAC=\angle x+\angle x=2\angle x$

△DAC에서 $\overline{CA}=\overline{CD}$이므로

$\angle CDA=\angle CAD=2\angle x$

△DBC에서 $\angle DCE=\angle x+2\angle x=3\angle x$

△DCE에서 $\overline{DC}=\overline{DE}$이므로

$\angle DEC=\angle DCE=3\angle x$

따라서 △DBE에서

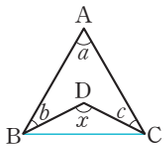
$\angle EDF=\angle x+3\angle x=4\angle x$

즉 $4\angle x=96^\circ$이므로 $\angle x=24^\circ$

답 ⑤

유형 068 △ 모양의 도형에서 각의 크기 구하기 본책 77쪽

오른쪽 그림과 같이 $\overline{BC}$를 그으면



△ABC에서

$\angle DBC+\angle DCB$

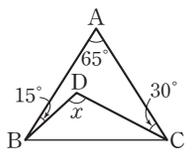
$=180^\circ-(\angle a+\angle b+\angle c)$ … ㉠

△DBC에서

$\angle DBC+\angle DCB=180^\circ-\angle x$ … ㉡

㉠, ㉡에서 $\angle x=\angle a+\angle b+\angle c$

342 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BC}$를 그으면



△ABC에서

$\angle DBC+\angle DCB$

$=180^\circ-(65^\circ+15^\circ+30^\circ)=70^\circ$

따라서 △DBC에서

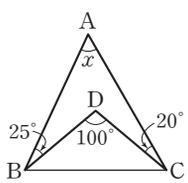
$\angle x=180^\circ-(\angle DBC+\angle DCB)$

$=180^\circ-70^\circ=110^\circ$

답 110°

다른 풀이 $\angle x=65^\circ+15^\circ+30^\circ=110^\circ$

343 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BC}$를 그으면



△DBC에서

$\angle DBC+\angle DCB=180^\circ-100^\circ$

$=80^\circ$

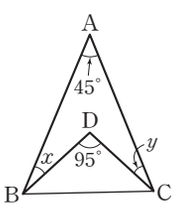
따라서 △ABC에서

$\angle x=180^\circ-(25^\circ+20^\circ+80^\circ)=55^\circ$

답 ④

다른 풀이 $100^\circ=\angle x+25^\circ+20^\circ$이므로 $\angle x=55^\circ$

344 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BC}$를 그으면



△DBC에서

$\angle DBC+\angle DCB=180^\circ-95^\circ=85^\circ$

따라서 △ABC에서

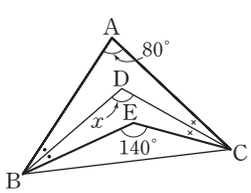
$\angle x+\angle y=180^\circ-(45^\circ+85^\circ)=50^\circ$

답 ①

다른 풀이 $95^\circ=45^\circ+\angle x+\angle y$이므로

$\angle x+\angle y=50^\circ$

345 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BC}$를 그으면 △EBC에서



$\angle EBC+\angle ECB$

$=180^\circ-140^\circ=40^\circ$ … 1단계

$\angle ABD=\angle DBE=\angle a$,

$\angle ACD=\angle DCE=\angle b$라 하면

△ABC에서

$2\angle a+2\angle b=180^\circ-(80^\circ+40^\circ)=60^\circ$

$\therefore \angle a+\angle b=30^\circ$ … 2단계

따라서 △DBC에서

$\angle x=180^\circ-(\angle a+\angle b+40^\circ)$

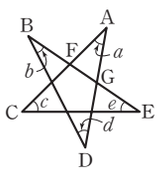
$=180^\circ-(30^\circ+40^\circ)=110^\circ$ … 3단계

답 110°

단계	채점 요소	비율
1	$\angle EBC+\angle ECB$의 크기 구하기	30 %
2	$\angle DBE+\angle DCE$의 크기 구하기	40 %
3	$\angle x$의 크기 구하기	30 %

유형 069 별 모양의 도형에서 각의 크기 구하기 본책 78쪽

적당한 삼각형을 찾아 삼각형의 내각과 외각 사이의 관계를 이용한다.



➜ △FCE에서 $\angle AFG=\angle c+\angle e$

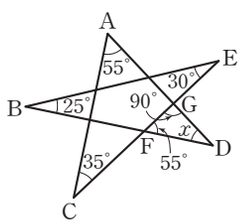
△BDG에서 $\angle AGF=\angle b+\angle d$

따라서 △AFG에서

$\angle a+\angle b+\angle c+\angle d+\angle e=180^\circ$

346 △ACG에서

$\angle FGD=55^\circ+35^\circ=90^\circ$



△BFE에서

$\angle GFD=25^\circ+30^\circ=55^\circ$

따라서 △DGF에서

$\angle x=180^\circ-(90^\circ+55^\circ)=35^\circ$

답 ⑤

다른 풀이 $\angle x+30^\circ+55^\circ+25^\circ+35^\circ=180^\circ$이므로

$\angle x=35^\circ$

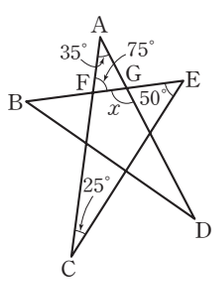
347 △FCE에서

$\angle AFG=25^\circ+50^\circ=75^\circ$

따라서 △AFG에서

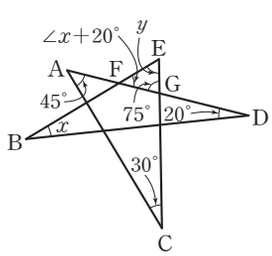
$\angle x=35^\circ+75^\circ=110^\circ$

답 110°



348 △ACG에서

$\angle EGF=45^\circ+30^\circ=75^\circ$



△BDF에서

$\angle EFG=\angle x+20^\circ$

따라서 △EFG에서

$(\angle x+20^\circ)+75^\circ+\angle y=180^\circ$

$\therefore \angle x+\angle y=85^\circ$

답 ④

다른 풀이 $\angle x+30^\circ+20^\circ+\angle y+45^\circ=180^\circ$이므로

$\angle x+\angle y=85^\circ$

유형 070 다각형의 내각의 크기의 합 본책 78쪽

(1) n각형의 한 꼭짓점에서 대각선을 모두 그었을 때 생기는 삼각형의 개수 ➡ $n-2$

(2) n각형의 내각의 크기의 합 ➡ $180^\circ \times (n-2)$

349 주어진 다각형을 n각형이라 하면

$180^\circ \times (n-2)=1440^\circ$

$n-2=8 \quad \therefore n=10$

따라서 십각형의 꼭짓점의 개수는 10이다. 답 ③

350 주어진 다각형을 n각형이라 하면

$n-3=9 \quad \therefore n=12$

따라서 십이각형의 내각의 크기의 합은

$180^\circ \times (12-2)=1800^\circ$ 답 1800°

351 주어진 다각형을 n각형이라 하면

$\frac{n(n-3)}{2}=27, \quad n(n-3)=54=9\times 6$

$\therefore n=9$

따라서 구각형의 내각의 크기의 합은

$180^\circ \times (9-2)=1260^\circ$ 답 1260°

352 (i) 칠각형의 내각의 크기의 합은

$180^\circ \times (7-2)=900^\circ$

(ii) 팔각형의 내각의 크기의 합은

$180^\circ \times (8-2)=1080^\circ$

(iii) 구각형의 내각의 크기의 합은

$180^\circ \times (9-2)=1260^\circ$

이상에서 내각의 크기의 합이 1000°보다 크고 1200°보다 작은 다각형은 팔각형이다.

답 ③

참고 n각형의 내각의 크기의 합은 $180^\circ \times (n-2)$이므로 n의 값이 커지면 내각의 크기의 합도 커진다.

유형 071 다각형의 내각의 크기 구하기 본책 79쪽

❶ n각형의 내각의 크기의 합을 먼저 구한다.

➡ $180^\circ \times (n-2)$

❷ ❶에서 구한 내각의 크기의 합을 이용하여 구하고자 하는 내각의 크기를 구한다.

353 오각형의 내각의 크기의 합은

$180^\circ \times (5-2)=540^\circ$

이므로

$110^\circ+(180^\circ-\angle x)+100^\circ+(180^\circ-75^\circ)+\angle y=540^\circ$

$\therefore \angle y-\angle x=45^\circ$ 답 45°

354 칠각형의 내각의 크기의 합은

$180^\circ \times (7-2)=900^\circ$

이므로

$3x+115+(4x-30)+120+130+135+150=900$

$7x=280 \quad \therefore x=40$ 답 ①

355 사각형의 내각의 크기의 합은 360°이므로 사각형 ABCD에서

$\angle ABC+\angle ADC=360^\circ-(135^\circ+65^\circ)$

$=160^\circ$ … 1단계

$\therefore \angle ABE+\angle ADE=\frac{1}{2}(\angle ABC+\angle ADC)$

$=\frac{1}{2}\times 160^\circ$

$=80^\circ$ … 2단계

따라서 사각형 ABED에서

$\angle x=360^\circ-(135^\circ+80^\circ)=145^\circ$ … 3단계

답 145°

단계	채점 요소	비율
1	$\angle ABC+\angle ADC$의 크기 구하기	30 %
2	$\angle ABE+\angle ADE$의 크기 구하기	30 %
3	$\angle x$의 크기 구하기	40 %

356 $\overline{EF}$를 그으면 육각형의 내각의 크기의 합은

$180^\circ \times (6-2)=720^\circ$

이므로

$\angle GFE+\angle GEF$

$=720^\circ-(45^\circ+110^\circ+135^\circ+100^\circ+125^\circ+60^\circ)$

$=145^\circ$

따라서 $\triangle FGE$에서

$\angle x=180^\circ-145^\circ=35^\circ$ 답 ②

유형 072 다각형의 외각의 크기 구하기 본책 79쪽

(1) 다각형의 한 꼭짓점에서 내각의 크기와 외각의 크기의 합은 180°이다.

(2) 다각형의 외각의 크기의 합은 항상 360°이다.

357 다각형의 외각의 크기의 합은 360°이므로

$\angle x+(180^\circ-113^\circ)+63^\circ+\angle y+90^\circ=360^\circ$

$\therefore \angle x+\angle y=140^\circ$ 답 ①

358 다각형의 외각의 크기의 합은 360°이므로

$47^\circ+(180^\circ-95^\circ)+63^\circ+(180^\circ-\angle x)$

$+(180^\circ-102^\circ)+51^\circ$

$=360^\circ$

$\therefore \angle x=144^\circ$ 답 ③

359 삼각형의 외각의 크기의 합은 360°이므로 가장 작은 외각의 크기는

$$360^\circ \times \frac{3}{3+4+5} = 90^\circ$$

따라서 가장 큰 내각의 크기는

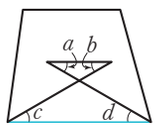
$$180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$$

답 90°

유형 073 다각형의 내각의 크기의 합의 활용 본책 80쪽

오른쪽 그림과 같이 보조선을 그으면 맞꼭지각의 크기가 서로 같으므로

$$\angle a + \angle b = \angle c + \angle d$$



360 오른쪽 그림과 같이 보조선을 그으면

$$\angle a + \angle b = \angle x + \angle y$$

오각형의 내각의 크기의 합은

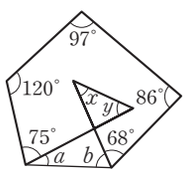
$$180^\circ \times (5-2) = 540^\circ$$

이므로

$$(\angle a + 75^\circ) + (\angle b + 68^\circ) + 86^\circ + 97^\circ + 120^\circ = 540^\circ$$

$$\therefore \angle a + \angle b = 94^\circ$$

$$\therefore \angle x + \angle y = \angle a + \angle b = 94^\circ$$



답 ③

361 오른쪽 그림과 같이 보조선을 그으면

$$\angle a + \angle b = 30^\circ + 50^\circ = 80^\circ$$

오각형의 내각의 크기의 합은

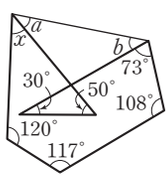
$$180^\circ \times (5-2) = 540^\circ$$

이므로

$$(\angle x + \angle a) + 120^\circ + 117^\circ + 108^\circ + (\angle b + 73^\circ) = 540^\circ$$

$$\angle x + 80^\circ + 418^\circ = 540^\circ$$

$$\therefore \angle x = 42^\circ$$



답 ④

362 오른쪽 그림과 같이 보조선을 그으면

$$\angle g + \angle h = \angle k + \angle l,$$

$$\angle i + \angle j = \angle m + \angle n \quad \cdots \text{1단계}$$

육각형의 내각의 크기의 합은

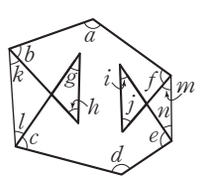
$$180^\circ \times (6-2) = 720^\circ$$

이므로

$$\angle a + \angle b + \angle c + \angle d + \angle e + \angle f + \angle g + \angle h + \angle i + \angle j$$

$$= \angle a + \angle b + \angle c + \angle d + \angle e + \angle f + \angle k + \angle l + \angle m + \angle n$$

$$= 720^\circ \quad \cdots \text{2단계}$$



답 720°

단계	채점 요소	비율
1	보조선을 긋고 $\angle g+\angle h$, $\angle i+\angle j$와 각각 크기가 같은 각 찾기	50 %
2	$\angle a+\angle b+\angle c+\angle d+\angle e+\angle f+\angle g+\angle h+\angle i+\angle j$의 크기 구하기	50 %

363 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BE}$와 $\overline{CD}$를 그으면

$$\angle GCD + \angle GDC$$

$$= \angle GBE + \angle GEB$$

이때 $\triangle FCD$에서

$$80^\circ + \angle c + \angle GCD + \angle GDC + \angle d = 180^\circ$$

이므로

$$\angle c + \angle GBE + \angle GEB + \angle d = 100^\circ$$

한편 $\triangle ABE$에서

$$\angle a + \angle ABE + \angle AEB = 180^\circ$$

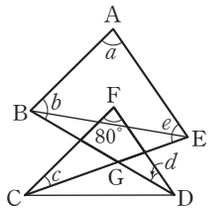
이므로

$$\angle a + \angle b + \angle c + \angle d + \angle e$$

$$= \angle a + \angle ABE + \angle GBE + \angle c + \angle d + \angle GEB + \angle AEB$$

$$= \angle a + \angle ABE + \angle AEB + \angle c + \angle GBE + \angle GEB + \angle d$$

$$= 180^\circ + 100^\circ = 280^\circ$$



답 280°

다른 풀이 $\triangle FHD$에서

$$\angle CHG = \angle d + 80^\circ$$

$\triangle HCG$에서

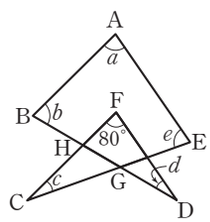
$$\angle BGE = \angle c + \angle d + 80^\circ$$

사각형의 내각의 크기의 합은 360°이므로

$$\angle a + \angle b + (\angle c + \angle d + 80^\circ) + \angle e$$

$$= 360^\circ$$

$$\therefore \angle a + \angle b + \angle c + \angle d + \angle e = 280^\circ$$



유형 074 삼각형의 외각의 성질을 이용하여 각의 크기 구하기 본책 81쪽

복잡한 도형에서 각의 크기를 구할 때는 다음 성질을 이용한다.

(1) 삼각형의 한 외각의 크기는 그와 이웃하지 않는 두 내각의 크기의 합과 같다.

(2) n각형의 내각의 크기의 합은 $180^\circ \times (n-2)$이다.

(3) n각형의 외각의 크기의 합은 360°이다.

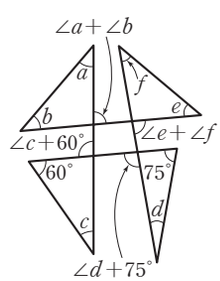
364 오른쪽 그림에서

$$(\angle a + \angle b) + (\angle c + 60^\circ) + (\angle d + 75^\circ) + (\angle e + \angle f)$$

$$= (\text{사각형의 외각의 크기의 합})$$

$$= 360^\circ$$

$$\therefore \angle a + \angle b + \angle c + \angle d + \angle e + \angle f = 225^\circ$$



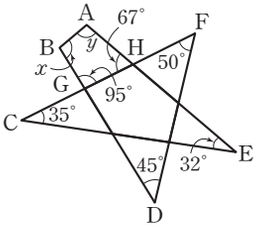
답 ②

365 △CEH에서

$\angle AHG=35^\circ+32^\circ=67^\circ$ … 1단계

△DFG에서

$\angle BGH=45^\circ+50^\circ=95^\circ$ … 2단계



사각형의 내각의 크기의 합은 360°이므로

$\angle x+\angle y+95^\circ+67^\circ=360^\circ$

$\therefore \angle x+\angle y=198^\circ$ … 3단계

답 198°

단계	채점 요소	비율
1	$\angle AHG$의 크기 구하기	30 %
2	$\angle BGH$의 크기 구하기	30 %
3	$\angle x+\angle y$의 크기 구하기	40 %

366 △ABH에서

$\angle GHE=\angle a+\angle b$

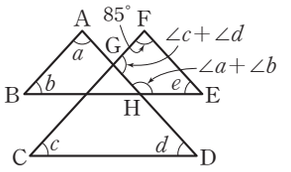
△GCD에서

$\angle FGH=\angle c+\angle d$

사각형의 내각의 크기의 합은 360°이므로

$(\angle a+\angle b)+(\angle c+\angle d)+\angle e+85^\circ=360^\circ$

$\therefore \angle a+\angle b+\angle c+\angle d+\angle e=275^\circ$ 답 ④



367 오른쪽 그림에서

$\angle u=\angle a+\angle b$,

$\angle v=\angle c+\angle d$,

$\angle w=\angle e+\angle f$,

$\angle x=\angle g+\angle h$,

$\angle y=\angle i+\angle j$,

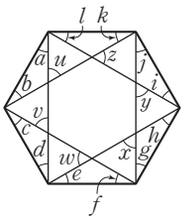
$\angle z=\angle k+\angle l$

육각형의 외각의 크기의 합은 360°이므로

$\angle u+\angle v+\angle w+\angle x+\angle y+\angle z=360^\circ$

$\therefore \angle a+\angle b+\angle c+\angle d+\angle e+\angle f+\angle g+\angle h$
$+\angle i+\angle j+\angle k+\angle l$
$=\angle u+\angle v+\angle w+\angle x+\angle y+\angle z$
$=360^\circ$

답 360°

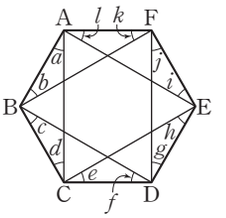


다른 풀이 육각형의 내각의 크기의 합은

$180^\circ\times(6-2)=720^\circ$

따라서 오른쪽 그림에서

$\angle a+\angle b+\angle c+\angle d$
$+\angle e+\angle f+\angle g+\angle h$
$+\angle i+\angle j+\angle k+\angle l$
$=$(육각형의 내각의 크기의 합)
$-$(△ACE의 내각의 크기의 합)
$-$(△BDF의 내각의 크기의 합)
$=720^\circ-180^\circ-180^\circ=360^\circ$



유형 075 정다각형의 한 내각의 크기와 한 외각의 크기 본책 81쪽

(1) 정n각형의 한 내각의 크기 ➡ $\dfrac{180^\circ\times(n-2)}{n}$

(2) 정n각형의 한 외각의 크기 ➡ $\dfrac{360^\circ}{n}$

368 ① 내각의 크기의 합은

$180^\circ\times(10-2)=1440^\circ$

② 한 내각의 크기는 $\dfrac{180^\circ\times(10-2)}{10}=144^\circ$

③ 한 외각의 크기는 $\dfrac{360^\circ}{10}=36^\circ$

④ 대각선의 개수는 $\dfrac{10\times(10-3)}{2}=35$

⑤ 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수는

$10-3=7$

따라서 옳지 않은 것은 ④이다. 답 ④

369 △BAC에서 $\overline{BA}=\overline{BC}$이므로

$\angle BAC=\angle BCA=15^\circ$

$\therefore \angle ABC=180^\circ-(15^\circ+15^\circ)=150^\circ$

따라서 타일의 원래 모양이 정n각형이라 하면

$\dfrac{180^\circ\times(n-2)}{n}=150^\circ$

$180^\circ\times n-360^\circ=150^\circ\times n$

$30^\circ\times n=360^\circ$

$\therefore n=12$

즉 타일의 원래 모양은 정십이각형이다. 답 ②

370 다각형의 외각의 크기의 합은 360°이므로 주어진 정다각형의 내각의 크기의 합은

$2700^\circ-360^\circ=2340^\circ$

주어진 정다각형을 정n각형이라 하면

$180^\circ\times(n-2)=2340^\circ$

$n-2=13$ $\therefore n=15$

따라서 정십오각형의 한 내각의 크기는

$\dfrac{2340^\circ}{15}=156^\circ$ 답 ②

371 한 내각의 크기와 한 외각의 크기의 비가 9 : 1이므로 주어진 정다각형의 한 외각의 크기는

$180^\circ\times\dfrac{1}{9+1}=18^\circ$

주어진 정다각형을 정n각형이라 하면

$\dfrac{360^\circ}{n}=18^\circ$ $\therefore n=20$

따라서 정이십각형의 대각선의 개수는

$\dfrac{20\times(20-3)}{2}=170$ 답 170

유형 076 정다각형의 한 내각의 크기의 활용 ; 정삼각형, 정사각형

본책 82쪽

(1) 정삼각형 ABC에 대하여
① $\angle A=\angle B=\angle C=60^\circ$
② $\overline{AB}=\overline{BC}=\overline{CA}$
(2) 정사각형 ABCD에 대하여
① $\angle A=\angle B=\angle C=\angle D=90^\circ$
② $\overline{AB}=\overline{BC}=\overline{CD}=\overline{DA}$

372 $\angle EBC=\angle ABC-\angle ABE=90^\circ-60^\circ=30^\circ$
이때 $\triangle EBC$는 $\overline{BC}=\overline{BE}$인 이등변삼각형이므로
$\angle BCE=\frac{1}{2}\times(180^\circ-30^\circ)=75^\circ$
$\therefore \angle x=\angle BCD-\angle BCE=90^\circ-75^\circ=15^\circ$ 답 ②

373 $\triangle ABD$와 $\triangle BCE$에서
$\overline{AB}=\overline{BC}$, $\overline{AD}=\overline{BE}$, $\angle BAD=\angle CBE=60^\circ$
이므로
$\triangle ABD\equiv\triangle BCE$ (SAS 합동) … 1단계
$\therefore \angle ABD=\angle BCE$
따라서 $\triangle BCF$에서
$\angle x=\angle FBC+\angle FCB$
$=\angle FBC+\angle ABD$
$=\angle ABC=60^\circ$ … 2단계
답 60°

단계	채점 요소	비율
1	$\triangle ABD\equiv\triangle BCE$임을 알기	50 %
2	$\angle x$의 크기 구하기	50 %

374 $\angle ABC=\angle ABE+\angle EBC=60^\circ+90^\circ=150^\circ$
$\triangle ABC$는 $\overline{AB}=\overline{BC}$인 이등변삼각형이므로
$\angle BAC=\frac{1}{2}\times(180^\circ-150^\circ)=15^\circ$
따라서 $\triangle ABF$에서
$\angle x=180^\circ-(\angle ABF+\angle BAF)$
$=180^\circ-(60^\circ+15^\circ)=105^\circ$ 답 105°

유형 077 정다각형의 한 내각의 크기의 활용 ; 정오각형, 정육각형, 정팔각형

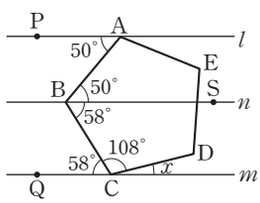
본책 82쪽

정n각형에서 내각을 이용하여 각의 크기를 구할 때 다음을 이용한다.
(1) 모든 변의 길이가 같다.
(2) 한 내각의 크기는 $\frac{180^\circ\times(n-2)}{n}$이다.

375 정오각형의 한 내각의 크기는
$\frac{180^\circ\times(5-2)}{5}=108^\circ$
$\triangle ABE$는 $\overline{AB}=\overline{AE}$인 이등변삼각형이므로
$\angle ABE=\frac{1}{2}\times(180^\circ-108^\circ)=36^\circ$
$\triangle BCD$는 $\overline{BC}=\overline{CD}$인 이등변삼각형이므로
$\angle CBD=\frac{1}{2}\times(180^\circ-108^\circ)=36^\circ$
$\therefore \angle x=108^\circ-(36^\circ+36^\circ)=36^\circ$
한편 $\angle CDB=\angle CBD=36^\circ$이고
$\triangle CDE$는 $\overline{CD}=\overline{DE}$인 이등변삼각형이므로
$\angle ECD=\frac{1}{2}\times(180^\circ-108^\circ)=36^\circ$
따라서 $\triangle FCD$에서 $\angle y=36^\circ+36^\circ=72^\circ$
$\therefore \angle x+\angle y=36^\circ+72^\circ=108^\circ$ 답 ④

376 정사각형의 한 내각의 크기는 90°
정오각형의 한 내각의 크기는
$\frac{180^\circ\times(5-2)}{5}=108^\circ$
정육각형의 한 내각의 크기는
$\frac{180^\circ\times(6-2)}{6}=120^\circ$
따라서 $\angle x+120^\circ+90^\circ+108^\circ=360^\circ$이므로
$\angle x=42^\circ$ 답 ⑤

377 정오각형의 한 내각의 크기는
$\frac{180^\circ\times(5-2)}{5}=108^\circ$
오른쪽 그림과 같이 점 B를 지나고 두 직선 l, m에 평행한 직선 n을 그으면



$\angle ABS=\angle PAB=50^\circ$
$\therefore \angle BCQ=\angle SBC$
$=108^\circ-50^\circ=58^\circ$
따라서 $58^\circ+108^\circ+\angle x=180^\circ$이므로
$\angle x=14^\circ$ 답 ③

378 정팔각형의 한 내각의 크기는
$\frac{180^\circ\times(8-2)}{8}=135^\circ$ … 1단계
$\triangle ABH$는 $\overline{AB}=\overline{AH}$인 이등변삼각형이므로
$\angle AHB=\frac{1}{2}\times(180^\circ-135^\circ)=22.5^\circ$
$\triangle AGH$는 $\overline{AH}=\overline{HG}$인 이등변삼각형이므로
$\angle HAG=\frac{1}{2}\times(180^\circ-135^\circ)=22.5^\circ$ … 2단계
따라서 $\triangle AIH$에서
$\angle AIH=180^\circ-(22.5^\circ+22.5^\circ)=135^\circ$
$\therefore \angle x=\angle AIH=135^\circ$ … 3단계
답 135°

단계	채점 요소	비율
1	정팔각형의 한 내각의 크기 구하기	20 %
2	$\angle AHB$, $\angle HAG$의 크기 구하기	50 %
3	$\angle x$의 크기 구하기	30 %

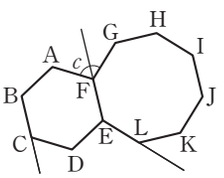
유형 078 정다각형의 한 외각의 크기의 활용 본책 83쪽

정n각형에서 외각을 이용하여 각의 크기를 구할 때 정n각형의 한 외각의 크기는 $\frac{360^\circ}{n}$임을 이용한다.

379 ① $\angle a=\frac{360^\circ}{6}=60^\circ$

② $\angle b=\frac{180^\circ\times(6-2)}{6}=120^\circ$

③ 오른쪽 그림에서 $\angle c$의 크기는 정육각형의 한 외각의 크기와 정팔각형의 한 외각의 크기의 합과 같으므로



$$\angle c=\frac{360^\circ}{6}+\frac{360^\circ}{8}$$
$$=60^\circ+45^\circ=105^\circ$$

④ $\angle d=\frac{180^\circ\times(8-2)}{8}=135^\circ$

⑤ $\angle e=\frac{360^\circ}{8}=45^\circ$

따라서 옳지 않은 것은 ③이다. 답 ③

380 $\angle DEF$는 정육각형의 한 내각이므로

$$\angle x=\frac{180^\circ\times(6-2)}{6}=120^\circ$$

$\angle DEG$와 $\angle EDG$는 정육각형의 한 외각이므로

$$\angle DEG=\angle EDG=\frac{360^\circ}{6}=60^\circ$$

따라서 $\triangle EDG$에서

$$\angle y=180^\circ-(60^\circ+60^\circ)=60^\circ$$
$$\therefore \angle x+\angle y=120^\circ+60^\circ=180^\circ$$ 답 180°

381 $\angle x$의 크기는 정팔각형의 한 외각의 크기와 정오각형의 한 외각의 크기의 합과 같으므로

$$\angle x=\frac{360^\circ}{8}+\frac{360^\circ}{5}=45^\circ+72^\circ=117^\circ$$

이때

$$\angle LAH=\frac{360^\circ}{8}=45^\circ,$$

$$\angle LIH=\frac{360^\circ}{5}=72^\circ$$

이고 사각형의 내각의 크기의 합은 360°이므로 사각형 AHIL에서

$$\angle y=360^\circ-(117^\circ+45^\circ+72^\circ)=126^\circ$$
$$\therefore \angle y-\angle x=126^\circ-117^\circ=9^\circ$$ 답 9°

만점 유형 도전하기 본책 84~85쪽

382 전략 정n각형의 한 내각의 크기는 $\frac{180^\circ\times(n-2)}{n}$, 한 외각의 크기는 $\frac{360^\circ}{n}$이다.

하준: 한 꼭짓점에서의 외각의 크기가 48°이면 그 꼭짓점에서의 내각의 크기는

$$180^\circ-48^\circ=132^\circ$$

시우: 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수가 5인 다각형을 n각형이라 하면

$$n-3=5 \quad \therefore n=8$$

따라서 팔각형의 대각선의 개수는

$$\frac{8\times(8-3)}{2}=20$$

준서: 내각의 크기의 합이 720°인 다각형을 n각형이라 하면

$$180^\circ\times(n-2)=720^\circ$$
$$n-2=4 \quad \therefore n=6$$

즉 육각형이다.

다온: 한 내각의 크기가 160°인 정다각형을 정n각형이라 하면

$$\frac{180^\circ\times(n-2)}{n}=160^\circ$$
$$180^\circ\times n-360^\circ=160^\circ\times n$$
$$20^\circ\times n=360^\circ \quad \therefore n=18$$

즉 정십팔각형이다.

윤우: 한 외각의 크기가 30°인 정다각형을 정n각형이라 하면

$$\frac{360^\circ}{n}=30^\circ \quad \therefore n=12$$

즉 정십이각형이다.

따라서 잘못 말한 사람은 준서, 윤우이다. 답 풀이 참조

383 전략 정n각형의 한 외각의 크기를 n에 대한 식으로 나타낸다.

정n각형의 한 외각의 크기는 $\frac{360^\circ}{n}$이므로

$$x=\frac{360}{n}$$

따라서 x가 자연수가 되려면 n은 360의 약수이어야 한다.

이때 $360=2^3\times3^2\times5$이므로 360의 약수의 개수는

$$(3+1)\times(2+1)\times(1+1)=24$$

그런데 $n\geq3$이므로 $n=1$과 $n=2$일 때는 제외해야 한다.

따라서 조건을 만족시키는 자연수 n의 개수는

$$24-2=22$$

즉 구하는 정다각형의 개수는 22이다. 답 22

384 전략 먼저 $\angle ABC+\angle ACB$의 크기를 구한다.

$\triangle ABC$에서

$$\angle ABC+\angle ACB=180^\circ-54^\circ=126^\circ$$

$\therefore \angle RBC+\angle RCB=\frac{1}{3}(\angle ABC+\angle ACB)$

$=\frac{1}{3}\times 126^\circ=42^\circ$,

$\angle PBC+\angle PCB=\frac{2}{3}(\angle ABC+\angle ACB)$

$=\frac{2}{3}\times 126^\circ=84^\circ$

따라서 $\triangle RBC$에서

$\angle BRC=180^\circ-(\angle RBC+\angle RCB)$

$=180^\circ-42^\circ$

$=138^\circ$

$\therefore \angle QRS=\angle BRC=138^\circ$

또 $\triangle PBC$에서

$\angle BPC=180^\circ-(\angle PBC+\angle PCB)$

$=180^\circ-84^\circ$

$=96^\circ$

따라서 사각형 PQRS에서

$\angle x+\angle y=360^\circ-(138^\circ+96^\circ)=126^\circ$ 답 126°

385 전략 n각형의 내각의 크기의 합은 $180^\circ\times(n-2)$임을 이용한다.

$\angle FAG=\angle GAB=\angle a$, $\angle BCH=\angle HCD=\angle b$, $\angle CDH=\angle HDE=\angle c$, $\angle AFG=\angle GFE=\angle d$라 하면 육각형의 내각의 크기의 합은

$180^\circ\times(6-2)=720^\circ$

이므로

$2\angle a+125^\circ+2\angle b+2\angle c+115^\circ+2\angle d=720^\circ$

$2\angle a+2\angle b+2\angle c+2\angle d=480^\circ$

$\therefore \angle a+\angle b+\angle c+\angle d=240^\circ$

이때 $\triangle HCD$에서

$\angle x+\angle b+\angle c=180^\circ$

$\therefore \angle x=180^\circ-\angle b-\angle c$

또 $\triangle AGF$에서

$\angle y+\angle a+\angle d=180^\circ$

$\therefore \angle y=180^\circ-\angle a-\angle d$

$\therefore \angle x+\angle y$

$=(180^\circ-\angle b-\angle c)+(180^\circ-\angle a-\angle d)$

$=360^\circ-(\angle a+\angle b+\angle c+\angle d)$

$=360^\circ-240^\circ=120^\circ$ 답 120°

386 전략 정n각형의 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수는 $n-3$, 내각의 크기의 합은 $180^\circ\times(n-2)$임을 이용한다.

세 정다각형 A, B, C를 각각 정a각형, 정b각형, 정c각형이라 하자.

세 정다각형 A, B, C의 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수를 각각 k, $2k$, $4k$라 하면

$a-3=k$, $b-3=2k$, $c-3=4k$

$\therefore a=k+3$, $b=2k+3$, $c=4k+3$ …… ㉠

세 정다각형의 내각의 크기의 합을 모두 더하면 4320°이므로

$180^\circ\times(a-2)+180^\circ\times(b-2)+180^\circ\times(c-2)=4320^\circ$

$(a-2)+(b-2)+(c-2)=24$

$\therefore a+b+c=30$

이때 ㉠에서 $(k+3)+(2k+3)+(4k+3)=30$

$7k=21$ $\therefore k=3$

$\therefore a=6$, $b=9$, $c=15$

따라서 A, B, C는 각각 정육각형, 정구각형, 정십오각형이므로

$\angle x=\frac{360^\circ}{6}=60^\circ$, $\angle y=\frac{360^\circ}{9}=40^\circ$, $\angle z=\frac{360^\circ}{15}=24^\circ$

$\therefore \angle x+\angle y-\angle z=60^\circ+40^\circ-24^\circ=76^\circ$ 답 76°

387 전략 $\triangle GBC$가 정삼각형임을 이용한다.

$\overline{GB}=\overline{AB}$, $\overline{GC}=\overline{DC}$이므로 $\triangle GBC$는 정삼각형이다.

$\therefore \angle GBC=60^\circ$

이때 $\angle ABH=\angle HBG$ (접은 각)이고 $\angle ABC=90^\circ$이므로

$\angle HBG=\frac{1}{2}\times(90^\circ-60^\circ)=15^\circ$

또 $\angle HGB=\angle HAB=90^\circ$이므로 $\triangle HBG$에서

$\angle x=180^\circ-(15^\circ+90^\circ)=75^\circ$

한편 $\angle IGC=\angle IDC=90^\circ$이므로

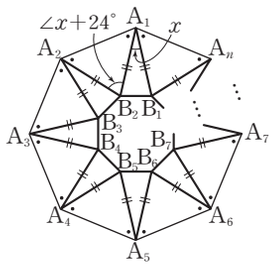
$\angle y+\angle HGB+\angle BGC+\angle CGI=360^\circ$에서

$\angle y+90^\circ+60^\circ+90^\circ=360^\circ$ $\therefore \angle y=120^\circ$

답 $\angle x=75^\circ$, $\angle y=120^\circ$

388 전략 점 A_1, A_2, …, A_n을 이은 도형이 정다각형임을 이용한다.

오른쪽 그림과 같이 점 A_1, A_2, …, A_n을 이은 도형은 정n각형이다.



$\angle B_2A_1B_1=\angle x$라 하면

$\angle A_1B_2A_2=\angle x+24^\circ$

$\triangle A_1A_2B_2$는 $\overline{B_2A_1}=\overline{B_2A_2}$인 이등변삼각형이므로

$\angle B_2A_1A_2=\angle B_2A_2A_1$

$=\frac{1}{2}\times\{180^\circ-(\angle x+24^\circ)\}$

$=78^\circ-\frac{1}{2}\angle x$

마찬가지로 $\angle B_1A_1A_n=78^\circ-\frac{1}{2}\angle x$이므로 정$n$각형의 한 내각의 크기는

$\angle B_2A_1A_2+\angle B_2A_1B_1+\angle B_1A_1A_n$

$=\left(78^\circ-\frac{1}{2}\angle x\right)+\angle x+\left(78^\circ-\frac{1}{2}\angle x\right)$

$=156^\circ$

따라서 $\frac{180^\circ\times(n-2)}{n}=156^\circ$이므로

$180^\circ\times n-360^\circ=156^\circ\times n$

$24^\circ\times n=360^\circ$ $\therefore n=15$ 답 15

다른 풀이 $\angle A_1B_1B_2=\angle A_1B_2B_1=\angle a$라 하면 $\triangle A_1B_2B_1$에서

$\angle B_2A_1B_1=180^\circ-2\angle a$

$\therefore \angle A_1B_2A_2=\angle B_2A_1B_1+24^\circ$

$=(180^\circ-2\angle a)+24^\circ$

$=204^\circ-2\angle a$

이때 $\angle B_1B_2B_3+\angle a+(204^\circ-2\angle a)+\angle a=360^\circ$이므로

$\angle B_1B_2B_3=156^\circ$

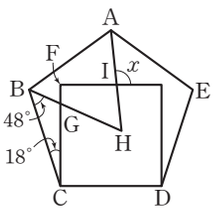
따라서 $\frac{180^\circ\times(n-2)}{n}=156^\circ$이므로 $n=15$

389 전략 정다각형의 한 내각의 크기를 이용한다.

정오각형의 한 내각의 크기는

$\frac{180^\circ\times(5-2)}{5}=108^\circ$

이므로 오른쪽 그림에서



$\angle CBG=108^\circ-60^\circ=48^\circ$

$\angle BCG=108^\circ-90^\circ=18^\circ$

따라서 $\triangle BCG$에서

$\angle BGC=180^\circ-(48^\circ+18^\circ)=114^\circ$

$\therefore \angle FGH=\angle BGC=114^\circ$

이때 $\angle GFI=90^\circ$, $\angle GHI=60^\circ$이므로 사각형 FGHI에서

$\angle FIH=360^\circ-(90^\circ+60^\circ+114^\circ)=96^\circ$

$\therefore \angle x=\angle FIH=96^\circ$ 답 96°

시험 만점 완성하기

본책 86~89쪽

390 전략 n각형의 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수는 $n-3$, n각형의 대각선의 개수는 $\frac{n(n-3)}{2}$이다.

십일각형의 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수는

$11-3=8$ $\therefore a=8$

꼭짓점의 개수가 14인 다각형은 십사각형이고 십사각형의 대각선의 개수는

$\frac{14\times(14-3)}{2}=77$ $\therefore b=77$

$\therefore a+b=8+77=85$ 답 ②

391 전략 삼각형의 세 내각의 크기의 합은 180°임을 이용한다.

$\angle ABC+\angle ACB=180^\circ-40^\circ=140^\circ$

이때 $\angle ABC:\angle ACB=3:4$이므로

$\angle ABC=140^\circ\times\frac{3}{3+4}=60^\circ$,

$\angle ACB=140^\circ\times\frac{4}{3+4}=80^\circ$

따라서

$\angle x=180^\circ-60^\circ=120^\circ$, $\angle y=180^\circ-80^\circ=100^\circ$

이므로 $\angle x-\angle y=120^\circ-100^\circ=20^\circ$ 답 ③

392 전략 삼각형의 한 외각의 크기는 그와 이웃하지 않는 두 내각의 크기의 합과 같음을 이용한다.

$\triangle ACD$에서

$\angle y=58^\circ+30^\circ=88^\circ$

따라서 $\triangle FDE$에서

$\angle x=180^\circ-(88^\circ+42^\circ)=50^\circ$

$\therefore \angle y-\angle x=88^\circ-50^\circ=38^\circ$

답 ④

다른 풀이 $\triangle BCE$에서

$\angle ABF=58^\circ+42^\circ=100^\circ$

$\therefore \angle x=\angle AFB=180^\circ-(30^\circ+100^\circ)=50^\circ$

393 전략 삼각형의 한 외각의 크기는 그와 이웃하지 않는 두 내각의 크기의 합과 같음을 이용한다.

$\triangle ABC$에서

$\angle BAC=180^\circ-(62^\circ+55^\circ)=63^\circ$

$\angle BAD=2\angle DAC$이므로

$\angle DAC=\frac{1}{3}\angle BAC=\frac{1}{3}\times63^\circ=21^\circ$

따라서 $\triangle ADC$에서

$\angle x=21^\circ+55^\circ=76^\circ$

답 ①

다른 풀이 $\angle BAD=\frac{2}{3}\angle BAC=\frac{2}{3}\times63^\circ=42^\circ$

따라서 $\triangle ABD$에서

$\angle x=180^\circ-(42^\circ+62^\circ)=76^\circ$

394 전략 먼저 $\angle DCB$의 크기를 구한다.

$\triangle DBC$에서

$71^\circ+\angle DCB=95^\circ$ $\therefore \angle DCB=24^\circ$

$\therefore \angle ACD=\angle DCB=24^\circ$

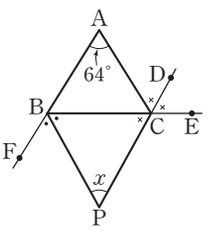
따라서 $\triangle ADC$에서

$\angle x=71^\circ-24^\circ=47^\circ$ 답 ④

395 전략 먼저 $\angle ABC+\angle ACB$의 크기를 구한다.

$\angle ABC+\angle ACB=180^\circ-64^\circ=116^\circ$

이므로 오른쪽 그림에서



$\angle FBC+\angle ACE$

$=(180^\circ-\angle ABC)$

$+(180^\circ-\angle ACB)$

$=360^\circ-(\angle ABC+\angle ACB)$

$=360^\circ-116^\circ$

$=244^\circ$

이때 $\angle BCP=\angle DCE$이므로

$\angle CBP+\angle BCP=\frac{1}{2}(\angle FBC+\angle ACE)$

$=\frac{1}{2}\times244^\circ$

$=122^\circ$

따라서 △BPC에서

$\angle x=180^\circ-(\angle CBP+\angle BCP)$

$=180^\circ-122^\circ=58^\circ$ 답 ④

396 전략 먼저 $\angle DCF$의 크기를 구한다.

△DBC에서 $\overline{BC}=\overline{CD}$이므로

$\angle D=\angle B=36^\circ$

$\therefore \angle DCF=36^\circ+36^\circ=72^\circ$

즉 $\angle ACF=2\angle DCF=2\times72^\circ=144^\circ$이므로 △ABC에서

$\angle x=144^\circ-36^\circ=108^\circ$

따라서 $\angle DAC=180^\circ-108^\circ=72^\circ$이므로

$\angle EAC=\frac{1}{2}\angle DAC=\frac{1}{2}\times72^\circ=36^\circ$

△EAC에서 $\angle y=180^\circ-(36^\circ+72^\circ)=72^\circ$

$\therefore \angle x-\angle y=108^\circ-72^\circ=36^\circ$

답 ③

다른 풀이 $\angle y=90^\circ-\frac{1}{2}\times36^\circ=72^\circ$

397 전략 $\angle CAF$와 $\angle CFA$의 크기를 각각 $\angle x$의 크기에 대한 식으로 나타낸다.

△BCD에서 $\overline{CD}=\overline{BD}$이므로

$\angle CBD=\angle C=\angle x$

$\therefore \angle BDE=\angle x+\angle x=2\angle x$

△BDE에서 $\overline{BD}=\overline{BE}$이므로

$\angle BED=\angle BDE=2\angle x$

△BCE에서

$\angle ABE=2\angle x+\angle x=3\angle x$

△ABE에서 $\overline{BE}=\overline{AE}$이므로

$\angle EAB=\angle EBA=3\angle x$

△ACE에서

$\angle AEF=3\angle x+\angle x=4\angle x$

△AEF에서 $\overline{AE}=\overline{AF}$이므로

$\angle F=\angle AEF=4\angle x$

이때 △ACF에서 $\overline{AC}=\overline{CF}$이므로

$\angle CAF=\angle F=4\angle x$

따라서 $4\angle x+\angle x+4\angle x=180^\circ$이므로

$9\angle x=180^\circ$ $\therefore \angle x=20^\circ$ 답 ③

398 전략 다각형의 외각의 크기의 합은 항상 360°이다.

다각형의 외각의 크기의 합은 360°이므로

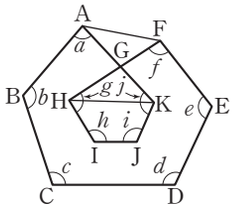
$(x+5)+45+80+(2x-30)+60+(3x-100)=360$

$6x=300$ $\therefore x=50$

답 ③

399 전략 보조선을 긋고 사각형과 육각형의 내각의 크기의 합을 이용한다.

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AF}$, $\overline{HK}$를 그으면



$\angle GHK+\angle GKH$

$=\angle FAG+\angle AFG$

이므로

$\angle a+\angle b+\angle c+\angle d$

$+\angle e+\angle f+\angle g+\angle h$

$+\angle i+\angle j$

$=$(사각형의 내각의 크기의 합)

$+$(육각형의 내각의 크기의 합)

$=360^\circ+180^\circ\times(6-2)$

$=360^\circ+720^\circ=1080^\circ$ 답 ⑤

400 전략 다각형의 외각의 크기의 합은 항상 360°이다.

$\angle a+\angle b+\angle c+\angle d+\angle e+\angle f+\angle g$

$=$(7개의 삼각형의 내각의 크기의 합)

$-$(칠각형의 외각의 크기의 합)$\times2$

$=180^\circ\times7-360^\circ\times2$

$=1260^\circ-720^\circ=540^\circ$ 답 ⑤

401 전략 정n각형의 한 내각의 크기는 $\frac{180^\circ\times(n-2)}{n}$, 한 외각의 크기는 $\frac{360^\circ}{n}$이다.

ㄱ. 정팔각형의 한 내각의 크기는

$\frac{180^\circ\times(8-2)}{8}=135^\circ$

이므로 한 외각의 크기는

$180^\circ-135^\circ=45^\circ$

따라서 정팔각형의 한 내각의 크기와 한 외각의 크기의 비는 $135:45$, 즉 $3:1$이다.

ㄴ. 정삼각형의 한 외각의 크기는 $\frac{360^\circ}{3}=120^\circ$

정육각형의 한 내각의 크기는 $\frac{180^\circ\times(6-2)}{6}=120^\circ$

따라서 정삼각형의 한 외각의 크기는 정육각형의 한 내각의 크기와 같다.

ㄷ. 정n각형의 한 외각의 크기는 $\frac{360^\circ}{n}$이므로 n의 값이 커질수록 한 외각의 크기는 작아진다.

즉 정다각형의 변의 개수가 많을수록 한 외각의 크기는 작아진다.

이상에서 옳은 것은 ㄴ, ㄷ이다. 답 ④

402 전략 정오각형은 모든 변의 길이가 같음을 이용한다.

정오각형의 한 내각의 크기는

$\frac{180^\circ\times(5-2)}{5}=108^\circ$

△ABC는 $\overline{AB}=\overline{BC}$인 이등변삼각형이므로

$\angle BCA=\frac{1}{2}\times(180^\circ-108^\circ)=36^\circ$

이때 정삼각형의 한 내각의 크기는 60°이므로

$\angle x=108^\circ-(36^\circ+60^\circ)=12^\circ$

한편 $\triangle CDE$는 $\overline{CD}=\overline{DE}$인 이등변삼각형이므로

$\angle CED=\frac{1}{2}\times(180^\circ-108^\circ)=36^\circ$

$\angle FDE=108^\circ-60^\circ=48^\circ$이고

$\triangle FDE$는 $\overline{DE}=\overline{DF}$인 이등변삼각형이므로

$\angle FED=\frac{1}{2}\times(180^\circ-48^\circ)=66^\circ$

$\therefore \angle y=66^\circ-36^\circ=30^\circ$

$\therefore \angle x+\angle y=12^\circ+30^\circ=42^\circ$ 답 ①

403 전략 정n각형의 한 내각의 크기는 $\frac{180^\circ\times(n-2)}{n}$, 한 외각의 크기는 $\frac{360^\circ}{n}$임을 이용한다.

정사각형의 한 내각의 크기는 90°

정오각형의 한 내각의 크기는

$\frac{180^\circ\times(5-2)}{5}=108^\circ$

정육각형의 한 내각의 크기는

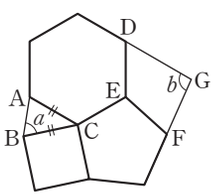
$\frac{180^\circ\times(6-2)}{6}=120^\circ$

따라서 오른쪽 그림에서

$\angle ACB$

$=360^\circ-(90^\circ+108^\circ+120^\circ)$

$=42^\circ$



이때 $\triangle ABC$는 $\overline{AC}=\overline{BC}$인 이등변삼각형이므로

$\angle a=\frac{1}{2}\times(180^\circ-42^\circ)=69^\circ$

한편 $\angle DEF$의 크기는 정오각형의 한 외각의 크기와 정육각형의 한 외각의 크기의 합과 같으므로

$\angle DEF=\frac{360^\circ}{5}+\frac{360^\circ}{6}$

$=72^\circ+60^\circ=132^\circ$

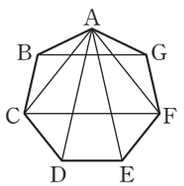
또 $\angle EFG=\frac{360^\circ}{5}=72^\circ$, $\angle EDG=\frac{360^\circ}{6}=60^\circ$이므로 사각형 DEFG에서

$\angle b=360^\circ-(132^\circ+72^\circ+60^\circ)=96^\circ$

$\therefore \angle a+\angle b=69^\circ+96^\circ=165^\circ$ 답 ③

404 전략 먼저 점 A를 한 꼭짓점으로 하여 만들 수 있는 이등변삼각형의 개수를 구한다.

꼭짓점 A에서 그은 선분의 길이가 같아지는 두 꼭짓점을 찾아 그 세 점으로 이등변삼각형을 만들면 오른쪽 그림과 같이 $\triangle ABG$, $\triangle ACF$, $\triangle ADE$의 3개이다.



같은 방법으로 꼭짓점 B, C, D, E, F, G에서 만들 수 있는 이등변삼각형은 각각 3개이므로 구하는 이등변삼각형의 개수는

$3\times7=21$ 답 21

405 전략 n각형의 대각선의 개수는 $\frac{n(n-3)}{2}$임을 이용한다.

조건 (가), (나)에서 변의 길이가 모두 같고 내각의 크기가 모두 같으므로 정다각형이다.

조건 (다)에서 구하는 정다각형을 정n각형이라 하면 대각선의 개수가 104이므로

$\frac{n(n-3)}{2}=104$, $n(n-3)=208=16\times13$

$\therefore n=16$

따라서 정십육각형이다. 답 정십육각형

406 전략 삼각형의 세 내각의 크기의 합은 180°임을 이용한다.

$\triangle OAB$, $\triangle OBC$, $\triangle OCA$가 각각

$\overline{OA}=\overline{OB}$, $\overline{OB}=\overline{OC}$, $\overline{OC}=\overline{OA}$

인 이등변삼각형이므로

$\angle OAB=\angle OBA=38^\circ$,

$\angle OBC=\angle OCB=18^\circ$,

$\angle OCA=\angle OAC=\angle x$

따라서 $\triangle ABC$에서

$(38^\circ+\angle x)+(38^\circ+18^\circ)+(18^\circ+\angle x)=180^\circ$

$2\angle x=68^\circ$ $\therefore \angle x=34^\circ$ 답 34°

407 전략 $\triangle ABC$와 $\triangle DBC$에서 각각 삼각형의 내각과 외각 사이의 관계를 이용한다.

$\triangle ABC$에서 $\angle ABE=\angle y+2\angle DCE$이므로

$\angle DBE=\frac{1}{2}\angle y+\angle DCE$ …… ㉠

$\triangle DBC$에서

$\angle DBE=\angle x+\angle DCE$ …… ㉡

㉠, ㉡에서 $\frac{1}{2}\angle y=\angle x$

$\therefore 2\angle x-\angle y=0^\circ$ 답 0°

408 전략 보조선을 긋고 삼각형의 세 내각의 크기의 합이 180°임을 이용한다.

오른쪽 그림과 같이 $\overline{BD}$를 그으면

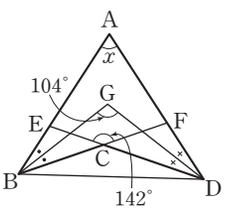
$\angle BCD=\angle ECF=142^\circ$이므로

$\triangle CBD$에서

$\angle CBD+\angle CDB$

$=180^\circ-142^\circ$

$=38^\circ$



$\angle ABG=\angle GBC=\angle a$, $\angle ADG=\angle GDC=\angle b$라 하면

$\triangle GBD$에서

$\angle a+\angle b=180^\circ-(104^\circ+38^\circ)=38^\circ$

따라서 $\triangle ABD$에서

$\angle x=180^\circ-\{2(\angle a+\angle b)+38^\circ\}$

$=180^\circ-(2\times38^\circ+38^\circ)$

$=66^\circ$

답 66°

409 전략 n각형의 내각의 크기의 합은 $180^\circ\times(n-2)$임을 이용한다.

오각형의 내각의 크기의 합은

$180^\circ\times(5-2)=540^\circ$

이므로

$\angle ABC+120^\circ+105^\circ+\angle AED+75^\circ=540^\circ$

$\therefore \angle ABC+\angle AED=240^\circ$

$\therefore \angle ABF+\angle AEF$

$=\frac{2}{2+1}\times(\angle ABC+\angle AED)$

$=\frac{2}{3}\times240^\circ=160^\circ$

이때 사각형 ABFE의 내각의 크기의 합은 360°이므로

$\angle x=360^\circ-(75^\circ+160^\circ)=125^\circ$ 답 125°

410 전략 합동인 두 삼각형의 대응변의 길이와 대응각의 크기는 각각 같음을 이용한다.

$\triangle ABC\equiv\triangle DEC$에서 $\angle ACB=\angle DCE$이므로

$\angle BCE+\angle x=\angle x+\angle ACD$

$\therefore \angle BCE=30^\circ$ … 1단계

$\triangle EBC$에서 $\overline{BC}=\overline{EC}$이므로

$\angle ABC=\frac{1}{2}\times(180^\circ-30^\circ)=75^\circ$ … 2단계

따라서 $\triangle ABC$에서

$\angle x=180^\circ-(50^\circ+75^\circ+30^\circ)=25^\circ$ … 3단계

답 25°

단계	채점 요소	배점
1	$\angle BCE$의 크기 구하기	2점
2	$\angle ABC$의 크기 구하기	2점
3	$\angle x$의 크기 구하기	2점

411 전략 삼각형의 한 외각의 크기는 그와 이웃하지 않는 두 내각의 크기의 합과 같음을 이용한다.

$\angle ABC=2\angle a$, $\angle ACB=2\angle b$, $\angle ACE=2\angle c$라 하면

$\triangle IBC$에서

$\angle a+\angle b=180^\circ-131^\circ=49^\circ$

이므로 $\triangle ABC$에서

$\angle x=180^\circ-(2\angle a+2\angle b)$

$=180^\circ-2(\angle a+\angle b)$

$=180^\circ-2\times49^\circ=82^\circ$ … 1단계

따라서 $\triangle ABC$에서 $\angle ACE=82^\circ+\angle ABC$이므로

$2\angle c=82^\circ+2\angle a$

$\therefore \angle c=41^\circ+\angle a$ …… ㉠

$\triangle DBC$에서 $\angle DCE=\angle y+\angle DBC$이므로

$\angle c=\angle y+\angle a$ …… ㉡

㉠, ㉡에서 $\angle y=41^\circ$ … 2단계

$\therefore \angle x+\angle y=82^\circ+41^\circ=123^\circ$ … 3단계

답 123°

단계	채점 요소	배점
1	$\angle x$의 크기 구하기	2점
2	$\angle y$의 크기 구하기	3점
3	$\angle x+\angle y$의 크기 구하기	1점

412 전략 $\angle x$, $\angle y$를 각각 내각 또는 외각으로 갖는 삼각형을 찾는다.

$\triangle BDF$에서

$\angle x=180^\circ-(50^\circ+45^\circ)$

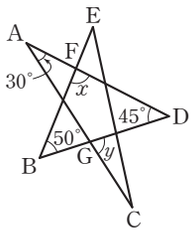
$=85^\circ$ … 1단계

$\triangle AGD$에서

$\angle y=30^\circ+45^\circ=75^\circ$ … 2단계

$\therefore \angle x-\angle y=85^\circ-75^\circ$

$=10^\circ$ … 3단계



답 10°

단계	채점 요소	배점
1	$\angle x$의 크기 구하기	1점
2	$\angle y$의 크기 구하기	2점
3	$\angle x-\angle y$의 크기 구하기	1점

413 전략 먼저 합동인 두 삼각형을 찾는다.

$\triangle AGF$와 $\triangle BHA$에서

$\overline{AF}=\overline{BA}$, $\overline{AG}=\overline{BH}$, $\angle GAF=\angle HBA$

이므로 $\triangle AGF\equiv\triangle BHA$ (SAS 합동) … 1단계

$\therefore \angle AFG=\angle BAH$

따라서 $\triangle AIF$에서

$\angle x=\angle IAF+\angle AFI$

$=\angle IAF+\angle BAH=\angle BAF$

이때 정육각형의 한 내각의 크기는

$\frac{180^\circ\times(6-2)}{6}=120^\circ$

이므로

$\angle x=\angle BAF=120^\circ$ … 2단계

답 120°

단계	채점 요소	배점
1	$\triangle AGF\equiv\triangle BHA$임을 알기	2점
2	$\angle x$의 크기 구하기	3점

다른 풀이 $\triangle AGF\equiv\triangle BHA$ (SAS 합동)이므로

$\angle AFG=\angle BAH$

$\triangle AGI$에서

$\angle AGI+\angle GAI=\angle AGF+\angle AFG$

$=180^\circ-120^\circ=60^\circ$

$\therefore \angle x=\angle AIG=180^\circ-(\angle AGI+\angle GAI)$

$=180^\circ-60^\circ=120^\circ$

05 원과 부채꼴

셀프 CHECK

본책 90~91쪽

A (1) $\angle AOB$에 대한 호는 $\overset{\frown}{AB}$이다.
(2) $\angle COD$에 대한 현은 $\overline{CD}$이다.
(3) $\overset{\frown}{BC}$에 대한 중심각은 $\angle BOC$이다.

답 (1) $\overset{\frown}{AB}$ (2) $\overline{CD}$ (3) $\angle BOC$

B (1) 호의 길이는 중심각의 크기에 정비례하므로
$40 : 80 = 5 : x$, $1 : 2 = 5 : x$ $\therefore x = 10$
(2) 부채꼴의 넓이는 중심각의 크기에 정비례하므로
$50 : 150 = x : 48$, $1 : 3 = x : 48$
$3x = 48$ $\therefore x = 16$
(3) 크기가 같은 중심각에 대한 현의 길이는 같으므로
$x = 8$

답 (1) 10 (2) 16 (3) 8

C (원의 둘레의 길이) $= 2\pi \times 3 = 6\pi$ (cm)
(원의 넓이) $= \pi \times 3^2 = 9\pi$ (cm^2)

답 6π cm, 9π cm^2

D (1) (호의 길이) $= 2\pi \times 6 \times \frac{60}{360} = 2\pi$ (cm)
(넓이) $= \pi \times 6^2 \times \frac{60}{360} = 6\pi$ (cm^2)
(2) (호의 길이) $= 2\pi \times 4 \times \frac{225}{360} = 5\pi$ (cm)
(넓이) $= \pi \times 4^2 \times \frac{225}{360} = 10\pi$ (cm^2)

답 (1) 2π cm, 6π cm^2 (2) 5π cm, 10π cm^2

E $\frac{1}{2} \times 8 \times 6\pi = 24\pi$ (cm^2)

답 24π cm^2

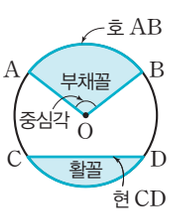
내신 유형 다지기

본책 92~103쪽

유형 079 원과 부채꼴

본책 92쪽

(1) 호 AB: 두 점 A, B를 양 끝 점으로 하는 원의 일부분 ➜ $\overset{\frown}{AB}$
(2) 호 AB에 대한 중심각 ➜ $\angle AOB$
(3) 현 CD: 원 위의 두 점 C, D를 이은 선분 ➜ $\overline{CD}$
(4) 부채꼴 AOB: 두 반지름 OA, OB와 호 AB로 이루어진 도형
(5) 활꼴: 현 CD와 호 CD로 이루어진 도형



414 ③ 두 점 A, C를 양 끝 점으로 하는 호는 $\overset{\frown}{AC}$와 $\overset{\frown}{ABC}$의 2개이다.
⑤ $\overline{BO} = \overline{CO}$이므로 $\overline{BO} = \overline{BC}$이면 $\triangle OBC$는 정삼각형이다.
따라서 부채꼴 BOC의 중심각의 크기는
$\angle BOC = 60^\circ$
따라서 옳지 않은 것은 ③이다.

답 ③

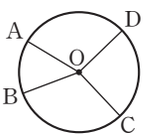
415 ㄴ. 원 위의 두 점을 양 끝 점으로 하는 원의 일부분은 호이다.
ㄷ. 한 원에서 부채꼴이면서 활꼴인 도형의 중심각의 크기는 180°이다.
이상에서 옳은 것은 ㄱ, ㄹ이다.

답 ㄱ, ㄹ

유형 080 중심각의 크기와 호의 길이

본책 92쪽

한 원에서 호의 길이는 중심각의 크기에 정비례하므로 비례식을 세워 호의 길이 또는 중심각의 크기를 구한다.
➜ $\overset{\frown}{AB} : \overset{\frown}{CD} = \angle AOB : \angle COD$



416 $45 : x = 3 : 4$이므로
$3x = 180$ $\therefore x = 60$
또 $45 : 135 = 3 : y$이므로
$1 : 3 = 3 : y$ $\therefore y = 9$

답 $x = 60$, $y = 9$

417 $(2x - 10) : (3x - 30) = 12 : 16$이므로
$(2x - 10) : (3x - 30) = 3 : 4$
$4(2x - 10) = 3(3x - 30)$
$8x - 40 = 9x - 90$ $\therefore x = 50$

답 ④

418 호의 길이를 x cm라 하면
$360 : 45 = 24 : x$, $8 : 1 = 24 : x$
$8x = 24$ $\therefore x = 3$
따라서 호의 길이는 3 cm이다.

답 ①

419 $\overline{OB} = \overline{OD} = \overline{BD}$이므로 $\triangle DOB$는 정삼각형이다.
즉 $\angle DOB = 60^\circ$이므로
$\angle AOC = 180^\circ - (60^\circ + 40^\circ) = 80^\circ$ … 1단계
따라서 $80 : 60 = \overset{\frown}{AC} : 9$이므로
$4 : 3 = \overset{\frown}{AC} : 9$, $3\overset{\frown}{AC} = 36$
$\therefore \overset{\frown}{AC} = 12$ (cm) … 2단계

답 12 cm

단계	채점 요소	비율
1	$\angle AOC$의 크기 구하기	50 %
2	$\overset{\frown}{AC}$의 길이 구하기	50 %

유형 081 호의 길이의 비가 주어질 때 중심각의 크기 구하기

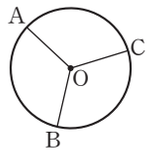
본책 93쪽

$\overset{\frown}{AB} : \overset{\frown}{BC} : \overset{\frown}{CA} = a : b : c$

$\rightarrow \angle AOB = 360^\circ \times \dfrac{a}{a+b+c}$

$\angle BOC = 360^\circ \times \dfrac{b}{a+b+c}$

$\angle COA = 360^\circ \times \dfrac{c}{a+b+c}$



420 $\overset{\frown}{AB} : \overset{\frown}{BC} : \overset{\frown}{CA} = 4 : 2 : 3$이므로

$\angle AOB : \angle BOC : \angle COA = 4 : 2 : 3$

$\therefore \angle AOB = 360^\circ \times \dfrac{4}{4+2+3}$

$= 360^\circ \times \dfrac{4}{9} = 160^\circ$

답 ④

421 $5\overset{\frown}{AC} = 4\overset{\frown}{BD}$에서 $\overset{\frown}{AC} : \overset{\frown}{BD} = 4 : 5$이므로

$\angle AOC : \angle BOD = 4 : 5$

이때 $\angle AOC + \angle BOD = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ$이므로

$\angle AOC = 135^\circ \times \dfrac{4}{4+5} = 135^\circ \times \dfrac{4}{9} = 60^\circ$

답 ⑤

422 $\overset{\frown}{AB} : \overset{\frown}{BC} = 4 : 1$이므로

$\angle AOB : \angle BOC = 4 : 1$

$\therefore \angle BOC = 180^\circ \times \dfrac{1}{4+1} = 180^\circ \times \dfrac{1}{5} = 36^\circ$ … 1단계

$\overset{\frown}{BC} : \overset{\frown}{DE} = 1 : 3$이므로

$\angle BOC : \angle DOE = 1 : 3$

$\therefore \angle DOE = 3\angle BOC = 3 \times 36^\circ = 108^\circ$ … 2단계

답 108°

단계	채점 요소	비율
1	$\angle BOC$의 크기 구하기	50 %
2	$\angle DOE$의 크기 구하기	50 %

423 $\overset{\frown}{AC} : \overset{\frown}{BC} = 4 : 14 = 2 : 7$이므로

$\angle AOC : \angle BOC = 2 : 7$

$\therefore \angle BOC = 180^\circ \times \dfrac{7}{2+7} = 180^\circ \times \dfrac{7}{9} = 140^\circ$

$\triangle COB$는 $\overline{OB} = \overline{OC}$인 이등변삼각형이므로

$\angle OCB = \dfrac{1}{2} \times (180^\circ - 140^\circ) = 20^\circ$

답 20°

424 $\angle AOB + \angle BOC + \angle COD = 360^\circ - 48^\circ = 312^\circ$

$\overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{BC} = \overset{\frown}{CD}$이므로

$\angle AOB = \angle BOC = \angle COD$

$= \dfrac{1}{3} \times 312^\circ = 104^\circ$

이때 $\triangle DOC$는 $\overline{OD} = \overline{OC}$인 이등변삼각형이므로

$\angle OCD = \dfrac{1}{2} \times (180^\circ - 104^\circ) = 38^\circ$

$\triangle AOC$는 $\overline{OA} = \overline{OC}$인 이등변삼각형이고

$\angle AOC = 48^\circ + 104^\circ = 152^\circ$이므로

$\angle OCA = \dfrac{1}{2} \times (180^\circ - 152^\circ) = 14^\circ$

$\therefore \angle ACD = \angle OCD - \angle OCA = 38^\circ - 14^\circ = 24^\circ$

답 ③

유형 082 평행선이 주어졌을 때 호의 길이 구하기

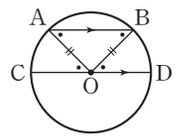
본책 93쪽

오른쪽 그림과 같이 원 O에서 $\overline{AB} /\!/ \overline{CD}$일 때 호의 길이는 다음을 이용하여 구한다.

① 평행한 두 직선이 다른 한 직선과 만날 때 동위각과 엇각의 크기는 각각 같다.

② 이등변삼각형의 두 각의 크기는 같다.

③ 부채꼴의 호의 길이는 중심각의 크기에 정비례한다.



425 $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$이므로

$\angle BCO = \angle COD = 30^\circ$ (엇각)

$\overline{OB} = \overline{OC}$이므로

$\angle OBC = \angle OCB = 30^\circ$

$\therefore \angle BOC = 180^\circ - (30^\circ + 30^\circ) = 120^\circ$

따라서 $120 : 30 = \overset{\frown}{BC} : 3$이므로

$4 : 1 = \overset{\frown}{BC} : 3 \quad \therefore \overset{\frown}{BC} = 12\,(\text{cm})$

답 ④

426 $\overline{OC} = \overline{OD}$이므로

$\angle CDO = \dfrac{1}{2} \times (180^\circ - 150^\circ) = 15^\circ$

$\overline{AB} /\!/ \overline{CD}$이므로

$\angle BOD = \angle CDO = 15^\circ$ (엇각) … 1단계

따라서 $150 : 15 = \overset{\frown}{CD} : \overset{\frown}{BD}$이므로

$10 : 1 = \overset{\frown}{CD} : \overset{\frown}{BD}$

$\therefore \overset{\frown}{CD} = 10\overset{\frown}{BD}$

즉 $\overset{\frown}{CD}$의 길이는 $\overset{\frown}{BD}$의 길이의 10배이다. … 2단계

답 10배

단계	채점 요소	비율
1	$\angle BOD$의 크기 구하기	50 %
2	$\overset{\frown}{CD}$의 길이는 $\overset{\frown}{BD}$의 길이의 몇 배인지 구하기	50 %

427 $\angle AOC = \angle x$라 하면 $\overline{OA} /\!/ \overline{BC}$이므로

$\angle OCB = \angle AOC = \angle x$ (엇각)

$\overline{OB} = \overline{OC}$이므로

$\angle OBC = \angle OCB = \angle x$

이때 $\angle AOC : \angle BOC = \overset{\frown}{AC} : \overset{\frown}{BC} = 1 : 2$이므로

$\angle x : \angle BOC = 1 : 2 \quad \therefore \angle BOC = 2\angle x$

$\triangle OBC$에서 $\angle x + \angle x + 2\angle x = 180^\circ$

$4\angle x = 180^\circ \quad \therefore \angle x = 45^\circ$

$\therefore \angle BOC = 2 \times 45^\circ = 90^\circ$

답 ③

428 정오각형의 한 내각의 크기는

$\frac{180^\circ\times(5-2)}{5}=108^\circ$ $\therefore \angle AOB=108^\circ$

$\overline{OA}=\overline{OB}$이므로

$\angle OAB=\frac{1}{2}\times(180^\circ-108^\circ)=36^\circ$

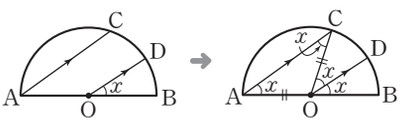
$\overline{AB}/\!/\overline{CO}$이므로 $\angle AOC=\angle OAB=36^\circ$ (엇각)

따라서 $36:108=3:\overset{\frown}{AB}$이므로

$1:3=3:\overset{\frown}{AB}$ $\therefore \overset{\frown}{AB}=9\,(\text{cm})$ 답 ④

유형 083 보조선을 그어 호의 길이 구하기 본책 94쪽

아래 그림과 같은 반원 O에서 $\overline{AC}/\!/\overline{OD}$일 때 호의 길이는 다음과 같은 순서로 구한다.



❶ 보조선을 그은 후 평행선의 성질과 이등변삼각형의 성질을 이용하여 길이를 구하려는 호에 대한 중심각의 크기를 구한다.

❷ 부채꼴의 호의 길이는 중심각의 크기에 정비례함을 이용하여 비례식을 세운다.

429 $\overline{AD}/\!/\overline{OC}$이므로

$\angle DAO=\angle COB=35^\circ$ (동위각)

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OD}$를 그으면

$\overline{OA}=\overline{OD}$이므로

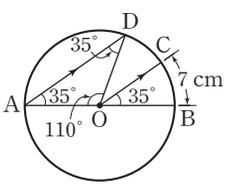
$\angle ODA=\angle OAD=35^\circ$

$\therefore \angle AOD=180^\circ-(35^\circ+35^\circ)$

$=110^\circ$

따라서 $110:35=\overset{\frown}{AD}:7$이므로

$22:7=\overset{\frown}{AD}:7$ $\therefore \overset{\frown}{AD}=22\,(\text{cm})$ 답 22 cm



430 $\angle BOD=\angle AOC=40^\circ$이고 $\overline{AE}/\!/\overline{CD}$이므로

$\angle OAE=\angle AOC=40^\circ$ (엇각)

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OE}$를 그으면

$\overline{OA}=\overline{OE}$이므로

$\angle OEA=\angle OAE=40^\circ$

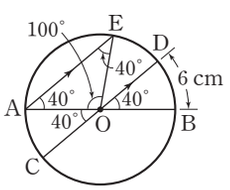
$\therefore \angle AOE=180^\circ-(40^\circ+40^\circ)$

$=100^\circ$

따라서 $100:40=\overset{\frown}{AE}:6$이므로

$5:2=\overset{\frown}{AE}:6$, $2\overset{\frown}{AE}=30$

$\therefore \overset{\frown}{AE}=15\,(\text{cm})$ 답 ④



431 $\overline{AC}/\!/\overline{OD}$이므로

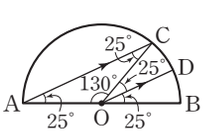
$\angle CAO=\angle DOB=25^\circ$ (동위각)

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OC}$를 그으면

$\overline{OA}=\overline{OC}$이므로

$\angle OCA=\angle OAC=25^\circ$

$\therefore \angle AOC=180^\circ-(25^\circ+25^\circ)=130^\circ$



$\overline{AC}/\!/\overline{OD}$이므로 $\angle COD=\angle OCA=25^\circ$ (엇각)

$\therefore \overset{\frown}{AC}:\overset{\frown}{CD}:\overset{\frown}{DB}=130:25:25=26:5:5$

답 26 : 5 : 5

432 $\angle ABC=\angle x$라 하면 $\overline{AB}/\!/\overline{CD}$이므로

$\angle BCD=\angle ABC=\angle x$ (엇각)

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OC}$, $\overline{OD}$를 그으면

$\triangle OCB$에서 $\overline{OC}=\overline{OB}$이므로

$\angle OCB=\angle OBC=\angle x$

$\therefore \angle OCD=\angle x+\angle x=2\angle x$

$\triangle COD$에서 $\overline{OC}=\overline{OD}$이므로

$\angle ODC=\angle OCD=2\angle x$

$\overline{AB}/\!/\overline{CD}$이므로

$\angle AOC=\angle OCD=2\angle x$ (엇각)

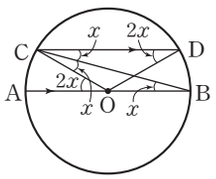
한편 $\angle AOC:\angle COD=\overset{\frown}{AC}:\overset{\frown}{CD}=1:4$이므로

$\angle COD=4\angle AOC=8\angle x$

따라서 $\triangle COD$에서 $2\angle x+8\angle x+2\angle x=180^\circ$

$12\angle x=180^\circ$ $\therefore \angle x=15^\circ$

$\therefore \angle ABC=15^\circ$ 답 15°



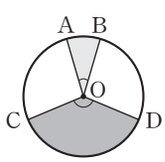
유형 084 중심각의 크기와 부채꼴의 넓이 본책 95쪽

한 원에서 부채꼴의 넓이는 중심각의 크기에 정비례하므로 비례식을 세워 부채꼴의 넓이 또는 중심각의 크기를 구한다.

➜ 오른쪽 그림에서

(부채꼴 AOB의 넓이) : (부채꼴 COD의 넓이)

$=\angle AOB:\angle COD$



433 부채꼴 AOB의 넓이를 $x\,\text{cm}^2$라 하면

$120:45=x:6$, $8:3=x:6$

$3x=48$ $\therefore x=16$

따라서 부채꼴 AOB의 넓이는 $16\,\text{cm}^2$이다. 답 ③

434 $(x+30):2x=27:36$이므로

$(x+30):2x=3:4$

$4x+120=6x$, $2x=120$

$\therefore x=60$ 답 ⑤

435 원 O의 넓이를 $S\,\text{cm}^2$라 하면

$135:360=21:S$

$3:8=21:S$, $3S=168$

$\therefore S=56$

따라서 원 O의 넓이는 $56\,\text{cm}^2$이다. 답 $56\,\text{cm}^2$

436 $\overline{BD}/\!/\overline{OC}$이므로

$\angle OBD=\angle AOC=50^\circ$ (동위각)

$\overline{OB}=\overline{OD}$이므로

$\angle ODB=\angle OBD=50^\circ$

$\therefore \angle BOD=180^\circ-(50^\circ+50^\circ)=80^\circ$ … 1단계

부채꼴 BOD의 넓이를 $x\ \text{cm}^2$라 하면

$50:80=20:x$, $5:8=20:x$

$5x=160$ $\therefore x=32$

따라서 부채꼴 BOD의 넓이는 $32\ \text{cm}^2$이다. … 2단계

답 $32\ \text{cm}^2$

단계	채점 요소	비율
1	∠BOD의 크기 구하기	50 %
2	부채꼴 BOD의 넓이 구하기	50 %

437 $\angle COD=x^\circ$라 하면

$x:360=5:24$, $24x=1800$

$\therefore x=75$ $\therefore \angle COD=75^\circ$

따라서 $\triangle OAB$에서

$\angle a+\angle b=180^\circ-75^\circ=105^\circ$

답 105°

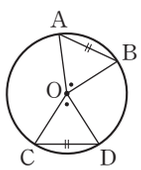
유형 085 중심각의 크기와 현의 길이

본책 95쪽

오른쪽 그림에서

① $\angle AOB=\angle COD$이면 $\overline{AB}=\overline{CD}$

② $\overline{AB}=\overline{CD}$이면 $\angle AOB=\angle COD$



438 $\overline{CD}=\overline{DE}$이므로 $\angle COD=\angle DOE$

$\therefore \angle COD=\frac{1}{2}\angle COE=\frac{1}{2}\times 140^\circ=70^\circ$

$\overline{AB}=\overline{CD}$이므로 $\angle AOB=\angle COD=70^\circ$

답 ③

439 $\angle AOC=180^\circ-115^\circ=65^\circ$

이때 $\overline{AC}=\overline{DE}$이므로

$\angle DOE=\angle AOC=65^\circ$

답 ④

440 $\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{BC}$이므로 $\angle AOB=\angle BOC$

$\therefore \overline{BC}=\overline{AB}=10\ (\text{cm})$ … 1단계

따라서 색칠한 부분의 둘레의 길이는

$\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{OC}+\overline{OA}=10+10+8+8$

$=36\ (\text{cm})$ … 2단계

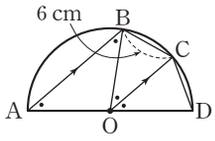
답 36 cm

단계	채점 요소	비율
1	$\overline{BC}$의 길이 구하기	50 %
2	색칠한 부분의 둘레의 길이 구하기	50 %

441 $\overline{AB}/\!/\overline{OC}$이므로

$\angle BAO=\angle COD$ (동위각)

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OB}$를 그으면



$\overline{OA}=\overline{OB}$이므로

$\angle ABO=\angle BAO$

또 $\overline{AB}/\!/\overline{OC}$이므로

$\angle BOC=\angle ABO$ (엇각)

따라서 $\angle BOC=\angle COD$이므로

$\overline{CD}=\overline{BC}=6\ (\text{cm})$

답 6 cm

유형 086 중심각의 크기에 정비례하는 것

본책 96쪽

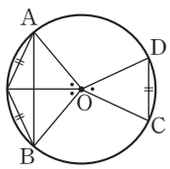
한 원에서 중심각의 크기에

① 정비례하는 것 ➜ 호의 길이, 부채꼴의 넓이

② 정비례하지 않는 것 ➜ 현의 길이, 삼각형의 넓이

442 ㄱ. 오른쪽 그림에서

$\overline{AB}<2\overline{CD}$



ㄴ. 호의 길이는 중심각의 크기에 정비례하므로 $\overset{\frown}{AB}=2\overset{\frown}{CD}$

ㄷ. $\angle COD=40^\circ$라 하면 $\overline{OC}=\overline{OD}$이므로

$\angle OCD=\frac{1}{2}\times(180^\circ-40^\circ)=70^\circ$

$\angle AOB=2\angle COD=2\times 40^\circ=80^\circ$이고 $\overline{OA}=\overline{OB}$이므로

$\angle OAB=\frac{1}{2}\times(180^\circ-80^\circ)=50^\circ$

$\therefore \angle OAB>\frac{1}{2}\angle OCD$

ㄹ. 부채꼴의 넓이는 중심각의 크기에 정비례하므로

(부채꼴 AOB의 넓이)$=2\times$(부채꼴 DOC의 넓이)

이상에서 옳은 것은 ㄴ, ㄹ이다.

답 ㄴ, ㄹ

443 ① $\angle AOC=\angle EOG$이므로 $\overline{AC}=\overline{EG}$

② $\angle DOE=\frac{1}{2}\angle AOC$이므로 $\overset{\frown}{DE}=\frac{1}{2}\overset{\frown}{AC}$

③ $\overline{AB}>\frac{1}{3}\overline{DG}$

④ $3\angle AOC=2\angle DOG$이므로 $3\overset{\frown}{AC}=2\overset{\frown}{DG}$

⑤ $\triangle ODG<3\triangle OBC$

따라서 옳지 않은 것은 ③, ⑤이다.

답 ③, ⑤

444 ① $\overline{BC}<2\overline{AB}$

② $\angle COD=180^\circ-(40^\circ+80^\circ)=60^\circ$

$\overline{OC}=\overline{OD}$이므로

$\angle OCD=\angle ODC=\frac{1}{2}\times(180^\circ-60^\circ)=60^\circ$

즉 $\triangle COD$는 정삼각형이므로

$\overline{OC}=\overline{CD}$

③ $\angle AOC=40^\circ+80^\circ=120^\circ$

따라서 $\angle AOC=2\angle COD$이므로

$\overset{\frown}{AC}=2\overset{\frown}{CD}$

④ $\angle BOD=80^\circ+60^\circ=140^\circ$

따라서 $\angle BOD=\frac{7}{2}\angle AOB$이므로

$\overset{\frown}{BD}=\frac{7}{2}\overset{\frown}{AB}$

⑤ $\triangle OBA>\frac{1}{2}\triangle OCB$

따라서 옳은 것은 ②, ③이다. 답 ②, ③

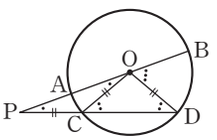
유형 087 도형의 성질을 이용하여 호의 길이 구하기

본책 97쪽

삼각형의 한 외각의 크기는 그와 이웃하지 않는 두 내각의 크기의 합과 같으므로 오른쪽 그림에서

$\overset{\frown}{AC}:\overset{\frown}{BD}=\angle AOC:\angle BOD$

$=1:3$



445 $\overline{CP}=\overline{CO}$이므로 $\angle COP=\angle P=25^\circ$

$\triangle OPC$에서 $\angle OCD=25^\circ+25^\circ=50^\circ$

$\overline{OC}=\overline{OD}$이므로 $\angle ODC=\angle OCD=50^\circ$

$\triangle OPD$에서 $\angle BOD=25^\circ+50^\circ=75^\circ$

따라서 $25:75=\overset{\frown}{AC}:18$이므로

$1:3=\overset{\frown}{AC}:18$, $3\overset{\frown}{AC}=18$

$\therefore \overset{\frown}{AC}=6$ (cm) 답 ③

446 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OC}$를 긋고 $\angle P=x^\circ$라 하면 $\overline{OD}=\overline{DP}$이므로

$\angle DOP=\angle P=x^\circ$

$\triangle DOP$에서

$\angle ODC=x^\circ+x^\circ=2x^\circ$

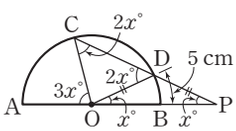
$\overline{OC}=\overline{OD}$이므로

$\angle OCD=\angle ODC=2x^\circ$

$\triangle COP$에서 $\angle AOC=2x^\circ+x^\circ=3x^\circ$

따라서 $x:3x=5:\overset{\frown}{AC}$이므로

$1:3=5:\overset{\frown}{AC}$ $\therefore \overset{\frown}{AC}=15$ (cm) 답 15 cm



447 $\angle COP=x^\circ$라 하면 $\overline{CP}=\overline{CO}$이므로

$\angle P=\angle COP=x^\circ$

$\triangle CPO$에서 $\angle DCO=x^\circ+x^\circ=2x^\circ$

$\overline{OC}=\overline{OD}$이므로 $\angle ODC=\angle DCO=2x^\circ$

$\triangle DPO$에서 $\angle DOB=2x^\circ+x^\circ=3x^\circ$

즉 $3x^\circ=90^\circ$이므로 $x=30$

$\therefore \angle COP=30^\circ$ … 1단계

$\therefore \angle COD=180^\circ-(30^\circ+90^\circ)=60^\circ$ … 2단계

따라서 $60:90=\overset{\frown}{CD}:21$이므로

$2:3=\overset{\frown}{CD}:21$, $3\overset{\frown}{CD}=42$

$\therefore \overset{\frown}{CD}=14$ (cm) … 3단계

답 14 cm

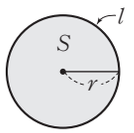
단계	채점 요소	비율
1	$\angle COP$의 크기 구하기	40 %
2	$\angle COD$의 크기 구하기	20 %
3	$\overset{\frown}{CD}$의 길이 구하기	40 %

유형 088 원의 둘레의 길이와 넓이

본책 97쪽

반지름의 길이가 r인 원의 둘레의 길이를 l, 넓이를 S라 하면

$l=2\pi r$, $S=\pi r^2$



448 (색칠한 부분의 둘레의 길이)

$=2\pi\times4\times\frac{1}{2}+2\pi\times3\times\frac{1}{2}+2\pi\times7\times\frac{1}{2}$

$=4\pi+3\pi+7\pi$

$=14\pi$ (cm)

(색칠한 부분의 넓이)

$=\pi\times7^2\times\frac{1}{2}-\pi\times4^2\times\frac{1}{2}+\pi\times3^2\times\frac{1}{2}$

$=\frac{49}{2}\pi-8\pi+\frac{9}{2}\pi$

$=21\pi$ (cm^2) 답 ②

449 (색칠한 부분의 둘레의 길이)

$=2\pi\times4\times\frac{1}{2}+2\pi\times2+8$

$=4\pi+4\pi+8=8\pi+8$ (cm)

(색칠한 부분의 넓이)

$=\pi\times4^2\times\frac{1}{2}-\pi\times2^2\times\frac{1}{2}+\pi\times2^2\times\frac{1}{2}$

$=8\pi$ (cm^2)

답 $(8\pi+8)$ cm, 8π cm^2

450 $\overline{AB}=\overline{BC}=\overline{CD}=6$ (cm)이므로

(색칠한 부분의 넓이)

$=\pi\times9^2\times\frac{1}{2}-\pi\times6^2\times\frac{1}{2}+\pi\times3^2\times\frac{1}{2}$

$=\frac{81}{2}\pi-18\pi+\frac{9}{2}\pi$

$=27\pi$ (cm^2) 답 ②

451 (트랙의 넓이)

$=\pi\times8^2-\pi\times5^2+(24\times3)\times2$

$=64\pi-25\pi+144$

$=39\pi+144$ (m^2) 답 ⑤

452 $\overline{AB}:\overline{BC}:\overline{CD}=1:2:1$이므로

$\overline{AB}=\overline{CD}=16\times\frac{1}{1+2+1}=4$ (cm),

$\overline{BC}=16\times\frac{2}{1+2+1}=8$ (cm)

이때 $\widehat{AB}=\widehat{CD}$, $\widehat{AC}=\widehat{BD}$이므로

(색칠한 부분의 둘레의 길이)

$=2(\widehat{AB}+\widehat{AC}+\widehat{AD})$

$=2\left(2\pi\times2\times\frac{1}{2}+2\pi\times6\times\frac{1}{2}+2\pi\times8\times\frac{1}{2}\right)$

$=2(2\pi+6\pi+8\pi)$

$=32\pi$ (cm)

답 32π cm

453 원 O_1의 반지름의 길이를 r라 하면 두 원 O_2, O_3의 반지름의 길이는 각각 $2r$, $4r$이므로

$S_1=\pi\times r^2=\pi r^2$, $S_2=\pi\times(2r)^2=4\pi r^2$,

$S_3=\pi\times(4r)^2=16\pi r^2$

$\therefore S_1:S_2:S_3=\pi r^2:4\pi r^2:16\pi r^2=1:4:16$

답 ④

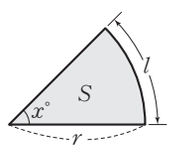
유형 089 부채꼴의 호의 길이와 넓이

본책 98쪽

반지름의 길이가 r, 중심각의 크기가 x°인 부채꼴의 호의 길이를 l, 넓이를 S라 하면

$l=2\pi r\times\frac{x}{360}$

$S=\pi r^2\times\frac{x}{360}=\frac{1}{2}rl$



454 부채꼴의 호의 길이를 l cm라 하면

$\frac{1}{2}\times8\times l=48\pi$ $\therefore l=12\pi$

따라서 부채꼴의 호의 길이는 12π cm이다.

답 12π cm

455 색칠한 부분의 중심각의 크기의 합은

$30^\circ+25^\circ+35^\circ+50^\circ=140^\circ$

따라서 색칠한 부분의 넓이는

$\pi\times6^2\times\frac{140}{360}=14\pi$ (cm^2)

답 14π cm^2

456 정육각형의 한 내각의 크기는

$\frac{180^\circ\times(6-2)}{6}=120^\circ$ … 1단계

따라서 색칠한 부채꼴의 넓이는

$\pi\times9^2\times\frac{120}{360}=27\pi$ (cm^2) … 2단계

답 27π cm^2

단계	채점 요소	비율
1	정육각형의 한 내각의 크기 구하기	50 %
2	색칠한 부채꼴의 넓이 구하기	50 %

457 부채꼴의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$\frac{1}{2}\times r\times6\pi=24\pi$ $\therefore r=8$

따라서 부채꼴의 중심각의 크기를 x°라 하면

$2\pi\times8\times\frac{x}{360}=6\pi$ $\therefore x=135$

즉 부채꼴의 중심각의 크기는 135°이다.

답 135°

458 두 부채꼴 A, B의 호의 길이를 각각 a, b라 하면 넓이는 각각

$\frac{1}{2}\times6\times a=3a$, $\frac{1}{2}\times9\times b=\frac{9}{2}b$

이때 $3a:\frac{9}{2}b=3:4$이므로

$12a=\frac{27}{2}b$ $\therefore 8a=9b$

따라서 두 부채꼴 A, B의 호의 길이의 비는

$a:b=9:8$

답 9 : 8

459 정오각형의 한 외각의 크기는

$\frac{360^\circ}{5}=72^\circ$ $\therefore \angle DEF=\angle FAG=72^\circ$

$\overline{EF}=\overline{ED}=10$ (cm)이므로

$\overline{AF}=10+10=20$ (cm)

따라서 색칠한 부분의 넓이는

$\pi\times10^2\times\frac{72}{360}+\pi\times20^2\times\frac{72}{360}=20\pi+80\pi$

$=100\pi$ (cm^2)

답 ③

유형 090 색칠한 부분의 둘레의 길이

본책 99쪽

오른쪽 그림과 같은 부채꼴에서

(색칠한 부분의 둘레의 길이)

=(큰 호의 길이)+(작은 호의 길이)

$+2\times$(선분의 길이)



460 (색칠한 부분의 둘레의 길이)

$=2\pi\times12\times\frac{45}{360}+2\pi\times8\times\frac{45}{360}+2\times4$

$=3\pi+2\pi+8$

$=5\pi+8$ (cm)

답 $(5\pi+8)$ cm

461 (색칠한 부분의 둘레의 길이)

$=2\pi\times7\times\frac{1}{2}+2\pi\times14\times\frac{1}{4}+14$

$=7\pi+7\pi+14$

$=14\pi+14$ (cm)

답 $(14\pi+14)$ cm

462 (색칠한 부분의 둘레의 길이)

$=\widehat{AB}+\widehat{AC}+\overline{BC}$

$=2\pi\times18\times\frac{40}{360}+2\pi\times9\times\frac{1}{2}+18$

$=4\pi+9\pi+18$

$=13\pi+18$ (cm)

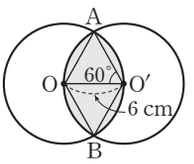
답 $(13\pi+18)$ cm

463 오른쪽 그림에서 △AOO′, △OBO′은 정삼각형이므로

$\overset{\frown}{AO}=2\pi\times6\times\frac{60}{360}=2\pi\ (\text{cm})$

색칠한 부분의 둘레의 길이는 $\overset{\frown}{AO}$의 길이의 4배이므로

$2\pi\times4=8\pi\ (\text{cm})$



답 ③

464 오른쪽 그림에서 △ABF, △EBC는 정삼각형이므로 $\angle ABF=60^\circ$에서

$\angle FBC=90^\circ-60^\circ=30^\circ$

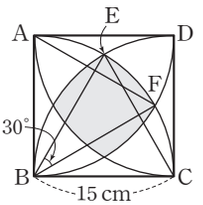
$\angle EBC=60^\circ$에서

$\angle EBF=60^\circ-30^\circ=30^\circ$ … 1단계

$\therefore \overset{\frown}{EF}=2\pi\times15\times\frac{30}{360}=\frac{5}{2}\pi\ (\text{cm})$ … 2단계

색칠한 부분의 둘레의 길이는 $\overset{\frown}{EF}$의 길이의 4배이므로

$\frac{5}{2}\pi\times4=10\pi\ (\text{cm})$ … 3단계



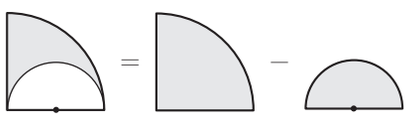
답 10π cm

단계	채점 요소	비율
1	∠EBF의 크기 구하기	50 %
2	$\overset{\frown}{EF}$의 길이 구하기	30 %
3	색칠한 부분의 둘레의 길이 구하기	20 %

유형 091 색칠한 부분의 넓이 (1)

본책 100쪽

전체 넓이에서 색칠하지 않은 부분의 넓이를 뺀다.



465 오른쪽 그림에서

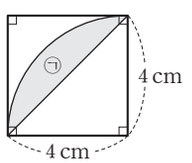
(색칠한 부분의 넓이)

$=(\text{㉠의 넓이})\times8$

$=\left(\pi\times4^2\times\frac{1}{4}-\frac{1}{2}\times4\times4\right)\times8$

$=(4\pi-8)\times8$

$=32\pi-64\ (\text{cm}^2)$



답 ③

466 (색칠한 부분의 넓이)

=(사다리꼴의 넓이)−(사분원의 넓이)

$=\frac{1}{2}\times(6+12)\times6-\pi\times6^2\times\frac{1}{4}$

$=54-9\pi\ (\text{cm}^2)$

답 $(54-9\pi)\ \text{cm}^2$

467 오른쪽 그림에서 △ABE는 정삼각형이므로 $\angle BAE=60^\circ$, $\angle ABE=60^\circ$에서

$\angle DAE=90^\circ-60^\circ=30^\circ$,

$\angle EBC=90^\circ-60^\circ=30^\circ$ … 1단계

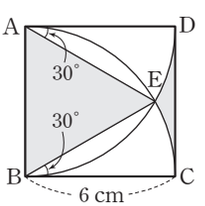
$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)

=(정사각형 ABCD의 넓이)

−(부채꼴 DAE의 넓이)×2

$=6\times6-\left(\pi\times6^2\times\frac{30}{360}\right)\times2$

$=36-6\pi\ (\text{cm}^2)$ … 2단계



답 $(36-6\pi)\ \text{cm}^2$

단계	채점 요소	비율
1	∠DAE, ∠EBC의 크기 구하기	50 %
2	색칠한 부분의 넓이 구하기	50 %

468 오른쪽 그림에서

(색칠한 부분의 넓이)

=(부채꼴 AOB의 넓이)

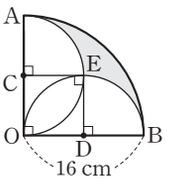
−(부채꼴 ACE의 넓이)×2

−(정사각형 CODE의 넓이)

$=\pi\times16^2\times\frac{1}{4}-\left(\pi\times8^2\times\frac{1}{4}\right)\times2-8\times8$

$=64\pi-32\pi-64$

$=32\pi-64\ (\text{cm}^2)$

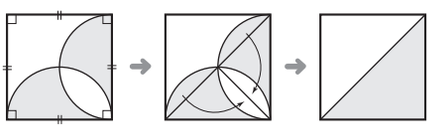


답 ⑤

유형 092 색칠한 부분의 넓이 (2)

본책 100쪽

도형의 일부분을 적당히 이동하면 넓이를 간단히 구할 수 있다.



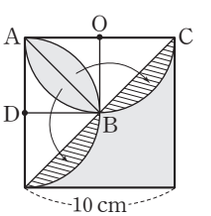
469 오른쪽 그림과 같이 이동하면

(색칠한 부분의 넓이)

$=\frac{1}{2}\times10\times10$

$=50\ (\text{cm}^2)$

답 $50\ \text{cm}^2$



만점 공략 노트

(부채꼴 ADB의 넓이)=(부채꼴 BOC의 넓이)이고

△DBA≡△OBC이므로

(부채꼴 ADB의 넓이)−△DBA

=(부채꼴 BOC의 넓이)−△OBC

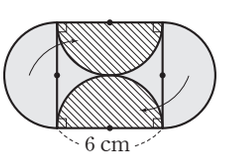
따라서 위와 같이 색칠한 부분을 이동하여 넓이를 구할 수 있다.

470 오른쪽 그림과 같이 이동하면

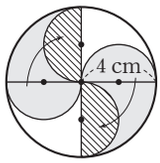
(색칠한 부분의 넓이)

$=6\times6=36\ (\text{cm}^2)$

답 ④



471 오른쪽 그림과 같이 이동하면



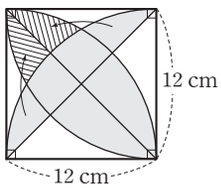
(색칠한 부분의 넓이)

$=\left(\pi\times4^2\times\frac{1}{4}\right)\times2$

$=8\pi\ (\text{cm}^2)$

답 $8\pi\ \text{cm}^2$

472 오른쪽 그림과 같이 이동하면



(색칠한 부분의 넓이)

$=\left(\pi\times12^2\times\frac{1}{4}-\frac{1}{2}\times12\times12\right)\times2$

$=(36\pi-72)\times2$

$=72\pi-144\ (\text{cm}^2)$

답 ③

유형 093 색칠한 부분의 넓이 (3) 본책 101쪽

주어진 도형을 몇 개의 도형으로 나누어 넓이를 구한 후 각각의 넓이를 더하거나 빼서 색칠한 부분의 넓이를 구한다.



473 (색칠한 부분의 넓이)

=(부채꼴 B′AB의 넓이)+(지름이 $\overline{AB'}$인 반원의 넓이)

−(지름이 $\overline{AB}$인 반원의 넓이)

=(부채꼴 B′AB의 넓이)

$=\pi\times12^2\times\frac{50}{360}$

$=20\pi\ (\text{cm}^2)$

답 ④

474 (색칠한 부분의 넓이)

=(지름이 $\overline{AB}$인 반원의 넓이)+(지름이 $\overline{AC}$인 반원의 넓이)

+(△ABC의 넓이)−(지름이 $\overline{BC}$인 반원의 넓이)

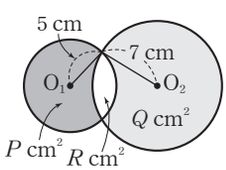
$=\pi\times3^2\times\frac{1}{2}+\pi\times4^2\times\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\times6\times8-\pi\times5^2\times\frac{1}{2}$

$=\frac{9}{2}\pi+8\pi+24-\frac{25}{2}\pi$

$=24\ (\text{cm}^2)$

답 $24\ \text{cm}^2$

475 오른쪽 그림과 같이 겹쳐 있는 부분의 넓이를 $R\ \text{cm}^2$라 하면



$Q-P$

=$\{$(원 O_2의 넓이)$-R\}$

$-\{$(원 O_1의 넓이)$-R\}$

=(원 O_2의 넓이)−(원 O_1의 넓이)

$=\pi\times7^2-\pi\times5^2$

$=49\pi-25\pi=24\pi$

답 ①

476 $\angle ABD=180^\circ-40^\circ=140^\circ$

$\angle DBE=\angle ABC=40^\circ$이므로

$\angle EBC=180^\circ-40^\circ=140^\circ$ … 1단계

∴ (색칠한 부분의 넓이)

=(부채꼴 EBC의 넓이)+(△EDB의 넓이)

−(부채꼴 DBA의 넓이)−(△ABC의 넓이)

=(부채꼴 EBC의 넓이)−(부채꼴 DBA의 넓이)

$=\pi\times9^2\times\frac{140}{360}-\pi\times6^2\times\frac{140}{360}$

$=\frac{63}{2}\pi-14\pi=\frac{35}{2}\pi\ (\text{cm}^2)$ … 2단계

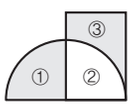
답 $\frac{35}{2}\pi\ \text{cm}^2$

단계	채점 요소	비율
1	∠ABD, ∠EBC의 크기 구하기	30 %
2	색칠한 부분의 넓이 구하기	70 %

유형 094 색칠한 부분의 넓이가 같은 경우 본책 102쪽

오른쪽 그림에서 색칠한 두 부분 ①과 ③의 넓이가 같으면 ①+②=②+③

∴ (반원의 넓이)=(사각형의 넓이)



477 색칠한 두 부분의 넓이가 같으므로 직사각형 ABCD의 넓이와 부채꼴 EBC의 넓이는 같다.

즉 $12\times\overline{CD}=\pi\times12^2\times\frac{1}{4}$이므로 $12\overline{CD}=36\pi$

∴ $\overline{CD}=3\pi\ (\text{cm})$

답 ③

478 색칠한 두 부분의 넓이가 같으므로 반원의 넓이와 부채꼴의 넓이는 같다.

즉 $\pi\times6^2\times\frac{1}{2}=\pi\times12^2\times\frac{x}{360}$이므로

$18=\frac{2}{5}x$ ∴ $x=45$

답 45

479 색칠한 두 부분의 넓이가 같으므로 반원 O′의 넓이와 부채꼴 DOB의 넓이는 같다.

따라서 $\angle DOB=x^\circ$라 하면

$\pi\times6^2\times\frac{1}{2}=\pi\times9^2\times\frac{x}{360}$

$18=\frac{9}{40}x$ ∴ $x=80$

즉 $\angle DOB=80^\circ$이므로 $\overset{\frown}{BD}$의 길이는

$2\pi\times9\times\frac{80}{360}=4\pi\ (\text{cm})$

답 $4\pi\ \text{cm}$

유형 095 끈의 길이 본책 102쪽

원을 묶은 끈의 최소 길이는 곡선 부분과 직선 부분으로 나누어 생각한다.

① 곡선 부분 ➜ 부채꼴의 호의 길이 이용

② 직선 부분 ➜ 원의 반지름의 길이 이용

480 오른쪽 그림에서 곡선 부분의 길이는

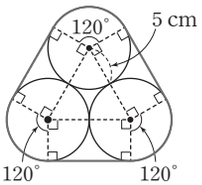
$\left(2\pi\times5\times\frac{120}{360}\right)\times3=10\pi$ (cm)

직선 부분의 길이는

$10+10+10=30$ (cm)

따라서 필요한 끈의 최소 길이는

$(10\pi+30)$ cm



답 $(10\pi+30)$ cm

481 오른쪽 그림에서 곡선 부분의 길이는

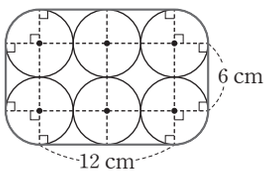
$\left(2\pi\times3\times\frac{1}{4}\right)\times4=6\pi$ (cm)

직선 부분의 길이는

$12+6+12+6=36$ (cm)

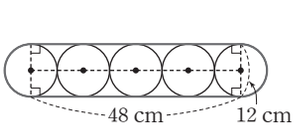
따라서 필요한 끈의 최소 길이는

$(6\pi+36)$ cm

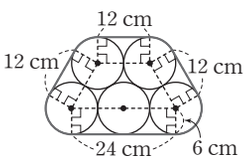


답 ②

482



[방법 A]



[방법 B]

위의 그림에서

(방법 A에서 필요한 끈의 최소 길이)

$=2\pi\times6+48+48=12\pi+96$ (cm) … 1단계

(방법 B에서 필요한 끈의 최소 길이)

$=2\pi\times6+12+12+12+24$

$=12\pi+60$ (cm) … 2단계

따라서 끈의 길이의 차는

$(12\pi+96)-(12\pi+60)=36$ (cm)

이므로 방법 A가 방법 B보다 끈이 36 cm 더 필요하다. … 3단계

답 방법 A, 36 cm

단계	채점 요소	비율
1	방법 A에서 필요한 끈의 최소 길이 구하기	40 %
2	방법 B에서 필요한 끈의 최소 길이 구하기	40 %
3	어느 쪽의 끈이 얼마만큼 더 필요한지 구하기	20 %

만점 공략 노트

[방법 A]에서 곡선 부분인 호에 대한 중심각의 크기는 각각 180°이므로 곡선 부분의 길이의 합은 반지름의 길이가 6 cm인 원의 둘레의 길이와 같다.

[방법 B]에서 곡선 부분인 호에 대한 중심각의 크기를 각각 a°, b°, c°, d°라 하면 사각형의 내각의 크기의 합은 360°이므로

$\{360^\circ-(90^\circ+90^\circ+a^\circ)\}+\{360^\circ-(90^\circ+90^\circ+b^\circ)\}$

$+\{360^\circ-(90^\circ+90^\circ+c^\circ)\}+\{360^\circ-(90^\circ+90^\circ+d^\circ)\}$

$=360^\circ$

$\therefore a^\circ+b^\circ+c^\circ+d^\circ=360^\circ$

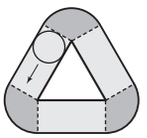
따라서 곡선 부분의 길이의 합은 반지름의 길이가 6 cm인 원의 둘레의 길이와 같다.

유형 096 원이 지나간 자리의 넓이 본책 103쪽

원이 지나간 자리의 넓이는 다음과 같은 순서로 구한다.

❶ 원이 지나간 자리를 그린다.

❷ 부채꼴 부분과 직사각형 부분으로 나누어 생각한다.



483 원이 지나간 자리는 오른쪽 그림과 같고

(①의 넓이)+(②의 넓이)

+(③의 넓이)+(④의 넓이)

$=\pi\times6^2=36\pi$ (cm^2)

(⑤의 넓이)+(⑥의 넓이)

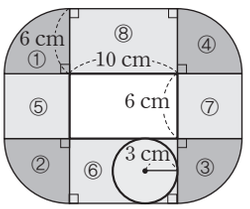
+(⑦의 넓이)+(⑧의 넓이)

$=(10\times6)\times2+(6\times6)\times2$

$=120+72=192$ (cm^2)

따라서 원이 지나간 자리의 넓이는

$(36\pi+192)$ cm^2



답 $(36\pi+192)$ cm^2

484 원이 지나간 자리는 오른쪽 그림과 같고

(①의 넓이)+(②의 넓이)

+(③의 넓이)

$=\pi\times2^2=4\pi$ (cm^2)

(④의 넓이)+(⑤의 넓이)

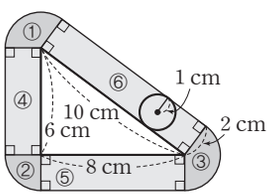
+(⑥의 넓이)

$=6\times2+8\times2+10\times2$

$=12+16+20=48$ (cm^2)

따라서 원이 지나간 자리의 넓이는

$(4\pi+48)$ cm^2



답 $(4\pi+48)$ cm^2

만점 공략 노트

위의 그림에서 세 부채꼴의 중심각의 크기를 각각 a°, b°, c°라 하면 삼각형의 내각의 크기의 합은 180°이므로

$\{360^\circ-(90^\circ+90^\circ+a^\circ)\}+\{360^\circ-(90^\circ+90^\circ+b^\circ)\}$

$+\{360^\circ-(90^\circ+90^\circ+c^\circ)\}=180^\circ$

$\therefore a^\circ+b^\circ+c^\circ=360^\circ$

따라서 부채꼴 부분의 넓이의 합은 반지름의 길이가 2 cm인 원의 넓이와 같다.

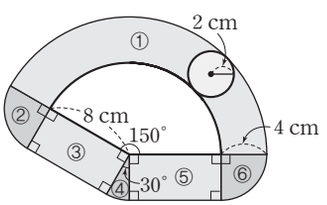
485 원이 지나간 자리는 오른쪽 그림과 같고

(①의 넓이)

$=\pi\times12^2\times\frac{150}{360}$

$-\pi\times8^2\times\frac{150}{360}$

$=60\pi-\frac{80}{3}\pi=\frac{100}{3}\pi$ (cm^2)



(②의 넓이)+(④의 넓이)+(⑥의 넓이)

$=\left(\pi\times4^2\times\frac{1}{4}\right)\times2+\pi\times4^2\times\frac{30}{360}$

$=8\pi+\frac{4}{3}\pi$

$=\frac{28}{3}\pi\ (\text{cm}^2)$

(③의 넓이)+(⑤의 넓이)

$=(8\times4)\times2=64\ (\text{cm}^2)$

따라서 원이 지나간 자리의 넓이는

$\frac{100}{3}\pi+\frac{28}{3}\pi+64=\frac{128}{3}\pi+64\ (\text{cm}^2)$

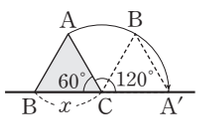
답 $\left(\frac{128}{3}\pi+64\right)\text{cm}^2$

유형 097 도형을 회전시켰을 때 움직인 거리

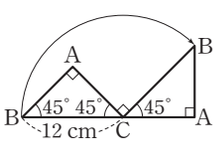
본책 103쪽

도형을 회전시켰을 때 움직인 거리
➜ 부채꼴의 호의 길이를 이용한다.

예 오른쪽 그림과 같이 정삼각형 ABC를 점 A가 점 A′에 오도록 회전시켰을 때, 점 A가 움직인 거리는 반지름의 길이가 x, 중심각의 크기가 120°인 부채꼴의 호의 길이와 같다.



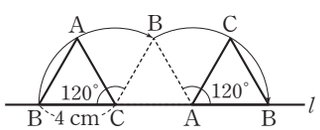
486 오른쪽 그림에서 점 B가 움직인 거리는 반지름의 길이가 12 cm이고 중심각의 크기가 135°인 부채꼴의 호의 길이와 같으므로



$2\pi\times12\times\frac{135}{360}=9\pi\ (\text{cm})$

답 ②

487 오른쪽 그림에서 점 B가 움직인 거리는

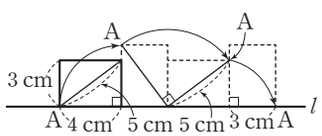


$\left(2\pi\times4\times\frac{120}{360}\right)\times2$

$=\frac{16}{3}\pi\ (\text{cm})$

답 $\frac{16}{3}\pi$ cm

488 오른쪽 그림에서 점 A가 움직인 거리는



$2\pi\times4\times\frac{1}{4}$

$+2\pi\times5\times\frac{1}{4}+2\pi\times3\times\frac{1}{4}$

$=2\pi+\frac{5}{2}\pi+\frac{3}{2}\pi$

$=6\pi\ (\text{cm})$

답 6π cm

만점 유형 도전하기

본책 104~105쪽

489 전략 주어진 조건을 만족시키는 부채꼴의 호의 길이와 중심각의 크기를 구해 본다.

서아: 현의 길이는 중심각의 크기에 정비례하지 않으므로 현 AB에 대한 중심각의 크기를 2배로 늘여도 현 AB의 길이는 2배만큼 늘어나지 않는다.

이솔: 반지름의 길이가 r인 원의 넓이는 πr^2이고, 반지름의 길이가 $2r$인 원의 넓이는 $4\pi r^2$이다.
즉 원의 반지름의 길이를 2배로 늘이면 원의 넓이는 4배로 늘어난다.

로운: 부채꼴의 호의 길이를 l cm라 하면

$\frac{1}{2}\times6\times l=24\pi \quad \therefore\ l=8\pi$

즉 부채꼴의 호의 길이는 8π cm이다.

하린: 부채꼴의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$\frac{1}{2}\times r\times8\pi=48\pi \quad \therefore\ r=12$

따라서 부채꼴의 반지름의 길이는 12 cm이므로 중심각의 크기를 $x°$라 하면

$2\pi\times12\times\frac{x}{360}=8\pi \quad \therefore\ x=120$

즉 부채꼴의 중심각의 크기는 120°이다.

따라서 잘못 말한 사람은 서아, 로운이다. 답 풀이 참조

490 전략 지수가 x바퀴를 돌 때까지 걸린 시간과 현우가 y바퀴를 돌 때까지 걸린 시간이 같음을 이용한다.

지수가 x바퀴를 돌 때까지 움직인 거리는

$(2\pi\times80)\times x=160\pi x\ (\text{m})$

현우가 y바퀴를 돌 때까지 움직인 거리는

$(2\pi\times30)\times y=60\pi y\ (\text{m})$

지수가 x바퀴를 돌 때까지 걸린 시간과 현우가 y바퀴를 돌 때까지 걸린 시간이 같으므로

$\frac{160\pi x}{60}=\frac{60\pi y}{40} \quad \therefore\ 16x=9y \quad \cdots\cdots\ ㉠$

이때 x, y는 자연수이므로 ㉠을 만족시키는 가장 작은 x, y의 값은

$x=9,\ y=16$

$\therefore\ x+y=9+16=25$

답 25

491 전략 부채꼴의 호의 길이는 중심각의 크기에 정비례함을 이용한다.

$\angle\text{BOC}=x°$라 하면 $\overline{\text{BC}}=\overline{\text{DE}}$이므로

$\angle\text{DOE}=\angle\text{BOC}=x°$

$\therefore\ \angle\text{AOD}=180°-x°$

$\widehat{\text{AB}}:\widehat{\text{BD}}=4:3$이므로

$\angle\text{AOB}:\angle\text{BOD}=4:3$

$\therefore\ \angle\text{AOB}=\frac{4}{7}\angle\text{AOD}=\frac{4}{7}(180°-x°)$

또 $\overset{\frown}{AC} : \overset{\frown}{CD} = 6 : 1$이므로

$\angle AOC : \angle COD = 6 : 1$

$\therefore \angle COD = \frac{1}{7}\angle AOD = \frac{1}{7}(180^\circ - x^\circ)$

$\angle AOB + \angle BOC + \angle COD + \angle DOE = 180^\circ$이므로

$\frac{4}{7}(180 - x) + x + \frac{1}{7}(180 - x) + x = 180$

$\frac{9}{7}x = \frac{360}{7} \quad \therefore x = 40$

$\therefore \angle BOC = 40^\circ$ 답 40°

492 전략 부채꼴의 넓이는 중심각의 크기에 정비례함을 이용한다.

$\angle FOD = x^\circ$라 하면

$\angle COE = \angle FOD = x^\circ \quad \therefore \angle EOG = 90^\circ - x^\circ$

$\overline{EO} = \overline{EG}$이므로

$\angle EGO = \angle EOG = 90^\circ - x^\circ$

$\triangle EOG$에서

$\angle OEG = 180^\circ - \{(90^\circ - x^\circ) + (90^\circ - x^\circ)\} = 2x^\circ$

$\overline{OE} = \overline{OH}$이므로 $\angle OHE = \angle OEH = 2x^\circ$

$\triangle EOH$에서 $\angle FOH = 2x^\circ + 2x^\circ = 4x^\circ$

$\therefore \angle DOH = 4x^\circ - x^\circ = 3x^\circ$

따라서 부채꼴 DOH의 넓이를 $S\ \text{cm}^2$라 하면

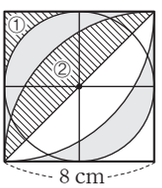
$x : 3x = 9 : S, \quad 1 : 3 = 9 : S$

$\therefore S = 27$

즉 부채꼴 DOH의 넓이는 $27\ \text{cm}^2$이다. 답 $27\ \text{cm}^2$

493 전략 전체의 넓이에서 색칠하지 않은 부분의 넓이를 뺀다.

오른쪽 그림에서



(①의 넓이)

$= 4 \times 4 - \pi \times 4^2 \times \frac{1}{4}$

$= 16 - 4\pi\ (\text{cm}^2)$

(②의 넓이)

$= \pi \times 8^2 \times \frac{1}{4} - \frac{1}{2} \times 8 \times 8$

$= 16\pi - 32\ (\text{cm}^2)$

$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)

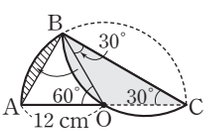
$= \left\{\frac{1}{2} \times 8 \times 8 - (16 - 4\pi) - (16\pi - 32)\right\} \times 2$

$= (48 - 12\pi) \times 2$

$= 96 - 24\pi\ (\text{cm}^2)$ 답 $(96 - 24\pi)\ \text{cm}^2$

494 전략 간단한 도형이 되도록 도형의 일부분을 적당히 이동해 본다.

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OB}$를 그으면



$\overline{OB} = \overline{OC}$이므로

$\angle OBC = \angle OCB = 30^\circ$

$\triangle BOC$에서

$\angle AOB = 30^\circ + 30^\circ = 60^\circ$

$\triangle BAO$와 $\triangle BOC$의 밑변의 길이와 높이가 각각 같으므로

$\triangle BAO = \triangle BOC$

따라서 앞의 그림과 같이 이동하면

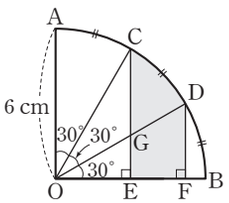
(색칠한 부분의 넓이)=(부채꼴 AOB의 넓이)

$= \pi \times 12^2 \times \frac{60}{360} = 24\pi\ (\text{cm}^2)$

답 $24\pi\ \text{cm}^2$

495 전략 $\overline{OC}$, $\overline{OD}$를 긋고 합동인 두 삼각형을 찾는다.

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OC}$, $\overline{OD}$를 그으면



$\overset{\frown}{AC} = \overset{\frown}{CD} = \overset{\frown}{DB}$이므로

$\angle AOC = \angle COD = \angle DOB$

$= \frac{1}{3} \times 90^\circ = 30^\circ$

$\triangle COE$와 $\triangle ODF$에서

$\overline{CO} = \overline{OD}$,

$\angle OCE = 180^\circ - (90^\circ + 60^\circ) = 30^\circ = \angle DOF$

$\angle ODF = 180^\circ - (90^\circ + 30^\circ) = 60^\circ$이므로

$\angle COE = \angle ODF$

$\therefore \triangle COE \equiv \triangle ODF$ (ASA 합동)

즉 $\triangle COE$와 $\triangle ODF$의 넓이가 같으므로

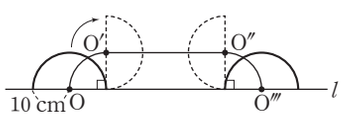
($\triangle COG$의 넓이)=(사각형 GEFD의 넓이)

$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)=(부채꼴 COD의 넓이)

$= \pi \times 6^2 \times \frac{30}{360} = 3\pi\ (\text{cm}^2)$

답 $3\pi\ \text{cm}^2$

496 전략 부채꼴의 호의 길이를 이용하여 점 O가 움직인 거리를 구한다.



위의 그림에서 $\overline{O'O''}$의 길이는 반원 O의 호의 길이와 같으므로 점 O가 움직인 거리는

$2\pi \times 10 \times \frac{1}{4} + 2\pi \times 10 \times \frac{1}{2} + 2\pi \times 10 \times \frac{1}{4}$

$= 5\pi + 10\pi + 5\pi$

$= 20\pi\ (\text{cm})$ 답 $20\pi\ \text{cm}$

시험 만점 완성하기

본책 106~109쪽

497 전략 반원은 부채꼴인 동시에 활꼴이다.

부채꼴이면서 활꼴인 경우는 반원일 때이므로 중심각의 크기는 180°이다.

답 ⑤

498 전략 부채꼴의 호의 길이는 중심각의 크기에 정비례함을 이용한다.

$3\angle AOB=4\angle BOC$에서 $\angle AOB:\angle BOC=4:3$이므로

$\overset{\frown}{AB}:15=4:3,\quad 3\overset{\frown}{AB}=60$

$\therefore \overset{\frown}{AB}=20\,(\text{cm})$ 답 ③

499 전략 보조선을 긋고 평행선의 성질과 이등변삼각형의 성질을 이용한다.

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OC}$를 긋고

$\angle BOC=\angle x$라 하면 $\overline{AC}/\!/\overline{OB}$이므로

$\angle ACO=\angle BOC=\angle x$ (엇각)

$\overline{OA}=\overline{OC}$이므로

$\angle OAC=\angle ACO=\angle x$

$\therefore \angle AOC=180^\circ-(\angle x+\angle x)=180^\circ-2\angle x$

따라서 $(180^\circ-2\angle x)+\angle x=150^\circ$이므로

$\angle x=30^\circ$

즉 $\angle AOC=180^\circ-2\times30^\circ=120^\circ$, $\angle BOC=30^\circ$이므로

$120:30=24:\overset{\frown}{BC},\quad 4:1=24:\overset{\frown}{BC}$

$4\overset{\frown}{BC}=24\quad\therefore \overset{\frown}{BC}=6\,(\text{cm})$ 답 ③

500 전략 부채꼴의 넓이는 중심각의 크기에 정비례함을 이용한다.

$\angle AOB:\angle BOC:\angle COA=5:6:9$이므로 부채꼴 AOC의 넓이는

$$100\times\frac{9}{5+6+9}=100\times\frac{9}{20}=45\,(\text{cm}^2)$$ 답 ⑤

501 전략 부채꼴의 호의 길이와 넓이는 중심각의 크기에 정비례하고 현의 길이는 중심각의 크기에 정비례하지 않음을 이용한다.

$\overline{OB}=\overline{OC}=\overline{BC}$이므로 $\triangle OBC$는 정삼각형이다.

따라서 $\angle COB=60^\circ$이므로

$\angle AOC=90^\circ-60^\circ=30^\circ$

ㄱ. $\overline{BC}<2\overline{AC}$

ㄴ. $\overline{OA}=\overline{OC}$이므로

$\angle OAC=\frac{1}{2}\times(180^\circ-30^\circ)=75^\circ$

이때 $\angle OBC=60^\circ$이므로

$\angle OAC\neq2\angle OBC$

ㄷ. $\angle AOC=\frac{1}{3}\angle AOB$이므로

$\overset{\frown}{AC}=\frac{1}{3}\overset{\frown}{AB}$

ㄹ. $2\angle AOB=3\angle BOC$이므로

$2\times$(부채꼴 AOB의 넓이)$=3\times$(부채꼴 BOC의 넓이)

이상에서 옳은 것은 ㄷ, ㄹ이다. 답 ③

502 전략 삼각형의 한 외각의 크기는 그와 이웃하지 않는 두 내각의 크기의 합과 같음을 이용한다.

$\angle AOC=x^\circ$라 하면 $\overline{CP}=\overline{CO}$이므로

$\angle P=\angle AOC=x^\circ$

$\triangle OPC$에서 $\angle OCD=x^\circ+x^\circ=2x^\circ$

$\overline{OC}=\overline{OD}$이므로 $\angle ODC=\angle OCD=2x^\circ$

$\triangle OPD$에서 $\angle BOD=2x^\circ+x^\circ=3x^\circ$

즉 $3x^\circ=78^\circ$이므로 $x=26$

따라서 $26:78=\overset{\frown}{AC}:12$이므로

$1:3=\overset{\frown}{AC}:12,\quad 3\overset{\frown}{AC}=12$

$\therefore \overset{\frown}{AC}=4\,(\text{cm})$ 답 ③

503 전략 색칠한 한 개의 부채꼴의 중심각의 크기를 구한 후 색칠한 부채꼴 6개의 넓이를 구한다.

정육각형의 한 내각의 크기는

$$\frac{180^\circ\times(6-2)}{6}=120^\circ$$

이므로 색칠한 한 개의 부채꼴의 중심각의 크기는

$360^\circ-120^\circ=240^\circ$

$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)

$$=\left(\pi\times2^2\times\frac{240}{360}\right)\times6$$

$=16\pi\,(\text{cm}^2)$ 답 ④

504 전략 반원의 반지름의 길이를 r라 하고 $\overset{\frown}{AB}$, $\overset{\frown}{OB}$의 길이를 각각 r에 대한 식으로 나타낸다.

$\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{AB}$이므로 $\triangle AOB$는 정삼각형이다.

$\therefore \angle AOB=60^\circ$

이때 반원의 반지름의 길이를 r라 하면 $\overline{OA}=\overline{OB}=2r$이므로

$$\overset{\frown}{AB}=2\pi\times2r\times\frac{60}{360}=\frac{2}{3}\pi r,$$

$$\overset{\frown}{OB}=2\pi\times r\times\frac{1}{2}=\pi r$$

$\therefore \overset{\frown}{AB}:\overset{\frown}{OB}=\frac{2}{3}\pi r:\pi r=2:3$ 답 ①

505 전략 곡선 부분과 직선 부분으로 나누어 둘레의 길이를 구한다.

(색칠한 부분의 둘레의 길이)

$$=2\pi\times12\times\frac{40}{360}+2\pi\times8\times\frac{120}{360}+4\times2+8\times2$$

$$=\frac{8}{3}\pi+\frac{16}{3}\pi+8+16$$

$=8\pi+24\,(\text{cm})$ 답 ③

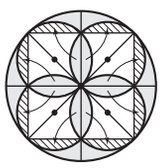
506 전략 간단한 도형이 되도록 도형의 일부분을 적당히 이동한다.

오른쪽 그림과 같이 이동하면

(색칠한 부분의 넓이)

$$=\pi\times6^2-\frac{1}{2}\times12\times12$$

$=36\pi-72\,(\text{cm}^2)$



답 ①

참고 두 대각선의 길이가 각각 a, b인 마름모의 넓이는 $\frac{1}{2}ab$

507 전략 색칠한 부분의 넓이를 구할 수 있도록 도형을 나누어 생각한다.

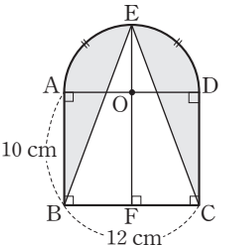
오른쪽 그림과 같이 점 E에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 F라 하자.

$\overline{AD}$와 $\overline{EF}$의 교점을 O라 하면 점 O는 반원의 중심이므로

$\overline{OA}=\overline{OD}=\overline{OE}$

$=\frac{1}{2}\overline{AD}=\frac{1}{2}\times 12$

$=6\ (\text{cm})$



$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)

=(지름이 $\overline{AD}$인 반원의 넓이)

+(직사각형 ABCD의 넓이)−(△EBC의 넓이)

$=\pi\times 6^2\times\frac{1}{2}+12\times 10-\frac{1}{2}\times 12\times(6+10)$

$=18\pi+120-96$

$=18\pi+24\ (\text{cm}^2)$

답 ③

508 전략 원이 지나간 자리를 그려 본다.

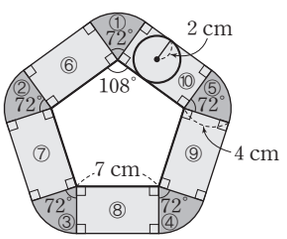
원이 지나간 자리는 오른쪽 그림과 같고

(①의 넓이)+(②의 넓이)

+(③의 넓이)+(④의 넓이)

+(⑤의 넓이)

$=\pi\times 4^2=16\pi\ (\text{cm}^2)$



(⑥의 넓이)+(⑦의 넓이)

+(⑧의 넓이)+(⑨의 넓이)+(⑩의 넓이)

$=(7\times 4)\times 5=140\ (\text{cm}^2)$

따라서 원이 지나간 자리의 넓이는

$(16\pi+140)\ \text{cm}^2$

답 ④

509 전략 평행선의 성질과 이등변삼각형의 성질을 이용한다.

$\angle\text{COD}=\angle x$라 하면 $\overline{AD}/\!/\overline{OC}$이므로

$\angle\text{ADO}=\angle\text{COD}=\angle x$ (엇각)

$\overline{OA}=\overline{OD}$이므로

$\angle\text{OAD}=\angle\text{ADO}=\angle x$

△AOD에서

$\angle\text{AOB}=\angle x+\angle x=2\angle x$

따라서 $\angle\text{AOB}:\angle\text{COD}=2:1$이므로

$2:1=\widehat{AB}:7$

$\therefore\ \widehat{AB}=14\ (\text{cm})$

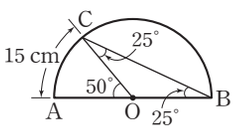
답 14 cm

510 전략 보조선을 긋고 이등변삼각형의 성질과 삼각형의 내각과 외각 사이의 관계를 이용한다.

오른쪽 그림과 같이 $\overline{CO}$를 그으면

$\overline{OB}=\overline{OC}$이므로

$\angle\text{OCB}=\angle\text{OBC}=25^\circ$



$\therefore\ \angle\text{AOC}=25^\circ+25^\circ=50^\circ$, $\angle\text{COB}=180^\circ-50^\circ=130^\circ$

따라서 $50:130=15:\widehat{BC}$이므로

$5:13=15:\widehat{BC}$, $5\widehat{BC}=195$

$\therefore\ \widehat{BC}=39\ (\text{cm})$

답 39 cm

511 전략 길이가 같은 현에 대한 중심각의 크기는 같음을 이용하여 $\angle\text{AOB}$, $\angle\text{COD}$의 크기를 구한다.

$\overline{OB}=\overline{OC}$이므로

$\angle\text{OBC}=\angle\text{OCB}=35^\circ$

$\therefore\ \angle\text{BOC}=180^\circ-(35^\circ+35^\circ)=110^\circ$

이때 $\overline{AD}=\overline{BC}$이므로

$\angle\text{AOD}=\angle\text{BOC}=110^\circ$

$\overline{OA}=\overline{OD}$이므로

$\angle\text{ODA}=\frac{1}{2}\times(180^\circ-110^\circ)=35^\circ$

따라서 $\angle\text{OCE}=\angle\text{ODE}=180^\circ-35^\circ=145^\circ$이므로 사각형 OCED에서

$\angle\text{COD}=360^\circ-(145^\circ+145^\circ+30^\circ)=40^\circ$

$\therefore\ \angle\text{AOB}=360^\circ-(110^\circ+110^\circ+40^\circ)=100^\circ$

$\therefore\ \widehat{AB}:\widehat{CD}=\angle\text{AOB}:\angle\text{COD}$

$=100:40$

$=5:2$

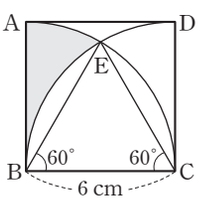
답 5 : 2

512 전략 색칠한 부분의 둘레의 길이를 구할 수 있도록 도형을 나누어 본다.

오른쪽 그림에서 $\overline{BE}=\overline{EC}=\overline{BC}$이므로 △BCE는 정삼각형이다.

즉 $\angle\text{ECB}=\angle\text{EBC}=60^\circ$이므로

$\widehat{BE}=\widehat{CE}$



$\therefore$ (색칠한 부분의 둘레의 길이)

$=\widehat{AE}+\widehat{BE}+\overline{AB}$

$=\widehat{AE}+\widehat{CE}+\overline{AB}$

$=\widehat{AC}+\overline{AB}$

$=2\pi\times 6\times\frac{1}{4}+6$

$=3\pi+6\ (\text{cm})$

답 $(3\pi+6)$ cm

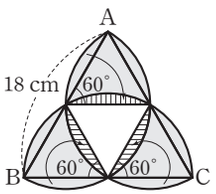
513 전략 간단한 도형이 되도록 도형의 일부분을 적당히 이동한다.

오른쪽 그림과 같이 이동하면

(색칠한 부분의 넓이)

$=\left(\pi\times 9^2\times\frac{60}{360}\right)\times 3$

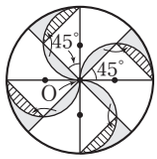
$=\frac{81}{2}\pi\ (\text{cm}^2)$



답 $\frac{81}{2}\pi$ cm^2

514 전략 간단한 도형이 되도록 도형의 일부분을 적당히 이동한다.

오른쪽 그림과 같이 이동하면



(색칠한 부분의 넓이)

$=\left(\pi\times4^2\times\frac{45}{360}-\frac{1}{2}\times4\times2\right)\times4$

$=(2\pi-4)\times4$

$=8\pi-16\ (\text{cm}^2)$

답 $(8\pi-16)\ \text{cm}^2$

515 전략 평행선의 성질과 이등변삼각형의 성질을 이용한다.

$\overline{OC}=\overline{OD}$이므로

$\angle OCD=\angle ODC=\frac{1}{2}\times(180^\circ-140^\circ)=20^\circ$

$\overline{AB}/\!/\overline{CD}$이므로

$\angle COA=\angle OCD=20^\circ$ (엇각)

$\angle DOB=\angle ODC=20^\circ$ (엇각) … 1단계

따라서 $20:140=\widehat{AC}:21$이므로

$1:7=\widehat{AC}:21,\quad 7\widehat{AC}=21\quad\therefore\ \widehat{AC}=3\ (\text{cm})$

이때 $\angle COA=\angle DOB$이므로

$\widehat{BD}=\widehat{AC}=3\ (\text{cm})$ … 2단계

$\therefore\ \widehat{AC}+\widehat{BD}=3+3=6\ (\text{cm})$ … 3단계

답 6 cm

단계	채점 요소	배점
1	$\angle COA$, $\angle DOB$의 크기 구하기	2점
2	$\widehat{AC}$, $\widehat{BD}$의 길이 구하기	2점
3	$\widehat{AC}+\widehat{BD}$의 길이 구하기	1점

516 전략 먼저 부채꼴의 중심각의 크기를 구한다.

부채꼴의 중심각의 크기를 x°라 하면

$2\pi\times15\times\frac{x}{360}=9\pi\quad\therefore\ x=108$ … 1단계

$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)

$=\pi\times15^2\times\frac{108}{360}-\pi\times5^2\times\frac{108}{360}$

$=\frac{135}{2}\pi-\frac{15}{2}\pi=60\pi\ (\text{cm}^2)$ … 2단계

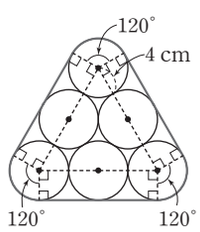
답 $60\pi\ \text{cm}^2$

단계	채점 요소	배점
1	부채꼴의 중심각의 크기 구하기	2점
2	색칠한 부분의 넓이 구하기	2점

517 전략 곡선 부분과 직선 부분으로 나누어 생각한다.

오른쪽 그림에서 곡선 부분의 길이는

$\left(2\pi\times4\times\frac{120}{360}\right)\times3=8\pi\ (\text{cm})$ … 1단계



직선 부분의 길이는

$16+16+16=48\ (\text{cm})$ … 2단계

따라서 필요한 끈의 최소 길이는

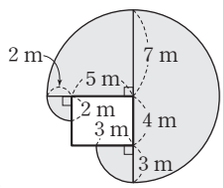
$(8\pi+48)\ \text{cm}$ … 3단계

답 $(8\pi+48)\ \text{cm}$

단계	채점 요소	배점
1	곡선 부분의 길이 구하기	3점
2	직선 부분의 길이 구하기	2점
3	필요한 끈의 최소 길이 구하기	1점

518 전략 강아지가 움직일 수 있는 영역을 그려 본다.

강아지가 움직일 수 있는 영역은 오른쪽 그림의 색칠한 부분과 같다. … 1단계



따라서 강아지가 움직일 수 있는 영역의 최대 넓이는

$\pi\times7^2\times\frac{3}{4}+\pi\times2^2\times\frac{1}{4}+\pi\times3^2\times\frac{1}{4}$

$=\frac{147}{4}\pi+\pi+\frac{9}{4}\pi$

$=40\pi\ (\text{m}^2)$ … 2단계

답 $40\pi\ \text{m}^2$

단계	채점 요소	배점
1	강아지가 움직일 수 있는 영역을 그림으로 나타내기	3점
2	강아지가 움직일 수 있는 영역의 최대 넓이 구하기	3점

06 다면체와 회전체

셀프 CHECK

본책 112~113쪽

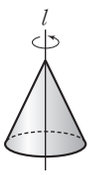
A ㄱ. 곡면으로 둘러싸인 입체도형이므로 다면체가 아니다.
이상에서 다면체인 것은 ㄴ, ㄷ이다. 답 ㄴ, ㄷ

B 답 (1) 6, 12, 8, 직사각형
(2) 5, 8, 5, 삼각형
(3) 6, 12, 8, 사다리꼴

C 답 (1) 정십이면체
(2) 정팔면체
(3) 정사면체

D ㄱ, ㄹ, ㅁ. 다면체이다.
이상에서 회전체인 것은 ㄴ, ㄷ, ㅂ이다.
답 ㄴ, ㄷ, ㅂ

E (1) 주어진 평면도형을 직선 l을 회전축으로 하여 1회전 시킬 때 생기는 회전체는 오른쪽 그림과 같이 원뿔이다.



(2) 주어진 평면도형을 직선 l을 회전축으로 하여 1회전 시킬 때 생기는 회전체는 오른쪽 그림과 같이 원뿔대이다.



답 (1) 원뿔 (2) 원뿔대

F (1) 원뿔대를 회전축에 수직인 평면으로 자른 단면은 항상 원이지만 그 크기는 다를 수 있다.
(2) 원뿔을 회전축을 포함하는 평면으로 자른 단면은 이등변삼각형이다.
답 (1) × (2) × (3) ○

G 주어진 전개도로 만들어지는 입체도형은 오른쪽 그림과 같이 원뿔이다.



답 원뿔

내신 유형 다지기

본책 114~127쪽

유형 098 다면체

본책 114쪽

(1) 다면체: 다각형인 면으로만 둘러싸인 입체도형
(2) 다면체는 각기둥, 각뿔, 각뿔대 등이 있다.

519 ①, ②, ④, ⑤ 다각형인 면으로만 둘러싸인 입체도형이므로 다면체이다.
③ 원과 곡면으로 둘러싸인 입체도형이므로 다면체가 아니다.
따라서 다면체가 아닌 것은 ③이다. 답 ③

520 ㄱ, ㄷ, ㄹ. 다각형인 면으로만 둘러싸인 입체도형이므로 다면체이다.
ㄴ, ㅂ. 원 또는 곡면으로 둘러싸인 입체도형이므로 다면체가 아니다.
ㅁ. 평면도형이므로 다면체가 아니다.
이상에서 다면체인 것은 ㄱ, ㄷ, ㄹ의 3개이다. 답 ②

유형 099 다면체의 면의 개수

본책 114쪽

	n각기둥	n각뿔	n각뿔대
면의 개수	$n+2$	$n+1$	$n+2$
다면체의 이름	$(n+2)$면체	$(n+1)$면체	$(n+2)$면체

521 삼각기둥의 면의 개수는 $3+2=5$
오각뿔의 면의 개수는 $5+1=6$
육각뿔대의 면의 개수는 $6+2=8$
따라서 구하는 합은 $5+6+8=19$ 답 19

522 주어진 다면체의 면의 개수는 7이다.
각 다면체의 면의 개수는
① $4+1=5$ ② $5+2=7$ ③ $6+2=8$
④ $7+1=8$ ⑤ $8+2=10$
따라서 면의 개수가 7인 것은 ②이다. 답 ②

523 ① 육각뿔의 면의 개수는 $6+1=7$
즉 육각뿔은 칠면체이다.
② 사각기둥의 면의 개수는 $4+2=6$
즉 사각기둥은 육면체이다.
③ 칠각뿔대의 면의 개수는 $7+2=9$
즉 칠각뿔대는 구면체이다.
④ 팔각뿔의 면의 개수는 $8+1=9$
즉 팔각뿔은 구면체이다.
⑤ 십각기둥의 면의 개수는 $10+2=12$
즉 십각기둥은 십이면체이다.
따라서 바르게 짝 지어진 것은 ⑤이다. 답 ⑤

524 주어진 각뿔대를 n각뿔대라 하면 밑면은 n각형이므로

$\frac{n(n-3)}{2}=27$, $n(n-3)=54=9\times6$

$\therefore n=9$

즉 주어진 각뿔대는 구각뿔대이므로 … 1단계

면의 개수는 $9+2=11$

따라서 십일면체이다. … 2단계

답 십일면체

단계	채점 요소	비율
1	주어진 각뿔대 구하기	60 %
2	각뿔대가 몇 면체인지 구하기	40 %

유형 100 다면체의 모서리, 꼭짓점의 개수 본책 115쪽

	n각기둥	n각뿔	n각뿔대
모서리의 개수	$3n$	$2n$	$3n$
꼭짓점의 개수	$2n$	$n+1$	$2n$

525 칠각기둥의 모서리의 개수는

$7\times3=21$ $\therefore a=21$

팔각뿔의 꼭짓점의 개수는

$8+1=9$ $\therefore b=9$

$\therefore a+b=21+9=30$ 답 ①

526 각 다면체의 꼭짓점의 개수는

① $4\times2=8$ ② $4\times2=8$ ③ $6+1=7$

④ $4\times2=8$ ⑤ $7+1=8$

따라서 꼭짓점의 개수가 나머지 넷과 다른 하나는 ③이다.

답 ③

527 ㄱ. $3\times3=9$ ㄴ. $3\times2=6$

ㄷ. $5\times2=10$ ㄹ. $4+1=5$

ㅁ. $5\times3=15$

이상에서 작은 수인 것부터 차례대로 나열하면 ㄹ, ㄴ, ㄱ, ㄷ, ㅁ이다. 답 ㄹ, ㄴ, ㄱ, ㄷ, ㅁ

528 주어진 각뿔을 n각뿔이라 하면 밑면은 정n각형이므로

$\frac{180^\circ\times(n-2)}{n}=156^\circ$, $180^\circ\times n-360^\circ=156^\circ\times n$

$24^\circ\times n=360^\circ$ $\therefore n=15$

즉 주어진 각뿔은 십오각뿔이므로 … 1단계

꼭짓점의 개수는 $15+1=16$

모서리의 개수는 $15\times2=30$

따라서 구하는 합은 $16+30=46$ … 2단계

답 46

단계	채점 요소	비율
1	주어진 각뿔 구하기	60 %
2	꼭짓점의 개수와 모서리의 개수의 합 구하기	40 %

529 주어진 오각뿔을 세 점 O, A, C를 지나는 평면으로 자를 때 생기는 두 입체도형은 삼각뿔과 사각뿔이므로

$a=(3\times2)+(4\times2)=14$, $b=(3+1)+(4+1)=9$

$\therefore a-b=14-9=5$ 답 5

유형 101 다면체의 면, 모서리, 꼭짓점의 개수의 활용 본책 115쪽

면, 모서리, 꼭짓점 중 어느 하나의 개수가 주어진 다면체는 다음과 같은 순서로 구한다.

❶ 주어진 조건에 따라 구하는 다면체를 n각기둥 또는 n각뿔 또는 n각뿔대로 놓는다.

❷ 면, 모서리, 꼭짓점의 개수를 이용하여 n의 값을 구한다.

530 주어진 각뿔대를 n각뿔대라 하면

$2n=16$ $\therefore n=8$

따라서 팔각뿔대이므로 면의 개수는

$8+2=10$ $\therefore x=10$

모서리의 개수는

$8\times3=24$ $\therefore y=24$

$\therefore x+y=10+24=34$ 답 34

531 주어진 각기둥을 n각기둥이라 하면

$3n=30$ $\therefore n=10$

따라서 십각기둥이므로 면의 개수는

$10+2=12$ $\therefore x=12$

꼭짓점의 개수는

$10\times2=20$ $\therefore y=20$

$\therefore y-x=20-12=8$ 답 ②

532 주어진 각뿔을 n각뿔이라 하면 모서리의 개수는 $2n$, 꼭짓점의 개수는 $n+1$이므로

$2n-(n+1)=13$, $n-1=13$ $\therefore n=14$

따라서 십사각뿔이므로 면의 개수는

$14+1=15$ 답 ⑤

533 십일면체인 각기둥을 a각기둥이라 하면

$a+2=11$ $\therefore a=9$

즉 구각기둥이므로 꼭짓점의 개수는

$9\times2=18$ … 1단계

십일면체인 각뿔을 b각뿔이라 하면

$b+1=11$ $\therefore b=10$

즉 십각뿔이므로 꼭짓점의 개수는

$10+1=11$ … 2단계

십일면체인 각뿔대를 c각뿔대라 하면

$c+2=11$ $\therefore c=9$

즉 구각뿔대이므로 꼭짓점의 개수는

$9\times2=18$ … 3단계

따라서 구하는 합은

$18+11+18=47$ … 4단계

답 47

단계	채점 요소	비율
1	각기둥의 꼭짓점의 개수 구하기	30 %
2	각뿔의 꼭짓점의 개수 구하기	30 %
3	각뿔대의 꼭짓점의 개수 구하기	30 %
4	꼭짓점의 개수의 합 구하기	10 %

534 구하는 각뿔대를 n각뿔대라 하면

면의 개수는 $n+2$이므로 $a=n+2$

모서리의 개수는 $3n$이므로 $b=3n$

꼭짓점의 개수는 $2n$이므로 $c=2n$

이때 $a+b+c=98$이므로

$(n+2)+3n+2n=98$

$6n=96$ $\therefore n=16$

따라서 구하는 각뿔대는 십육각뿔대이다. 답 십육각뿔대

유형 102 다면체의 옆면의 모양 본책 116쪽

	각기둥	각뿔	각뿔대
옆면의 모양	직사각형	삼각형	사다리꼴

535 ④ 육각뿔 – 삼각형

따라서 잘못 짝 지어진 것은 ④이다. 답 ④

536 다면체인 것은 ㄱ, ㄴ, ㄹ, ㅂ, ㅅ, ㅇ, ㅈ이다.

각 다면체의 옆면의 모양은

ㄱ, ㅇ. 직사각형 ㄴ, ㅂ. 삼각형

ㄹ, ㅈ. 사다리꼴 ㅅ. 정사각형

이상에서 옆면의 모양이 사각형인 다면체는 ㄱ, ㄹ, ㅅ, ㅇ, ㅈ의 5개이다. 답 5

유형 103 다면체의 이해 본책 116쪽

(1) 각기둥: 두 밑면은 서로 평행하며 그 모양이 합동인 다각형이고 옆면은 모두 직사각형인 다면체

(2) 각뿔: 밑면은 다각형이고 옆면은 모두 삼각형인 다면체

(3) 각뿔대: 각뿔을 밑면에 평행한 평면으로 자를 때 생기는 두 입체도형 중에서 각뿔이 아닌 것

537 ㄱ. 옆면은 모두 삼각형이다.

ㄷ. n각뿔은 $(n+1)$면체이다.

이상에서 옳은 것은 ㄴ, ㄹ이다. 답 ④

538 ① 구각기둥의 면의 개수는 $9+2=11$이므로 십일면체이다.

④ 구각기둥의 꼭짓점의 개수는 $9\times2=18$

십칠각뿔의 꼭짓점의 개수는 $17+1=18$

즉 구각기둥과 십칠각뿔의 꼭짓점의 개수는 같다.

⑤ 밑면에 평행한 평면으로 자른 단면의 모양은 구각형이다.

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다. 답 ⑤

539 ① 칠각뿔의 면의 개수는 $7+1=8$이므로 팔면체이다.

② n각뿔대의 꼭짓점의 개수는 $2n$이다.

③ n각기둥의 모서리의 개수는 $3n$, n각뿔의 모서리의 개수는 $2n$이므로 n각기둥은 n각뿔보다 모서리가 n개 더 많다.

④ 각뿔대의 두 밑면은 합동이 아니다.

⑤ 각뿔을 밑면에 평행한 평면으로 자르면 각뿔과 각뿔대가 만들어진다.

따라서 옳은 것은 ③이다. 답 ③

540 주어진 전개도로 만들어지는 다면체는 사각뿔대이다.

① 사각뿔대의 면의 개수는 $4+2=6$이므로 육면체이다.

② 사각뿔대의 모서리의 개수는 $4\times3=12$

③ 사각뿔대의 꼭짓점의 개수는 $4\times2=8$

④ 옆면과 밑면은 서로 수직이 아니다.

따라서 옳지 않은 것은 ④이다. 답 ④

유형 104 주어진 조건을 만족시키는 다면체 본책 117쪽

(1) 밑면이 ┌ 2개이고 서로 평행 ➡ 각기둥 또는 각뿔대
└ 1개 ➡ 각뿔

(2) 옆면의 모양이 ┌ 직사각형 ➡ 각기둥
├ 삼각형 ➡ 각뿔
└ 사다리꼴 ➡ 각뿔대

(3) 면, 모서리, 꼭짓점의 개수 ➡ 밑면의 모양 결정

541 조건 (가), (나)에서 주어진 입체도형은 각뿔대이다.

이 입체도형을 n각뿔대라 하면 조건 (다)에서

$3n=18$ $\therefore n=6$

따라서 구하는 입체도형은 육각뿔대이다. 답 육각뿔대

542 조건 (나), (다)에서 주어진 입체도형은 각뿔이다.

이 입체도형을 n각뿔이라 하면 조건 (가)에서

$n+1=10$ $\therefore n=9$

따라서 구하는 입체도형은 구각뿔이다. 답 구각뿔

543 조건 (가), (나)에서 주어진 입체도형은 각기둥이다.

이 입체도형을 n각기둥이라 하면 조건 (다)에서

$(n+2)+3n=22$, $4n=20$

$\therefore n=5$

따라서 주어진 입체도형은 오각기둥이므로 구하는 꼭짓점의 개수는

$5\times2=10$ 답 ③

544 조건 (가), (나)에서 주어진 입체도형은 각뿔대이다.

이 입체도형을 n각뿔대라 하면 밑면은 n각형이므로 조건 (다)에서

$\frac{n(n-3)}{2}=20$, $n(n-3)=40=8\times5$

$\therefore n=8$

즉 주어진 입체도형은 팔각뿔대이다. … 1단계

따라서 구하는 모서리의 개수는

$8\times3=24$ … 2단계

답 24

단계	채점 요소	비율
1	주어진 입체도형 구하기	70 %
2	모서리의 개수 구하기	30 %

유형 105 다면체의 꼭짓점, 모서리, 면의 개수 사이의 관계

본책 118쪽

다면체의 꼭짓점의 개수를 v, 모서리의 개수를 e, 면의 개수를 f라 하면

$v-e+f=2$

545 주어진 입체도형의 꼭짓점의 개수는 7, 모서리의 개수는 12, 면의 개수는 7이므로

$v=7$, $e=12$, $f=7$

$\therefore v-e+f=7-12+7=2$ 답 2

546 주어진 다면체의 꼭짓점의 개수를 v, 모서리의 개수를 e, 면의 개수를 f라 하면

$v-e+f=2$

$v-e+f=2$에 $v=14$, $e=21$을 대입하면

$14-21+f=2$ $\therefore f=9$

따라서 이 다면체의 면의 개수는 9이다. 답 ⑤

547 $v:e=1:2$에서 $2v=e$

$\therefore v=\frac{1}{2}e$

$e:f=3:2$에서 $2e=3f$

$\therefore f=\frac{2}{3}e$

이때 $v-e+f=2$에서

$\frac{1}{2}e-e+\frac{2}{3}e=2$, $\frac{1}{6}e=2$

$\therefore e=12$

따라서 구하는 모서리의 개수는 12이다. 답 ②

유형 106 정다면체

본책 118쪽

(1) 정다면체: 각 면이 모두 합동인 정다각형이고 각 꼭짓점에 모인 면의 개수가 같은 다면체

(2) 정다면체는 정사면체, 정육면체, 정팔면체, 정십이면체, 정이십면체의 5가지뿐이다.

548 답 ㄱ, ㄷ, ㅁ

549 ㄱ. 정다면체는 정사면체, 정육면체, 정팔면체, 정십이면체, 정이십면체의 5가지뿐이다.

ㄹ. 각 면의 모양이 정사각형인 정다면체는 정육면체뿐이다.

이상에서 옳은 것은 ㄴ, ㄷ이다. 답 ㄴ, ㄷ

550 $a=3$, $b=360$이므로

$b-a=360-3=357$ 답 357

유형 107 정다면체의 면, 모서리, 꼭짓점의 개수

본책 119쪽

	정사면체	정육면체	정팔면체	정십이면체	정이십면체
면의 개수	4	6	8	12	20
모서리의 개수	6	12	12	30	30
꼭짓점의 개수	4	8	6	20	12

551 ① 정사면체의 꼭짓점의 개수는 4이다.

따라서 옳지 않은 것은 ①이다. 답 ①

552 정팔면체의 꼭짓점의 개수는 6이므로

$a=6$

정이십면체의 모서리의 개수는 30이므로

$b=30$

$\therefore a+b=6+30=36$ 답 ③

553 ① 6 ② 12 ③ 8 ④ 20 ⑤ 12

따라서 가장 큰 수는 ④이다. 답 ④

554 꼭짓점의 개수가 가장 많은 정다면체는 정십이면체이고 정십이면체의 모서리의 개수는 30이므로

$a=30$ … 1단계

모서리의 개수가 가장 적은 정다면체는 정사면체이고 정사면체의 면의 개수는 4이므로

$b=4$ … 2단계

$\therefore a-b=30-4=26$ … 3단계

답 26

단계	채점 요소	비율
1	a의 값 구하기	40 %
2	b의 값 구하기	40 %
3	$a-b$의 값 구하기	20 %

555 ① 정사면체의 모서리의 개수는 6, 꼭짓점의 개수는 4이므로 정사면체의 모서리의 개수와 꼭짓점의 개수는 같지 않다.
② 정육면체의 꼭짓점의 개수는 8, 정팔면체의 면의 개수는 8이므로 정육면체의 꼭짓점의 개수와 정팔면체의 면의 개수는 같다.
③ 정팔면체의 모서리의 개수는 12, 정십이면체의 모서리의 개수는 30이므로 정팔면체의 모서리의 개수와 정십이면체의 모서리의 개수는 같지 않다.
④ 정십이면체의 꼭짓점의 개수는 20, 정이십면체의 모서리의 개수는 30이므로 정십이면체의 꼭짓점의 개수와 정이십면체의 모서리의 개수는 같지 않다.
⑤ 정이십면체의 면의 개수는 20, 정육면체의 모서리의 개수는 12이므로 정이십면체의 면의 개수는 정육면체의 모서리의 개수의 2배가 아니다.
따라서 옳은 것은 ②이다. 답 ②

유형 108 정다면체의 이해 본책 119쪽

	정사면체	정육면체	정팔면체	정십이면체	정이십면체
면의 모양	정삼각형	정사각형	정삼각형	정오각형	정삼각형
한 꼭짓점에 모인 면의 개수	3	3	4	3	5

556 조건 (가), (나), (다)에서 주어진 입체도형은 정다면체이다.
조건 (나), (다)에서 정다면체 중 각 면이 모두 합동인 정삼각형이면서 각 꼭짓점에 모인 면의 개수가 3인 것은 정사면체이다.
답 ①

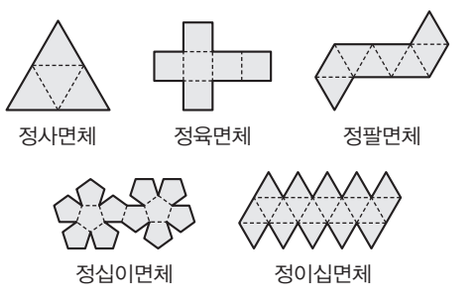
557 ㄴ. 정팔면체의 면의 모양은 정삼각형이고 정십이면체의 면의 모양은 정오각형이므로 정팔면체와 정십이면체의 면의 모양은 같지 않다.
ㄷ. 정육면체의 한 꼭짓점에 모인 면의 개수는 3이고 정십이면체의 한 꼭짓점에 모인 면의 개수는 3이므로 정육면체와 정십이면체의 한 꼭짓점에 모인 면의 개수는 같다.
ㄹ. 한 꼭짓점에 모인 면의 개수가 4인 정다면체는 정팔면체이다.
이상에서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다. 답 ㄱ, ㄷ

558 한 꼭짓점에 모인 면의 개수가 가장 많은 정다면체는 정이십면체이므로
$a=20$ … 1단계
또 면의 모양이 정오각형인 정다면체는 정십이면체이므로
$b=12$ … 2단계
$\therefore a+b=20+12=32$ … 3단계
답 32

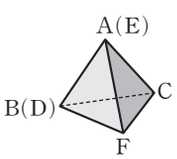
단계	채점 요소	비율
1	a의 값 구하기	40 %
2	b의 값 구하기	40 %
3	$a+b$의 값 구하기	20 %

559 구하는 정다면체의 각 면이 정n각형이라 하면 조건 (가)에서 정n각형의 한 외각의 크기는
$$180^\circ\times\frac{2}{1+2}=120^\circ$$
따라서 $\frac{360^\circ}{n}=120^\circ$이므로 $n=3$
즉 구하는 정다면체의 각 면은 정삼각형이므로 정사면체, 정팔면체, 정이십면체 중 하나이다.
이때 꼭짓점의 개수와 모서리의 개수의 비를 구하면
정사면체는 $4:6=2:3$
정팔면체는 $6:12=1:2$
정이십면체는 $12:30=2:5$
따라서 조건 (가), (나)를 만족시키는 정다면체는 정사면체이다.
답 ①

유형 109 정다면체의 전개도 본책 120쪽



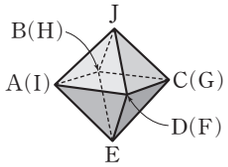
560 주어진 전개도로 만든 정다면체는 오른쪽 그림과 같은 정사면체이다.
따라서 $\overline{DE}$와 겹치는 모서리는 $\overline{BA}$이고, 꼬인 위치에 있는 모서리는 $\overline{CF}$이다.



답 ②

561 ①, ②, ③, ⑤ 문자 A가 적힌 면과 서로 마주 보는 면에 적힌 문자는 F이다.
④ 문자 A가 적힌 면과 서로 마주 보는 면에 적힌 문자는 D이다.
따라서 나머지 넷과 다른 하나는 ④이다. 답 ④

562 주어진 전개도로 만든 정다면체는 오른쪽 그림과 같은 정팔면체이다.



④ $\overline{BC}$와 $\overline{IE}$는 꼬인 위치에 있다.

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

답 ④

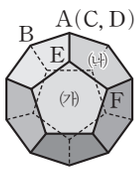
563 주어진 전개도로 만든 정다면체는 정이십면체이다.

ㄴ. 모서리의 개수는 30이다.

이상에서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ, ㄹ이다.

답 ⑤

564 주어진 전개도로 만든 정다면체는 오른쪽 그림과 같은 정십이면체이다.



③ 꼭짓점 A와 만나는 꼭짓점은 C, D이다.

따라서 옳지 않은 것은 ③이다.

답 ③

유형 110 정다면체의 각 면의 한가운데 점을 연결하여 만든 입체도형

본책 121쪽

(1) 정다면체의 각 면의 한가운데 점을 연결하면 또 하나의 정다면체를 만들 수 있다. 이때

(바깥쪽 정다면체의 면의 개수)

=(안쪽 정다면체의 꼭짓점의 개수)

이다.

(2) 정다면체의 각 면의 한가운데 점을 연결하여 만든 정다면체는 다음과 같다.



정사면체	정육면체	정팔면체	정십이면체	정이십면체
↓	↓	↓	↓	↓
정사면체	정팔면체	정육면체	정이십면체	정십이면체

565 ③ 정팔면체의 면의 개수는 8이므로 정팔면체의 각 면의 한가운데 점을 연결하여 만든 입체도형은 꼭짓점의 개수가 8인 정다면체, 즉 정육면체이다.

따라서 잘못 짝 지어진 것은 ③이다.

답 ③

566 주어진 정다면체는 면의 개수와 꼭짓점의 개수가 같아야 하므로 정사면체이다.

따라서 구하는 꼭짓점의 개수는 4이다.

답 4

567 정육면체의 면의 개수는 6이므로 정육면체의 각 면의 한가운데 점을 연결하여 만든 입체도형은 꼭짓점의 개수가 6인 정다면체, 즉 정팔면체이다. … 1단계

따라서 구하는 모서리의 개수는 12이다. … 2단계

답 12

단계	채점 요소	비율
1	새로 만든 입체도형 구하기	60 %
2	모서리의 개수 구하기	40 %

568 정이십면체의 면의 개수는 20이므로 정이십면체의 각 면의 한가운데 점을 연결하여 만든 다면체는 꼭짓점의 개수가 20인 정다면체, 즉 정십이면체이다.

① 면의 개수는 12이다.

② 모서리의 개수는 30이다.

③ 꼭짓점의 개수는 20이다.

④ 한 꼭짓점에 모인 면의 개수는 3이다.

따라서 옳은 것은 ⑤이다.

답 ⑤

569 새로 만든 입체도형은 각 면이 모두 합동인 정삼각형이고, 각 꼭짓점에 모인 면의 개수가 4이므로 정팔면체이다.

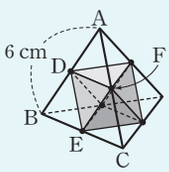
이때 정팔면체의 한 모서리의 길이는 3 cm이고, 모서리의 개수는 12이므로 모든 모서리의 길이의 합은

$3\times12=36\,(\text{cm})$

답 36 cm

만점 공략 노트

정사면체의 각 모서리의 중점을 연결하여 만든 정다면체는 오른쪽 그림과 같은 정팔면체이다.



이때 정삼각형 ABC의 각 변의 중점 D, E, F에 대하여 삼각형 DBE는 $\overline{BD}=\overline{BE}$인 이등변삼각형이고 $\angle DBE=60^\circ$이므로

$$\angle BDE=\angle BED=\frac{1}{2}\times(180^\circ-60^\circ)=60^\circ$$

즉 삼각형 DBE는 정삼각형이다.

마찬가지로 삼각형 ADF와 삼각형 FEC도 정삼각형이므로

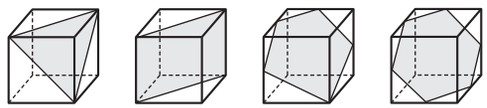
$$\overline{DE}=\overline{DF}=\overline{EF}=\frac{1}{2}\overline{AB}=3\,(\text{cm})$$

이다.

유형 111 정다면체의 단면

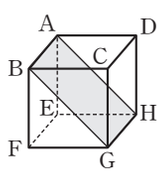
본책 122쪽

정육면체를 한 평면으로 자를 때 생기는 단면의 모양은 다음과 같다.

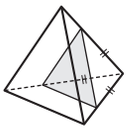
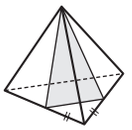


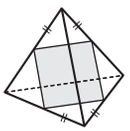
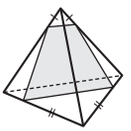
삼각형 사각형 오각형 육각형

570 오른쪽 그림과 같이 단면은 사각형 ABGH이고, 사각형 ABGH는 직사각형이다.



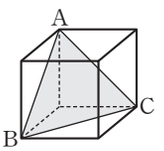
답 ④

571 ①  ③ 

④  ⑤ 

따라서 단면의 모양이 될 수 없는 것은 ②이다. 답 ②

572 주어진 전개도로 만든 정육면체는 오른쪽 그림과 같으므로 단면은 삼각형 ABC이다.



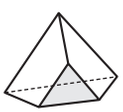
이때 삼각형 ABC의 세 변은 정육면체의 각 면의 대각선이므로 $\overline{AB}=\overline{BC}=\overline{CA}$이다.

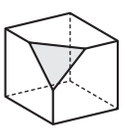
즉 삼각형 ABC는 정삼각형이므로

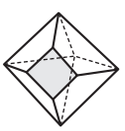
$\angle ABC=60^\circ$

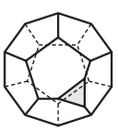
답 60°

573 정사면체, 정육면체, 정팔면체, 정십이면체, 정이십면체의 한 꼭짓점에 모인 면의 개수는 각각 3, 3, 4, 3, 5이므로 단면의 모양은 다음과 같다.

① 
정사면체 ➜ 정삼각형

② 
정육면체 ➜ 정삼각형

③ 
정팔면체 ➜ 정사각형

④ 
정십이면체 ➜ 정삼각형

⑤ 
정이십면체 ➜ 정오각형

따라서 바르게 짝 지어진 것은 ④이다. 답 ④

유형 112 회전체 본책 122쪽

(1) 회전체: 평면도형을 한 직선을 축으로 하여 1회전 시킬 때 생기는 입체도형

(2) 회전체는 원기둥, 원뿔, 원뿔대, 구 등이 있다.

574 ③, ⑤ 다면체이다.

따라서 회전체가 아닌 것은 ③, ⑤이다. 답 ③, ⑤

575 다면체는 ㄷ, ㅁ, ㅅ, ㅇ, ㅈ의 5개이므로

$a=5$ … 1단계

회전체는 ㄴ, ㄹ의 2개이므로

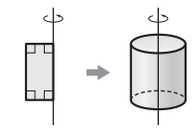
$b=2$ … 2단계

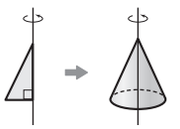
$\therefore a-b=5-2=3$ … 3단계

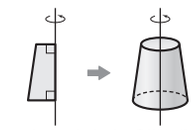
답 3

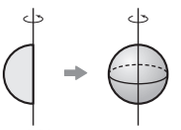
단계	채점 요소	비율
1	a의 값 구하기	40 %
2	b의 값 구하기	40 %
3	$a-b$의 값 구하기	20 %

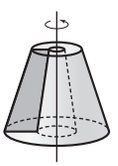
유형 113 평면도형을 회전시킬 때 생기는 회전체 (1) 본책 123쪽

① 
직사각형 원기둥

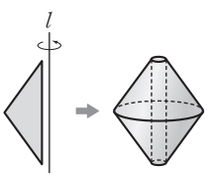
② 
직각삼각형 원뿔

③ 
두 각이 직각인 사다리꼴 원뿔대

④ 
반원 구

576 ⑤ 

답 ⑤

577 ④ 

따라서 옳지 않은 것은 ④이다. 답 ④

578 ④ 

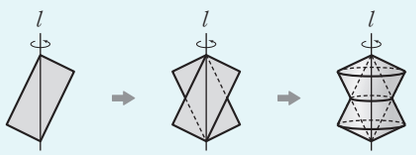
답 ④

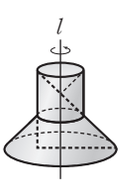
만점 공략 노트

평면도형을 직선 l을 회전축으로 하여 1회전 시킬 때 생기는 입체도형은 다음과 같은 순서로 구한다.

❶ 평면도형과 직선 l에 대하여 선대칭인 도형을 그린다.

❷ ❶의 도형을 이용하여 입체도형을 구한다.



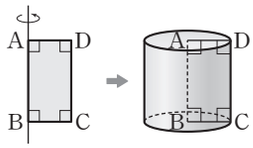
579 ③ 

답 ③

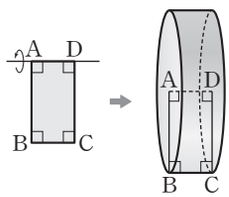
유형 114 평면도형을 회전시킬 때 생기는 회전체 (2) 본책 124쪽

평면도형을 1회전 시킬 때 생기는 회전체는 회전축에 따라 그 모양이 달라진다.

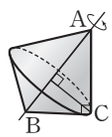
예 ① $\overline{AB}$를 회전축으로 할 때



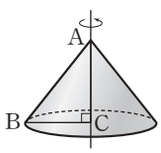
② $\overline{AD}$를 회전축으로 할 때



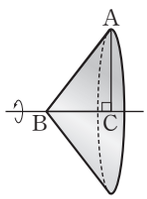
580 ㄱ.



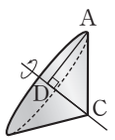
ㄴ.



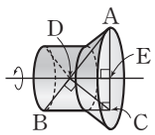
ㄷ.



ㄹ.



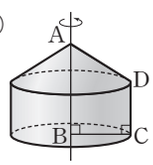
ㅁ.



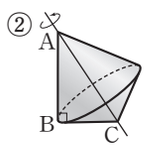
이상에서 회전축이 될 수 있는 것은 ㄴ, ㄷ, ㄹ이다.

답 ㄴ, ㄷ, ㄹ

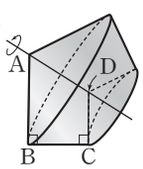
581 ①



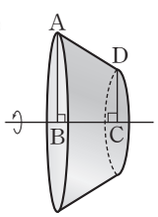
②



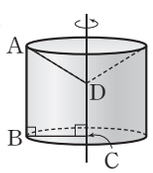
③



④



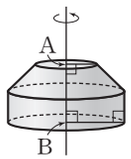
⑤



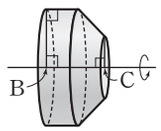
따라서 회전축이 될 수 있는 것은 ④이다. 답 ④

582 각 변을 회전축으로 하여 1회전 시킬 때 생기는 회전체는 다음과 같다.

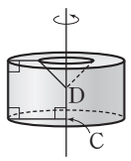
(i) $\overline{AB}$를 회전축으로 할 때



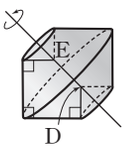
(ii) $\overline{BC}$를 회전축으로 할 때



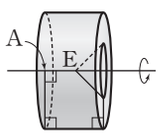
(iii) $\overline{CD}$를 회전축으로 할 때



(iv) $\overline{DE}$를 회전축으로 할 때



(v) $\overline{EA}$를 회전축으로 할 때



따라서 주어진 평면도형의 한 변을 회전축으로 하여 1회전 시킬 때 생기는 회전체가 아닌 것은 ③, ④이다. 답 ③, ④

유형 115 회전체의 단면의 모양 본책 124쪽

(1) 회전축에 수직인 평면으로 자를 때 생기는 단면 ➜ 원

(2) 회전축을 포함하는 평면으로 자를 때 생기는 단면

① 원기둥 ➜ 직사각형 ② 원뿔 ➜ 이등변삼각형

③ 원뿔대 ➜ 사다리꼴 ④ 구 ➜ 원

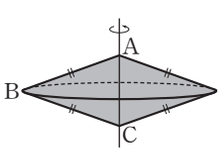
583 ㄷ. 원뿔을 밑면과 수직이면서 회전축을 포함하지 않는 평면으로 자른 단면은 오른쪽 그림과 같다.



즉 원뿔을 회전축을 포함하는 평면으로 자를 때에만 단면의 모양이 삼각형이다.

이상에서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ이다. 답 ㄱ, ㄴ

584 회전체는 오른쪽 그림과 같고 이 회전체를 직선 AC를 포함하는 평면으로 자른 단면은 네 변의 길이가 모두 같은 사각형이므로 마름모이다.



답 ④

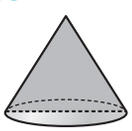
585 평면 ⑤로 자를 때 생기는 단면의 모양은 오른쪽 그림과 같다.



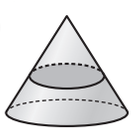
따라서 잘못 고른 것은 ⑤이다. 답 ⑤

586 만들어지는 회전체는 원뿔이다.

①



③



④ 

⑤ 

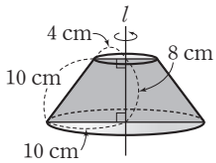
따라서 단면의 모양이 될 수 없는 것은 ②이다. 답 ②

유형 116 회전체의 단면의 넓이 본책 125쪽

① 회전축에 수직인 평면으로 자르는 경우
➜ 단면이 항상 원이므로 원의 반지름의 길이를 구한다.
② 회전축을 포함하는 평면으로 자르는 경우
➜ 회전시키기 전의 평면도형의 변의 길이를 이용한다.

587 회전체는 오른쪽 그림과 같으므로 구하는 단면의 넓이는

$$\left\{\frac{1}{2}\times(4+10)\times 8\right\}\times 2$$
$$=112\,(\text{cm}^2)$$



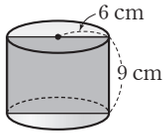
답 112 cm^2

만점 공략 노트

회전체를 회전축을 포함하는 평면으로 자를 때 생기는 단면은 회전축을 대칭축으로 하는 선대칭도형이다.
∴ (회전축을 포함하는 평면으로 자를 때 생기는 단면의 넓이)
=(회전시키기 전의 평면도형의 넓이)×2

588 오른쪽 그림과 같이 회전축을 포함하는 평면으로 잘랐을 때 생기는 단면인 직사각형의 넓이가 가장 크다.
따라서 구하는 단면의 둘레의 길이는

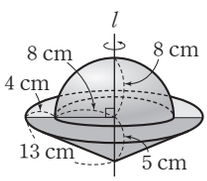
$$2\times(12+9)=42\,(\text{cm})$$



답 ②

589 회전체는 오른쪽 그림과 같으므로 구하는 단면의 넓이는

$$\left\{\pi\times 8^2\times\frac{1}{4}+\frac{1}{2}\times(4+8)\times 5\right\}\times 2$$
$$=32\pi+60\,(\text{cm}^2)$$



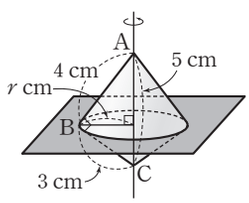
단면의 둘레의 길이는

$$\left(2\pi\times 8\times\frac{1}{4}+4+13\right)\times 2=8\pi+34\,(\text{cm})$$

답 넓이: $(32\pi+60)\,\text{cm}^2$, 둘레의 길이: $(8\pi+34)$ cm

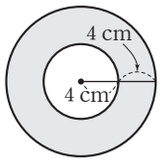
590 주어진 회전체를 회전축에 수직인 평면으로 자를 때 생기는 단면인 원의 넓이가 가장 큰 경우는 오른쪽 그림과 같이 자를 때이므로 구하는 원의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$$\frac{1}{2}\times 5\times r=\frac{1}{2}\times 4\times 3 \qquad \therefore r=\frac{12}{5}$$



따라서 구하는 반지름의 길이는 $\frac{12}{5}$ cm이다. 답 $\frac{12}{5}$ cm

591 회전체는 도넛 모양이고 이 회전체를 원의 중심 O를 지나면서 회전축에 수직인 평면으로 자른 단면은 오른쪽 그림과 같다. … 1단계



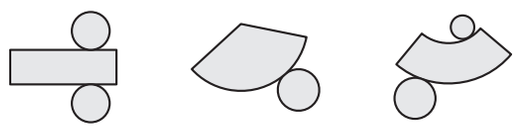
따라서 구하는 단면의 넓이는

$$\pi\times 8^2-\pi\times 4^2=48\pi\,(\text{cm}^2)$$ … 2단계

답 $48\pi\ \text{cm}^2$

단계	채점 요소	비율
1	단면의 모양 그리기	50 %
2	단면의 넓이 구하기	50 %

유형 117 회전체의 전개도 본책 126쪽

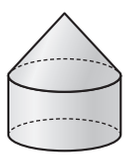


592 회전체는 오른쪽 그림과 같은 원뿔대이므로 구하는 전개도는 ③이다.



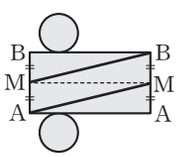
답 ③

593 주어진 전개도로 만든 입체도형은 오른쪽 그림과 같으므로 이 입체도형은 ①의 도형을 1회전 시킨 것이다.



답 ①

594 모선 AB의 중점을 M이라 하면 실의 길이가 가장 짧게 되는 경로는 오른쪽 그림의 전개도에서 두 점 A, M과 두 점 M, B를 잇는 선분과 같다.



따라서 구하는 경로를 바르게 나타낸 것은 ③이다. 답 ③

유형 118 원기둥, 원뿔, 원뿔대의 전개도의 성질 본책 126쪽

① 원기둥의 전개도에서
(직사각형의 가로의 길이)=(원의 둘레의 길이)
② 원뿔의 전개도에서
(부채꼴의 호의 길이)=(원의 둘레의 길이)

595 $a=9$, $b=6$이고 전개도에서 부채꼴의 호의 길이는 원의 둘레의 길이와 같으므로

$2\pi\times9\times\frac{c}{360}=2\pi\times6$ $\therefore c=240$

$\therefore a+b+c=9+6+240=255$ 답 255

596 큰 원의 둘레의 길이는 반지름의 길이가 $5+5=10$ (cm)이고 중심각의 크기가 120°인 부채꼴의 호의 길이와 같으므로 구하는 원의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$2\pi\times10\times\frac{120}{360}=2\pi r$ $\therefore r=\frac{10}{3}$

따라서 구하는 반지름의 길이는 $\frac{10}{3}$ cm이다. 답 ①

597 회전체는 밑면의 반지름의 길이가 3 cm, 높이가 8 cm인 원기둥이므로

$x=3$, $z=8$ … 1단계

전개도에서 직사각형의 가로의 길이는 원의 둘레의 길이와 같으므로

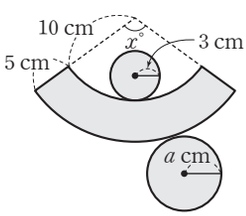
$y\pi=2\pi\times3$ $\therefore y=6$ … 2단계

$\therefore x-y+z=3-6+8=5$ … 3단계

답 5

단계	채점 요소	비율
1	x, z의 값 구하기	40 %
2	y의 값 구하기	40 %
3	$x-y+z$의 값 구하기	20 %

598 오른쪽 그림과 같은 원뿔대의 전개도에서 두 부채꼴의 중심각의 크기를 x°라 하면 반지름의 길이가 10 cm인 부채꼴의 호의 길이가 작은 원의 둘레의 길이와 같으므로



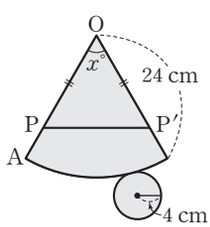
$2\pi\times10\times\frac{x}{360}=2\pi\times3$

$\therefore x=108$

따라서 반지름의 길이가 $10+5=15$ (cm)인 부채꼴의 호의 길이가 큰 원의 둘레의 길이와 같으므로

$2\pi\times15\times\frac{108}{360}=2\pi\times a$ $\therefore a=\frac{9}{2}$ 답 ③

599 오른쪽 그림과 같은 원뿔의 전개도에서 점 P에서 점 P로 돌아오는 가장 짧은 선은 $\overline{PP'}$이다.



부채꼴의 중심각의 크기를 x°라 하면

$2\pi\times24\times\frac{x}{360}=2\pi\times4$

$\therefore x=60$

$\overline{OP}=3\overline{AP}$에서 $\overline{OP}:\overline{AP}=3:1$

$\therefore \overline{OP}=\frac{3}{4}\overline{OA}=\frac{3}{4}\times24=18$ (cm)

이때 $\triangle OPP'$에서 $\overline{OP}=\overline{OP'}$이므로

$\angle OPP'=\angle OP'P=\frac{1}{2}\times(180^\circ-60^\circ)=60^\circ$

따라서 $\triangle OPP'$은 정삼각형이므로

$\overline{PP'}=\overline{OP}=18$ (cm)

즉 가장 짧은 선의 길이는 18 cm이다. 답 18 cm

유형 119 회전체의 이해 본책 127쪽

① 구의 회전축은 무수히 많고, 구의 중심을 지나는 평면으로 잘랐을 때 구의 단면이 가장 크다.

② 원뿔, 원뿔대를 회전축에 수직인 평면으로 자를 때 생기는 단면은 모두 원이지만 그 크기는 다르다.

③ 회전체를 회전축을 포함하는 평면으로 자를 때 생기는 단면은 모두 합동이고 선대칭도형이다.

600 ② 구의 전개도는 그릴 수 없다.

따라서 옳지 않은 것은 ②이다. 답 ②

601 주어진 전개도로 만들어지는 회전체는 원뿔대이다.

ㄱ. 회전축은 1개이다.

ㄴ. 회전축과 모선은 서로 평행하지 않다.

이상에서 옳은 것은 ㄷ, ㄹ이다. 답 ㄷ, ㄹ

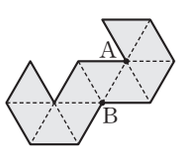
만점 유형 도전하기

본책 128~129쪽

602 전략 정다면체의 뜻을 알고 이를 이용하여 정다면체가 아닌 이유를 생각한다.

(1) 각 면이 모두 합동인 정다각형이고 각 꼭짓점에 모인 면의 개수가 같은 다면체를 정다면체라 한다.

(2) 오른쪽 그림의 꼭짓점 A에는 5개의 면이 모이고, 꼭짓점 B에는 4개의 면이 모인다.

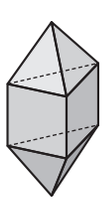


따라서 주어진 전개도로 만든 입체도형은 각 꼭짓점에 모인 면의 개수가 4 또는 5로 같지 않으므로 정다면체가 아니다.

답 풀이 참조

603 전략 주어진 평면도형으로 만들 수 있는 입체도형을 그려 본다.

주어진 평면도형으로 만들 수 있는 구면체는 오른쪽 그림과 같다.



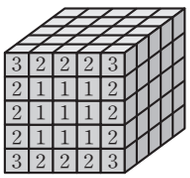
이 구면체의 모서리의 개수는 15이므로 구하는 각뿔대를 n각뿔대라 하면

$3n=15$ $\therefore n=5$

따라서 구하는 각뿔대는 오각뿔대이다. 답 오각뿔대

604 전략 큰 정육면체의 한 면에서 작은 정육면체의 색칠된 면의 개수를 생각한다.

작은 정육면체 125개를 쌓아서 큰 정육면체를 만들려면 가로, 세로, 높이로 각각 5개씩 쌓아야 한다.



이때 큰 정육면체의 한 면에서 작은 정육면체의 색칠된 면의 개수를 적어 보면 오른쪽 그림과 같다.

(i) 한 면만 색칠된 작은 정육면체의 개수

큰 정육면체의 꼭짓점과 모서리를 포함하지 않고 면에 위치한 작은 정육면체의 개수와 같으므로

$a=(3\times3)\times6=54$

(ii) 두 면이 색칠된 작은 정육면체의 개수

큰 정육면체의 꼭짓점을 포함하지 않고 모서리에 위치한 작은 정육면체의 개수와 같으므로

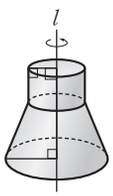
$b=3\times12=36$

(i), (ii)에서

$a+b=54+36=90$ 답 90

605 전략 입체도형을 그린 후 그릇의 폭이 좁을수록 물의 높이는 빠르게 증가함을 이용한다.

주어진 평면도형을 직선 l을 회전축으로 하여 1회전 시킬 때 생기는 입체도형은 오른쪽 그림과 같다.



시간당 일정한 양의 물을 넣을 때, 그릇의 폭이 위로 갈수록 점점 좁아지면 물의 높이는 점점 빠르게 증가하고, 그릇의 폭이 일정하면 물의 높이는 일정하게 증가한다.

따라서 그래프로 알맞은 것은 ⑤이다. 답 ⑤

606 전략 정이십면체의 각 꼭짓점마다 정오각형인 면이 생긴다는 것을 이용한다.

정이십면체의 꼭짓점의 개수는 12이고 모서리의 개수는 30이다.

이때 정이십면체의 꼭짓점의 개수만큼 정오각형이 생기므로 면의 개수는

$12+20=32$ $\therefore a=32$

꼭짓점의 개수는

$12\times5=60$ $\therefore b=60$

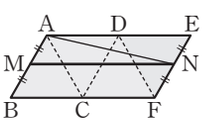
모서리의 개수는

$30+12\times5=90$ $\therefore c=90$

$\therefore a-b+c=32-60+90=62$ 답 62

607 전략 정팔면체의 전개도의 일부를 이용하여 이동 경로를 나타낸다.

가장 짧은 거리는 오른쪽 그림에서 $\overline{MN}$의 길이와 같다.



$\triangle AMN$과 $\triangle NEA$에서

$\overline{AN}$은 공통, $\overline{AM}=\overline{NE}$,

$\angle NAM=\angle ANE$ (엇각)

$\therefore \triangle AMN\equiv\triangle NEA$ (SAS 합동)

$\therefore \overline{MN}=\overline{AE}=2\times12=24$ (cm)

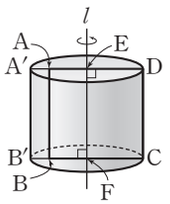
따라서 구하는 거리는 24 cm이다.

답 24 cm

참고 사각형 ABFE는 평행사변형이므로 $\overline{AB}/\!/\overline{EF}$이다.

608 전략 입체도형의 모양을 파악한 후 $\overline{AE}$, $\overline{ED}$의 길이를 $\overline{AD}$의 길이를 이용하여 나타낸다.

정사각형 ABCD를 직선 l을 회전축으로 하여 1회전 시킬 때 생기는 입체도형은 오른쪽 그림과 같다.



이 입체도형을 회전축을 포함하는 평면으로 자른 단면은 사각형 A′B′CD이므로

(사각형 A′B′CD의 넓이)

$=\frac{6}{5}\times$(사각형 ABCD의 넓이)

이때 직선 l과 변 BC의 교점을 F라 하면

(사각형 A′B′FE의 넓이)=(사각형 EFCD의 넓이)

이므로

(사각형 EFCD의 넓이)$=\frac{3}{5}\times$(사각형 ABCD의 넓이)

즉 $\overline{ED}\times\overline{DC}=\frac{3}{5}\times\overline{AD}\times\overline{DC}$이므로

$\overline{ED}=\frac{3}{5}\overline{AD}$

또 $\overline{AE}=\overline{AD}-\overline{ED}=\overline{AD}-\frac{3}{5}\overline{AD}=\frac{2}{5}\overline{AD}$이므로

$\overline{AE}:\overline{ED}=\frac{2}{5}\overline{AD}:\frac{3}{5}\overline{AD}=2:3$ 답 ②

609 전략 세 원뿔의 옆면인 부채꼴의 호의 길이의 합은 한 원의 둘레의 길이와 같음을 이용한다.

세 원뿔 A, B, C의 모선의 길이를 l이라 하고 밑면의 반지름의 길이를 각각 $3r$, $4r$, $5r$라 하면 옆면인 부채꼴의 호의 길이의 합은 반지름의 길이가 l인 원의 둘레의 길이와 같다.

원뿔 A의 옆면인 부채꼴의 호의 길이는

$2\pi\times3r=6\pi r$

원뿔 B의 옆면인 부채꼴의 호의 길이는

$2\pi\times4r=8\pi r$

원뿔 C의 옆면인 부채꼴의 호의 길이는

$2\pi\times5r=10\pi r$

따라서 $6\pi r+8\pi r+10\pi r=2\pi l$이므로

$24\pi r=2\pi l$

$\therefore l=12r=\frac{12}{5}\times5r$

즉 원뿔 C의 모선의 길이 l은 밑면의 반지름의 길이 $5r$의 $\frac{12}{5}$배이다.

답 $\frac{12}{5}$배

시험 만점 완성하기

본책 130 ~ 133쪽

610 전략 주어진 다면체의 면의 개수를 구한다.

각 다면체의 면의 개수는

칠각기둥: $7+2=9$, 칠각뿔: $7+1=8$,

팔각기둥: $8+2=10$, 팔각뿔대: $8+2=10$,

팔각뿔: $8+1=9$, 구각뿔대: $9+2=11$,

구각뿔: $9+1=10$

따라서 십면체는 팔각기둥, 팔각뿔대, 구각뿔의 3개이다. 답 ②

611 전략 주어진 다면체의 모서리의 개수를 구한다.

각 다면체의 모서리의 개수는

① $3\times3=9$ ② $5\times2=10$ ③ $6\times3=18$

④ $6\times2=12$ ⑤ $7\times3=21$

따라서 모서리의 개수가 두 번째로 많은 것은 ③이다. 답 ③

612 전략 주어진 각뿔대를 n각뿔대라 하고 면의 개수를 이용하여 식을 세운다.

주어진 각뿔대를 n각뿔대라 하면

$n+2=15$ $\therefore n=13$

즉 십삼각뿔대이므로 모서리의 개수는

$13\times3=39$

꼭짓점의 개수는

$13\times2=26$

따라서 구하는 합은

$39+26=65$ 답 ①

613 전략 각뿔대의 면, 모서리, 꼭짓점의 개수를 생각한다.

④ n각뿔대의 모서리의 개수는 $3n$, 꼭짓점의 개수는 $2n$이므로 모서리의 개수와 꼭짓점의 개수는 같지 않다.

따라서 옳지 않은 것은 ④이다. 답 ④

614 전략 정이십면체의 면의 모양, 한 꼭짓점에 모인 면의 개수를 이용한다.

$a=3$, $b=5$, $c=12$이므로

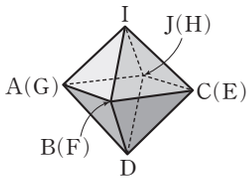
$a-b+c=3-5+12=10$ 답 ②

615 전략 전개도로 만들어지는 정팔면체를 그리고 꼬인 위치에 있는 모서리를 찾는다.

주어진 전개도로 만든 정다면체는 오른쪽 그림과 같은 정팔면체이다.

⑤ $\overline{FG}$와 $\overline{JE}$는 서로 평행하다.

따라서 꼬인 위치에 있는 모서리가 아닌 것은 ⑤이다.



답 ⑤

616 전략 주어진 전개도에서 면의 개수를 확인하여 어떤 정다면체가 만들어지는지 찾는다.

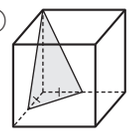
주어진 전개도로 만든 정다면체는 정십이면체이다.

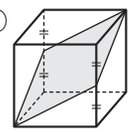
ㄱ. 꼭짓점의 개수는 20이다.

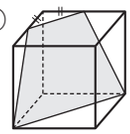
ㄹ. 정십이면체의 면의 개수는 12이므로 정십이면체의 각 면의 한가운데 점을 연결하여 만든 입체도형은 꼭짓점의 개수가 12인 정다면체, 즉 정이십면체이다.

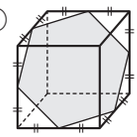
이상에서 옳은 것은 ㄴ, ㄷ, ㄹ이다. 답 ⑤

617 전략 정육면체를 여러 가지 평면으로 잘라 본다.

① 

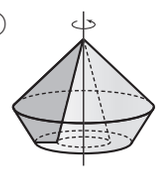
② 

③ 

⑤ 

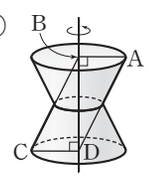
따라서 단면의 모양이 될 수 없는 것은 ④이다. 답 ④

618 전략 주어진 도형을 1회전 시킬 때 생기는 회전체를 그려 본다.

③ 

답 ③

619 전략 주어진 도형을 대각선 BD를 회전축으로 하여 1회전 시킬 때 생기는 회전체를 그려 본다.

③ 

답 ③

620 전략 주어진 회전체를 회전축을 포함하는 평면으로 자를 때 생기는 단면의 모양을 생각한다.

② 원뿔 – 이등변삼각형

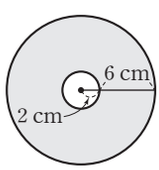
따라서 잘못 짝 지어진 것은 ②이다. 답 ②

621 전략 회전체를 회전축에 수직인 평면으로 자를 때 생기는 단면을 그려 본다.

주어진 회전체를 회전축에 수직인 평면으로 자를 때 생기는 단면은 오른쪽 그림과 같다.

따라서 구하는 둘레의 길이는

$2\pi\times8+2\pi\times2=16\pi+4\pi=20\pi$ (cm)

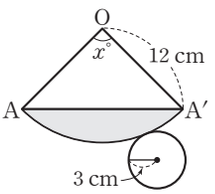


답 ③

622 전략 원뿔의 전개도에 색칠한 부분을 나타낸다.

오른쪽 그림과 같은 원뿔의 전개도에서 점 A에서 점 A로 돌아오는 가장 짧은 선은 $\overline{AA'}$이다.

이때 원뿔에서 색칠한 부분은 오른쪽 그림의 색칠한 부분과 같다.



부채꼴의 중심각의 크기를 $x°$라 하면

$$2\pi\times12\times\frac{x}{360}=2\pi\times3 \qquad \therefore x=90$$

따라서 색칠한 부분의 넓이는

(부채꼴 AOA′의 넓이)−(직각삼각형 OAA′의 넓이)

$$=\pi\times12^2\times\frac{1}{4}-\frac{1}{2}\times12\times12$$

$$=36\pi-72\ (\text{cm}^2)$$

답 ③

623 전략 회전체의 성질을 생각한다.

① 구의 회전축은 무수히 많다.

② 원뿔대의 두 밑면은 서로 평행하지만 합동은 아니다.

③ 구는 어느 방향으로 잘라도 그 단면이 항상 원이다.

따라서 옳은 것은 ④, ⑤이다. 답 ④, ⑤

624 전략 각뿔대의 모서리의 개수와 각기둥의 꼭짓점의 개수를 생각한다.

m각뿔대의 모서리의 개수는 $3m$, n각기둥의 꼭짓점의 개수는 $2n$이므로

$$3m+2n=20$$

이때 m, n은 3 이상의 자연수이므로

$$m=4,\ n=4 \qquad \therefore m+n=8$$

답 8

625 전략 두 밑면이 서로 평행하지만 합동은 아니고 옆면의 모양이 사다리꼴인 입체도형은 각뿔대임을 이용한다.

조건 (나), (다)에서 주어진 입체도형은 각뿔대이다.

이 입체도형을 n각뿔대라 하면 조건 (가)에서

$$(n+2)+2n=29, \qquad 3n=27 \qquad \therefore n=9$$

따라서 주어진 입체도형은 구각뿔대이므로 구하는 모서리의 개수는

$$9\times3=27$$

답 27

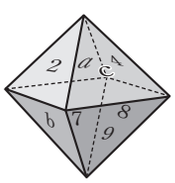
626 전략 정다면체의 뜻을 생각한다.

각 면이 모두 합동인 정삼각형으로 이루어져 있지만 한 꼭짓점에 모인 면의 개수가 3 또는 4로 같지 않으므로 정다면체가 아니다. 답 풀이 참조

627 전략 전개도로 만들어지는 정팔면체를 그리고 평행한 면을 찾는다.

주어진 전개도로 만든 정다면체는 오른쪽 그림과 같은 정팔면체이다.

2가 적힌 면과 8이 적힌 면이 평행하므로 평행한 두 면에 적힌 수의 합은 $2+8=10$이어야 한다.



a가 적힌 면과 9가 적힌 면이 평행하므로

$$a+9=10 \qquad \therefore a=1$$

b가 적힌 면과 4가 적힌 면이 평행하므로

$$b+4=10 \qquad \therefore b=6$$

c가 적힌 면과 7이 적힌 면이 평행하므로

$$c+7=10 \qquad \therefore c=3$$

$$\therefore a+b-c=1+6-3=4$$

답 4

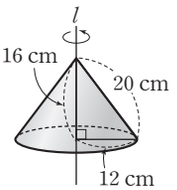
628 전략 주어진 평면도형을 1회전 시킬 때 생기는 회전체의 모양을 파악한다.

회전체는 오른쪽 그림과 같은 원뿔이고 원뿔의 밑면의 넓이는

$$\pi\times12^2=144\pi\ (\text{cm}^2)$$

이므로 원뿔을 회전축에 수직인 평면으로 잘랐을 때 생기는 단면인 원의 넓이는

$$\frac{9}{16}\times144\pi=81\pi\ (\text{cm}^2)$$



단면인 원의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$$\pi\times r^2=81\pi, \qquad r^2=81 \qquad \therefore r=9$$

따라서 구하는 둘레의 길이는

$$2\pi\times9=18\pi\ (\text{cm})$$

답 18π cm

629 전략 원뿔대의 전개도에서 부채꼴의 호의 길이는 호와 만나는 원의 둘레의 길이와 같음을 이용한다.

원뿔대의 모선의 길이를 x cm라 하면 큰 원의 둘레의 길이는 반지름의 길이가 $(5+x)$ cm이고 중심각의 크기가 144°인 부채꼴의 호의 길이와 같으므로

$$2\pi\times(5+x)\times\frac{144}{360}=2\pi\times6$$

$$5+x=15 \qquad \therefore x=10$$

따라서 구하는 모선의 길이는 10 cm이다. 답 10 cm

630 전략 n각형의 내각의 크기의 합은 $180°\times(n-2)$임을 이용하여 밑면의 모양을 구한다.

주어진 입체도형의 밑면을 n각형이라 하면

$$180°\times(n-2)=1620°$$

$$n-2=9 \qquad \therefore n=11$$

즉 주어진 입체도형의 밑면은 십일각형이다. … 1단계

이때 밑면이 1개이고 옆면의 모양이 삼각형인 입체도형은 각뿔이므로 주어진 입체도형은 십일각뿔이다. … 2단계

따라서 구하는 모서리의 개수는

$$11\times2=22$$ … 3단계

답 22

단계	채점 요소	배점
1	주어진 입체도형의 밑면의 모양 구하기	2점
2	주어진 입체도형 구하기	2점
3	모서리의 개수 구하기	1점

631 전략 잘라 내고 남은 다면체의 모양을 유추한다.

정육면체를 면 AFH로 자를 때 생기는 단면의 모양은 한 변의 길이가 정육면체의 한 면의 대각선의 길이와 같은 정삼각형이다. … 1단계

따라서 정육면체를 네 면 AFH, AFC, AHC, CFH로 잘라 내고 남은 다면체는 합동인 4개의 정삼각형으로 이루어진 정사면체이다. … 2단계

이때 정사면체의 면의 개수는 4, 꼭짓점의 개수는 4이므로 구하는 합은 $4+4=8$ … 3단계

답 8

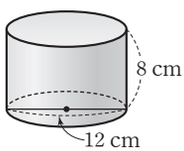
단계	채점 요소	배점
1	정육면체를 면 AFH로 자를 때 생기는 단면의 모양 파악하기	2점
2	네 면으로 잘라 내고 남은 다면체 구하기	2점
3	면의 개수와 꼭짓점의 개수의 합 구하기	2점

632 전략 주어진 회전체의 모양을 파악한다.

주어진 회전체는 오른쪽 그림과 같은 원기둥이므로 … 1단계

$a=6$, $b=8$

$\therefore a+b=6+8=14$ … 2단계



답 14

단계	채점 요소	배점
1	회전체의 모양 파악하기	2점
2	$a+b$의 값 구하기	2점

633 전략 두 원뿔 P, Q의 모선의 길이가 원 O의 반지름의 길이와 같음을 이용한다.

$\angle BOC$의 크기는 $360^\circ \times \frac{5}{3+5+10}=100^\circ$ … 1단계

이때 원 O의 반지름의 길이를 l cm라 하면 원뿔 Q의 모선의 길이는 l cm이므로

$2\pi \times l \times \frac{100}{360}=2\pi \times 5 \quad \therefore l=18$ … 2단계

또 $\angle AOB$의 크기는 $360^\circ \times \frac{3}{3+5+10}=60^\circ$ … 3단계

원뿔 P의 모선의 길이는 18 cm이므로 원뿔 P의 밑면의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$2\pi \times 18 \times \frac{60}{360}=2\pi \times r \quad \therefore r=3$

따라서 원뿔 P의 밑면의 반지름의 길이는 3 cm이다. … 4단계

답 3 cm

단계	채점 요소	배점
1	$\angle BOC$의 크기 구하기	1점
2	원 O의 반지름의 길이 구하기	2점
3	$\angle AOB$의 크기 구하기	1점
4	원뿔 P의 밑면의 반지름의 길이 구하기	2점

III. 입체도형

07 입체도형의 겉넓이와 부피

셀프 CHECK

본책 134~135쪽

A (1) (밑넓이)$=6\times4=24$ (cm^2)

(옆넓이)$=(6+4+6+4)\times5=100$ (cm^2)

$\therefore$ (겉넓이)$=24\times2+100=148$ (cm^2)

(2) (밑넓이)$=\pi\times5^2=25\pi$ (cm^2)

(옆넓이)$=2\pi\times5\times9=90\pi$ (cm^2)

$\therefore$ (겉넓이)$=25\pi\times2+90\pi=140\pi$ (cm^2)

답 (1) 148 cm^2 (2) 140π cm^2

B (1) (밑넓이)$=7\times5=35$ (cm^2)

$\therefore$ (부피)$=35\times10=350$ (cm^3)

(2) (밑넓이)$=\pi\times4^2=16\pi$ (cm^2)

$\therefore$ (부피)$=16\pi\times8=128\pi$ (cm^3)

답 (1) 350 cm^3 (2) 128π cm^3

C (1) (밑넓이)$=6\times6=36$ (cm^2)

(옆넓이)$=\left(\frac{1}{2}\times6\times9\right)\times4=108$ (cm^2)

$\therefore$ (겉넓이)$=36+108=144$ (cm^2)

(2) (밑넓이)$=\pi\times3^2=9\pi$ (cm^2)

(옆넓이)$=\pi\times3\times5=15\pi$ (cm^2)

$\therefore$ (겉넓이)$=9\pi+15\pi=24\pi$ (cm^2)

답 (1) 144 cm^2 (2) 24π cm^2

D (1) (밑넓이)$=3\times4=12$ (cm^2)

$\therefore$ (부피)$=\frac{1}{3}\times12\times7=28$ (cm^3)

(2) (밑넓이)$=\pi\times6^2=36\pi$ (cm^2)

$\therefore$ (부피)$=\frac{1}{3}\times36\pi\times8=96\pi$ (cm^3)

답 (1) 28 cm^3 (2) 96π cm^3

E (겉넓이)$=4\pi\times6^2=144\pi$ (cm^2)

(부피)$=\frac{4}{3}\pi\times6^3=288\pi$ (cm^3)

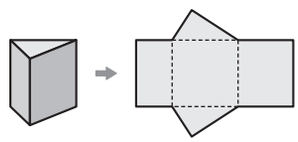
답 144π cm^2, 288π cm^3

내신 유형 다지기

본책 136~151쪽

유형 120 각기둥의 겉넓이

본책 136쪽



(각기둥의 겉넓이)
=(밑넓이)×2+(옆넓이)
=(밑넓이)×2+(밑면의 둘레의 길이)×(높이)

634 (밑넓이)$=3\times5=15$ (cm^2)
(옆넓이)$=(3+5+3+5)\times7=112$ (cm^2)
∴ (겉넓이)$=15\times2+112=142$ (cm^2) 답 ②

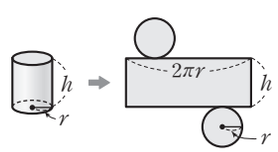
635 (밑넓이)$=\frac{1}{2}\times5\times12=30$ (cm^2)
(옆넓이)$=(5+12+13)\times h=30h$ (cm^2)
∴ (겉넓이)$=30\times2+30h=60+30h$ (cm^2) … 1단계
이때 겉넓이가 420 cm^2이므로
$60+30h=420$, $30h=360$
∴ $h=12$ … 2단계
답 12

단계	채점 요소	비율
1	겉넓이를 h에 대한 식으로 나타내기	50 %
2	h의 값 구하기	50 %

636 정육면체의 겉넓이는
$(6\times6)\times6=216$ (cm^2)
새로 생긴 면의 넓이의 합은
$(6\times6)\times10\times2=720$ (cm^2)
따라서 11개의 직육면체의 겉넓이의 합은
$216+720=936$ (cm^2) 답 ③

유형 121 원기둥의 겉넓이

본책 136쪽



(원기둥의 겉넓이)=(밑넓이)×2+(옆넓이)
$=2\pi r^2+2\pi rh$

637 (밑넓이)$=\pi\times4^2=16\pi$ (cm^2)
(옆넓이)$=2\pi\times4\times10=80\pi$ (cm^2)
∴ (겉넓이)$=16\pi\times2+80\pi=112\pi$ (cm^2) 답 112π cm^2

638 (밑넓이)$=\pi\times3^2=9\pi$ (cm^2)
(옆넓이)$=2\pi\times3\times h=6\pi h$ (cm^2)
∴ (겉넓이)$=9\pi\times2+6\pi h=18\pi+6\pi h$ (cm^2)
이때 겉넓이가 54π cm^2이므로
$18\pi+6\pi h=54\pi$, $6\pi h=36\pi$
∴ $h=6$ 답 6

639 페인트가 칠해진 벽면의 넓이는 롤러의 옆넓이의 3배이다.
이때
(옆넓이)$=2\pi\times8\times30=480\pi$ (cm^2)
이므로 페인트가 칠해진 벽면의 넓이는
$3\times480\pi=1440\pi$ (cm^2) 답 ⑤

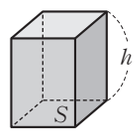
640 원기둥 A에서
(밑넓이)$=\pi\times6^2=36\pi$ (cm^2),
(옆넓이)$=2\pi\times6\times12=144\pi$ (cm^2)
이므로
(겉넓이)$=2\times36\pi+144\pi=216\pi$ (cm^2) … 1단계
원기둥 B의 높이를 h cm라 하면 원기둥 B에서
(밑넓이)$=\pi\times3^2=9\pi$ (cm^2),
(옆넓이)$=2\pi\times3\times h=6\pi h$ (cm^2)
이므로
(겉넓이)$=2\times9\pi+6\pi h=18\pi+6\pi h$ (cm^2) … 2단계
두 원기둥 A, B의 겉넓이가 같으므로
$216\pi=18\pi+6\pi h$, $6\pi h=198\pi$ ∴ $h=33$
따라서 원기둥 B의 높이는 33 cm이다. … 3단계
답 33 cm

단계	채점 요소	비율
1	원기둥 A의 겉넓이 구하기	40 %
2	원기둥 B의 겉넓이를 식으로 나타내기	40 %
3	원기둥 B의 높이 구하기	20 %

유형 122 각기둥의 부피

본책 137쪽

각기둥의 밑넓이를 S, 높이를 h라 하면
(각기둥의 부피)=(밑넓이)×(높이)
$=Sh$



641 (밑넓이)$=\frac{1}{2}\times(6+10)\times5=40$ (cm^2)
∴ (부피)$=40\times13=520$ (cm^3) 답 520 cm^3

642 (밑넓이)$=\frac{1}{2}\times4\times a+\frac{1}{2}\times a\times2=3a$ (cm^2)
∴ (부피)$=3a\times9=27a$ (cm^3)
이때 사각기둥의 부피가 162 cm^3이므로
$27a=162$ ∴ $a=6$ 답 ③

643 두 물통의 밑면의 넓이가 같으므로 물의 부피의 비는 물의 높이의 비와 같다.

$\therefore a : b = 20 : 60 = 1 : 3$ 답 ①

644 한 모서리의 길이가 10 cm인 정육면체 모양의 물체의 부피와 줄어든 물의 부피가 같다.

한 모서리의 길이가 10 cm인 정육면체 모양의 물체의 부피는

$10 \times 10 \times 10 = 1000\ (\text{cm}^3)$

이고, 수면이 h cm 내려갔다고 할 때 줄어든 물의 부피는

$30 \times 30 \times h = 900h\ (\text{cm}^3)$

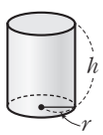
이므로

$1000 = 900h \qquad \therefore h = \frac{10}{9}$

따라서 수면은 $\frac{10}{9}$ cm 내려갔다. 답 ②

유형 123 원기둥의 부피 본책 137쪽

원기둥의 밑면인 원의 반지름의 길이를 r, 높이를 h라 하면



(원기둥의 부피) = (밑넓이) × (높이)

$= \pi r^2 h$

645 원기둥의 밑면인 원의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$\pi \times r^2 \times 9 = 225\pi, \qquad r^2 = 25 = 5^2$

$\therefore r = 5$

따라서 밑면인 원의 반지름의 길이는 5 cm이다. 답 5 cm

646 원기둥 A의 부피는

$\pi \times 4^2 \times 12 = 192\pi\ (\text{cm}^3)$ … 1단계

원기둥 B의 높이를 h cm라 하면 원기둥 B의 부피는

$\pi \times 8^2 \times h = 64\pi h\ (\text{cm}^3)$ … 2단계

이때 두 원기둥 A, B의 부피가 같으므로

$192\pi = 64\pi h \qquad \therefore h = 3$

따라서 원기둥 B의 높이는 3 cm이다. … 3단계

답 3 cm

단계	채점 요소	비율
1	원기둥 A의 부피 구하기	40 %
2	원기둥 B의 부피를 식으로 나타내기	40 %
3	원기둥 B의 높이 구하기	20 %

647 [그림 1]의 물의 부피와 [그림 2]의 물의 부피는 같으므로 병의 부피는 [그림 1]의 물의 부피와 [그림 2]의 빈 공간의 부피의 합과 같다.

$\therefore$ (병의 부피) $= \pi \times 3^2 \times 8 + \pi \times 3^2 \times 6$

$= 72\pi + 54\pi$

$= 126\pi\ (\text{cm}^3)$ 답 126π cm^3

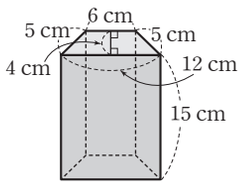
유형 124 전개도가 주어진 기둥의 겉넓이와 부피 본책 138쪽

기둥의 전개도가 주어졌을 때 옆면을 이루는 직사각형에서

(직사각형의 가로의 길이) = (밑면의 둘레의 길이)

(직사각형의 세로의 길이) = (기둥의 높이)

648 주어진 전개도로 만들어지는 사각기둥은 오른쪽 그림과 같으므로



(밑넓이) $= \frac{1}{2} \times (6+12) \times 4$

$= 36\ (\text{cm}^2)$

(옆넓이) $= (5+12+5+6) \times 15$

$= 420\ (\text{cm}^2)$

$\therefore$ (겉넓이) $= 36 \times 2 + 420 = 492\ (\text{cm}^2)$

(부피) $= 36 \times 15 = 540\ (\text{cm}^3)$

답 겉넓이: 492 cm^2, 부피: 540 cm^3

649 주어진 전개도로 만들어지는 삼각기둥의 겉넓이는 전개도의 넓이와 같으므로

$\left(\frac{1}{2} \times 12 \times 5\right) \times 2 + \{(12+5+x) \times 9\} = 330$

$60 + 153 + 9x = 330, \qquad 9x = 117$

$\therefore x = 13$ 답 13

650 원기둥의 밑면인 원의 반지름의 길이를 r cm라 하면

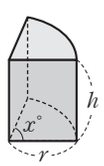
$2\pi r = 8\pi \qquad \therefore r = 4$

(밑넓이) $= \pi \times 4^2 = 16\pi\ (\text{cm}^2)$이므로

(부피) $= 16\pi \times 12 = 192\pi\ (\text{cm}^3)$ 답 192π cm^3

유형 125 밑면이 부채꼴인 기둥의 겉넓이와 부피 본책 138쪽

오른쪽 그림과 같이 밑면이 부채꼴인 기둥에서



(1) (겉넓이)

= (밑넓이) × 2 + (옆넓이)

= (부채꼴의 넓이) × 2

+ (부채꼴의 둘레의 길이) × (높이)

$= \left(\pi r^2 \times \frac{x}{360}\right) \times 2 + \left(2\pi r \times \frac{x}{360} + 2r\right) \times h$

(2) (부피) = (밑넓이) × (높이)

= (부채꼴의 넓이) × (높이)

$= \left(\pi r^2 \times \frac{x}{360}\right) \times h$

651 (밑넓이) $= \pi \times 3^2 \times \frac{120}{360} = 3\pi\ (\text{cm}^2)$

(옆넓이) $= \left(2\pi \times 3 \times \frac{120}{360} + 3 \times 2\right) \times 6 = 12\pi + 36\ (\text{cm}^2)$

$\therefore$ (겉넓이) $= 3\pi \times 2 + 12\pi + 36 = 18\pi + 36\ (\text{cm}^2)$

(부피) $= 3\pi \times 6 = 18\pi\ (\text{cm}^3)$

답 겉넓이: $(18\pi + 36)$ cm^2, 부피: 18π cm^3

652 기둥의 높이를 h cm라 하면

$\left(\pi\times8^2\times\frac{270}{360}\right)\times h=576\pi$

$48\pi h=576\pi \quad \therefore h=12$

따라서 기둥의 높이는 12 cm이다. 답 ③

653 (밑넓이)$=\pi\times6^2\times\frac{x}{360}=\frac{x}{10}\pi$ (cm^2)

(옆넓이)$=\left(2\pi\times6\times\frac{x}{360}+6\times2\right)\times10$

$=\frac{x}{3}\pi+120$ (cm^2)

$\therefore$ (겉넓이)$=\frac{x}{10}\pi\times2+\frac{x}{3}\pi+120$

$=\frac{8x}{15}\pi+120$ (cm^2)

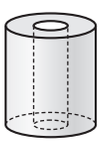
이때 겉넓이가 $(16\pi+120)$ cm^{2}이므로

$\frac{8x}{15}\pi+120=16\pi+120$

$\frac{8x}{15}\pi=16\pi \quad \therefore x=30$ 답 ③

유형 126 구멍이 뚫린 기둥의 겉넓이와 부피 본책 139쪽

오른쪽 그림과 같이 구멍이 뚫린 기둥에서



(1) (겉넓이)

=(밑넓이)×2+(옆넓이)

={(큰 기둥의 밑넓이)

−(작은 기둥의 밑넓이)}×2

+(큰 기둥의 옆넓이)+(작은 기둥의 옆넓이)

(2) (부피)=(큰 기둥의 부피)−(작은 기둥의 부피)

654 (부피)=(사각기둥의 부피)−(원기둥의 부피)

$=8\times8\times6-\pi\times2^2\times6$

$=384-24\pi$ (cm^3) 답 ④

655 (밑넓이)=(사다리꼴의 넓이)−(정사각형의 넓이)

$=\frac{1}{2}\times(6+9)\times4-2\times2$

$=30-4=26$ (cm^2) … 1단계

(옆넓이)=(큰 사각기둥의 옆넓이)+(작은 사각기둥의 옆넓이)

$=(4+6+5+9)\times8+2\times4\times8$

$=192+64$

$=256$ (cm^2) … 2단계

$\therefore$ (겉넓이)=(밑넓이)×2+(옆넓이)

$=26\times2+256=308$ (cm^2) … 3단계

답 308 cm^2

단계	채점 요소	비율
1	밑넓이 구하기	40 %
2	옆넓이 구하기	40 %
3	겉넓이 구하기	20 %

656 (정육면체의 부피)$=10\times10\times10=1000$ (cm^3)

(구멍의 부피)$=(3\times3\times10)\times3-(3\times3\times3)\times2$

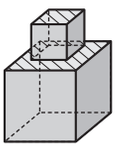
$=270-54=216$ (cm^3) ↳ 구멍이 겹치는 부분의 부피

따라서 주어진 입체도형의 부피는

$1000-216=784$ (cm^3) 답 ③

유형 127 기둥을 붙여 만든 입체도형의 겉넓이와 부피 본책 139쪽

오른쪽 그림과 같이 두 기둥을 붙여 만든 입체도형에서



(1) 빗금 친 두 부분의 넓이의 합은 큰 기둥의 한 밑면의 넓이와 같으므로

(겉넓이)

=(큰 기둥의 밑넓이)×2+(큰 기둥의 옆넓이)

+(작은 기둥의 옆넓이)

(2) (부피)=(큰 기둥의 부피)+(작은 기둥의 부피)

657 (겉넓이)

=(큰 원기둥의 밑넓이)×2+(큰 원기둥의 옆넓이)

+(작은 원기둥의 옆넓이)

$=(\pi\times4^2)\times2+2\pi\times4\times10+2\pi\times2\times5$

$=32\pi+80\pi+20\pi=132\pi$ (cm^2)

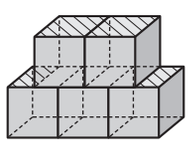
(부피)=(큰 원기둥의 부피)+(작은 원기둥의 부피)

$=\pi\times4^2\times10+\pi\times2^2\times5$

$=160\pi+20\pi=180\pi$ (cm^3)

답 겉넓이: 132π cm^2, 부피: 180π cm^3

658 오른쪽 그림에서 빗금 친 세 부분의 넓이의 합은 정육면체의 한 면의 넓이의 3배와 같으므로



(겉넓이)

=(정육면체의 한 면의 넓이)×20

$=(2\times2)\times20=80$ (cm^2) 답 ③

다른 풀이 한 모서리의 길이가 2 cm인 정육면체 1개의 겉넓이는

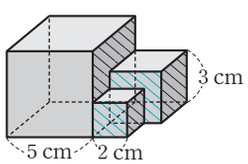
$(2\times2)\times6=24$ (cm^2)

주어진 입체도형에서 맞닿아 있는 면이 5쌍, 즉 10개이므로 구하는 겉넓이는

$24\times5-(2\times2)\times10=120-40=80$ (cm^2)

659 부피가 각각 8 cm^3, 27 cm^3, 125 cm^{3}인 세 정육면체의 한 모서리의 길이는 각각 2 cm, 3 cm, 5 cm이다.

세 정육면체를 면끼리 붙여서 만든 입체도형의 겉넓이가 최소가 되려면 겹치는 부분의 넓이가 최대가 되어야 하므로 입체도형이 오른쪽 그림과 같을 때 겉넓이가 최소가 된다.



이 입체도형을 오른쪽 옆에서 보았을 때 빗금 친 세 부분의 넓이의 합은 한 모서리의 길이가 5 cm인 정육면체의 한 면의 넓이와 같다.
또 앞에서 보았을 때 빗금 친 두 부분의 넓이의 합은 한 모서리의 길이가 3 cm인 정육면체의 한 면의 넓이와 같다.
따라서 구하는 겉넓이의 최솟값은

$(2\times2)\times2+(3\times3)\times4+(5\times5)\times6$
$=8+36+150=194\ (\text{cm}^2)$ 답 $194\ \text{cm}^2$

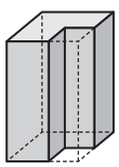
다른 풀이 앞의 그림에서 맞닿아 있는 면이 3쌍, 즉 6개이므로 구하는 겉넓이의 최솟값은

$(2\times2+3\times3+5\times5)\times6-(2\times2)\times4-(3\times3)\times2$
$=228-16-18=194\ (\text{cm}^2)$

유형 128 일부분을 잘라 낸 입체도형의 겉넓이와 부피

본책 140쪽

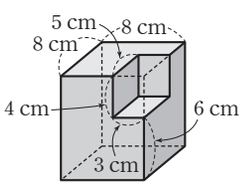
오른쪽 그림과 같이 기둥의 일부분을 잘라 만든 입체도형에서



(1) (겉넓이)=(밑넓이)×2+(옆넓이)
↳ 잘린 부분의 면을 이동하여 생각한다.

(2) (부피)
=(잘라 내기 전 기둥의 부피)−(잘라 낸 기둥의 부피)

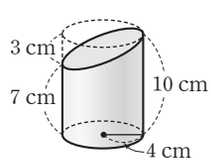
660 오른쪽 그림과 같이 잘라 낸 부분의 면을 이동하여 생각하면 주어진 입체도형의 겉넓이는 가로, 세로의 길이가 각각 8 cm이고, 높이가 10 cm인 직육면체의 겉넓이와 같으므로



(겉넓이)=(밑넓이)×2+(옆넓이)
$=(8\times8)\times2+(8\times4)\times10$
$=128+320=448\ (\text{cm}^2)$ 답 ②

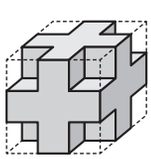
661 (밑넓이)$=6\times6-2\times4=28\ (\text{cm}^2)$
(옆넓이)$=(3+4+2+4+1+6+6+6)\times6=192\ (\text{cm}^2)$
∴ (겉넓이)$=28\times2+192=248\ (\text{cm}^2)$ 답 $248\ \text{cm}^2$

662 오른쪽 그림에서 잘라 낸 부분은 밑면인 원의 반지름의 길이가 4 cm이고 높이가 3 cm인 원기둥의 절반이므로



(부피)$=\pi\times4^2\times10-\pi\times4^2\times3\times\frac{1}{2}$
$=160\pi-24\pi=136\pi\ (\text{cm}^3)$ 답 ②

663 (1) 오른쪽 그림과 같이 잘라 낸 부분의 면을 이동하여 생각하면 주어진 입체도형의 겉넓이는 한 모서리의 길이가 9 cm인 정육면체의 겉넓이와 같으므로



(겉넓이)$=(9\times9)\times6=486\ (\text{cm}^2)$ … 1단계

(2) (부피)
=(큰 정육면체의 부피)−(작은 정육면체의 부피)×8
$=9\times9\times9-(3\times3\times3)\times8$
$=729-8\times27=729-216=513\ (\text{cm}^3)$ … 2단계

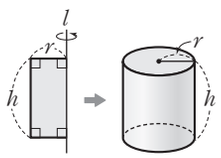
답 (1) $486\ \text{cm}^2$ (2) $513\ \text{cm}^3$

단계	채점 요소	비율
1	겉넓이 구하기	50 %
2	부피 구하기	50 %

유형 129 회전체의 겉넓이와 부피; 원기둥

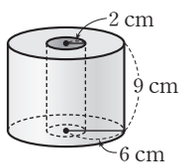
본책 140쪽

가로, 세로의 길이가 각각 r, h인 직사각형을 직선 l을 회전축으로 하여 1회전 시키면 밑면인 원의 반지름의 길이가 r, 높이가 h인 원기둥이 생긴다.
이 회전체에서



(겉넓이)$=2\pi r^2+2\pi rh$, (부피)$=\pi r^2h$

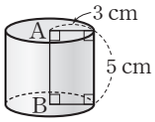
664 회전체는 오른쪽 그림과 같으므로



(밑넓이)$=\pi\times6^2-\pi\times2^2$
$=36\pi-4\pi=32\pi\ (\text{cm}^2)$
(옆넓이)$=2\pi\times6\times9+2\pi\times2\times9$
$=108\pi+36\pi=144\pi\ (\text{cm}^2)$
∴ (겉넓이)$=32\pi\times2+144\pi=208\pi\ (\text{cm}^2)$

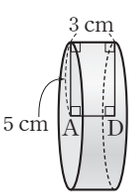
답 $208\pi\ \text{cm}^2$

665 $\overline{AB}$를 회전축으로 하여 1회전 시킬 때 생기는 회전체 P는 오른쪽 그림과 같으므로 그 부피는



$\pi\times3^2\times5=45\pi\ (\text{cm}^3)$ … 1단계

$\overline{AD}$를 회전축으로 하여 1회전 시킬 때 생기는 회전체 Q는 오른쪽 그림과 같으므로 그 부피는



$\pi\times5^2\times3=75\pi\ (\text{cm}^3)$ … 2단계

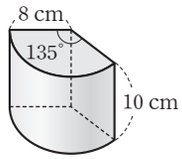
따라서 두 회전체 P, Q의 부피의 비는

$45\pi:75\pi=3:5$ … 3단계

답 3 : 5

단계	채점 요소	비율
1	회전체 P의 부피 구하기	40 %
2	회전체 Q의 부피 구하기	40 %
3	부피의 비를 가장 간단한 자연수의 비로 나타내기	20 %

666 회전체는 오른쪽 그림과 같으므로



(밑넓이)$=\pi\times8^2\times\frac{135}{360}$
$=24\pi\ (\text{cm}^2)$
(옆넓이)$=\left(8+8+2\pi\times8\times\frac{135}{360}\right)\times10$
$=(16+6\pi)\times10=160+60\pi\ (\text{cm}^2)$

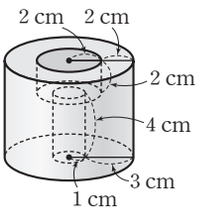
$\therefore$ (겉넓이)$=24\pi\times2+160+60\pi=108\pi+160$ (cm^2)

답 ④

667 회전체는 오른쪽 그림과 같으므로

(부피)$=\pi\times4^2\times6-\pi\times2^2\times2$
$\quad-\pi\times1^2\times4$
$=96\pi-8\pi-4\pi$
$=84\pi$ (cm^3)

답 ②

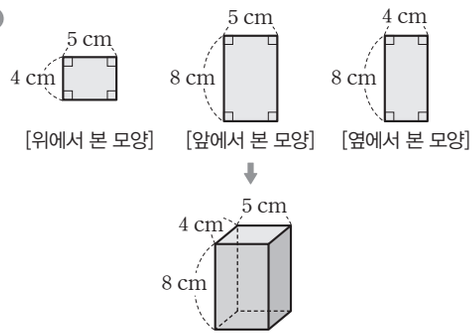


유형 130 위, 앞, 옆에서 본 모양이 주어진 입체도형의 겉넓이와 부피

본책 141쪽

입체도형의 위, 앞, 옆에서 본 모양을 이용하여 이 입체도형을 그려 본다.

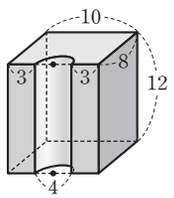
예



668 주어진 입체도형은 오른쪽 그림과 같으므로

(부피)
$=$(직육면체의 부피)
$\quad-$(밑면이 반원인 기둥의 부피)
$=10\times8\times12-\left(\pi\times2^2\times\frac{1}{2}\right)\times12$
$=960-24\pi$

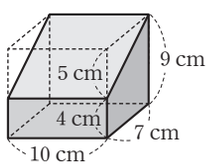
답 ②



669 주어진 입체도형은 오른쪽 그림과 같으므로

(부피)
$=$(직육면체의 부피)
$\quad-$(삼각기둥의 부피)
$=10\times7\times9-\left(\frac{1}{2}\times5\times7\right)\times10$
$=630-175=455$ (cm^3)

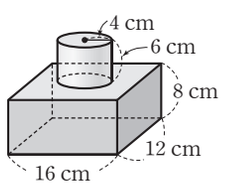
답 455 cm^3



670 주어진 입체도형은 오른쪽 그림과 같으므로

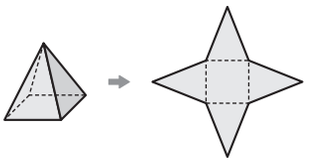
(겉넓이)
$=$(사각기둥의 밑넓이)$\times2$
$\quad+$(사각기둥의 옆넓이)
$\quad+$(원기둥의 옆넓이)
$=(16\times12)\times2+(16+12+16+12)\times8+2\pi\times4\times6$
$=384+448+48\pi$
$=832+48\pi$ (cm^2)

답 ⑤



유형 131 각뿔의 겉넓이

본책 142쪽



(각뿔의 겉넓이)$=$(밑넓이)$+$(옆넓이)

671 (밑넓이)$=5\times5=25$ (cm^2)

(옆넓이)$=\left(\frac{1}{2}\times5\times8\right)\times4=80$ (cm^2)

$\therefore$ (겉넓이)$=25+80=105$ (cm^2)

답 ②

672 주어진 사각뿔의 겉넓이가 243 cm^{2}이므로

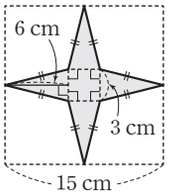
$a\times a+\left(\frac{1}{2}\times a\times a\right)\times4=243$
$3a^2=243,\quad a^2=81=9^2$
$\therefore a=9$

답 9

673 사각뿔의 밑면의 한 변의 길이가 3 cm이므로 옆면인 이등변삼각형의 높이는

$\frac{1}{2}\times(15-3)=6$ (cm) … 1단계

$\therefore$ (겉넓이)$=3\times3+\left(\frac{1}{2}\times3\times6\right)\times4$
$=9+36=45$ (cm^2) … 2단계

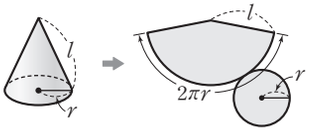


답 45 cm^2

단계	채점 요소	비율
1	옆면인 이등변삼각형의 높이 구하기	40 %
2	겉넓이 구하기	60 %

유형 132 원뿔의 겉넓이

본책 142쪽



(원뿔의 겉넓이)$=$(밑넓이)$+$(옆넓이)
$=\pi r^2+\frac{1}{2}\times l\times2\pi r$
$=\pi r^2+\pi rl$

674 밑면인 원의 반지름의 길이를 r cm라 하면 원뿔의 옆넓이가 54π cm^{2}이므로

$\pi\times r\times9=54\pi\quad\therefore r=6$

따라서 원뿔의 겉넓이는

$\pi\times6^2+54\pi=90\pi$ (cm^2)

답 ③

675 (밑넓이)$=\pi\times8^2\times\frac{1}{2}=32\pi$ (cm^2)

(옆넓이)$=\frac{1}{2}\times16\times6+\pi\times8\times10\times\frac{1}{2}=48+40\pi$ (cm^2)

∴ (겉넓이)$=32\pi+48+40\pi=72\pi+48$ (cm^2)

답 $(72\pi+48)$ cm^2

676 원기둥의 겉넓이는

$(\pi\times4^2)\times2+2\pi\times4\times7=32\pi+56\pi$

$=88\pi$ (cm^2) … 1단계

원뿔의 모선의 길이를 l cm라 하면 원뿔의 겉넓이는

$\pi\times4^2+\pi\times4\times l=16\pi+4\pi l$ (cm^2) … 2단계

따라서 $16\pi+4\pi l=88\pi$이므로

$4\pi l=72\pi$ ∴ $l=18$

즉 원뿔의 모선의 길이는 18 cm이다. … 3단계

답 18 cm

단계	채점 요소	비율
1	원기둥의 겉넓이 구하기	40 %
2	원뿔의 겉넓이를 식으로 나타내기	40 %
3	원뿔의 모선의 길이 구하기	20 %

677 원뿔의 밑면인 원의 둘레의 길이는

$2\pi\times2=4\pi$ (cm)

이므로 원뿔의 모선의 길이를 l cm라 하면

$4\pi\times4=2\pi l$ ∴ $l=8$

따라서 원뿔의 겉넓이는

$\pi\times2^2+\pi\times2\times8=4\pi+16\pi=20\pi$ (cm^2)

답 20π cm^2

유형 133 뿔대의 겉넓이

본책 143쪽

(1) (각뿔대의 겉넓이)

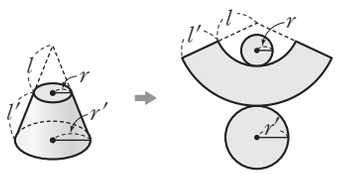
=(두 밑면의 넓이의 합)+(옆면인 사다리꼴의 넓이의 합)

(2) (원뿔대의 겉넓이)

=(두 밑면인 원의 넓이의 합)+(옆넓이)

$=(\pi r^2+\pi r'^2)+\{\pi r'(l+l')-\pi rl\}$

↳ (큰 부채꼴의 넓이)−(작은 부채꼴의 넓이)



678 (두 밑넓이의 합)$=\pi\times3^2+\pi\times9^2$

$=9\pi+81\pi=90\pi$ (cm^2)

(옆넓이)$=\pi\times9\times15-\pi\times3\times5$

$=135\pi-15\pi=120\pi$ (cm^2)

∴ (겉넓이)$=90\pi+120\pi=210\pi$ (cm^2)

답 210π cm^2

679 (두 밑넓이의 합)$=6\times6+10\times10=136$ (cm^2)

(옆넓이)$=\left\{\frac{1}{2}\times(6+10)\times8\right\}\times4=256$ (cm^2)

∴ (겉넓이)$=136+256=392$ (cm^2)

답 392 cm^2

680 (두 밑넓이의 합)$=\pi\times4^2+\pi\times8^2$

$=16\pi+64\pi=80\pi$ (cm^2)

(옆넓이)=(원뿔대의 옆넓이)+(원기둥의 옆넓이)

$=(\pi\times8\times10-\pi\times4\times5)+2\pi\times8\times10$

$=60\pi+160\pi=220\pi$ (cm^2)

∴ (겉넓이)$=80\pi+220\pi=300\pi$ (cm^2)

답 300π cm^2

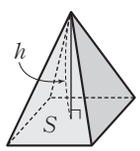
유형 134 각뿔의 부피

본책 143쪽

각뿔의 밑넓이를 S, 높이를 h라 하면

(각뿔의 부피)$=\frac{1}{3}\times$(밑넓이)$\times$(높이)

$=\frac{1}{3}Sh$



681 사각뿔의 높이를 h cm라 하면

$\frac{1}{3}\times(9\times9)\times h=324$

$27h=324$ ∴ $h=12$

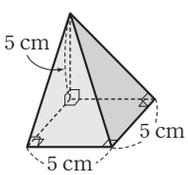
따라서 사각뿔의 높이는 12 cm이다.

답 ④

682 주어진 전개도로 만든 입체도형은 오른쪽 그림과 같은 사각뿔이므로

(부피)$=\frac{1}{3}\times(5\times5)\times5$

$=\frac{125}{3}$ (cm^3)



답 $\frac{125}{3}$ cm^3

참고 주어진 사각뿔에서 옆면의 모서리 중 밑면의 두 모서리와 각각 수직인 모서리의 길이가 사각뿔의 높이이다.

683 (부피)=(사각뿔의 부피)+(사각기둥의 부피)

$=\frac{1}{3}\times(6\times4)\times8+6\times4\times10$

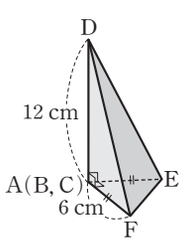
$=64+240=304$ (cm^3)

답 ③

684 주어진 정사각형 모양의 종이 ABCD로 만든 입체도형은 오른쪽 그림과 같은 삼각뿔이므로

(부피)$=\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}\times6\times6\right)\times12$

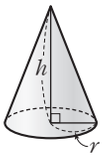
$=72$ (cm^3)



답 72 cm^3

유형 135 원뿔의 부피 본책 144쪽

원뿔의 밑면인 원의 반지름의 길이를 r, 높이를 h라 하면



$$(\text{원뿔의 부피})=\frac{1}{3}\times(\text{밑넓이})\times(\text{높이})$$
$$=\frac{1}{3}\times\pi r^2\times h$$
$$=\frac{1}{3}\pi r^2 h$$

685 $(\text{부피})=(\text{원뿔의 부피})+(\text{원기둥의 부피})$
$$=\frac{1}{3}\times(\pi\times4^2)\times6+\pi\times4^2\times8$$
$$=32\pi+128\pi=160\pi\ (\text{cm}^3)$$
답 ⑤

686 원뿔의 밑면인 원의 반지름의 길이를 r cm라 하면 밑면인 원의 둘레의 길이가 16π cm이므로
$2\pi r=16\pi \quad \therefore r=8$
원뿔의 높이를 h cm라 하면 부피가 320π cm^{3}이므로
$\frac{1}{3}\times(\pi\times8^2)\times h=320\pi \quad \therefore h=15$
따라서 원뿔의 높이는 15 cm이다. 답 ②

687 $(A\text{의 부피})=\frac{1}{3}\times(\pi\times6^2)\times14=168\pi\ (\text{cm}^3)$
$(B\text{의 부피})=\pi\times5^2\times10=250\pi\ (\text{cm}^3)$
$(C\text{의 부피})=\frac{1}{3}\times(\pi\times7^2)\times12=196\pi\ (\text{cm}^3)$
따라서 부피가 작은 것부터 차례대로 나열하면 A, C, B이다. 답 ②

688 처음 원뿔의 밑면인 원의 반지름의 길이를 r cm, 높이를 h cm, 부피를 V cm^{3}라 하면
$V=\frac{1}{3}\pi r^2 h$
원뿔 A의 부피는
$\frac{1}{3}\times\{\pi\times(3r)^2\}\times h=3\pi r^2 h=9V\ (\text{cm}^3)$
원뿔 B의 부피는
$\frac{1}{3}\times(\pi\times r^2)\times3h=\pi r^2 h=3V\ (\text{cm}^3)$ … 1단계
이때 두 원뿔 A, B의 부피의 차가 120π cm^{3}이므로
$9V-3V=120\pi, \quad 6V=120\pi$
$\therefore V=20\pi$
따라서 처음 원뿔의 부피는 20π cm^{3}이다. … 2단계
답 20π cm^3

단계	채점 요소	비율
1	두 원뿔 A, B의 부피를 각각 처음 원뿔의 부피에 대한 식으로 나타내기	70 %
2	처음 원뿔의 부피 구하기	30 %

689 원뿔 모양의 컵 1개에 담겨 있는 주스의 부피는
$\frac{1}{3}\times(\pi\times5^2)\times15=125\pi\ (\text{cm}^3)$
따라서 원뿔 모양의 컵 8개에 담겨 있는 주스의 부피의 합은
$8\times125\pi=1000\pi\ (\text{cm}^3)$
원기둥 모양의 통에 처음에 담겨 있던 주스의 높이를 h cm라 하면
(처음에 담겨 있던 주스의 양)
=(남아 있는 주스의 양)+(컵에 담은 주스의 양)
이므로
$\pi\times10^2\times h=\pi\times10^2\times12+1000\pi$
$100\pi h=2200\pi \quad \therefore h=22$
따라서 처음에 담겨 있던 주스의 높이는 22 cm이다.
답 22 cm

유형 136 뿔대의 부피 본책 145쪽

(1) (각뿔대의 부피)=(큰 각뿔의 부피)−(작은 각뿔의 부피)
(2) (원뿔대의 부피)=(큰 원뿔의 부피)−(작은 원뿔의 부피)

690 $(\text{부피})=(\text{큰 원뿔의 부피})-(\text{작은 원뿔의 부피})$
$$=\frac{1}{3}\times(\pi\times12^2)\times10-\frac{1}{3}\times(\pi\times6^2)\times5$$
$$=480\pi-60\pi$$
$$=420\pi\ (\text{cm}^3)$$
답 ②

691 $(\text{작은 사각뿔의 부피})=\frac{1}{3}\times(3\times3)\times4$
$=12\ (\text{cm}^3)$ … 1단계
$(\text{큰 사각뿔의 부피})=\frac{1}{3}\times(9\times9)\times12=324\ (\text{cm}^3)$
$\therefore$ (사각뿔대의 부피)$=324-12=312\ (\text{cm}^3)$ … 2단계
따라서 사각뿔대의 부피는 작은 사각뿔의 부피의 $\frac{312}{12}=26$ (배)이다. … 3단계
답 26배

단계	채점 요소	비율
1	작은 사각뿔의 부피 구하기	40 %
2	사각뿔대의 부피 구하기	40 %
3	사각뿔대의 부피는 작은 사각뿔의 부피의 몇 배인지 구하기	20 %

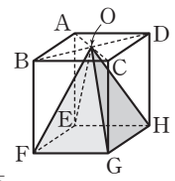
692 $(\text{부피})=(\text{원뿔대의 부피})+(\text{원뿔의 부피})$
$$=\left\{\frac{1}{3}\times(\pi\times10^2)\times6-\frac{1}{3}\times(\pi\times5^2)\times3\right\}$$
$$+\frac{1}{3}\times(\pi\times10^2)\times9$$
$$=175\pi+300\pi=475\pi\ (\text{cm}^3)$$
답 ④

유형 137 직육면체의 내부에 있는 각뿔의 부피 본책 145쪽

오른쪽 그림과 같이 직육면체의 내부에 있는 사각뿔의 높이는 직육면체의 높이와 같으므로

(사각뿔 O−EFGH의 부피)

$=\frac{1}{3}\times$(사각형 EFGH의 넓이)$\times\overline{AE}$



693 사각뿔 C−EFGH의 높이는 직육면체의 높이와 같으므로

(부피)$=\frac{1}{3}\times(6\times6)\times8=96\ (\text{cm}^3)$ 답 ④

694 (사각형 ABCD의 넓이)

$=$(정육면체의 한 면의 넓이)$\times\frac{1}{2}$

$=12\times12\times\frac{1}{2}=72\ (\text{cm}^2)$

이때 사각뿔 O−ABCD의 높이는 정육면체의 한 모서리의 길이와 같으므로

(부피)$=\frac{1}{3}\times72\times12=288\ (\text{cm}^3)$ 답 288 cm³

695 삼각뿔 C−AFH의 부피는 정육면체의 부피에서 네 삼각뿔 A−EFH, C−ABF, C−FGH, C−DAH의 부피를 뺀 것과 같다.

$\therefore$ (부피)$=5\times5\times5-\left\{\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}\times5\times5\right)\times5\right\}\times4$

$=125-\frac{250}{3}=\frac{125}{3}\ (\text{cm}^3)$

답 $\frac{125}{3}$ cm³

유형 138 잘라 낸 각뿔의 부피 본책 146쪽

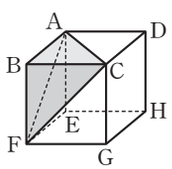
오른쪽 그림과 같이 직육면체를 세 꼭짓점 A, F, C를 지나는 평면으로 자를 때

(삼각뿔 B−AFC의 부피)

$=\frac{1}{3}\times$(△ABC의 넓이)$\times\overline{BF}$

$=\frac{1}{3}\times$(△BFC의 넓이)$\times\overline{AB}$

$=\frac{1}{3}\times$(△ABF의 넓이)$\times\overline{BC}$



696 (부피)$=\frac{1}{3}\times$(△BCD의 넓이)$\times\overline{CG}$

$=\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}\times4\times4\right)\times4$

$=\frac{32}{3}\ (\text{cm}^3)$ 답 ①

697 (부피)=(삼각기둥의 부피)−(삼각뿔의 부피)

$=\left(\frac{1}{2}\times6\times6\right)\times12-\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}\times6\times6\right)\times3$

$=216-18=198\ (\text{cm}^3)$ 답 198 cm³

698 주어진 정육면체를 세 점 B, M, N을 지나는 평면으로 잘라 내고 남은 입체도형의 부피가 처음 정육면체의 부피의 $\frac{19}{20}$이므로 잘라 낸 삼각뿔 C−BNM의 부피는 처음 정육면체의 부피의 $\frac{1}{20}$이다. … 1단계

따라서 $\overline{CN}=x$ cm라 하면

$\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}\times10\times5\right)\times x=\frac{1}{20}\times(10\times10\times10)$

$\frac{25}{3}x=50 \quad \therefore x=6$

즉 $\overline{CN}$의 길이는 6 cm이다. … 2단계

답 6 cm

단계	채점 요소	비율
1	잘라 낸 삼각뿔의 부피가 정육면체의 부피의 $\frac{1}{20}$임을 알기	40 %
2	$\overline{CN}$의 길이 구하기	60 %

유형 139 직육면체 모양의 그릇에 담긴 물의 부피 본책 146쪽

물이 담긴 직육면체 모양의 그릇을 기울였을 때 남아 있는 물의 부피는 삼각기둥 또는 삼각뿔의 부피와 같다.

699 남아 있는 물의 부피는 삼각뿔 B−EFG의 부피와 같으므로

$\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}\times12\times9\right)\times10=180\ (\text{cm}^3)$ 답 180 cm³

700 주어진 그림의 왼쪽 그릇에 들어 있는 물의 부피는

$\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}\times6\times5\right)\times4=20\ (\text{cm}^3)$

주어진 그림의 오른쪽 그릇에 들어 있는 물의 부피는

$\left(\frac{1}{2}\times5\times x\right)\times4=10x\ (\text{cm}^3)$

이때 두 그릇에 들어 있는 물의 양이 같으므로

$10x=20 \quad \therefore x=2$ 답 2

유형 140 원뿔 모양의 그릇에 담긴 물의 부피 본책 146쪽

(원뿔 모양의 그릇에 물을 가득 채우는 데 걸리는 시간)

$=$(원뿔 모양의 그릇의 부피)$\div$(물을 채우는 속력)

701 (원뿔 모양의 그릇의 부피)$=\frac{1}{3}\times(\pi\times r^2)\times15$

$=5\pi r^2\ (\text{cm}^3)$

이때 1분에 $6\pi\ \text{cm}^3$씩 물을 넣어서 빈 그릇에 물을 가득 채우는 데 30분이 걸리므로

$5\pi r^2 \div 6\pi = 30, \quad \frac{5}{6}r^2 = 30$

$r^2 = 36 = 6^2 \quad \therefore r = 6$ 답 ②

702 (그릇에 담긴 물의 부피) $= \frac{1}{3} \times (\pi \times 4^2) \times 6$

$= 32\pi\ (\text{cm}^3)$

이 그릇에 높이가 6 cm가 될 때까지 물을 채우는 데 2분이 걸렸으므로 1분에 $\frac{32\pi}{2} = 16\pi\ (\text{cm}^3)$씩 물을 넣은 것이다. … 1단계

이때

(그릇의 부피) $= \frac{1}{3} \times (\pi \times 12^2) \times 18 = 864\pi\ (\text{cm}^3)$

이므로 이 그릇에 물을 가득 채우는 데

$864\pi \div 16\pi = 54$ (분)

이 걸린다.

따라서 앞으로

$54 - 2 = 52$ (분)

동안 물을 더 넣어야 한다. … 2단계

답 52분

단계	채점 요소	비율
1	1분 동안 넣은 물의 양 구하기	40 %
2	앞으로 몇 분 동안 물을 더 넣어야 하는지 구하기	60 %

유형 141 전개도가 주어진 원뿔의 겉넓이와 부피 본책 147쪽

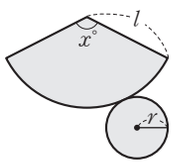
오른쪽 그림과 같은 전개도로 만든 원뿔에서

(1) (밑넓이) = (원의 넓이) $= \pi r^2$

(2) (옆넓이) = (부채꼴의 넓이)

$= \pi r l$

$= \pi l^2 \times \frac{x}{360}$



703 (겉넓이) $= \pi \times 9^2 + \pi \times 9 \times 12$

$= 81\pi + 108\pi = 189\pi\ (\text{cm}^2)$ 답 ④

704 원뿔의 모선의 길이를 l cm라 하면

$\pi \times 7 \times l = 126\pi \quad \therefore l = 18$

부채꼴의 중심각의 크기를 $x°$라 하면

$2\pi \times 18 \times \frac{x}{360} = 2\pi \times 7 \quad \therefore x = 140$

따라서 부채꼴의 중심각의 크기는 140°이다. 답 ④

705 주어진 전개도를 옆면으로 하는 원뿔대의 큰 밑면인 원의 반지름의 길이를 r_1 cm라 하면

$2\pi \times 10 \times \frac{216}{360} = 2\pi r_1 \quad \therefore r_1 = 6$

작은 밑면인 원의 반지름의 길이를 r_2 cm라 하면

$2\pi \times 5 \times \frac{216}{360} = 2\pi r_2 \quad \therefore r_2 = 3$

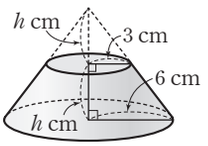
따라서 원뿔대는 오른쪽 그림과 같으므로 원뿔대의 높이를 h cm라 하면

$\frac{1}{3} \times (\pi \times 6^2) \times 2h - \frac{1}{3} \times (\pi \times 3^2) \times h$

$= 84\pi$

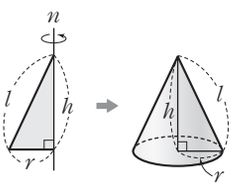
$21\pi h = 84\pi \quad \therefore h = 4$

즉 원뿔대의 높이는 4 cm이다. 답 ⑤



유형 142 회전체의 겉넓이와 부피; 원뿔 본책 147쪽

밑변의 길이가 r, 높이가 h인 직각삼각형을 직선 n을 회전축으로 하여 1회전 시키면 밑면인 원의 반지름의 길이가 r, 높이가 h인 원뿔이 생긴다.



➡ (겉넓이) $= \pi r^2 + \pi r l$, (부피) $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$

706 회전체는 오른쪽 그림과 같으므로

(겉넓이)

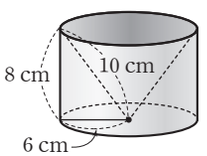
= (밑넓이) + (원기둥의 옆넓이)

+ (원뿔의 옆넓이)

$= \pi \times 6^2 + 2\pi \times 6 \times 8 + \pi \times 6 \times 10$

$= 36\pi + 96\pi + 60\pi$

$= 192\pi\ (\text{cm}^2)$ 답 ②



707 회전체는 오른쪽 그림과 같으므로

(겉넓이)

= (두 밑넓이의 합)

+ (원기둥의 옆넓이)

+ (원뿔의 옆넓이)

$= \{\pi \times 8^2 + (\pi \times 8^2 - \pi \times 5^2)\}$

$+ 2\pi \times 8 \times 12 + \pi \times 5 \times 13$

$= 64\pi + 39\pi + 192\pi + 65\pi$

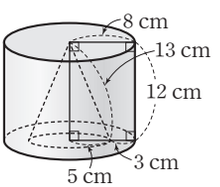
$= 360\pi\ (\text{cm}^2)$

(부피) = (원기둥의 부피) − (원뿔의 부피)

$= \pi \times 8^2 \times 12 - \frac{1}{3} \times (\pi \times 5^2) \times 12$

$= 768\pi - 100\pi = 668\pi\ (\text{cm}^3)$

답 겉넓이: $360\pi\ \text{cm}^2$, 부피: $668\pi\ \text{cm}^3$

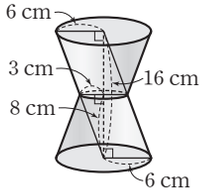


708 회전체는 오른쪽 그림과 같으므로 원뿔대 1개의 부피는

$\frac{1}{3} \times (\pi \times 6^2) \times 16 - \frac{1}{3} \times (\pi \times 3^2) \times 8$

$= 192\pi - 24\pi$

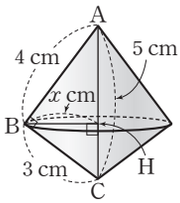
$= 168\pi\ (\text{cm}^3)$



따라서 회전체의 부피는

$168\pi\times2=336\pi\ (\text{cm}^3)$ 답 ③

709 변 AC를 회전축으로 하여 1회전 시킬 때 생기는 회전체는 오른쪽 그림과 같다. 이때 점 B에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 H라 하고 $\overline{BH}=x$ cm라 하면



$\frac{1}{2}\times5\times x=\frac{1}{2}\times3\times4$

$\therefore x=\frac{12}{5}$

$\therefore$ (부피)=(큰 원뿔의 부피)+(작은 원뿔의 부피)

$=\frac{1}{3}\times\pi\times\left(\frac{12}{5}\right)^2\times\overline{AH}+\frac{1}{3}\times\pi\times\left(\frac{12}{5}\right)^2\times\overline{CH}$

$=\frac{1}{3}\times\pi\times\left(\frac{12}{5}\right)^2\times(\overline{AH}+\overline{CH})$

$=\frac{1}{3}\times\pi\times\left(\frac{12}{5}\right)^2\times5$

$=\frac{48}{5}\pi\ (\text{cm}^3)$ 답 $\frac{48}{5}\pi$ cm³

유형 143 구의 겉넓이 본책 148쪽

반지름의 길이가 r인 구의 겉넓이를 S라 하면

$S=4\pi r^2$



710 (반구의 구면의 넓이)=(구의 겉넓이)$\times\frac{1}{2}$

$=(4\pi\times4^2)\times\frac{1}{2}=32\pi\ (\text{cm}^2)$

(원뿔의 옆넓이)$=\pi\times4\times6=24\pi\ (\text{cm}^2)$

$\therefore$ (겉넓이)$=32\pi+24\pi=56\pi\ (\text{cm}^2)$ 답 ④

711 단면의 넓이가 최대일 때 단면인 원의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$\pi r^2=64\pi$, $r^2=64=8^2$ $\therefore r=8$

따라서 반지름의 길이가 8 cm인 구의 겉넓이는

$4\pi\times8^2=256\pi\ (\text{cm}^2)$ 답 256π cm²

712 (작은 반구의 구면의 넓이)$=(4\pi\times2^2)\times\frac{1}{2}=8\pi\ (\text{m}^2)$

(큰 반구의 구면의 넓이)$=(4\pi\times4^2)\times\frac{1}{2}=32\pi\ (\text{m}^2)$

(반구의 평면에서 포개지지 않은 부분의 넓이)

$=\pi\times4^2-\pi\times2^2$

$=16\pi-4\pi=12\pi\ (\text{m}^2)$

따라서 페인트를 칠하는 면의 넓이는

$8\pi+32\pi+12\pi=52\pi\ (\text{m}^2)$

이므로 필요한 페인트는

$\frac{52\pi}{4\pi}=13$ (통) 답 ④

713 (입체도형 A의 겉넓이)

=(구의 겉넓이)+(원기둥의 옆넓이)

$=4\pi\times3^2+2\pi\times3\times12$

$=36\pi+72\pi=108\pi\ (\text{cm}^2)$ … 1단계

(반구 B의 겉넓이)$=(4\pi\times a^2)\times\frac{1}{2}+\pi\times a^2$

$=3a^2\pi\ (\text{cm}^2)$ … 2단계

입체도형 A와 반구 B의 겉넓이가 같으므로

$108\pi=3a^2\pi$, $a^2=36=6^2$ $\therefore a=6$ … 3단계

답 6

단계	채점 요소	비율
1	입체도형 A의 겉넓이 구하기	40 %
2	반구 B의 겉넓이를 a에 대한 식으로 나타내기	40 %
3	a의 값 구하기	20 %

유형 144 구의 부피 본책 149쪽

반지름의 길이가 r인 구의 부피를 V라 하면

$V=\frac{4}{3}\pi r^3$



714 (부피)=(구의 부피)+(원기둥의 부피)

$=\frac{4}{3}\pi\times6^3+\pi\times6^2\times10$

$=288\pi+360\pi=648\pi\ (\text{cm}^3)$ 답 ①

715 반지름의 길이가 9 cm인 구 모양의 초콜릿 1개의 부피는

$\frac{4}{3}\pi\times9^3=972\pi\ (\text{cm}^3)$

반지름의 길이가 3 cm인 구 모양의 초콜릿 1개의 부피는

$\frac{4}{3}\pi\times3^3=36\pi\ (\text{cm}^3)$

이때 $\frac{972\pi}{36\pi}=27$이므로 만들 수 있는 초콜릿의 최대 개수는 27이다. 답 ②

716 (구의 부피)$=\frac{4}{3}\pi\times2^3=\frac{32}{3}\pi\ (\text{cm}^3)$ … 1단계

원기둥의 높이를 h cm라 하면

(원기둥의 부피)$=\pi\times2^2\times h=4\pi h\ (\text{cm}^3)$ … 2단계

원기둥의 부피가 구의 부피의 $\frac{9}{4}$배이므로

$\frac{32}{3}\pi\times\frac{9}{4}=4\pi h$, $24\pi=4\pi h$

$\therefore h=6$

따라서 원기둥의 높이는 6 cm이다. … 3단계

답 6 cm

단계	채점 요소	비율
1	구의 부피 구하기	30 %
2	원기둥의 부피를 식으로 나타내기	40 %
3	원기둥의 높이 구하기	30 %

717 (쇠구슬의 부피)$=\frac{4}{3}\pi\times5^3=\frac{500}{3}\pi$ (cm^3)

더 올라간 물의 높이를 h cm라 하면

(더 올라간 물의 부피)$=\pi\times10^2\times h=100\pi h$ (cm^3)

더 올라간 물의 부피는 쇠구슬의 부피와 같으므로

$100\pi h=\frac{500}{3}\pi \quad \therefore h=\frac{5}{3}$

따라서 더 올라간 물의 높이는 $\frac{5}{3}$ cm이다. 답 ③

유형 145 구의 일부분을 잘라 낸 입체도형의 겉넓이와 부피 본책 149쪽

구의 $\frac{1}{n}$을 잘라 낸 입체도형에 대하여

(1) (겉넓이)$=$(구의 겉넓이)$\times\frac{n-1}{n}$
$+$(잘라 낸 단면의 넓이의 합)

(2) (부피)$=$(구의 부피)$\times\frac{n-1}{n}$

718 잘라 낸 단면의 넓이의 합은 반지름의 길이가 6 cm인 원의 넓이와 같으므로

(겉넓이)$=(4\pi\times6^2)\times\frac{3}{4}+\pi\times6^2$
$=108\pi+36\pi=144\pi$ (cm^2)

(부피)$=\left(\frac{4}{3}\pi\times6^3\right)\times\frac{3}{4}=216\pi$ (cm^3)

답 겉넓이: 144π cm^2, 부피: 216π cm^3

719 $\frac{120}{360}=\frac{1}{3}$이므로 주어진 입체도형은 반구의 $\frac{1}{3}$을 잘라 내고 남은 입체도형이다.

즉 구의 $\frac{1}{6}$을 잘라 내고 남은 입체도형이므로

(부피)$=\left(\frac{4}{3}\pi\times4^3\right)\times\frac{5}{6}=\frac{640}{9}\pi$ (cm^3) 답 $\frac{640}{9}\pi$ cm^3

720 주어진 입체도형은 구의 $\frac{1}{8}$을 잘라 내고 남은 것이므로 구의 반지름의 길이를 r cm라 하면

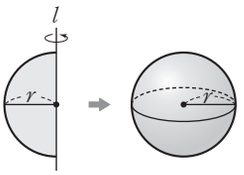
$\left(\frac{4}{3}\pi\times r^3\right)\times\frac{7}{8}=\frac{63}{2}\pi, \quad \frac{7}{6}\pi r^3=\frac{63}{2}\pi$

$r^3=27=3^3 \quad \therefore r=3$

따라서 구의 반지름의 길이는 3 cm이다. 답 ③

유형 146 회전체의 겉넓이와 부피; 구 본책 150쪽

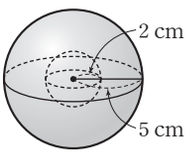
반지름의 길이가 r인 반원을 직선 l을 회전축으로 하여 1회전 시키면 반지름의 길이가 r인 구가 생긴다.



➡ (겉넓이)$=4\pi r^2$

(부피)$=\frac{4}{3}\pi r^3$

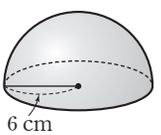
721 회전체는 오른쪽 그림과 같으므로



(부피)
$=$(큰 구의 부피)$-$(작은 구의 부피)
$=\frac{4}{3}\pi\times5^3-\frac{4}{3}\pi\times2^3$
$=\frac{500}{3}\pi-\frac{32}{3}\pi$
$=156\pi$ (cm^3)

답 ④

722 회전체는 오른쪽 그림과 같으므로



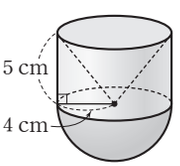
(겉넓이)$=(4\pi\times6^2)\times\frac{1}{2}+\pi\times6^2$
$=72\pi+36\pi$
$=108\pi$ (cm^2) … 1단계

(부피)$=\left(\frac{4}{3}\pi\times6^3\right)\times\frac{1}{2}=144\pi$ (cm^3) … 2단계

답 겉넓이: 108π cm^2, 부피: 144π cm^3

단계	채점 요소	비율
1	겉넓이 구하기	50 %
2	부피 구하기	50 %

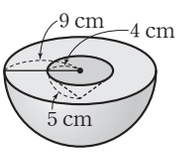
723 회전체는 오른쪽 그림과 같으므로



(부피)
$=$(반구의 부피)$+$(원기둥의 부피)
$-$(원뿔의 부피)
$=\left(\frac{4}{3}\pi\times4^3\right)\times\frac{1}{2}+\pi\times4^2\times5-\frac{1}{3}\times(\pi\times4^2)\times5$
$=\frac{128}{3}\pi+80\pi-\frac{80}{3}\pi$
$=96\pi$ (cm^3)

답 96π cm^3

724 회전체는 오른쪽 그림과 같으므로

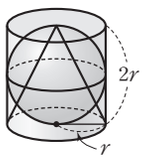


(겉넓이)
$=$(반구의 구면의 넓이)$+$(윗면의 넓이)
$+$(원뿔의 옆면의 넓이)
$=(4\pi\times9^2)\times\frac{1}{2}+(\pi\times9^2-\pi\times4^2)+\pi\times4\times5$
$=162\pi+65\pi+20\pi$
$=247\pi$ (cm^2)

답 ③

유형 147 원뿔, 구, 원기둥의 부피의 비 본책 150쪽

오른쪽 그림과 같이 원기둥 안에 원뿔과 구가 꼭 맞게 들어 있을 때



$(\text{원뿔의 부피})=\frac{1}{3}\times\pi r^2\times 2r=\frac{2}{3}\pi r^3$

$(\text{구의 부피})=\frac{4}{3}\pi r^3$

$(\text{원기둥의 부피})=\pi r^2\times 2r=2\pi r^3$

➜ (원뿔의 부피) : (구의 부피) : (원기둥의 부피)=1 : 2 : 3

725 구의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$\frac{4}{3}\pi r^3=32\pi \quad \therefore r^3=24$

원뿔과 원기둥의 밑면인 원의 반지름의 길이는 r cm, 높이는 $2r$ cm이므로

$a=\frac{1}{3}\times\pi r^2\times 2r=\frac{2}{3}\pi r^3=\frac{2}{3}\pi\times 24=16\pi$,

$b=\pi r^2\times 2r=2\pi r^3=2\pi\times 24=48\pi$

$\therefore a+b=16\pi+48\pi=64\pi$ 답 64π

다른 풀이 (원뿔의 부피) : (구의 부피)=1 : 2이므로

$a=32\pi\times\frac{1}{2}=16\pi$

(구의 부피) : (원기둥의 부피)=2 : 3이므로

$b=32\pi\times\frac{3}{2}=48\pi$

$\therefore a+b=16\pi+48\pi=64\pi$

726 원기둥의 밑면인 원의 반지름의 길이는 6 cm, 높이는 $12\times 3=36$ (cm)이므로 원기둥의 부피는

$\pi\times 6^2\times 36=1296\pi\ (\text{cm}^3)$ … 1단계

구 1개의 부피는

$\frac{4}{3}\pi\times 6^3=288\pi\ (\text{cm}^3)$ … 2단계

원뿔 1개의 부피는

$\frac{1}{3}\times(\pi\times 6^2)\times 12=144\pi\ (\text{cm}^3)$ … 3단계

따라서 빈 공간의 부피는

$1296\pi-(288\pi\times 2+144\pi)=576\pi\ (\text{cm}^3)$ … 4단계

답 576π cm^3

단계	채점 요소	비율
1	원기둥의 부피 구하기	30 %
2	구 1개의 부피 구하기	30 %
3	원뿔 1개의 부피 구하기	30 %
4	빈 공간의 부피 구하기	10 %

727 구의 반지름의 길이를 r cm라 하면 원기둥의 밑면인 원의 반지름의 길이는 r cm, 높이는 $2r$ cm이므로 남아 있는 물의 부피는

$\pi r^2\times 2r-\frac{4}{3}\pi r^3=\frac{2}{3}\pi r^3\ (\text{cm}^3)$

한편 남아 있는 물의 부피는 밑면인 원의 반지름의 길이가 r cm, 높이가 6 cm인 원기둥의 부피와 같으므로

$\pi r^2\times 6=6\pi r^2\ (\text{cm}^3)$

따라서 $\frac{2}{3}\pi r^3=6\pi r^2$이므로 $r=9$

즉 구의 반지름의 길이는 9 cm이다. 답 9 cm

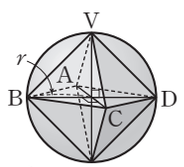
다른 풀이 (구의 부피) : (원기둥의 부피)=2 : 3이므로 남아 있는 물의 부피는 (원기둥의 부피)$\times\frac{1}{3}$이다.

따라서 원기둥의 높이는 $6\times 3=18$ (cm)이므로 구의 반지름의 길이는 9 cm이다.

유형 148 입체도형에 꼭 맞게 들어가는 입체도형 본책 151쪽

구 안에 어떤 입체도형이 꼭 맞게 들어 있거나 어떤 입체도형 안에 구가 꼭 맞게 들어 있으면 구의 지름의 길이를 이용하여 입체도형의 부피를 구한다.

예 오른쪽 그림과 같이 구 안에 정팔면체가 꼭 맞게 들어 있을 때



(정팔면체의 부피)

=(사각뿔 V−ABCD의 부피)×2

$=\left\{\frac{1}{3}\times(\text{사각형 ABCD의 넓이})\times r\right\}\times 2$

$=\left\{\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}\times 2r\times 2r\right)\times r\right\}\times 2$

$=\frac{4}{3}r^3$

728 구하는 정팔면체의 부피는 밑면인 정사각형의 대각선의 길이가 18 cm이고 높이가 9 cm인 사각뿔의 부피의 2배와 같으므로

$\left\{\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}\times 18\times 18\right)\times 9\right\}\times 2=972\ (\text{cm}^3)$ 답 ⑤

729 주어진 원뿔은 밑면인 원의 반지름의 길이와 높이가 모두 r cm이므로

$\frac{1}{3}\times\pi r^2\times r=243\pi \quad \therefore r^3=729$

따라서 반구의 부피는

$\frac{4}{3}\pi r^3\times\frac{1}{2}=\frac{4}{3}\pi\times 729\times\frac{1}{2}=486\pi\ (\text{cm}^3)$ 답 486π cm^3

730 $(\text{정육면체의 부피})=a\times a\times a=a^3$

$(\text{구의 부피})=\frac{4}{3}\pi\times\left(\frac{a}{2}\right)^3=\frac{a^3}{6}\pi$

$(\text{사각뿔의 부피})=\frac{1}{3}\times(a\times a)\times a=\frac{a^3}{3}$

따라서 구하는 부피의 비는

$a^3 : \frac{a^3}{6}\pi : \frac{a^3}{3}=6 : \pi : 2$ 답 ②

731 정육면체의 각 면의 한가운데 점을 연결하여 만든 다면체는 정팔면체이다.

따라서 구하는 정팔면체의 부피는 밑면인 정사각형의 대각선의 길이가 12 cm이고 높이가 6 cm인 사각뿔의 부피의 2배와 같으므로

$\left\{\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}\times12\times12\right)\times6\right\}\times2=288\ (\text{cm}^3)$ 답 288 cm^3

만점 유형 도전하기

본책 152~153쪽

732 전략 반지름의 길이, 높이, 밑면의 넓이를 문자로 나타내어 부피와 겉넓이를 구해 본다.

현진: 밑면인 원의 반지름의 길이가 r, 높이가 h인 원기둥의 부피는 πr^2h이고, 밑면인 원의 반지름의 길이가 $2r$, 높이가 h인 원기둥의 부피는 $4\pi r^2h$이다.
즉 원기둥의 밑면인 원의 반지름의 길이를 2배로 늘이면 부피는 4배로 늘어난다.

수한: 밑면의 넓이가 S, 높이가 h인 각뿔의 부피는 $\frac{1}{3}Sh$이고, 밑면의 넓이가 S, 높이가 $\frac{h}{2}$인 각뿔의 부피는 $\frac{1}{6}Sh$이다.
즉 각뿔의 높이를 $\frac{1}{2}$배로 줄이면 부피도 $\frac{1}{2}$배로 줄어든다.

윤아: 반지름의 길이가 r인 구의 부피는 $\frac{4}{3}\pi r^3$이고, 반지름의 길이가 $2r$인 구의 부피는 $\frac{32}{3}\pi r^3$이다.
즉 구의 반지름의 길이를 2배로 늘이면 부피는 8배로 늘어난다.

연준: 반지름의 길이가 r인 구의 겉넓이는 $4\pi r^2$이고, 반지름의 길이가 $\frac{r}{2}$인 구의 겉넓이는 πr^2이다.
즉 구의 반지름의 길이를 $\frac{1}{2}$배로 줄이면 겉넓이는 $\frac{1}{4}$배로 줄어든다.

따라서 잘못 말한 사람은 수한, 윤아, 연준이다. 답 풀이 참조

733 전략 나무토막이 가장 많을 때와 가장 적을 때의 나무토막의 개수의 차를 구한다.

나무토막이 가장 많을 때와 가장 적을 때의 나무토막의 개수는 다음과 같다.

(i) 나무토막이 가장 많을 때
위에서 본 모양 위에 각 자리에 쌓은 나무토막의 개수를 적으면 오른쪽 그림과 같다.

1	1
3	2
2	2

따라서 나무토막의 개수는
$1+1+3+2+2+2=11$

(ii) 나무토막이 가장 적을 때
위에서 본 모양 위에 각 자리에 쌓은 나무토막의 개수를 적으면 오른쪽 그림과 같다.

1	1
3	1
1	2

따라서 나무토막의 개수는
$1+1+3+1+1+2=9$

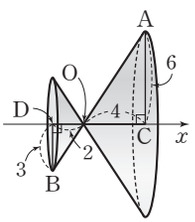
(i), (ii)에서 나무토막이 가장 많을 때와 가장 적을 때의 나무토막의 개수의 차는
$11-9=2$
이고 나무토막 1개의 부피는
$2\times2\times2=8\ (\text{cm}^3)$
이므로 구하는 부피의 차는
$8\times2=16\ (\text{cm}^3)$ 답 16 cm^3

734 전략 먼저 두 점 A, B의 y좌표를 구한 후 x축, y축을 각각 회전축으로 하여 1회전 시킬 때 생기는 회전체를 그려 본다.

$y=\frac{3}{2}x$에 $x=4$를 대입하면
$y=\frac{3}{2}\times4=6$ $\therefore$ A(4, 6)

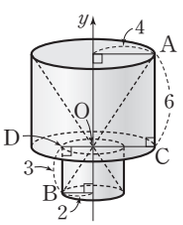
$y=\frac{3}{2}x$에 $x=-2$를 대입하면
$y=\frac{3}{2}\times(-2)=-3$ $\therefore$ B(−2, −3)

두 직각삼각형 AOC, BOD를 x축을 회전축으로 하여 1회전 시킬 때 생기는 회전체는 오른쪽 그림과 같으므로



$V_1=\frac{1}{3}\times(\pi\times6^2)\times4$
$+\frac{1}{3}\times(\pi\times3^2)\times2$
$=48\pi+6\pi$
$=54\pi$

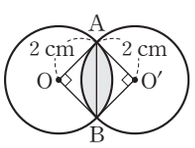
두 직각삼각형 AOC, BOD를 y축을 회전축으로 하여 1회전 시킬 때 생기는 회전체는 오른쪽 그림과 같으므로



$V_2=\left\{\pi\times4^2\times6-\frac{1}{3}\times(\pi\times4^2)\times6\right\}$
$+\left\{\pi\times2^2\times3-\frac{1}{3}\times(\pi\times2^2)\times3\right\}$
$=64\pi+8\pi$
$=72\pi$
$\therefore V_1+V_2=54\pi+72\pi=126\pi$ 답 126π

735 전략 겹쳐진 입체도형의 밑면은 두 부채꼴의 호로 이루어져 있다.

겹쳐진 입체도형의 밑면은 오른쪽 그림의 색칠한 부분과 같으므로 밑넓이는



$\left(\pi\times2^2\times\frac{1}{4}-\frac{1}{2}\times2\times2\right)\times2$
$=2\pi-4\ (\text{cm}^2)$

겹쳐진 입체도형의 옆넓이는
$\left\{\left(2\pi\times2\times\frac{1}{4}\right)\times2\right\}\times6=12\pi\ (\text{cm}^2)$

따라서 구하는 겉넓이는
$(2\pi-4)\times2+12\pi=16\pi-8\ (\text{cm}^2)$

답 $(16\pi-8)$ cm^2

736 전략 주어진 입체도형을 두 부분으로 나누어 생각한다.

(부피)=(원뿔의 부피)$\times\frac{3}{4}$+(삼각뿔의 부피)

$=\left\{\frac{1}{3}\times(\pi\times6^2)\times10\right\}\times\frac{3}{4}+\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}\times6\times6\right)\times10$

$=90\pi+60\ (\text{cm}^3)$

답 $(90\pi+60)\ \text{cm}^3$

737 전략 V_1과 V_3의 값을 먼저 구한 후 처음 삼각기둥의 부피를 이용하여 V_2의 값을 구한다.

삼각기둥을 면 APQ와 면 DPQ로 자를 때 생기는 세 입체도형 중에서 가장 위에 있는 입체도형은 사다리꼴 BPQC를 밑면으로 하는 사각뿔이므로

$V_1=\frac{1}{3}\times\left\{\frac{1}{2}\times(10+8)\times9\right\}\times9=243$

또 가장 아래에 있는 입체도형은 사다리꼴 PEFQ를 밑면으로 하는 사각뿔이므로

$V_3=\frac{1}{3}\times\left\{\frac{1}{2}\times(6+8)\times9\right\}\times9=189$

이때 처음 삼각기둥의 부피는

$\left(\frac{1}{2}\times9\times9\right)\times16=648\ (\text{cm}^3)$

이므로

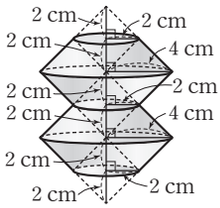
$V_2=648-(243+189)=216$

$\therefore V_1:V_2:V_3=243:216:189=9:8:7$

답 9 : 8 : 7

738 전략 회전체를 그린 후 부피를 구할 수 있는 입체도형으로 나눈다.

회전체는 오른쪽 그림과 같으므로 회전체의 부피는 원뿔대 4개의 부피의 합에서 원뿔 2개의 부피의 합을 뺀 것과 같다.



이때 원뿔대 한 개의 부피는

$\frac{1}{3}\times(\pi\times4^2)\times4-\frac{1}{3}\times(\pi\times2^2)\times2$

$=\frac{64}{3}\pi-\frac{8}{3}\pi$

$=\frac{56}{3}\pi\ (\text{cm}^3)$

원뿔 한 개의 부피는

$\frac{1}{3}\times(\pi\times2^2)\times2=\frac{8}{3}\pi\ (\text{cm}^3)$

따라서 구하는 회전체의 부피는

$\frac{56}{3}\pi\times4-\frac{8}{3}\pi\times2=\frac{224}{3}\pi-\frac{16}{3}\pi$

$=\frac{208}{3}\pi\ (\text{cm}^3)$

답 $\frac{208}{3}\pi\ \text{cm}^3$

739 전략 물 저장 탱크 A, B, C의 겉넓이가 같음을 이용하여 탱크 B, C의 높이를 식으로 나타낸다.

탱크 B의 높이를 h_1, 탱크 C의 높이를 h_2라 하면

(탱크 A의 겉넓이)$=4\pi r^2=4\times3\times r^2=12r^2$

(탱크 B의 겉넓이)$=\pi r^2\times2+2\pi r\times h_1$

$=3\times r^2\times2+2\times3\times r\times h_1=6r^2+6rh_1$

(탱크 C의 겉넓이)$=r^2\times2+4r\times h_2=2r^2+4rh_2$

이므로 $12r^2=6r^2+6rh_1$에서

$6r^2=6rh_1 \quad \therefore h_1=r$

또 $12r^2=2r^2+4rh_2$에서

$10r^2=4rh_2 \quad \therefore h_2=\frac{5}{2}r$

따라서

(탱크 A의 부피)$=\frac{4}{3}\pi r^3=\frac{4}{3}\times3\times r^3=4r^3$

(탱크 B의 부피)$=\pi r^2\times r=3r^3$

(탱크 C의 부피)$=r^2\times\frac{5}{2}r=\frac{5}{2}r^3$

이고 $r>0$이므로 $\frac{5}{2}r^3<3r^3<4r^3$

따라서 가장 많은 물을 담을 수 있는 탱크는 A이다.

답 A

시험 만점 완성하기

본책 154~157쪽

740 전략 정육면체는 6개의 정사각형으로 이루어져 있다.

정육면체의 한 모서리의 길이를 a cm라 하면

$(a\times a)\times6=864, \quad a^2=144=12^2$

$\therefore a=12$

따라서 한 모서리의 길이는 12 cm이다. 답 ④

741 전략 옆넓이를 이용하여 원기둥의 높이를 구한다.

원기둥의 높이를 h cm라 하면

$2\pi\times4\times h=48\pi \quad \therefore h=6$

따라서 원기둥의 부피는

$\pi\times4^2\times6=96\pi\ (\text{cm}^3)$ 답 ③

742 전략 주어진 기둥의 밑면인 반원의 넓이와 둘레의 길이를 구한다.

(밑넓이)$=\pi\times6^2\times\frac{1}{2}=18\pi\ (\text{cm}^2)$

(옆넓이)$=\left(12+2\pi\times6\times\frac{1}{2}\right)\times20=240+120\pi\ (\text{cm}^2)$

$\therefore$ (겉넓이)$=18\pi\times2+240+120\pi$

$=156\pi+240\ (\text{cm}^2)$ 답 ④

743 전략 구멍 뚫린 기둥의 옆넓이를 구할 때 바깥쪽의 넓이와 안쪽의 넓이를 모두 구한다.

(밑넓이)$=\pi\times6^2-\pi\times3^2$

$=36\pi-9\pi=27\pi\ (\text{cm}^2)$

(옆넓이)$=2\pi\times6\times10+2\pi\times3\times10$

$=120\pi+60\pi=180\pi\ (\text{cm}^2)$

$\therefore$ (겉넓이)$=27\pi\times2+180\pi=234\pi\ (\text{cm}^2)$ 답 ⑤

744 전략 원뿔의 겉넓이를 밑면인 원의 반지름의 길이에 대한 식으로 나타낸다.

원뿔의 밑면인 원의 반지름의 길이를 r cm라 하면 모선의 길이는 $4r$ cm이고 원뿔의 겉넓이가 245π cm^{2}이므로

$\pi\times r^2+\pi\times r\times4r=245\pi$

$5\pi r^2=245\pi,\quad r^2=49=7^2$

$\therefore r=7$

따라서 밑면인 원의 반지름의 길이는 7 cm이다. 답 ①

745 전략 원뿔대의 옆넓이는 전개도의 큰 부채꼴의 넓이에서 작은 부채꼴의 넓이를 뺀 것이다.

(두 밑넓이의 합)$=\pi\times6^2+\pi\times3^2$

$=36\pi+9\pi$

$=45\pi\ (\text{cm}^2)$

(옆넓이)$=(\pi\times12\times16-\pi\times6\times8)$

$+(\pi\times12\times20-\pi\times3\times5)$

$=144\pi+225\pi$

$=369\pi\ (\text{cm}^2)$

$\therefore$ (겉넓이)$=45\pi+369\pi=414\pi\ (\text{cm}^2)$ 답 ③

746 전략 (뿔의 부피)$=\frac{1}{3}\times$(밑넓이)$\times$(높이)

(부피)$=\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}\times10\times10\right)\times15=250\ (\text{cm}^3)$ 답 ⑤

747 전략 처음 원뿔의 밑면인 원의 반지름의 길이를 r cm, 높이를 h cm라 하고 처음 장난감과 새로 만든 장난감의 부피를 식으로 나타낸다.

처음 원뿔의 밑면인 원의 반지름의 길이를 r cm, 높이를 h cm라 하면 원기둥의 높이는 $3h$ cm이므로 처음 장난감의 부피는

$\frac{1}{3}\pi r^2h+\pi r^2\times3h=\frac{10}{3}\pi r^2h\ (\text{cm}^3)$

큰 원뿔의 밑면인 원의 반지름의 길이는 r cm, 높이는 $4h$ cm이므로 큰 원뿔의 부피는

$\frac{1}{3}\pi r^2\times4h=\frac{4}{3}\pi r^2h\ (\text{cm}^3)$

이때 $\frac{10}{3}\pi r^2h-\frac{4}{3}\pi r^2h=60$이므로

$2\pi r^2h=60\qquad\therefore\ \pi r^2h=30$

따라서 처음 장난감의 부피는

$\frac{10}{3}\pi r^2h=\frac{10}{3}\times30=100\ (\text{cm}^3)$ 답 ③

748 전략 원뿔대와 원기둥으로 나누어 생각한다.

(부피)=(원뿔대의 부피)+(원기둥의 부피)

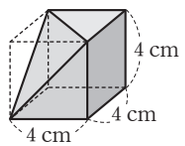
$=\left\{\frac{1}{3}\times(\pi\times8^2)\times12-\frac{1}{3}\times(\pi\times4^2)\times6\right\}+\pi\times8^2\times9$

$=224\pi+576\pi$

$=800\pi\ (\text{cm}^3)$ 답 ①

749 전략 주어진 전개도로 만들어지는 입체도형을 그려 본다.

주어진 전개도로 만들어지는 입체도형은 오른쪽 그림과 같으므로



(부피)

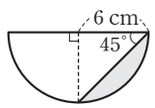
=(정육면체의 부피)−(삼각뿔의 부피)

$=4\times4\times4-\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}\times4\times4\right)\times4$

$=64-\frac{32}{3}=\frac{160}{3}\ (\text{cm}^3)$ 답 ③

750 전략 먼저 통에 남은 물의 밑면의 모양을 파악한다.

통에 남은 물의 밑면은 오른쪽 그림의 색칠한 부분과 같으므로 흘러넘친 물의 양은



$\left(\pi\times6^2\times\frac{1}{4}+\frac{1}{2}\times6\times6\right)\times18$

$=(9\pi+18)\times18$

$=162\pi+324\ (\text{cm}^3)$ 답 ④

751 전략 (남아 있는 물의 부피)

=(반구 모양의 그릇의 부피)−(구 모양의 구슬 15개의 부피)

남아 있는 물의 부피는

$\left(\frac{4}{3}\pi\times12^3\right)\times\frac{1}{2}-\left(\frac{4}{3}\pi\times2^3\right)\times15$

$=1152\pi-160\pi=992\pi\ (\text{cm}^3)$ 답 ⑤

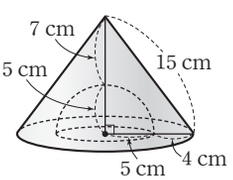
752 전략 주어진 입체도형의 구면의 넓이는 구의 겉넓이의 몇 배인지 생각해 본다.

(겉넓이)$=(4\pi\times12^2)\times\frac{1}{8}+\left(\pi\times12^2\times\frac{1}{4}\right)\times3$

$=72\pi+108\pi=180\pi\ (\text{cm}^2)$ 답 ③

753 전략 주어진 평면도형을 회전시킬 때 생기는 회전체를 그려 본다.

회전체는 오른쪽 그림과 같으므로



(겉넓이)

=(원뿔의 옆넓이)

+(반구의 구면의 넓이)

+(밑넓이)

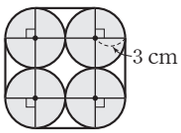
$=\pi\times9\times15+(4\pi\times5^2)\times\frac{1}{2}+(\pi\times9^2-\pi\times5^2)$

$=135\pi+50\pi+56\pi$

$=241\pi\ (\text{cm}^2)$ 답 ③

754 전략 필요한 포장지의 가로의 최소 길이를 구한다.

주어진 그림을 위에서 본 모양은 오른쪽 그림과 같다.



따라서 필요한 포장지의 가로의 최소 길이는

$2\pi\times3+6\times4=6\pi+24\ (\text{cm})$

이므로 필요한 포장지의 최소 넓이는

$(6\pi+24)\times8=48\pi+192\ (\text{cm}^2)$ 답 $(48\pi+192)\ \text{cm}^2$

755 전략 밑면이 정사각형임을 이용하여 밑면의 한 변의 길이를 구한다.

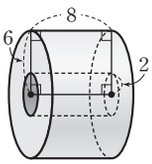
밑면인 정사각형의 한 변의 길이는 $\frac{20}{4}=5\ (\text{cm})$

따라서 사각기둥의 부피는

$5\times5\times14=350\ (\text{cm}^3)$ 답 $350\ \text{cm}^3$

756 전략 주어진 직사각형을 x축, y축을 각각 회전축으로 하여 1회전 시킬 때 생기는 회전체를 그려 본다.

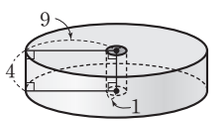
직사각형 ABCD를 x축을 회전축으로 하여 1회전 시킬 때 생기는 회전체는 오른쪽 그림과 같으므로



$V_x=\pi\times6^2\times8-\pi\times2^2\times8$

$=288\pi-32\pi=256\pi\ (\text{cm}^3)$

직사각형 ABCD를 y축을 회전축으로 하여 1회전 시킬 때 생기는 회전체는 오른쪽 그림과 같으므로



$V_y=\pi\times9^2\times4-\pi\times1^2\times4$

$=324\pi-4\pi=320\pi\ (\text{cm}^3)$

$\therefore V_x:V_y=256\pi:320\pi=4:5$ 답 4 : 5

757 전략 주어진 조건을 만족시키는 입체도형은 사각뿔임을 알아낸다.

조건 (가), (나)에 의하여 주어진 입체도형의 밑면은 한 변의 길이가 12 cm인 정사각형이다.

또 조건 (다)에서 옆면이 이등변삼각형이므로 주어진 입체도형은 사각뿔이다.

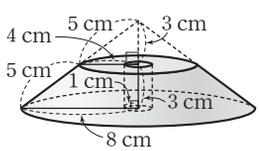
$\therefore$ (겉넓이)=(밑넓이)+(옆넓이)

$=12\times12+\left(\frac{1}{2}\times12\times16\right)\times4$

$=144+384=528\ (\text{cm}^2)$ 답 $528\ \text{cm}^2$

758 전략 주어진 사다리꼴을 회전시킬 때 생기는 회전체를 그려 본다.

회전체는 오른쪽 그림과 같으므로



(겉넓이)

=(두 밑넓이의 합)

+(원뿔대의 옆넓이)

+(원기둥의 옆넓이)

$=\{(\pi\times4^2-\pi\times1^2)+(\pi\times8^2-\pi\times1^2)\}$

$+(\pi\times8\times10-\pi\times4\times5)+2\pi\times1\times3$

$=78\pi+60\pi+6\pi=144\pi\ (\text{cm}^2)$ 답 $144\pi\ \text{cm}^2$

759 전략 원뿔, 반구, 원기둥의 부피를 각각 식으로 나타낸다.

반구의 반지름의 길이를 r라 하면

(원뿔의 부피)$=\frac{1}{3}\times\pi r^2\times r=\frac{1}{3}\pi r^3$

(반구의 부피)$=\frac{4}{3}\pi r^3\times\frac{1}{2}=\frac{2}{3}\pi r^3$

(원기둥의 부피)$=\pi r^2\times r=\pi r^3$

따라서 구하는 부피의 비는

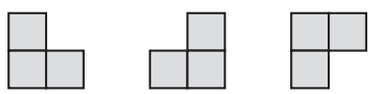
$\frac{1}{3}\pi r^3:\frac{2}{3}\pi r^3:\pi r^3=1:2:3$ 답 1 : 2 : 3

760 전략 각 단계에서 보이는 정육면체의 면의 개수를 확인한다.

[1단계]에서 보이는 정육면체의 면의 개수는

$1\times6=6$

[2단계]의 입체도형을 앞, 뒤, 위, 아래, 좌, 우에서 바라볼 때 보이는 면은 다음 그림과 같다.



즉 [2단계]에서 보이는 정육면체의 면의 개수는

$(1+2)\times6=18$

같은 방법으로 각 단계에서 보이는 정육면체의 면의 개수를 구하면

[3단계] $(1+2+3)\times6=36$

[4단계] $(1+2+3+4)\times6=60$

⋮

[10단계] $(1+2+3+\cdots+10)\times6=330$ … 1단계

이때 정육면체의 한 면의 넓이는

$1\times1=1\ (\text{cm}^2)$

이므로 [10단계]의 입체도형의 겉넓이는

$1\times330=330\ (\text{cm}^2)$ … 2단계

답 $330\ \text{cm}^2$

단계	채점 요소	배점
1	[10단계]에서 보이는 정육면체의 면의 개수 구하기	4점
2	[10단계]의 입체도형의 겉넓이 구하기	2점

761 전략 삼각뿔 C−BGM의 부피를 이용하여 식을 세운다.

$\overline{AD}=x$ cm라 하면

$\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}\times x\times4\right)\times10=40$ … 1단계

$\frac{20}{3}x=40$ $\therefore x=6$

따라서 $\overline{AD}$의 길이는 6 cm이다. … 2단계

답 6 cm

단계	채점 요소	배점
1	삼각뿔의 부피를 이용하여 식 세우기	2점
2	$\overline{AD}$의 길이 구하기	2점

762 전략 원뿔의 옆넓이를 모선의 길이에 대한 식으로 나타낸다.

원뿔의 밑넓이는

$\pi \times 12^2 = 144\pi\ (\text{cm}^2)$ … 1단계

원뿔의 모선의 길이를 l cm라 하면 원뿔의 옆넓이는

$\pi \times 12 \times l = 12\pi l\ (\text{cm}^2)$ … 2단계

따라서 $144\pi : 12\pi l = 3 : 5$이므로

$144\pi \times 5 = 12\pi l \times 3 \quad \therefore l = 20$

즉 원뿔의 모선의 길이는 20 cm이다. … 3단계

답 20 cm

단계	채점 요소	배점
1	원뿔의 밑넓이 구하기	1점
2	원뿔의 옆넓이를 식으로 나타내기	1점
3	원뿔의 모선의 길이 구하기	2점

763 전략 먼저 상자 A 안에 들어 있는 공과 상자 B 안에 들어 있는 공의 반지름의 길이를 각각 구한다.

상자 A 안에 들어 있는 공 1개의 반지름의 길이는

$\frac{18}{6} = 3\ (\text{cm})$이므로 상자 A 안에 들어 있는 공 전체의 겉넓이의 합은 $(4\pi \times 3^2) \times 27 = 972\pi\ (\text{cm}^2)$

$\therefore a = 972\pi$ … 1단계

상자 B 안에 들어 있는 공 1개의 반지름의 길이는

$\frac{18}{8} = \frac{9}{4}\ (\text{cm})$이므로 상자 B 안에 들어 있는 공 전체의 겉넓이의 합은 $\left\{4\pi \times \left(\frac{9}{4}\right)^2\right\} \times 64 = 1296\pi\ (\text{cm}^2)$

$\therefore b = 1296\pi$ … 2단계

$\therefore \frac{b}{a} = \frac{1296\pi}{972\pi} = \frac{4}{3}$ … 3단계

답 $\frac{4}{3}$

단계	채점 요소	배점
1	a의 값 구하기	2점
2	b의 값 구하기	2점
3	$\frac{b}{a}$의 값 구하기	2점

08 대푯값

셀프 CHECK 본책 160쪽

A (1) (평균) $= \frac{10+8+9+15+8}{5} = \frac{50}{5} = 10$

변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

8, 8, 9, 10, 15

이므로 중앙값은 9, 최빈값은 8이다.

(2) (평균) $= \frac{60+90+80+90+100+60}{6} = \frac{480}{6} = 80$

변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

60, 60, 80, 90, 90, 100

이므로 중앙값은 $\frac{80+90}{2} = 85$, 최빈값은 60, 90이다.

(3) (평균) $= \frac{25+23+20+23+29+26+29}{7} = \frac{175}{7} = 25$

변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

20, 23, 23, 25, 26, 29, 29

이므로 중앙값은 25, 최빈값은 23, 29이다.

(4) (평균) $= \frac{4+6+4+9+7+3+4+7}{8} = \frac{44}{8} = 5.5$

변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

3, 4, 4, 4, 6, 7, 7, 9

이므로 중앙값은 $\frac{4+6}{2} = 5$, 최빈값은 4이다.

답 (1) 평균: 10, 중앙값: 9, 최빈값: 8
(2) 평균: 80, 중앙값: 85, 최빈값: 60, 90
(3) 평균: 25, 중앙값: 25, 최빈값: 23, 29
(4) 평균: 5.5, 중앙값: 5, 최빈값: 4

B (1) 최빈값은 자료에 따라 2개 이상일 수도 있다.

답 (1) × (2) ○ (3) ○

내신 유형 다지기 본책 161~164쪽

유형 149 평균 본책 161쪽

평균: 변량의 총합을 변량의 개수로 나눈 값

➜ (평균) $= \frac{(\text{변량의 총합})}{(\text{변량의 개수})}$

764 $2+6+x+1=12$에서 $x=3$

$\therefore$ (평균) $= \frac{3\times2+5\times6+7\times3+9\times1}{12}$

$= \frac{66}{12} = 5.5$ (시간)

답 ②

765 (평균)$=\dfrac{3\times1+6\times4+9\times5+12\times3+15\times2}{15}$

$=\dfrac{138}{15}=9.2$ (회) 답 9.2회

766 남학생들의 윗몸 일으키기 횟수의 총합은

$10\times55=550$ (회)

여학생들의 윗몸 일으키기 횟수의 총합은

$15\times50=750$ (회)

따라서 전체 학생의 윗몸 일으키기 횟수의 평균은

$\dfrac{550+750}{10+15}=\dfrac{1300}{25}=52$ (회) 답 ③

767 3개의 변량 a, b, c의 평균이 13이므로

$\dfrac{a+b+c}{3}=13$ $\therefore a+b+c=39$ … 1단계

따라서 5개의 변량 9, a, b, c, 12의 평균은

$\dfrac{9+a+b+c+12}{5}=\dfrac{9+39+12}{5}$

$=\dfrac{60}{5}=12$ … 2단계

답 12

단계	채점 요소	비율
1	$a+b+c$의 값 구하기	50 %
2	5개의 변량 9, a, b, c, 12의 평균 구하기	50 %

768 88점을 받은 과목을 제외한 11개 과목의 총점을 A점이라 하고, 88점을 x점으로 잘못 보았다고 하면

$\dfrac{A+88}{12}-1=\dfrac{A+x}{12}$

$A+88-12=A+x$ $\therefore x=76$

따라서 76점으로 잘못 보았다. 답 76점

만점 공략 노트

변량의 개수가 12이므로 평균이 1점 낮아지려면 변량의 총합이 12점 낮아져야 한다.

따라서 88점을 $(88-12)$점, 즉 76점으로 잘못 보았음을 쉽게 알 수 있다.

유형 150 중앙값 본책 161쪽

중앙값: 자료의 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하였을 때, 한가운데에 있는 값

➡ 변량의 개수가 { 홀수이면 한가운데에 있는 값 / 짝수이면 한가운데에 있는 두 값의 평균 }

769 지효의 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

2, 3, 3, 5, 5, 6, 8, 8, 8, 9

이므로 중앙값은 $\dfrac{5+6}{2}=5.5$ (개)

준기의 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

3, 3, 4, 4, 4, 6, 8, 9, 9, 10

이므로 중앙값은 $\dfrac{4+6}{2}=5$ (개)

따라서 $a=5.5$, $b=5$이므로 $a+b=5.5+5=10.5$ 답 ①

770 주어진 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

6, 7, 7, 8, 8, 8, 9, 9, 9, 9, 10, 10

이므로 중앙값은 $\dfrac{8+9}{2}=8.5$ (시간) 답 8.5시간

771 x, y를 제외한 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

5, 8, 10, 11, 13, 14, 14, 15, 18

이때 x, y가 $x<y<10$인 자연수이므로 모든 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열할 때 6번째에 오는 값은 11이다.

따라서 중앙값은 11이다. 답 ②

772 주어진 6개의 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

21, 28, 35, 37, 42, 46

나머지 3명의 회원의 나이를 각각 a세, b세, c세 $(a\le b\le c)$라 하자.

9개의 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면 중앙값은 5번째에 오는 값이므로 $a<42$일 때 중앙값은 42세보다 작아지고, $a\ge42$일 때 중앙값은 42세이다.

따라서 중앙값이 될 수 있는 가장 큰 값은 42세이다. 답 42세

유형 151 최빈값 본책 162쪽

(1) 최빈값: 자료의 변량 중에서 가장 많이 나타나는 값

(2) 최빈값은 자료에 따라 2개 이상일 수도 있다.

773 드럼을 가장 좋아하는 학생 수는

$25-(5+3+7+2)=8$

주어진 표에서 드럼이 가장 많이 나타나므로 최빈값은 드럼이다.

답 ④

774 도현이와 민지가 주사위를 던진 횟수가 같으므로

$3+x+4+2+1+4=1+2+4+3+7+3$

$x+14=20$ $\therefore x=6$

따라서 도현이의 최빈값은 2, 민지의 최빈값은 5이므로

$a=2$, $b=5$ $\therefore ab=10$ 답 10

775 (평균)$=\dfrac{10+13+7+8+10+6+10+8}{8}$

$=\dfrac{72}{8}=9$ (편)

$\therefore a=9$ … 1단계

주어진 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

6, 7, 8, 8, 10, 10, 10, 13

이므로 중앙값은 $\dfrac{8+10}{2}=9$ (편) $\therefore b=9$ … 2단계

가장 많이 나타나는 값은 10이므로 최빈값은 10편이다.

$\therefore c=10$ … 3단계

$\therefore a+b+c=9+9+10=28$ … 4단계

답 28

단계	채점 요소	비율
1	a의 값 구하기	30 %
2	b의 값 구하기	30 %
3	c의 값 구하기	30 %
4	$a+b+c$의 값 구하기	10 %

776 ㄱ. A 식당의 평점의 평균은

$$\frac{1\times1+2\times2+3\times3+4\times2+5\times4}{12}=\frac{42}{12}=3.5\ (\text{점})$$

B 식당의 평점의 평균은

$$\frac{1\times1+2\times1+3\times3+4\times5+5\times2}{12}=\frac{42}{12}=3.5\ (\text{점})$$

따라서 두 식당 A, B의 평점의 평균은 같다.

ㄴ. A 식당의 평점을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

1, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 5, 5, 5, 5 (점)

이므로 A 식당의 평점의 중앙값은 $\frac{3+4}{2}=3.5$ (점)

B 식당의 평점을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

1, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 4, 5, 5 (점)

이므로 B 식당의 평점의 중앙값은 $\frac{4+4}{2}=4$ (점)

따라서 B 식당의 평점의 중앙값이 A 식당의 평점의 중앙값보다 더 높다.

ㄷ. B 식당의 평점 중 가장 많이 나타나는 값은 4점이므로 최빈값은 4점이다.

이상에서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다. 답 ④

유형 152 적절한 대푯값 찾기 본책 163쪽

(1) 자료에 매우 크거나 매우 작은 값이 있는 경우에는 평균보다 중앙값이 대푯값으로 더 적절하다.

(2) 변량의 개수가 많거나 변량이 중복되어 나타나는 자료, 수량으로 나타나지 않는 자료의 대푯값으로는 최빈값을 많이 사용한다.

777 ③ 자료에 극단적인 값이 있으므로 평균을 대푯값으로 하기에 적절하지 않다.

답 ③

778 자료에 165회와 같이 극단적인 값이 있으므로 대푯값으로 가장 적절한 것은 중앙값이다. … 1단계

변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

25, 28, 33, 36, 39, 42, 44, 45, 46, 48, 50, 165

이므로 중앙값은 $\frac{42+44}{2}=43$ (회) … 2단계

답 중앙값, 43회

단계	채점 요소	비율
1	대푯값으로 가장 적절한 것 말하기	50 %
2	대푯값 구하기	50 %

779 일주일 동안 가장 많이 판매된 사이즈의 신발을 가장 많이 준비해야 하므로 대푯값으로 가장 적절한 것은 최빈값이고, 그 값은 240 mm이다. 답 최빈값, 240 mm

780 ㄱ. 자료 A의 평균은

$$\frac{10+10+12+12+12+13+15}{7}=\frac{84}{7}=12$$

따라서 자료 A의 평균, 중앙값, 최빈값은 모두 12로 같다.

ㄴ. 자료 B는 극단적인 값이 없고, 각 변량이 모두 한 번씩 나타나므로 평균이나 중앙값을 대푯값으로 정하는 것이 적절하다.

ㄷ. 자료 C에 210과 같이 극단적인 값이 있으므로 평균보다 중앙값이 자료 전체의 중심 경향을 더 잘 나타낸다.

이상에서 ㄱ, ㄴ, ㄷ 모두 옳다. 답 ㄱ, ㄴ, ㄷ

유형 153 대푯값이 주어졌을 때, 변량 구하기 본책 163쪽

(1) 평균이 주어진 경우

➜ (평균)$=\frac{(\text{변량의 총합})}{(\text{변량의 개수})}$임을 이용하여 식을 세운다.

(2) 중앙값이 주어진 경우

➜ 자료의 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열한 후 변량의 개수가 홀수일 때와 짝수일 때에 따라 조건에 맞게 식을 세운다.

(3) 최빈값이 주어진 경우

➜ 미지수인 변량이 최빈값이 되는 경우를 모두 확인한다.

781 중앙값이 15장이므로

$\frac{13+x}{2}=15$, $13+x=30$

$\therefore x=17$ 답 17

782 주어진 자료의 최빈값이 11뿐이므로

$a=11$

따라서 주어진 자료의 평균은

$$\frac{12+11+8+9+11+14+6+8+11}{9}=\frac{90}{9}=10$$

$\therefore b=10$

$\therefore a+b=11+10=21$

답 21

참고 a를 제외한 변량 중 8과 11이 2개씩이고 나머지 변량은 1개씩이므로 최빈값이 11뿐이려면 11이 8보다 많아야 한다.
따라서 $a=11$임을 알 수 있다.

783 x를 제외한 9개의 변량이 모두 다르므로 이 자료의 최빈값은 x개이다.
따라서 평균도 x개이므로

$$\frac{9+4+2+12+7+x+5+6+10+8}{10}=x$$

$63+x=10x$, $9x=63$

$\therefore x=7$ … 1단계

변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

2, 4, 5, 6, 7, 7, 8, 9, 10, 12

이므로 중앙값은 $\frac{7+7}{2}=7$ (개) … 2단계

답 7개

단계	채점 요소	비율
1	x의 값 구하기	60 %
2	중앙값 구하기	40 %

유형 154 새로운 변량을 추가했을 때, 대푯값 구하기 본책 164쪽

자료에 새로운 변량이 추가되는 경우
➜ 추가된 변량을 문자로 놓고 주어진 대푯값을 이용하여 추가된 변량의 값의 범위를 구한 후 나머지 조건을 이용하여 식을 세운다.

784 5명의 학생의 키의 중앙값은 3번째 학생의 키이므로 3번째 학생의 키는 142 cm이다.
이때 키가 153 cm인 학생을 추가하여 6명의 학생의 키를 작은 값부터 크기순으로 나열하면 중앙값은 3번째와 4번째 학생의 키의 평균이므로

$$\frac{142+148}{2}=145\ (\text{cm})$$ 답 145 cm

참고 153>148이므로 3번째와 4번째 학생의 키는 변하지 않는다.

785 5회의 시험 성적을 x점이라 하면

$$\frac{84+87+93+96+x}{5}=91$$

$360+x=455$ $\therefore x=95$

따라서 5회의 시험에서 95점을 받아야 한다. 답 ④

786 ㄱ. 10개의 변량의 평균은

$$\frac{22+19+17+16+11+19+28+15+19+24}{10}$$

$$=\frac{190}{10}=19$$

따라서 추가되는 한 개의 변량이 19이면 평균은 변하지 않지만 19가 아니면 평균은 변한다.

ㄴ. 10개의 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

11, 15, 16, 17, 19, 19, 19, 22, 24, 28

이므로 중앙값은 $\frac{19+19}{2}=19$

한 개의 변량을 추가하여 11개의 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열할 때 6번째에 오는 값은 추가된 변량의 값에 관계없이 항상 19이므로 중앙값은 변하지 않는다.

ㄷ. 10개의 변량 중 19가 3개이고 나머지 변량은 1개씩이므로 최빈값은 19이다.
이때 한 개의 변량이 추가되어도 19가 가장 많이 나타나므로 최빈값은 변하지 않는다.

이상에서 항상 옳은 것은 ㄴ, ㄷ이다. 답 ④

787 자료 A의 중앙값이 13이므로

$a=13$

a, b는 서로 다른 자연수이므로

$13<b\le 20$

두 자료 A, B를 섞은 전체 자료를 작은 값부터 크기순으로 나열하면

5, 7, 9, 10, 12, 13, $b-1$, b, 20, 20, 21, 24, 26

이 자료의 중앙값이 16이므로

$b-1=16$ $\therefore b=17$

$\therefore a+b=13+17=30$ 답 30

788 A, B, C, D, E의 몸무게를 각각 a kg, b kg, c kg, d kg, e kg이라 하면 5명의 학생 A, B, C, D, E의 몸무게의 평균이 53.4 kg이므로

$$\frac{a+b+c+d+e}{5}=53.4$$

$\therefore a+b+c+d+e=267$ …… ㉠

또 5명의 학생 A, B, C, D, F의 몸무게의 평균이 54.6 kg이므로

$$\frac{a+b+c+d+62}{5}=54.6,\quad a+b+c+d+62=273$$

$\therefore a+b+c+d=211$ …… ㉡

㉠, ㉡에서 $211+e=267$ $\therefore e=56$

A, B, C, D, E의 몸무게의 중앙값이 53 kg이고 56>53, 62>53이므로 E 대신 F를 포함한 A, B, C, D, F의 몸무게의 중앙값은 53 kg으로 변하지 않는다.

답 53 kg

만점 유형 도전하기 본책 165쪽

789 전략 x의 값의 범위를 나누어 중앙값을 구한다.
x를 제외한 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

3, 5, 7, 9, 15, 16, 18, 22

이때 x를 포함한 9개의 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면 중앙값은 5번째에 오는 값이다.
따라서 x의 값의 범위에 따른 중앙값 y는 다음과 같다.
(i) $0\le x\le 9$일 때, 5번째에 오는 값은 9이므로 $y=9$
(ii) $9<x<15$일 때, 5번째에 오는 값은 x이므로 $y=x$

(iii) $x \geq 15$일 때, 5번째에 오는 값은 15이므로 $y=15$

이상에서 그래프로 알맞은 것은 ⑤이다. 답 ⑤

790 전략 x의 값이 최대이려면 다른 변량이 최소이어야 함을 이용한다.

7개의 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열할 때, 가장 작은 변량이 44이므로 첫 번째에는 44가 오고 중앙값이 50이므로 4번째에는 50이 온다.

또 최빈값이 58이므로 5번째와 6번째에는 58이 온다.

따라서 2번째와 3번째에 오는 변량을 각각 a, b라 하면 7개의 변량은

$44,\ a,\ b,\ 50,\ 58,\ 58,\ x$

이때 최빈값이 58이 되려면 $44<a<b<50$이어야 하고 평균이 52이므로 x의 값이 최대이려면 a, b의 값이 최소이어야 한다.

즉 $a=45$, $b=46$일 때 x의 값이 최대이고, 평균이 52이므로

$$\frac{44+45+46+50+58+58+x}{7}=52$$

$$301+x=364 \qquad \therefore x=63$$

따라서 구하는 값은 63이다. 답 63

791 전략 a의 값에 관계없이 항상 최빈값이 10임을 이용하여 중앙값이 될 수 있는 변량을 구한다.

$$(\text{평균})=\frac{10+12+a+10+17+14+10}{7}=\frac{73+a}{7}$$

a를 제외한 변량 중 10이 3개이고 나머지 변량은 1개씩이므로 a의 값에 관계없이 항상 최빈값은 10

a를 제외한 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

$10,\ 10,\ 10,\ 12,\ 14,\ 17$

a를 포함한 7개의 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면 중앙값은 4번째에 오는 값이므로 $a \leq 10$일 때 중앙값은 10, $10<a<12$일 때 중앙값은 a, $a \geq 12$일 때 중앙값은 12이다.

이때 평균, 중앙값, 최빈값이 모두 다르므로 중앙값은 a 또는 12이다.

(i) 중앙값이 a, 즉 $10<a<12$일 때

평균, 중앙값, 최빈값의 순서대로 나열하면

$$10,\ a,\ \frac{73+a}{7}$$

이고, 한가운데에 있는 값은 나머지 두 값의 평균과 같으므로

$$a=\frac{1}{2}\times\left(10+\frac{73+a}{7}\right), \qquad 2a=\frac{143+a}{7}$$

$$14a=143+a, \qquad 13a=143$$

$$\therefore a=11$$

(ii) 중앙값이 12, 즉 $a \geq 12$일 때

평균, 중앙값, 최빈값의 순서대로 나열하면

$$10,\ 12,\ \frac{73+a}{7}$$

이고, 한가운데에 있는 값은 나머지 두 값의 평균과 같으므로

$$12=\frac{1}{2}\times\left(10+\frac{73+a}{7}\right), \qquad 24=10+\frac{73+a}{7}$$

$$14=\frac{73+a}{7}, \qquad 98=73+a$$

$$\therefore a=25$$

(i), (ii)에서 가능한 a의 값은 11, 25이다. 답 11, 25

시험 만점 완성하기

본책 166~169쪽

792 전략 $(\text{평균})=\dfrac{(\text{변량의 총합})}{(\text{변량의 개수})}$임을 이용한다.

3개의 변량 x, y, z의 평균이 9이므로

$$\frac{x+y+z}{3}=9 \qquad \therefore x+y+z=27$$

따라서 5개의 변량 $6,\ 2x+9,\ 2y,\ 2z-5,\ 21$의 평균은

$$\frac{6+(2x+9)+2y+(2z-5)+21}{5}$$

$$=\frac{2(x+y+z)+31}{5}$$

$$=\frac{2\times 27+31}{5}=\frac{85}{5}=17$$ 답 ③

793 전략 9개의 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열할 때 5번째에 오는 값이 중앙값임을 이용한다.

a, b를 제외한 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

$2,\ 8,\ 9,\ 11,\ 12,\ 14,\ 18$

이때 a, b가 한 자리 자연수이므로 모든 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열할 때 5번째에 오는 값은 9이다.

따라서 중앙값은 9이다. 답 ②

794 전략 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열한 후 중앙값과 최빈값을 구한다.

① 중앙값은 $\frac{2+4}{2}=3$, 최빈값은 2이다.

② 중앙값은 $\frac{5+10}{2}=7.5$, 최빈값은 10이다.

③ 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

$1,\ 3,\ 5,\ 7,\ 7,\ 9$

이므로 중앙값은 $\frac{5+7}{2}=6$, 최빈값은 7이다.

④ 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

$2,\ 4,\ 4,\ 4,\ 6,\ 8,\ 8$

이므로 중앙값은 4, 최빈값은 4이다.

⑤ 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

$1,\ 2,\ 3,\ 5,\ 7,\ 7,\ 9$

이므로 중앙값은 5, 최빈값은 7이다.

따라서 중앙값과 최빈값이 서로 같은 것은 ④이다. 답 ④

795 전략 각 대푯값의 뜻을 생각한다.

④ 변량의 개수가 짝수이면 한가운데에 있는 두 값의 평균이 중앙값이므로 중앙값은 자료의 변량이 아닐 수도 있다.

따라서 옳지 않은 것은 ④이다. 답 ④

796 전략 지우와 윤서의 점수의 평균, 중앙값, 최빈값을 각각 구하여 비교한다.

지우의 점수의 평균은

$$\frac{6+5+8+9+6}{5}=\frac{34}{5}=6.8\ (\text{점})$$

지우의 점수를 작은 값부터 크기순으로 나열하면

5, 6, 6, 8, 9

이므로 중앙값은 6점, 최빈값은 6점이다.

또 윤서의 점수의 평균은

$$\frac{5+6+5+9+7}{5}=\frac{32}{5}=6.4\ (\text{점})$$

윤서의 점수를 작은 값부터 크기순으로 나열하면

5, 5, 6, 7, 9

이므로 중앙값은 6점, 최빈값은 5점이다.

① 지우의 점수의 평균은 중앙값보다 높다.

② 윤서의 점수의 중앙값과 최빈값은 같지 않다.

④ 지우의 점수의 중앙값은 윤서의 점수의 중앙값과 같다.

⑤ 지우의 점수의 최빈값과 윤서의 점수의 최빈값은 같지 않다.

따라서 옳은 것은 ③이다. 답 ③

797 전략 먼저 주어진 최빈값을 이용하여 a의 값을 구한다.

$a\le b$이고 최빈값이 18이므로 $a=18$

중앙값이 21이므로

$$\frac{18+b}{2}=21,\quad 18+b=42\quad \therefore b=24$$

$$\therefore b-a=24-18=6$$ 답 ①

798 전략 변량의 개수가 홀수이면 한가운데에 있는 값이 중앙값이고 짝수이면 한가운데에 있는 두 값의 평균이 중앙값이다.

자료 3, 7, a, b, 11의 중앙값이 9이고 $a<b$이므로

$a=9$ → a, b, 11은 7보다 크고 그중 가장 작은 값이 9이다.

자료 12, 9, b, 19의 중앙값이 14이므로

$12<b<19$

따라서 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

9, 12, b, 19

이때 $\frac{12+b}{2}=14$이므로 $12+b=28$ $\therefore b=16$

$$\therefore b-a=16-9=7$$ 답 ④

799 전략 먼저 최빈값이 15회가 되기 위한 a, b, c의 조건을 생각해 본다.

a, b, c를 제외한 변량 중 7이 2개이고 나머지는 1개씩이므로 최빈값이 15회이려면 a, b, c 중 적어도 2개는 15이어야 한다.

$a=15$, $b=15$라 하고 c를 제외한 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

7, 7, 8, 10, 15, 15, 15

이때 주어진 자료의 중앙값이 11회이므로 $10<c<15$

따라서 $\frac{10+c}{2}=11$이므로 $10+c=22$

$\therefore c=12$

$\therefore a+b+c=15+15+12=42$ 답 ②

800 전략 A, B, C 세 학생의 국어 점수의 총합을 구한다.

A, B, C의 국어 점수를 각각 a점, b점, c점이라 하면

A와 B의 점수의 평균이 81점이므로

$$\frac{a+b}{2}=81\quad \therefore a+b=162 \qquad \cdots\cdots ㉠$$

B와 C의 점수의 평균이 86점이므로

$$\frac{b+c}{2}=86\quad \therefore b+c=172 \qquad \cdots\cdots ㉡$$

A와 C의 점수의 평균이 88점이므로

$$\frac{a+c}{2}=88\quad \therefore a+c=176 \qquad \cdots\cdots ㉢$$

㉠+㉡+㉢을 하면 $2(a+b+c)=510$

$\therefore a+b+c=255$

따라서 A, B, C 세 학생의 국어 점수의 평균은

$$\frac{a+b+c}{3}=\frac{255}{3}=85\ (\text{점})$$ 답 ③

801 전략 A 학교와 B 학교의 학생 수를 각각 a, b로 놓고 평균을 이용하여 식을 세운다.

A 학교와 B 학교의 학생 수를 각각 a, b라 하면

A 학교 학생들의 통학 시간의 총합은

$17\times a=17a$ (분)

B 학교 학생들의 통학 시간의 총합은

$22\times b=22b$ (분)

이때 두 학교 전체 학생의 통학 시간의 평균은 20분이므로

$$\frac{17a+22b}{a+b}=20,\quad 17a+22b=20a+20b$$

$3a=2b$ $\therefore a:b=2:3$

따라서 A 학교 학생 수와 B 학교 학생 수의 비는 2 : 3이다.

답 ②

802 전략 동연이네 반 전체 학생의 키의 평균과 중앙값을 구해 본다.

동연이네 반 전체 학생 수를 x라 하면 키가 142 cm와 151 cm인 두 학생을 제외한 $(x-2)$명의 키의 총합은

$150(x-2)$ (cm)

따라서 동연이네 반 전체 학생의 키의 평균은

$$\frac{150(x-2)+142+151}{x}=\frac{150x-7}{x}\ (\text{cm})$$

이므로 150 cm보다 작다.

한편 동연이네 반 전체 학생 수 x는 홀수이므로 $x-2$도 홀수이다.

따라서 키가 142 cm와 151 cm인 두 학생을 제외한 $(x-2)$명의 키를 작은 값부터 크기순으로 나열하였을 때 한가운데에 있는 값이 148 cm이고 $142<148$, $151>148$이므로 동연이네 반 전체 학생의 키의 중앙값은 148 cm로 변하지 않는다.

답 ②

803 전략 두 농장에서 수확한 수박의 당도의 평균을 각각 구한다.

A 농장에서 수확한 수박의 당도의 평균은

$$\frac{11+14+9+11+13+16+10}{7}=\frac{84}{7}=12\ (\text{Brix})$$

B 농장에서 수확한 수박의 당도의 평균은

$$\frac{13+10+11+14+17}{5}=\frac{65}{5}=13\ (\text{Brix})$$

따라서 수박의 당도의 평균이 더 높은 농장은 B 농장이다.

답 B 농장

804 전략 3개의 끈의 길이의 평균을 이용하여 끈의 길이의 합을 구한다.

3개의 끈의 길이를 각각 a cm, b cm, c cm라 하면 3개의 끈의 길이의 평균이 32 cm이므로

$$\frac{a+b+c}{3}=32 \qquad \therefore\ a+b+c=96$$

3개의 정사각형의 둘레의 길이는 각각 $4a$ cm, $4b$ cm, $4c$ cm이므로 구하는 평균은

$$\frac{4a+4b+4c}{3}=\frac{4(a+b+c)}{3}$$

$$=\frac{4\times 96}{3}=128\ (\text{cm})$$

답 128 cm

805 전략 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열한 후 중앙값과 최빈값을 구한다.

주어진 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

8, 8, 11, 12, 14, 15, 19, 19, 21, 21, 21, 26

따라서 중앙값은 $\frac{15+19}{2}=17$ (개)이므로

$a=17$

최빈값은 21개이므로 $b=21$

$\therefore\ a+b=17+21=38$

답 38

806 전략 변량의 개수가 홀수이면 한가운데에 있는 값이 중앙값이고 짝수이면 한가운데에 있는 두 값의 평균이 중앙값이다.

조건 (가)에서 변량 9, 19, 21, 25, a의 중앙값이 19이므로

$a\le 19$

조건 (나)에서 변량 7, 12, 13, 17, 23, a의 중앙값이 15이고

$\frac{13+17}{2}=15$이므로

$a\ge 17$

따라서 조건을 만족시키는 자연수 a의 값은 17, 18, 19이므로 구하는 합은

$17+18+19=54$

답 54

807 전략 먼저 주어진 조건을 이용하여 4명의 단원의 나이를 구한다.

조건 (가), (다), (라)에 의하여 4명의 단원의 나이는 각각 31세, 28세, 20세, 20세이다.

나머지 한 단원의 나이를 x세라 하면 조건 (나)에 의하여

$$\frac{31+28+20+20+x}{5}=24.6$$

$99+x=123$

$\therefore\ x=24$

따라서 주어진 자료의 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

20, 20, 24, 28, 31

이므로 중앙값은 24세이다.

답 24세

808 전략 각 변량에 해당하는 학생 수를 그래프에서 확인한 후 대푯값을 구한다.

$$(\text{평균})=\frac{2\times 2+4\times 3+6\times 3+8\times 5+10\times 3}{16}$$

$$=\frac{104}{16}=6.5\ (\text{점})$$

$\therefore\ a=6.5$ … 1단계

주어진 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

2, 2, 4, 4, 4, 6, 6, 6, 8, 8, 8, 8, 8, 10, 10, 10

따라서 중앙값은 $\frac{6+8}{2}=7$ (점)이므로

$b=7$ … 2단계

최빈값은 8점이므로

$c=8$ … 3단계

$\therefore\ a+b-c=6.5+7-8=5.5$ … 4단계

답 5.5

단계	채점 요소	배점
1	a의 값 구하기	1점
2	b의 값 구하기	1점
3	c의 값 구하기	1점
4	$a+b-c$의 값 구하기	2점

809 전략 먼저 최빈값과 중앙값이 같음을 이용하여 a의 값이 될 수 있는 수를 모두 구한다.

a를 제외한 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

14, 16, 17, 18, 21, 22

최빈값이 존재하려면 a는 14, 16, 17, 18, 21, 22 중 하나이어야 하고 최빈값은 a개이다.

이때 중앙값이 될 수 있는 수는 17, 18 중 하나이므로

$a=17$ 또는 $a=18$ … 1단계

(i) $a=17$일 때

중앙값과 최빈값이 모두 17개이고, 평균은

$$\frac{14+16+17+17+18+21+22}{7}=\frac{125}{7}\ (\text{개})$$

이므로 조건을 만족시키지 않는다.

(ii) $a=18$일 때

중앙값과 최빈값이 모두 18개이고, 평균은

$$\frac{14+16+17+18+18+21+22}{7}=\frac{126}{7}=18\ (\text{개})$$

이므로 조건을 만족시킨다.

(i), (ii)에서 $a=18$ … 2단계

답 18

단계	채점 요소	배점
1	최빈값과 중앙값이 같음을 이용하여 a의 값이 될 수 있는 수 구하기	3점
2	a의 값 구하기	4점

810 전략 최빈값이 8점이 될 수 없는 경우를 제외하여 각 영화의 평점을 구한다.

조건 (가)에 의하여 6편의 영화 중 2편의 영화의 평점은 4점, 9점이므로 나머지 영화의 평점을

a점, b점, c점, d점 $(4\le a\le b\le c\le d\le 9)$

이라 하자.

조건 (나)에서 중앙값이 7점이므로

$$\frac{b+c}{2}=7 \qquad \therefore b+c=14$$

이때 $b=5$, $c=9$ 또는 $b=7$, $c=7$이면 최빈값이 8점이 될 수 없으므로

$b=6$, $c=8$

최빈값이 8점이 되려면 변량 중 8이 2개 이상이어야 하므로

$d=8$

한편 $a=4$이면 최빈값이 4점, 8점이 되고 $a=6$이면 최빈값이 6점, 8점이 되므로

$a=5$ … 1단계

따라서 구하는 평균은

$$\frac{4+5+6+8+8+9}{6}=\frac{40}{6}=\frac{20}{3}\ (\text{점})$$ … 2단계

답 $\frac{20}{3}$점

단계	채점 요소	배점
1	주어진 조건을 만족시키는 6개의 변량 구하기	5점
2	평균 구하기	2점

09 도수분포표와 상대도수

셀프 CHECK

본책 170~171쪽

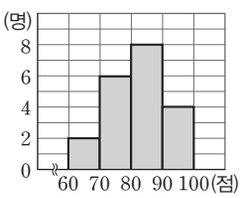
A 답 (1 | 2는 12시간)

줄기	잎
1	2 5 7 7 9
2	0 1 1 4 8
3	1 3

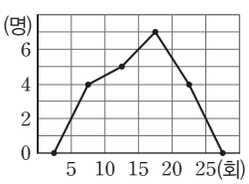
B 답

몸무게 (kg)	도수 (명)
$40^{\text{이상}}\sim45^{\text{미만}}$	3
45 ~50	4
50 ~55	6
55 ~60	2
60 ~65	5
합계	20

C 답



D 답



E $(\text{상대도수})=\frac{11}{50}=0.22$ 답 0.22

내신 유형 다지기

본책 172~185쪽

유형 155 줄기와 잎 그림의 이해

본책 172쪽

줄기와 잎 그림에서 잎의 개수는 변량의 개수와 같다.

예 오른쪽 줄기와 잎 그림에서

① 변량

➜ 13점, 22점, 24점, 25점, 31점, 33점, 35점

② 변량의 개수 ➜ 7

(1 | 3은 13점)

줄기	잎
1	3
2	2 4 5
3	1 3 5

811 ② 기록이 41초 이상인 학생은 41초, 42초, 44초, 46초, 46초의 5명이다.

③ 전체 학생 수는 $6+6+7+5=24$

④ 기록이 낮은 쪽에서 8번째인 학생의 기록은 24초이다.

⑤ 기록의 최빈값은 39초이고, 중앙값은 $\frac{28+30}{2}=29$ (초)이므로 최빈값은 중앙값보다 크다.

따라서 옳지 않은 것은 ④이다. 답 ④

812 (1) 나영이보다 나이가 많은 회원은 47세, 50세, 51세, 52세, 55세의 5명이다. … 1단계

(2) 나이가 가장 많은 회원의 나이는 55세, 가장 적은 회원의 나이는 21세이므로 구하는 차는

$55-21=34$ (세) … 2단계

답 (1) 5명 (2) 34세

단계	채점 요소	비율
1	나영이보다 나이가 많은 회원은 몇 명인지 구하기	50 %
2	나이가 가장 많은 회원과 나이가 가장 적은 회원의 나이의 차 구하기	50 %

813 전체 귤의 개수는 $4+7+8+5=24$

무게가 95 g 이상 100 g 이하인 귤은 95 g, 95 g, 97 g, 98 g, 99 g, 100 g의 6개이므로

$\frac{6}{24}\times100=25$ (%) 답 25 %

814 전체 학생 수는 $2+4+5+5+4=20$

따라서 상위 30 % 이내에 드는 학생 수는 $20\times\frac{30}{100}=6$

이때 기록이 6번째로 좋은 학생의 기록은 16.7초이므로 유정이의 기록은 최대 16.7초이다. 답 16.7초

참고 100 m 달리기는 기록이 빠를수록 상위권에 속한다.

815 ① 점수가 가장 낮은 학생의 점수는 63점이므로 A반에 있다.

② 점수가 가장 높은 학생의 점수는 94점이므로 B반에 있다.

③ 점수가 10번째로 높은 학생의 점수는 84점이므로 B반에 있다.

④ A반과 B반에서 각각 점수가 5번째로 낮은 두 학생의 점수는 71점, 77점이므로 점수의 차는

$77-71=6$ (점)

⑤ 전체 학생 수는 $6+9+9+6=30$

이때 점수가 70점 이하인 학생은 63점, 64점, 66점, 66점, 68점, 69점의 6명이므로

$\frac{6}{30}\times100=20$ (%)

즉 점수가 70점 이하인 학생은 전체에서 하위 20 %에 속한다.

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다. 답 ⑤

유형 156 도수분포표의 이해 본책 173쪽

(1) 계급의 크기: 계급의 양 끝 값의 차

(2) 계급의 개수: 변량을 나눈 구간의 수

(3) 도수: 각 계급에 속하는 자료의 개수

816 ① 계급의 크기는 $4-0=4$ (회)

② 도서관을 이용한 횟수가 12회 이상 16회 미만인 학생은

$23-(2+6+5+3)=7$ (명)

따라서 도수가 가장 큰 계급은 12회 이상 16회 미만이다.

③ 도서관을 이용한 횟수가 8회 이상 16회 미만인 학생은

$5+7=12$ (명)

④ 주어진 도수분포표만으로는 도서관을 가장 많이 이용한 학생의 이용 횟수를 알 수 없다.

⑤ 도서관을 이용한 횟수가 4회 미만인 학생은

2명

도서관을 이용한 횟수가 8회 미만인 학생은

$2+6=8$ (명)

즉 도서관을 이용한 횟수가 5번째로 적은 학생이 속한 계급은 4회 이상 8회 미만이므로 도수는 6명이다.

따라서 옳지 않은 것은 ④이다. 답 ④

817 (가) 계급의 크기는 $70-60=10$ (회)

$\therefore a=10$

(나) 80회 이상 90회 미만인 계급의 도수는

$27-(1+3+8+7+2)=6$ (명)

$\therefore b=6$

(다) 줄넘기 횟수가 100회 이상인 학생은 $7+2=9$ (명)

$\therefore c=9$

$\therefore a+b+c=10+6+9=25$ 답 ②

818 20분 이상 30분 미만인 계급의 도수를 A명이라 하면 40분 이상 50분 미만인 계급의 도수는 $2A$명이므로

$1+2+A+6+2A+5=26$

$3A=12$ $\therefore A=4$ … 1단계

한편 사용 시간이 48분인 학생이 속하는 계급은 40분 이상 50분 미만이므로 구하는 도수는

$2\times4=8$ (명) … 2단계

답 8명

단계	채점 요소	비율
1	20분 이상 30분 미만인 계급의 도수 구하기	60 %
2	사용 시간이 48분인 학생이 속하는 계급의 도수 구하기	40 %

819 10편 이상 15편 미만인 계급의 도수를 A명이라 하면 15편 이상 20편 미만인 계급의 도수는

$40-(3+4+A+9+6)=18-A$ (명)

관람한 영화가 15편 미만인 회원 수는

$3+4+A=A+7$

15편 이상인 회원 수는

$(18-A)+9+6=33-A$

이때 관람한 영화가 15편 이상인 회원 수가 15편 미만인 회원 수의 $\frac{5}{3}$이므로

$33-A=\frac{5}{3}(A+7), \quad 99-3A=5A+35$

$8A=64 \quad \therefore A=8$

따라서 관람한 영화가 10편 이상 15편 미만인 회원은 8명이므로

$\frac{8}{40}\times 100=20\,(\%)$ 답 20 %

유형 157 도수분포표에서 특정 계급의 백분율 본책 173쪽

(1) (계급의 백분율) $=\frac{\text{(계급의 도수)}}{\text{(도수의 총합)}}\times 100\,(\%)$

(2) (계급의 도수) $=$ (도수의 총합) $\times\frac{\text{(계급의 백분율)}}{100}$

820 무게가 230 g 이상 240 g 미만인 제품의 개수는

$80\times\frac{25}{100}=20$

따라서 무게가 210 g 이상 220 g 미만인 제품의 개수는

$80-(12+24+20+8)=16$ 답 16

821 식사 시간이 25분 이상인 학생 수는

$6+1=7$

이므로 전체 학생 수를 x라 하면

$7=x\times\frac{35}{100} \quad \therefore x=20$

따라서 식사 시간이 20분 이상 25분 미만인 학생 수는

$20-(2+4+6+1)=7$ 답 ③

822 25세 이상 30세 미만인 계급의 도수를 A명, 45세 이상 50세 미만인 계급의 도수를 B명이라 하자.

이때 나이가 35세 미만인 선생님은 $(A+8)$명이므로

$A+8=50\times\frac{22}{100}$

$A+8=11 \quad \therefore A=3$ … 1단계

$\therefore B=50-(3+8+12+14+4)=9$ … 2단계

따라서 나이가 45세 이상인 선생님은

$9+4=13$ (명)

이므로

$\frac{13}{50}\times 100=26\,(\%)$ … 3단계

답 26 %

단계	채점 요소	비율
1	25세 이상 30세 미만인 계급의 도수 구하기	40 %
2	45세 이상 50세 미만인 계급의 도수 구하기	30 %
3	나이가 45세 이상인 선생님은 전체의 몇 %인지 구하기	30 %

823 편의점을 이용한 횟수가 10회 이상인 학생 수는

$7+2=9$

이므로 전체 학생 수를 x라 하면 조건 (가)에 의하여

$9=x\times\frac{30}{100} \quad \therefore x=30$

한편 조건 (나)에 의하여 4회 이상 6회 미만인 계급의 도수를 A명이라 하면 6회 이상 8회 미만인 계급의 도수는 $3A$명이다.

이때 전체 학생 수가 30이므로

$5+A+3A+8+7+2=30, \quad 4A=8$

$\therefore A=2$

따라서 편의점을 이용한 횟수가 6회 미만인 학생 수는

$5+2=7$ 답 7

824 수학 점수가 60점 이상 70점 미만인 학생 수를 x라 하면 전체 학생 수는

$1+x+9+8+3=x+21$

수학 점수가 60점 이상 70점 미만인 학생이 전체의 16 %이므로

$(x+21)\times\frac{16}{100}=x, \quad 16x+336=100x$

$84x=336 \quad \therefore x=4$

따라서 수학 점수가 60점 이상 70점 미만인 학생 수는 4이다.

답 4

유형 158 도수분포표의 활용 본책 174쪽

도수분포표에서 어떤 계급에 속하는 일부 범위에 대한 변량의 개수가 주어진 경우

➜ 주어진 조건과 전체 도수의 합을 이용하여 그 계급의 도수의 값의 범위를 구한다.

825 팔 굽혀 펴기 기록이 30회 이상 35회 미만인 학생 수를 B라 하면 전체 학생 수가 30이므로

$A+B=30-(3+4+6+2)=15 \quad \cdots\cdots$ ㉠

기록이 10번째로 좋은 학생이 속한 계급이 25회 이상 30회 미만이려면 팔 굽혀 펴기 기록이 30회 이상인 학생 수는 10 미만이어야 하므로

$B+2<10$

즉 B가 될 수 있는 값은 0, 1, 2, …, 7이다.

이때 ㉠에서 $A=15-B$이고 A는 자연수이므로 B의 값이 가장 큰 자연수일 때 A의 값이 가장 작다.

따라서 A가 될 수 있는 가장 작은 자연수는

$15-7=8$ 답 8

826 $A=40-(6+13+5+3+1)=12$ … 1단계

통학 거리가 6 km 미만인 학생 수는

$6+12+13=31$

이므로 $B+18=31$ $\therefore B=13$ … 2단계

$\therefore C=40-(13+18+3)=6$ … 3단계

$\therefore A+B-C=12+13-6=19$ … 4단계

답 19

단계	채점 요소	비율
1	A의 값 구하기	30 %
2	B의 값 구하기	30 %
3	C의 값 구하기	30 %
4	$A+B-C$의 값 구하기	10 %

827 수돗물 사용량이 300 L 이상인 가구 수는

$50\times\frac{20}{100}=10$

이므로 200 L 이상 250 L 미만인 가구 수는

$50-(9+18+10)=13$

수돗물 사용량이 200 L 이상 230 L 미만인 가구 수가 13일 때 A의 값이 가장 크므로 A가 될 수 있는 가장 큰 값은

$9+13=22$

또 수돗물 사용량이 200 L 이상 230 L 미만인 가구 수가 0일 때 A의 값이 가장 작으므로 A가 될 수 있는 가장 작은 값은

$9+0=9$

따라서 구하는 합은 $22+9=31$ 답 31

유형 159 히스토그램의 이해 본책 175쪽

히스토그램에서

① 직사각형의 가로의 길이 ➜ 계급의 크기

② 직사각형의 세로의 길이 ➜ 도수

828 ① 계급의 개수는 6이고, 계급의 크기는 $10-5=5$ (시간)이다.

② 전체 학생 수는 $3+5+7+11+8+6=40$

③ 운동한 시간이 20시간 이상 30시간 미만인 학생 수는

$11+8=19$

④ 운동한 시간이 10시간 미만인 학생 수는 3

운동한 시간이 15시간 미만인 학생 수는 $3+5=8$

운동한 시간이 20시간 미만인 학생 수는 $3+5+7=15$

따라서 운동한 시간이 10번째로 짧은 학생이 속한 계급은 15시간 이상 20시간 미만이다.

⑤ 운동한 시간이 15시간 이상 25시간 미만인 학생 수는

$7+11=18$

이므로 $\frac{18}{40}\times100=45\,(\%)$

따라서 옳지 않은 것은 ④이다. 답 ④

829 ㄱ. 전체 학생 수는

$2+5+10+8+6+4=35$

ㄷ. 주어진 히스토그램만으로는 책을 가장 적게 읽은 학생이 몇 권을 읽었는지 알 수 없다.

ㄹ. 책을 20권 이상 읽은 학생 수는 $6+4=10$

책을 8권 이상 12권 미만 읽은 학생 수는 5

따라서 책을 20권 이상 읽은 학생 수는 8권 이상 12권 미만 읽은 학생 수의 2배이다.

이상에서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄹ이다. 답 ㄱ, ㄴ, ㄹ

830 전체 학생 수는

$5+7+8+11+5+4=40$

상위 10 % 이내에 드는 학생 수는

$40\times\frac{10}{100}=4$

이고, 과학 점수가 90점 이상인 학생 수가 4이므로

$A=90$ … 1단계

상위 70 % 이내에 드는 학생 수는

$40\times\frac{70}{100}=28$

이고, 과학 점수가 60점 이상인 학생 수는

$8+11+5+4=28$

이므로 $B=60$ … 2단계

$\therefore A+B=90+60=150$ … 3단계

답 150

단계	채점 요소	비율
1	A의 값 구하기	40 %
2	B의 값 구하기	40 %
3	$A+B$의 값 구하기	20 %

유형 160 히스토그램에서 직사각형의 넓이 본책 175쪽

히스토그램의 각 직사각형에서 가로의 길이는 계급의 크기로 일정하므로 각 직사각형의 넓이는 세로의 길이인 각 계급의 도수에 정비례한다.

(1) (직사각형의 넓이)=(계급의 크기)×(그 계급의 도수)

(2) (직사각형의 넓이의 합)=(계급의 크기)×(도수의 총합)

831 계급의 크기는 5건이고 도수가 가장 큰 계급의 도수는 9명이므로

$a=5\times9=45$

전체 학생 수는

$4+5+9+8+5=31$

이므로

$b=5\times31=155$

$\therefore a+b=45+155=200$ 답 200

832 ① 계급의 크기는 10 m이고 전체 학생 수는
$4+7+10+9+5+3=38$
이므로 직사각형의 넓이의 합은
$10\times38=380$
② 50 m 이상 60 m 미만인 계급의 도수는 5명이므로 직사각형의 넓이는
$10\times5=50$
③ 도수가 가장 큰 계급의 도수는 10명이므로 직사각형의 넓이는
$10\times10=100$
④ 날아간 거리가 20 m 미만인 학생 수는 4
날아간 거리가 30 m 미만인 학생 수는 $4+7=11$
따라서 날아간 거리가 10번째로 짧은 학생이 속하는 계급은 20 m 이상 30 m 미만이고 이 계급의 도수는 7명이므로 직사각형의 넓이는
$10\times7=70$
⑤ 40 m 이상 50 m 미만인 계급의 도수는 9명이므로 직사각형의 넓이는
$10\times9=90$
60 m 이상 70 m 미만인 계급의 도수는 3명이므로 직사각형의 넓이는
$10\times3=30$
따라서 40 m 이상 50 m 미만인 계급의 직사각형의 넓이는 60 m 이상 70 m 미만인 계급의 직사각형의 넓이의 3배이다.
따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다. 답 ⑤

833 50 dB 이상 60 dB 미만인 계급의 도수를 a곳이라 하면 각 직사각형의 넓이는 각 계급의 도수에 정비례하므로
$a:8=3:2,\quad 2a=24\quad\therefore a=12$
따라서 조사한 전체 도시의 수는
$4+5+12+8+6+5=40$ 답 40

유형 161 일부가 보이지 않는 히스토그램 본책 176쪽

(1) 도수의 총합이 주어진 경우
➜ (보이지 않는 계급의 도수)
=(도수의 총합)−(보이는 계급의 도수의 합)
(2) 도수의 총합이 주어지지 않은 경우
❶ 주어진 조건을 이용하여 도수의 총합을 구한다.
❷ 도수의 총합을 이용하여 보이지 않는 계급의 도수를 구한다.

834 청취 시간이 6시간 미만인 학생 수는
$2+6=8$
이므로 전체 학생 수를 x라 하면
$8=x\times\frac{25}{100}\quad\therefore x=32$
따라서 청취 시간이 8시간 이상 10시간 미만인 학생 수는
$32-(2+6+8+4+2)=10$ 답 10

다른 풀이 청취 시간이 8시간 이상 10시간 미만인 학생 수를 a라 하면 전체 학생 수는
$2+6+8+a+4+2=22+a$
청취 시간이 6시간 미만인 학생 수는 $2+6=8$이므로
$8=(22+a)\times\frac{25}{100},\quad 22+a=32\quad\therefore a=10$
따라서 구하는 학생 수는 10이다.

835 무게가 100 g 이상 105 g 미만인 자두의 개수를 x라 하면 95 g 이상 100 g 미만인 자두의 개수는 $x+2$이다.
전체 자두의 개수가 40이므로
$7+8+(x+2)+x+5=40,\quad 2x=18\quad\therefore x=9$
따라서 무게가 100 g 이상인 자두의 개수는 $9+5=14$이므로
$\frac{14}{40}\times100=35\,(\%)$ 답 35 %

836 나이가 30세 미만인 사람 수는 $8+x$이므로
$8+x=50\times\frac{40}{100}$
$8+x=20\quad\therefore x=12$ … 1단계
따라서
$y=50-(8+12+9+4+2)=15$ … 2단계
이므로
$y-x=15-12=3$ … 3단계
답 3

단계	채점 요소	비율
1	x의 값 구하기	50 %
2	y의 값 구하기	40 %
3	$y-x$의 값 구하기	10 %

유형 162 도수분포다각형의 이해 본책 176쪽

도수분포다각형: 히스토그램에서 각 계급의 직사각형의 윗변의 중점을 차례로 선분으로 연결하고 양 끝에 도수가 0인 계급을 하나씩 추가하여 그 중점을 선분으로 연결하여 그린 그래프
➜ 계급의 개수를 셀 때, 양 끝에 있는 도수가 0인 계급은 세지 않는다.

837 ② 계급의 크기는 $20-15=5$ (m)
③ 기록이 25 m 미만인 학생은 $4+5=9$ (명)
④ 기록이 28 m인 학생이 속한 계급은 25 m 이상 30 m 미만이고 이 계급의 도수는 12명이다.
⑤ 기록이 40 m 이상인 학생 수는 1
기록이 35 m 이상인 학생 수는 $2+1=3$
기록이 30 m 이상인 학생 수는 $6+2+1=9$
따라서 기록이 8번째로 높은 학생이 속한 계급은 30 m 이상 35 m 미만이고 이 계급의 도수는 6명이다.
따라서 옳지 않은 것은 ③이다. 답 ③

838 전체 학생 수는

$3+9+11+8+6+3=40$

이고, 잡은 조개가 20개 미만인 학생 수는

$3+9=12$

이므로 $\frac{12}{40}\times 100=30\ (\%)$ 답 ④

839 전체 학생 수는

$2+4+10+8+5+3=32$ … 1단계

따라서 상위 25 % 이내에 드는 학생 수는

$32\times\frac{25}{100}=8$ … 2단계

이때 점수가 80점 이상인 학생 수는

$5+3=8$

이므로 상위 25 % 이내에 들려면 점수가 적어도 80점 이상이어야 한다. … 3단계

답 80점

단계	채점 요소	비율
1	전체 학생 수 구하기	30 %
2	상위 25 % 이내에 드는 학생 수 구하기	30 %
3	상위 25 % 이내에 들려면 점수가 적어도 몇 점 이상이어야 하는지 구하기	40 %

유형 163 도수분포다각형의 넓이 본책 177쪽

(도수분포다각형과 가로축으로 둘러싸인 부분의 넓이)
=(히스토그램의 직사각형의 넓이의 합)
=(계급의 크기)×(도수의 총합)

840 전체 학생 수는

$1+2+6+10+4+2=25$

∴ (도수분포다각형과 가로축으로 둘러싸인 부분의 넓이)
=(계급의 크기)×(도수의 총합)
$=5\times 25=125$ 답 ③

841 ① 전체 학생 수는

$2+5+10+8+7+3=35$

② 수면 시간이 7시간 미만인 학생 수는

$2+5=7$

이므로 $\frac{7}{35}\times 100=20\ (\%)$

③ 수면 시간이 8.5시간 이상인 학생 수는

3

수면 시간이 8시간 이상인 학생 수는

$7+3=10$

수면 시간이 7.5시간 이상인 학생 수는

$8+7+3=18$

따라서 수면 시간이 12번째로 긴 학생이 속하는 계급은 7.5시간 이상 8시간 미만이고 이 계급의 도수는 8명이다.

④ (도수분포다각형과 가로축으로 둘러싸인 부분의 넓이)
=(계급의 크기)×(도수의 총합)
$=0.5\times 35=17.5$

⑤ 히스토그램의 직사각형의 넓이의 합과 도수분포다각형과 가로축으로 둘러싸인 부분의 넓이는 서로 같다.

따라서 옳지 않은 것은 ④이다. 답 ④

842 (도수분포다각형과 가로축으로 둘러싸인 부분의 넓이)
=(계급의 크기)×(도수의 총합)

이므로 $360=10\times$(도수의 총합)

∴ (도수의 총합)=36 (명)

이때 60회 이상 70회 미만인 계급의 도수를 $3a$명, 70회 이상 80회 미만인 계급의 도수를 $4a$명, 80회 이상 90회 미만인 계급의 도수를 $6a$명, 90회 이상 100회 미만인 계급의 도수를 $5a$명이라 하면

$3a+4a+6a+5a=36,\quad 18a=36\quad \therefore a=2$

즉 60회 이상 70회 미만인 계급의 도수는 6명, 70회 이상 80회 미만인 계급의 도수는 8명, 80회 이상 90회 미만인 계급의 도수는 12명, 90회 이상 100회 미만인 계급의 도수는 10명이다.

맥박 수가 90회 이상인 학생 수는 10

맥박 수가 80회 이상인 학생 수는 $12+10=22$

따라서 맥박 수가 15번째로 높은 학생이 속하는 계급은 80회 이상 90회 미만이고 이 계급의 도수는 12명이다. 답 ②

유형 164 일부가 보이지 않는 도수분포다각형 본책 178쪽

(1) 도수의 총합이 주어진 경우
➜ (보이지 않는 계급의 도수)
=(도수의 총합)−(보이는 계급의 도수의 합)

(2) 도수의 총합이 주어지지 않은 경우
❶ 주어진 조건을 이용하여 도수의 총합을 구한다.
❷ 도수의 총합을 이용하여 보이지 않는 계급의 도수를 구한다.

843 12시간 이상 16시간 미만인 계급의 도수를 x명이라 하면 8시간 이상 12시간 미만인 계급의 도수는 $\frac{x}{2}$명이므로

$3+\frac{x}{2}+x+6+5=35,\quad \frac{3}{2}x=21\quad \therefore x=14$

따라서 구하는 학생 수는 14이다. 답 14

844 용돈이 5만 원 이상 6만 원 미만인 학생 수는

$25\times\frac{20}{100}=5$ … 1단계

따라서 용돈이 4만 원 이상 5만 원 미만인 학생 수는

$25-(2+4+5+3+2)=9$ … 2단계

답 9

단계	채점 요소	비율
1	용돈이 5만 원 이상 6만 원 미만인 학생 수 구하기	50 %
2	용돈이 4만 원 이상 5만 원 미만인 학생 수 구하기	50 %

845 몸무게가 70 kg 이상인 회원이 6명이므로 전체 회원 수를 x라 하면

$$6=x\times\frac{12}{100} \qquad \therefore x=50$$

몸무게가 55 kg 이상 60 kg 미만인 회원 수는

$$50\times\frac{22}{100}=11$$

따라서 몸무게가 60 kg 이상 65 kg 미만인 회원 수는

$$50-(4+7+11+9+6)=13$$

답 13

846 하루 동안 마신 물의 양이 1.4 L 이상 1.6 L 미만인 학생 수를 x라 하면 전체 학생 수는

$$3+5+11+x+6+2=x+27$$

하루 동안 마신 물의 양이 1.4 L 이상 1.8 L 미만인 학생 수는 $x+6$이므로

$$x+6=(x+27)\times\frac{40}{100}, \qquad 5(x+6)=2(x+27)$$

$$5x+30=2x+54, \qquad 3x=24 \qquad \therefore x=8$$

따라서 전체 학생 수는

$$8+27=35$$

답 ③

유형 165 두 도수분포다각형의 비교

본책 178쪽

도수분포다각형은 2개 이상의 자료의 분포 상태를 동시에 비교할 때 편리하다.

➜ 그래프가 오른쪽으로 더 치우쳐 있을수록 변량이 큰 자료가 많다.

847 ① 여학생 수는

$$2+3+8+4+2+1=20$$

남학생 수는

$$1+2+5+7+3+2=20$$

따라서 여학생 수와 남학생 수는 같다.

② 120 cm 이상 140 cm 미만인 계급에 속한 여학생과 남학생은 각각 4명, 7명이므로 남학생이 여학생보다 많다.

③ 기록이 80 cm 이상 120 cm 미만인 여학생은

$$3+8=11\ (\text{명})$$

이고, 남학생은

$$2+5=7\ (\text{명})$$

이므로 여학생이 남학생보다 4명 더 많다.

④ 주어진 도수분포다각형만으로는 기록이 가장 좋은 학생이 남학생인지 여학생인지 알 수 없다.

⑤ 남학생의 그래프가 여학생의 그래프보다 오른쪽으로 더 치우쳐 있으므로 남학생의 기록이 여학생의 기록보다 좋은 편이다.

따라서 옳은 것은 ③, ⑤이다.

답 ③, ⑤

848 ㈎ 점수가 30점 이상 40점 미만인 학생은 1반에는 없고 2반에는 1명 있으므로 점수가 가장 낮은 학생은 2반에 있다.

$$\therefore a=2$$

㈏ 1반의 전체 학생 수는

$$4+6+7+8+4+3=32$$

2반의 전체 학생 수는

$$1+5+5+8+4+3+2=28$$

따라서 1반과 2반 전체 학생 수는

$$32+28=60$$

이때 1반에서 점수가 70점 이상인 학생은

$$8+4+3=15\ (\text{명})$$

이고, 2반에서 점수가 70점 이상인 학생은

$$4+3+2=9\ (\text{명})$$

이므로 $\frac{15+9}{60}\times100=40\ (\%)$ $\therefore b=40$

㈐ 1반에서 점수가 5번째로 낮은 학생은 50점 이상 60점 미만인 계급에 속하므로 이 학생보다 점수가 낮은 학생은 2반에 적어도 $1+5=6$ (명)이 있다.

$$\therefore c=6$$

㈑ 1반의 점수를 나타내는 도수분포다각형과 가로축으로 둘러싸인 부분의 넓이는

$$10\times32=320 \qquad \therefore d=320$$

$$\therefore a+b+c+d=2+40+6+320=368$$

답 368

849 A 중학교에서 점수가 90점 이상인 학생 수는 4

점수가 80점 이상인 학생 수는 $4+4=8$

점수가 70점 이상인 학생 수는 $7+4+4=15$

따라서 15번째로 점수가 높은 학생이 속한 계급은 70점 이상 80점 미만이다. … 1단계

B 중학교에서 대회에 참가한 전체 학생 수는

$$2+8+14+9+6+1=40$$

이고, B 중학교에서 점수가 70점 이상인 학생 수는

$$9+6+1=16$$

이므로 $\frac{16}{40}\times100=40\ (\%)$

따라서 A 중학교에서 15번째로 점수가 높은 학생과 점수가 같은 학생이 B 중학교에 있을 때, 이 학생은 B 중학교에서 최소 상위 40 % 이내에 든다. … 2단계

답 40 %

단계	채점 요소	비율
1	A 중학교에서 15번째로 점수가 높은 학생이 속한 계급 구하기	30 %
2	B 중학교에서 최소 상위 몇 % 이내에 드는지 구하기	70 %

유형 166 상대도수

본책 179쪽

① (계급의 상대도수) $=\frac{(\text{계급의 도수})}{(\text{도수의 총합})}$

② (계급의 도수) = (계급의 상대도수) × (도수의 총합)

③ (도수의 총합) $=\frac{(\text{계급의 도수})}{(\text{계급의 상대도수})}$

850 도수의 총합은 $\frac{10}{0.25}=40$이므로

$a=\frac{16}{40}=0.4$, $b=0.1\times40=4$

$\therefore a+b=0.4+4=4.4$

답 4.4

다른 풀이 상대도수는 그 계급의 도수에 정비례하므로

$10:16=0.25:a$, $10a=4$ $\therefore a=0.4$

또 $10:b=0.25:0.1$이므로

$0.25b=1$ $\therefore b=4$

$\therefore a+b=0.4+4=4.4$

851 ⑤ 각 계급의 상대도수는 그 계급의 도수에 정비례한다.

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다. 답 ⑤

852 30 %는 $\frac{30}{100}=0.3$이므로

(1학년 전체 학생 수)$=\frac{36}{0.3}=120$ 답 ②

유형 167 상대도수 구하기 본책 179쪽

도수분포표, 히스토그램, 도수분포다각형이 주어진 경우

➜ 먼저 도수의 총합과 계급의 도수를 각각 구한 후 이를 이용하여 상대도수를 구한다.

853 30회 이상 40회 미만인 계급의 도수는

$25-(2+5+9+3)=6$ (명)

이므로 구하는 상대도수는

$\frac{6}{25}=0.24$ 답 0.24

854 도수의 총합은

$9+13+12+10+6=50$ (편)

평균 시청률이 3.8 %인 드라마가 속하는 계급은 3 % 이상 4 % 미만이고 이 계급의 도수는 9편이므로 구하는 상대도수는

$\frac{9}{50}=0.18$ 답 ①

855 도수의 총합은

$4+6+12+10+8=40$ (명)

도수가 가장 큰 계급의 도수는 12명이므로 구하는 상대도수는

$\frac{12}{40}=0.3$ 답 ②

856 60 kcal 이상 70 kcal 미만인 계급의 도수를 x개라 하면 도수의 총합은

$5+8+9+12+x+6=x+40$ (개)

이므로 $x=0.2\times(x+40)$

$x=0.2x+8$, $0.8x=8$

$\therefore x=10$ … 1단계

따라서 도수의 총합은

$10+40=50$ (개)

이고 40 kcal 이상 50 kcal 미만인 계급의 도수는 9개이므로 구하는 상대도수는

$\frac{9}{50}=0.18$ … 2단계

답 0.18

단계	채점 요소	비율
1	60 kcal 이상 70 kcal 미만인 계급의 도수 구하기	70 %
2	40 kcal 이상 50 kcal 미만인 계급의 상대도수 구하기	30 %

유형 168 상대도수의 분포표의 이해 본책 180쪽

(1) 상대도수의 총합은 항상 1이다.

(2) 각 계급의 상대도수는 그 계급의 도수에 정비례한다.

(3) 도수의 총합, 계급의 도수, 계급의 상대도수 중 어느 두 가지가 주어지면 나머지 한 가지를 구할 수 있다.

857 (1) 6권 이상 8권 미만인 계급의 도수는 12명, 상대도수는 0.3이므로 전체 학생 수는

$\frac{12}{0.3}=40$

(2) $A=40\times0.1=4$, $B=40\times0.25=10$, $C=\frac{8}{40}=0.2$

(3) 4권 이상 6권 미만인 계급의 상대도수는

$1-(0.1+0.3+0.25+0.2)=0.15$

이므로 $0.15\times100=15$ (%)

답 (1) 40 (2) $A=4$, $B=10$, $C=0.2$ (3) 15 %

858 40세 이상 50세 미만인 계급의 상대도수는

$1-(0.04+0.28+0.4+0.12)=0.16$

이므로 구하는 관람객 수는

$300\times0.16=48$ 답 48

859 상대도수는 그 계급의 도수에 정비례하므로 10시간 이상 15시간 미만인 계급의 상대도수와 15시간 이상 20시간 미만인 계급의 상대도수의 비는 3 : 4이다.

따라서 두 계급의 상대도수를 각각 $3a$, $4a$라 하면

$3a+4a+0.32+0.26=1$

$7a=0.42$ $\therefore a=0.06$

즉 15시간 이상 20시간 미만인 계급의 상대도수가

$4\times0.06=0.24$

이므로 구하는 학생 수는

$150\times0.24=36$ 답 36

860 60점 이상 70점 미만인 계급의 도수가 3명, 상대도수가 0.15이므로 전체 학생 수는

$\frac{3}{0.15}=20$

90점 이상 100점 미만인 계급의 상대도수는

$\frac{1}{20}=0.05$

따라서 80점 이상인 계급의 상대도수의 합이

$0.2+0.05=0.25$

이고 $0.25\times100=25$ (%)이므로 상위 25 % 이내에 들려면 최소 80점을 받아야 한다. 답 80점

861 ㄱ. 270 mm 이상 280 mm 미만인 계급의 상대도수는

$1-(0.05+0.35+0.15+0.25)=0.2$

이므로 $0.2\times100=20$ (%)

ㄴ. 상대도수가 가장 큰 계급은 240 mm 이상 250 mm 미만이고 이 계급의 도수는 21명, 상대도수는 0.35이므로 전체 회원 수는

$\frac{21}{0.35}=60$

ㄷ. 260 mm 이상인 계급의 상대도수의 합은

$0.25+0.2=0.45$

이므로 신발 크기가 260 mm 이상인 회원 수는

$60\times0.45=27$

ㄹ. 신발 크기가 230 mm 이상 240 mm 미만인 회원 수는

$60\times0.05=3$

신발 크기가 240 mm 이상 250 mm 미만인 회원 수는

$60\times0.35=21$

신발 크기가 250 mm 이상 260 mm 미만인 회원 수는

$60\times0.15=9$

따라서 신발 크기가 25번째로 작은 회원이 속한 계급은 250 mm 이상 260 mm 미만이고 이 계급의 상대도수는 0.15이다.

이상에서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ이다. 답 ①

유형 169 일부가 보이지 않는 상대도수의 분포표 본책 181쪽

(도수의 총합) $=\frac{\text{(계급의 도수)}}{\text{(계급의 상대도수)}}$임을 이용한다.

862 도수의 총합은 $\frac{12}{0.04}=300$이므로 20 이상 30 미만인 계급의 도수는

$300\times0.18=54$

답 54

다른 풀이 상대도수는 그 계급의 도수에 정비례하므로 구하는 계급의 도수를 x라 하면

$12:x=0.04:0.18,\quad 0.04x=2.16$

$\therefore x=54$

따라서 구하는 계급의 도수는 54이다.

863 전체 달걀의 개수는 $\frac{6}{0.15}=40$이므로 55 g 이상 60 g 미만인 계급의 상대도수는

$\frac{14}{40}=0.35$ 답 ④

864 전체 직원 수는 $\frac{15}{0.125}=120$이므로 … 1단계

$A=120\times0.375=45,\ B=\frac{36}{120}=0.3$ … 2단계

$\therefore AB=45\times0.3=13.5$ … 3단계

답 13.5

단계	채점 요소	비율
1	전체 직원 수 구하기	30 %
2	A, B의 값 구하기	60 %
3	AB의 값 구하기	10 %

865 전체 학생 수는 $\frac{16}{0.08}=200$

기록이 8초 이상인 학생이 전체의 64 %이므로 7.5초 이상 8초 미만인 계급의 상대도수는

$1-(0.08+0.64)=0.28$

따라서 기록이 7.5초 이상 8초 미만인 학생 수는

$200\times0.28=56$ 답 ①

유형 170 도수의 총합이 다른 두 집단의 상대도수 본책 182쪽

도수의 총합이 다른 두 집단의 분포 상태를 비교할 때
➜ 상대도수를 이용한다.

866 각 계급의 상대도수를 구하여 상대도수의 분포표를 만들면 다음과 같다.

권수 (권)	상대도수	
	A 중학교	B 중학교
$0^{\text{이상}}\sim10^{\text{미만}}$	0.12	0.125
10 ~20	0.18	0.175
20 ~30	0.24	0.25
30 ~40	0.36	0.35
40 ~50	0.1	0.1
합계	1	1

따라서 A 중학교보다 B 중학교의 상대도수가 더 큰 계급은 0권 이상 10권 미만, 20권 이상 30권 미만의 2개이다. 답 2

867 기록이 20초 이상 30초 미만인 남학생 수는

$16\times0.125=2$

기록이 20초 이상 30초 미만인 여학생 수는

$20\times0.35=7$ … 1단계

따라서 전체 학생 36명 중 기록이 20초 이상 30초 미만인 학생은

$2+7=9$ (명)

이므로 구하는 상대도수는

$\frac{9}{36}=0.25$ … 2단계

답 0.25

단계	채점 요소	비율
1	기록이 20초 이상 30초 미만인 남학생 수와 여학생 수 구하기	50 %
2	상대도수 구하기	50 %

868 ① $A=80-(8+18+20+12)=22$

$B=100-(11+20+30+24)=15$

② 각 계급의 상대도수를 구하여 상대도수의 분포표를 만들면 다음과 같다.

무게 (g)	상대도수	
	A 농장	B 농장
$100^{\text{이상}}\sim120^{\text{미만}}$	0.1	0.11
120 ~140	0.225	0.2
140 ~160	0.275	0.3
160 ~180	0.25	0.24
180 ~200	0.15	0.15
합계	1	1

따라서 A 농장이 B 농장보다 상대도수가 큰 계급은 120 g 이상 140 g 미만, 160 g 이상 180 g 미만의 2개이다.

④ 무게가 160 g 이상인 감자의 비율은

A 농장: $0.25+0.15=0.4$,

B 농장: $0.24+0.15=0.39$

이므로 A 농장이 B 농장보다 더 높다.

따라서 옳지 않은 것은 ④이다. 답 ④

869 1학년 1반 전체 학생 수는

$\frac{8}{0.2}=40$

1반에서 성적이 90점 이상인 학생 수는

$40\times0.1=4$

이므로 성적이 80점 이상인 학생 수는

$8+4=12$

따라서 1반에서 12등인 학생의 성적은 80점 이상이다.

1학년 전체 학생 수는

$\frac{40}{0.2}=200$

1학년 전체에서 성적이 80점 이상인 계급의 상대도수의 합은

$0.2+0.05=0.25$

이므로 성적이 80점 이상인 학생 수는

$200\times0.25=50$

따라서 1학년 1반에서 12등인 학생은 1학년 전체에서 적어도 50등 이내에 든다. 답 50등

유형 171 도수의 총합이 다른 두 집단의 상대도수의 비

본책 183쪽

두 집단 A, B의 도수의 총합의 비가 4 : 3이고 어떤 계급의 도수의 비가 3 : 2일 때, 이 계급의 상대도수의 비는

$\frac{3b}{4a}:\frac{2b}{3a}=9:8$

870 A 중학교와 B 중학교의 전체 학생 수를 각각 $3a$, $4a$라 하고, 여학생 수를 각각 $4b$, $5b$라 하면 여학생의 상대도수의 비는

$\frac{4b}{3a}:\frac{5b}{4a}=16:15$ 답 16 : 15

871 전체 도수를 각각 $5a$, $2a$라 하고, 어떤 계급의 상대도수를 각각 $2b$, $3b$라 하면 이 계급의 도수의 비는

$(5a\times2b):(2a\times3b)=5:3$ 답 ③

872 A, B 두 회사의 3000만 원 이상 3500만 원 미만인 계급의 도수를 각각 a명이라 하면 이 계급의 상대도수의 비는

$\frac{a}{150}:\frac{a}{200}=4:3$ 답 4 : 3

유형 172 상대도수의 분포를 나타낸 그래프

본책 183쪽

(1) 상대도수의 분포를 나타낸 그래프는 히스토그램 또는 도수분포다각형에서 세로축을 도수 대신 상대도수로 바꾼 것과 같다.

➜ 가로축: 계급의 양 끝 값, 세로축: 상대도수

(2) 상대도수의 분포를 나타낸 그래프에서 도수의 총합이 주어지지 않은 경우 계급의 도수는 다음과 같은 순서로 구한다.

❶ (도수의 총합)$=\frac{(\text{계급의 도수})}{(\text{계급의 상대도수})}$임을 이용하여 도수의 총합을 구한다.

❷ (계급의 도수)=(도수의 총합)×(계급의 상대도수)임을 이용한다.

873 8시간 이상 9시간 미만인 계급의 상대도수는 0.16이므로 구하는 학생 수는 $50\times0.16=8$ 답 ②

874 상대도수가 가장 큰 계급의 도수가 가장 크므로 도수가 가장 큰 계급의 상대도수는 0.36이다.

따라서 전체 학생 수는

$\frac{90}{0.36}=250$ … 1단계

SNS 사용 시간이 40분 이상 50분 미만인 학생 수는

$250\times0.16=40$ … 2단계

답 40

단계	채점 요소	비율
1	전체 학생 수 구하기	50 %
2	SNS 사용 시간이 40분 이상 50분 미만인 학생 수 구하기	50 %

875 80 % 이상인 계급의 상대도수의 합은
$0.15+0.05=0.2$
이므로 $0.2\times100=20$ (%) $\therefore a=20$
자유투 성공률이 90 % 이상 100 % 미만인 선수의 수는
$40\times0.05=2$
자유투 성공률이 80 % 이상 90 % 미만인 선수의 수는
$40\times0.15=6$
자유투 성공률이 70 % 이상 80 % 미만인 선수의 수는
$40\times0.25=10$
따라서 자유투 성공률이 15번째로 좋은 선수가 속한 계급은 70 % 이상 80 % 미만이고 이 계급의 도수는 10명이다.
$\therefore b=10$
$\therefore a+b=20+10=30$ 답 30

876 ① 계급의 개수는 5이다.
② 10분 이상 15분 미만인 계급의 상대도수가 0.2이므로 도수의 총합은 $\frac{40}{0.2}=200$ (명)
③ 15분 이상 20분 미만인 계급의 도수는
$200\times0.3=60$ (명)
④ 15분 미만인 계급의 상대도수의 합은
$0.14+0.2=0.34$
이므로 $0.34\times100=34$ (%)
⑤ 대기 시간이 25분 이상 30분 미만인 사람의 수는
$200\times0.1=20$
대기 시간이 20분 이상 25분 미만인 사람의 수는
$200\times0.26=52$
즉 대기 시간이 70번째로 긴 사람이 속한 계급은 20분 이상 25분 미만이고 이 계급의 도수는 52명이다.
따라서 옳은 것은 ③, ⑤이다. 답 ③, ⑤

877 ① 계급의 크기는 $20-10=10$ (세)
② 상대도수가 가장 큰 계급의 도수가 가장 크므로 도수가 가장 큰 계급은 30세 이상 40세 미만이다.
③ 20세 이상 40세 미만인 계급의 상대도수의 합은
$0.28+0.4=0.68$
이므로 $0.68\times100=68$ (%)
④ 40세 이상인 계급의 상대도수의 합은
$0.16+0.04=0.2$
이므로 40세 이상인 관람객은 $150\times0.2=30$ (명)
⑤ 나이가 10세 이상 20세 미만인 관람객 수는
$150\times0.12=18$
나이가 20세 이상 30세 미만인 관람객 수는
$150\times0.28=42$
즉 나이가 60번째로 적은 관람객이 속한 계급은 20세 이상 30세 미만이다.
따라서 옳지 않은 것은 ④이다. 답 ④

878 전체 학생 수를 a라 하면 물을 마신 횟수가 15회 이상인 학생이 6회 미만인 학생보다 36명 더 많으므로
$a\times0.18=a\times0.1+36$
$0.08a=36$ $\therefore a=450$
따라서 전체 학생 수는 450이다. 답 450

유형 173 일부가 보이지 않는 상대도수의 분포를 나타낸 그래프 본책 184쪽

상대도수의 분포를 나타낸 그래프에서 일부 상대도수가 보이지 않는 경우에는 상대도수의 총합이 항상 1임을 이용하여 보이지 않는 계급의 상대도수를 구한다.

879 6시간 이상 8시간 미만인 계급의 상대도수는
$1-(0.05+0.25+0.2+0.1)=0.4$
이므로 구하는 회원 수는 $40\times0.4=16$ 답 ⑤

880 상대도수는 그 계급의 도수에 정비례하므로 800 mm 이상 900 mm 미만인 계급의 상대도수는
$2\times0.08=0.16$ … 1단계
따라서 700 mm 이상 800 mm 미만인 계급의 상대도수는
$1-(0.22+0.24+0.16+0.08)=0.3$ … 2단계
이므로 구하는 도시의 개수는
$50\times0.3=15$ … 3단계
답 15

단계	채점 요소	비율
1	800 mm 이상 900 mm 미만인 계급의 상대도수 구하기	40 %
2	700 mm 이상 800 mm 미만인 계급의 상대도수 구하기	30 %
3	연간 강수량이 700 mm 이상 800 mm 미만인 도시의 개수 구하기	30 %

881 문방구를 방문한 횟수가 12회 미만인 학생이 전체의 22 %이므로 12회 미만인 계급의 상대도수의 합은 0.22이다.
따라서 12회 이상 16회 미만인 계급의 상대도수는
$1-(0.22+0.24+0.2)=0.34$
한편 20회 이상 24회 미만인 계급의 상대도수가 0.2이므로 전체 학생 수는
$\frac{60}{0.2}=300$
따라서 문방구를 방문한 횟수가 12회 이상 16회 미만인 학생 수는
$300\times0.34=102$ 답 102

882 ① 대화 시간이 80분 이상인 학생은
$200\times0.06=12$ (명)
② 60분 이상 70분 미만인 계급의 상대도수는
$1-(0.09+0.17+0.21+0.14+0.06)=0.33$
상대도수는 그 계급의 도수에 정비례하므로 도수가 가장 큰 계급은 60분 이상 70분 미만이다.

③ 50분 미만인 계급의 상대도수의 합은
$0.09+0.17=0.26$
이므로 $0.26\times100=26$ (%)
④ 대화 시간이 60분 이상 70분 미만인 학생은
$200\times0.33=66$ (명)
⑤ 대화 시간이 30분 이상 40분 미만인 학생 수는
$200\times0.09=18$
대화 시간이 40분 이상 50분 미만인 학생 수는
$200\times0.17=34$
즉 대화 시간이 50번째로 짧은 학생이 속한 계급은 40분 이상 50분 미만이고 이 계급의 도수는 34명이다.
따라서 옳지 않은 것은 ④이다. 답 ④

883 35 m 이상 40 m 미만인 계급의 상대도수는
$1-(0.06+0.12+0.18+0.3+0.1)=0.24$
전체 학생 수를 x라 하면 기록이 35 m 이상 40 m 미만인 학생이 30 m 이상 35 m 미만인 학생보다 12명 적으므로
$x\times0.24=x\times0.3-12$
$0.06x=12 \quad \therefore x=200$
따라서 전체 학생 수는 200이다. 답 200

유형 174 도수의 총합이 다른 두 집단의 비교 본책 185쪽

상대도수의 분포를 나타낸 그래프는 도수의 총합이 다른 두 집단의 분포 상태를 동시에 비교할 때 편리하다.

884 ① 남학생의 그래프가 여학생의 그래프보다 오른쪽으로 더 치우쳐 있으므로 남학생이 여학생보다 앉은키가 더 큰 편이다.
② 여학생 중 도수가 가장 큰 계급은 상대도수가 가장 큰 계급인 70 cm 이상 75 cm 미만이고 이 계급의 상대도수는 0.3이다.
③ 앉은키가 75 cm 이상 80 cm 미만인 남학생 수와 여학생 수는 알 수 없다.
④ 남학생 중에서 80 cm 이상인 계급의 상대도수의 합은
$0.2+0.14=0.34$
이므로 $0.34\times100=34$ (%)
⑤ 두 그래프와 가로축으로 둘러싸인 부분의 넓이는 서로 같다.
따라서 옳지 않은 것은 ③, ⑤이다. 답 ③, ⑤

885 ① 여학생의 그래프가 남학생의 그래프보다 오른쪽으로 더 치우쳐 있으므로 남학생보다 여학생의 점수가 더 높은 편이다.
② 점수가 80점 이상 90점 미만인 남학생 수는
$300\times0.1=30$
점수가 80점 이상 90점 미만인 여학생 수는
$200\times0.15=30$
따라서 남학생 수와 여학생 수가 같다.
③ 점수가 90점 이상인 남학생 수는
$300\times0.1=30$
점수가 90점 이상인 여학생 수는
$200\times0.05=10$
이때 전체 학생 수는 $300+200=500$이므로
$\frac{30+10}{500}\times100=8$ (%)
④ 여학생 중 도수가 가장 큰 계급은 상대도수가 가장 큰 계급인 70점 이상 80점 미만이고 이 계급의 도수는
$200\times0.4=80$ (명)
⑤ 남학생 중 점수가 50점 이상 60점 미만인 학생 수는
$300\times0.25=75$
점수가 60점 이상 70점 미만인 학생 수는
$300\times0.35=105$
즉 남학생 중 점수가 100번째로 낮은 학생이 속한 계급은 60점 이상 70점 미만이고 이 계급의 도수는 105명이다.
따라서 옳은 것은 ③이다. 답 ③

886 ㄱ. A 중학교의 그래프가 B 중학교의 그래프보다 왼쪽으로 더 치우쳐 있으므로 A 중학교가 B 중학교보다 기록이 더 좋은 편이다.
ㄴ, ㄷ. A 중학교와 B 중학교의 100 m 달리기 기록에 대한 도수분포표는 다음과 같다.

기록 (초)	도수 (명)		
	A 중학교	B 중학교	전체 학생
$12^{\text{이상}}\sim14^{\text{미만}}$	$150\times0.08=12$	$200\times0.04=8$	20
14 ~16	$150\times0.14=21$	$200\times0.1=20$	41
16 ~18	$150\times0.42=63$	$200\times0.32=64$	127
18 ~20	$150\times0.32=48$	$200\times0.36=72$	120
20 ~22	$150\times0.04=6$	$200\times0.18=36$	42
합계	150	200	350

따라서 A 중학교 학생 수가 B 중학교 학생 수보다 더 많은 계급은 12초 이상 14초 미만, 14초 이상 16초 미만의 2개이다.
또 전체 학생에 대한 도수분포표에서 도수가 가장 큰 계급은 16초 이상 18초 미만이다.
이상에서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다. 답 ④

만점 유형 도전하기 본책 186~187쪽

887 전략 상대도수의 뜻과 성질을 이용한다.
(1) 도수분포표에서 전체 도수에 대한 각 계급의 도수의 비율을 상대도수라 한다.
(2) 진호: 2개 이상의 자료의 분포 상태를 동시에 비교할 때는 히스토그램보다 도수분포다각형이 더 편리하다.

지훈: 도수의 총합이 다른 두 자료의 분포 상태를 비교할 때는 각 계급의 도수를 비교하는 것보다 상대도수를 비교하는 것이 더 적절하다.

따라서 잘못 말한 사람은 진호, 지훈이다.

답 풀이 참조

888 전략 각 계급의 도수는 자연수이어야 함을 이용한다.

120분 이상 130분 미만인 계급의 상대도수는

$$1-\left(\frac{1}{8}+\frac{1}{6}+\frac{1}{3}\right)=\frac{3}{8}$$

이때 각 계급의 도수는 자연수이어야 하므로 $\frac{1}{8}a$, $\frac{1}{6}a$, $\frac{1}{3}a$, $\frac{3}{8}a$의 값이 모두 자연수이어야 한다.

따라서 a는 3, 6, 8의 공배수, 즉 24의 배수이어야 한다.

100 이하의 자연수 중 24의 배수는

24, 48, 72, 96

이므로 a의 값 중 가장 큰 수는 96이다. 답 96

889 전략 남학생 수와 여학생 수를 각각 x, y로 놓고 (계급의 도수)=(계급의 상대도수)×(도수의 총합)임을 이용하여 x, y 사이의 관계식을 구한다.

남학생 수와 여학생 수를 각각 x, y라 하면 식사 시간이 20분 이상 25분 미만인 남학생 수와 여학생 수가 서로 같으므로

$x\times0.15=y\times0.2$, $3x=4y$

$\therefore x:y=4:3$

$x=4a$, $y=3a$라 하면 $4a$, $3a$의 최소공배수는 $12a$이므로

$12a=480$ $\therefore a=40$

따라서 여학생 수는

$3\times40=120$ 답 120

890 전략 올바른 줄기와 잎 그림을 그려 본다.

주어진 줄기와 잎 그림에서 잎 부분을 줄기로, 줄기 부분을 잎으로 바꿔서 올바른 줄기와 잎 그림을 그리면 다음과 같다.

(3 | 1은 31시간)

잎 (남학생)	줄기	잎 (여학생)
4 4 1	3	1 5
5 2 1 1 1	4	1 2 3 6
6 6 5 3	5	2 4 4 5 6
4 3 3	6	1 2 3 6

이때 전체 학생 수는

$5+9+9+7=30$

이므로 독서 시간이 긴 쪽에서 상위 20 % 이내에 드는 학생 수는

$30\times\frac{20}{100}=6$

독서를 가장 많이 한 학생부터 순서대로 6명의 독서 시간을 나열하면

66시간, 64시간, 63시간, 63시간, 63시간, 62시간

이므로 구하는 독서 시간의 차는

$66-62=4$ (시간) 답 4시간

891 전략 나이가 25세 미만인 고객 수와 45세 이상인 고객 수를 이용하여 가능한 A의 값을 모두 구한다.

나이가 40세 이상 50세 미만인 고객 수를 B라 하면

$5+A+18+B+10=50$

$\therefore A+B=17$ …… ㉠

나이가 25세 미만인 고객 수는 $50\times\frac{20}{100}=10$이므로 20세 이상 25세 미만인 고객 수는

$10-5=5$ $\therefore A\geq5$ …… ㉡

나이가 45세 이상인 고객 수는 $50\times\frac{30}{100}=15$이므로 45세 이상 50세 미만인 고객 수는

$15-10=5$ $\therefore B\geq5$ …… ㉢

㉠, ㉡, ㉢을 모두 만족시키는 자연수 A, B의 값은 다음과 같다.

A	5	6	7	8	9	10	11	12
B	12	11	10	9	8	7	6	5

따라서 A가 될 수 있는 가장 큰 값은 12, 가장 작은 값은 5이므로 구하는 차는

$12-5=7$ 답 7

892 전략 찢어진 부분의 계급의 도수를 문자로 놓고 주어진 조건을 만족시키는 식을 세운다.

15회 이상 20회 미만인 계급과 20회 이상 25회 미만인 계급의 도수를 각각 $2x$명, $3x$명이라 하자.

또 25회 이상 30회 미만인 계급의 도수를 y명이라 하면

$3x:y=4:3$이므로

$9x=4y$ $\therefore y=\frac{9}{4}x$

이때 전체 학생 수가 40이므로

$3+2x+3x+\frac{9}{4}x+6+2=40$

$\frac{29}{4}x=29$ $\therefore x=4$

즉 15회 이상 20회 미만인 계급의 도수는

$2\times4=8$ (명)

20회 이상 25회 미만인 계급의 도수는

$3\times4=12$ (명)

25회 이상 30회 미만인 계급의 도수는

$\frac{9}{4}\times4=9$ (명)

이때 기록이 35회 이상인 학생 수는 2

기록이 30회 이상인 학생 수는 $6+2=8$

기록이 25회 이상인 학생 수는 $9+6+2=17$

따라서 팔 굽혀 펴기 기록이 15번째로 좋은 학생이 속한 계급은 25회 이상 30회 미만이므로 구하는 상대도수는

$\frac{9}{40}=0.225$ 답 0.225

893 전략 보이지 않는 계급의 도수를 한 문자를 사용하여 나타낸다.

2시간 이상 4시간 미만인 계급의 도수는

$80\times0.05=4$ (명)

4시간 이상 6시간 미만인 계급의 도수는

$80\times0.125=10$ (명)

12시간 이상 14시간 미만인 계급의 도수는

$80\times0.075=6$ (명)

상대도수는 그 계급의 도수에 정비례하므로 8시간 이상 10시간 미만인 계급의 도수를 $3x$명, 10시간 이상 12시간 미만인 계급의 도수를 $2x$명이라 하면 6시간 이상 8시간 미만인 계급의 도수는

$80-(4+10+3x+2x+6)=60-5x$ (명)

자연수 x의 값에 따른 $60-5x$, $3x$, $2x$의 값을 구해 보면 다음과 같다.

x	$60-5x$	$3x$	$2x$
1	55	3	2
2	50	6	4
3	45	9	6
4	40	12	8
5	35	15	10
6	30	18	12
7	25	21	14
8	20	24	16
9	15	27	18
10	10	30	20
11	5	33	22
12	0	36	24

이때 상대도수가 두 번째로 큰 계급이 6시간 이상 8시간 미만이므로 도수가 두 번째로 큰 계급도 6시간 이상 8시간 미만이다.

즉 4, 10, $60-5x$, $3x$, $2x$, 6 중에서 두 번째로 큰 값이 $60-5x$이어야 하므로 $x=8$이다.

따라서 운동 시간이 10시간 이상인 회원 수는

$16+6=22$ 답 22

894 전략 두 중학교의 전체 학생 수를 한 문자를 사용하여 나타낸 후 (계급의 도수)=(계급의 상대도수)×(도수의 총합)임을 이용하여 도수를 구한다.

A 중학교 전체 학생 수를 x라 하면 50점 이상 60점 미만인 계급의 도수는

$x\times0.12=0.12x$ (명)

따라서 B 중학교의 50점 이상 60점 미만인 계급의 도수도 $0.12x$명이므로 B 중학교 전체 학생 수는

$\frac{0.12x}{0.08}=1.5x$

한편 A 중학교에서 70점 이상 80점 미만인 계급의 상대도수는

$1-(0.06+0.12+0.18+0.2+0.12)=0.32$

이므로 B 중학교에서 70점 이상 80점 미만인 계급의 상대도수도 0.32이다.

이 계급에 속하는 학생은 B 중학교가 A 중학교보다 32명 더 많으므로

$1.5x\times0.32=x\times0.32+32$

$48x=32x+3200$, $16x=3200$

$\therefore x=200$

즉 B 중학교 전체 학생 수는

$1.5\times200=300$

이때 B 중학교에서 80점 이상 90점 미만인 계급의 상대도수는

$1-(0.04+0.08+0.22+0.32+0.1)=0.24$

이므로 구하는 학생 수는

$300\times0.24=72$ 답 72

시험 만점 완성하기

본책 188~191쪽

895 전략 줄기와 잎 그림을 이용하여 두 학생의 봉사 활동 시간을 구한다.

A반에서 6번째로 봉사 활동 시간이 긴 학생의 시간은 39시간, B반에서 7번째로 봉사 활동 시간이 긴 학생의 시간은 37시간이므로 구하는 시간의 차는

$39-37=2$ (시간) 답 ②

896 전략 (계급의 도수)=(도수의 총합)$\times\frac{\text{(계급의 백분율)}}{100}$

통학 시간이 20분 이상 30분 미만인 학생 수는

$40\times\frac{30}{100}=12$

통학 시간이 30분 이상 40분 미만인 학생 수는

$40-(6+8+12+4)=10$

이때 통학 시간이 40분 이상인 학생 수는 4

통학 시간이 30분 이상인 학생 수는 $10+4=14$

따라서 통학 시간이 12번째로 긴 학생이 속하는 계급은 30분 이상 40분 미만이므로

$a=30$, $b=40$

$\therefore a+b=30+40=70$ 답 ④

897 전략 (계급의 백분율)$=\frac{\text{(계급의 도수)}}{\text{(도수의 총합)}}\times100$ (%)

전체 승객의 수는

$3+4+10+7+6+2=32$

이고, 버스를 20분 이상 기다린 승객의 수는

$6+2=8$

이므로 $\frac{8}{32}\times100=25$ (%) 답 ③

898 전략 (직사각형의 넓이)=(계급의 크기)×(그 계급의 도수)

받은 메일이 35개 이상인 직원 수는
3
받은 메일이 30개 이상인 직원 수는
4+3=7
받은 메일이 25개 이상인 직원 수는
9+4+3=16
받은 메일이 20개 이상인 직원 수는
12+9+4+3=28
즉 받은 메일의 개수가 20번째로 많은 직원이 속하는 계급은 20개 이상 25개 미만이고 이 계급의 도수는 12명이므로 직사각형의 넓이는
5×12=60
또 받은 메일의 개수가 5번째로 많은 직원이 속하는 계급은 30개 이상 35개 미만이고 이 계급의 도수는 4명이므로 직사각형의 넓이는
5×4=20
따라서 받은 메일의 개수가 20번째로 많은 직원이 속하는 계급의 직사각형의 넓이는 5번째로 많은 직원이 속하는 계급의 직사각형의 넓이의 $\frac{60}{20}=3$ (배)이다.

답 ②

899 전략 찢어진 부분의 두 계급의 도수를 한 문자를 사용하여 나타낸다.

스티커를 12개 미만 받은 학생 수는 3이므로 전체 학생 수를 x라 하면
$3=x\times\frac{10}{100}$ $\therefore x=30$
스티커를 24개 이상 30개 미만 받은 학생 수를 y라 하면 18개 이상 24개 미만 받은 학생 수는 $y+2$이므로
$3+6+(y+2)+y+5=30$
$2y=14$ $\therefore y=7$
따라서 스티커를 24개 이상 받은 학생 수는
7+5=12

답 ①

900 전략 도수분포다각형의 특징을 생각하여 주어진 그래프를 해석한다.

① A 합창단의 전체 단원 수는 5+10+7+5+3=30
B 합창단의 전체 단원 수는 3+5+10+8+4=30
따라서 A 합창단 단원 수와 B 합창단 단원 수는 같다.
② A 합창단에서 연습 시간이 12시간 이상인 단원 수는
5+3=8
B 합창단에서 연습 시간이 12시간 이상인 단원 수는
8+4=12
따라서 연습 시간이 12시간 이상인 단원 수는 B 합창단이 A 합창단보다 많다.
③ 주어진 도수분포다각형으로는 연습 시간이 가장 긴 단원이 어느 합창단에 있는지 알 수 없다.
④ B 합창단의 그래프가 A 합창단의 그래프보다 오른쪽으로 더 치우쳐 있으므로 B 합창단의 연습 시간이 A 합창단의 연습 시간보다 더 긴 편이다.
⑤ A 합창단과 B 합창단의 단원 수가 30으로 같으므로 각각의 그래프와 가로축으로 둘러싸인 부분의 넓이는 같다.
따라서 각 도수분포다각형과 가로축으로 둘러싸인 부분의 공통부분의 넓이를 S라 하면
$S_1+S=S_2+S$
이므로 $S_1=S_2$
따라서 옳은 것은 ⑤이다.

답 ⑤

901 전략 (계급의 상대도수)=$\frac{\text{(계급의 도수)}}{\text{(도수의 총합)}}$

도수의 총합은
3+5+6+10+8+6+2=40 (명)
한편 영화를 14회 이상 관람한 학생 수는 2
영화를 12회 이상 관람한 학생 수는 6+2=8
따라서 영화를 관람한 횟수가 5번째로 많은 학생이 속한 계급은 12회 이상 14회 미만이고 이 계급의 도수는 6명이므로 구하는 상대도수는
$\frac{6}{40}=0.15$

답 ①

902 전략 주어진 조건을 이용하여 도수가 주어지지 않은 계급의 도수를 한 문자를 사용하여 나타낸다.

2 cm 이상 4 cm 미만인 계급의 도수를 x명이라 하면 4 cm 이상 6 cm 미만인 계급의 도수는 $1.5x$명이다.
또 6 cm 이상 8 cm 미만인 계급의 상대도수는
$\frac{x}{50}+0.14$
이므로 도수는
$50\times\left(\frac{x}{50}+0.14\right)=x+7$ (명)
이때 전체 학생 수가 50이므로
$5+x+1.5x+(x+7)+10=50$
$\frac{7}{2}x+22=50$, $\frac{7}{2}x=28$
$\therefore x=8$
따라서 자란 키가 6 cm 이상 8 cm 미만인 학생 수는
8+7=15

답 ⑤

903 전략 먼저 주어진 도수와 상대도수를 이용하여 전체 학생 수를 구한다.

전체 학생 수는 $\frac{4}{0.1}=40$
따라서 TV 시청 시간이 3시간 이상인 학생 수는
40−(4+10)=26
이므로
$\frac{26}{40}\times100=65$ (%)

답 ③

904 전략 먼저 전체 학생 수를 구한다.

기록이 32초인 학생이 속한 계급은 30초 이상 40초 미만이므로

전체 학생 수는 $\frac{40}{0.2}=200$

기록이 50초 이상 60초 미만인 학생 수는

$200\times0.25=50$

기록이 40초 이상 50초 미만인 학생 수는

$200\times0.4=80$

따라서 60번째로 오래 매달린 학생이 속한 계급은 40초 이상 50초 미만이고 이 계급의 도수는 80명이다. 답 ⑤

905 전략 전체 학생 수가 50임을 이용하여 찢어진 부분의 계급의 도수를 구한다.

가지고 있는 필기구가 3개 이상 6개 미만인 학생 수는

$50\times0.06=3$

가지고 있는 필기구가 6개 이상 9개 미만인 학생 수는

$50\times0.14=7$

조건 (가), (나)에 의하여 가지고 있는 필기구가 15개 이상 18개 미만인 학생 수를 x라 하면 9개 이상 12개 미만, 12개 이상 15개 미만인 학생 수는 각각 x, $x+4$이므로

$3+7+x+(x+4)+x=50$

$3x=36$ $\therefore x=12$

따라서 12개 이상 15개 미만인 계급과 15개 이상 18개 미만인 계급의 도수는 각각

$12+4=16$ (명), 12명

이므로 가지고 있는 필기구가 12개 이상인 학생은

$\frac{16+12}{50}\times100=56$ (%) 답 ④

906 전략 먼저 동아리 전체 회원 수를 구한다.

점수가 100점 미만인 회원 수는

$4+6+10=20$

이므로 볼링 동아리 전체 회원 수를 x라 하면

$20=x\times\frac{40}{100}$ $\therefore x=50$

따라서 점수가 100점 이상 110점 미만인 회원 수는

$50-(4+6+10+8+5+3)=14$

점수가 90점 이상 120점 미만인 회원 수는

$10+14+8=32$

이고 90점 이상 105점 미만인 회원 수는 16이므로 105점 이상 120점 미만인 회원 수는

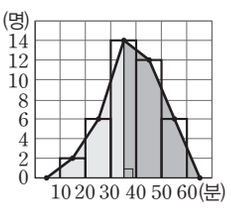
$32-16=16$ 답 16

907 전략 주어진 도수분포다각형을 히스토그램으로 나타내어 색칠한 부분의 넓이를 직사각형의 넓이의 합을 이용하여 구한다.

주어진 도수분포다각형을 히스토그램으로 나타내면 오른쪽과 같다.

이때 모눈 한 칸의 넓이를 a라 하면

$A=a+3a+\frac{1}{2}\times7a=\frac{15}{2}a$,



$B=\frac{1}{2}\times7a+6a+3a=\frac{25}{2}a$

$\therefore A:B=\frac{15}{2}a:\frac{25}{2}a=3:5$ 답 3 : 5

908 전략 상대도수는 그 계급의 도수에 정비례함을 이용한다.

상대도수가 가장 작은 계급의 도수가 가장 작으므로 B 상자에서 도수가 가장 작은 계급은 200 g 이상 250 g 미만이다.

즉 B 상자의 사과 중 A 상자로 옮겨 담은 사과의 개수는

$\frac{1}{2}\times(50\times0.16)=4$

따라서 사과를 옮겨 담은 후 A 상자에서 200 g 이상 250 g 미만인 계급의 도수는

$40\times0.175+4=7+4=11$ (개)

이므로 구하는 상대도수는

$\frac{11}{40+4}=0.25$ 답 0.25

909 전략 1학년과 2학년의 70점 이상 80점 미만인 계급의 도수를 각각 구한다.

1학년에서 70점 이상 80점 미만인 계급의 도수는

$250\times0.16=40$ (명)

2학년에서 70점 이상 80점 미만인 계급의 도수는

$200\times0.18=36$ (명)

따라서 70점 이상 80점 미만인 학생은 1학년이 4명 더 많다.

답 1학년, 4명

910 전략 100등 안에 든 선수들이 속하는 계급을 구한다.

100등 안에 든 선수는 전체의 $\frac{100}{400}=0.25$

30분 이상 40분 미만인 계급의 상대도수는 0.1, 40분 이상 50분 미만인 계급의 상대도수는 0.15이고

$0.1+0.15=0.25$

이므로 선물을 받으려면 최대 50분 이내에 완주해야 한다.

답 50분

911 전략 먼저 A 동아리 전체 회원 수를 구한다.

A 동아리에서 70 % 미만인 계급의 상대도수의 합은

$0.05+0.2=0.25$

이때 A 동아리에서 명중률이 70 % 미만인 회원은 10명이므로 A 동아리의 전체 회원 수는

$\frac{10}{0.25}=40$

한편 A 동아리에서 80 % 이상인 계급의 상대도수는

$1-(0.05+0.2+0.35)=0.4$

이므로 A 동아리에서 명중률이 80 % 이상인 회원 수는

$40\times0.4=16$

B 동아리에서 80 % 이상인 계급의 상대도수는

$1-(0.1+0.1+0.25)=0.55$

이므로 B 동아리의 전체 회원 수를 x라 하면 B 동아리에서 명중률이 80 % 이상인 회원 수는

$x\times0.55=0.55x$

따라서 $0.55x=16+17$이므로

$0.55x=33 \quad \therefore x=60$

즉 B 동아리의 전체 회원 수는 60이다. 답 60

912 전략 주어진 조건을 이용하여 a에 대한 방정식을 세운다.

키가 150 cm 미만인 학생 수는

$2+6=8$

키가 155 cm 이상인 학생 수는

$a+12+6=a+18$

이때 키가 150 cm 미만인 학생 수는 155 cm 이상인 학생 수의 $\frac{1}{4}$이므로

$8=\frac{1}{4}(a+18), \quad 32=a+18$

$\therefore a=14$ … 1단계

따라서

$b=2+6+10+14+12+6=50$ … 2단계

이므로 $a+b=14+50=64$ … 3단계

답 64

단계	채점 요소	배점
1	a의 값 구하기	2점
2	b의 값 구하기	1점
3	$a+b$의 값 구하기	1점

913 전략 도수분포다각형을 이용하여 A, B의 값을 구한다.

도수분포다각형에서 15 $\mu g/m^3$ 이상 20 $\mu g/m^3$ 미만인 계급의 도수는 7곳이므로

$A=7$ … 1단계

$\therefore B=2+7+10+6=25$ … 2단계

한편 미세 먼지 농도가 15 $\mu g/m^3$ 미만인 지역은

2곳

미세 먼지 농도가 20 $\mu g/m^3$ 미만인 지역은

$2+7=9$ (곳)

미세 먼지 농도가 25 $\mu g/m^3$ 미만인 지역은

$2+7+10=19$ (곳)

따라서 미세 먼지 농도가 10번째로 낮은 지역이 속한 계급은 20 $\mu g/m^3$ 이상 25 $\mu g/m^3$ 미만이므로

$C=10$ … 3단계

$\therefore A+B-C=7+25-10=22$ … 4단계

답 22

단계	채점 요소	배점
1	A의 값 구하기	1점
2	B의 값 구하기	1점
3	C의 값 구하기	2점
4	$A+B-C$의 값 구하기	1점

914 전략 A, B 두 중학교의 1학년 학생 수를 같은 문자를 사용하여 나타낸다.

A, B 두 중학교의 1학년 학생 수를 각각 $4x$, $5x$라 하자.

A 중학교의 20시간 이상 30시간 미만인 계급에서

$a=\frac{40}{4x}=\frac{10}{x}$ … 1단계

B 중학교의 30시간 이상 40시간 미만인 계급에서

$c=\frac{b}{5x}$ … 2단계

이때 $c=\frac{3}{5}a$이므로

$\frac{b}{5x}=\frac{3}{5}\times\frac{10}{x}, \quad \frac{b}{5x}=\frac{30}{5x}$

$\therefore b=30$ … 3단계

답 30

단계	채점 요소	배점
1	a를 x에 대한 식으로 나타내기	2점
2	c를 x, b에 대한 식으로 나타내기	2점
3	b의 값 구하기	2점

915 전략 (도수의 총합)$=\frac{\text{(계급의 도수)}}{\text{(계급의 상대도수)}}$

(1) A 공장에서 600시간 이상 700시간 미만인 계급의 상대도수는 0.32, 400시간 이상 500시간 미만인 계급의 상대도수는 0.16이고, 도수는 그 계급의 상대도수에 정비례하므로 전구의 수명이 600시간 이상 700시간 미만인 전구 수는 400시간 이상 500시간 미만인 전구 수의 2배이다. … 1단계

(2) B 공장에서 500시간 미만인 계급의 상대도수의 합은

$0.04+0.06=0.1$

이므로 전체 전구 수는

$\frac{200}{0.1}=2000$ … 2단계

(3) B 공장의 그래프가 A 공장의 그래프보다 오른쪽으로 더 치우쳐 있으므로 B 공장에서 생산한 전구의 수명이 A 공장에서 생산한 전구의 수명보다 더 길다고 할 수 있다. … 3단계

답 (1) 2배 (2) 2000 (3) B 공장

단계	채점 요소	배점
1	A 공장에서 생산한 전구 중 수명이 600시간 이상 700시간 미만인 전구 수는 400시간 이상 500시간 미만인 전구 수의 몇 배인지 구하기	2점
2	B 공장에서 생산한 전체 전구 수 구하기	2점
3	어느 공장에서 생산한 전구의 수명이 더 긴지 말하기	1점

MEMO